

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE BADJI MOKHTAR –ANNABA

BADJI MOKHTAR ANNABA UNIVERSITY



جامعة باجي مختار - عنابة

2024

Faculté de Technologie

Département de Métallurgie

THESE

Présentée en vue de l'obtention du diplôme de **DOCTORAT Es Sciences**

Contribution à la modélisation et à la simulation de l'essai de traction uniaxiale des métaux

Option : Métallurgie

Filière : Mise en forme

Par

REGAIGUIA Badreddine

DIRECTEUR DE THESE : CHAHAOUI OUALID

Professeur

U.A.L. Khenchela

CO-DIRECTEUR DE THESE: FARES MOHAMEDD LAMINE

Professeur

U.B.M. Annaba

DEVANT LE JURY

PRESIDENT : LABAIZ MOHAMED

Professeur

U.B.M. Annaba

EXAMINATEURS :

MEBAREK ABDELMALEK

Professeur

U.B.M. Annaba

MATOUGUI NEDJOUA

MCA

ENSM Annaba

MEDDOUR BELKACEM

MCA

U.A.L. Khenchela

Remerciements

Remerciements

Je tiens à travers cette page à remercier avant tout ALLAH de m'avoir donné la force et le courage d'accomplir ce travail durant toutes ces années , je remercie également mon encadreur Professeur CHAHAOUI OUALID de l'université Abbes Laghrour qui m'a été d'un soutien indéfectible ainsi que son apport académique de valeur et son savoir faire professionnel qu'il trouve à travers cette œuvre tout mes sincères remerciements et mon profond respect de tout mon cœur.

Mes remerciements vont à feu Professeur FARES MOHAMED LAMINE que ALLAH le tout puissant l'accueille en son vaste paradis et le compte parmi ses heureux élus inchallah, sa contribution son assistance et ses conseils m'ont été très précieux tout au long de l'avancement de cette thèse.

Je tiens à remercier sincèrement le Professeur LABAIZ MOHAMED pour l'honneur qu'il me fait en acceptant d'être le président du jury de cette thèse.

J'adresse mes remerciements les plus chaleureux aux professeurs MEBAREK ABDELMALEK, MATOUGUI NEDJOUA et MEDDOUR BELKACEM pour m'avoir fait le plaisir d'examiner mon travail.

Je remercie également le département de métallurgie à leurs tête Professeur TOUHAMI ZINEDDINE Chef du département Métallurgie pour les facilités qu'il m'a accordé afin d'accomplir certains de mes essais expérimentaux, aussi je remercie le personnel du laboratoire des essais mécaniques du département métallurgie pour leurs gentillesse et leurs disponibilité, leurs aide pour le déroulement de mes essais m'a été très fructueuse en terme de pertinence des résultats obtenus.

Aussi je remercie mes collègues de l'URASM (Unité de recherche et d'analyses sidérurgique et métallurgique) d'Annaba pour leurs conseils et orientations concernant l'axe de mon travail de la simulation en particulier Mr Ghenai .

Mes sincères remerciement vont à mes collègues messieurs Sahour et Medjrem de SIDER TSS El-Hadjar qui m'ont été d'un apport bénéfique concernant certaines manipulations expérimentales surtout celles des essais de dureté .

Aussi je remercie le responsable du laboratoire central service des essais mécaniques de SIDER pour sa contribution à la réalisation de certains des essais expérimentaux de traction uniaxiale.

Dédicace

Je dédie ce travail à mes regrettés mère et père, à toute ma famille.

Résumé

La prévision des propriétés mécaniques obtenues dans le cadre de l'anisotropie initiale induite par un critère de plasticité est toujours limitée aux hypothèses de la plasticité parfaite. La maîtrise et la compréhension de l'évolution des propriétés mécaniques au cours de l'écrouissage et de la consolidation de la matière jusqu'au début de l'instabilité (striction) plastique d'une tôle laminée de nuance DC04 destinée à l'emboutissage, sur laquelle nous avons travaillé, requiert la détermination de plusieurs paramètres mécaniques permettant l'analyse et l'optimisation de différents procédés de formage ultérieurs. D'une part, la comparaison entre les fonctions seuils pour le comportement plastique des tôles laminées moyennant des critères de plasticités de type quadratique de Hill (1948) et non quadratique de Barlat 2003 (Yld2000-2d) dans le cas de sollicitation uni-axiale simple suivant le plan de la tôle pour les grandeurs mécaniques suivantes (i) Le coefficient d'anisotropie de Lankford $r(\theta)$ (ii) La contrainte d'écoulement plastique $\sigma(\theta)$. D'autre part, de connaître le comportement mécanique dans le cadre des deux propriétés d'anisotrope (initiale et évolutive) sous les deux logiques d'approches distinctes de plasticités : (i) Plasticité associée (ii) Plasticité non associée. Par ailleurs, une étude d'optimisation comparative entre le paramètre d'anisotropie $r(\theta)$ avec un autre paramètre d'anisotropie $\rho(\theta)$ calculé en fonction du coefficient de dureté Vickers H_V est effectué et une relation polynomiale est établit entre les 2 paramètres $r(\theta)$ et $\rho(\theta)$. Enfin, la simulation des essais de traction de la tôle DC04 est réalisée en utilisant le logiciel Abaqus standard et les résultats simulés obtenus sont comparés avec les valeurs expérimentales.

Mots clés : Anisotropie plastique, critère de Hill'48, critère de Barlat 2003, lois d'écrouissage, potentiel plastique, écrouissage isotrope.

Abstract

The prediction of mechanical properties obtained within the framework of initial anisotropy induced by a plasticity criterion is always limited to the assumptions of perfect plasticity. Mastering and understanding the evolution of mechanical properties during work hardening and consolidation of the material until the beginning of plastic instability (necking) of a DC04 grade laminated sheet for deep drawing, on which we worked, requires the determination of several mechanical parameters allowing the analysis and optimization of different subsequent forming processes. On the one hand, the comparison between yield functions for the plastic behavior of laminated sheets using Hill's quadratic (1948) and non-quadratic Barlat 2003 (Yld2000-2d) plasticity criteria in the case of simple uniaxial loading along the sheet plane for the following mechanical quantities: (i) Lankford anisotropy coefficient $r(\theta)$ (ii) Plastic flow stress $\sigma(\theta)$. On the other hand, to know the mechanical behavior within the framework of both initial and evolutionary anisotropy properties under the two distinct plasticity approach logics: (i) Associated plasticity (ii) Non-associated plasticity. Furthermore, a comparative optimization study between the anisotropy parameter $r(\theta)$ and another anisotropy parameter $\rho(\theta)$ calculated as a function of the Vickers hardness coefficient H_V is carried out, and a polynomial relationship is established between the two parameters $r(\theta)$ and $\rho(\theta)$. Finally, the simulation of DC04 sheet tension tests is carried out using Abaqus standard software, and the simulated results obtained are compared with experimental values.

Keywords: Plastic anisotropy, Hill'48 criterion, Barlat 2003 criterion, hardening laws, plastic potential, isotropic hardening.

الملخص

في هذه الدراسة ، انتقلنا إلى التحديد التجريبي لتباين الخواص ونمذجة سلوك صفائح الفولاذ المدرفلة DC04. تمت دراسة فهم تأثيرات تباين الخواص من حيث المعلمات الميكانيكية لإجهاد الخضوع $\sigma(\theta)$ وتباين الخواص $r(\theta)$ على الخواص الميكانيكية لألواح الفولاذ المدرفلة من خلال معيار Hill'48 التريبيعي متباين الخواص ومعيار Barlat غير التريبيعي (Yld2000-2d).

تم تحديد معاملات إجهاد الخضوع و r Lankford في اختبار الشد أحادي المحور بشكل تجريبي. تم افتراض وقبول الإجهاد ثنائي المحور σ_b والمعامل متباين الخواص ثنائي المحور r_b . المعلمات الميكانيكية $\sigma(\theta)$ و $r(\theta)$ المرتبطة بـ Hill'48 و Yld2000-2d بالإضافة إلى تنبؤات وتطور إجهاد التدفق الطبيعي $\frac{\sigma(\theta)}{\sigma_0}$ ومعامل Lankford الطبيعي $\frac{r(\theta)}{r_0}$ محسوبة. من بين أشياء أخرى ، من أجل وصف السلوك البلاستيكي للصفائح ، يتم وصف وظيفة التصلب المتناحية للعمل باستخدام الصيغ التجريبية القياسية المختلفة التالية بناءً على نماذج: هولومون ، لودويك ، سويفت وفوس. أجريت دراسة مقارنة لمعاري البلاستيك (Hill'48 و Yld2000-2d) مع القيم التجريبية لتحليل أداء الصفات التنبؤية للنموذجين المدروسين. من ناحية أخرى ، تم دراسة تطور تباين الخواص من خلال المعلمات $\sigma(\theta)$ و $r(\theta)$ باستخدام افتراضات اللدونة المرتبطة (AFR) وغير المرتبطة (NAFR). بالإضافة إلى ذلك ، تم إجراء دراسة مقارنة بين معامل تباين الخواص $r(\theta)$ مع معامل تباين آخر $\rho(\theta)$ محسوبًا وفقًا لمعامل صلابة Vickers H_V وتم إنشاء علاقة متعددة الحدود بين المعلمتين $r(\theta)$ و $\rho(\theta)$ أخيرًا ، تم إجراء محاكاة اختبارات الشد للورقة DC04 باستخدام برنامج Abaqus القياسي وتمت مقارنة نتائج المحاكاة التي تم الحصول عليها مع القيم التجريبية.

الكلمات الرئيسية: تباين الخواص البلاستيكية ، معيار هيل 48 ، معيار بارلات 2003 ، قوانين التقسية ، إمكانية اللدائن ، التصلب الخواص.

Liste des Annotations

Liste des Annotations

Symbole	Désignation
E	Module de Young
σ_s	Contrainte d'écoulement
σ_r	Contrainte à la rupture
σ_s	Contrainte seuil
$\bar{\sigma}$	Contrainte équivalente
τ	Contrainte de cisaillement
$(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$	Contraintes principales suivant le système d'axe principal (X ;Y, Z)
(S_1, S_2, S_3)	Contraintes déviatoriques suivant le système d'axe principal (X, Y, Z)
Hill'48	Critère de plasticité de Hill 1948
F, G, H, L, M et N	Paramètres d'anisotropie de Hill 48
Yld2000-2d	Critère de plasticité de Barlat 2003
$(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5, \alpha_6, \alpha_7, \alpha_8)$	Paramètres d'anisotropie de Barlat2003.
$K_h, K_l, K_s, \sigma_{sat}$	Paramètres d'écrouissage de Hollomon, Ludwick, Swift et Voce
nh, nl, ns et $n\gamma$	Exposants d'écrouissage de Hollomon, Ludwick, Swift et Voce
AFR	Associated flow rule
NAFR	Non associated flow rule
mm	Millimètre
m.s ⁻¹	Mètre par seconde.
K.N	kilo- newton
°C	Degré celsius
ASTM	American society for testing and materials
ISO	International organization for standardization
DIN	Institut allemand de normalisation
k, ϵ_0 , n	constantes du matériau
ν	Coefficient de poisson
Si	Silicium
Ti	Titane
Va	Vanadium
Mo	Molybdène
Mn	Manganèse
Al	Aluminium
Cu	Cuivre
W	Tungstène
Sn	Etain
C	Carbone
P	Phosphore
S	soufre

Symbole	Désignation
E	Module de Young
H _V	Dureté Vickers
mm ³	Millimètre cube
kgf	Kilogramme-force
Mpa	Mégapascal
μm	Micromètre
U ₁ , U ₂ ,U ₃	Déplacements de Von-misès dans Abaqus
E ₁ , E ₂ , E ₃	Déformations de Von-misès dans Abaqus
S ₁ , S ₂ , S ₃	Contraintes de Von-misès dans Abaqus

Liste des figures

Liste des figures

N figure	Dénomination des figures	Page
Figure I.1.	Représentation de la fonction de charge initiale du critère de Von mises dans l'espace des contraintes principales: a) Matériau elastoplastique avec écrouissage b) Vue dans le plan $\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = 0$	08
Figure I.2.	Représentation de la fonction de charge initiale du critère de Tresca dans l'espace des contraintes principales : a) Matériau elastoplastique avec écrouissage b) Vue dans le plan $\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = 0$	09
Figure I.3.	Représentation des surfaces de plasticité correspondantes aux critères de Von Misès, Tresca et Drucker dans le plan déviatorique	10
Figure I.4.	Répartition des contraintes σ_1 et σ_2 dans le plan des contraintes.	20
Figure I.5.	Tracé de la fonction seuil $g(\theta)$ dans le plan des contraintes normalisées.	20
Figure I.6.	Surface plastique :a) sans écrouissage b) avec écrouissage isotrope.	34
Figure I.7.	Principaux types d'écrouissage en espace tridimensionnel de contraintes.[	34
Figure III.1.	Direction de prélèvement des éprouvettes à $0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$ par rapport à la direction de laminage	42
Figure III.2.	Machine de traction ZWICK 50KN	43
Figure III.3.	Différents constituants de la machine de traction	44
Figure III.4.	Dimensions normalisées des éprouvettes de traction d'épaisseur 1.35mm:	44
Figure III.5.	Dimensions normalisées des éprouvettes de traction d'épaisseur 1.50 mm	45
Figure III.6.	Prélèvement et découpage d'éprouvette normalisée suivant différentes directions par rapport à la direction de laminage	46
Figure III.7.	Echantillons d'éprouvettes normalisées suivant différentes directions par rapport à la direction de laminage	46
Figure III.8.	Spectromètre de type SPECTROLAB disponible au niveau du laboratoire de métallurgie de ALFATUS:	47
Figure III.9.	Mesure des diagonales longitudinale et transversale suivant les 3 directions ($0^\circ, 45^\circ$ et 90°) par rapport à la direction de laminage	49
Figure III.10.	Duromètre universel	50
Figure III.11.	Mesureur numérique de dureté suivant les 3 directions ($0^\circ, 45^\circ$ et 90°) par rapport à la direction de laminage	51
Figure III.12.	Mesure des diagonales longitudinale et transversale suivant les 3 directions ($0^\circ, 45^\circ$ et 90°) par rapport à la direction de laminage	51
Figure III.13.	Quelques éléments finis utilisés dans abaqus	53
Figure III.14.	Exemple d'interface d'opérabilité du logiciel Abaqus	54
Figure III.15.	Exemple de simulation des déformations 'E' par Abaqus	54
Figure III.16.	Exemple de simulation des contraintes 'S' par Abaqus	55
Figure III.17.	Exemple de simulation des déplacements 'U' par Abaqus	55

Figure III.18.	Exemple de simulation des forces 'RF' par Abaqus	56
Figure IV.1.	Direction de prélèvement des éprouvettes suivant les 3 directions 0° , 45° et 90°	59
Figure IV.2.	Courbes rationnelles de traction à 0° , 45° et 90° par rapport à la direction de laminage.	59
Figure IV.3.	Evolution de la Contrainte normalisée $\frac{\sigma(\theta)}{\sigma_0}$ en fonction de l'angle d'anisotropie θ par rapport à la direction de laminage dans le plan de la tôle.	64
Figure IV.4.	Evolution de l'anisotropie normalisée $\frac{r(\theta)}{r_0}$ en fonction de l'angle d'anisotropie θ par rapport à la direction de laminage dans le plan de la tôle:	64
Figure IV.5.	Valeurs expérimentales représentant la surface d'écoulement initiale et les contours des surfaces de plasticité de Hill 48 et de Yld2000-2d et Von-Mises	65
Figure IV.6.	Superposition de la courbe d'écrouissage expérimentale avec les modèles d'écrouissage de Hollomon, Ludwick, Swift et Voce	67
Figure IV.7.	Courbes rationnelles de traction à 0° , 45° et 90° , et lissage par la loi d'écrouissage de Ludwick $\sigma_t = \sigma_0 + K_l \varepsilon_t^{n_l}$	69
Figure IV.8.	Courbes d'écrouissage à 0° , 45° et 90° en fonction de la densité de travail plastique	70
Figure IV.9.	Evolution des paramètres anisotropes de Hill'48 en fonction de la déformation plastique équivalente.	73
Figure IV.10.	Evolution des paramètres anisotropes de Barlat (Yld2000-2d) en fonction de la déformation plastique équivalente.	74
Figure IV.11.	Evolution de l'anisotropie $r(\theta)$ de Hill'48 en fonction de l'orientation θ à différentes valeurs du taux de déformation plastique équivalente ε_p	75
Figure IV.12.	Evolution de la contrainte plastique normalisée $\sigma(\theta)$ de Hill'48 en fonction de l'orientation θ à différentes valeurs du taux de déformation plastique équivalente ε_p .	75
Figure IV.13.	Evolution de la contrainte plastique $\sigma(\theta)$ normalisée de Barlat (Yld2000-2d) en fonction de l'orientation θ à différentes valeurs du taux de déformation plastique équivalente ε_p .	76
Figure IV.14.	Evolution de l'anisotropie $r(\theta)$ de Barlat (Yld2000-2d) en fonction de l'orientation θ à différentes valeurs du taux de déformation plastique équivalente ε_p .	76
Figure IV.15.	Prédiction des surfaces plastiques normalisées de Hill48 pour différentes valeurs de travail plastique avec $\sigma_{12} = 0$.	77
Figure IV.16.	Prédiction des surfaces plastiques normalisées de Barlat (Yld2000-2d) pour différentes valeurs de travail plastique avec $\sigma_{12} = 0$	78
Figure IV.17.	Surface plastique calculée de Hill'48 représentée par les contours de la contrainte de cisaillement normalisée à pas de 0,1.	79
Figure IV.18.	Surface plastique calculée de Barlat (Yld2000-2d) représentée par les contours de la contrainte de cisaillement normalisée à pas de 0,1.	79

Figure IV.19.	Surfaces plastiques calculées de Hill48, Barlat (YLD2000-2d) et Von Mises représentées par la contrainte de cisaillement normalisée à 0.1.	80
Figure IV.20.	Valeurs expérimentales et simulées pour la contrainte d'écoulement normalisée suivant le critère de Hill'48 sous les hypothèses de AFR, NAFR-s, NAFR-r	85
Figure IV.21.	Valeurs expérimentales et simulées pour l'anisotropie normalisée suivant le critère de Hill'48 sous les hypothèses de AFR, NAFR-s, NAFR-r	85
Figure IV.22.	Rapport des déformations vraies longitudinale et transversale suivant les 03 directions (0^0 , 45^0 , 90^0).	87
Figure IV.23.	Comparaison de la réponse angulaire des valeurs normalisées de $\sigma(\theta)$	88
Figure IV.24.	Comparaison de la réponse angulaire des valeurs normalisées de $r(\theta)$	88
Figure IV.25.	Echantillon à 0^0 de la direction de laminage	89
Figure IV.26.	Echantillon à 45^0 de la direction de laminage	89
Figure IV.27.	Echantillon à 90^0 de la direction de laminage	90
Figure IV.28.	Comparatif des paramètres d'anisotropie $\rho(\theta)$ et $r(\theta)$ suivant les 03 directions (0^0 , 45^0 , 90^0)	95
Figure IV.29.	Courbe polynomiale de $r(\theta)$ en fonction de $\rho(\theta)$	96
Figure IV.30.	Evolution des contraintes 'S' en fonction des incréments de déformations.	97
Figure IV.31.	Evolution des contraintes 'S' en fonctions des déformations de : (a). Von-Mises ; (b) Tresca	98
Figure IV.32.	Evolution de la distribution des contraintes principales 'S _{ii} ' en fonctions des déformations suivants : (a) axe longitudinal X, (b) axe Y, (c) axe Z.	99
Figure IV.33.	Evolution de la distribution des contraintes tangentielles 'S _{ij} ' en fonctions des déformations suivants : (a) axe longitudinal X, (b) axe Y, (c) axe Z.	100
Figure IV.34.	Evolution de la distribution en essai de traction de : (a) déformation maximale totale E; (b), (c), (d) déformations suivant respectivement les directions longitudinale X, transversale Y et normale Z.	101
Figure IV.35.	Evolution de la distribution en essai de traction des déformations tangentielles suivant respectivement les directions XY, XZ et YZ .	102
Figure IV.36.	Evolution de la distribution en essai de traction des déplacements U : (a) en magnitude, (b) suivant la direction longitudinale de traction, (c) suivant la direction Z..	103

Liste des tableaux

Liste des Tableaux

N° tableau	Dénomination des tableaux	Page
Tableau I.1.	Critère de Hill pour des états de contraintes planes particuliers.	17
Tableau I.2.	Nombre de paramètres caractérisant l'anisotropie plastique pour quelques modèles, dans le cas de contraintes planes	31
Tableau I.3.	Présentation comparative des différents critères plastiques	32
Tableau I.4.	Différentes relations utilisées pour décrire la courbe de référence contrainte équivalente – déformation plastique équivalente	35
Tableau III.1.	Composition chimique de l'acier DC04.	47
Tableau III.2.	Système d'unités employé par ABAQUS	53
Tableau IV.1.	Valeurs des contraintes d'écoulement par rapport à celle de la direction de laminage, pour les orientations 0^0 , 30^0 , 45^0 , 60^0 et 90^0 .	60
Tableau IV.2.	Anisotropie plastique r suivant les 03 directions 0^0 , 45^0 et 90^0	61
Tableau IV.3.	Valeurs des contraintes d'écoulement par rapport à celle de la direction de laminage, pour les orientations 0^0 , 30^0 , 45^0 , 60^0 et 90^0	61
Tableau IV.4.	Rapports d'anisotropie suivant les 03 directions 0^0 , 45^0 et 90^0 par rapport à la direction de laminage	62
Tableau IV.5.	Valeur des paramètres d'anisotropies de Hill 48	63
Tableau IV.6.	Valeurs des paramètres γ_i , δ_i , q_{xi} , q_{yi} , σ_i en traction uniaxiale suivants les directions de laminage DL et direction transversale DT.	63
Tableau IV.7.	Valeurs des paramètres des lois d'écrouissage	67
Tableau IV.8.	Evolutions des contraintes en fonction du taux de déformation équivalente $\bar{\epsilon}$.	71
Tableau IV.9.	Evolutions des contraintes normalisées en fonction du taux de déformation équivalente $\bar{\epsilon}$.	71
Tableau IV.10.	Evolution du travail plastique w^p en fonction des contraintes normalisées et des taux de déformation équivalente $\bar{\epsilon}$.	71
Tableau IV.11.	Evolution du paramètre d'anisotropie $r(\theta)$ en fonction du taux de déformation équivalente $\bar{\epsilon}$.	72
Tableau IV.12.	Evolution des paramètres de Barlat 2003 en fonction du taux de déformation équivalente $\bar{\epsilon}$.	72
Tableau IV.13.	Valeurs des paramètres F , G , H et N de Hill'48 suivant la plasticité associée (AFR) et non associée (NAFR-s et NAFR-r).	84
Tableau IV.14.	Valeurs des constantes de la fonction polynôme de degré 3.	87
Tableau IV.15.	Coefficients de Hill'48 sous l'hypothèse de la plasticité non associée (NAFR-s) et (NAFR-r).	87
Tableau IV.16.	Diamètre moyen du grain suivant les directions 0^0 , 45^0 et 90^0 des échantillons par rapport au sens du laminage:	92
Tableau IV.17.	Mesure des diagonales longitudinales et transversales suivant les 3 directions 0^0 , 45^0 et 90^0	93
Tableau IV.18.	Valeurs de la dureté Vickers suivant les 3 directions 0^0 , 45^0 et 90^0 .	93

Liste des tableaux

Tableau IV.19.	Valeurs du paramètre d'anisotropie $\rho(\theta)$ suivant les 3 directions 0^0 , 45^0 et 90^0	94
Tableau IV.20.	Corrélation des paramètres anisotropes $r(\theta)$ et $\rho(\theta)$ suivant les 3 directions 0^0 , 45^0 et 90^0	95
Tableau IV.21.	Comparaison des valeurs obtenues expérimentalement avec celles obtenues par simulation <i>de DC04</i> (épaisseur $e=1.35\text{mm}$)	98

SOMMAIRE

Sommaire	Page
Résumé	a
Abstract:	b
الملخص	c
Liste des figures	iii
Liste des tableaux	iv
Sommaire	
Introduction générale	1
PARTIE 1. RECHERCHE BIBLIOGRAPHIQUE.	
<u>Chapitre I. Notions générales sur les critères de plasticité isotrope et anisotrope d'une tôle.</u>	
I.1. La modélisation mécanique du comportement plastique des métaux	4
I.2. Critère de plasticité isotrope	6
I.2.1. Critère isotrope de Von Mises (1913)	7
I.2.2. Critère de Tresca (1864)	9
I.2.3. Critère de Drücker (1949)	10
I.2.4. Critères de Hosford (1972) et Barlat et Richmond (1987)	11
I.3. Critère de plasticité anisotrope	11
I.3.1. Anisotropie de la tôle	11
I.3.2. Critère anisotrope de Hill (1948)	13
I.3.3. Autre méthode de détermination des paramètres d'anisotropie de Hill'48	15
I.3.4. Critère non quadratique de Hill (1979)	16
I.3.5. Critère non quadratique de Hill (1990)	17
I.3.6. Critère de Ferron et al. (1994)	18
I.3.7. Critère de Budiansky (1984)	19
I.3.8. Critère plastique anisotrope de Barlat (1991,1997)	20
I.3.9. Critère plastique anisotrope de Banabic	21
I.4. Critères avancés de plasticité anisotrope	22
I.4.1. Critère plastique anisotrope de Barlat 2000	22
I.4.2. Modèle d'anisotropie plastique avancé de Banabic–Balan–Comsa (BBC 2000)	22
I.4.3. Critère avancé de Cazacu–Barlat (CB)	23
I.4.4. Critère plastique anisotrope de forme polynomiale	23
I.4.5. Présentation du modèle anisotrope de Barlat 2003 (Yld2000-2d)	24
I.4.6. Considérations générales	25
I.4.7. Formulation du Critère de Barlat 2003 (Yld2000–2d)	28
I.4.8. Validation du critère anisotrope de Barlat (Yld2000-2d)	29
I.5. Evaluation des critères plastiques	30
I.6. Méthodes utilisées pour transformer les formulations isotropes en formulations anisotrope	30
I.7. Stratégies d'identification du comportement des matériaux	31
I.8. Conclusions concernant les critères de plasticité présentés	31
I.9. Les modèles d'écrouissage en comportement plastique	33
I.10. Evolution des critères de plasticité. Ecrouissage isotrope	34
I.11. Hypothèse de travail plastique maximal	36

Chapitre II. Plasticité associée (AFR) et plasticité non associée (NAFR) d'une tôle.	
II.1. Formulation phénoménologique de la plasticité associée (AFR) et non associée (NAFR)	37
II.2. Plasticité Associée AFR (Associated Flow Rule)	39
II.3. Plasticité Non Associée NAFR (Non associated Flow Rule)	39
PARTIE 2. PARTIE EXPERIMENTALE	
Chapitre III. Méthodes de caractérisation et techniques expérimentales	
III.1. Caractérisation du comportement plastique de la tôle DC04	41
III.1.1 Choix de la tôle et objectifs du protocole expérimental	41
III.1.2. Méthodes et moyens de caractérisation du comportement plastique des tôles	42
III.1.3. Les équipements utilisés dans l'essai de traction	42
III.1.3.1. Présentation de la machine de traction et déroulement des essais	42
III.1.3.2. Eprouvettes de traction	44
III.1.3.3. Prélèvement et découpage d'éprouvette normalisée	45
III.1.4. Analyse chimique et examen micrographique	46
III.1.5. Examen métallographique	47
III.2. Etude de la relation entre l'anisotropie des matériaux et la caractéristique mécanique de la dureté	48
III.2.1. Procédure d'exécution de l'essai de dureté Vickers	49
III.2.2. Observations et mesures métallographiques	50
III.3. Simulation de l'essai de traction	52
III.3.1. Description d'ABAQUS	52
III.3.2. Le maillage du modèle de simulation	53
III.3.3. Méthode d'analyse de la simulation de l'essai de traction	54
Chapitre IV. Résultats et discussions	
IV.1. Modélisation des critères de plasticité anisotrope de Hill 48 et de Barlat 2003 (Yld2000-2d).	57
IV.1.1. Modélisation du critère de plasticité anisotrope quadratique de Hill 48	57
IV.1.2. Résultats de caractérisation expérimentale des essais de traction	58
IV.1.2.1. Contrainte d'écoulement uniaxiale $\sigma(\theta)$	60
IV.1.2.2. Coefficient de Lankford $r(\theta)$	60
IV.1.3. Application de la modélisation du critère quadratique de Hill 48	61
IV.1.4. Calcul des paramètres anisotropes de Hill en fonction de $\sigma_0, \sigma_{45}, \sigma_{90}$ et σ_b	62
IV.1.5. Evolution des paramètres d'anisotropie $\sigma(\theta)$ et $r(\theta)$ de Hill 48 et Barlat 2003 pour la tôle DC04 épaisseur 1.35 mm	63
IV.1.5.1. Evolution des paramètres d'anisotropies $\sigma(\theta)$ et $r(\theta)$	63
IV.1.5.2. Prédictions des surfaces de plasticité de Hill'48 et Yld2000-2d	65
IV.1.6. Modélisation et Optimisation des lois d'écrouissage isotrope	66
IV.1.7. Evolution du travail plastique $w(p)$	67
IV.1.7.1. Evolution du travail plastique $w(p)$ en fonction des contraintes normalisées et des taux de déformation équivalente $\bar{\epsilon}$	69
IV.1.7.2. Evolution du paramètre d'anisotropie $r(\theta)$ en fonction du taux de déformation équivalente $\bar{\epsilon}$	72

IV.1.7.3. Analyse de l'évolution des paramètres anisotropes de Hill'48 et de Barlat (Yld2000-2d) du taux de déformation équivalente $\bar{\epsilon}$.	73
IV.1.7.4. Contrainte d'écoulement normalisée et coefficient de Lankford des critères de Hill48 et Yld2000-2d à 5 taux de déformation plastique effective ϵ_0^P	74
IV.1.8. Prédiction des surfaces plastiques de Hill'48, Yld2000-2d et Von-Misès	76
IV.1.9. Synthèse des résultats des critères de Hill'48 et Barlat (Yld2000-2d)	81
IV.2. Modélisation du comportement anisotrope évolutif pour une tôle en acier DC04 à l'aide de la fonction de Hill48 sous l'hypothèse de la loi de plasticité non associée.	81
IV.2.1. Application de la plasticité associée (AFR) et non associée (NAFR) sous le critère de Hill'48 à la tôle DC04 épaisseur 1.50 mm	82
IV.2.2. Etude de l'évolution de l'anisotropie $\sigma(\theta)$ et $r(\theta)$ de Hill48 en termes de quantité de déformation plastique longitudinale équivalente dans le cadre de la plasticité non-associée (NAFR)	86
IV.2.2. 1. Evolution de la contrainte d'écoulement $\sigma(\theta)$	86
IV.2.2. 2. Evolution de l'anisotropie $r(\theta)$	86
IV.3. Etude de la relation entre l'anisotropie des matériaux et la caractéristique mécanique de la dureté	89
IV.3. 1. Analyse des résultats des observations métallographiques	89
IV.3. 2. Etude de la relation entre l'anisotropie et la dureté Vickers Hv	93
IV.4. Simulation de l'essai de traction sous le critère plastique isotrope de Von Misès	96
IV.4.1. Distribution des contraintes 'S' de Von –mises en essai de traction	97
IV.4.2. Distribution des déformations 'E' de Von –mises en essai de traction	100
IV.4.3. Distribution des déplacements 'U' de Von –mises en essai de traction	102
Conclusion générale	105
Références bibliographiques	108
Appendice	116

Introduction générale

Introduction générale

Le formage est l'opération de mise en forme la plus utilisée pour la fabrication de divers produits dans l'ensemble de l'industrie. Il est bien connu que les propriétés intéressantes des tôles de formage (ex.: sensibilité aux grandes déformations sous diverses conditions, ou filage) dépendent largement de l'anisotropie induite par le processus de laminage. Le plus souvent, le processus de fabrication de l'alliage métallique induit certaines orientations cristallographiques privilégiées et, par conséquent, la plupart des métaux présentent une texture cristallographique orientée, pour deux raisons à savoir en premier lieu, la recristallisation continue, qui se produit pendant le travail à chaud, ce qui empêche la distribution des orientations des grains, et en second lieu aucune transformation de phase ne se produit au moment du refroidissement. En outre, ces textures ne peuvent pas être entièrement éliminées ou même modifiées par des traitements ultérieurs de laminage à froid et/ou de traitement thermique.

Par conséquent, le processus de laminage favorise l'existence d'une anisotropie induite, qui influence grandement les propriétés mécaniques et par la même de formabilité des métaux aux dimensions et à la forme souhaitées. Cela est particulièrement vrai pour les alliages d'aluminium et les aciers ferritiques, qui présentent de fortes textures cristallographiques après laminage à chaud.

A l'échelle cristallographique de la mise en forme, les tôles de laminage sont caractérisées par la présence de trois plans orthogonaux de symétrie orthotrope. A cet effet et dans le but de décrire le comportement anisotrope des matériaux, plusieurs critères plastiques (quadratiques et non quadratiques) ont été proposés. Au départ, le mathématicien anglais Hill, a effectué en 1948 une modification de la formulation isotrope de Von- Mises pour donner une fonction plastique quadratique dite critère de Hill'48 basée principalement sur l'hypothèse d'une loi de plasticité associée. Une autre approche isotrope de fonction plastique introduite par Hosford a été étendue à un modèle anisotrope plan (bidimensionnel) par Barlat et al.

En effet, et afin de bien caractériser le comportement anisotrope d'une tôle laminée, un critère plastique a été élaboré par Barlat et al en 2003, qu'on représente par Yld2000-2d pour les états de contraintes plane. Le critère plastique anisotrope non quadratique de Barlat Yld2000-2d est un modèle plus flexible et adaptable et est utilisé pour décrire la surface plastique anisotrope initiale ainsi que la loi d'écrouissage isotrope au cours de l'évolution de la surface plastique

Les fonctions plastiques peuvent provoquer une forte anisotropie des paramètres pour le

matériau étudié. L'identification des paramètres d'anisotropies exigent fréquemment un grand nombre de tests mécaniques dans différentes directions suivant l'effort appliqué à la tôle afin d'assurer une certaine précision, des paramètres d'anisotropies calculés. Le nombre de données expérimentales ne doit pas être inférieur à celui des paramètres objet de l'opération d'identification.

Comparé avec les autres critères, le critère de Barlat Yld2000-2d présente une fonction à 08 paramètres d'anisotropies représentés expérimentalement par 04 contraintes d'écoulement ($\sigma_0, \sigma_{45}, \sigma_{90}$ et σ_b) et par les paramètres d'anisotropies représentés par les coefficients de Lankford (r_0, r_{45}, r_{90} et r_b) calculés à partir d'essais de caractérisation de traction effectué sur des éprouvettes prélevées à différentes directions ($\theta = 0^0, 15^0, 30^0, 45^0, 60^0, 75^0, 90^0$) par rapport à la direction de laminage dans le plan de la tôle. Aussi ces 8 paramètres peuvent être identifiés d'une part par les contraintes de plasticité et les rapports de déformation selon les trois directions uniaxiales DL (0^0) (direction de laminage) , DD (45^0) (direction diagonale) , DT (90^0) (direction transversale) et d'autre part, à partir d'essais de traction biaxiale pour déterminer la contrainte biaxiale (σ_b) ainsi que l'anisotropie biaxiale (r_b) .

Dans notre étude la contrainte biaxiale σ_b est supposée égale à la moyenne des contraintes d'écoulement plastique suivant les directions $\theta = 0^0$ et 90^0 aussi l'anisotropie biaxiale est assumé égale à 1 ($r_b = 1$).

A noter que le choix de l'acier de notre étude s'est porté sur la nuance DC04 qui est communément utilisé dans l'industrie automobile et aussi dans l'industrie de l'aéronautique pour son aptitude au formage et son cout intéressant.

Ce travail de thèse se répartit en 4 chapitres :

Le premier chapitre de bibliographique est consacré à la présentation de notions générales sur les critères de plasticité isotrope et anisotrope d'une tôle en acier et une analyse des différents critères de plasticité isotropes et anisotropes. Entre autre une étude détaillée des différents paramètres mécaniques utilisés dans l'identification du comportement plastique (contrainte d'écoulement plastique et coefficient d'anisotropie) est exposée pour les critères plastiques anisotropes de Hill48 et Barlat (Yld2000-2d).

D'autre part, dans la synthèse bibliographique nous nous intéressons aux différents critères avancés de plasticité anisotrope et à la modélisation mécanique et l'identification paramétrique de ces modèles. Enfin nous présentons une évaluation des critères plastiques et les stratégies utilisées par ces critères pour identifier le comportement des matériaux.

Dans le deuxième chapitre, sont présentées les hypothèses de la plasticité associée (Associated Flow Rule AFR) et non associée (Non Associated Flow Rule NAFR)

Dans le troisième chapitre, l'étude expérimentale est effectuée à travers la présentation de l'acier (DC04) et les différents essais de caractérisation, une description et analyse des essais expérimentaux et une détermination des paramètres mécaniques d'anisotropie afin de les comparer aux résultats expérimentaux.

Le quatrième chapitre est consacré à l'analyse des résultats obtenus et discussion pour l'acier DC04 des différentes courbes d'écrouissage de Hollomon, Ludwick, Swift et Voce puis une comparaison avec celle de la courbe d'écrouissage expérimentale, afin de sélectionner la loi qui prédit le mieux, le comportement du matériau étudié ; d'autre part une discussion comparative des critères de Hill48 et Yld2000-2d est présentée en terme de résultats numériques et représentation graphiques de courbes et surfaces de plasticité des contraintes d'écoulement $\sigma(\theta)$, coefficient d'anisotropie $r(\theta)$ et contours des surfaces plastiques

Egalement pour une meilleure prédiction du comportement du DC04 les surfaces de travail plastique de Von Mises, Hill'48 et Yld2000-2d sont comparés avec la surface du travail plastique obtenue expérimentalement.

D'autre part les résultats obtenus de la plasticité associée (AFR) et non associée (NAFR) pour le critère de Hill'48 sont analysés et discutés pour déduire le modèle de plasticité adéquat sous Hill'48 qui décrit le mieux le comportement du matériau en comparaison avec les valeurs expérimentales.

Il est aussi abordé, une relation polynomiale qu'on a établit reliant l'anisotropie $r(\theta)$ calculée via les essais de tractions et une anisotropie notée $\rho(\theta)$ calculée en fonction de la dureté Vickers suivant les 3 directions (0° , 45° , et 90°), cette relation est évaluée et comparée avec des résultats obtenus par d'autres travaux.

Par la suite, la simulation des essais de traction par le biais du logiciel abaqus utilisant le modèle de Von-Mises et une étude comparative est faite avec les résultats expérimentaux.

Dans la partie conclusion nous présentons un récapitulatif comparatif des critères de Hill'48 et Yld2000 en terme de flexibilité, d'adaptabilité et surtout de précision en terme de prédiction du comportement des matériaux, par ailleurs les résultats obtenus par les hypothèses de plasticité associée (AFR) et non associée (NAFR) associées au critère de Hill'48 sont discutés afin d'identifier l'hypothèse la plus apte à représenter le comportement du matériau étudié en cours de déformation.

Partie 1 :
Synthèse bibliographique

Chapitre I.

Modélisation du comportement plastique des tôles.

Cette partie de la synthèse bibliographique présente les critères les plus fréquemment utilisés en général, et en particulier le critère quadratique anisotrope de Hill'48 et le critère non quadratique de Barlat Yld2000-2d plus flexible et adaptable de la fonction de plasticité anisotrope.

I.1. La modélisation mécanique du comportement plastique des métaux

La modélisation mécanique du comportement plastique des matériaux métalliques est devenu un outil indispensable dans différents domaines de l'industrie afin de cerner et identifier le comportement des matériaux face à des sollicitations réelles d'exploitation ; pour cela différents essais mécaniques sont utilisés et en particulier l'essai de traction qui permet de passer de l'état élastique à l'état plastique à partir d'un effort appliqué supérieur à la limite élastique [1] et ainsi déterminer un ensemble de valeurs mécaniques.

Les tôles de laminage sont caractérisées par la présence de trois plans orthogonaux de symétrie orthotrope. Il est à noter que le processus de laminage favorise l'existence d'une anisotropie induite, qui influence grandement les propriétés mécaniques et de formabilité des métaux en tôle aux dimensions et à la forme souhaitées. [2]

Aussi la formation du diagramme limite joue un rôle important dans l'analyse du formage plastique des tôles et est devenu un critère indispensable pour l'analyse des performances et la prévision des défaillances. [3]

Cependant l'optimisation des processus de formage des matériaux nécessite une connaissance approfondie des modèles constitutifs des matériaux et méthodes pour les mettre en œuvre dans des outils numériques. [4]

Plusieurs critères plastiques ont été proposés pour les métaux à la fois pour les états de contraintes planes et les états de contraintes tridimensionnelles complets. Les critères de Tresca (1864) et de Von Mises (1913) ont été largement utilisés pour les matériaux isotropes.

Le critère de Hill (1948) fut le premier critère de plasticité anisotrope à décrire les matériaux à symétrie orthotrope, une fonction quadratique qui se réduit au critère de Von Mises pour les matériaux isotropes. [5]

Cela est particulièrement vrai pour les alliages d'aluminium et les aciers ferritiques, qui présentent de fortes textures cristallographiques après laminage à chaud [2], cela signifie que les grains ne sont pas orientés au hasard, mais tendent vers des orientations particulières. La texture conduit à une anisotropie de résistance, d'écoulement plastique et de ductilité. Une demande croissante de composants optimisés fabriqués à partir de matériaux en plaque et en feuille oblige les ingénieurs à prendre en compte l'anisotropie du matériau à étudier. [5]

A cet effet et dans le but de décrire le comportement anisotrope des matériaux, plusieurs de ces fonctions plastiques (quadratiques et non quadratiques) ont été proposées parmi

lesquels le critère de Hill 48 qui est une expression anisotrope du critère de plasticité de Von Mises et s'exprime par une fonction de plasticité quadratique basée principalement sur l'hypothèse de la plasticité associée.

Une autre approche isotrope des fonctions de la plasticité introduite par Hosford [6] a été étendue à un modèle anisotrope (bidimensionnel) plan par Barlat et al en 1991. [7]

Aussi les contraintes multiaxiales sont présentes, cela signifie qu'il devient plus complexe de déterminer les paramètres d'anisotropie. Cette complexité est traitée par les fonctions plastiques anisotropes mais aussi par les valeurs expérimentales qu'on utilise pour prédire les surfaces de plasticité ce qui s'avère très efficace en terme d'économie de cout en temps et en argent.

Les critères de plasticité aident également à déterminer la distribution plane des contraintes d'élasticité et les coefficients anisotropes, ce qui donne une bonne estimation de ces paramètres mécaniques sans avoir à passer par la détermination expérimentale.

Les critères ont une précision et des avantages différents. Certains sont très précis et flexibles, tandis que d'autres sont connus pour leur simplicité et leur facilité de manipulation.

La détermination de l'état d'écoulement plastique d'une tôle est très important à déterminer afin d'étudier et d'analyser les caractéristiques de plasticité relatifs à l'anisotropie du matériau. Dans le cas de contrainte uniaxiale, le point de plasticité doit être convenablement obtenu à partir de la courbe de contrainte-déformation [8].

Un aspect inévitable du processus de production de tôles le plus courant est qu'il produit des variations des propriétés mécaniques dans le plan résultant du développement de la texture. Qui est du à l'anisotropie qui influe sur les propriétés mécaniques initiales de l'ébauche. Aussi la modélisation du comportement anisotrope dépend des propriétés mécaniques qui sont donc essentielles dans la simulation numérique des procédés de formage des tôles [9].

Une surface dans l'espace de contraintes qui sépare la déformation élastique de la déformation plastique est appelée surface élastique [10]. Mathématiquement, cette surface est exprimée comme, la formulation de la relation entre les composantes σ_{ij} du tenseur des contraintes s'écrit comme suit :

$$f(\sigma_{ij}) = 0 \quad (I.1)$$

La fonction f est appelée fonction plastique et la surface définie par la relation (I-1) est appelée surface de plasticité.

Cette surface de plasticité convexe appelée aussi surface de charge représentant $f(\sigma_{ij})$ délimite le domaine élastique représenté par tout point situé à l'intérieur de la surface de charge soit pour $(\sigma_{ij}) < 0$, du domaine plastique représenté par tout point situé sur le pourtour de la surface, soit pour $f(\sigma_{ij}) = 0$.

D'autre part des paramètres internes spécifiques à chaque matériau sont intégrés dans la formulation de la fonction de charge tels que l'écrouissage afin d'approcher au mieux le comportement du matériau, ainsi la fonction de charge s'écrit : $f(\sigma_{ij}, \alpha_k) = 0$

A noter que l'histoire de chargement du matériau est à l'origine des valeurs des paramètres internes appelés aussi variables internes α_k . [11]

D'un point de vue géométrique la surface de charge peut se transformer de manière complexe allant de la dilatation de la surface, à la translation, à la rotation ou bien à la déformation.

Quand la dilatation de la surface est homothétique on parle alors d'écrouissage isotrope ; par contre quand la surface subit un mouvement de translation avec maintien de la forme et du volume on parle alors d'écrouissage cinématique.; la variable interne caractérisant ce type d'écrouissage est situé au centre de la surface.

Par ailleurs la surface de plasticité à l'état initiale est tributaire de l'histoire thermo-mécanique du matériau, en effet elle peut être isotrope ou anisotrope, autrement dit pour un matériau isotrope ayant subi une recristallisation parfaite, son écrouissage ne peut être qu'isotrope

Toutefois généralement l'isotropie initiale est endommagée par le procédé de déformation plastique ayant conduit à l'obtention du matériau lors des procédés d'élaboration.

C'est le cas de la mise en forme par laminage qui permet d'obtenir des tôles avec un état initial interne dit orthotrope correspondant au processus d'élaboration utilisé.

I.2. Critère de plasticité isotrope

La déformation plastique est tributaire des conditions au cours desquelles le passage de l'état élastique à l'état plastique s'effectue. En général l'essai de traction nous permet d'identifier ce passage quand l'effort de traction appliqué dépasse la limite élastique R_e .

Pour définir un critère de plasticité, on peut dire qu'il représente dans l'espace des contraintes à 3 ou 6 dimensions, un domaine à l'intérieur duquel tout changement de la valeur de la

contrainte ne provoque que des déformations élastiques; néanmoins pour de matériaux isotropes présentant des caractéristiques mécaniques identiques dans toutes les directions, la déformation plastique apparaît quand les états de contraintes sont indépendantes de la direction du repère dans lequel sont appliquées les contraintes vis-à-vis d'un repère quelconque.

Par ailleurs, du fait des expériences réalisées on note l'absence de changement de volume lors de la déformation plastique ce qui explique le recours à l'hypothèse de l'incompressibilité plastique. D'autre part, à l'échelle microscopique il est observé que la déformation plastique est assimilée à un mouvement de dislocations à l'intérieur des structures des matériaux cristallins en réponse à l'absence des contraintes de cisaillement au cours d'un état de contrainte hydrostatique.

I.2.1. Critère isotrope de Von Mises (1913) :

Le critère de Von Mises (1913) représente l'un des critères plastique isotrope les plus usuels pour les matériaux métalliques ductiles.

En effet, ce critère [12] est basé sur la condition qui stipule que pour les matériaux insensibles à la pression hydrostatique la déformation plastique est activée quand la valeur critique de la contrainte de cisaillement ou de l'énergie élastique de distorsion agissant sur les plans octaédriques est atteinte. Cette explication physique mène à la définition d'un seuil de limite élastique lié à la limite élastique en cisaillement k qui à son tour est liée à la limite élastique en traction-compression uniaxiale σ_0 par la relation $k = \frac{\sigma_0}{3}$.

Dans le repère des contraintes principales $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$ (figure I.1.a) , le critère de Von Mises (1913) s'exprime par :

$$F(\sigma_i) = [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] = 2\sigma_0^2 \quad (I.2)$$

Ou encore dans un repère quelconque :

$$F(\sigma_i) = [(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + (\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + (\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + 6(\sigma_{12}^2 + \sigma_{23}^2 + \sigma_{31}^2)] = 2\sigma_0^2 \quad (I.3)$$

Le critère de Von Mises (1913) est représenté par un cylindre infini à base circulaire de rayon $\sqrt{2}k$ ou $\sqrt{\frac{2}{3}}\sigma_0$ dans l'espace des contraintes principales, ou l'axe est la trisectrice du repère $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$ (figure I.1.b).

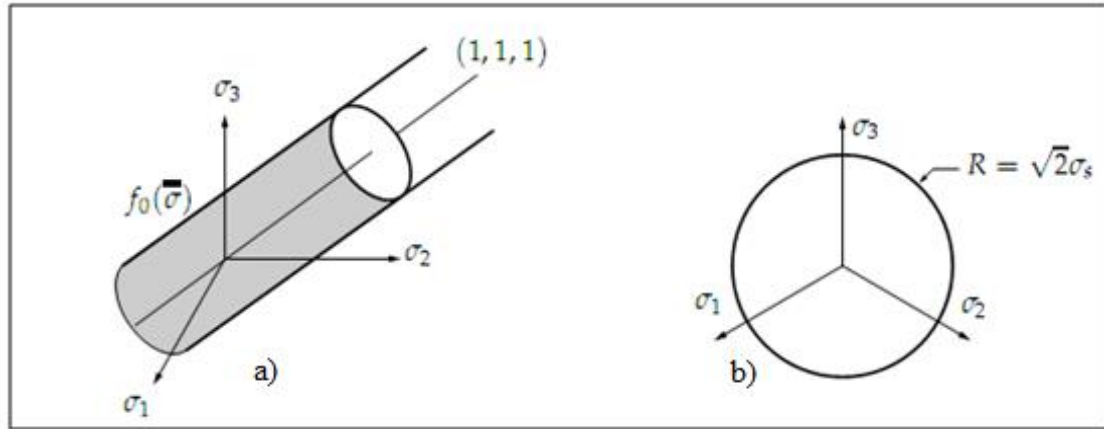


Figure I.1. Représentation de la fonction de charge initiale du critère de Von mises dans l'espace des contraintes principales [13] : a) Matériau elastoplastique avec écrouissage
b) Vue dans le plan $\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = 0$

La déformation équivalente quant à elle, est la quantité de déformation plastique contenue dans le tenseur de déformation et représentée par une variable scalaire. La déformation équivalente de Von Mises se formule comme suit :

$$\varepsilon_{eq} = \frac{\sqrt{2}}{3} [(\varepsilon_{11} - \varepsilon_{22})^2 + (\varepsilon_{22} - \varepsilon_{33})^2 + (\varepsilon_{33} - \varepsilon_{11})^2 + 6(\varepsilon_{12}^2 + \varepsilon_{23}^2 + \varepsilon_{31}^2)]^{\frac{1}{2}} \quad (I.4)$$

Par conséquent, un graphe unique dans l'espace de la contrainte et de la déformation équivalentes représente tous les états tridimensionnels en chargement radial.

$$\varepsilon_{eq} = g(\sigma_{eq}) \quad (I.5)$$

A noter que la contrainte vraie et la déformation vraie longitudinales obtenues lors de l'essai de traction uniaxiale représentent respectivement la contrainte équivalente et la déformation équivalente en sens de Von Mises. En effet, pour ce cas de chargement, on obtient à partir des équations (I.4) et (I.5) : $\sigma_{eq} = \sigma_{11}$; $\varepsilon_{eq} = \varepsilon_{11}$

On déduit donc que, l'identification des lois de comportement s'effectue aisément à partir des données obtenues par la courbe de traction pour le cas de plasticité isotrope, en chargement monotone.

On retient qu'un essai de traction permet d'identifier le critère de Von -mises. Outre mesure, sachant que l'essai de traction est bien calibrée au critère de manière à ce que la déformation équivalente corresponde à la déformation longitudinale et la contrainte équivalente

correspond à la contrainte longitudinale cela confère à cet essai un rôle capital qu'il devient indispensable de bien intégrer.

I.2.2. Critère de Tresca (1864)

Pour ce critère cité dans [14], le domaine d'élasticité est défini dans R^3 , espace des contraintes principales, par :

$$\{\bar{\sigma}; \forall i, j \in [1,3], [|\sigma_i - \sigma_j| - \sigma_s \leq 0]\} \quad (I.6)$$

Il est simple de voir que pour l'essai de traction, le seuil σ_s est la limite élastique σ_0 . La contrainte équivalente de Tresca est défini par :

$$\sigma_T = \max_{i,j} [\sigma_i - \sigma_j] \quad (I.7)$$

L'addition d'un tenseur sphérique quelconque au tenseur des contraintes ne modifie pas la valeur de la contrainte équivalente de Tresca. Tout état de contraintes hydrostatiques est donc admissible. Comme pour Von Mises ce critère est indépendant de la partie sphérique du tenseur des contraintes.

Pour l'essai de cisaillement simple, une représentation de Mohr permet de voir que l'expression du critère de Tresca est $|2\tau| - \sigma_s \leq 0$

La limite d'élasticité en cisaillement simple est donc $\frac{\sigma_s}{2}$

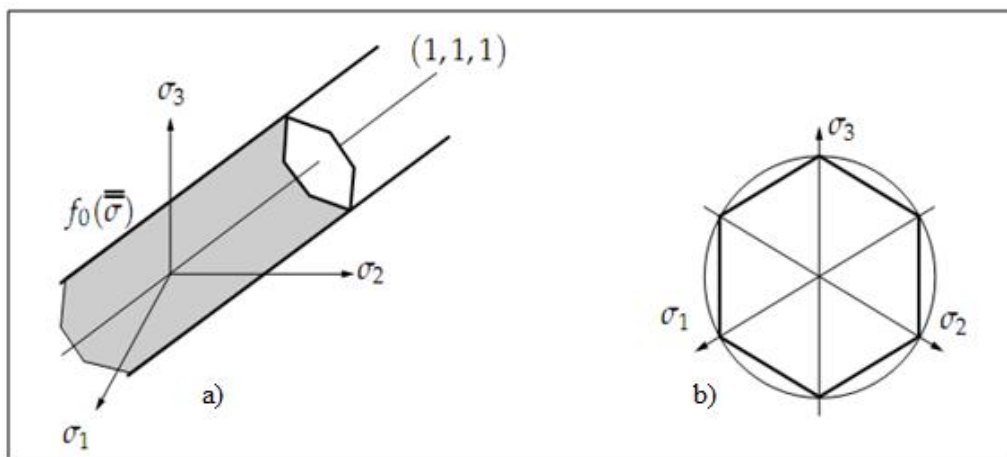


Figure I.2. Représentation de la fonction de charge initiale du critère de Tresca dans l'espace des contraintes principales : a) Matériau elastoplastique avec écrouissage b) Vue dans le plan $\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = 0$ [13].

La représentation graphique de la fonction de charge initiale dans $\mathfrak{R}^3$, espace des contraintes principales, est une surface cylindrique de base hexagonale non bornée d'axe $(1, 1, 1)$ indiquée (figure I.2). Le critère de Tresca est plus sévère que celui de Von Mises et l'écart maximal entre les deux critères est $1 - \frac{\sqrt{3}}{2}$, soit un écart de l'ordre de 13%.

Il est dit critère de cisaillement maximal : si les contraintes principales sont ordonnées

$\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$, le critère ne fait plus apparaître que le cisaillement maximal

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \quad (I.8)$$

I.2.3. Critère de Drucker (1949)

Drucker [15] a établi un critère isotrope reposant sur une formulation intermédiaire entre les critères de Von Mises et celui de Tresca en utilisant les invariants J_2 et J_3 de degrés 2 et 3 du tenseur déviatorique des contraintes et il se présente comme suit :

$$f(J_2, J_3) = (3J_2)^3 \left[1 - C \left(\frac{j_3^2}{j_2^3} \right) \right] = \left[1 - \left(\frac{4C}{27} \right) \right] \sigma_u^6 \quad (I.9)$$

Et pour les besoins des calculs la condition de convexité de la surface est satisfaite en prenant le paramètre $C < \frac{9}{4}$; ou C est un paramètre dépendant du matériau.

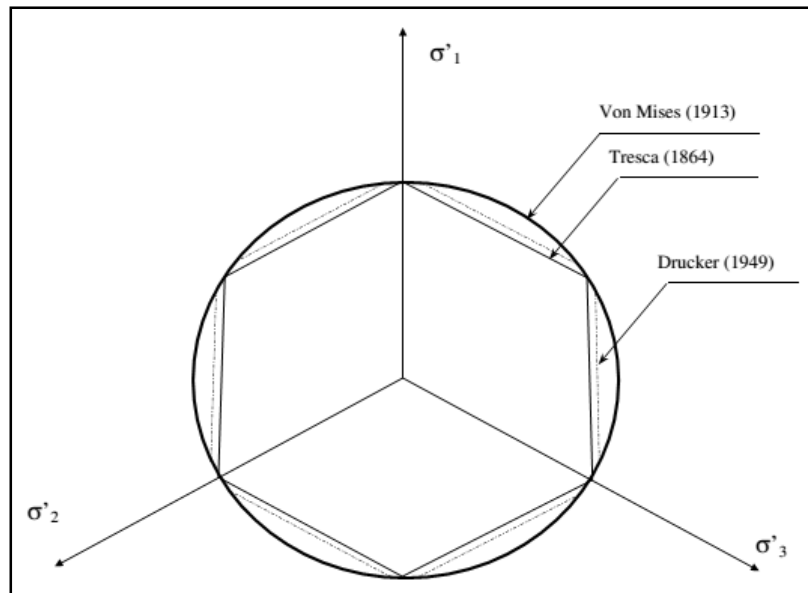


Figure 1.3. Représentation des surfaces de plasticité correspondantes aux critères de Von Mises, Tresca et Drucker dans le plan déviatorique. [16]

I.2.4. Critères de Hosford (1972) et Barlat et Richmond (1987)

Les travaux de Hosford [17] et Barlat et Richmond [18] concernant l'isotropie des tôles métalliques ont fait appel à des expressions de forme non quadratique de la fonction plastique, en effet on retrouve le critère de Hosford sous la forme :

$$F = |\sigma_1 - \sigma_2|^a + |\sigma_2 - \sigma_3|^a + |\sigma_3 - \sigma_1|^a = 2\bar{\sigma}^a \quad (\text{I. 10})$$

Ou

$$F = |S_1 - S_2|^a + |S_2 - S_3|^a + |S_3 - S_1|^a = 2\bar{\sigma}^a \quad (\text{I. 11})$$

Vu que la surface plastique est convexe et symétrique sous hypothèse d'isotropie on obtient aisément le critère de Von Misès pour les valeurs $a = 2$ ou 4 de même le critère de Tresca pour $a=1$ comprises entre les 2 bornes schématisées sur la figure I.3. A noter que tous les critères isotropes sont représentés géométriquement dans le plan du déviateur par des surfaces.

I.3. Critère de plasticité anisotrope

I.3.1. Anisotropie de la tôle

La détermination de l'état d'écoulement plastique d'une tôle est très importante à étudier afin de déterminer les caractéristiques de fiabilité de la tôle lorsqu'elle est mise en service [8].

L'anisotropie obtenue lors de l'opération de laminage est dite orthotrope ; cette dernière est caractérisée par la présence de 03 plans orthogonaux les uns par rapport aux autres représentés par le plan dans la direction de laminage, le plan dans la direction transversale (largeur) et le plan dans la direction dite normale (suivant l'épaisseur de la tôle) [1]

L'évolution instantanée de la contrainte d'écoulement plastique et des propriétés mécaniques pendant la déformation plastique est traitée par des modèles de plasticité et d'écrouissage. L'écoulement plastique peut être décrit à différentes échelles: microscopique ou macroscopique (phénoménologique). Les coefficients d'anisotropies sont calculés à partir des valeurs des essais expérimentaux. [19].

La prédiction du comportement plastique des tôles laminées à grandes déformations est un ingrédient essentiel de tout logiciel d'analyse par éléments finis visant à prédire les distributions de contraintes et de déformations et l'occurrence éventuelle de défauts dans le

formage des tôles. En revanche, du fait de l'épaisseur réduite de ces tôles laminées, les techniques expérimentales disponibles pour leur caractérisation sont rares. [20].

La détermination de l'anisotropie des matériaux s'effectue à travers le paramètre R donné par la formulation suivante :

$$R = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_3} \quad (\text{I. 12})$$

Avec ε_2 la déformation dans le sens de la largeur de la tôle et ε_3 la déformation dans le sens de l'épaisseur.

D'autre part, l'anisotropie plastique est obtenu par la mesure lors de l'essai de traction sur une éprouvette normalisée et est calculée par le biais du rapport de déformation entre la déformation transversale (située dans le sens de la largeur de la tôle) et celle normale (située dans le sens de l'épaisseur de la tôle). Le rapport R calculé est appelé coefficient de Lankford :

$$R = \frac{\varepsilon_2^p}{\varepsilon_3^p} \quad (\text{I. 13})$$

Le coefficient d'anisotropie est fonction de l'orientation de la découpe de l'éprouvette par rapport à la direction de laminage, en effet l'anisotropie peut être transverse ou plane. Dans le cas de l'anisotropie normale appelée aussi isotropie plane, le coefficient d'anisotropie R est certes différent de 1 mais reste constant dans le plan de la tôle. En règle générale le coefficient R est calculé à partir d'essais de traction réalisés sur des éprouvettes prélevées dans les directions 0° , 45° et 90° par rapport à la direction de laminage. [21]

Le calcul du coefficient d'anisotropie moyenne R_{moy} dans le plan de la tôle est formulé comme suit :

$$\bar{R} = \frac{R_0 + 2R_{45} + R_{90}}{4} \quad (\text{I. 14})$$

En outre le calcul du coefficient d'anisotropie plane R est représenté par un indicateur d'anisotropie ΔR donnée par :

$$\Delta R = \frac{R_0 + R_{90} - 2R_{45}}{4} \quad (\text{I. 15})$$

A noter que l'anisotropie $R = \frac{\dot{\varepsilon}_2^p}{\dot{\varepsilon}_3^p}$ calculée par le rapport des vitesses de déformations suivant les directions transversales et normales par rapport à la direction de laminage dans le plan de la tôle varie en fonction de l'effort appliqué et qu'elle diffère du coefficient de Lankford R beaucoup plus utilisé dans la modélisation du comportement plastique.

Par conséquent on retient que le coefficient d'anisotropie plastique ou coefficient de Lankford $r(\theta)$ dont la détermination est indispensable pour l'identification du comportement des matériaux, est calculé par le rapport des vitesses de déformation plastique mesurées sur une éprouvette de traction uniaxiale dans le sens de la largeur ε_{22} et à travers l'épaisseur ε_{33}

Entre autre, le coefficient d'anisotropie est tributaire de l'angle θ dans le cas où l'essai de traction simple appliqué sur une éprouvette, est dirigée d'un angle θ par rapport à l'orientation de référence d'anisotropie :

$$r(\theta) = \frac{d\varepsilon_{22}}{d\varepsilon_{33}} \quad (\text{I.16})$$

En cas général, les incréments de déformation doivent être exprimés dans le repère d'anisotropie, et par conséquent l'expression pour $r(\theta)$ (équation (I.16)) est réécrite sous la forme :

$$r(\theta) = \frac{d\varepsilon_{xx}\sin^2\theta + d\varepsilon_{yy}\cos^2\theta - 2d\varepsilon_{xy}\sin\theta\cos\theta}{d\varepsilon_{zz}} \quad (\text{I.17})$$

Les contraintes dans ce repère s'écrivent :

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{xx} = \sigma_1 \cos^2\theta \\ \sigma_{yy} = \sigma_1 \sin^2\theta \\ \sigma_{xy} = \sigma_1 \sin\theta \cos\theta \end{array} \right\} \quad (\text{I.18})$$

I.3.2. Critère anisotrope de Hill (1948)

En 1948, Hill [22] a proposé un critère anisotrope de forme quadratique basé sur les 03 axes orthotropes x, y et z et en intégrant six paramètres anisotropes F, G, H, L, M et N.

$$2f(\sigma) = \sqrt{F(\sigma_{yy} - \sigma_{zz})^2 + G(\sigma_{zz} - \sigma_{xx})^2 + H(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + 2L\sigma_{yz}^2 + 2M\sigma_{zx}^2 + 2N\sigma_{xy}^2} = 1 \quad (\text{I.19})$$

Le critère de Hill devient dans le cas d'un état de contrainte plane ($\sigma_x, \sigma_y, \sigma_{xy}$) dans le plan (x,y) :

$$2f(\sigma_{ij}) = (G + H)\sigma_{xx}^2 - 2H\sigma_{xx}\sigma_{yy} + (F + H)\sigma_{yy}^2 + 2N\sigma_{xy}^2 = 1 \quad (I.20)$$

Les paramètres F, G, H, L, M et N. sont calculés à partir d'essais de traction effectués sur des éprouvettes prélevées à $0^\circ, 45^\circ$ et 90° .

On note que pour le critère de Hill⁴⁸, il est fait appel aux contraintes principales σ_1 et σ_2 pour l'isotropie transverse, sa formulation devient ainsi :

$$\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + R(\sigma_1 - \sigma_2)^2 = (1 + R)R_c^2 \quad (I.21)$$

Ou :

$$(1 + 2R)\left(\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{R_c}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_1 + \sigma_2}{R_c}\right)^2 = 2(1 + R) \quad (I.22)$$

D'un point de vue géométrique, les relations (I.21) et (I.22) sont des ellipses dont l'amplitude des axes sont fonctions du coefficient d'anisotropie.

Par ailleurs, des relations entre les coefficients de Hill sont établies lors de l'anisotropie l'isotropie transverse, et s'expriment par :

$$F = G \text{ et } N = G + 2H$$

Le cas particulier de l'anisotropie transverse se distingue par une anisotropie normale représentant le coefficient de Lankford, typique de l'alliage Al6061T4 qui a un coefficient d'anisotropie normale $R = 0.64$.

Des relation sont établies entre les coefficients de Lankford r et les coefficients de Hill F, G, H et N et représentées par les formulations comme suit:

:

$$r_0 = \frac{H}{G} ; r_{45} = \frac{2N - (F + G)}{2(F + G)} ; r_{90} = \frac{H}{F} \quad (I.23)$$

Soit en inversant les relations :

$$H = \frac{r_0}{(1 + r_0)} ; G = \frac{1}{1 + r_0} ; F = \frac{r_0}{r_{90}(1 + r_0)} ; N = \frac{(r_0 + r_{90})(2r_{45} + 1)}{2r_{90}(1 + r_0)} \quad (I.24)$$

Par conséquent, les coefficients de Hill peuvent être calculés à partir des trois coefficients de Lankford.

Néanmoins, il est constaté d'après de nombreux travaux et en se focalisant sur l'analyse des valeurs d'anisotropie, que les coefficients de Lankford sont variables et tributaires du taux de déformation; c'est ainsi qu'il est préférable de fixer la déformation à un seuil précis déformation plastique équivalente comprise entre 0.002 et 0.16 [23] et la prendre comme référence afin de calculer les coefficients de Lankford et par la même les coefficients d'anisotropies F, G, H et N.

I.3.3. Autre méthode de détermination des paramètres d'anisotropie de Hill'48

Mis à part la méthode de détermination des paramètres d'anisotropie par les coefficients de Lankford, les coefficients de Hill peuvent être identifiés autrement par une méthode présentée [24], en exploitant les résultats des quatre courbes de référence obtenues via des essais de traction uniaxiaux réalisés sur des éprouvettes prélevées dans les directions 0°, 30°, 45° et 90° par rapport à la direction de laminage

A noter que pour la détermination des coefficients d'anisotropie de Hill, les laboratoires de recherche substituent l'essai de traction effectué à 30° à l'essai de cisaillement ou à l'essai de traction équi-biaxiale dans les directions 0° et 90°. Ainsi on obtient :

$$\begin{cases} \sigma_{xx} = \sigma_1 \cos^2 \alpha \\ \sigma_{yy} = \sigma_1 \sin^2 \alpha \\ \sigma_{xy} = \sigma_1 \sin \alpha \cos \alpha \end{cases} \quad (I.25)$$

$$2f(\sigma) = \sqrt{(G + H)\sigma_{xx}^2 - 2H\sigma_{xx}\sigma_{yy} + (F + H)\sigma_{yy}^2 + 2N\sigma_{xy}^2} = 1 \quad (I.26)$$

En traction uniaxiale et dans le plan de la tôle la limite élastique évolue comme suit :

$$\sigma(\alpha) = [F \sin^2 \alpha + G \cos^2 \alpha + H + (2N - F - G - 4H) \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha]^{-\frac{1}{2}} \quad (I.27)$$

D'autre part, pour un essai de traction uniaxiale réalisé suivant la direction de laminage ($\alpha=0^\circ$), et en s'aidant de l'expression (I.27), les relations suivantes sont déduites :

$$(\sigma_0)^{-2} = (G + H) \quad (I.28)$$

Avec σ_0 : la contrainte d'écoulement dans la direction de laminage.

De façon analogue,

$$(\sigma_{30})^{-2} = \frac{F + 9G + 4H + 6N}{16} \quad (\text{I. 29})$$

En référence par rapport au sens de laminage, σ_{30} est la contrainte d'écoulement obtenue à 30° . De même σ_{45} est donné par :

$$(\sigma_{45})^{-2} = \frac{F + G + 2N}{4} \quad (\text{I. 30})$$

Avec σ_{45} la contrainte d'écoulement à 45° .

Finalement, en référence par rapport au sens de laminage, σ_{90} est la contrainte d'écoulement dans la direction transverse obtenue à $\alpha=90^\circ$:

:

$$(\sigma_{90})^{-2} = (F + H) \quad (\text{I. 31})$$

Dans le cas ou la contrainte d'écoulement plastique en traction uniaxiale suivant la direction 0° est égale à la contrainte équivalente, on obtient:

$$(G + H) = 1 \quad (\text{I. 32})$$

Par ailleurs, et dans ce cas ou la direction de référence est assimilée à l'orientation à 0^0 , et en exploitant les résultats issus des quatre essais de traction, les trois coefficients indépendants restants, sont déduits aisément à partir des équations (I. 31) et (I. 32) :

$$\begin{aligned} \frac{\sigma_{90}}{\sigma_0} &= \sqrt{\frac{G + H}{F + H}} \\ \frac{\sigma_{45}}{\sigma_0} &= \sqrt{\frac{4(G + H)}{F + G + 2N}} \\ \frac{\sigma_{30}}{\sigma_0} &= \sqrt{\frac{16(G + H)}{F + 9G + 4H + 6N}} \end{aligned} \quad (\text{I. 33})$$

I.3.4. Critère non quadratique de Hill (1979)

Le critère non quadratique de Hill établit en 1979 [25] stipule la condition sine qua non que les directions des contraintes principales se superposent avec les directions orthotropes ce

critère répond au besoin d'identifier le comportement dit (anormal) de l'aluminium, il s'écrit comme suit :

$$f|\sigma_2 - \sigma_3|^m + g|\sigma_3 - \sigma_1|^m + h|\sigma_1 - \sigma_2|^m + a|2\sigma_1 - \sigma_2 - \sigma_3|^m + b|2\sigma_2 - \sigma_1 - \sigma_3|^m + c|2\sigma_3 - \sigma_1 - \sigma_2|^m = \bar{\sigma}^m \quad (\text{I. 34})$$

L'identification des paramètres a,b,c,f,g,h se fait par le calcul des contraintes d'écoulement et des coefficients d'anisotropie. Dans certains cas particuliers de l'état de contrainte plane, le critère de Hill'79 peut être utilisé, notamment dans les deux cas du critère de Hosford (1972) pour une anisotropie normale qui sont dressés dans le tableau I.1 :

Tableau I.1. Critère de Hill pour des états de contraintes planes particuliers. [25]

<i>pour $a = b = c = 0$ et $f = g$</i>	$ \sigma_1 ^m + \sigma_2 ^m + R \sigma_1 - \sigma_2 ^m = (1 + R)\bar{\sigma}^m$
<i>pour $a = b = f = g = 0$</i>	$(1 + 2R) \left \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{\bar{\sigma}} \right ^m + \left \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{\bar{\sigma}} \right ^m = 2(1 + R)$

La détermination du paramètre m peut se faire expérimentalement par essais de traction uniaxiale et biaxiale, c'est l'exemple du deuxième cas du tableau sus-mentionné I.1 :

$$m = \frac{\ln(2(1 + R))}{\ln(2\alpha_b)} \quad (\text{I. 35})$$

Avec : $\alpha_b = \frac{\sigma_b}{\sigma_u}$;

Par ailleurs, on obtient le critère de Hill (1948) pour la valeur m égale à 2.

I.3.5. Critère non quadratique de Hill (1990)

En 1990 Hill [26] a proposé un critère non quadratique en faisant intervenir les contraintes principales (σ_1, σ_2) et leurs directions vis-à-vis des axes orthotropes $\alpha = (x, 1) = (y, 2)$. Ce critère s'exprime sous la forme :

$$\begin{aligned} & |\sigma_1 + \sigma_2|^m + \left(\frac{\sigma_b}{\tau}\right)^m |\sigma_1 - \sigma_2|^m \\ & + |\sigma_1^2 + \sigma_2^2|^{\frac{m}{2}-1} [-2a(\sigma_1^2 - \sigma_2^2) + b(\sigma_1 - \sigma_2)^2 \cos 2\alpha] \cos 2\alpha \\ & = (2\sigma_b)^m \end{aligned} \quad (\text{I. 36})$$

Le deuxième cas du modèle de Hill (1979) présenté dans le tableau I.1. représente la surface pour l'orientation $\alpha = 45^\circ$, décrite par les deux premiers termes dans l'équation (I.36) et où l'exposant m et les paramètres a et b caractérisent l'anisotropie.

Les limites élastiques $(\sigma_0, \sigma_{45}, \sigma_{90})$ issues des essais de traction peuvent être utilisées pour calculer les paramètres d'anisotropie plane a et b , de même pour les coefficients d'anisotropie (R_0, R_{90}) .

I.3.6. Critère de Ferron et al. (1994)

Ferron et al [11], a proposé un critère en fonction de coordonnées polaires en formulation paramétrique. La fonction $g(\theta)$ de Ferron en fonction de l'angle polaire dans le cas de l'isotropie transverse (normale) (figure 1.5) s'exprime sous la forme :

$$(1 - k)g(\theta)^{-6} = F(\theta) = (\cos^2\theta + A\sin^2\theta)^3 - k\cos^2\theta(\cos^2\theta - B\sin^2\theta)^2 \quad (I.37)$$

L'extension au cas de l'anisotropie transverse (plane) est donnée par :

$$(1 - k)^{\frac{m}{6}}g(\theta, \alpha)^{-m} = F(\theta)^{\frac{m}{6}} - 2a\sin\theta\cos^{2n-1}\theta\cos 2\alpha + b\sin^{2p}\theta\cos^{2q}2\alpha \quad (I.38)$$

De façon équivalente, la fonction de charge peut être exprimée sous la forme :

$$f = \varphi(x_1, x_2, \alpha) - \bar{\sigma} \quad (I.39)$$

Ou

$$x_1 = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2}, x_2 = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \text{ et } \varphi(x_1, x_2, \alpha) \quad (I.40)$$

La surface de charge $\varphi(x_1, x_2, \alpha)$ est définie par :

$$\varphi(x_1, x_2, \alpha) = \left\{ \begin{aligned} & \left[\frac{(x_1^2 + Ax_2^2)^3 - kx_1^2(x_1^2 - Bx_2^2)^2}{1 - k} \right]^{\frac{m}{6}} \\ & - \frac{2a}{(1 - k)^{\frac{m}{6}}} \frac{x_2x_1^{2n-1}}{(x_1^2 + x_2^2)^{n-\frac{m}{2}}} \cos 2\alpha \\ & + \frac{b}{(1 - k)^{\frac{m}{6}}} \frac{x_1^{2p}}{(x_1^2 + x_2^2)^{p-\frac{m}{2}}} \cos^{2q} 2\alpha \end{aligned} \right\}^{\frac{1}{m}} \quad (I.41)$$

L'équation (I.41) définit une surface de plasticité qui coïncide avec un développement du critère isotrope de Drucker dans le cas de figure de l'anisotropie normale ($A = 3$, $B = 9$ et $k = 4 C/27$).

Les exposants m (réel positif), les paramètres a et b , ainsi que n , p et q (entiers positifs) interviennent lors de l'extension du critère au cas de l'anisotropie plane. On retrouve alors le critère de Hill (1948) quadratique avec $m=2$, $n=p=q=1$ et $k=0$.

Des travaux d'extension du critère ont été effectués par Moreira et Ferron, [27] en 2004 au niveau tridimensionnel, en vue de réaliser des simulations numériques et d'analyser le degré de précision du critère, en introduisant la contrainte normale σ_{zz} et les contraintes de cisaillement hors plan σ_{xz} et σ_{yz} de la manière suivante : en supposant que l'écoulement plastique est indépendant de la pression hydrostatique, l'effet de la contrainte normale σ_{zz} est pris en compte en remplaçant σ_{xx} et σ_{yy} dans la description en contraintes planes par $(\sigma_{xx} - \sigma_{zz})$ et $(\sigma_{yy} - \sigma_{zz})$ respectivement. La version 3D de la fonction de charge est ensuite exprimée sous la forme :

$$f = \Phi(x_1, x_2, \alpha, \sigma_{xz}, \sigma_{yz}) - \bar{\sigma} \quad (\text{I. 42})$$

$$\text{Avec :} \quad \Phi(x_1, x_2, \alpha, \sigma_{xz}, \sigma_{yz}) = \sqrt{\psi^2(x_1, x_2, \alpha)} + \beta \sigma_{xz}^2 + \gamma \sigma_{yz}^2 \quad (\text{I. 43})$$

I.3.7. Critère de Budiansky (1984)

La surface plastique dans le cas d'une anisotropie normale décrit par le critère de Budiansky [28] est défini de façon générale. Dans le plan de la tôle les directions orthotropes sont indéterminées. Les points situés sur la surface de plasticité de Budiansky sont définis en coordonnées polaires par :

$$\frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2\sigma_b} = g(\theta)\cos\theta ; \quad \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2\tau} = g(\theta)\sin\theta \quad (\text{I. 44})$$

Où τ et σ_b sont respectivement la limite élastique en cisaillement pur et en traction équi-biaxiale, $g(\theta)$ est le rayon polaire et θ est l'angle polaire mesuré par rapport à l'axe des abscisses $\frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2\sigma_b}$

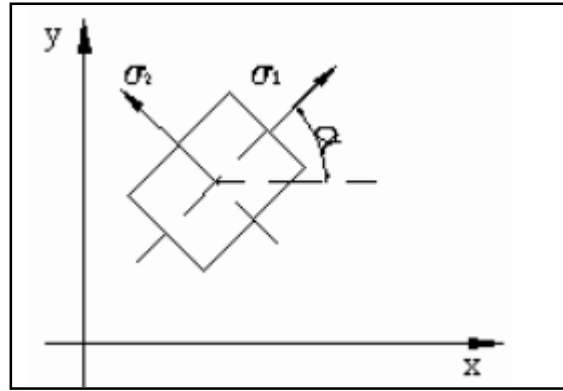


Figure I.4. Répartition des contraintes σ_1 et σ_2 dans le plan des contraintes. [11]

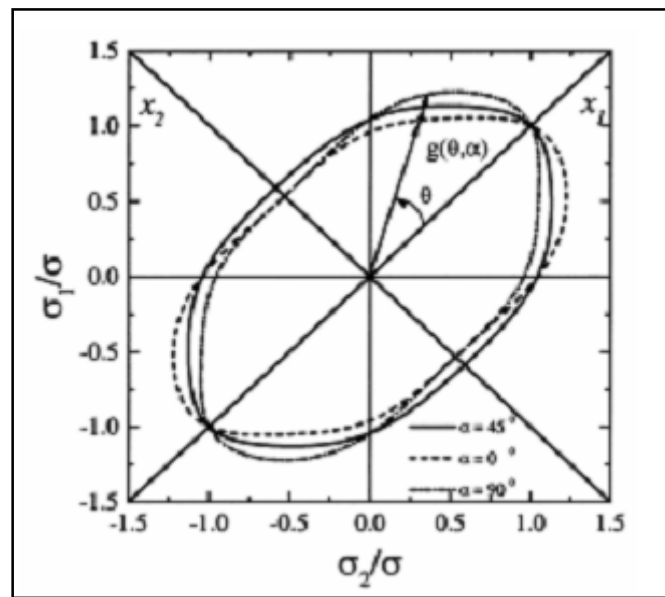


Figure I.5. Tracé de la fonction seuil $g(\theta)$ dans le plan des contraintes normalisées. [11]

I.3.8. Critère plastique anisotrope de Barlat (1991,1997)

En vue de décrire mathématiquement l'anisotropie plastique, Barlat et al. [7], [29] et Karafillis et Boyce [30] ont approché le comportement plastique d'alliages d'aluminium à travers des développements mathématiques qui s'appuient sur une transformation linéaire du tenseur des contraintes, définie par : $S = L\sigma$

La fonction de charge à exposants non entiers, en fonction des composantes du tenseur S s'écrit par exemple [29] :

$$\varphi = \alpha_x |S_y - S_z|^a + \alpha_y |S_z - S_x|^a + \alpha_z |S_x - S_y|^a = 2\bar{\sigma}^a \quad (\text{I.36})$$

I.3.9. Critère plastique anisotrope de Banabic

Banabic et al. [31] ont également travaillé sur l'anisotropie en présentant un critère avec la contrainte équivalente $\bar{\sigma}$ définie par :

$$\bar{\sigma} = [a(\Gamma + \psi)^{2k} + a(\Gamma - \psi)^{2k} + (1 - a)(2\psi)^{2k}]^{\frac{1}{2k}} \quad (\text{I.37})$$

Avec :

$$\Gamma = M\sigma_{11} + N\sigma_{22} \quad (\text{I.38})$$

$$\psi = \sqrt{(P\sigma_{11} - Q\sigma_{22})^2 + R^2\sigma_{11}\sigma_{22}} \quad (\text{I.39})$$

D'autres études sur le comportement anisotrope plastique des matériaux en général et des métaux en particulier, ont été effectuées par la communauté des scientifiques qui ont proposé plusieurs modèles de la fonction plastique, certains plus pertinents que d'autres c'est le cas entre autres des travaux de [32], [33], [34] qui traitent l'anisotropie plastique en tenant compte du comportement anormal des alliages d'aluminium.

D'autres critères plastiques plus performants en terme de précision de la prévision du comportement des tôles métalliques et dont les résultats se rapprochent le plus des résultats de l'expérimental ont été proposés par [34] qui suggère un critère plastique pour un état de contraintes plan orthotrope

De plus en plus de spécificités ont été intégrées dans les critères plastiques afin de décrire le comportement anisotrope. C'est le cas de Logan et Hosford [35] qui ont proposé un modèle plastique anisotrope, qui est un cas particulier du critère non quadratique de Hill'79 et qui se présente comme le mieux adapté pour des matériaux isotropes transverses.

De même les travaux de Hosford [36] pour le cas plastique non quadratique anisotrope a conduit aux investigations de fonctions plastiques avec des états de contraintes plus complexes c'est le cas des travaux de nombreux chercheurs qui travaillaient sur le développement de modèles plus performants et précis tels que les travaux de Banabic et al en 2000 [37] ainsi que la contribution de Bassani [38].

I.4. Critères avancés de plasticité anisotrope:

Depuis une vingtaine d'années, la modélisation du comportement anisotrope des matériaux a connu un essor considérable. Afin de bien décrire le comportement des matériaux, une panoplie de critères a été proposée. Ces critères sont généralistes c'est-à-dire qu'ils décrivent aussi bien le comportement anisotrope des alliages d'aluminium, que celui des aciers, mais aussi des alliages de magnésium (structure HCP). Les nouveaux critères plastiques intègrent un grand nombre de coefficients (généralement au moins 8 coefficients). De ce fait, ils sont capables de donner une analyse descriptive précise de la surface plastique et suivre les variations planes de la limite d'écoulement uniaxiale et du coefficient d'anisotropie plastique

I.4.1. Critère plastique anisotrope de Barlat 2000

En plus du critère avancé de Barlat cité dans [32], et qui fut précurseur dans ce domaine et concerne l'état de contraintes planes, nombreux scientifiques ont apporté leurs contribution à travers des modèles de calculs de la fonction plastique par des méthodes avancées ; parmi lesquels on cite les modèles de Banabic–Balan–Comsa (BBC) ,modèle de Cazacu-Barlat, modèle de Vegter, critère de Hu, critère de Wang, critère de Comsa, critère de Soare, critère de BBC 2005.

I.4.2. Modèle d'anisotropie plastique avancé de Banabic–Balan–Comsa (BBC 2000) :

La première formulation du critère plastique a été proposée par Banabic et al [31].

$$\bar{\sigma} = [a(b\Gamma + c\psi)^{2k} + a(b\Gamma - c\psi)^{2k} + (1 - a)(2c\psi)^{2k}]^{\frac{1}{2k}} \quad (I.40)$$

Les chercheurs ont réussi à développer un critère d'écoulement plastique flexible en ajoutant des coefficients au modèle isotrope proposée par Hershey. Le modèle ainsi obtenu est appelé modèle de Banabic et notée BBC 2000 [33] .

La dernière version comporte un nombre de 8 coefficients, par conséquent sa procédure d'identification utilise 8 paramètres mécaniques (3 contraintes d'écoulement plastique uniaxiales, 3 coefficients d'anisotropie uniaxiale, la contrainte d'écoulement plastique biaxiale et le coefficient d'anisotropie plastique biaxial .

Une amélioration de ce critère a été également proposée par Banabic et al [39], pour tenir compte d'un paramètre mécanique supplémentaire, à savoir le coefficient d'anisotropie

biaxiale. La nouvelle formulation est donnée par :

$$\bar{\sigma} = [a(\Gamma + \psi)^{2k} + a(\Gamma - \psi)^{2k} + (1 - a)(2\Lambda)^{2k}]^{\frac{1}{2k}} \quad (\text{I. 41})$$

Les huit autres paramètres sont déterminés de telle sorte que le modèle reproduit les caractéristiques expérimentales de la tôle orthotrope aussi bien que possible, à savoir, σ_0 , σ_{45} , σ_{90} , σ_b , r_0 , r_{45} , r_{90} et. Il est possible d'obtenir la valeur de ces paramètres en résolvant un ensemble de huit équations non-linéaires.

Pour la minimisation numérique, la méthode du simplex de descente proposée par. Nelder et Mead [40] a été adoptée parce qu'il n'est pas nécessaire d'évaluer les gradients. La procédure d'identification peut également utiliser un nombre réduit de paramètres mécaniques (2, 4, 5, 6 ou 7), Aretz [41] a également travaillé sur une version améliorée du modèle BBC 2003. Barlat et al. [42] ont montré que la BBC 2003 et Barlat 2000 sont identiques ; cependant il faut noter que les procédures de développement adoptées par les auteurs diffèrent c'est à dire les modèles BBC ont émergé d'une manière classique en ajoutant des coefficients à la formulation de Hershey, tandis que Barlat 2000 utilisait deux transformations linéaires. Les avantages les plus importants de ces modèles sont :

- Formulation simple de la fonction plastique
- Le modèle décrit avec précision la distribution plane de la contrainte d'écoulement et du coefficient d'anisotropie

I.4.3. Critère avancé de Cazacu–Barlat (CB)

Le critère avancé de Cazacu–Barlat (CB) est une méthode basée sur les fonctions tensorielles utilisant les invariants déviatoriques J2 et J3. Elle a été proposée par Cazacu et. Barlat [43] et permet d'introduire l'orthotropie dans l'expression d'un critère isotrope.

Cazacu et Barlat [44] ont également appliqué le critère pour le cas isotrope transverse dans Les expressions générales des invariants.

I.4.4. Critère plastique anisotrope de forme polynomiale

En 1950, Hill [45] a proposé une formulation générale d'un modèle plastique anisotrope pour un état de contrainte planes. Ce critère ayant l'expression polynomiale définie par :

$$f = \sum_{i,j,k} A_{ijk} \sigma_{11}^i \sigma_{22}^j \sigma_{12}^{2k} \quad (\text{I. 42})$$

Gotoh [34] a réussi à appliquer cette idée dans les années 1970 en développant une fonction de charge polynomiale de quatrième degré.

I.4.5. Présentation du modèle anisotrope de Barlat 2003 (Yld2000-2d) :

Une nouvelle fonction plastique correspondant à un état de contraintes planes qui décrit bien le comportement anisotrope des tôles en métaux, en particulier, et les tôles en alliage d'aluminium, a été proposée.

L'anisotropie de la fonction plastique a été introduite dans la formulation en utilisant deux transformations linéaires sur le tenseur de contraintes de Cauchy.

. Il a été démontré que la précision de cette nouvelle fonction était similaire à celle d'autres chercheurs qui ont proposé des modèles de fonction plastique non quadratique. En outre, il a été prouvé que la fonction plastique proposée par Barlat (Yld 2000-2d) est convexe dans l'espace de contraintes.

En outre une nouvelle expérience a été proposée dans l'expression de la fonction plastique de Barlat pour obtenir l'un des coefficients d'anisotropie. Cette nouvelle formulation devrait être particulièrement adaptée à la modélisation et à la simulation par éléments finis (FE) des processus de formage de tôles en d'alliage d'aluminium.

Des modèles plastiques ont été développés par de nombreux chercheurs parmi lesquels Hill dans [22, 25, 26, 45] pour décrire l'anisotropie plastique des tôles métalliques, ainsi que Barlat [46] et Banabic [47]

Parmi ces modèles, certains étaient particulièrement destinées aux tôles d'alliage d'aluminium Barlat et Lian, 1989 dans [48] ; Barlat et al [7]; Yoon et al, [49] ; Barlat et al, [46].

Les critères de plasticité anisotrope sont représentés aussi par le concept de potentiel de déformation plastique qui peut décrire l'anisotropie plastique, cette approche est citée dans les travaux de Hill [50] ; Barlat et al [51] et Barlat et Chung, [52].

Les critères (modèles) mentionnées ci-dessus ont été mis en œuvre dans certains codes d'éléments finis (EF) pour simuler les processus de formage de tôles c'est le cas de Chung et Shah [53] par la suite Yoon [54] ainsi que Tucu et Neale [55]; Inal et al en 2000 dans [56] et

Worswick et Finn [57]. Bien que des problèmes théoriques existent en particulier en ce qui concerne la rotation et la distorsion du repère de référence anisotropique initial [55], les hypothèses raisonnables ont conduit à des simulations de processus de formage très réussies grâce à Yoon et al [54].

Aussi le critère de Barlat (Yld96) est considéré par de nombreux chercheurs comme l'un des critères de plasticité anisotrope le plus précis, en effet la description de la fonction plastique de l'aluminium et de ses alliages par le biais du critère Yld96 a été citée par Lademo et al [59].

D'autre part le critère de Barlat 1997a,b énoncé dans [59] et [46] prend en considération sept paramètres dans la condition de contrainte plane. Ces paramètres peuvent être calculés à partir des contraintes d'écoulement plastique uniaxiales dans les directions 0° , 45° , 90° , et les valeurs d'anisotropies r_0 , r_{45} et r_{90} (rapport de déformation) de la largeur par rapport à l'épaisseur en essai de traction uniaxiale, mesurées à 0° , 45° et 90° par rapport au sens de laminage, et σ_b la contrainte d'écoulement biaxiale équilibrée mesurée avec le test de gonflement. Il y a trois problèmes associés à Yld96 en ce qui concerne les simulations (FE). Il n'y a aucune preuve de convexité, ce qui est une exigence importante dans les simulations numériques pour assurer l'unicité d'une solution.

Les dérivés sont difficiles à obtenir analytiquement, ce qui est encore une fois gênant. Pour les simulations FE la mise en œuvre des contraintes planes dans les codes FE ne fournit pas de problèmes particuliers. et conduit à de bons résultats de simulation. Cependant, pour les états tridimensionnels de contraintes, certains problèmes numériques pourraient être difficiles à résoudre c'est le cas de Becker [60] et Szabo, [61] en raison de la complexité relative de la formulation Yld96,

I.4.6.Considérations générales :

Si une fonction isotrope est convexe par rapport aux contraintes principales, alors cette fonction est également convexe par rapport aux composants de tenseur de contrainte exprimés suivant tout axe.

De ce fait, soit Φ_1 et Φ_2 deux fonctions isotropes convexes par rapport aux trois contraintes principales et par conséquent, convexe aussi par rapport aux six composants du tenseur de contraintes exprimés suivant tout axe du matériau.

$$\Phi_1 = |s_1 - s_2|^a + |s_2 - s_3|^a + |s_3 - s_1|^a = 2s \quad (\text{I.43})$$

$$\Phi_2 = |s_1|^a + |s_2|^a + |s_3|^a = \frac{2^a + 2}{3^a} \bar{\sigma}^a \quad (\text{I.44})$$

Dans les équations (I.43) et (I.44), $\bar{\sigma}$ est la contrainte équivalente (effective), « a » est un coefficient du matériau, et s_1, s_2, s_3 sont les valeurs principales des déviateurs de tenseur de contraintes. Le critère de plasticité introduit par Hershey [62] et Hosford [6], est particulièrement approprié à prendre en compte pour la structure cristalline (bcc, fcc) d'un matériau isotrope. Cette fonction a été étendue à l'anisotropie orthotrope en utilisant une transformation linéaire du tenseur de contrainte de Cauchy [7].

$$s' = L\sigma \quad (\text{I.45})$$

Les valeurs principales du tenseur des déviateurs transformés s' sont utilisées à la place des valeurs déviatoriques s_1, s_2, s_3 dans les équations. (I.43) et (I.44) pour obtenir des fonctions de plasticité anisotrope. Cette action est possible étant donné qu'une transformation linéaire des contraintes n'affecte pas la convexité des fonctions anisotropes selon Rockafellar [63] ; d'autre part, en 1993 Karafillis et Boyce [30] ont utilisé une combinaison des fonctions Φ_1 et Φ_2 pour aboutir à une fonction plastique Φ_3 comme fonction alternative de plasticité.

$$\Phi_3 = (1 - c)\Phi_1 + c \frac{3^a}{2^{a-1} + 1} \Phi_2 = 2\bar{\sigma}^a \quad (\text{I.46})$$

Ou c : est un coefficient. Toutes ces fonctions de plasticité anisotrope citées ci-dessus sont convexes lorsqu'elles sont utilisées avec le déviateur transformé s' , entre autre Karafillis et Boyce [30] ont montré que le tenseur L peut tenir compte de la symétrie du matériau. Pour un matériau orthotrope, en représentation 6X6, on obtient L égale à

$$L = \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} & L_{13} & 0 & 0 & 0 \\ L_{21} & L_{22} & L_{23} & 0 & 0 & 0 \\ L_{31} & L_{32} & L_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & L_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & L_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L_{66} \end{bmatrix} \quad (\text{I.47})$$

Cependant, afin d'assurer l'insensibilité à la pression hydrostatique, Karafillis et Boyce utilisent les trois conditions (pour $k=1, 2$ et 3)

$$L_{1K} + L_{2K} + L_{3K} = 0 \quad (\text{I.48})$$

Comme en plus, ils supposaient la symétrie diagonale pour L , ils n'en avaient que six. paramètres disponibles et quatre pour un état de contraintes planes, avec le coefficient isotropie c . les critères plastiques cités précédemment présentent une insuffisance en terme de paramètres d'anisotropie, c'est la raison pour laquelle la fonction plastique Yld96 a été développée car elle présente sept paramètres d'anisotropies $\sigma_0, \sigma_{45}, \sigma_{90}, r_0, r_{45}, r_{90}$ et σ_b . Toutefois, Yld96 n'a pas été calculée à partir d'une transformation linéaire de la manière décrite ci-dessus, et aussi la convexité n'a pas pu être prouvée. En général, une fonction de plasticité écrite en termes du tenseur de contraintes déviatoriques remplit la condition d'insensibilité à la pression hydrostatique. Par conséquent, une autre transformation linéaire pourrait être envisagée : $X = C \cdot s$

où s est le tenseur de contrainte déviatorique et X le tenseur de contrainte linéairement transformé. Puisqu'il y a 5 composants de contrainte déviatoriques indépendants, la transformation linéaire la plus appropriée pour passer d'une matrice de cinq dimensions à six dimensions, en supposant la symétrie orthotrope le long des axes x , y et z , peut être écrite comme suit :

$$\begin{bmatrix} X_{xx} \\ X_{yy} \\ X_{zz} \\ X_{yz} \\ X_{zx} \\ X_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ C_{21} & C_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ C_{31} & C_{32} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \quad (\text{I.49})$$

Cette équation nous donne 9 coefficients indépendants pour le cas général et 7 pour l'état de contraintes planes. Cependant, appliqué aux conditions de contraintes planes, un seul coefficient représenté par (C_{66}) est disponible pour représenter σ_{45} et r_{45} . Par conséquent, cette transformation linéaire présente elle aussi des insuffisances. Une revue exhaustive des théories traitant de l'anisotropie plastique a été donnée par Zyczkowski [64]. Le type de transformations linéaires décrit par l'équation (I.49) a été présenté en premier par Sobotka [66]. De ce fait afin d'introduire plus de coefficients dans la fonction de plasticité anisotrope Cazacu et Barlat (2001) ont proposé une approche générale basée sur la théorie de la représentation des fonctions anisotropes. L'approche restrictive basée sur les transformations linéaires est utilisée, elle permet un traitement beaucoup plus simple de la condition de convexité. La fonction plastique résultante (I.50), est donnée par le contexte de

transformations linéaires et est obtenue en utilisant deux transformations linéaires associés à deux fonctions plastiques. L'idée peut être généralisée à k transformations

$$X^{(k)} = C^{(k)}.s$$

La fonction plastique

$$\varphi_4 = \sum_K \varphi_k(X^{(k)}) = 2\bar{\sigma}^a \quad (I.50)$$

Pour un état de contraintes planes, les fonctions isotropes peuvent être plus simples car il n'y a que deux contraintes principales.

I.4.7. Formulation du Critère de Barlat 2003 (Yld2000–2d).

Les critères plastiques proposés par Hershey et Hosford dans l'équation peuvent être formulés par : $\varphi = \varphi' + \varphi'' = 2\bar{\sigma}^a$ (I.51)

$$\text{Ou : } \varphi' = |S_1 - S_2|^a \text{ et } \varphi'' = |2S_2 + S_1|^a + |2S_1 + S_2|^a \quad (I.52)$$

Pour le cas de l'anisotropie, les transformations linéaires donnent :

$$\begin{bmatrix} X'_{xx} \\ X'_{yy} \\ X'_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C'_{11} & C'_{12} & 0 \\ C'_{21} & C'_{22} & 0 \\ 0 & 0 & C'_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{xx} \\ S_{yy} \\ S_{xy} \end{bmatrix} \quad (I.53)$$

$$\begin{bmatrix} X''_{xx} \\ X''_{yy} \\ X''_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C''_{11} & C''_{12} & 0 \\ C''_{21} & C''_{22} & 0 \\ 0 & 0 & C''_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{xx} \\ S_{yy} \\ S_{xy} \end{bmatrix} \quad (I.54)$$

Ou en utilisant

$$T = \begin{bmatrix} \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & 0 \\ -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (I.55)$$

Ce qui nous donne :

$$X' = C'.s = C'.T.\sigma = L'.\sigma \text{ et } X'' = C''.s = C''.T.\sigma = L''.\sigma \quad (I.56)$$

La fonction d'anisotropie φ' citée dans (I.52) devient :

$$\varphi' = |X'_1 - X'_2|^a \text{ et } \varphi'' = |2X''_2 + X''_1|^a + |2X''_1 + X''_2|^a \quad (I.57)$$

D'autre part et afin de faciliter les calculs des paramètres d'anisotropie, le critère de Barlat 2003 (Yld2000-2d) utilise les expressions de L et L' sous la forme suivante :

$$\begin{bmatrix} L'_{11} \\ L'_{12} \\ L'_{21} \\ L'_{22} \\ L'_{66} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2}{3} & 0 & 0 \\ -\frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{3} & 0 \\ 0 & \frac{2}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_7 \end{bmatrix} \quad (I.58)$$

$$\begin{bmatrix} L'_{11} \\ L'_{12} \\ L'_{21} \\ L'_{22} \\ L'_{66} \end{bmatrix} = \frac{1}{9} \begin{bmatrix} -2 & 2 & 8 & -2 & 0 \\ 1 & -4 & -4 & 4 & 0 \\ 4 & -4 & -4 & 1 & 0 \\ -2 & 8 & 2 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_3 \\ \alpha_4 \\ \alpha_5 \\ \alpha_6 \\ \alpha_8 \end{bmatrix} \quad (I.59)$$

Où tous les coefficients indépendants k (pour k allant de 1 à 8) se réduisent à 1 dans le cas isotrope. Seuls sept coefficients sont nécessaires pour tenir compte des sept données d'entrée mentionnées ci-dessus.

I.4.8. Validation du critère anisotrope de Barlat (Yld2000-2d)

Pour valider son modèle et montrer la flexibilité de sa formulation Barlat a procédé à expérimenter un alliage d'aluminium binaire contenant 2,5 % en poids de magnésium (Mg). L'alliage est un matériau monophasé, c'est-à-dire un polycristal idéal. La surface plastique de cet échantillon a été mesurée (Barlat et al., 1997b) en utilisant la méthode d'essai mise au point par Tozawa et Nakamura [66] et Tosawa [67]. Les figures des pôles (111) et (200) ont été obtenues à l'aide de techniques de diffraction par rayons X dont on a dérivé la distribution des orientations des grains. A l'aide d'outils mathématiques standard utilisés par Bunge, [68]. Cette texture cristallographique a été utilisée par Taylor (1938), Bishop et Hill en 1951 dans le modèle polycristallin dit (TBH) pour calculer la surface plastique des contraintes planes.

Pour la modélisation phénoménologique de la surface plastique à l'aide de Yld2000-2d, les contraintes d'écoulement uniaxiales normalisées à 0, 45 et 90 par rapport à la direction du laminage sont déterminées et la contrainte d'écoulement biaxiale est supposée égale à 1.

I.5. Evaluation des critères plastiques

Les performances des critères plastiques peuvent être évaluées par des comparaisons approfondies avec des données expérimentales. Ces comparaisons ne devraient pas se limiter à l'analyse de la forme des surfaces de plasticité ; Ils devraient également envisager les distributions planes de la limite d'écoulement uniaxial et du coefficient d'anisotropie uniaxiale plastique. Afin d'avoir un outil d'évaluation complet, les membres de l'équipe de recherche CERTETA ont développé un indice de précision global défini par Cosovici [69], Paraianu [70] et Paraianu et al [71] comme suit :

$$\beta = \varphi + \delta + \gamma [\%] \quad (\text{I. 60})$$

Où: φ est un indice de précision associé à la prédiction de la forme de la surface plastique.

Dans le plan des contraintes principales; δ est l'indice de précision associé à la prédiction de la distribution plane de la limite d'écoulement uniaxial; γ est l'indice de précision associé à la prédiction de la distribution plane du coefficient d'anisotropie plastique uniaxiale.

ϕ est calculée en utilisant la formule

$$\varphi = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^n d^2(P_i, Q_i)}}{Y} 100[\%] \quad (\text{I. 61})$$

$$\delta = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\sigma_{\theta_i}^{exp} - \sigma_{\theta_i}^t}{\sigma_{\theta_i}^{exp}} \right)^2} 100[\%] \quad (\text{I. 62})$$

$$\gamma = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{r_{\theta_i}^{exp} - r_{\theta_i}^t}{r_{\theta_i}^{exp}} \right)^2} 100[\%] \quad (\text{I. 63})$$

I.6. Méthodes utilisées pour transformer les formulations isotropes en formulations anisotropes:

Plusieurs méthodes sont utilisées pour transformer les formulations isotropes en formulations anisotropes parmi lesquelles on cite :

- Utilisation de transformations linéaires: Barlat 1991 et Karafillis-Boyce [30]
- Inclusion de nouveaux coefficients dans les modèles isotropes: Hill 1948 [22], Hill

1979 [25], Hosford 1979 [36]

- Fonctions de représentation: Cazacu – Barlat 2001.
- Méthodes géométriques: Vegter [72], Mollica [73]
- Extension des critères de plasticité en dehors des axes d'orthotropie en utilisant les transformations de coordonnées: Barlat 1989, Hill 1990 [26].

I.7. Stratégies d'identification du comportement des matériaux

Il existe différentes méthodes d'identification du comportement des matériaux, celles qui utilisent l'identification par solution analytique tels que les méthodes de résolution proposées par Hill 1948 [22], Hill 1990 [26] ; mais aussi celles qui font appel aux méthodes de minimisation de la fonction erreur tels que les méthodes de BBC 2000 [33], BBC 2008 [74] ainsi que : Barlat 1989 [48], Barlat 2000, BBC 2005 [39] utilisant la méthode de résolution de systèmes d'équations non linéaires proposés par Newton-Raphson, enfin la méthode de l'algorithme génétique exposée par Chaparro [75].

I.8. Conclusions concernant les critères de plasticité présentés

Depuis 1948 ont été proposés de nombreux critères qui décrivent le comportement plastique des matériaux. Le nombre de paramètres d'anisotropie diffère d'un critère plastique à un autre, le tableau I.2 illustre un récapitulatif de la plasticité orthotrope, relatif à un état de contraintes planes. Selon le nombre de paramètres d'anisotropie cernés par les modèles réside la pertinence et l'efficacité des critères et leurs aptitudes à prédire le comportement des matériaux avec précision.

Tableau I.2. Nombre de paramètres caractérisant l'anisotropie plastique pour quelques modèles, dans le cas de contraintes planes. [21]

Différents critères plastique	Nombre de paramètres d'anisotropie
Hill 1948	3
Hill 1990	4
Ferron et al	6

Barlat et al (2003)	8
Cazacu et Barlat (2005)	10
Banabic et al., 2003	7
Banabic et al., 2005	10
Barla et al., 2005	14

Dans le tableau I.3, la présentation comparative des critères étudiés est accompagnée de la dernière colonne du tableau où les coefficients A, B, k, m, n, p, q sont spécifiques au critère de Ferron selon [1]

Tableau I.3. Présentation comparative des différents critères plastiques [1].

Critère de plasticité	Type de matériau	Forme de la surface	Coefficients spécifiques à chaque équation décrivant le critère
Tresca (1864)	Isotrope ($R=1$)	Hexagone	$C=1$
Von Misès (1913)	Isotrope ($R=1$)	Ellipse	$K=0$; $m=2$; $n=p=q=1$; $a=b=0$; $A=3$; $B= \chi^*$; $C=0$
Drucker(1949)	Isotrope	Surface aplatie	C est calculée ; $A=3$; $B=9$
Hill quadratique (1948)	Anisotrope Anisotrope transverse (plane) $R \neq 1$	Ellipse dont les axes dépendent des axes d'anisotropie (R_0, R_{45}, R_{90})	$K=0$; $m=2$; $n=p=q=1$; $a=b=0$; $B= \chi^*$; A, a et b sont calculées en fonction des coefficients d'anisotropie R_0, R_{45}, R_{90}
Hill non quadratique (1979)	Anisotrope Anisotrope transverse (plane) $R \neq 1$	Equation de forme non quadratique ; surface déformée	m est calculé en fonction de la forme de la surface de charge souhaitée

Hill non quadratique (1990)	Anisotrope Anisotrope transverse (plane)	surface déformée	$K=0$; $m=2$; $n=p=q=1$; $B= x^*$; A , est déterminé en fonction de R_{45} ; a et b sont déterminés en fonction des coefficients d'anisotropie R_0 et R_{90}
Critère de plasticité	Type de matériau	Forme de la surface de plasticité	Coefficients spécifiques à chaque équation décrivant le critère
Budiansky (1984)	isotrope Anisotrope transverse	Courbe sous forme paramétrique	
Ferron (1994)	Anisotrope Anisotrope transverse (plane)	Surface aplatie	$K=0,2$; $m= n=p= 2$; $q=1$; $B= 3A$; A , est déterminé en fonction de R_{45} ; a et b sont déterminés en fonction des coefficients d'anisotropie R_0 et R_{90}

Remarque : $B = x$; valeurs de B indifférente quand $k=0$.

I.9. Les modèles d'écrouissage en comportement plastique

La relation entre la contrainte équivalente $\bar{\sigma}$ et la déformation équivalente $\bar{\epsilon}$ représente la loi d'écrouissage $\bar{\sigma}(\bar{\epsilon})$ qui est le plus souvent identifiée par le biais d'essais de traction uniaxiale.

L'utilisation d'un modèle d'écrouissage isotrope est pratiquement efficace pour simuler le processus de chargement monotone en essai de traction ou la direction de la charge ne change pas [48]. La fonction exponentielle qui décrit l'écrouissage de façon simple en déformation par essai de traction a été établie expérimentalement par Hollomon, qui a poussé l'analyse théorique de la recherche sur la déformation plastique des métaux. D'autres axes de recherche sur la définition mécanique et la mesure normalisée de l'écrouissage ont été effectués par Song et al. [76-77].

A noter, quand la surface de charge se dilate uniquement, l'écrouissage est dit isotrope. En général, la déformation plastique conduit à une évolution de la surface de charge ; ce processus s'effectue à travers la contrainte d'écoulement plastique qui augmente avec la déformation plastique. Cette augmentation suivant une loi puissance est appelée loi d'écrouissage. Dans le domaine élastique les relations entre les efforts et les déformations

sont linéaires (exprimées par la loi de Hooke) alors que dans le domaine plastique ces relations sont non linéaires.

Il existe plusieurs lois de comportement qui décrivent et caractérisent le comportement plastique avec écrouissage des métaux.

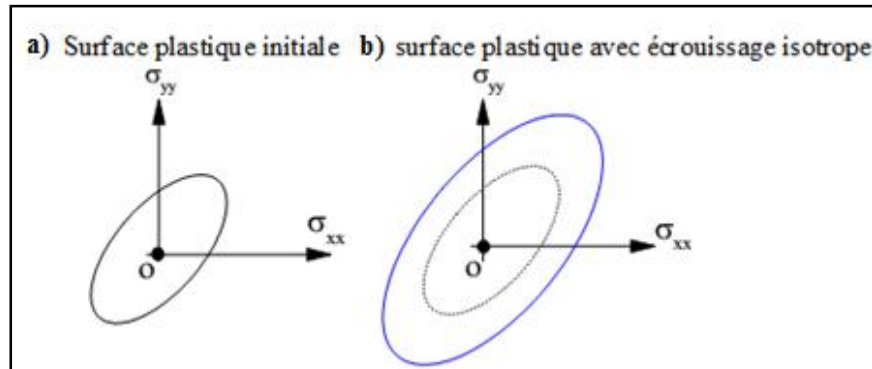


Figure I.6. Surface plastique : a) sans écrouissage b) avec écrouissage isotrope. [4]

I.10. Evolution des critères de plasticité. Ecrouissage isotrope

L'écrouissage, implique la transformation de la surface de charge. L'évolution des critères d'écoulement plastique est fonction de l'écrouissage. En effet il existe différents types d'écrouissage entre autre : l'écrouissage isotrope qui est la dilatation de la surface de charge, mais aussi l'écrouissage cinématique qui est une translation et enfin l'écrouissage combinée, qui est la combinaison des écrouissages isotrope et cinématique et qui se produit lorsque la transformation est quelconque. Les principaux types d'écrouissage sont illustrés schématiquement sur la figure I.7.

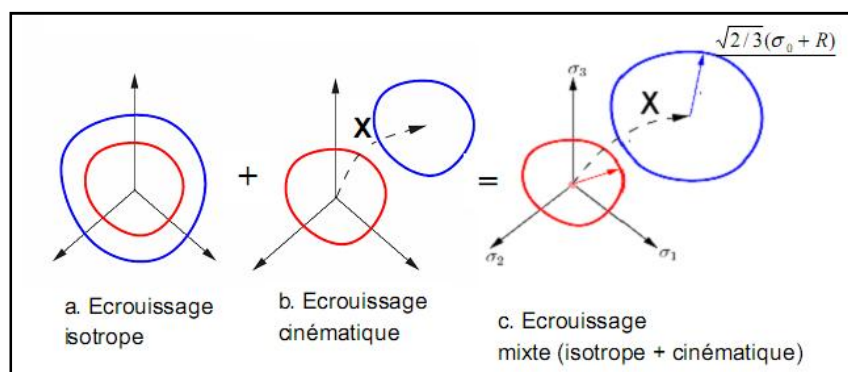


Figure I.7. Principaux types d'écrouissage en espace tridimensionnel de contraintes. [4].

Pour le cas de l'écrouissage d'isotropie, on retient les avantages suivants :

D'une part une détermination plus aisée du modèle d'écrouissage tiré directement à partir de la courbe de traction et d'autre part les lois de comportement plastique décrivant le matériau étudié sont ainsi simplifiées et faciles à formuler.

Les présentations analytiques du domaine plastique des courbes obtenues par essai de traction sont représentées par des modélisations présentées dans le tableau I.4.

Tableau I.4. Différentes relations utilisées pour décrire la courbe de référence contrainte équivalente – déformation plastique équivalente.

Lois	Auteurs	Remarques
$\sigma = k\varepsilon^n$	Hollomon	Limite élastique nulle (la limite élastique doit être faible devant l'écrouissage)
$\sigma = \sigma_0 + K\varepsilon^n$	Ludwick	Fort écrouissage à faible déformation
$\sigma = k(\varepsilon_0 + \varepsilon)^n$	Swift	Bien adaptée aux aciers doux, aciers faiblement alliés
$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} + k\left(\frac{\sigma}{E}\right)^n$	Ramberg Osgood	
$\sigma = \sigma_0 + (\sigma_{max} - \sigma_0)(1 - e^{-b\varepsilon})$	Voce	Bien adaptée aux alliages d'aluminium, hautes températures.
$\sigma = A + \ln(\varepsilon + \varepsilon_0)$	Legoff Saada	

Pour le domaine plastique, et dans le cadre de notre travail, nous avons utilisé la relation de type puissance (la loi de Swift) [78]:

$$\sigma = k(\varepsilon_0 + \varepsilon)^n \quad (\text{I.64})$$

Où: k , ε_0 , n représentent les constantes du matériau. Le coefficient n est appelé exposant d'écrouissage.

I.11. Hypothèse de travail plastique maximal

Appelé souvent principe du travail maximal, il a été énoncé pour la première fois par Hill [79] en 1950 et stipule que :

Pour un élément de matière, tels que le tenseur des contraintes situé à l'intérieur du domaine d'élasticité vérifie la relation $F(\sigma_{ij}, K) = 0$ avec k paramètre d'écrouissage, $\dot{\epsilon}_{ij}$ le tenseur des vitesses de déformation correspondant et σ_{ij}^s un tenseur de contrainte vérifiant la relation $F(\sigma_{ij}^s, K) \leq 0$ alors :

Si $(\sigma_{ij} - \sigma_{ij}^s)\dot{\epsilon}_{ij}^p \geq 0$ est vérifiée, on dit que le matériau obéit au principe de travail maximal de Hill.

Chapitre II.

Plasticité associée (AFR) et plasticité non associée (NAFR) d'une tôle.

II.1. Formulation phénoménologique de la plasticité associée (AFR) et non associée (NAFR):

La transformation rigide de la tôle est largement utilisée aujourd'hui dans l'industrie (comme l'automobile, les domaines technologiques de l'aéronautique).

Les processus de laminage et d'emboutissage sont fortement influencés par la structure et le comportement mécanique, en particulier l'anisotropie des propriétés de ces produits.

La modélisation de la tôle laminée est très importante pour la simulation de la fabrication et procédés de formage. Cependant, pour de nombreuses tôles obtenues par laminage à froid, un fort gradient de texture cristallographique se manifeste dans le plan et l'épaisseur du métal [80].

Ceci est exact concernant les aciers ferritiques (FSS), pour deux causes : (i) pendant le travail à chaud, une recristallisation continue se produit, ce qui empêche la randomisation des composants de texture et (ii) pendant le processus de refroidissement, la transformation de phase est totalement négligeable.

D'autre part, le laminage à froid et/ou les traitements thermiques ultérieurs n'éliminent pas complètement ni même ne modifient ces textures [81]. La symétrie orthotrope est caractérisée par trois plans mutuellement orthogonaux dans les tôles de laminage.

Cependant, il est important de noter que le processus de laminage favorise l'existence d'une anisotropie induite, qui donne une amélioration remarquable des caractéristiques, et favorise l'aptitude à l'emboutissage de la tôle et ainsi l'amélioration des dimensions et de la forme souhaitées [82].

Par conséquent, le comportement mécanique anisotrope des matériaux est bien identifié via plusieurs fonctions proposées (quadratiques et non quadratiques).

Plus tôt, Von Mises [12] a développé un critère de plasticité d'écoulement quadratique basé sur le second invariant de la contrainte déviatorique J_2 en fonction de l'hypothèse de matériau isotrope. Hill [22] a introduit la première fonction anisotrope, qui est une généralisation de base de la plasticité isotrope de Von Mises, pour donner une formulation quadratique principalement associée à la règle d'écoulement basé sur le postulat de Drucker utilisant ainsi les coefficients de Lankford r comme paramètres d'étalonnage du modèle, et plus loin Hosford [84] a généralisé l'approche isotrope pour une fonction non quadratique.

Nombreux d'autres efforts réussis ont été faits au cours des dernières décennies pour améliorer les modèles d'anisotropie phénoménologiques et étendue à une anisotropie plane plus récemment. Barlat et al. [32, 46, 59, 84, 85] ont utilisé deux transformations linéaires, tandis que Banabic et al. [33-40] ont proposé une méthode non quadratique de la fonction de plasticité afin de sonder les caractéristiques anisotropes des métaux, à condition que davantage de données soient nécessaires pour l'identification, y compris l'anisotropie dans le plan.

Spitzig et al. [86] ont confirmé que l'influence de la contrainte moyenne sur la contrainte d'écoulement du métal n'est pas impactée par la dilatation plastique attendue requise par la loi d'écoulement plastique associée (AFR) dans les alliages d'acier et d'aluminium courants.

Par conséquent, les auteurs ont précisé et confirmé que l'AFR n'est pas correctement exacte. Cependant, c'était mentionné par d'autres chercheurs [87-88] que l'anisotropie du matériau à travers un nouveau modèle mathématique abouti à des prédictions découplées de la limite d'élasticité et les rapports de déformation (valeurs r).

Ces modèles basés sur des lois de plasticité non associées (non-AFR) conduisent à une amélioration de l'écrouissage.

Les données phénoménologiques incompatible entre l'exigence de plasticité associée (AFR) par rapport à la dépendance à la pression sphérique (contrainte moyenne du tenseur hydrostatique) de la limite d'élasticité lors de la plasticité parfaite initiale (plasticité associée) a été indiquée.

Sous non AFR, le volume final calculé par les composantes du tenseur de déformation basé sur la plasticité associée (AFR) n'est pas significatif par rapport à celui mesuré, où le potentiel plastique est découplé de la limite d'élasticité.

Stoughton et al. [88] ont introduit une formulation de la contrainte moyenne sous non-AFR pour le processus de laminage. Ils ont considéré les conditions du postulat de stabilité de Drucker dans le formage de métaux non AFR. Safaei et al. [90] sous une approche moderne non-AFR a proposé un modèle basé sur le critère de plasticité de Barlat 2003 [32].

Cependant, Lian et al. [90] ont proposé un formalisme non-associé basé sur le critère de plasticité de Hill-48 représentant l'écrouissage anisotrope ainsi que les valeurs r , pour étudier leurs évolutions et former un diagramme limite pour les aciers ferritiques d'étirage.

II.2. Plasticité Associée AFR (Associated Flow Rule)

La détermination des paramètres de l'anisotropie à travers la limite d'élasticité $\sigma(\theta)$ et le coefficient de Lankford $r(\theta)$ est indispensable afin de prédire le comportement des matériaux en service. Cette prédiction s'effectue par le calcul des paramètres d'anisotropies des critères de plasticité.

Dans notre cas il s'agit du critère de Hill'48, qui dans la cadre de la plasticité associée, les paramètres d'anisotropies F, G, H et N sont calculés à partir de combinaisons entre les contraintes d'écoulement et les coefficients de Lankford issus de l'expérimental.

Les paramètres de Hill48 sous l'hypothèse de la plasticité associée sont calculés à partir des formulations suivantes :

$$F = \frac{\sigma_0^2}{\sigma_{90}^2(1 + r_{90})} \quad (\text{II. 1})$$

$$G = 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{2\sigma_0^2 r_{90}}{\sigma_{90}^2(1 + r_{90})} \right) \quad (\text{II. 2})$$

$$H = \frac{\sigma_0^2 r_{90}}{\sigma_{90}^2(1 + r_{90})} \quad (\text{II. 3})$$

$$N = \frac{1}{2} \left(\frac{4\sigma_0^2}{\sigma_{45}^2} - 1 + \frac{\sigma_0^2(r_{90} - 1)}{\sigma_{90}^2(1 + r_{90})} \right) \quad (\text{II. 4})$$

II.3. Plasticité Non Associée NAFR (Non associated Flow Rule):

Sous l'hypothèse de la Plasticité Non Associée NAFR, les paramètres d'anisotropies F, G, H et N relatifs au critère de Hill'48 sont aussi déterminés en fonction des contraintes d'écoulement $\sigma(\theta)$ et du coefficient de Lankford $r(\theta)$ suivant les 03 directions $0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$ par rapport à la direction de laminage (RD) et aussi la direction biaxiale. cependant la détermination se fait de 02 manières :

Soit en utilisant seulement l'état de contrainte, et dans ce cas les paramètres d'anisotropies F, G, H et N sont calculés uniquement en fonction des contraintes $\sigma_0, \sigma_{45}, \sigma_{90}$ et σ_b .

$$2F = \frac{\sigma_0^2}{\sigma_{90}^2} - 1 + \frac{\sigma_0^2}{\sigma_b^2} \quad (\text{II. 5})$$

$$2G = 1 - \frac{\sigma_0^2}{\sigma_{90}^2} + \frac{\sigma_0^2}{\sigma_b^2} \quad (\text{II. 6})$$

$$2H = 1 + \frac{\sigma_0^2}{\sigma_{90}^2} - \frac{\sigma_0^2}{\sigma_b^2} \quad (\text{II. 7})$$

$$2N = 1 - \frac{4\sigma_0^2}{\sigma_{45}^2} - \frac{\sigma_0^2}{\sigma_b^2} \quad (\text{II. 8})$$

Cette représentation du critère de Hill'48 sous hypothèse de la plasticité non associée et notée (non-AFR-s).

Soit en utilisant seulement l'état de déformation et dans ce cas les paramètres d'anisotropies F, G, H et N sont calculés uniquement en fonction des coefficients de Lankford suivant les orientations (RD, DD et TD) par rapport à la direction de laminage c'est-à-dire r_0, r_{45}, r_{90} et l'anisotropie biaxiale r_b .

$$F = \frac{r_0}{r_{90}(1 + r_0)} \quad (\text{II. 9})$$

$$G = \frac{1}{(1 + r_0)} \quad (\text{II. 10})$$

$$H = \frac{r_0}{(1 + r_0)} \quad (\text{II. 11})$$

$$N = \frac{(1 + 2r_{45})(r_0 + r_{90})}{2r_{90}(1 + r_0)} \quad (\text{II. 12})$$

Cette représentation du critère de Hill'48 sous hypothèse de la plasticité non associée et notée (non-AFR-r).

Partie 2 :
Partie expérimentale

Chapitre III.

**Méthodes de caractérisation et techniques
expérimentales.**

III.1. Caractérisation du comportement plastique de la tôle DC04

III.1.1. Choix de la tôle et objectifs du protocole expérimental :

L'essai de traction a été choisi pour caractériser le matériau étudié et déterminer son comportement plastique. L'identification de ce comportement permet de connaître la performance des critères du point de vue de la précision de la prédiction de l'anisotropie sujet de notre étude, à travers les 2 critères à savoir les critères anisotropes de Hill'48 et Yld2000

Le matériau utilisé pour notre étude expérimentale concerne l'acier DC04 ; cette nuance d'acier nous a été livrée par Algerian Tractors Company (ETRAG) de Constantine sous forme de tôles laminées à l'état recuit.

L'acier DC04 est à faible taux de carbone destiné aux opérations d'emboutissage pour la fabrication de divers produits entre autre la fabrication automobile, l'industrie des produits électroménagers etc. On l'a utilisé sous forme de tôles laminées à l'état recuit..

Nous avons étudié le comportement anisotrope d'une tôle en acier DC04 d'épaisseur $e = 1.35$ mm à travers la contrainte d'écoulement $\sigma(\theta)$ et l'anisotropie $r(\theta)$ en utilisant les modèles de Hill'48 et de Barlat (Yld2000-2d) sous différentes directions de traction puis de faire un comparatif des deux critères avec les résultats obtenus expérimentalement en terme de contrainte d'écoulement, déformation plastique et potentiel plastique dans les directions 0° , 45° et 90° par rapport à la direction de laminage; d'autre part, une analyse du degré de précision des prédictions de l'anisotropie des 02 modèles est effectuée à travers les différentes courbes et tracés de surfaces de plasticité afin de connaître le critère le mieux adapté pour décrire le comportement du matériau.

Dans un autre volet, l'évolution de l'anisotropie a été étudiée sur une tôle DC04 d'épaisseur $e = 1.50$ mm à travers les paramètres $\sigma(\theta)$ et $r(\theta)$ en utilisant les hypothèses de la plasticité associée (AFR) et non associée (NAFR) et en utilisant la loi d'écrouissage de Voce afin de comprendre laquelle des 02 hypothèses à savoir (AFR et NAFR) donne les résultats les mieux appropriés avec l'expérimental et interprète de manière satisfaisante le comportement du matériau étudié.

D'autre part, une fonction de type polynomiale a été établie mettant en relation l'anisotropie calculée $r(\theta)$ du matériau avec le paramètre d'anisotropie $\rho(\theta)$ calculée à partir de la dureté Vickers H_V , en effet de nombreux travaux scientifiques ont confirmé cette relation.

Enfin des simulations des essais de tractions ont été réalisés et s'en est suivi des analyses et

des études comparatives des résultats simulés avec les résultats expérimentaux à travers les différents paramètres mécaniques du modèle de Von-Misès à savoir : contraintes, déformations, forces et déplacements.

Par ailleurs une présentation de la simulation par abaqus standard est effectué afin de montrer la procédure suivi d'analyse du comportement de la tôle simulé et le comparer avec celui de l'expérimental

III.1.2. Méthodes et moyens de caractérisation du comportement plastique des tôles

Les essais de traction ont été réalisés sur les 2 tôles DC04 d'épaisseurs $e_1 = 1.35$ mm et $e_2 = 1.50$ mm suivant les directions $0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ, 90^\circ$ pour la tôle d'épaisseur $e_1 = 1.35$ mm et les directions $0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$ pour la tôle d'épaisseur $e_2 = 1.50$ mm. Les données d'entrée qui ont varié sont l'angle α , formé par la direction de laminage de la tôle avec la direction de découpe de l'éprouvette et l'épaisseur des éprouvettes e_1 et e_2 .

Les datas output sont:

- Déformations de l'éprouvette sur les trois directions
- Force de traction
- Allongement de l'éprouvette

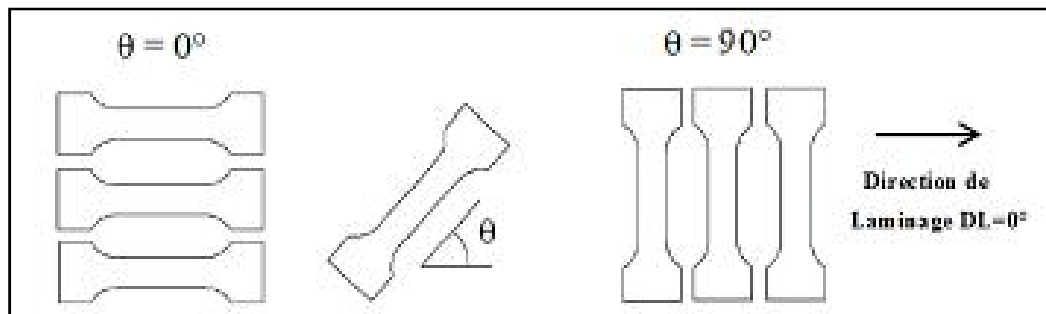


Figure III.1. Direction de prélèvement des éprouvettes à $0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$ par rapport à la direction de laminage

III.1.3. Les équipements utilisés dans l'essai de traction

III.1.3.1. Présentation de la machine de traction et déroulement des essais :

L'objectif des différents essais de traction pour le DC04 qu'on a effectué est de déterminer le comportement plastique des matériaux qui font l'objet de notre travail; les essais se sont déroulés a vitesse constante de 0.008 m.s^{-1} et suivant l'angle α , formé par la direction de laminage de la tôle avec la direction de découpe de l'éprouvette, à $\alpha = 0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ$.

Les essais de traction ont été réalisés à l'aide d'une machine Zwick avec une force maximum de traction de 50 KN (figure. III.2). Celle ci est équipée avec un ordinateur pour l'acquisition des données. L'acquisition des données sur PC se fait par utilisation d'un logiciel.

A noter que dans notre cas, l'expérimentation a été réalisée à la température ambiante et à vitesse de 0.008 m.s^{-1} suivant les différentes directions de 0^0 à 90^0 avec un écart de 15^0 par rapport à la direction de laminage.

Les résultats des grandeurs mécaniques sont enregistrés dans un fichier contenant le nombre de points, le temps, le déplacement de l'extensomètre et l'effort axial.



Figure III.2. Machine de traction ZWICK 50KN

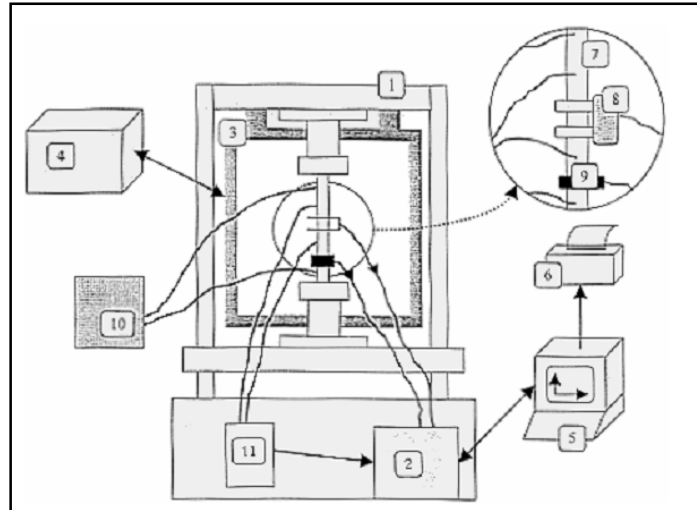


Figure III.3. Différents constituants de la machine de traction

Les notations sur la figure sont les suivantes : 1-la machine de traction ZWICK 50 kN; 2-l'unité de commande électronique de la machine de traction; 3-l'enceinte thermique (étuve) avec la possibilité de régler la température de -60°C à 180°C ; 4-l'unité de commande de l'enceinte thermique, 5-l'ordinateur pour acquisition et enregistrement des données, 6-l'imprimante, 7-l'éprouvette de traction, 8-l'extensomètre, 9- la sonde de température, 10-la source de courant, 11-le voltmètre. Dans le cadre de ce travail l'essai de traction a été réalisé à la température ambiante.

III.1.3.2. Eprouvette de traction

Pour les essais de traction de caractérisation de l'anisotropie à travers la contrainte d'écoulement et le coefficient de Lankford r , on a utilisé des éprouvettes de 1.35 mm dont les dimensions sont normalisées selon la norme ISO 6892-1 et sont représentées sur les figures ci-dessous :

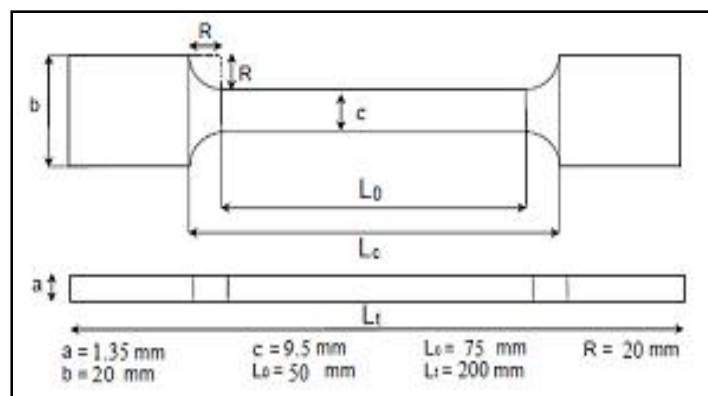


Figure III.4. Dimensions normalisées des éprouvettes de traction d'épaisseur 1.35mm

Légende

a : épaisseur initiale de l'éprouvette plate : 1.35 mm

b : largeur des têtes d'amarrages de l'éprouvette plate 20 mm

c : largeur de l'éprouvette entre repères

Lc : longueur calibrée 75 mm

Lo : longueur initiale entre repères 50 mm

Lt : longueur totale de l'éprouvette 200 mm

Lc : longueur calibrée

R : rayon de courbure entre têtes amarrage et longueur calibrée.

Pour les essais de traction de caractérisation de la plasticité associée et non associée sous le critère quadratique de Hill'48, on a utilisé des éprouvettes de 1.5 mm dont les dimensions sont aussi normalisées selon la norme ISO 6892-1 et sont représentés sur les figures ci-dessous :

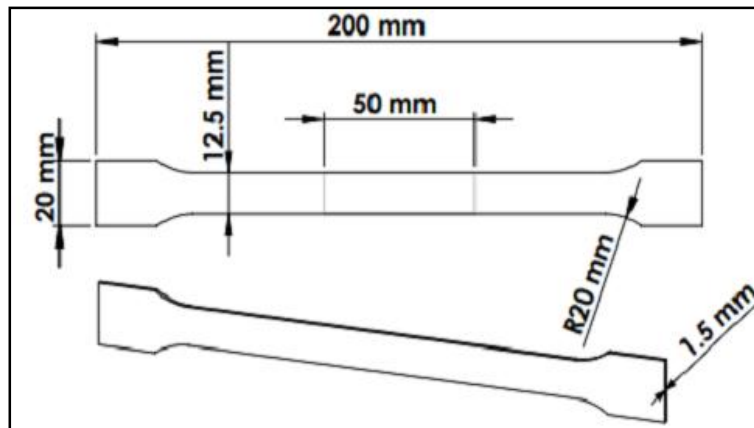


Figure III.5. Dimensions normalisées des éprouvettes de traction d'épaisseur 1.50 mm

III.1.3.3. Prélèvement et découpage d'éprouvette normalisée

L'étude du comportement de l'anisotropie plastique et l'identification des paramètres anisotropes $\sigma(\theta)$ et $r(\theta)$ à travers les critères de Hill48 et Barlat 2003 a fait appel à des essais de traction sur des éprouvettes qui ont été soigneusement préparées et découpées suivant 7 angles d'orientation dans le plan de la tôle avec un écart de 15° par rapport à une direction de référence (Direction de laminage = 0°), par la suite un usinage mécanique est nécessaire comme une étape de finition.



Figure III.6. Prélèvement et découpage d'éprouvette normalisée suivant différentes directions par rapport à la direction de laminage.



Figure III.7. Echantillons d'éprouvettes normalisées suivant différentes directions par rapport à la direction de laminage.

III.1.4. Analyse chimique et examen micrographique

La composition chimique du matériau a été faite par analyse spectrale par un spectromètre de type SPECTROLAB disponible au niveau du laboratoire de métallurgie de ALFATUS.



Figure III.8. Spectromètre de type SPECTROLAB disponible au niveau du laboratoire de métallurgie de ALFATUS.

L'analyse chimique du DC04 a révélé la composition chimique dressée dans le tableau ci-dessous ; on note en effet que l'acier DC04 est à faible taux de carbone 0.06% de carbone et est faiblement allié au manganèse, silicium, aluminium, nickel, molybdène, titane, niobium, vanadium, chrome, cuivre et des traces d'azote de soufre et de phosphore.

On remarque clairement que notre matériau est totalement conforme avec la norme (ASTM A620; NE10130-2006). Cependant, il faut noter que la présence des éléments d'addition tel que le Ti, le Mo contribuent à l'augmentation de la résistance du matériau, les éléments Ni, Al permettent de garder une certaine malléabilité, qui favorise des ruptures ductiles dans le sens d'une sécurité de défaillance.

Tableau. III.1. Composition chimique de l'acier DC04.

C	Si	M _n	P	S	Mo	Al	C _u	Ti	W	N	S _b
0.06	0.03	0.19	0.012	0.011	0.01	0.039	0.051	0.004	0.06	0.002	0.003

III.1.5. Examen métallographique :

L'examen métallographique est un examen d'ensemble ; il met en évidence les hétérogénéités qui existent dans le métal. La préparation d'un échantillon pour un examen

macrographique comprend : un sciage, un dégrossissage à la meule, un polissage et une attaque chimique.

Les coupes sont faites par une scie mécanique munie d'un système de refroidissement évitant ainsi les phénomènes d'écrouissage et l'échauffement des pièces. Le polissage est poussé jusqu'à l'obtention d'une surface aux qualités de réflexion du miroir. L'attaque chimique permettra enfin de révéler les différentes zones.

Les observations métallographiques ont ensuite été opérées sur des échantillons d'éprouvettes DC04 d'épaisseur 1.35 mm prélevées suivant les directions 0,45 et 90 par rapport à la direction de laminage avec un microscope optique au niveau du laboratoire central de Sider El-Hadjjar.

Le but de cette manipulation est d'une part d'exploiter les résultats métallographiques du point de vue de la microstructure, de la nature de ces constituants, de la forme et surtout de la taille des grains afin d'établir une corrélation entre l'anisotropie et l'affinement des grains d'une part, et d'essayer d'établir une relation entre l'affinement de grains et la dureté Vickers H_V en analysant les valeurs de la dureté Vickers et de l'anisotropie $r(\theta)$ calculée à partir d'essais de traction suivants les 03 directions 0,45 et 90.

III.2. Etude de la relation entre l'anisotropie des matériaux et la caractéristique mécanique de la dureté

De nombreux travaux ont été effectués par la communauté scientifique concernant la relation entre l'anisotropie des matériaux métalliques et la caractéristique mécanique de la dureté ; en effet les travaux [91-94] ont montré une corrélation entre ces 2 paramètres, d'autre part [95] a établi une relation polynomiale de type non linéaire qui met en exergue l'interaction entre l'anisotropie calculée à partir d'essais de traction uniaxial effectués sur des éprouvettes prélevées à 0^0 , 45^0 et 90^0 par rapport à la direction de laminage et l'anisotropie déterminée à partir d'essais de dureté réalisés suivant les mêmes directions. Enfin Ohashi [96] a établi lui aussi une relation polynomiale mais de type linéaire entre les 2 paramètres d'anisotropies.

Le but de notre travail dans cet axe, est aussi de trouver une relation polynomiale entre l'anisotropie $r(\theta)$ calculée à partir d'essais de traction uniaxiales effectués sur des éprouvettes prélevées à 0^0 , 45^0 et 90^0 par rapport à la direction de laminage et l'anisotropie $\rho(\theta)$ déterminée à partir d'essais de dureté réalisés sur les éprouvettes suivant les mêmes directions.

L'essai de dureté est un essai de caractérisation mécanique qui a pour but de déterminer la dureté d'un matériau à travers la pénétration sous une charge d'un pénétrateur de forme sphérique, conique ou pyramidal. Dans le cas de l'essai dit de Vickers qui est l'objet de notre travail, le pénétrateur est de forme pyramidale.

A travers cette étude on contribue à l'évaluation du paramètre d'anisotropie r par la valeur du coefficient de dureté de Vickers, mais avant cela on présente les modalités de réalisation des essais de dureté Vickers sur l'acier DC04.

III.2.1. Procédure d'exécution de l'essai de dureté Vickers

Afin de réaliser l'essai de dureté Vickers, les échantillons doivent subir un polissage de surface, l'aspect de surface doit être lisse et brillant sans défauts pour cela un travail préalable de polissage à l'aide de papier émeri de différentes tailles du plus gros au plus fins doit être effectué. Une fois le travail de polissage effectué, un échantillonnage au nombre de 3 de l'acier DC04 est prélevé dans chacune des directions 0, 45 et 90 par rapport à la direction de laminage et une valeur moyenne est calculée.

Les échantillons ont des dimensions $(20 \times 20 \times 1.35) \text{ mm}^3$, la dureté Vickers se calcule en fonction de la relation : $H_V = 1.854 \frac{F}{d^2}$

Les mesures des longueurs des diagonales longitudinale et transversale sont obtenues après exercice d'une charge F de 100 kgf sur un duromètre universel.

Avec : F la charge appliquée et d la longueur de la diagonale qui est généralement une moyenne des diagonales d_1 et d_2 .

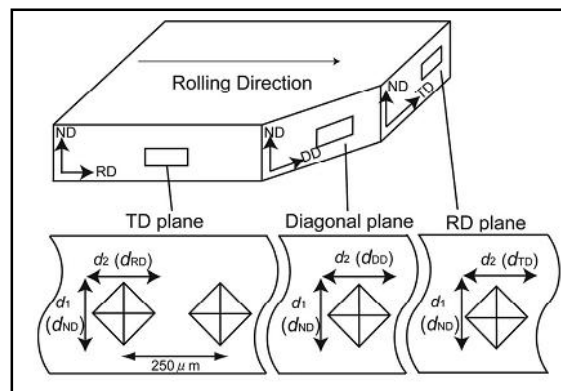


Figure III.9. Mesure des diagonales longitudinale et transversale suivant les 3 directions ($0^\circ, 45^\circ$ et 90°) par rapport à la direction de laminage. [96]



Figure III.10. Duromètre universel

III.2.2. Observations et mesures métallographiques

Une fois les valeurs des diagonales longitudinale et transversale obtenues l'anisotropie notée ρ calculée à partir des mesures des diagonales de la dureté Vickers est exprimée par la relation suivante :

$$\rho = \frac{d_2}{d_1}$$

Avec ρ : Paramètre d'anisotropie du matériau

d_1 : Longueur de la diagonale dans la direction transversale

d_2 : Longueur de la diagonale dans la direction longitudinale

Le paramètre ρ qui est donc le rapport des diagonales longitudinales et transversales suivant les 3 directions (0° , 45° et 90°) définit l'anisotropie selon la dureté Vickers.

On considère l'anisotropie plane dans le plan de la tôle, ce qui implique que la valeur moyenne du paramètre ρ est comme suit :

$$\bar{\rho} = \frac{\rho_0 + 2\rho_{45} + \rho_{90}}{4}$$

Quand le matériau est isotrope, le paramètre $\rho = \frac{d_2}{d_1}$ est égal à l'unité, ce qui est vrai car le matériau se déforme de la même manière dans toutes les directions.

Pour calculer l'anisotropie de la tôle DC04 épaisseur 1.35 mm, des essais de traction ont été faits sur des éprouvettes positionnées à 0° , 45° et 90° .

L'anisotropie plane moyenne dans le plan de la tôle est donné par :

$$\bar{r} = \frac{r_0 + 2r_{45} + r_{90}}{4}$$

A partir des valeurs calculées de l'anisotropie plane moyenne des paramètres $\bar{\rho}$ et $\bar{\sigma}$, une relation polynomiale reliant les 2 paramètres est établie et discutée.

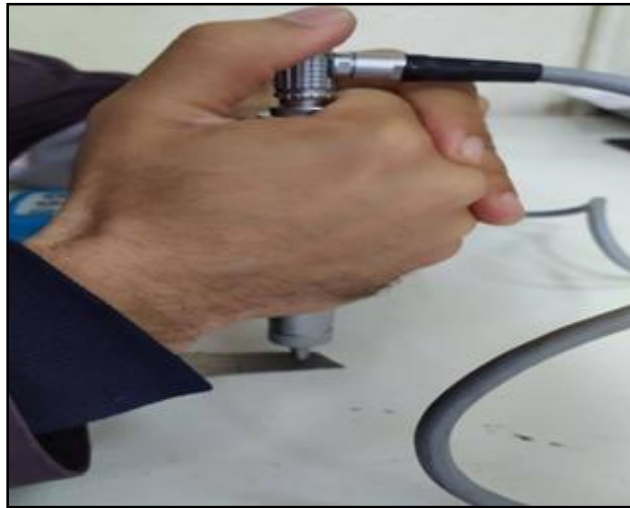


Figure III.11. Mesureur numérique de dureté suivant les 3 directions (0^0 , 45^0 et 90^0) par rapport à la direction de laminage.



Figure III.12. Mesure des diagonales longitudinale et transversale suivant les 3 directions (0^0 , 45^0 et 90^0) par rapport à la direction de laminage.

III.3. Simulation de l'essai de traction

On se propose de simuler un essai de traction sur une éprouvette en acier DC04 d'épaisseur $e = 1.35$ mm. Les résultats obtenus seront par la suite analysés et la courbe contraintes déformations tracée.

L'objectif de la simulation est de déterminer la pertinence des résultats obtenus en comparaison avec le critère de Von –Mises .

III.3.1. Description d'ABAQUS

ABAQUS est un logiciel de calcul en éléments finis développé par DASSAULT. Il est composé de trois produits qui sont : ABAQUS/Standard, ABAQUS/Explicit et ABAQUS/CAE. La gamme de logiciels d'ABAQUS est particulièrement réputée pour sa technologie, sa qualité et sa fiabilité. Elle s'est imposée comme partie intégrante des processus de conception de sociétés de renommée mondiale dans tous les secteurs industriels. ABAQUS offre les meilleures solutions pour des problèmes linéaires, non linéaires, explicites et dynamiques. Le logiciel fournit un environnement inégalé pour analyse par éléments fini, proposant un grand nombre d'alternatives aux opérations impliquant des fournisseurs et des produits multiples. ABAQUS est un solveur (Standard, Explicit, Implicit, etc.) qui effectue la résolution d'un problème décrit par un fichier (entrée) ou fichier de données d'extension (.inp) et qui écrit la solution dans un fichier (de sortie) ou fichier de résultats d'extension (.odb) (Tableau). La réalisation d'une simulation numérique se fait en créant son propre fichier d'entrée grâce à un éditeur texte en connaissant les divers mots clés ou bien en utilisant l'interface graphique d'ABAQUS CAE. ABAQUS couvre presque tout les domaines de la physique et tous les types de problèmes.

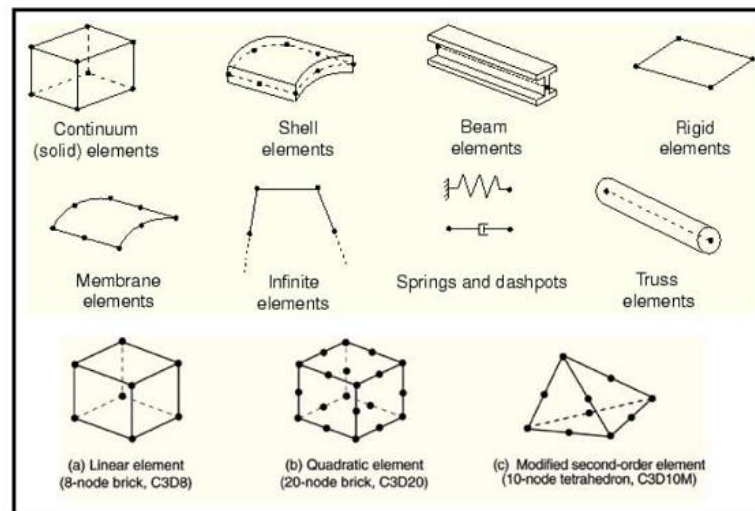
-Domaines physiques: Mécanique, Thermique, Electrique (piézo et thermique) et Problèmes couplés

-Problèmes: Statique et dynamique, linéaires et non linéaires.

D'autre part, ABAQUS offre un très large choix d'éléments (plus de 100) avec la possibilité de programmer de nouveaux éléments (en FORTRAN, sur ABAQUS/Standard) .A noter, qu'avant de commencer de définir n'importe quel modèle sous ABAQUS, on doit décider quel système d'unités on emploie. ABAQUS n'a aucun système d'unités intégré. Toutes les données doivent être spécifiées dans un système d'unités conforme.

Tableau III.2. Système d'unités employé par ABAQUS

Longueur	Mètre	mm
Force	Newton	Newton
Pression/Contrainte	Pascal	Mpa
Densité	Kg/m ³	Tonnes/mm ³
Masse	Kg	Tonnes
Température	Kelvin	Kelvin

**Figure III.13.** Quelques éléments finis utilisés dans abaqus

III.3.2. Le maillage du modèle de simulation

L'attribution du type d'élément est tributaire de l'élément choisi pour modéliser l'éprouvette. Dans la simulation que nous avons effectuée, l'encastrement de l'éprouvette est appliqué au niveau de l'une des extrémités ; par la suite l'éprouvette est soumise à un chargement en traction le long de la longueur. A noter que le comportement élastoplastique a été choisi lors de l'essai avec un module de Young $E = 2.10^5$ Mpa et un coefficient de poisson $\gamma = 0.3$ par ailleurs, l'incrément size initial est de 0.1.

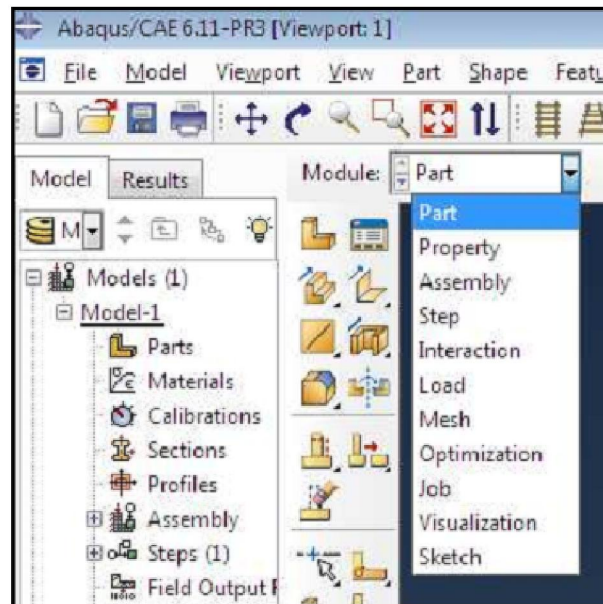


Figure III.14. Exemple d'interface d'opérabilité du logiciel Abaqus.

III.3.3. Méthode d'analyse de la simulation de l'essai de traction

La méthode d'analyse de la simulation de l'essai de traction sera basée sur l'étude de l'évolution des déformations et des contraintes (Fig III.15) et (Fig.III.16) ainsi que les déplacements et les forces (Fig.III.17) et (Fig.III.18) durant cet essai de traction par rapport à la direction de sollicitation (x_1). On peut aussi tracer la courbe qui lie les contraintes aux déformations fournie par ABAQUS et la comparer avec les données théoriques de cet essai de traction.

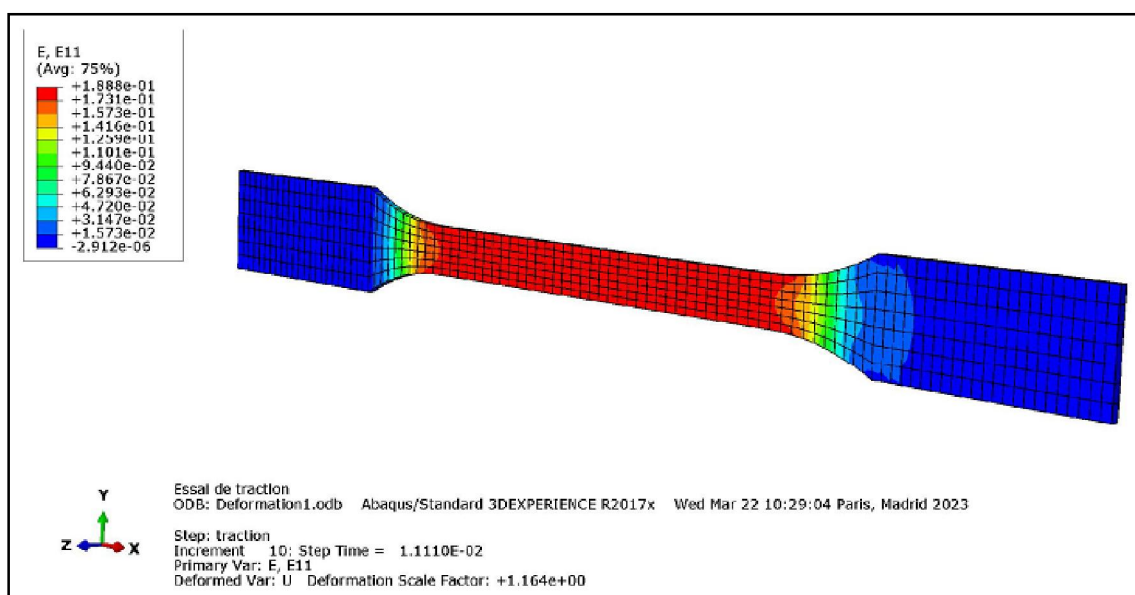


Figure III.15. Exemple de simulation des déformations 'E' par Abaqus.

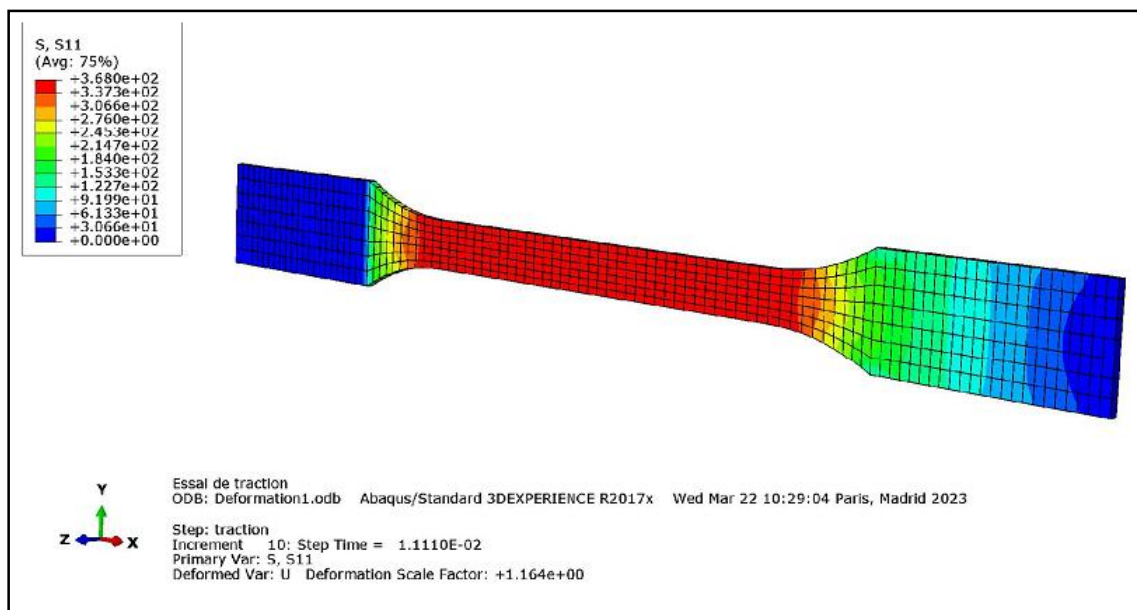


Figure III.16. Exemple de simulation des contraintes 'S' par Abaqus

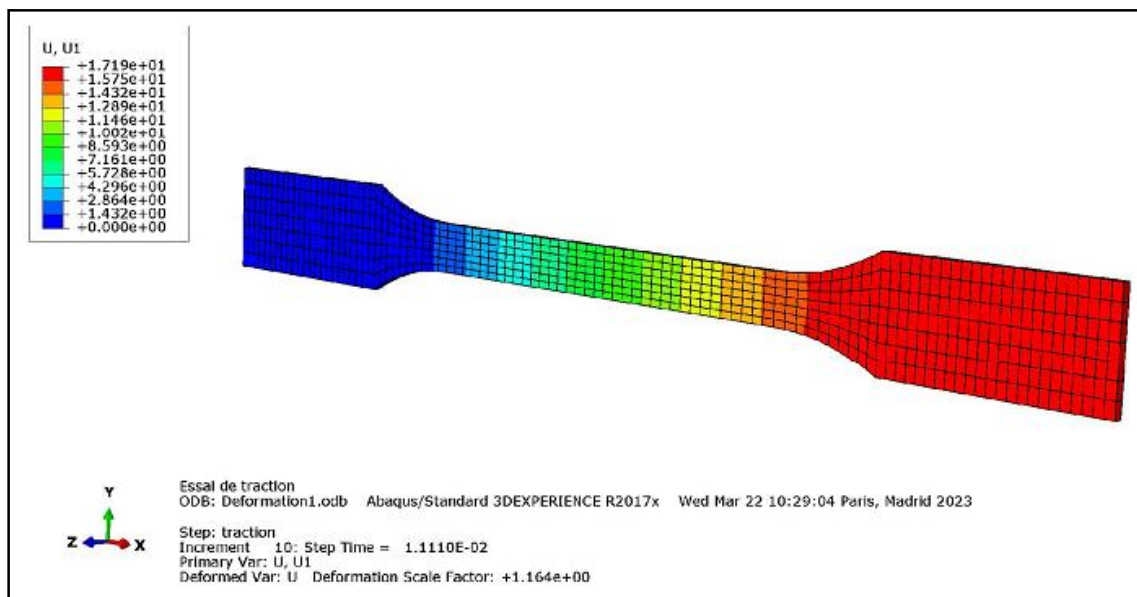


Figure III.17. Exemple de simulation des déplacements 'U' par Abaqus

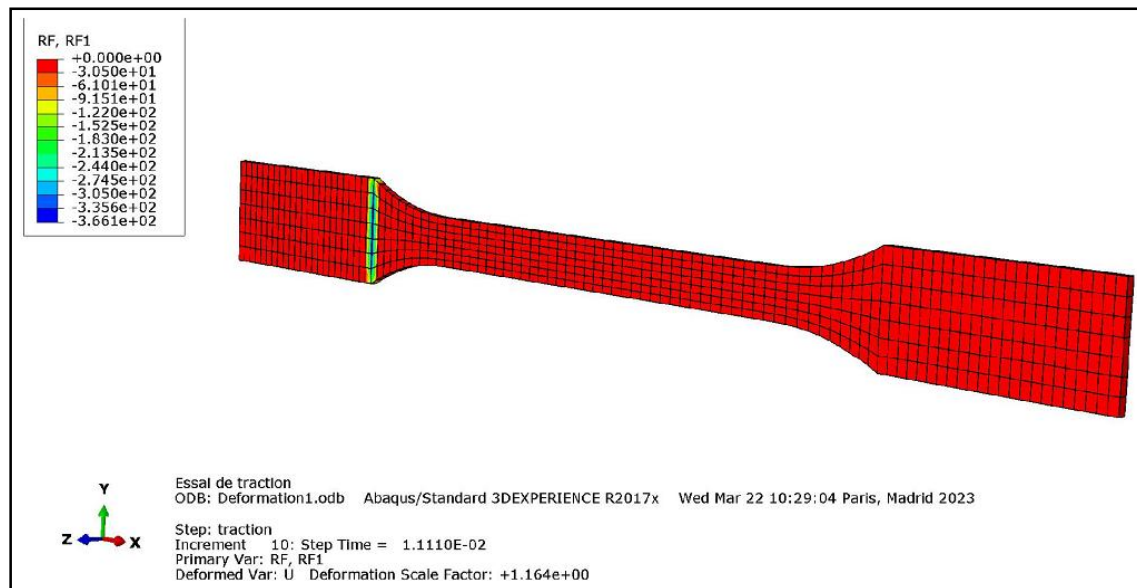


Figure III.18. Exemple de Simulation des forces 'RF' par Abaqus

Chapitre IV.

Résultats et discussions

IV.1. Modélisation des critères de plasticité anisotrope de Hill 48 et de Barlat 2003 (Yld2000-2d)

IV.1.1. Modélisation du critère de plasticité anisotrope quadratique de Hill 48 :

Dans la partie modélisation, nous avons utilisé 2 critères plastiques celui quadratique homogène de Hill'48 et celui de Barlat 2003 pour la détermination de la contrainte d'écoulement plastique σ et l'anisotropie plastique à travers le coefficient de Lankford r de la tôle . l'étude comparative des 02 critères de plasticité s'est faite sue une tôle de nuance DC04 d'épaisseur 1.35mm.

Pour le critère quadratique de Hill on prend en considération l'insensibilité à l'effet Bauschinger et à la pression hydrostatique .

Dans le cas d'une tôle soumise à un effort de laminage, on a :

RD : direction de laminage

TD ; direction transversale à la direction de laminage

ND : direction normale à la direction de laminage

Pour le cas de cette tôle, le critère de Hill quadratique s'écrit :

$$f(\sigma) = F(\sigma_{yy} - \sigma_{zz})^2 + G(\sigma_{zz} - \sigma_{xx})^2 + H(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + 2L\sigma_{yz}^2 + 2M\sigma_{zx}^2 + 2N\sigma_{xy}^2 = \sigma_0^2$$

Autrement dit:

$$f(\sigma) = F(\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + G(\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + H(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + 2L\sigma_{23}^2 + 2M\sigma_{13}^2 + 2N\sigma_{12}^2 = \sigma_0^2$$

Les paramètres d'anisotropies F, G, H, L, M et N peuvent être calculés à partir de la texture cristallographique via le modèle de Taylor- Bishop-Hill (TBH) ou en utilisant des essais de caractérisation mécanique tels que l'essai de traction.

A partir de σ_{nom} et la ε_{nom} enregistrés pendant l'essai on a calculé les valeurs des rapports de la contrainte d'écoulement par rapport aux contraintes définies sur les directions de traction $0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ et 90° ainsi que l'anisotropie par le coefficient de Lankford $r = \frac{\varepsilon_{22}}{\varepsilon_{33}}$ à un taux de déformation définit à $\varepsilon = 18 \%$ et par la suite la détermination des paramètres d'anisotropie de Hill F, G, H, L, M et N ainsi que ceux de Barlat Yld2000-2d.

Pour le critère de Barlat Yld2000-2d, la tôle laminée DC04 est suffisamment anisotrope pour mettre en évidence le comportement anisotrope, il est nécessaire d'identifier 8 coefficients indépendants d'anisotropie tels que $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5, \alpha_6, \alpha_7$ et α_8 qui se résument à 1 pour le cas de l'anisotropie simple.

Les 8 paramètres d'anisotropie du critère de Barlat Yld2000-2d représentant la fonction plastique s'obtiennent en utilisant les 8 valeurs expérimentales du matériau étudié, soit $(\sigma_0, \sigma_{45}, \sigma_{90}, \sigma_b, r_0, r_{45}, r_{90}, r_b)$ ou les contraintes d'écoulement et les valeurs de l'anisotropie r (rapport de la largeur et de l'épaisseur après essai de traction) sont mesurés dans les 3 directions par rapport à la direction de traction, r_b est le coefficient de Lankford équi-biaxial et σ_b est la contrainte équi-biaxiale.

Un système non linéaire de 7 équations à 7 inconnues est recommandé en utilisant la méthode de Newton –Raphson afin de déterminer les paramètres α_i .

La résolution numérique du problème est présentée (en appendice). La contrainte d'écoulement de référence est $\sigma_{ref} = \sigma_0$.

Les composantes de contraintes sont les suivantes :

$$\begin{cases} \sigma_{11} = \sigma(\theta)\cos^2\theta \\ \sigma_{22} = \sigma(\theta)\sin^2\theta \\ \sigma_{12} = \sigma(\theta)\sin\theta\cos\theta \end{cases}$$

IV.1.2. Résultats de caractérisation expérimentale des essais de traction

Les contraintes d'écoulement normalisées par rapport à celle de la direction de laminage, pour les orientations $0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ et 90° sont dressées dans le tableau IV.1, avec :

Eprouvette prélevée à 0° : correspondant à la direction de laminage dans le plan de la tôle.

Eprouvettes prélevées à 30° et 45° : correspondant à la direction diagonale par rapport à la direction de laminage dans le plan de la tôle.

Eprouvettes prélevées à 60° et 90° : correspondant à la direction transversale par rapport à la direction de laminage dans le plan de la tôle.

Pour la caractérisation de l'anisotropie en fonction de la contrainte d'écoulement et le coefficient de Lankford pour les critères de plasticité anisotrope de Hill'48 et Barlat 2003, on a effectué l'essai de traction sur des éprouvettes d'épaisseur 1.35 mm qui ont été coupées à l'angle $\alpha = 0^\circ, 45^\circ$ et 90° par rapport à la direction de laminage.

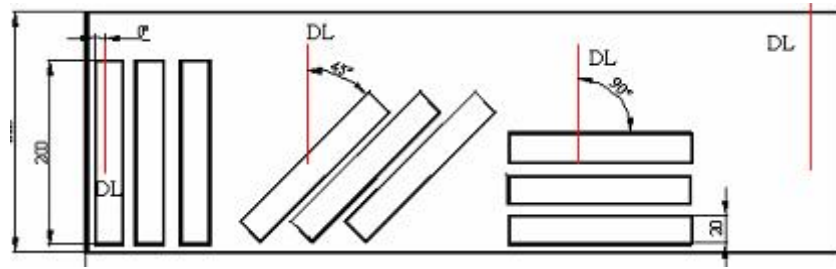


Figure IV.1. Direction de prélèvement des éprouvettes suivant les 3 directions 0° , 45° et 90°

Les éprouvettes au cours de l'essai de traction sont présentées dans la fig. IV.1. Le matériau est ductile, toujours avant la rupture apparaît la striction. Les principaux paramètres acquis au cours des essais de traction sont : l'allongement de l'éprouvette déterminé à l'aide de l'extensomètre, la force de traction et le temps. On calcule les rapports d'anisotropie suivant les 03 directions 0° , 45° et 90° :

Les courbes d'écrouissage expérimentales dans les différentes directions et dans les 2 configurations (conventionnelle et rationnelle) sont présentées dans la (figure V.2) ci-dessous. Le passage entre les 2 présentations est assuré par les formules suivantes :

$$\varepsilon_{vrai} = \ln(\varepsilon_c + 1) \quad (IV.1)$$

$$\sigma_{vrai} = \sigma_c(\varepsilon_c + 1) \quad (IV.2)$$

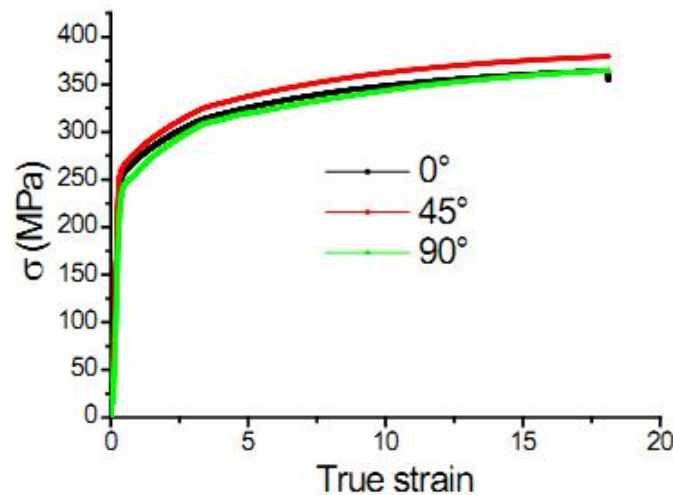


Figure IV.2. Courbes rationnelles de traction à 0° , 45° et 90° par rapport à la direction de laminage.

La figure IV.2. montre les courbes expérimentales vraies de contrainte-déformation unidirectionnelles issues des essais de traction effectuées sur des éprouvettes prélevées suivant

les directions 0° , 45° et 90° par rapport à la direction de laminage (DL) dans le plan de la tôle d'épaisseur 1.35 mm.

A travers les représentations graphiques, on retient qu'au niveau du domaine élastique l'allure des courbes est identique pour les différentes directions et qu'une relation linéaire relie les contraintes aux déformations selon la loi de Hooke. On note aussi que la direction de coupe à 45° est celle qui correspond à la contrainte la plus élevée pour provoquer une déformation plastique.

IV.1.2. 1. Contrainte d'écoulement uniaxiale $\sigma(\theta)$

Les valeurs des contraintes uniaxiales ont été calculées suivant les directions 0° , 30° , 45° , 60° , 90° par rapport à la direction de laminage DL dans le plan de la tôle. Afin d'assurer la fiabilité des résultats obtenus, nous avons effectué 03 essais de traction pour chaque direction et la valeur moyenne a été utilisée pour le reste des calculs.

Tableau IV.1. Valeurs des contraintes d'écoulement par rapport à la direction de laminage pour les orientations 0° , 30° , 45° , 60° et 90°

θ	Contrainte d'écoulement $\sigma_e (Mpa)$	Contrainte maximale $\sigma_m (Mpa)$
0°	258	365
30°	254	380
45°	263	380
60°	257	374
90°	251	367

IV.1.2. 2. Coefficient de Lankford $r(\theta)$:

L'anisotropie r représentée par le coefficient de Lankford $r(\theta)$ est donnée par la formule suivante

$$r = \frac{\varepsilon_{22}}{\varepsilon_{33}}$$

ε_{22} = déformation transversale

ε_{33} = déformation normale

La mesure des déformations transversales et normales a été effectuée à l'aide de palmer micrométrique.

Tableau IV.2. Anisotropie plastique r suivant les 03 directions 0° , 45° et 90°

θ	ν	$r(\theta)$
0°	0.3	1.84
45°	0.3	1.50
90°	0.3	2.13

Avec ν : coefficient de Poisson égale à 0.3 pour l'acier DC04.

IV.1.3. Application de la modélisation du critère quadratique de Hill 48 :

On aborde via l'application du critère plastique anisotrope de Hill48 le calcul des paramètres d'anisotropies $\sigma(\theta)$ et $r(\theta)$

Les valeurs des contraintes d'écoulement normalisées par rapport à celle de la direction de laminage, pour les orientations 0° , 45° et 90°

D'autre part, la contrainte biaxiale est calculée comme suit :

$$\sigma_b = \frac{\sigma_0 + \sigma_{90}}{2} = \frac{256.3 + 249.1}{2} = 252.7 \text{ (Mpa)}$$

$$\frac{\sigma_b}{\sigma_0} = \frac{252.7}{256.3} = 0.985$$

Tableau IV.3. Valeurs des contraintes d'écoulement par rapport à celle de la direction de laminage, pour les orientations 0° , 30° , 45° , 60° et 90°

θ	$\sigma(\theta) = \frac{\sigma_u}{\sigma_0}$	$\frac{\sigma_b}{\sigma_0}$
0°	1	0.985
30°	0.984	
45°	1.019	0.985
60°	0.996	
90°	0.97	0.985

Tableau IV.4. Rapports d'anisotropie suivant les 03 directions 0^0 , 45^0 et 90^0 par rapport à la direction de laminage :

θ	$r(\theta) = \frac{r_u}{r_0}$	r_b
0^0	1	1
45^0	0.84	1
90^0	1.18	1

A noter que le coefficient de Lankford équi-biaxial r_b est supposé égal à 1.

IV.1.4. Calcul des paramètres anisotropes de Hill en fonction de σ_0 , σ_{45} , σ_{90} et σ_b

La caractérisation de l'anisotropie plastique est représentée par les contraintes d'écoulement en fonction de l'angle d'anisotropie. θ

Cette anisotropie est fonction de l'orientation des grains, mécaniquement parlant elle est fonction du rapport des déformations vraies selon la largeur et l'épaisseur de la pièce

En utilisant les équations dépendant des contraintes d'écoulement suivant les directions 0^0 , 45^0 et 90^0 , on obtient les valeurs des coefficients de Hill'48 et qui sont comme suit :

$$F = \frac{1}{2} \left[\frac{\sigma_0^2}{\sigma_{90}^2} + \frac{\sigma_0^2}{\sigma_b^2} - 1 \right]$$

$$F = \frac{1}{2} [1.0586 + 1.0286 - 1] = 0.542$$

$$G = \frac{1}{2} \left[1 - \frac{\sigma_0^2}{\sigma_{90}^2} + \frac{\sigma_0^2}{\sigma_b^2} \right]$$

$$G = \frac{1}{2} [1 - 1.0586 + 1.0286] = 0.485$$

$$H = \frac{1}{2} \left[1 + \frac{\sigma_0^2}{\sigma_{90}^2} - \frac{\sigma_0^2}{\sigma_b^2} \right]$$

$$H = \frac{1}{2} [1 + 1.0586 - 1.0286] = 0.514$$

$$N = \frac{1}{2} \left[\frac{4\sigma_0^2}{\sigma_{45}^2} - \frac{\sigma_0^2}{\sigma_b^2} \right] = \frac{1}{2} \left[\frac{4\sigma_0^2}{\sigma_{45}^2} - 1.0286 \right]$$

$$N = \frac{1}{2} [2.8197] = 1.4098 = 1.410$$

Tableau IV.5. Valeur des paramètres d'anisotropies de Hill 48

Paramètres anisotropes de Hill	F	G	H	N
Valeur des paramètres	0.485	0.542	0.514	1.410

Tableau IV.6. Valeurs des paramètres γ_i , δ_i , q_{xi} , q_{yi} , σ_i en traction uniaxiale suivant la direction de laminage DL et la direction transversale DT.

Mode	Index i	γ_i	δ_i	σ_i	q_{xi}	q_{yi}
Traction à 0°	1	$\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{3}$	σ_0	$1 - r_0$	$2 + r_0$
Traction à 90°	2	$-\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	σ_{90}	$2 + r_{90}$	$1 - r_{90}$
Traction biaxial	3	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	σ_b	$2 + r_b$	$2 + r_b$

IV.1.5. Evolution des paramètres d'anisotropie $\sigma(\theta)$ et $r(\theta)$ de Hill'48 et Barlat 2003 pour la tôle DC04 épaisseur 1.35 mm.

V.1.5.1. Evolution des paramètres d'anisotropie $\sigma(\theta)$ et $r(\theta)$

Les résultats obtenus dans la partie expérimentale sont représentés sur les figures ci-dessus par les paramètres mécaniques $\sigma(\theta)$ et $r(\theta)$; on remarque une influence des résultats expérimentaux sur les valeurs calculées de la contrainte d'écoulement normalisée $\sigma(\theta)$ et l'anisotropie $r(\theta)$ qui sont tributaires de l'angle d'orientation anisotropique par rapport à la direction de laminage le long de la tôle.

On constate d'après la figure IV.3 que dans l'ensemble, la variation de la contrainte normalisée selon Yld-2000 est bien ajustée avec les valeurs expérimentales aux orientations $\theta = 0^\circ, 45^\circ$ et 90° par rapport à la direction de laminage (DL) dans le plan de la tôle.

Par contre, les valeurs de la contrainte normalisée selon Hill'48 suivant les différentes directions sont bien différentes par rapport aux valeurs expérimentales.

Ce qui signifie que l'évolution de la contrainte normalisée en fonction de l'angle θ par rapport à la direction de laminage le long de la tôle est bien représentée par le critère de Yld2000-2d que celui de Hill'48.

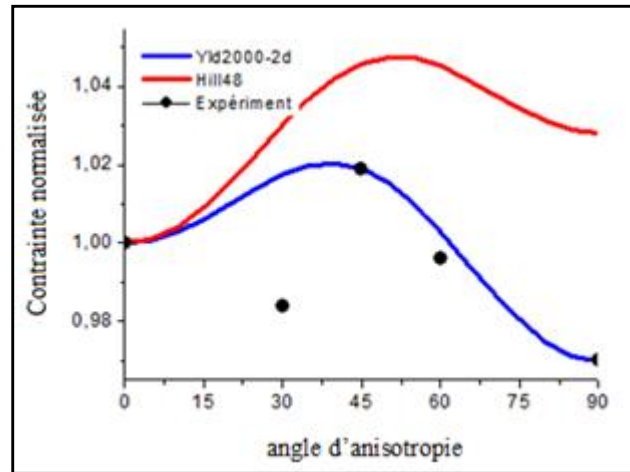


Figure IV.3. Evolution de la contrainte normalisée $\frac{\sigma(\theta)}{\sigma_0}$ en fonction de l'angle d'anisotropie θ par rapport à la direction de laminage dans le plan de la tôle.

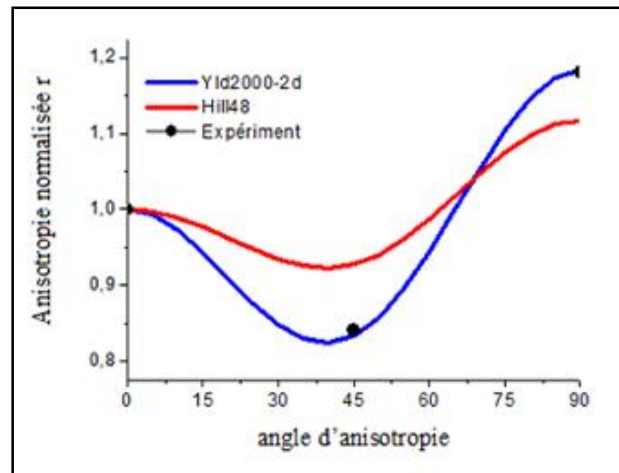


Figure IV.4. Evolution de l'anisotropie normalisée $\frac{r(\theta)}{r_0}$ en fonction de l'angle d'anisotropie θ par rapport à la direction de laminage dans le plan de la tôle.

Par ailleurs, l'évolution de l'anisotropie plastique $r(\theta)$ est aussi bien représentée par le critère de Barlat Yld2000-2d que celui de Hill'48, en effet on remarque un bon ajustement des valeurs de Barlat à travers l'allure de la courbe avec celle de l'expérimental (figure IV.4) suivants les 03 directions = 0° , 45° et 90° .

Au cours des essais, il apparaît que le critère anisotrope de Yld2000-2d et Hill48 sont différents en terme de valeurs obtenues pour la contrainte normalisée et l'anisotropie suivant les différentes directions d'anisotropie dans le plan de la tôle.

IV.1.5.2. Prédiction des surfaces de plasticité de Hill'48 et Yld2000-2d

La figure IV.5 montre la représentation graphique des valeurs expérimentales représentant les contours des surfaces plastiques isotrope de Von-mises et anisotropes de Hill 48 et de Yld2000-2d .

En effet, on remarque aussi un très bon ajustement du contour de la surface plastique prédite par le critère de Barlat Yld2000-2d avec celle de l'expérimental avec un aplatissement de la surface aux points angulaires correspondant à l'orientation $\theta = 45^\circ$.

Les contours de la surface plastique de Hill48 n'assurent pas un bon aperçu de la surface de plasticité expérimentale, l'aplatissement de la surface est prononcé par rapport à celle de Barlat Yld2000-2d surtout au niveau des points angulaires situés à l'orientation $\theta = 45^\circ$.

Par conséquent le critère de Barlat 2003 (Yld2000-2d) donne une meilleure prédiction du comportement de l'anisotropie de la tôle DC04 en fonction des paramètres d'anisotropies de la contrainte d'écoulement $\sigma(\theta)$ et du paramètre d'anisotropie via le coefficient de Lankford $r(\theta)$ que le critère de Hill48.

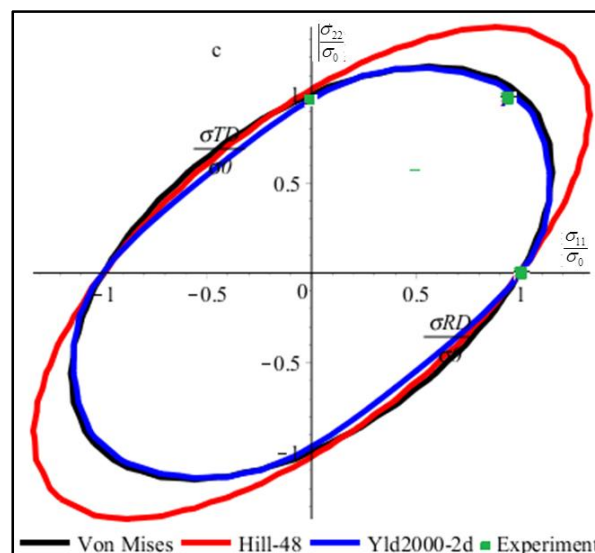


Figure IV.5. Valeurs expérimentales représentant la surface d'écoulement initiale et les contours des surfaces de plasticité de Hill 48 , Yld2000-2d et Von-Mises

IV.1.6. Modélisation et Optimisation des lois d'écrouissage isotrope

Les essais de traction sont primordiaux pour déterminer les lois de comportement des matériaux . Les courbes issues de ces essais sont généralement exploités au niveau de la partie de la déformation homogène ou la déformation est uniformément répartie c'est-à-dire avant le début de la striction. Dans notre étude la déformation est fixée à $\varepsilon = 12 \%$.

Le choix du modèle d'écrouissage isotrope adapté aux résultats expérimentaux de contraintes et déformations est indispensable afin de décrire convenablement le comportement anisotrope de la tôle.

Les lois d'écrouissage les plus usuelles sont celles de : Hollomon, Ludwick, Swift et Voce.

La loi d'écrouissage de Hollomon se présente comme suit : $\sigma_t = K_h \varepsilon_t^{nh}$

Celle de Ludwick : $\sigma_t = \sigma_0 + K_l \varepsilon_t^{nl}$

Celle de Swift : $\sigma_t = K_s (\varepsilon_0 + \varepsilon_t)^{ns}$

Celle de Voce : $\sigma_t = \sigma_{sat} - (\sigma_{sat} - \sigma_0) \exp(-n\gamma \varepsilon_t)$

Afin d'évaluer quantitativement les valeurs théoriques des contraintes et des déformations, nous avons utilisé une fonction erreur pour chaque valeur obtenue de la relation $\sigma = f(\varepsilon)$.

Cette fonction erreur s'écrit comme suit :

$$\delta = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(\frac{\sigma_{theorique}^i - \sigma_{experimental}^i}{\sigma_{experimental}^i} \right)^2} \quad (IV. 3)$$

Ou n est le nombre de points expérimentaux , $\sigma_{theorique}^i$ et $\sigma_{experimental}^i$ respectivement les contraintes théoriques et expérimentales correspondantes , K_h , K_l , K_s , σ_{sat} , nh , nl , ns et $n\gamma$ sont obtenues à partir de valeurs de $(\sigma_t, \varepsilon_t)$ le long de l'axe de traction suivant la direction de laminage.

Après ajustement et optimisation des 04 lois d'écrouissage (Hollomon, Ludwick, Swift et Voce), les paramètres d'écrouissage de ces 04 lois sont dressés dans le tableau IV.7.

Tableau IV.7. Valeurs des paramètres des lois d'écrouissage

Hollomon		Ludwick		Swift		Voce	
$K_h(Mpa)$	531.71	$K_l(Mpa)$	567.48	$K_s(Mpa)$	551.7	$\sigma_{sat}(Mpa)$	444.71
nh	0.137	nl	0.644	ns	0.153	$n\gamma$	12.77

Dans la figure IV.6 est représentée la superposition de la courbe expérimentale avec les 04 courbes d'écrouissage qu'on a présentées ; après optimisation, il apparait que la courbe de Ludwick représente le mieux le comportement de l'acier DC04 en comparaison avec la courbe expérimentale, suivi de la courbe de Voce puis de Swift et enfin de Hollomon ; par conséquent notre choix pour la suite de notre étude se porte sur le modèle d'écrouissage de Ludwick $\sigma_t = \sigma_0 + K_l \varepsilon_t^{nl}$.

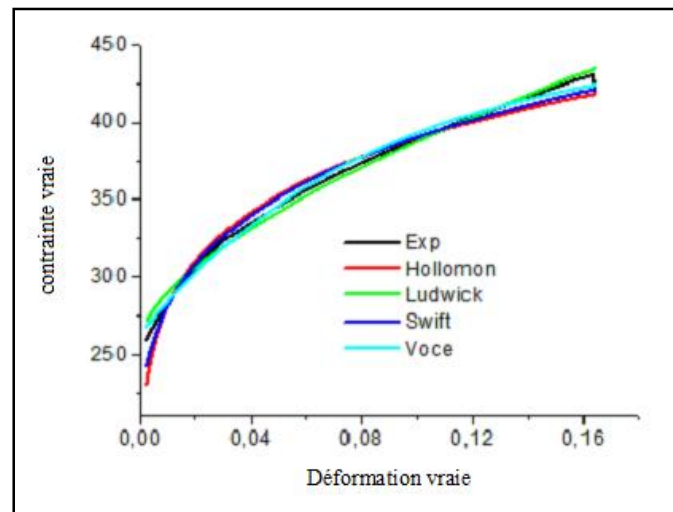


Figure IV.6. Superposition de la courbe d'écrouissage expérimentale avec les modèles d'écrouissage de Hollomon, Ludwick, Swift et Voce

IV.1.7. Evolution du travail plastique $W(p)$

Le contour du travail plastique dissipé et les contraintes tridimensionnelle correspondantes, sont utilisées pour évaluer quantitativement le travail plastique du matériau étudié sollicité en traction biaxiale, principalement quand la forme de la surface plastique varie. L'évolution du contour plastique est déterminée à partir du théorème du travail plastique équivalent.

L'évaluation du travail plastique est calculée en fonction de la déformation plastique équivalente ε_θ^p et de la contrainte d'écoulement $\sigma(\theta)$ le long des 03 axes d'essais de traction uniaxiales (0° , 45° et 90°).

La courbe contrainte-déformation obtenue à partir d'un essai de traction uniaxiale le long de la direction de laminage RD a été choisie comme référence pour le calcul du travail plastique en utilisant les contraintes vraies uniaxiales σ_0 et le travail plastique par unité de volume W_0 . [23]

A l'échelle macroscopique les courbes contrainte-déformation obtenues à partir des essais de traction uniaxiale le long des directions (0° , 45° et 90°) nous permettent de calculer le travail plastique correspondant, soit :

$$\begin{cases} w^p(\theta) = \sigma(\theta)\varepsilon_\theta^p \\ w^p(0^\circ) = \int \sigma(0^\circ)d\varepsilon_0^p \\ w^p(45^\circ) = \int \sigma(45^\circ)d\varepsilon_{45}^p \\ w^p(90^\circ) = \int \sigma(90^\circ)d\varepsilon_{90}^p \end{cases} \quad (\text{IV. 4})$$

La vitesse de déformation plastique équivalente $\dot{\varepsilon}_p$ longitudinale pour les 3 directions (0° , 45° , 90° et la direction de la traction biaxiale) est reliée à chaque contrainte d'écoulement σ_0 , en respectant la vitesse du travail plastique par unité de volume w^p .

La loi d'écrouissage de Ludwick est utilisée pour le calcul de la contrainte d'écoulement en fonction de la déformation plastique équivalente jusqu'à 100% .

Les courbes d'écrouissage suivant les 3 directions (DL, DN et DT) ou DL : est la direction de laminage, DN : la direction normale et DT : la direction transversale et la direction équilibriaxiale sont données par les équations suivantes :

$$\sigma_0(\varepsilon_0^p) = 259 + 567.18(\varepsilon_0^p)^{0.644}$$

$$\sigma_{45}(\varepsilon_{45}^p) = 263 + 590.23(\varepsilon_{45}^p)^{0.611}$$

$$\sigma_0(\varepsilon_{90}^p) = 251 + 644.30(\varepsilon_{90}^p)^{0.667}$$

$$\sigma_b(\varepsilon_i^p) = \frac{(\sigma_0(\varepsilon_i^p) + \sigma_{90}(\varepsilon_i^p))}{2}$$

La déformation plastique et le taux du travail plastique sont montrés successivement sur les figures suivantes :

En prenant en compte les points compris entre $\varepsilon = 0.1$ et la déformation à force maximum, ainsi que les constantes élastiques prises égales à $E = 200\,000$ MPa et $\gamma = 0.3$; on obtient les courbes contrainte-déformation en traction uniaxiale selon DL, DD et DT après lissage par la loi de Ludwick $\sigma_t = \sigma_0 + K_l \varepsilon_t^{nl}$ (figure IV.7).

Les courbes rationnelles sont bien représentées par le lissage proposé par la loi d'écrouissage de Ludwick, l'évolution de l'allure des courbes contrainte- déformation suivant les trois directions est harmonieuse, ainsi l'ordre de classement des contraintes d'écoulement est le suivant : $\sigma_{90} > \sigma_{45} > \sigma_0$.

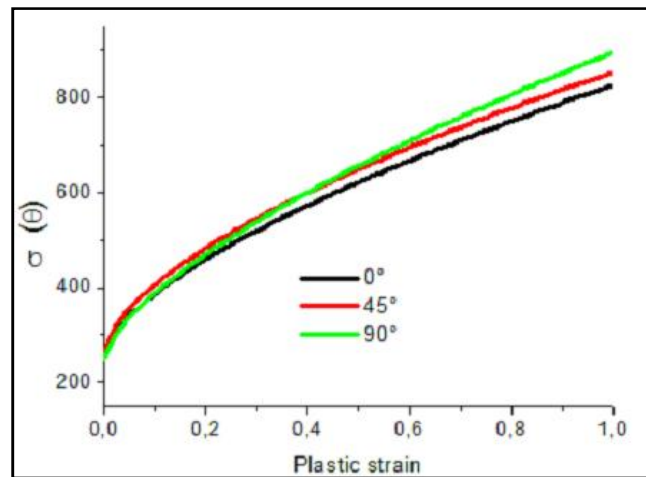


Figure IV.7. Courbes rationnelles de traction à 0° , 45° et 90° , et lissage par la loi d'écrouissage de Ludwick $\sigma_t = \sigma_0 + K_l \varepsilon_t^{nl}$

IV.1.7.1. Evolution du travail plastique w^p en fonction des contraintes normalisées et des taux de déformation équivalente $\bar{\varepsilon}$.

Les essais de traction uniaxiaux, et la valeur de la contrainte biaxiale ainsi que l'anisotropie biaxiale supposée, nous permettent de calculer les coefficients F, G, H, N et les paramètres α_{1-8} des modèles de Hill et Yld2000-2d relatifs aux (05) directions de ε^p .

La contrainte d'écoulement vraie σ_0 et le travail plastique par unité de volume w^p sont associés à une valeur particulière de la déformation vraie ε_0 qui est déterminée par rapport à la direction de laminage de référence tels que : $\sigma_{ref}(\varepsilon_0^p) = \sigma_0(\varepsilon_0^p)$.

Les directions des contraintes d'écoulement sont comparées par la suite en tenant en compte la contrainte associée au travail plastique lui correspondant en appliquant la relation :

$$w^p = \int \sigma_0(\varepsilon_0^p) d\varepsilon_0^p = \int \sigma_{45}(\varepsilon_{45}^p) d\varepsilon_{45}^p = \int \sigma_{90}(\varepsilon_{90}^p) d\varepsilon_{90}^p$$

Les coefficients d'anisotropie de Hill48 sont obtenus à partir des valeurs d'anisotropies (r_0, r_{45}, r_{90}) en utilisant les équations suivantes :

$$r_0 = \frac{H}{G}, \quad r_{45} = \frac{2N - (F + G)}{2(F + G)}, \quad r_{90} = \frac{H}{F}$$

L'évolution du travail plastique w^p est représentée sur la figure IV.8. , en remplaçant les valeurs de la déformation plastique par les valeurs de w^p correspondantes aux valeurs de contraintes d'écoulement.

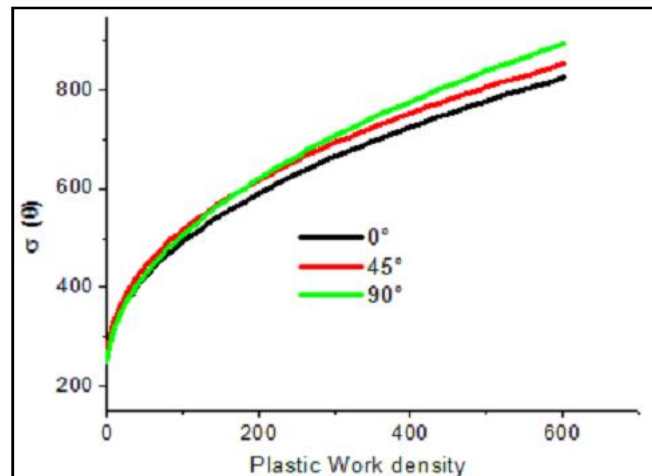


Figure IV.8. Courbes d'écrouissage à 0°, 45° et 90° en fonction de la densité de travail plastique

On constate sur la figure IV.8. que les évolutions des contraintes uniaxiales normalisées représentées par les contraintes uniaxiales suivant les directions 0°, 45° et 90° par rapport à la direction de laminage pour différentes valeur de travail plastique par unité de volume w^p , sont proportionnelles aux évolutions des taux de déformation sur les figures IV.7 et IV.8 .

La variation instantanée des caractéristiques mécaniques $\sigma(\theta)$ (MPa) en fonction de l'évolution des proportions de la déformation équivalente dans les 03 directions est présentée dans le tableau IV.8 et normalisée dans le tableau IV.9.

Tableau IV.8. Evolutions des contraintes en fonction du taux de déformation équivalente $\bar{\varepsilon}$.

$\bar{\varepsilon}(-)$	$\sigma_0(Mpa)$	$\sigma_{45}(Mpa)$	$\sigma_{90}(Mpa)$
0	259	263	251
0.28	506	534	527
0.52	631	659	668
0.82	758	786	815
0.98	819	846	887

Tableau IV.9. Evolutions des contraintes normalisées en fonction du taux de déformation équivalente $\bar{\varepsilon}$.

$\bar{\varepsilon}(-)$	$\frac{\sigma_0}{\sigma_0}$	$\frac{\sigma_{45}}{\sigma_0}$	$\frac{\sigma_{90}}{\sigma_0}$	$\frac{\sigma_b}{\sigma_0}$
0	1	1.015	0.969	0.984
0.28	1	1.055	1.041	1.023
0.52	1	1.044	1.058	1.030
0.82	1	1.040	1.075	1.038
0.98	1	1.032	1.083	1.041

En utilisant la loi : $w^p(\theta) = \sigma(\theta)\varepsilon_\theta^p$, on obtient les valeurs du travail plastique en fonction de la contrainte et de la déformation équivalente $\bar{\varepsilon}$.

Tableau IV.10. Evolution du travail plastique w^p en fonction des contraintes normalisées et des taux de déformation équivalente $\bar{\varepsilon}$.

$w^p(Mpa)$	$\bar{\varepsilon}(-)$	$\sigma_0(Mpa)$	$\sigma_{45}(Mpa)$	$\sigma_{90}(Mpa)$	$\frac{\sigma_0}{\sigma_0}$	$\frac{\sigma_{45}}{\sigma_0}$	$\frac{\sigma_{90}}{\sigma_0}$	$\frac{\sigma_b}{\sigma_0}$
0	0	259	263	251	1	1.015	0.969	0.984
115	0.28	506	534	527	1	1.055	1.041	1.023
252	0.52	631	659	668	1	1.044	1.058	1.030
460	0.82	758	786	815	1	1.040	1.075	1.038
587	0.98	819	846	887	1	1.032	1.083	1.041

A noter que la contrainte biaxiale est assumé et est égale à : $\sigma_b = \frac{\sigma_0 + \sigma_{90}}{2}$.

Les niveaux des contraintes d'écoulement se classent dans l'ordre : $\sigma_{45} > \sigma_0 > \sigma_{90}$ d'après les contraintes d'écoulement déterminées pour différents niveaux de travail plastique ($w = 0, 115, 252, 460$ et 587 MPa) ce qui a permis de définir les variations de $\sigma(\theta)$, normalisées par la contrainte selon DL (figure IV.8).

IV.1.7.2. Evolution du paramètre d'anisotropie $r(\theta)$ en fonction du taux de déformation équivalente $\bar{\varepsilon}$.

Tableau IV.11. Evolution du paramètre d'anisotropie $r(\theta)$ en fonction du taux de déformation équivalente $\bar{\varepsilon}$.

$\bar{\varepsilon} (-)$	r_0	r_{45}	r_{90}	r_b
0	0.94	0.87	1.06	1.00
0.28	1.09	0.87	0.93	1.00
0.52	1.13	0.94	0.90	1.00
0.82	1.18	1.00	0.88	1.00
0.98	1.20	1.03	0.87	1.00

En appliquant la loi : $w^p(\theta) = \sigma(\theta)\varepsilon_\theta^p$, on obtient les valeurs du travail plastique correspondant à la déformation équivalente $\bar{\varepsilon}$.

D'après le tableau IV.12, le critère Yld2000-2d avec $m = 2$, $n = 3$, $p = 2$ permet de représenter avec précision les résultats expérimentaux

Sachant que les paramètres de Barlat, ont été calculés en utilisant la méthode d'itération de Newton-Raphson.

Tableau IV.12. Evolution des paramètres de Barlat 2003 en fonction du taux de déformation équivalente $\bar{\varepsilon}$.

$\bar{\varepsilon} (-)$	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5	α_6	α_7	α_8	k
0	0.9222	1.1107	1.0173	1.0154	1.0152	1.0190	0.9777	0.9678	6
0.28	1.0995	0.8632	0.9770	0.9775	0.9773	0.9786	0.9405	0.9309	6
0.52	1.1409	0.8089	0.9723	0.9689	0.9680	0.9790	0.9542	0.9489	6

0.82	1.1817	0.7573	0.9658	0.9593	0.9574	0.9811	0.9614	0.9547	6
0.98	1.1997	0.7343	0.9643	0.9551	0.9528	0.9836	0.9696	0.9698	6

IV.1.7.3. Analyse de l'évolution des paramètres anisotropes de Hill'48 et de Barlat (Yld2000-2d) en fonction du taux de déformation équivalente $\bar{\epsilon}$.

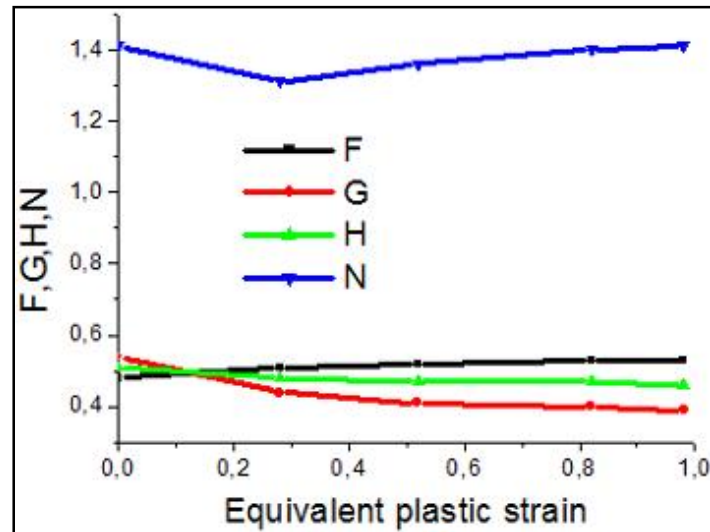


Figure IV.9. Evolution des paramètres anisotropes de Hill'48 en fonction de la déformation plastique équivalente.

La dépendance des 4 paramètres d'anisotropies de Hill'48 à l'évolution des proportions de déformation plastique longitudinale est donné graphiquement par la figure IV.9. L'impact de la déformation plastique sur l'évolution des paramètres d'anisotropie de Hill'48 est représentée par une non monotonie de 0 % à ≈ 24 % de déformation équivalente puis une certaine monotonie de variation des paramètres (F, G et H) de Hill48 à l'exception du paramètre N qui se trouve très influencé par la déformation plastique.

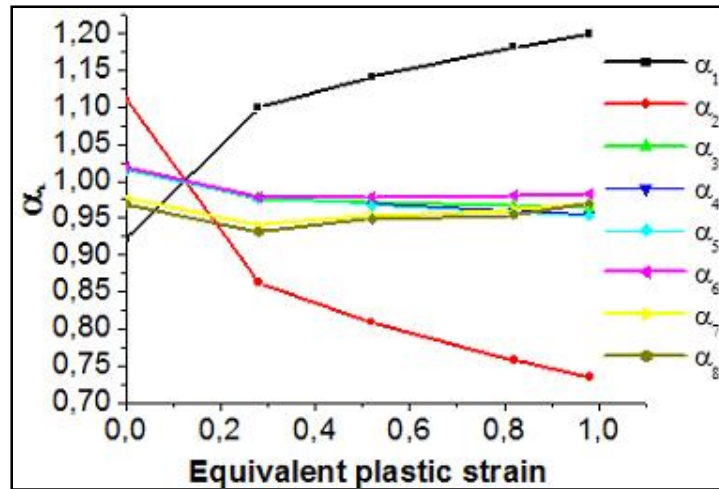


Figure IV.10. Evolution des paramètres anisotropes de Barlat (Yld2000-2d) en fonction de la déformation plastique équivalente.

Par ailleurs, l'impact de la déformation plastique sur l'évolution des paramètres d'anisotropie de Yld2000-2d est représentée sur la figure IV.10 par une monotonie presque parfaite des paramètres ($\alpha_3, \alpha_4, \alpha_5, \alpha_6, \alpha_7, \alpha_8$) de 0 % à ≈ 80 % de la déformation plastique équivalente puis une non monotonie de variation comprise entre 80 % et 100 % à l'exception des paramètres α_1, α_2 très dépendant de la déformation plastique.

IV.1.7.4. contrainte d'écoulement normalisée et coefficient de Lankford des critères de Hill48 et Yld2000-2d à 5 taux de déformation plastique effective ε_0^p

L'évolution des paramètres mécaniques de contrainte d'écoulement normalisée $\sigma(\theta)$ et de l'anisotropie $r(\theta)$ pour les 7 directions ($0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ, 90^\circ$) et à 5 taux de déformation plastique effective ε_0^p (proportionnel au travail plastique w^p par unité de volume) est illustrée graphiquement et montre que cette évolution pour les 2 critères plastiques (Hill48 et Yld2000-2d) varie en fonction du taux de déformation pour les différentes directions de sollicitation par rapport à la direction de laminage et les valeurs mécaniques des contraintes d'écoulement normalisées $\sigma(\theta)$ et du paramètre d'anisotropie de Lankford $r(\theta)$ obtenues sont appréciables.

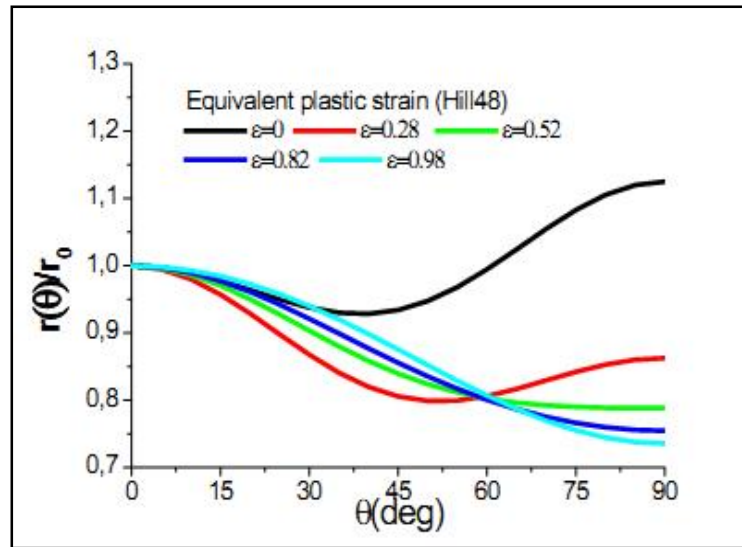


Figure IV.11. Evolution de l'anisotropie $r(\theta)$ de Hill'48 en fonction de l'orientation θ à différents taux de déformation plastique équivalente ε_p .

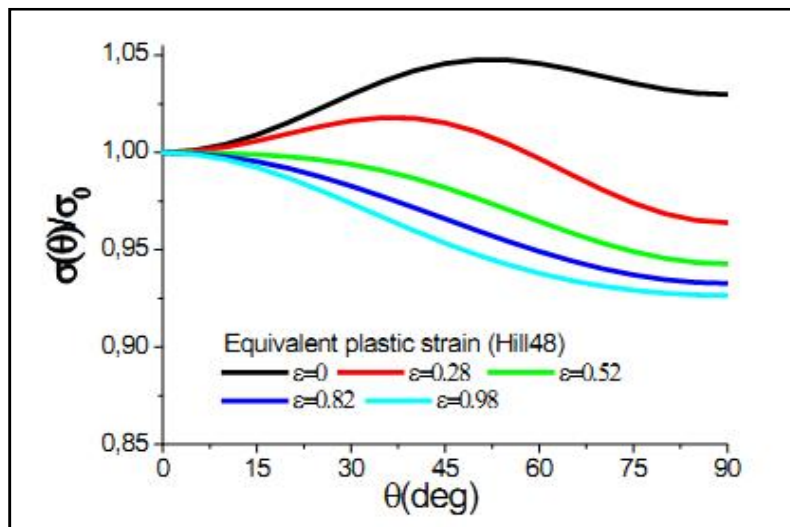


Figure IV.12. Evolution de la contrainte plastique normalisée $\sigma(\theta)$ de Hill'48 en fonction de l'orientation θ à différentes valeurs du taux de déformation plastique équivalente ε_p .

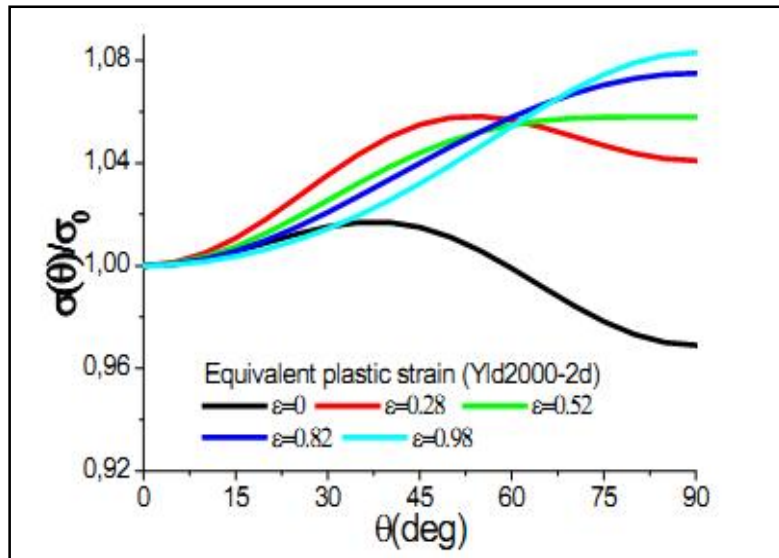


Figure IV.13. Evolution de la contrainte plastique $\sigma(\theta)$ normalisée de Barlat (Yld2000-2d) en fonction de l'orientation θ à différentes valeurs du taux de déformation plastique équivalente ϵ_p .

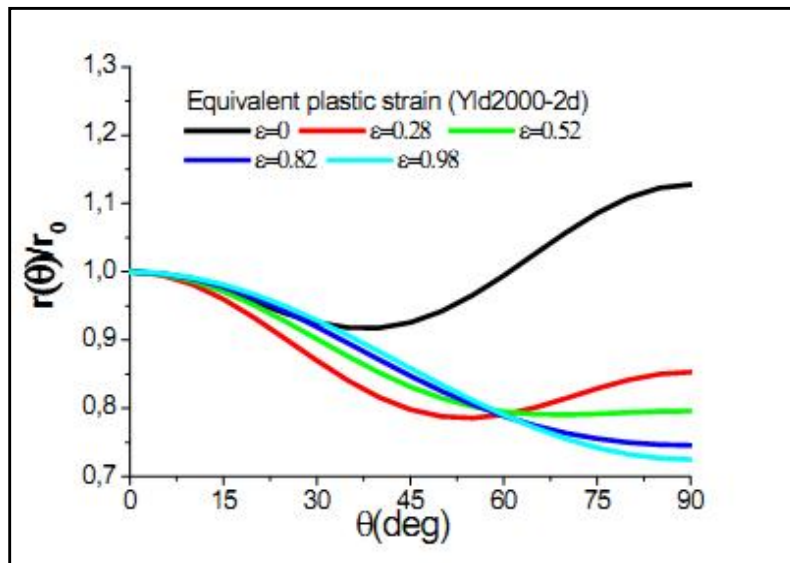


Figure IV.14. Evolution de l'anisotropie $r(\theta)$ de Barlat (Yld2000-2d) en fonction de l'orientation θ à différentes valeurs du taux de déformation plastique équivalente ϵ_p .

IV.1.8. Prédiction des surfaces plastiques de Hill'48, Yld2000-2d et Von-Misès

Les surfaces plastiques normalisées des critères de Hill48 et Barlat (Yld2000-2d) pour les différentes valeurs du travail plastique sont représentées sur les figures IV.15 et IV.16.

Les contraintes d'écoulement ($\sigma_{11} = \sigma_{RD}, \sigma_{22} = \sigma_{TD}$) présentant un contour de travail plastique relatif à une valeur spécifique de la déformation longitudinale équivalente ε_{11} assimilée à $\bar{\varepsilon}^p(0^0)$ pour $\sigma_{12} = 0$. Ces contraintes sont normalisées par la contrainte d'écoulement de traction σ_0 correspondant à $\bar{\varepsilon}^p(0^0)$.

Les figures IV.15 et IV.16 ci-dessous montrent l'évolution de l'anisotropie plastique, représentée par la variation du travail plastique en fonction de la déformation plastique équivalente pour les 2 critères Hill'48 et Barlat 2003, à travers la forme des surfaces plastiques obtenues ; cependant la forme des surfaces paraît affectée par le comportement mécanique de certains paramètres influençant l'anisotropie plane de la tôle DC04.

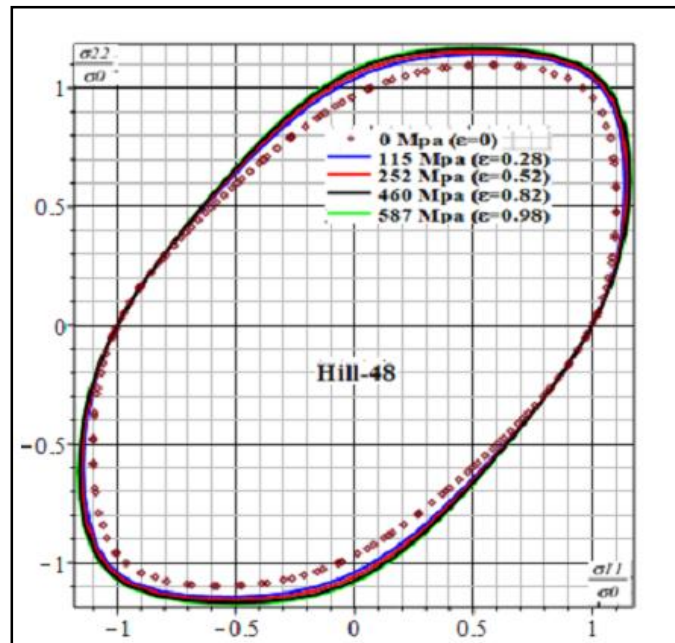


Figure IV.15. Prédiction des surfaces plastiques normalisées de Hill48 pour différentes valeurs de travail plastique avec $\sigma_{12} = 0$.

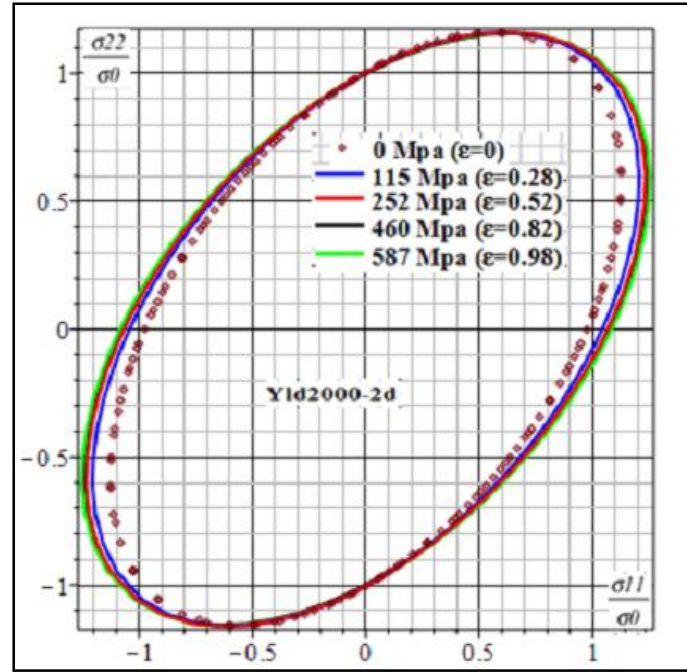


Figure IV.16. Prédiction des surfaces plastiques normalisées de Barlat (Yld2000-2d) pour différentes valeurs de travail plastique avec $\sigma_{12} = 0$.

Généralement la contrainte de cisaillement est souvent égale à 60% de la contrainte d'écoulement plastique en essai de traction uniaxial ce qui est validé par le critère de Hill48, par conséquent il est recommandé de caractériser expérimentalement la tôle par un essai de cisaillement afin de déterminer la valeur réelle de la contrainte de cisaillement σ_{12} .

Afin de comparer la surface d'écoulement avec la surface d'écoulement anisotrope, la contrainte plastique de cisaillement est représentée par ces valeurs tangentielle représentant son contour.

Les figures IV.17. et la figure IV.18 montrent les surfaces de plasticité de Hill48 et Barlat (Yld2000-2d) représentées par les contours correspondant aux valeurs des contraintes de cisaillement normalisées suivantes : $\frac{\sigma_{12}}{\sigma_0} = 0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4$ et projetées sur le plan de contraintes normales $(\frac{\sigma_{11}}{\sigma_0}, \frac{\sigma_{22}}{\sigma_0})$

D'autre part on constate que les contours des surfaces plastiques de Hill'48 ainsi que celle de Yld2000-2d sont fortement influencé par la variation croissante du travail plastique représentée sur les figures IV.17 et IV.18 par un aplatissement croissant des surfaces plastiques ce qui signifie le début d'une orientation privilégiée de déformation et donc une diminution de l'anisotropie.

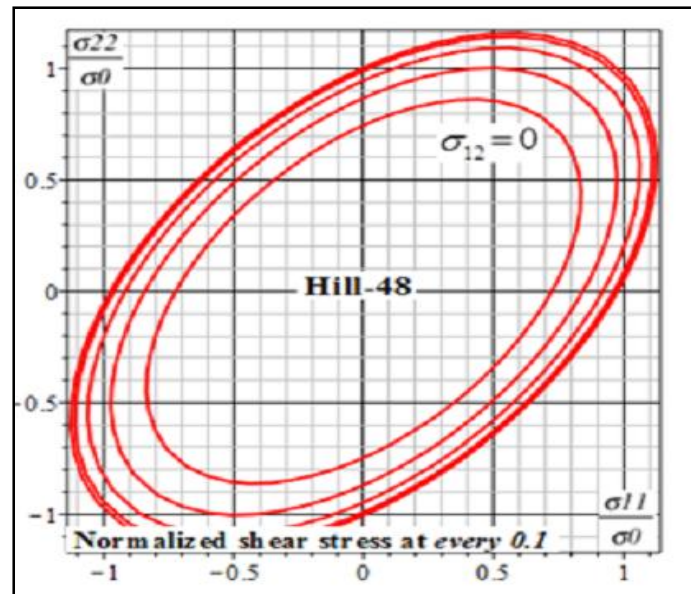


Figure IV.17. Surface plastique calculée de Hill'48 représentée par les contours de la contrainte de cisaillement normalisée à pas de 0,1.

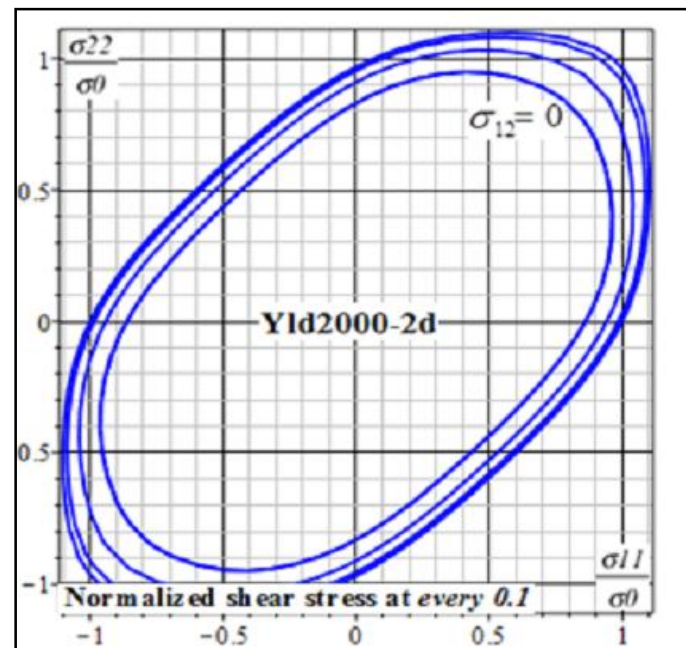


Figure IV.18. Surface plastique calculée de Barlat (Yld2000-2d) représentée par les contours de la contrainte de cisaillement normalisée à pas de 0,1.

En général, on remarque que les critères plastiques de Von-Mises, Hill48 et Barlat (Yld2000-2d) ont des surfaces de plasticité aux allures similaires.

Par ailleurs, on peut voir sur la figure IV.19 que la contrainte de cisaillement normalisée ($\frac{\sigma_{12}}{\sigma_0}$) a une faible influence sur la surface plastique prédite par le modèle de Barlat (Yld2000-2d) ; par contre elle a une influence majeure sur la surface plastique décrite par le modèle de Hill48.

On constate aussi que pour la valeur de la contrainte de cisaillement normalisée $\tau = 0.4$, les modèles de Hill48 et celui isotrope de Von-Mises se superposent presque parfaitement.

A noter, que la valeur maximale théorique de la contrainte de cisaillement normalisée est 0.5953 pour $\sigma_{12} = 153.58 \text{ Mpa}$ pour la fonction plastique de Hill48, par contre elle est fixée à 0.4 pour $\sigma_{12} = 103.2 \text{ Mpa}$ pour la fonction plastique de Barlat (Yld2000-2d).

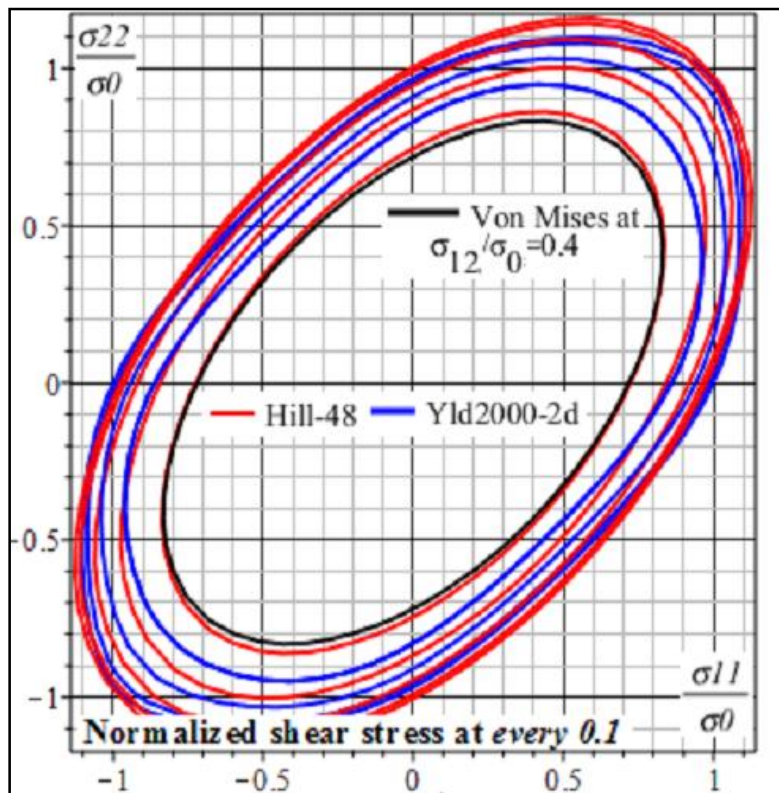


Figure IV.19. Surfaces plastiques calculées de Hill48, Barlat (YLD2000-2d) et Von Mises représentées par la contrainte de cisaillement normalisée à pas de 0.1.

IV.1.9. Synthèse des résultats des critères de Hill'48 et Barlat (Yld2000-2d).

Dans ce travail, des essais de traction uniaxiale dans différentes directions ont été effectuées sur une tôle (DC04) d'épaisseur 1.35 mm. Les critères plastiques de Hill1948 (quadratique) et Yld2000-2d (non quadratique) ont été utilisés pour calculer les valeurs de la contrainte d'écoulement plastique $\sigma(\theta)$, de l'anisotropie plastique à travers le coefficient de Lankford $r(\theta)$ et de déterminer les formes des surfaces plastiques relatives aux 2 critères à différents taux de travail plastique.

Les paramètres d'anisotropie de la fonction de Hill'48 ont été obtenus à partir des valeurs des contraintes plastiques uniaxiales. $\sigma_0, \sigma_{45}, \sigma_{90}$ à $0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$ par rapport à la direction de laminage (RD) et de la contrainte de traction équi-biaxiale σ_b .

En comparaison avec les valeurs expérimentales, le critère de Barlat (Yld2000) donne une meilleure prédiction de la contrainte d'écoulement plastique $\sigma(\theta)$ et du paramètre d'anisotropie $r(\theta)$ que la fonction de Hill'48.

D'autre part, les paramètres des fonctions de plasticité de Barlat (Yld2000-2d) et de Hill1948 ont été calculés en fonction de la déformation plastique équivalente. Par ailleurs, divers modèles empiriques standard d'écrouissage isotrope ont été également présentés et il est démontré qu'un bon ajustement est réalisé par le modèle de Ludwick. Enfin, l'effet de la contrainte de cisaillement normalisée projetée sur le plan de contrainte normal a été discuté.

IV.2. Modélisation du comportement anisotrope évolutif pour une tôle en acier DC04 à l'aide de la fonction de Hill48 sous l'hypothèse de la loi de plasticité non associée.

L'évolution du comportement anisotrope d'une tôle d'acier DC04 pendant l'écrouissage est analysé. Les propriétés mécaniques ont été modélisées sur la base d'une fonction de Hill48 quadratique et sous l'application de deux approches de plasticité : les approches de lois de plasticité associées et non associées (AFR et NAFR, respectivement). Les propriétés mécaniques ont été modélisées, telles que les contraintes d'écoulement uniaxial $\sigma(\theta)$ et le coefficient d'anisotropie $r(\theta)$ (ou le coefficient de Lankford).

Dans l'identification des paramètres anisotropes, le découplage des deux tenseurs (déformation et contrainte) sous l'hypothèse d'une plasticité non associée donne de meilleures prédictions par rapport à l'expérimental.

Dans le but d'introduire l'évolution anisotrope des caractéristiques plastiquement équivalentes pour les contraintes d'écoulement uniaxial $\sigma(\theta)$, l'écrouissage isotrope de la fonction d'écrouissage mécanique est présenté en utilisant la loi empirique suivante basée sur le modèle de Voce. Par conséquent, l'évolution du potentiel plastique a été décrite par une fonction polynomiale basée sur l'approche NAFR.

IV.2.1. Application de la plasticité associée (AFR) et non associée (NAFR) sous le critère de Hill'48 à la tôle DC04 épaisseur 1.50 mm.

En se basant sur un échantillon de la tôle d'épaisseur 1.50 mm situé dans le référentiel (S) qui forme un angle θ avec les axes formant le référentiel (R) de la tôle, les 02 formulations de la contrainte d'écoulement $\sigma(\theta)$ et de l'anisotropie $r(\theta)$ sont les suivantes :

$$\sigma(\theta) = \frac{\sigma_0}{(F \sin^4 \theta + G \cos^4 \theta + H \cos^2 2\theta + 2N \sin^2 \theta \cos^2 \theta)^{\frac{1}{2}}} \quad (\text{IV.5})$$

$$r(\theta) = \frac{\dot{\epsilon}_{yy}}{\dot{\epsilon}_{zz}} = \frac{[H \cos^2 2\theta - (F + G - 2N)) \sin^2 \theta \cos^2 \theta]}{F \sin^2 \theta + G \cos^2 \theta} \quad (\text{IV.6})$$

Selon l'approche de la plasticité associée (AFR), les paramètres anisotropes (F, G, H et N) de Hill sont reliés simultanément au tenseur des contraintes par les contraintes d'écoulement plastique $\sigma(\theta)$ et au tenseur des déformations par les coefficients anisotropes de Lankford $r(\theta)$ par les relations suivantes :

$$\begin{aligned} F &= \frac{1}{2} \left(\frac{2\sigma_0^2}{\sigma_{90}^2 (1 + r_{90})} \right) \\ G &= 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{2\sigma_0^2 r_{90}}{\sigma_{90}^2 (1 + r_{90})} \right) \\ H &= \frac{1}{2} \left(\frac{2\sigma_0^2 r_{90}}{\sigma_{90}^2 (1 + r_{90})} \right) \\ N &= \frac{1}{2} \left(\frac{4\sigma_0^2}{\sigma_{45}^2} - 1 + \frac{\sigma_0^2 (r_{90} - 1)}{\sigma_{90}^2 (1 + r_{90})} \right) \end{aligned}$$

Par contre, suivant l'approche de la plasticité non associée (NAFR), les paramètres anisotropes (F, G, H et N) de Hill sont reliés soit au tenseur des contraintes par les

contraintes d'écoulement plastique $\sigma(\theta)$ soit au tenseur des déformations par les coefficients anisotropes de Lankford (θ) .

A travers les contraintes d'écoulement, les paramètres anisotropes (F, G, H et N) de Hill suivant l'approche de la plasticité non associée désigné par (NAFR-s) sont calculés comme suit :

$$F^y = \frac{1}{2} \left[\frac{\sigma_0^2}{\sigma_{90}^2} + \frac{\sigma_0^2}{\sigma_b^2} - 1 \right]$$

$$G^y = \frac{1}{2} \left[1 - \frac{\sigma_0^2}{\sigma_{90}^2} + \frac{\sigma_0^2}{\sigma_b^2} \right]$$

$$H^y = \frac{1}{2} \left[1 + \frac{\sigma_0^2}{\sigma_{90}^2} - \frac{\sigma_0^2}{\sigma_b^2} \right]$$

$$N^y = \frac{1}{2} \left[\frac{4\sigma_0^2}{\sigma_{45}^2} - \frac{\sigma_0^2}{\sigma_b^2} \right]$$

D'autre part, a travers les coefficients de Lankford r_0 , r_{45} et r_{90} , les paramètres anisotropes (F, G, H et N) de Hill suivant l'approche de la plasticité non associée désigné par (NAFR-r) sont calculés comme suit :

$$F^p = \frac{r_0}{r_{90}(1 + r_0)}$$

$$G^p = \frac{1}{(1 + r_0)}$$

$$H^p = \frac{r_0}{(1 + r_0)}$$

$$N^p = \frac{(1 + 2r_{45})(r_0 + r_{90})}{2r_{90}(1 + r_0)}$$

Les coefficients de Lankford r_0 , r_{45} et r_{90} sont respectivement les coefficients d'anisotropies suivant les directions 0° , 45° et 90° . Avec la condition $G^p + H^p = 1$.

En contraintes planes, la fonction de charge est défini par le critère suivant :

$$f(\sigma, R) = \sqrt{F(\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + G(\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + H(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + 2N\sigma_{12}^2} - \sigma_y - R$$

Pour étudier l'évolution des paramètres d'anisotropies $\sigma(\theta)$ et $r(\theta)$ suivant le critère de Hill48, sous les hypothèses de la plasticité associée (AFR) et la plasticité non associée

(NAFR-s et NAFR-r), des essais de tractions uniaxiaux ont été effectués sur des éprouvettes prélevées à $\theta = 0^\circ$, 45° et 90° par rapport à la direction de laminage DL.

Le tableau IV.13 montre les résultats des coefficients anisotropes de Hill48 (F , G , H et N) sous les hypothèses (AFR et NAFR-s et NAFR-r).

Tableau IV.13. Valeurs des paramètres F , G , H et N de Hill'48 suivant la plasticité associée (AFR) et non associée (NAFR-s et NAFR-r).

AFR	F	G	H	N
	0.472	0.556	0.448	1.286
NAFR-s	F	G	H	N
	0.520	0.436	0.479	1.321
NAFR-r	F	G	H	N
	0.491	0.537	0.462	1.132

Les contraintes d'écoulement σ_y sont normalisées par rapport à σ_0 qui est la contrainte d'écoulement dans la direction de laminage.

Sur la base de Hill48, les paramètres mécaniques prédits $\sigma(\theta)$ et $r(\theta)$ à différentes orientations du métal sont représentés sur la figure IV.20.

La figure IV.20 présente une comparaison entre les valeurs expérimentales et celles des contraintes d'écoulement obtenues par simulation à l'aide du critère de Hill en AFR, NAFR-s, NAFR-r.

On remarque que l'évolution de l'anisotropie de la contrainte d'écoulement n'est pas représentée par la plasticité non associée NAFR-s, seulement au niveau de l'anisotropie initiale.

Par contre, on observe nettement un ajustement meilleur de l'anisotropie de la contrainte d'écoulement sous l'hypothèse de la plasticité associée AFR à $\theta = 0^\circ$ et $\theta = 45^\circ$ et non associée NAFR-r au niveau des orientations $\theta = 0^\circ$ et 90° .

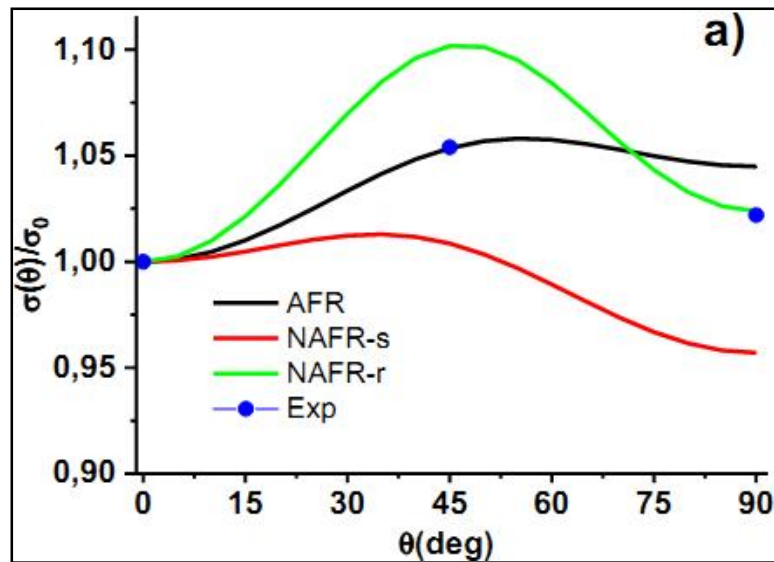


Figure IV.20. Valeurs expérimentales et simulées pour la contrainte d'écoulement normalisée suivant le critère de Hill'48 sous les hypothèses de AFR, NAFR-s, NAFR-r.

L'impact des proportions de l'anisotropie de déformation par le coefficient de Lankford r sur la répartition des propriétés mécaniques dans le plan de la tôle est dressé dans la figure IV.21 ci-dessous

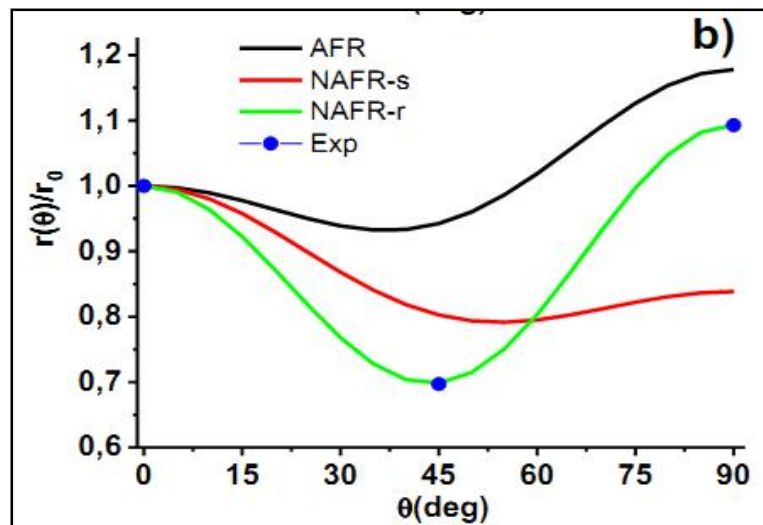


Figure IV.21. Valeurs expérimentales et simulées pour l'anisotropie normalisée suivant le critère de Hill'48 sous les hypothèses de AFR, NAFR-s, NAFR-r.

Au cours de l'évolution de l'écrouissage isotrope, la variation du coefficient de Lankford r est remarquablement impactée par l'évolution de la déformation plastique.

On remarque qu'en terme de la plasticité associée (AFR), et la plasticité non associée (NAFR-s), l'évolution de l'anisotropie de déformation n'est nullement représentée.

Par contre la plasticité non associée (NAFR-r) présente un ajustement parfait des coefficient de Lankford avec les valeurs expérimentales, en effet, la courbe (NAFR-r) coïncide avec la courbe expérimentale à $\theta = 0^\circ$, $\theta = 45^\circ$ et $\theta = 90^\circ$.

On observe donc que le modèle de Hill, dans le cadre de la plasticité associée, ne dispose pas de la flexibilité suffisante pour décrire à la fois l'anisotropie des déformations, qui n'est pas reproduite ici, et l'anisotropie de la contrainte d'écoulement dont la prédiction est appréciable notamment en traction à 0° et à 45° de la direction de laminage mais nulle à 90° .

IV.2.2. Etude de l'évolution de l'anisotropie $\sigma(\theta)$ et $r(\theta)$ de Hill48 en termes de quantité de déformation plastique longitudinale équivalente dans le cadre de la plasticité non-associée (NAFR)

IV.2.2.1. Evolution de la contrainte d'écoulement $\sigma(\theta)$:

Basée sur une méthode d'optimisation, la loi d'écrouissage isotrope de Voce est adoptée dans nos calculs en ayant effectué un ajustement des valeurs de l'équation de Voce par rapport à celles tirées des résultats expérimentaux.

A noter que la plage de déformation sélectionnée est proposée entre 0.1% et 30% avec un intervalle de 10%.

IV.2.2.2. Evolution de l'anisotropie $r(\theta)$:

Le paramètre d'anisotropie définie par le coefficient de Lankford est représenté comme suit :

$$r(\theta)_{\text{instantané}} = \frac{\varepsilon_w(\theta)}{\varepsilon_t(\theta)} \rightarrow \frac{\varepsilon_2(\theta)}{\varepsilon_3(\theta)} = \frac{\varepsilon_2(\theta)}{-(\varepsilon_1(\theta) + \varepsilon_2(\theta))} = -\frac{m(\theta)}{1 + m(\theta)}$$

Avec : $\varepsilon_1(\theta) + \varepsilon_2(\theta) + \varepsilon_3(\theta) = 0$

Et ou $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ sont les déformations vraies suivant les directions longitudinale, transversale et normale dans le plan de la tôle DC04.

L'évolution de l'anisotropie est étudiée par le biais de l'évolution de la déformation transversale en fonction de la déformation longitudinale représentée par le coefficient $-\frac{m(\theta)}{1+m(\theta)}$ qui définit l'allure de la courbe de l'évolution de l'anisotropie.

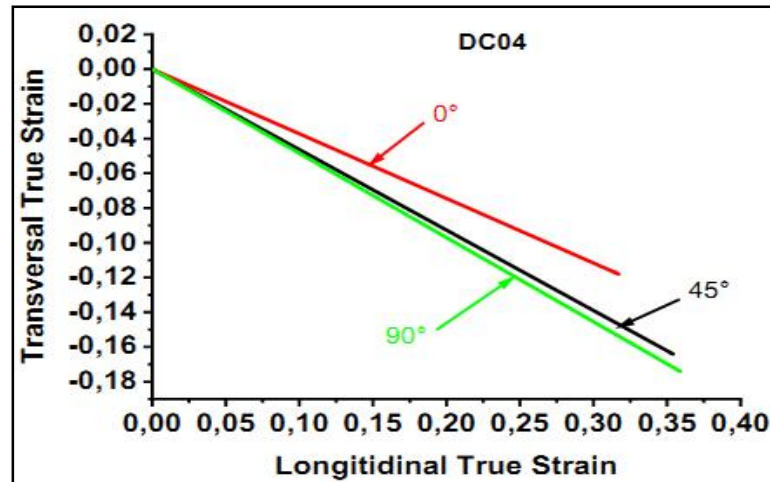


Figure IV.22. Rapport des déformations vraies longitudinale et transversale suivant les 03 directions (0^0 , 45^0 , 90^0).

La figure IV.22 montre l'évolution de l'anisotropie de déformation dans le plan de la tôle qui obéit à une loi polynomiale de degrés 3 qui est la suivante :

L'anisotropie r est obtenue en tout point à travers la fonction polynôme suivante :

$$Poly3(\bar{\epsilon}^p) = a_1(\bar{\epsilon}^p)^3 + a_2(\bar{\epsilon}^p)^2 + a_3(\bar{\epsilon}^p) + a_4$$

Où a_1, a_2, a_3 et a_4 sont des constantes qu'on détermine à l'aide de la méthode de Newton-Raphson.

Tableau IV.14. Valeurs des constantes de la fonction polynôme de degré 3.

Angle	a_1	a_0	a_3	a_4
0^0	-1.2981	1.3805	-0.8569	-6E-06
45^0	-0.7283	0.6896	-0.5177	-2E-06
90^0	-1.4548	-1.4548	-0.8569	-6E-06

Tableau IV.15. Coefficients de Hill'48 sous l'hypothèse de la plasticité non associée (NAFR-s) et (NAFR-r).

NAFR-s	$\bar{\epsilon}^p$	F	G	H	N
	0.1%	0.520	0.436	0.479	1.321
	10%	0.486	0.542	0.513	1.299
	20%	0.495	0.512	0.504	1.345
	30%	0.495	0.514	0.504	1.369
NAFR-r	$\bar{\epsilon}^p$	F	G	H	N
	0.1%	0.491	0.537	0.462	1.132
	10%	0.264	0.335	0.664	0.802
	20%	0.370	0.436	0.536	0.961
	30%	0.454	0.508	0.491	1.061

Dans l'approche non associée (NAFR) et selon les trois taux de déformations plastiques équivalentes, les prédictions des paramètres mécaniques de l'anisotropie $\sigma(\theta)$ et $r(\theta)$ en terme de valeurs normalisées sont données dans la figure. IV.23.

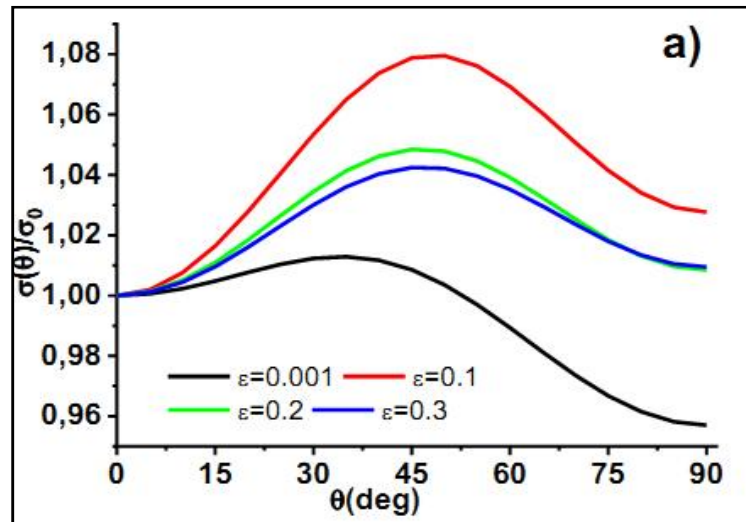


Figure IV.23. Comparaison de la réponse angulaire des valeurs normalisées de $\sigma(\theta)$

En effet une comparaison entre les valeurs expérimentales du coefficient d'anisotropie et la contrainte d'écoulement avec celles obtenues par simulation à l'aide du critère de Hill en AFR et NAFR est illustrée par la figure IV.23 ; On observe une nette amélioration au niveau des valeurs des contraintes qui sont bien représentées.

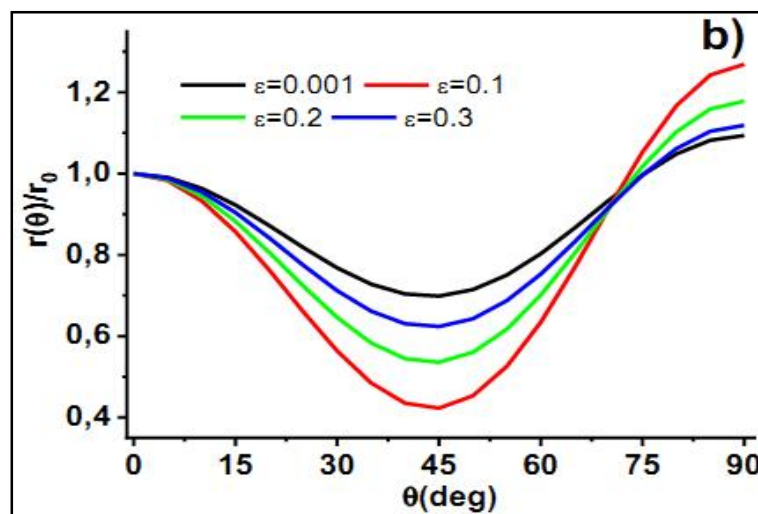


Figure IV.24. Comparaison de la réponse angulaire des valeurs normalisées de $r(\theta)$

Enfin, la figure IV.24 montre la réponse mécanique à 45 et 90° /DL pour les différents modèles par rapport aux valeurs expérimentales et confirme que le modèle de Hill en plasticité non associée permet de bien décrire l'ensemble de la courbe d'écrouissage de ce matériau pour les différentes orientations dans le plan de la tôle.

IV.3. Etude de la relation entre l'anisotropie des matériaux et la caractéristique mécanique de la dureté

V.3.1. Analyse des résultats des observations métallographiques

Les observations au microscope ont donné les résultats métallographiques suivants :



Figure IV.25. Echantillon à 0° de la direction de laminage

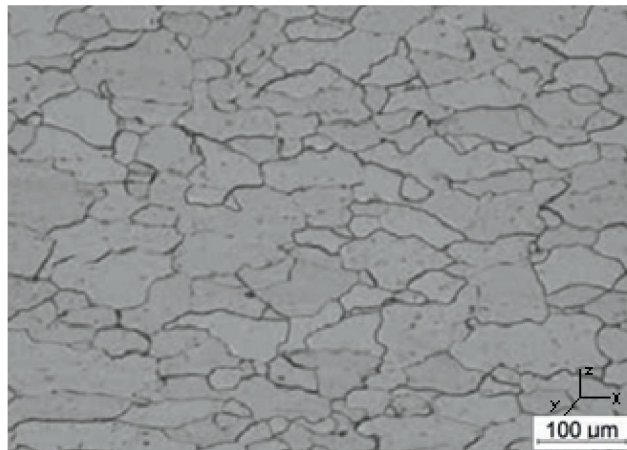


Figure IV.26. Echantillon à 45° de la direction de laminage



Figure IV.27. Echantillon à 90^0 de la direction de laminage

D'après les figures (IV.25, IV.26 et IV.27) on remarque que la microstructure de DC04 est ferritoperlitique à prédominance ferritique, les grains de ferrite sont majoritaires, les tailles de grains différent d'une microstructure à une autre suivant l'orientation du prélèvement sur lequel s'est produite l'observation, par rapport à la direction de laminage

Rappelons qu'un échantillonnage au nombre de 3 a été réalisé afin de calculer une valeur moyenne pour chaque orientation.

D'après les figures, les grains de ferrite correspondant aux échantillons prélevés sur les éprouvettes orientées à 0^0 , 45^0 et 90^0 par rapport à la direction de laminage, sont de forme irrégulière parfois (grossière) uniformément dispersées avec des traces de perlite au niveau des joints de grains.

D'autre part, on remarque une différence notable au niveau de la forme des grains de ferrite, qui sont légèrement allongés pour les échantillons prélevés à 0^0 par rapport au sens du laminage.

Cependant concernant la taille des grains, on constate une granulométrie légèrement fine pour les grains de ferrite de l'échantillon prélevé à 45^0 , puis pour les grains à 90^0 et enfin pour les grains à 0^0 .

Cette remarque semble bien être confirmée par l'indice de grain G pour chaque orientation, d'après les résultats fournis par les mesures métallographiques : l'indice $G = 8.2$, 7.9 et 7.8 respectivement pour les directions 45^0 , 90^0 et 0^0 autrement dit, plus G est élevé, plus la taille de grain diminue et inversement.

Pour étayer cette remarque on aborde une méthode de comptage des grains de ferrite pour chaque orientation suivant la norme ASTM - E112.

En effet, en considérant G : l'indice de grain ; m : le nombre de grains par mm^2 et d_{moy} : le diamètre moyen d'un grain

La relation qui lie l'indice de grain G avec le nombre de grains (m) par mm^2 est formulée comme suit : $m = 8 \times 2^G$

Aussi, le diamètre moyen d'un grain est calculé par la formule : $d_{\text{moy}} = \frac{1}{\sqrt{m}}$

Par conséquent, sachant que les observations métallographiques ont révélé les valeurs des indices de grains G pour les 3 orientations :

- Pour l'orientation 0° :

Sachant que $G = 7.8$, le nombre de grains par mm^2 est de :

$$m = 8 \times 2^G = 1782.88 \text{ grains/mm}^2$$

Le diamètre moyen d'un grain est : $d_{\text{moy}} = \frac{1}{\sqrt{m}} = \frac{1}{\sqrt{1782.88}} = 23.68 \mu\text{m}$

- Pour l'orientation 45° :

Sachant que $G = 8.2$, le nombre de grains par mm^2 est de :

$$m = 8 \times 2^G = 2352.48 \text{ grains/mm}^2$$

Le diamètre moyen d'un grain est : $d_{\text{moy}} = \frac{1}{\sqrt{m}} = \frac{1}{\sqrt{2352.48}} = 20.61 \mu\text{m}$

- Pour l'orientation 90° :

Sachant que $G = 7.9$, le nombre de grains par mm^2 est de :

$$m = 8 \times 2^G = 1910.8 \text{ grains/mm}^2$$

Le diamètre moyen d'un grain est : $d_{\text{moy}} = \frac{1}{\sqrt{m}} = \frac{1}{\sqrt{1910.8}} = 22.87 \mu\text{m}$

Respectivement pour les orientations 0° , 45° et 90° la taille des grains est la suivante : $23.68 \mu\text{m}$, $20.61 \mu\text{m}$ et $22.87 \mu\text{m}$.

Pour étudier la corrélation entre la taille des grains obtenues avec les caractéristiques mécaniques de la limite élastique σ_e et de la contrainte à la rupture σ_r , on effectue un comparatif des valeurs .

Les valeurs des contraintes σ_e , σ_r et d_{moy} sont dressées dans le tableau IV.16 suivant :

Tableau IV.16. Diamètre moyen suivant les directions 0° , 45° et 90° des échantillons par rapport au sens du laminage

Direction de l'essai	σ_e (Mpa)	σ_r (Mpa)	$d_{moy\text{ grain}}$ (μm)
0°	258	365	23.68
45°	263	380	20.61
90°	267	367	22.87

D'après le tableau IV.16, on remarque que les valeurs de la contrainte à la rupture σ_r se classent par ordre croissant (365Mpa, 367 Mpa et 380 Mpa) respectivement pour les essais de traction réalisés suivant les directions 0° , 90° et 45° ; Inversement le diamètre moyen des grains se classe par ordre décroissant ($23.68 \mu\text{m}$, $22.87 \mu\text{m}$ et $20.61 \mu\text{m}$) suivant les mêmes directions.

En effet les grains fins favorisent l'augmentation de la valeur du paramètres de la contrainte à la rupture σ_r à savoir plus le grain est fin, plus la contrainte à la rupture est élevée.

Par conséquent, d'après les valeurs de la contrainte à la rupture σ_r il semble qu'il ya une corrélation entre les valeurs de la contrainte à la rupture σ_r avec la taille des grains suivant les 03 directions 0° , 45° et 90° .

La comparaison en terme de la contrainte d'écoulement σ_e montre un classement par ordre croissant (258Mpa, 263Mpa et 267Mpa) respectivement pour les essais de traction réalisés suivant les directions 0° , 45° et 90° .

Cependant on retient que, la comparaison en terme de contrainte d'écoulement σ_e , avec la granulométrie calculée pour chacune des 03 directions, n'est pas concluante..

Par conséquent il semble bien que la corrélation entre l'affinement de grain et la caractéristique mécanique σ_r est bien mise en évidence à travers les résultats obtenus.

IV.3.2. Etude de la relation entre l'anisotropie et la dureté Vickers H_v

Après essais de traction des échantillons prélevés sur la tôle DC04 dans chacune des directions 0° , 45° et 90° par rapport à la direction de laminage, des mesures de l'anisotropie du coefficient de Lankford r et de la dureté Vickers H_v ont été effectués en vue d'une comparaison des résultats.

Les échantillons ont des dimensions $(20 \times 20 \times 1.35) \text{ mm}^3$,

Les mesures des longueurs moyennes des diagonales prises sur les échantillons des éprouvettes orientés à 0° , 45° et 90° par rapport à la direction de laminage après exercice d'une charge de 100 kgf sur la machine de dureté ont donné les valeurs suivantes :

Tableau IV.17. Mesure des diagonales longitudinales et transversales suivant les 3 directions 0° , 45° et 90°

Direction	Diagonal transversal	Diagonal longitudinal
0°	$d_1 = 30 \mu\text{m}$	$d_2 = 52 \mu\text{m}$
45°	$d_1 = 28 \mu\text{m}$	$d_2 = 40 \mu\text{m}$
90°	$d_1 = 26 \mu\text{m}$	$d_2 = 54 \mu\text{m}$

La dureté Vickers se calcule en fonction de la relation $H_v = 1.854 \frac{F}{d^2}$ avec F : 100 kgf la charge appliquée et d le diamètre moyen des diagonales longitudinales et transversales d_1 et d_2 .

D'autre part, les essais de traction qui ont été faits sur les éprouvettes DC04 épaisseur 1.35 mm prélevées à 0° , 45° et 90° ont donné respectivement les valeurs d'anisotropies r de 1.84, 1.5 et 2.13.

Tableau IV.18. Valeurs de la dureté Vickers suivant les 3 directions 0° , 45° et 90°

Direction	Dureté Vickers H_v	Paramètre d'anisotropie $r(\theta)$
0°	110.29	1.84
45°	160.38	1.5
90°	128.39	2.13

On remarque que la valeur d'anisotropie $r_{45} = 1.5$ est celle qui correspond à la dureté la plus élevée $H_V = 160.38$ et $r_0 = 1.84$ pour la dureté la plus faible $H_V = 110.29$.

Par conséquent, il semble bien que l'orientation 0^0 avec un $r_0 = 1.84$ pour un $H_V = 110.29$ et un affinement de grain $d_{moy grain} = 23.68$ parait la plus favorable à la mise en forme que les autres orientations.

Par ailleurs, sachant que l'anisotropie ρ calculée à partir des mesures des diagonales longitudinales et transversales d_1 et d_2 de la dureté Vickers est exprimée par la relation suivante :

$$\rho = \frac{d_2}{d_1}$$

Les valeurs de la dureté H_V et l'anisotropie ρ suivant les directions 0^0 , 45^0 et 90^0 sont donnés dans le tableau IV.19 :

Tableau IV.19. Valeurs du paramètre d'anisotropie $\rho(\theta)$ suivant les 3 directions 0^0 , 45^0 et 90^0

Direction	Dureté Vickers H_V	Paramètre d'anisotropie $\rho(\theta)$
0^0	110.29	$\rho(0^0) = \frac{d_2}{d_1} = \frac{52}{30} = 1.73$
45^0	160.38	$\rho(45^0) = \frac{d_2}{d_1} = \frac{40}{28} = 1.42$
90^0	128.39	$\rho(90^0) = \frac{d_2}{d_1} = \frac{54}{26} = 2.07$

Le paramètre ρ qui est donc le rapport des diagonales longitudinales et transversales suivant les 3 directions ($0^0, 45^0$ et 90^0) définit l'anisotropie selon la dureté Vickers. En considérant l'anisotropie plane dans le plan de la tôle, la valeur moyenne du paramètre ρ est comme suit :

$$\bar{\rho} = \frac{\rho_0 + 2\rho_{45} + \rho_{90}}{4} = \frac{1.73 + 2.84 + 2.07}{4} = 1.66$$

L'anisotropie plane moyenne $\bar{r}$ dans le plan de la tôle est égale à :

$$\bar{r} = \frac{1.84 + 3 + 2.13}{4} = 1.74$$

A partir des valeurs calculées de l'anisotropie plane moyenne des paramètres $\bar{\rho}$ et $\bar{r}$, une relation polynomiale linéaire reliant les 2 paramètres a été établie par de nombreux scientifiques, on cite [97] qui a identifié une relation entre les 2 paramètres d'anisotropies $\bar{r}$ et $\bar{\rho}$ par la formulation polynomiale suivante $r = 15.1\alpha^2 - 13.8$.

Avec : $r = \bar{r}$; $\alpha = \bar{\rho}$

Tableau IV.20. Corrélation des paramètres anisotropes $r(\theta)$ et $\rho(\theta)$ suivant les 3 directions 0° , 45° et 90°

Angle	$\rho(\theta)$	$r(\theta)$
0°	1,73	1.84
45°	1,42	1.5
90°	2.07	2.13

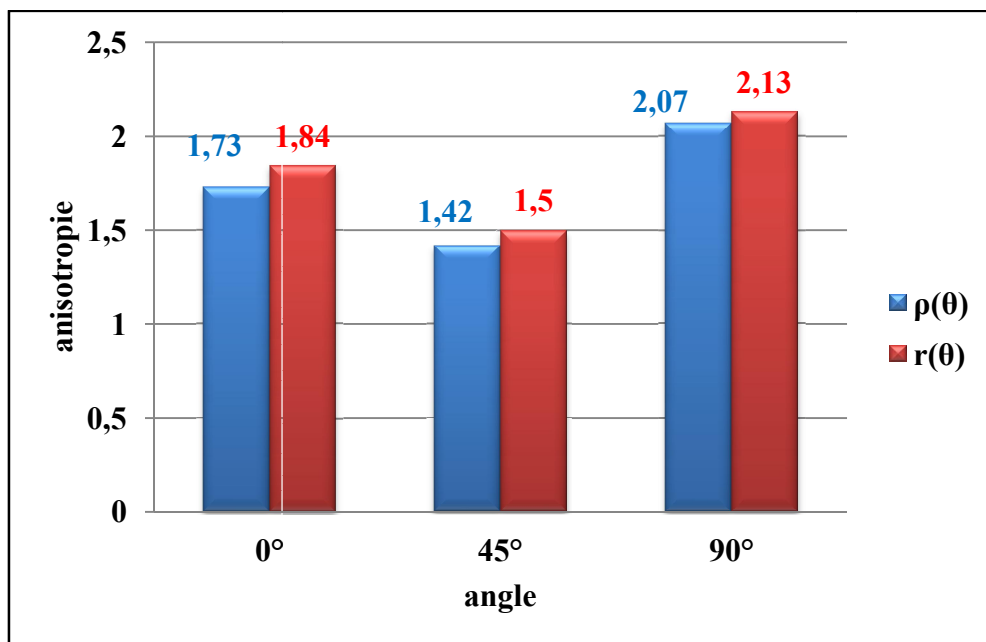


Figure IV.28. Comparatif des paramètres d'anisotropie $\rho(\theta)$ et $r(\theta)$ suivant les 03 directions (0° , 45° , 90°)

Suivant les valeurs des paramètres d'anisotropies r et ρ que nous avons calculé, on a établi des équations sous forme de fonction représentant les variations des paramètres $r(\theta)$ et $\rho(\theta)$ en fonction de la variable (θ) ; il ressort que les fonctions obtenues sont polynomiales d'ordre 2 et qu'il ya une similitude entre les 2 fonctions; une relation est déduite de cette similitude sous la forme $r(\theta) = f(\rho(\theta))$.

A partir des fonctions calculées $r(\theta) = 0.48 \theta^2 - 1.79 \theta + 3.15$ et $\rho(\theta) = 0.48 \theta^2 - 1.75 \theta + 3$, la relation déduite entre $r(\theta)$ et $\rho(\theta)$ qui est une fonction polynôme d'ordre 2 est formulée comme suit : $r(\theta) = -0.37\rho(\theta)^2 + 2.27\rho(\theta) - 0.97$

Ou en fonction de $\bar{r}$ et $\bar{\rho}$: $\bar{r} = -0.37\bar{\rho}^2 + 2.27\bar{\rho} - 0.97$

Sous forme linéaire de degré 1, la relation devient : $\bar{r} = 0.96736 \bar{\rho} + 0.140126$ qui est une représentation grossière de la relation entre les 2 paramètres.

Cependant, on retient que la relation d'ordre 2 : $\bar{r} = -0.37\bar{\rho}^2 + 2.27\bar{\rho} - 0.97$ est la plus précise.

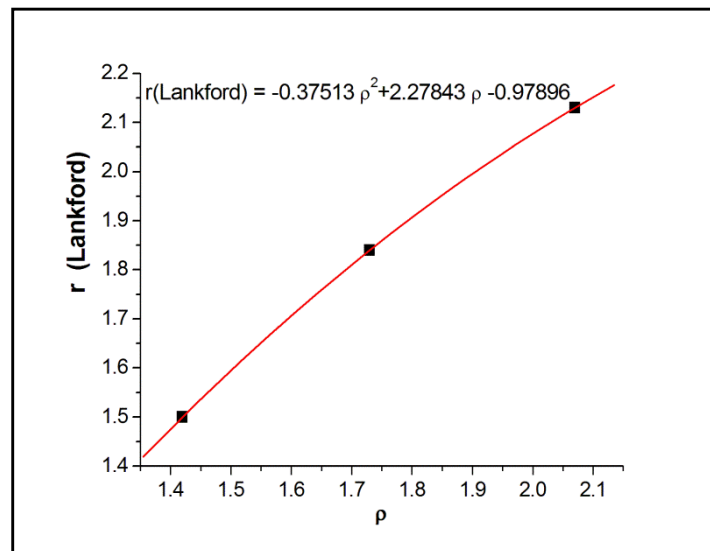


Figure IV.29. Courbe polynomiale de $r(\theta)$ en fonction de $\rho(\theta)$

IV.4. Simulation de l'essai de traction sous le modèle plastique isotrope de Von Misès

On a simulé les expériences représentatives de l'essai de traction uniaxiale. Les résultats qui ont été obtenus à la suite de simulation par éléments finis en utilisant le logiciel abaqus sous le type de maillage (Hex/Incompatible mode) de la famille 3D Stress, linéaire à intégration réduites C3D8RI ont été analysés comparativement avec les résultats obtenus expérimentalement. Les simulations ont été effectuées avec le critère de Von Mises.

Le modèle de Von –misès est intégré dans Abaqus sans sous –programme (UMAT ou VUMAT) qui sont parfois difficile d'accès et indispensable pour l'application d'autres

modèles plastiques anisotropes avancés tels que ceux de BBC-2005 ou Barlat 2003. A noter que le modèle de Von-mises est fréquemment utilisé dans la simulation des essais de caractérisation mécaniques précisément l'essai de traction. Les résultats des simulations obtenus par le modèle de Von-mises des différents paramètres mécaniques sont généralement appréciables et le caractère prédictif du comportement du matériau étudié satisfaisant. L'évolution des déformations, des contraintes et d'autres variables sont visualisées à partir du fichier .odb.

IV.4.1. Distribution des contraintes de Von –mises 'S' en essai de traction

On remarque que la distribution des contraintes de Von-mises est répartie de manière croissante à partir des extrémités jusqu'au centre de l'éprouvette ou la concentration de l'état de contrainte est au maximum, avec une contrainte maximale $S_{max} = 368.9 \text{ Mpa}$ et une contrainte de mises $S_{mises} = 366.8 \text{ Mpa}$. D'autre part, la valeur de la contrainte de Misès ($S_{mises} = 366.8 \text{ Mpa}$.) est légèrement supérieure à la valeur de la contrainte expérimental enregistré $\sigma_{max} = 365 \text{ Mpa}$, ce qui est appréciable du point de vue de la simulation.

Ci-dessous sur la figure IV.30 l'évolution des contraintes en fonction des incréments de déformations.

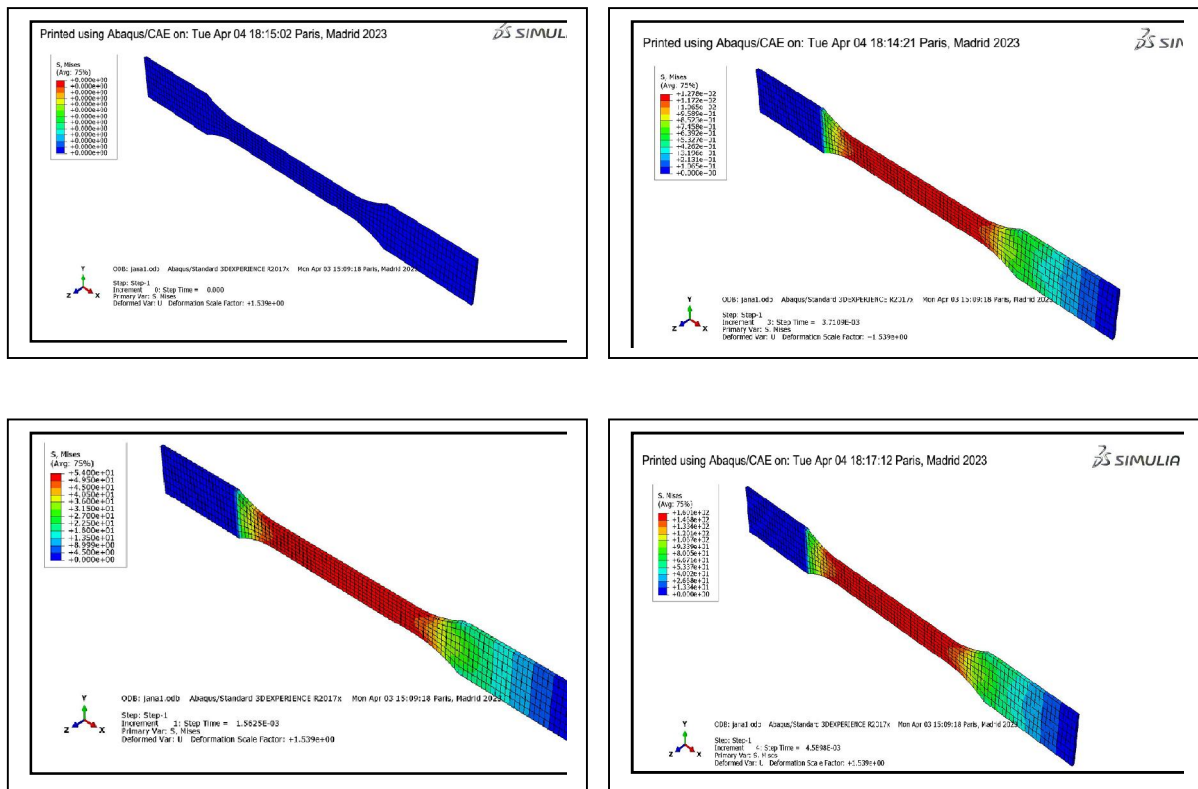


Figure IV.30. Evolution des contraintes 'S' en fonction des incréments de déformations.

On remarque aussi, d'après les simulations par abaqus sous Von–Misès sur les figures IV.30.a, IV.30.b et IV.30.c que, suivant les différents incréments allant de 0, et à partir de l'incrément $n=10$ jusqu'à l'incrément $n=48$ correspondants aux valeurs $\sigma_{11} = 368.2 \text{ Mpa}$ et $E_{11} = 0.189$, l'évolution des contraintes est bien simulé par le modèle de Von –Misès, en effet les valeurs simulés et expérimentales sont représentées dans le tableau IV.21.

Tableau IV.21. Comparaison des valeurs obtenues expérimentalement avec celles obtenues par simulation de DC04 (épaisseur $e=1.35\text{mm}$)

Grandeurs mécaniques	Contrainte maximale (Mpa)	Déformation
Valeurs expérimentales	365	0.18
Valeurs simulées	368.2	0.189

On déduit du tableau IV.21., que le critère de Von –Misès décrit bien le comportement de la tôle en essai de traction ; cela est visible via les valeurs obtenues par simulation abaqus sous le critère de Von -misès qui se confond avec les valeurs théoriques de la courbe expérimentale.

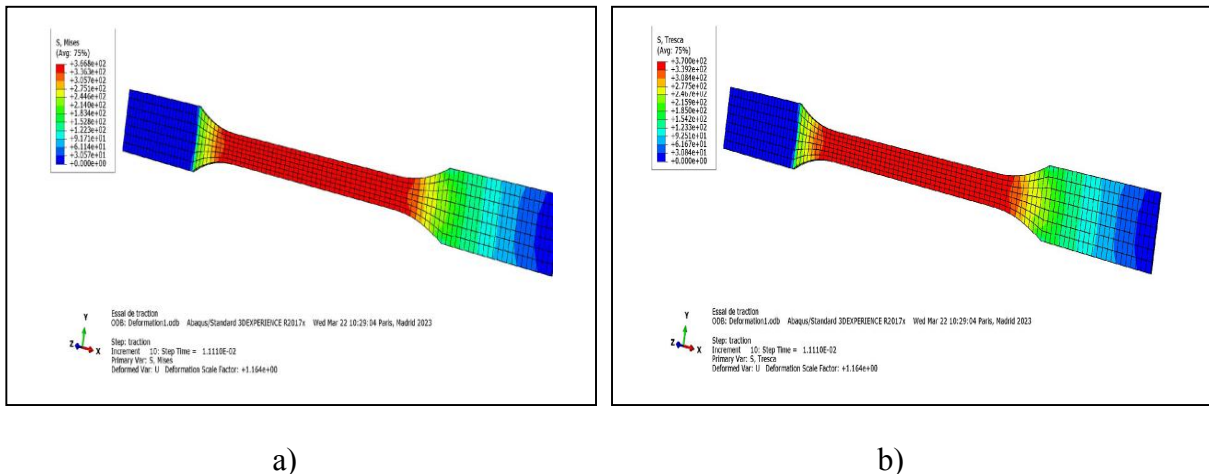


Figure IV.31. Evolution des contraintes ‘S’ en fonctions des déformations de : (a). Von-Mises ; (b) Tresca

D'après les simulations sur les figure IV.31.a et IV.31.b, le critère de Von mises est représenté par un état de contraintes $S_{\text{Mises}} = 366.8 \text{ Mpa}$, aussi le critère de Tresca est représenté par un état de contrainte de cisaillement $S_{\text{Tresca}} = 370 \text{ Mpa}$. On remarque que la règle de 13% d'écart entre les critères de Von misès et Tresca n'est pas respectée, cependant

le cisaillement de Tresca est dominant dans la section utile de l'éprouvette, un mouvement de cisaillement de plans cristallographiques à l'origine de la déformation plastique, est localisé dans cette zone.

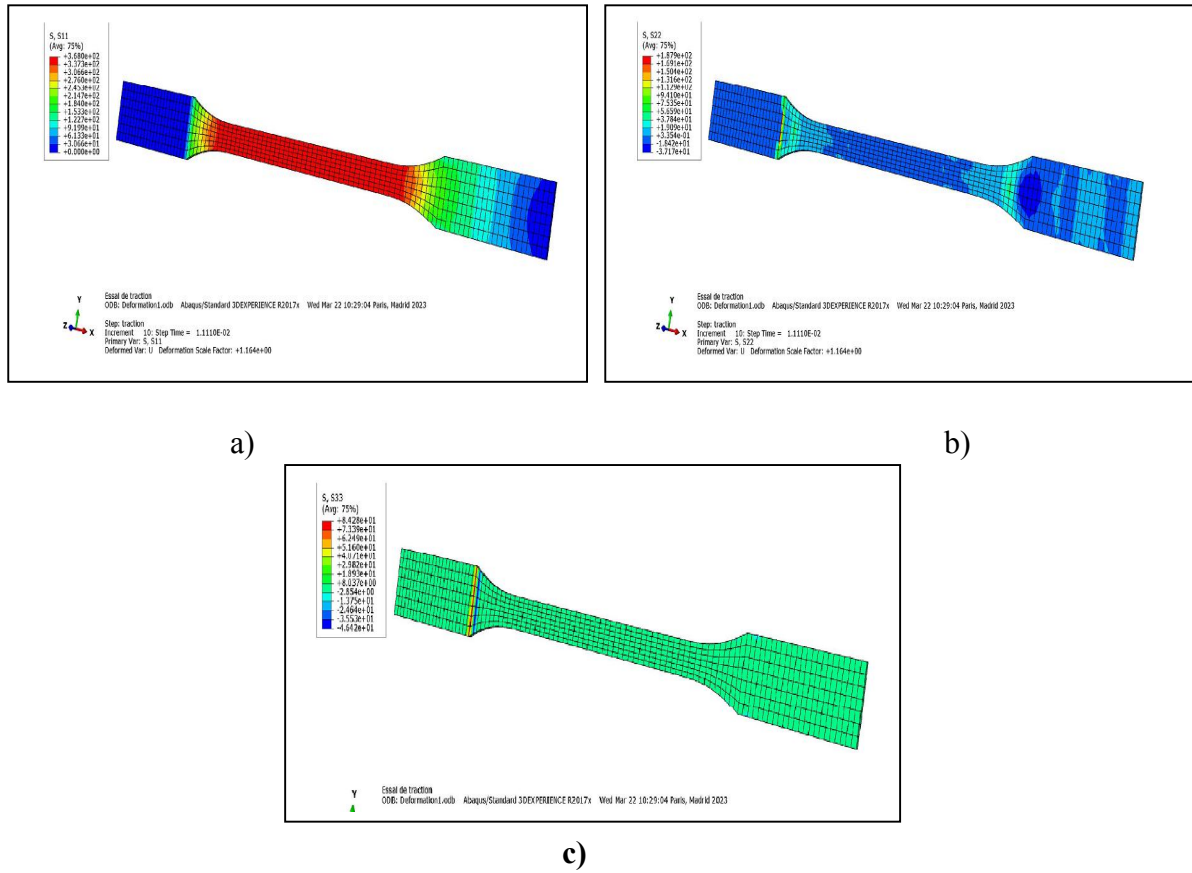
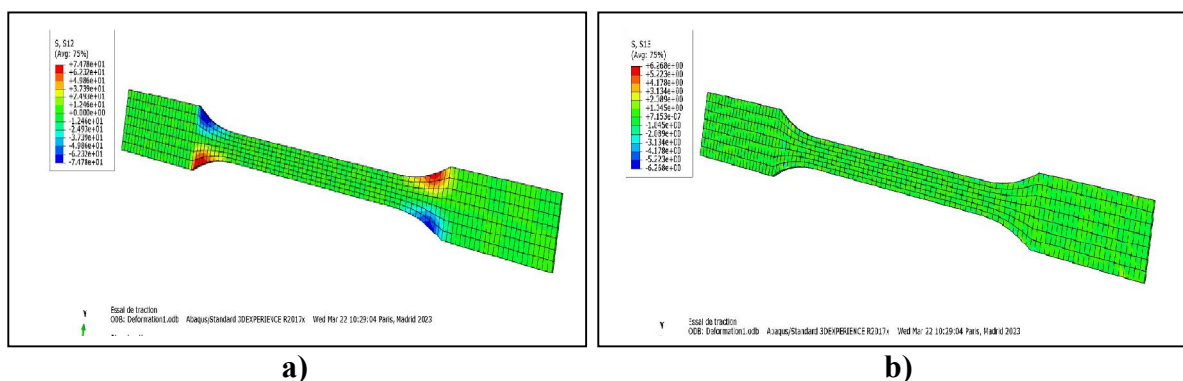
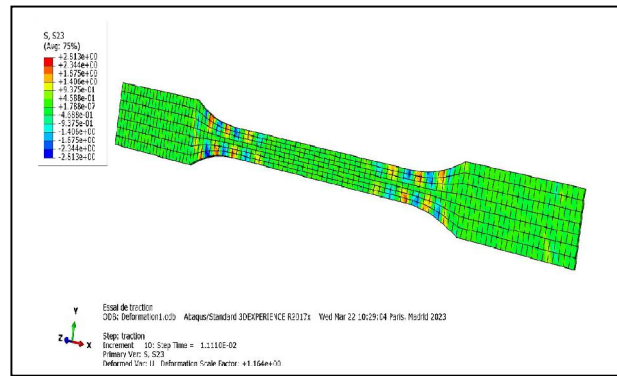


Figure IV.32. Evolution de la distribution des contraintes principales ' S_{ii} ' en fonctions des déformations suivantes : (a) axe X, (b) axe Y, (c) axe Z.

On remarque d'après les simulations de la répartition des contraintes principales S_{11} , S_{22} et S_{33} sur les figures IV.32.a, IV.32.b et IV.32.c que les contraintes principales sont respectivement aux proportions de : 368 Mpa, 187.9 Mpa et 84.28 Mpa ; la valeur de la contrainte $S_{11} = 368$ Mpa coïncide bien avec celle obtenue par l'expérimental par essai de traction.



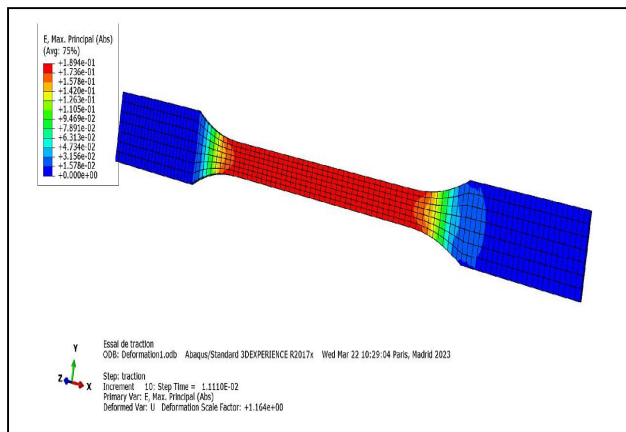


c)

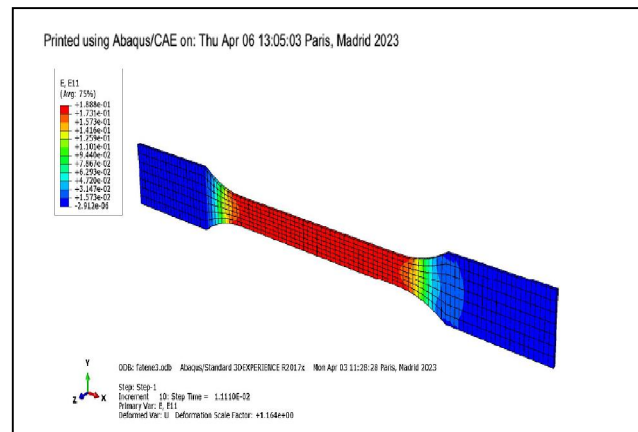
Figure IV.33. Evolution de la distribution des contraintes tangentielles ‘ S_{ij} ’ en fonction des déformations suivants : (a) axe longitudinal X, (b) axe Y, (c) axe Z.

De même, les contraintes S_{12} , S_{23} et S_{13} simulés dans les figures IV.33.a, figure IV.33.a et figure IV.33.a qui représentent les contraintes tangentielles respectivement dans les plans xy, yz et xz sont aux proportions de : 74.78 Mpa, 2.813 Mpa et 6.268 Mpa ; la valeur de S_{12} est la contrainte de Tresca calculé et qui est égale à $\sigma_{12} = 76.4 \text{ Mpa}$.

IV.4.2. Distribution des déformations ‘E’ de Von –mises en essai de traction



a)



b)

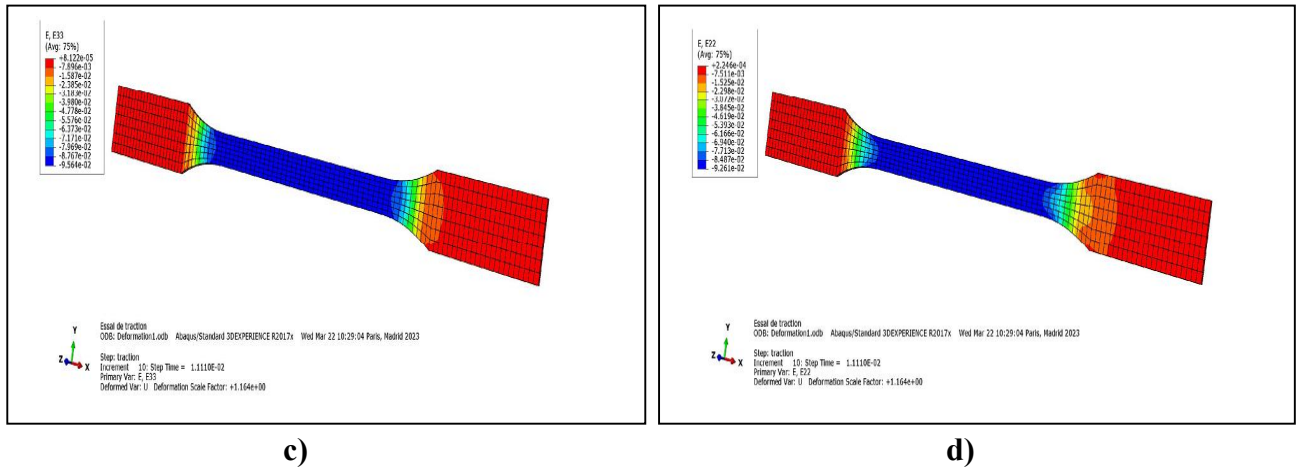
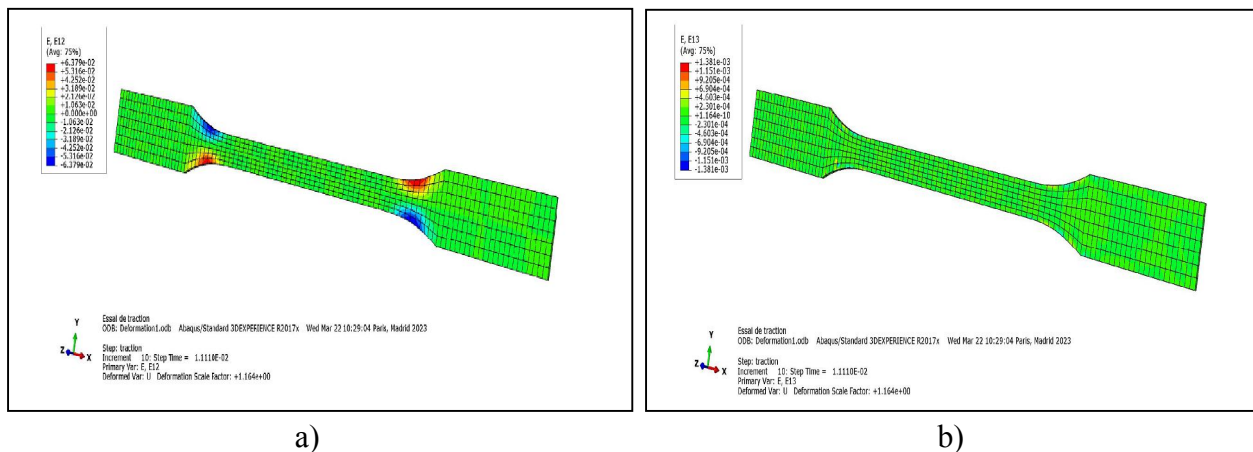
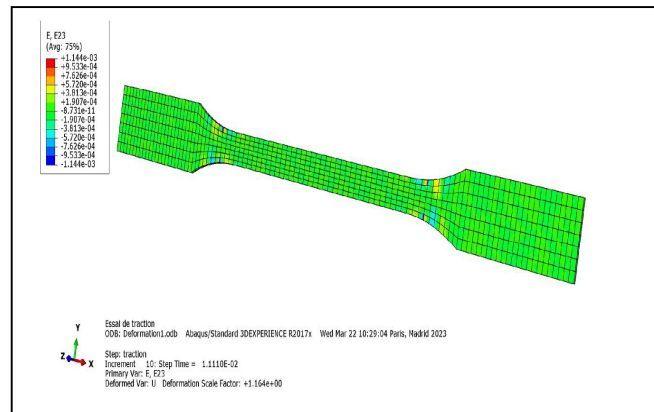


Figure IV.34. Evolution de la distribution en essai de traction de : (a) déformation maximale totale E; (b), (c), (d) déformations suivant respectivement les directions longitudinale X, transversale Y et normale Z.

La déformation maxi totale simulée (figures IV.34.a) avoisine celle de l'expérimental d'après le tableau IV.21. En effet la déformation ($E_{\text{simulé}} = 0.189$) et celle de l'expérimentale ($E_{\text{expérimental}} = 0.18$).

D'autre part, les déformations longitudinales E_{22} et E_{33} suivants Y et Z (figures IV.34.c et IV.34.d) sont presque nulles et la déformation E_{11} suivant l'axe X de sollicitation (figure IV.34.b,) est dominante et est presque égale à la déformation totale. $E_{\text{MAXI}} = E_{11}$. car la traction est unidirectionnelle selon l'axe X.





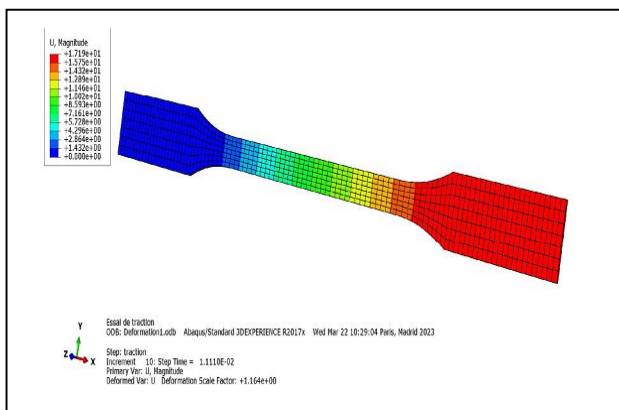
c)

Figure IV.35. Evolution de la distribution en essai de traction des déformations tangentielles suivant respectivement les directions XY, XZ et YZ.

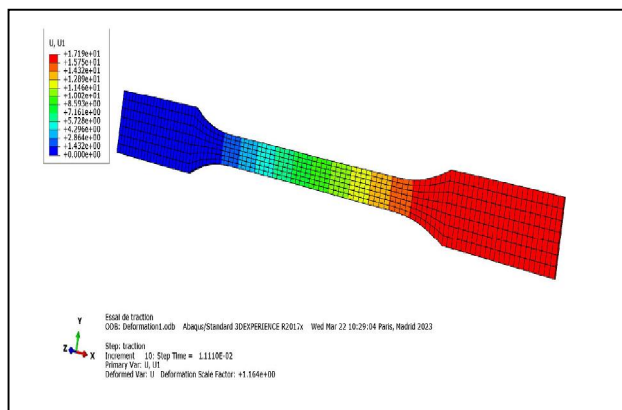
Concernant les déformations tangentielles E_{13} et E_{23} (figures IV.35. b et IV.35. c) suivant les plans d'axes XZ et YZ, elles sont négligeables de même la déformation E_{12} égale en moyenne à $1.06 \cdot 10^{-2}$ est presque nulle dans le plan d'axes XY (figure IV.35. a).

IV.4.3. Distribution des déplacements 'U' de Von –mises en essai de traction

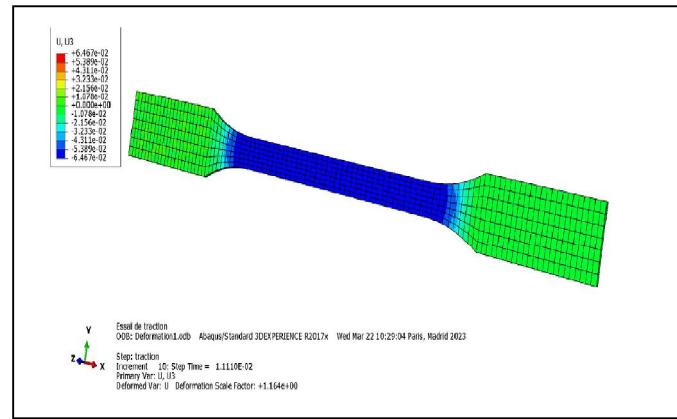
Les déplacements simulés par abaqus suivant le critère de Von-mises sont assimilés au déplacement suivant la direction de sollicitations x, le déplacement U_1 simulé (figure IV.36.a) est égale à 17.19 mm, cette valeur est proche de celle mesurée qui est égale à 18 mm.; les déplacements suivants les directions y et z sont négligeables (figures IV.36.b et IV.36.c).



a)



b)



c)

Figure IV.36. Evolution de la distribution en essai de traction des déplacements U : (a) en magnitude, (b) suivant la direction longitudinale de traction, (c) suivant la direction Z.

En conclusion, l'étude de la simulation de l'essai de traction sous le critère de Von misès a a mis en évidence la répartition des états de contraintes et de déformations sur l'éprouvette en traction.

La simulation s'est réalisée avec le logiciel Abaqus standard dans lequel est intégré le modèle de Von- misès, les données d'entrées ont été injectées et les résultats des simulations ont été obtenus.

Il en ressort des simulations des essais à 0^0 , 45^0 et 90^0 que la répartition du champ des contraintes S_{11} est uniformément réparti sur la longueur utile après la contrainte d'écoulement et début de la déformation plastique homogène avec une légère concentration au niveau des points d'amarrages, cela est dus à la pression exercée par l'effort de la traction au début de l'essai. aussi la valeur de la contrainte max prédite par Von –misès se superpose presque avec celle théorique soit : $\sigma_{max}(Misès) = 368Mpa$ et $\sigma_{théorique} = 365Mpa$.

La répartition de la déformation E_{11} simulée le long de l'axe X de sollicitation est aussi concentré dans la zone utile de l'éprouvette et est égale à : $E_{11} = 0.18\%$; cette valeur coïncide avec l'expérimentale à 0.01 près.

Par conséquent, la simulation de l'essai de traction par le critère de Von-misès est appréciable en prédiction du comportement anisotrope et cela est validé par le biais des valeurs de la contrainte σ et de la déformation ε simulés obtenues.

Conclusion générale

Conclusion générale

Dans cette thèse, quatre axes de recherche et d'analyse consacrés à la modélisation du comportement anisotrope des tôles laminées ont été abordés.

Dans le premier axe, l'étude a été menée sur deux critères de plasticité en utilisant l'essai de caractérisation de traction effectué sur des éprouvettes prélevées sur une tôle en acier DC04 d'épaisseur 1.35 mm suivant différentes directions par rapport à la direction de laminage, il s'agit du critère plastique quadratique de Hill48 et celui non quadratique de Barlat (Yld2000-2d).

L'étude s'est focalisée sur la performance de prédiction du comportement du matériau en testant les deux critères à savoir (Hill48 et Yld2000-2d) à travers la contrainte d'écoulement $\sigma(\theta)$ et l'anisotropie $r(\theta)$, suivant les directions $\theta = 0^\circ, 45^\circ$ et 90° ainsi que les contours des surfaces de plasticité obtenues pour les deux critères plastiques.

Les paramètres de Hill48 (F, G, H et N) ont été calculés à partir des valeurs des contraintes d'écoulement σ_0, σ_{45} et σ_{90} déduites des essais de traction réalisés suivant les directions $0^\circ, 45^\circ$ et 90° par rapport à la direction de laminage dans le plan de la tôle et à partir de la contrainte de traction équi-biaxiale σ_b .

Les courbes d'écrouissage ont été proposées à une étude comparative afin de faire le choix du modèle d'écrouissage isotrope le mieux adapté aux résultats expérimentaux de contraintes et déformations et qui décrit mieux le comportement anisotrope de la tôle.

Les paramètres de Barlat Yld-2000 ont été déterminés en utilisant la méthode de résolution de systèmes d'équations non linéaires dite la méthode de Newton-Raphson.

Dans le deuxième axe de notre travail, les formalismes de la plasticité associée (AFR) ainsi que la plasticité non associée (NAFR) basée sur le critère plastique de Hill'48 ont été étudiés afin de comprendre lequel des deux modèles décrit le mieux le comportement du matériau en comparant les résultats obtenus avec les valeurs expérimentales déduites des essais de traction réalisés sur des éprouvettes prélevées sur une tôle en acier DC04 d'épaisseur 1.50 mm suivant différentes directions par rapport à la direction de laminage.

Dans le troisième axe, l'anisotropie a été sujette à investigation, à partir de laquelle une relation $r(\theta) = f(\rho(\theta))$ a été développée, reliant l'anisotropie $r(\theta)$ calculée à partir de

Conclusion générale

résultats expérimentaux issus d'essais de tractions uniaxiaux, à une certaine anisotropie $\rho(\theta)$ issue de la dureté Vickers H_V .

Enfin dans le quatrième axe, la simulation par abaqus sous le modèle de Von-Misès a été établie, elle concerne la simulation de la distribution de l'état de contrainte 'S', de la déformation 'E' et du déplacement 'U'

Ainsi, à la lumière de ces travaux, nous pouvons faire ressortir les résultats suivants :

- On remarque pour le premier axe, qu'au niveau de plusieurs points critiques des essais expérimentaux, le critère de Barlat (Yld2000-2d) a donné de meilleurs résultats de prédiction de la contrainte d'écoulement σ et de l'anisotropie r en comparaison avec les résultats expérimentaux que le critère de Hill48.
- D'autre part l'écrouissage isotrope a été testé pour 4 fonctions (Hollomon, Ludwick, Swift et Voce) afin de décrire les variations empiriques relatifs à nos essais et il est apparu que la fonction d'écrouissage isotrope de Ludwick est celle qui décrit le mieux le comportement de la tôle.
- Finalement et à travers les différentes valeurs d'anisotropie obtenues (des paramètres mécaniques de contrainte d'écoulement σ_θ et d'anisotropie r_θ et bien évidemment de travail plastique w_p) pour les 2 modèles étudiés, il apparaît que le critère plastique non quadratique de Barlat (Yld2000-2d) est plus performant en terme de prédiction du comportement mécanique de la tôle que le critère de Hill'48 et cela est aussi validé par les surfaces de plasticité en effet les contours de la surface de plasticité de Barlat YLD2000-2d est celle qui se rapproche le plus de l'expérimental que celle de Hill'48.
- D'autre part, dans la présente contribution et au niveau du deuxième axe, la prédiction du comportement mécanique anisotrope de la tôle d'acier DC04 sous les hypothèses de la plasticité associé (AFR) et non associé (NAFR) liée au critère de Hill48, a montré à travers les résultats obtenus que le coefficient d'anisotropie est parfaitement optimisé et prédit par le critère de Hill dans le cadre de la plasticité non associée (non-AFR-r) en comparaison avec l'expérience.
- Pour l'anisotropie évolutive du tenseur des contraintes et sur la base de l'extrapolation de l'écrouissage isotrope, le modèle de Voce est adopté afin de fournir une meilleure optimisation avec les résultats des essais de traction expérimentaux

Conclusion générale

- Pour le coefficient de Lankford,, l'évolution de l'anisotropie du tenseur de déformation est pilotée par la régression polynomiale de degré 3 (Poly3) du rapport entre la déformation longitudinale et la déformation transversale.

L'évolution de la géométrie de l'éprouvette de traction est contrôlée par cette fonction polynomiale le long des trois directions de caractérisation.

- D'autre part, à travers le troisième axe et à partir des résultats obtenus, il ressort que la relation polynomiale reliant l'anisotropie $r(\theta)$ avec l'anisotropie $\rho(\theta)$ déduite de la dureté Vickers H_V est d'ordre 2 de la forme $f(x) = -0.37x^2 + 2.27x - 0.97$, autrement dit $r = -0.37\rho^2 + 2.27\rho - 0.97$.

Cette relation est validée par les résultats obtenus ; cependant il apparait en comparaison avec d'autres travaux centrés sur le même axe, que les coefficients polynomiaux sont variables et par conséquent il n'existe pas de relation type à prendre comme référence mais seulement le degré et la forme de la fonction polynôme.

- Enfin dans le quatrième axe, la simulation par abaqus des essais de traction sous le modèle de Von-Mises a permis de valider la conformité des résultats simulés par abaqus sous Von-Mises avec les valeurs expérimentales ; en plus de la prédiction appréciable du comportement du matériau, le modèle de Von-Mises est pris en charge par la majorité des logiciels de manière automatique et par la même, il offre donc un compromis entre performance et une simplicité d'usage et d'application.

Par conséquent, à travers cette thèse nous avons contribué modestement à approcher la modélisation du comportement anisotrope de l'acier DC04 à travers des modèles plastiques anisotropes tels que celui de Hill48 et Barlat2003 (Yld2000-2d), la suprématie en terme de modèle performant est sans équivoque du côté du modèle de Barlat 2003.

On retient que les modèles mathématiques d'anisotropie établis contribuent énormément à la compréhension du comportement des matériaux ce qui permet d'une part une utilisation rationnelle et efficace des matériaux et d'autre part, au développement de l'élaboration de nouveaux matériaux en optimisant au maximum leurs propriétés d'utilisations

Références bibliographiques

Références bibliographiques :

- [1] M. Iordache . Contribution à la simulation du processus de déformation plastique à froid des tôles. Université de pitesti Roumanie, thèse (2007).
- [2] O. Chahaoui . Modélisation mécanique et l'étude expérimentale d'une tôle ferritique. présentant des hétérogénéités texturales (gradient de texture et écart à l'orthotropie).Université Badji Mokhtar. Thèse (2011)
- [3] Zhao L, Sowerby R, Sklad M P. A theoretical and experimental investigation of limit strains in sheet metal forming. Int J Mech Sci, 1996, 38: 1307—1317[DOI]
- [4] Mohsen Safaei . Constitutive Modelling of Anisotropic Sheet Metals Based on a Non-Associated Flow Rule. ISBN 978-90-8578-596-5 NUR 978, 971 Wettelijk depot: D/2013/10.500/29. Ghent University.Faculty of Engineering and Architecture .Department of Mechanical Construction and Production . (2013).
- [5] F. Grytten, B. Holmedal, O.S. Hopperstad,T.Børvik. Evaluation of identification methods for YLD2004-18p. International Journal of Plasticity 24 (2008) 2248–2277.
- [6] Hosford, W.F.,. A generalized isotropic yield criterion. J. Appl. Mech. Trans. ASME 39, 607–609. 1972
- [7] Barlat, F., Lege, D.J., Brem, J.C.. A six-component yield function for anisotropic materials. Int. J, Plasticity 7, 693–712. 1991
- [8] S. P. Sundar Singh Sivam, V. G Uma Sekar, K. Saravanan, S. Rajendra Kumar P. Karthikeyan and K. Sathiya Moorthy. Frequently used Anisotropic Yield Criteria for Sheet Metal Applications. Indian Journal of Science and Technology, Vol 9(47), DOI: 10.17485/ijst/2016/v9i47/92107, ISSN (Print) : 0974-6846 ISSN (Online) : 0974-5645.1. December 2016
- [9] Shunlai Zang ,Lai Teng, Cheng Guo. Influence of Parameter Identification of Anisotropic Yield Function on Spring-Back Prediction in Finite Element Simulation of Sheet Metal Forming Process. Advanced Materials Research Vols. 189-193 (2011) pp 1465-1471
© (2011) Trans Tech Publications, Switzerland doi:10.4028/www.scientific.net/AMR.189-193.1465
- [10] F. Barlat, O. Cazacu, M. Życzkowski, D. Banabic, J.W. Yoon, Yield Surface Plasticity and Anisotropy, in: Contin. Scale Simul. Eng. Mater., Wiley-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, 2005: pp. 145–183.

- [11] R. Makkouk. Modélisation de la plasticité orthotrope en contraintes planes : application à la détermination des limites de formage des tôles. Université de Metz, France .Thèse 1994
- [12] Von Mises, R., Mechanik der festen Körper im plastisch-deformablen Zustand. In: Nachr. Königl. Ges.Wiss. Göttingen, Math.-Phys. Kl., pp. 582–593. (1913)
- [13] H. Oudin. Introduction à la plasticité. Engineering school. Ecole Centrale de Nantes, France. 2009, pp.49. cel-00483603f
- [14] Tresca, H., Sur l'écoulement des corps solides soumis à des pressions. Comp. Rend. Acad. Sci. Paris 59, 754. (1864)
- [15] Drucker DC (1949) Relations of experiments to mathematical theories of plasticity. Journal of Applied Mechanics 16:349–357
- [16] Khalfallah.A., identification des lois de comportement élastoplastique par essais inhomogènes et simulations numériques, thèse, Université Tunis Al Manar, faculté des sciences Tunis (2004).
- [17] Hosford, W.F., A generalized isotropic yield criterion. J. Appl. Mech. Trans. ASME 39, 607–609. (1972)
- [18] Barlat F, Richmond O. Prediction of tricomponent plane stress yield surfaces and associated flow and failure behavior of strongly textured FCC polycrystalline sheets. Materials Science and Engineering 1987;91:15–29.
- [19] Barlat.F, Constitutive modeling for sheet metal Forming. Materials Science Division, Alcoa Technical Center, 100 Technical Drive, Alcoa Center, PA, 15069-0001, USA
CP 778 volume A, Numisheet 2005. American institute of physics.0-7354-0265-5/05/S22.50
- [20] Bouvier, S., Gardey, B., Haddadi, H., Teodosiu, C., 2006. Characterization of the strain-induced plastic anisotropy of rolled sheets by using sequences of simple shear and uniaxial tensile tests. Journal of Materials Processing Technology 174, 115-126.
- [21] M. Teaca. Caractérisation expérimentale et modélisation de la déformation plastique des toles métalliques. Université Paul Verlaine Metz France et Université Pitesti Roumanie . Thèse (2009).
- [22] Hill R. A theory of the yielding and plastic flow of anisotropic metals. Proc Roy Soc London Ser A, 1948, 193: 281—297.
- [23] T. Hakoyama. Biaxial Tensile Test of High Strength Steel Sheet for Large Plastic Strain Range . Key Engineering Materials Vols. 504-506 (2012) pp 59-64 Online available since 2012/Feb/03 . Trans Tech Publications, Switzerland

- [24] O. Incandela. (2009). Définition de protocoles rationnels d'identification de loi de comportement élastoplastique : Application à la simulation éléments finis d'opérations industrielles d'emboutissage. Université de savoie .France.(2006)
doi:10.4028/www.scientific.net/KEM.504-506.59.
- [25] Hill R. Theoretical plasticity of textured aggregates. Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society 1979; 85: 179–91..
- [26] Hill R. Constitutive modelling of orthotropic plasticity in sheet metals. Journal of the Mechanics and Physics of Solids 1990;38:405–17.
- [27] Mandel J Moreira, L. P., Ferron, G. Influence of the plasticity model in sheet metal forming simulations.. J. Mater. Process. Technol., 155-156, 1596-1603. (2004) .
- [28] Budiansky, B. Anisotropic plasticity of plane-isotropic sheets. In: Dvorak, G.J., Shield, R.T. (Eds.), Mechanics of Material Behavior. Elsevier, 15–29. (1984).
- [29] Barlat F, Becker RC, Hayashida Y, Maeda Y, Yanagawa M, Chung K, Brem JC, Lege DJ, Matsui K, Murtha SJ, Hattori S. Yielding description for solution strengthened aluminium alloys. International Journal of Plasticity 1997;13:185–401
- [30] Karafillis AP, Boyce MC. A general anisotropic yield criterion using bounds and a transformation weighting tensor. Journal of the Mechanics and Physics of Solids 1993;41:1859–86.
- [31] Banabic, D., Kuwabara, T., Balan, T., Comsa, DS., Julean, D., 2003. Non-quadratic yield criterion for orthotropic sheet metals under plane-stress conditions. International Journal of Mechanical Sciences, 45, 5, 797-811.
- [32] Barlat F, Brem J C, Yoon J W, et al. Plane stress yield function for aluminum alloy sheets-part I: theory. Int J Plasticity, 2003, 19: 1297—1319
- [33] Banabic D, Balan T, Comsa DS (2000) A new yield criterion for orthotropic sheet metals under plane-stress conditions. Proceedings of the 7th Conference 'TPR2000', Cluj Napoca, Romania, 217–224
- [34] Gotoh M (1977). A theory of plastic anisotropy based on a yield function of fourth order. International Journal of Mechanical Sciences 19:505–520
- [35] Logan, R.W., Hosford, W.F., 1980. Upper-bound anisotropic yield locus calculations assuming pencil glide. Int. J. Mech. Sci. 22, 419–430..
- [36] Hosford WF. On yield loci of anisotropic cubic metals. In: Proceedings of the Seventh North American Metalworking Conference. Dearborn: SME; 1979. p. 191–7.
- [37] Banabic D, Bunge HJ, Poehlandt K, Tekkaya AE. Formability of metallic materials. Springer, Berlin: Heidelberg; 2000.

- [38] Bassani JL. Yield characterization of metals with transversally isotropic plastic properties. *International Journal of Mechanical Sciences* 1977; 19:651–4
- [39] Banabic D, Aretz H, Comsa DS, Paraianu L (2005) An improved analytical description of orthotropy in metallic sheets. *International Journal of Plasticity* 21:493–512
- [40] Nelder et Mead; Press WH et al. (1992) Numerical recipes in C. The art of scientific computing. Cambridge University Press, Cambridge
- [41] Aretz, H., “A non-quadratic plane stress yield function for orthotropic sheet metals”, *J. Material Processing Technology*, 168, 1–9, 2005.
- [42] Barlat F, Yoon JW, Cazacu O (2006) On linear transformations of stress tensors for the description of plastic anisotropy. *International Journal of Plasticity* 22:876–89
- [43] Cazacu O, Barlat F (2001) Generalization of Drucker’s yield criterion in orthotropy. *Mathematics and Mechanics of Solids* 6:613–630
- [44] Cazacu O, Barlat F (2003) Application of representation theory to describe yielding of anisotropic aluminium alloys. *International Journal of Engineering Science* 41:1367–1385
- [45] Hill R (1950). The mathematical theory of plasticity. Oxford University Press, Oxford
- [46]] Barlat, F., Maeda, Y., Chung, K., Yanagawa, M., Brem, J.C., Hayashida, Y., Lege, D.J., Matsui, K., Murtha, S.J., Hattori, S., Becker, R.C., Makosey, S., 1997b. Yield function development for aluminum alloy sheets. *J. Mech. Phys. Solids* 45, 1727–1763.
- [47] Banabic D, Bunge HJ, Poehlandt K, Tekkaya AE. Formability of metallic materials. Springer, Berlin: Heidelberg; 2000.
- [48] Barlat, F., Lian, J., 1989. Plastic behavior and stretchability of sheet metals. Part I: a yield function for orthotropic sheets under plane stress conditions. *Int. J. Plasticity* 5, 51–66.
- [49] Yoon, J.W.; Barlat, F.; Chung, K.; Pourboghraat F.; Yang, D.Y.: Influence of initial back stress on the earing prediction of drawn cups for planar anisotropic aluminum sheets, *Journal of Materials Processing Technology* 80–81, pp. 433–437, 1998.
- [50] Hill, R., 1987. Constitutive dual potential in classical plasticity. *J. Mech. Phys. Solids* 35, 23–33.
- [51] Barlat, F., Chung, K., Yoon, J.W., Pourboghraat, F., 1998. Plastic anisotropy modeling for sheet forming design applications. In: Khan, A.S. (Ed.), *Proceedings 7th International Symposium on Plasticity and its Current Applications*. Neat Press, Fulton, MD, pp. 301–304.

- [52] Barlat, F., Chung, K., 1993. Anisotropic potentials for plastically deforming metals. *Modelling and Simulation in Materials Science and Engineering* 1, 403–416
- [53] Chung, K., Shah, K., 1992. Finite element simulation of sheet forming for planar anisotropic metals. *Int.J. Plasticity* 8, 453–476.
- [54] Yoon, J.W., Yang, D.Y., Chung, K., Barlat, F., 1999. A general elasto-plastic finite element formulation based on incremental deformation theory for planar anisotropy and its application to sheet metal forming. *Int. J. Plasticity* 15, 35–68.
- [55] Tucu, P., Wu, P.D., Neale, K.W., 1999. Finite strain analysis of simple shear using recent anisotropic yield criteria. *Int. J. Plasticity* 16, 701–720.
- [56] Inal, K., Wu, P.D., Neale, K.W., 2000. Simulation of earing in textured aluminum sheets. *Int. J. Plasticity* 16, 635–648.
- [57] Worswick, M.J., Finn, M.J., 2000. The numerical simulation of stretch flange forming. *Int. J. Plasticity* 16, 701–720.
- [58] Lademo, O.G., Hopperstad, O.S., Langseth, M., 1999. An evaluation of yield criteria and flow rules for aluminum alloys. *Int. J. Plasticity* 15, 191–208.
- [59] Barlat F, Becker RC, Hayashida Y, Maeda Y, Yanagawa M, Chung K, Brem JC, Lege DJ, Matsui K, Murtha SJ, Hattori S. Yielding description for solution strengthened aluminium alloys. *International Journal of Plasticity* 1997;13:185–401
- [60] Becker, R.C., 1998. Private information, Alcoa Technical Center, Pennsylvania, December 1998
- [61] Szabo, L., 2001. Private communication at Euromech Colloquium 430, Formulations and Constitutive Laws for Very Large Strains, Prague, Czech Republic, October 2001.
- [62] Hershey, A.V., 1954. The plasticity of an isotropic aggregate of anisotropic face centred cubic crystals. *J. Appl. Mech. Trans. ASME* 21, 241–249
- [63] Rockafellar, R.T., 1970. *Convex Analysis*. Princeton University Press, Princeton, NY.
- [64] Zyczkowski, M., 1981. Combined loadings at the level P of a point of a body. In: *Combined Loadings in the Theory of Plasticity*, Polish Scientific Publishers, Warsaw, Poland, p.87

- [65] Sobotka, Z., 1969. Theory des plastischen fliessens von anisotropen ko'rpern. Zeit. Angew. Math. Mech. 49, 25–32.
- [66] Tozawa, N., Nakamura, M., 1972. A biaxial compression testing method for thin sheets. Plasticity and Processing 13, 538–541
- [67] Tozawa, N., 1978. Plastic deformation behavior under the conditions of combined stress. In: Koistinen, D.P., Wang, N.M. (Eds.), Mechanics of Sheet Metal Forming. Plenum Press, New-York, pp. 81–110.
- [68] Bunge, H.J., 1982. Texture Analysis in Materials Science—Mathematical Methods. Butterworth, London
- [69] Cosovici GA (2006) Implementation of the new yield criteria in the FE programs for sheet metal forming simulation. PhD Thesis, Cluj Napoca, Romania (in Romanian)
- [70] Paraianu L (2006) Modelling of the FLC using the large deformation theory. PhD Thesis, Cluj Napoca, Romania (in Romanian)
- [71] Paraianu L, Banabic D (2006) Predictive accuracy of different yield criteria. Proceedings of the SISOM Conference, Bucharest, 465–574
- [72] Vegter H, Drent P, Huetink J (1995) A planar isotropic yield criterion based on material testing at multi-axial stress state. In: Shen SF, Dawson PR (eds) Simulation of materials processing-theory, methods and applications. AA Balkema, Rotterdam, 345–350
- [73] Mollica F, Srinivasa AR (2002) A general framework for generating convex yield surfaces for anisotropic metals. Acta Mechanica 154:61–84
- [74] Comsa DS, Banabic D (2008) Plane-stress yield criterion for highly-anisotropic sheet metals. In: Hora P (ed) Proceedings of the 7th International Conference and Workshop on Numerical Simulation of 3D Sheet Metal Forming Processes, NUMISHEET 2008, Interlaken, Switzerland, 43–48
- [75] Chaparro BM, Alves JL, Menezes LF, Fernandes JV (2007) Optimization of the phenomenological constitutive models parameters using genetic algorithms. In: Banabic D (ed) Advanced methods in material forming, Springer, Heidelberg, 35–54

- [76] Song Y Q, Cheng Y C, Liu Y. Mechanical definition and standardized measurement of the strain hardening exponent in tensile deformation. *Sci China Ser E-Tech Sci*, 2001, 44(2): 113—122
- [77] Song Y Q, Hai J T, Guan Z P. Mechanical analysis of the strain-hardening exponent under tensile deformation. *Sci China Ser E-Tech Sci*, 2001, 44(6): 647—653
- [78] Swift H W. Plastic instability under plane stress. *J Mech Phys Solids*, 1952, 1: 1—18[DOI]
- [79] Hill, R., 1993. A user-friendly theory of orthotropic plasticity in sheet metals. *Int. J. Mech. Sci.* 35, 19–25
- [80] R.P.R. Cardoso, O.B. Adetoro, *Int. J. Mech. Sci.* 128–129, 253 (2017).
- [81] O. Chahaoui, M.L. Fares, D. Piot, F. Montheillet, Modélisation mécanique et l'étude expérimentale d'une tôle ferritique présentant des hétérogénéités texturales, *J. Mater. Sci.* 46, 1655 (2011).
- [82] N. Brinis, B. Regaiguia, O. Chahaoui, M.L. Fares, Modelling Mechanical Properties of AISI 439-430Ti Ferritic Stainless Steel Sheet, *J. Solid Mech.* 11, 425 (2019).
- [83] W.F. Hosford, *Int. J. Mech. Sci.* 27, 423 (1985).
- [84] Barlat, F., Lian, J., 1989. Plastic behavior and stretchability of sheet metals. Part I: a yield function for orthotropic sheets under plane stress conditions. *Int. J. Plasticity* 5, 51–66.
- [85] F. Barlat, H. Aretz, J. W. Yoon, M.E. Karabin, J.C. Brem, R.E. Dick, *Int. J. Plasticity* 21, 1009 (2005).
- [86] W.A. Spitzig, O. Richmond, *Acta Metallurgica* 32, 457 (1984).
- [87] E.H. Lee, T.B. Stoughton, J.W. Yoon, *Int. J. Plasticity* 99, 120 (2017).
- [88] T.B. Stoughton, J.W. Yoon, *Int. J. Plasticity* 24, 583 (2008).
- [89] M. Safaei, M.G. Lee, S. Zang, W. De Waele, *Comput. Ma-ter. Sci.* 81, 15 (2014).
- [90] J. Lian, F. Shen, X. Jia, D.C. Ahn, D.C. Chae, S. Müns-termann, W. Bleck, *Int. J. Solid. Struct.* 151, 20 (2018).
- [91] A. Yonezu, K. Yoneda, H. Hirakata, M. Sakihara, K. Minoshima, A simple method to evaluate anisotropic plastic properties based on dimensionless function of single spherical

indentation—Application to SiC whisker-reinforced aluminium alloy, Mater. Sci. Eng. A 527 (2010) 7646–7657, <https://doi.org/10.1016/j.msea.2010>.

[92] D.N. French, D.A. Thomas, Hardness anisotropy and slip in WC crystals, Trans. Metall. Soc. AIME 233 (1965) 950–952.

[93] M. Nakatsuka, M. Nagai, Reduction of plastic anisotropy of zircaloy cladding by neutron irradiation, (I) Yield loci obtained from Knoop hardness, J. Nucl. Sci. Technol. 24 (1987) 832–838,

[94] Tanmaya Mishra Matthijn de Rooij, Meghshyam Shisodeb, Javad Hazratib, Dirk J. Schipper, Characterization of yield criteria for zinc coated steel sheets using nano-indentation with knoop indenter. Surface & Coatings Technology 381 (2020) 125110

[95] Nakamura M and Tozawa Y 1977 J. Jpn. Soc. Technol. Plast. 18 164

[96] Kazutoshi Ohashi, Hiroshi Utsunomiya and Ryo Matsumoto, Evaluation of r -value of steels using Vickers hardness test; ECO-MATES 2011, Journal of Physics: Conference Series 379 (2012) 012045: doi:10.1088/1742-6596/379/1/012045

Appendice

Modélisation du critère quadratique de Hill'48

III.1.1. Détermination de la contrainte d'écoulement $\sigma(\theta)$ de Hill'48

Dans notre calcul on fait appel aux matrices de rotation et transposé d'un échantillon de la tôle situé dans le référentiel (S) qui forme un angle θ avec les axes formant le référentiel (R) de la tôle.

La matrice de rotation notée (P) de l'échantillon (S) par rapport à (R) ainsi que la matrice transposée s'écrivent comme suit :

$$P = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad P^T = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{III. 14}) ;$$

Le tenseur de contraintes dans le nouveau référentiel (R) et en fonction de la matrice de rotation et la matrice transposée s'écrit :

$$\sigma_R = P\sigma_S P^T = P^T = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{III. 15})$$

$$\sigma_R = \begin{bmatrix} \sigma \cos^2\theta & -\sigma \cos\theta \sin\theta & 0 \\ -\sigma \cos\theta \sin\theta & \sigma \sin^2\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{III. 15})$$

En substituant σ_R dans le critère de Hill48 on obtient :

$$\sigma_0^2 = F\sigma^2 \sin^4\theta + G\sigma^2 \cos^4\theta + H\sigma^2 \cos^2 2\theta + 2N\sigma^2 \sin^2\theta \cos^2\theta \quad (\text{III. 16})$$

On obtient l'équation de la contrainte d'écoulement $\sigma(\theta)$ formant l'angle θ avec la direction en traction uniaxiale et en fonction de la contrainte d'écoulement σ_0 et les paramètres de Hill :

$$\sigma(\theta) = \frac{\sigma_0}{(F\sin^4\theta + G\cos^4\theta + H\cos^2 2\theta + 2N\sin^2\theta \cos^2\theta)^{\frac{1}{2}}} \quad (\text{III. 17})$$

Détermination de l'anisotropie $r(\theta)$ de Hill'48

En appliquant le principe de normalité à l'équation d'écoulement et en se basant sur la plasticité associée du critère quadratique de Hill on aura :

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \lambda \frac{\partial f(\sigma_{ij})}{\partial \sigma_{ij}} \quad \text{avec } \lambda \geq 0 \quad (\text{III. 18})$$

Les incréments de la déformation plastique peuvent être écrits comme des gradients de la fonction d'écoulement plastique :

$$\varepsilon_{ij} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f(\sigma_{ij})}{\partial \sigma_{xx}} & \frac{\partial f(\sigma_{ij})}{\partial \sigma_{xy}} & 0 \\ \frac{\partial f(\sigma_{ij})}{\partial \sigma_{yx}} & \frac{\partial f(\sigma_{ij})}{\partial \sigma_{yy}} & 0 \\ 0 & 0 & -\left(\frac{\partial f(\sigma_{ij})}{\partial \sigma_{xx}} + \frac{\partial f(\sigma_{ij})}{\partial \sigma_{yy}}\right) \end{bmatrix} \quad (\text{III. 19})$$

D'où :

$$\dot{\varepsilon} = 2\dot{\lambda}\sigma \left[F\sin^4\theta + G\cos^4\theta + H\cos^2 2\theta + \left(\frac{N}{2}\right)\sin^2 2\theta \right] \quad (\text{III. 20})$$

$$\dot{\varepsilon}_{yy} = 2\dot{\lambda}\sigma \left[(F + G)\sin^2\theta\cos^2\theta - H\cos^2 2\theta + H\cos^2 2\theta - \left(\frac{N}{2}\right)\sin^2 2\theta \right] \quad (\text{III. 21})$$

$$\dot{\varepsilon}_{zz} = -2\dot{\lambda}\sigma [F\sin^2\theta + G\cos^2\theta] \quad (\text{III. 22})$$

$$\dot{\varepsilon}_{xy} = 2\dot{\lambda}\sigma [F\sin^2\theta\sin 2\theta - G\cos^2\theta\sin 2\theta - 2H\cos 2\theta\sin 2\theta + N\sin 2\theta\cos 2\theta] \quad (\text{III. 23})$$

Par conséquent les rapports des vitesses de déformations s'écrivent comme suit :

$$\frac{\dot{\varepsilon}_{yy}}{\dot{\varepsilon}} = \frac{2(F + G)\sin^2\theta\cos^2\theta - H\cos^2 2\theta - N\sin^2 2\theta}{2F\sin^4\theta + 2G\cos^4\theta + 2H\cos^2 2\theta + N\sin^2 2\theta} \quad (\text{III. 24})$$

$$\frac{\dot{\varepsilon}_{zz}}{\dot{\varepsilon}} = \frac{2F\sin^2\theta + 2G\cos^2\theta}{2F\sin^4\theta + 2G\cos^4\theta + 2H\cos^2 2\theta + N\sin^2 2\theta} \quad (\text{III. 25})$$

$$\frac{\dot{\varepsilon}_{xy}}{\dot{\varepsilon}} = \frac{(F\sin^2\theta - G\cos^2\theta)\sin 2\theta - (2H - N)\sin 2\theta\cos 2\theta}{2F\sin^4\theta + 2G\cos^4\theta + 2H\cos^2 2\theta + N\sin^2 2\theta} \quad (\text{III. 26})$$

Par conséquent l'anisotropie $r(\theta)$ qui est le rapport des vitesses de déformation, se présente comme suit :

$$r(\theta) = \frac{\dot{\varepsilon}_{yy}}{\dot{\varepsilon}_{zz}} = \frac{[H\cos^2 2\theta - (F + G - 2N))\sin^2\theta\cos^2\theta]}{F\sin^2\theta + G\cos^2\theta} \quad (\text{III. 27})$$

Modélisation du critère non quadratique de Barlat (Yld2000-2d) :

Barlat et al [33] ont proposé un critère anisotrope plastique non quadratique pour les métaux en général et a été utilisé avec succès en terme de prédiction du comportement des matériaux.

L'expression du critère de Barlat (Yld2000-2d) en fonction des composantes déviatoriques du tenseur de contrainte s'écrit comme suit :

$$f(\sigma_{ij}) = \varphi = |S'_1 - S'_2|^k + |2S''_2 - S''_1|^k + |2S''_1 + S''_2|^k = 2\sigma_0^K \quad (\text{III. 28})$$

Pour le cas d'anisotropie, la transformation linéaire se réduit à :

$$\begin{bmatrix} S'_{11} \\ S'_{22} \\ S'_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C'_{11} & C'_{12} & 0 \\ C'_{21} & C'_{22} & 0 \\ 0 & 0 & C'_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{11} \\ S_{22} \\ S_{12} \end{bmatrix} \quad (\text{III. 29})$$

$$\begin{bmatrix} S''_{11} \\ S''_{22} \\ S''_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C''_{11} & C''_{12} & 0 \\ C''_{21} & C''_{22} & 0 \\ 0 & 0 & C''_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{11} \\ S_{22} \\ S_{12} \end{bmatrix} \quad (\text{III. 30})$$

Or la transformation peut être exprimée en fonction du tenseur de contraintes de Cauchy sous la forme :

$$\begin{cases} S' = C'S = C'T\sigma = L'\sigma \\ S'' = C''S = C''T\sigma = L''\sigma \end{cases} \quad (\text{III. 31})$$

Dans ce cas la 1^{ère} et la 2^{ème} contrainte déviatorique modifiées appliquées à une tôle plane se présente comme suit :

$$S'_{1,2} = \frac{1}{2}(S'_{11} + S'_{22}) \pm \frac{1}{2}\sqrt{(S'_{11} - S'_{22})^2 + 4S'^2_{12}} \quad (\text{III. 32})$$

$$S''_{1,2} = \frac{1}{2}(S''_{11} + S''_{22}) \pm \frac{1}{2}\sqrt{(S''_{11} - S''_{22})^2 + 4S''^2_{12}} \quad (\text{III. 33})$$

Dans les équations précédentes C' et C'' sont des matrices de transformations linéaires, ou la matrice de transformation T est la suivante :

$$T = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{III. 34})$$

Dans le cas d'une transformation linéaire plane, l'équation devient :

$$T = \begin{bmatrix} \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & 0 \\ -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{III. 35})$$

Les tenseurs L' et L'' représentant les matrices de transformations linéaires du tenseur de contrainte s'écrivent comme suit :

$$L_{ij} = \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} & L_{13} & 0 & 0 & 0 \\ L_{21} & L_{22} & L_{23} & 0 & 0 & 0 \\ L_{31} & L_{32} & L_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & L_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & L_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L_{66} \end{bmatrix} \quad (\text{III. 36})$$

Ce qui nous donne en transformation linéaire plane, l'équation suivante :

$$L_{ij} = \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} & 0 \\ L_{21} & L_{22} & 0 \\ 0 & 0 & L_{66} \end{bmatrix} \quad (\text{III. 37})$$

Cependant $L_{1m} + L_{2m} + L_{3m} = 0$ pour $m = 1, 2, 3$.

Pour la convenance des calculs des paramètres d'anisotropies, les coefficients des tenseurs L' et L'' sont exprimés de la manière suivante :

$$L' = \begin{bmatrix} L'_{11} \\ L'_{11} \\ L'_{11} \end{bmatrix} \quad (\text{III. 38})$$

$$L' = \begin{bmatrix} L'_{11} \\ L'_{12} \\ L'_{21} \\ L'_{22} \\ L'_{66} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2}{3} & 0 & 0 \\ -\frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{3} & 0 \\ 0 & \frac{2}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{bmatrix} \quad (\text{III. 39})$$

$$L'' = L'' = \begin{bmatrix} L''_{11} \\ L''_{12} \\ L''_{21} \\ L''_{22} \\ L''_{66} \end{bmatrix} = \frac{1}{9} = \begin{bmatrix} -2 & 2 & 8 & -2 & 0 \\ 1 & -4 & -4 & 4 & 0 \\ 4 & -4 & -4 & 1 & 0 \\ -2 & 8 & 2 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \\ \alpha_5 \end{bmatrix} \quad (\text{III. 40})$$

III.2.1. Détermination de la contrainte d'écoulement $\sigma(\theta)$ de Barlat 2003

$\sigma(\theta)$ est la contrainte d'écoulement en traction uniaxiale

III.2.2. Détermination de l'anisotropie $r(\theta)$ de Barlat 2003

L'anisotropie $r(\theta)$ relatif a l'orientation de la tôle suivant l'angle θ peut être calculé de la formule suivante :

$$r(\theta) = \frac{\dot{\epsilon}_{yy}}{\dot{\epsilon}_{zz}} = - \frac{\frac{f(\sigma_{ij})}{\partial \sigma_{11}} \sin^2 \theta - \frac{f(\sigma_{ij})}{\partial \sigma_{12}} \sin 2\theta + \frac{f(\sigma_{ij})}{\partial \sigma_{22}} \cos^2 \theta}{\frac{f(\sigma_{ij})}{\partial \sigma_{11}} + \frac{f(\sigma_{ij})}{\partial \sigma_{22}}} \quad (\text{III. 42})$$

Ou

$$f(\sigma_{ij}) = \left(\frac{\varphi}{2}\right)^{\frac{1}{K}} = \left(\frac{\varphi' + \varphi''}{2}\right)^{\frac{1}{K}} \quad (\text{III. 43})$$

$$f_i = \varphi - 2 \left(\frac{\sigma_0}{\sigma_i}\right)^k = 0 \quad (\text{III. 44})$$

$$f_i = |\alpha_1 \gamma_i - \alpha_2 \delta_i|^k + |\alpha_3 \gamma_i - 2\alpha_4 \delta_i|^k + |2\alpha_5 \gamma_i - \alpha_6 \delta_i|^k - 2 \left(\frac{\sigma_0}{\sigma_i}\right)^k = 0$$

$$f_4 = \left| \frac{\sqrt{M_2'^2 + 4\alpha_7^2}}{2} \right|^k + \left| \frac{3M_1'' - \sqrt{M_2''^2 + 4\alpha_8^2}}{4} \right|^k + \left| \frac{3M_1'' + \sqrt{M_2''^2 + 4\alpha_8^2}}{4} \right|^k - 2 \left(\frac{\sigma_0}{\sigma_{45}}\right)^k = 0 \quad (\text{III. 45})$$

$$\begin{aligned} g_i &= (\alpha_1 q_{xi} + \alpha_2 q_{yi})(\alpha_1 \gamma_i - \alpha_2 \delta_i) |\alpha_1 \gamma_i - \alpha_2 \delta_i|^{k-2} \\ &+ (\alpha_1 q_{xi} + \alpha_2 q_{yi})(\alpha_1 \gamma_i - \alpha_2 \delta_i) |\alpha_1 \gamma_i - \alpha_2 \delta_i|^{k-2} \\ &+ (2\alpha_5 q_{xi} - \alpha_6 q_{yi})(2\alpha_5 \gamma_i + \alpha_6 \delta_i) |2\alpha_5 \gamma_i + \alpha_6 \delta_i|^{k-2} = 0 \quad (\text{III. 46}) \end{aligned}$$

$$g_4 = H_1 \frac{M_2'^2}{\sqrt{M_2'^2 + 4\alpha_7^2}} + \frac{3}{2} M_1''(H_2 + L) + \frac{1}{2} \frac{M_2''^2}{\sqrt{M_2''^2 + 4\alpha_8^2}}(L - H_2) - \frac{2K}{(1 + r_{45})} \left(\frac{\sigma_0}{\sigma_{45}} \right)^k$$

$$= 0 \quad (\text{III. 47})$$

On a un système de 3 équations correspondants à $i = 1, 2, 3$ pour les fonctions f_i et g_i .

Les valeurs de γ_i , δ_i , q_{xi} , q_{yi} , σ_i sont dressés dans le tableau 9 correspondants aux valeurs $i = 1, 2, 3$.

Les valeurs de M_2' , M_1'' et M_2'' présents dans les fonctions f_4 et g_4 sont exprimées :

$$\begin{cases} M_2' = \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{3} \\ M_1'' = \frac{\alpha_3 + 2\alpha_4 + 2\alpha_5 + \alpha_6}{9} \\ M_2'' = \frac{2\alpha_5 + \alpha_6 - \alpha_3 - 2\alpha_4}{3} \end{cases} \quad (\text{III. 48})$$

Et les valeurs H_1 , H_2 , L sont calculées comme suit :

$$\begin{cases} H_1 = K \left(\frac{\sqrt{M_2'^2 + 4\alpha_7^2}}{2} \right)^{K-1} \\ H_2 = K \left(\frac{3M_1'' - \sqrt{M_2''^2 + 4\alpha_8^2}}{4} \right) \left| \frac{3M_1'' - \sqrt{M_2''^2 + 4\alpha_8^2}}{4} \right|^{k-2} \\ L = K \left(\frac{3M_1'' + \sqrt{M_2''^2 + 4\alpha_8^2}}{4} \right) \left| \frac{3M_1'' + \sqrt{M_2''^2 + 4\alpha_8^2}}{4} \right|^{k-2} \end{cases} \quad (\text{III. 49})$$