

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

BADJI-MOKHTAR-ANNABA UNIVERSITY  
UNIVERITE BADJI-MOKHTAR-ANNABA



جامعة باجي مختار- عنابة

Faculté des Sciences de l'Ingénieur Année 2011

Département de Génie civil

## THESE

Présentée en vue de l'obtention du diplôme de DOCTORAT

### Etude théorique en calcul à la rupture de la charge limite de groupe de pieux

Option : Géotechnique

Par

Mme **BOUKHATEM GHANIA**

Directeur de thèse: **MEKSAOUINE MOHAMED** Pr. Université de Annaba

Devant le Jury

Président: **HABITA M<sup>ed</sup>.FAOUZI** Pr. Université de Annaba

Examineurs: **BELABED LAZHAR** Pr. Université de Guelma  
**HADIDENE YAZID** M.C Université de Annaba  
**HIDJEB MUSTAPHA** M.C Université de Skikda  
**MESSAST SALAH** M.C Université de Skikda

---

## ملخص

---

أعمال البحث الجارية في هذه الرسالة تخص دراسة الحمولة القصوى لمجموعة من الركائز المحملة عموديا و تأثيرها علي التربة.

الجزء الأول يخص التعريف و الترتيب و ميادين استعمال مجموعة الركائز .  
مختلف الطرق المستعملة في حساب الركائز(معزولة أو في مجموعة) معروضة في هذه الرسالة.

الجزء الثاني يعرض تجميع المعلومات أو التذكير بنظرية التحليل القصوى التي نستعملها في انجاز مختلف النماذج النظرية.

الجزء الثالث من الرسالة يعالج المقاربة الرقمية لحساب الحمولة القصوى لمجموع أربع ركائز عميقة محملة عموديا .  
مستفيدين من أداة لحد الآن غير مستغلة في هذا المجال نظرية التحليل القصوى التي تستعمل النظرية الحركية التي بإمكانها حل العديد من المشاكل المعقدة في فضاء التربة.

نقترح استعمال الفرضية التي تاخذ بطريقة مبسطة تداخل التربة في وضعية حاجز . نموذجين في معلم ارضي و نموذجين في معلم في الفضاء حسب استعمالات COULOMB تم حلهم تم معالجتهم بالبرنامج MATHCAD للحصول على نتائج رقمية نقارنها مع DTU13.2 أين تحصلنا على نتائج متقاربة. تم دراسة تأثيرات الخصائص الجيومترية و الفيزيائية و الميكانيكية على الحمولة القصوى P التي تحصلنا عليها من التحليل الأقصى . من هنا نستخلص أن النظرية الحركية لحساب الانهيار هي طريقة جوهرية لمختلف التعقيدات وتستحق أن تعرف أكثر في بحوث مستقبلية.

و نختم بنتائج و اقتراحات.

### كلمات مفتاح

التأثير تربة-هيكل ' حمولة الانهيار ' مجموعة ركائز عميقة ' تحميل عمودي ' دراسة نظرية ' دراسة حركية ' الرأس السفلي للركيزة .

---

## Résumé

---

Les travaux de recherche menés dans le cadre de cette thèse concernent l'étude de la charge limite d'un groupe de pieu chargé verticalement. L'interaction entre un groupe de pieu et le sol est traitée à travers les parties de cette thèse.

La première partie est consacrée à la définition, la classification et les domaines d'application des pieux et groupe de pieu. Les différentes méthodes usuelles de calcul des pieux (isolés, en groupes) sont également présentées ; donc une étude des connaissances englobant le sujet.

La deuxième partie présente la synthèse ou un rappel sur la théorie de l'analyse limite qui sera utilisée dans l'élaboration des différents modèles théorique.

La troisième partie traite d'une approche numériques pour le calcul de la charge limite d'un groupe de quatre pieux chargés verticalement, tirant profit d'un outil qui jusqu'ici à été peu exploité dans ce domaine; la théorie de l'analyse limite utilisant le théorème cinématique qui peut traiter de problèmes très complexes dans l'espace d'un massif de sol. Nous proposons d'utiliser l'hypothèse qui tient compte d'une manière très simplifiée de l'effet d'enserrement du sol entre les pieux enchevêtrés, ces derniers mettent le sol en butée. Deux modèles en plan et deux modèles en trois dimensions dans le cas du matériau de Coulomb sont développés puis traités par le code de calcul mathcad pour aboutir à des valeurs numériques qu'on compare avec le DTU 13.2, on a trouvé des valeurs qui se rapprochent, puis l'influence des caractéristiques géométriques physique et mécanique sur la charge limite  $P$  trouvée par l'analyse limite d'où on peut déduire que la méthode cinématique du calcul à la rupture est un moyen précieux d'abord de problèmes complexes, et mériterait d'être mieux connue sûrement à de futures recherches.

Finalement des conclusions et perspectives.

**Mots clé :** Interaction sol structure, Charge de rupture, groupe de pieu, chargement vertical, Etude théorique, Etude cinématique, pointe.

---

## Abstract

---

The research conducted in this thesis concern the study of the limit load for a group of vertically loaded pile. The interaction between a pile groups and soil is treated through parts of this thesis.

The first part is devoted to the definition, classification and application for piles and pile groups . The usual methods of calculating different piles (single, groups) are also presented, so a study of knowledge covering the topic.

The second part presents a synthesis or a reminder on the theory of limit analysis to be used in the development of various theoretical models.

The third part deals with the numerical approach for calculating the limit load of a group of four vertically loaded piles, taking advantage of a tool that until now been little exploited in this sector the theory of limit analysis using the kinematic theorem that can handle very complex problems in the space of a soil mass.

We propose to use the assumption that takes into account a very simplified manner of clasping the effect of soil between piles entangled, they are thrust into the ground. Two plane models and two models in three dimensions in the case of Coulomb material are then processed by the computer code Mathcad lead to numerical values is compared with DTU 13.2, or we find values which closer, and then the influences of geometric and physical mechanical load limit  $P$  found by the limit analysis of where we can deduce that the kinematic approach of yield design is a good manner for complexe problems, and should be better known surely to future research.

Finally conclusions and perspectives.

**Key words:** Interaction ground-structure, Breaking load, groups pile, top-load, theoretical studies, kinematics studies, point.

---

## LISTE DES TABLEAUX

---

### Chapitre I

Tableau I.1 Coefficients d'interaction (cas d'un sol élasto-plastique).....	19
Tableau I.2 Coefficients d'interaction (cas d'un sol élastique linéaire).....	20
Tableau I.3 Comparaison des coefficients d'efficacité des groupes (type IIIh et IV) pour différentes valeurs du chargement axial.....	32
Tableau I.4 - Synthèse des valeurs de pression en pointe et de frottement limite.....	36
Tableau I.5 Valeurs du coefficient d'efficacité.....	38
Tableau I.6 - Effet de groupe sur les tassements pour les essais à surface libre.....	39

### Chapitre III

Tableau III.1 Récapitulative des résultats Analyse Limite, DTU 13.2.....	74
--	----

### Chapitre V

Tableau V.1 variation de la charge de rupture $P_{\text{analyse limite}}$ d'un Pieu isolé 3D en fonction de la largeur entre extrémité de pieu $b$ .....	99
Tableau V.2 variation de la largeur entre extrémité de pieu $b$ en fonction de l'espacement...100	100
Tableau V.3 variation de la charge de rupture $P_{\text{analyse limite}}$ d'un groupe de Pieu 3D en fonction de la largeur entre extrémité de pieu de diamètre 10cm ( $1.1 < \beta < 1.3$ ).....	100
Tableau V.4 variation de la charge de rupture $P_{\text{analyse limite}}$ d'un groupe de Pieu 3D en fonction de la largeur entre extrémité de pieu de diamètre 20cm ( $1.1 < \beta < 1.3$ ).....	101
Tableau V.5 variation de la charge de rupture $P_{\text{analyse limite}}$ d'un groupe de Pieu 3D en fonction de la largeur entre extrémité de pieu de diamètre 30cm ( $1.1 < \beta < 1.3$ ).....	101
Tableau V.6 variation de la charge de rupture $P_{\text{analyse limite}}$ d'un groupe de Pieu 3D en fonction de la largeur entre extrémité de pieu de diamètre 40cm ( $1.1 < \beta < 1.3$ ).....	102
Tableau V.7 variation de la charge de rupture $P_{\text{analyse limite}}$ d'un groupe de Pieu 3D en fonction de la largeur entre extrémité de pieu de diamètre 50cm $b$ ( $1.1 < \beta < 1.3$ ).....	103
Tableau V.8 variation de la charge de rupture $P_{\text{analyse limite}}$ d'un Pieu isolé en 3D en fonction de l'angle de frottement.....	104
Tableau V.9 variation de la charge de rupture $P_{\text{analyse limite}}$ d'un groupe de Pieu en 3D en fonction de l'angle de frottement.....	105

---

Tableau V.10 variation de la charge de rupture $P_{\text{analyse limite}}$ d'un Pieu isolé en 3D en fonction du poids volumique.....	106
Tableau V.11 variation de la charge de rupture $P_{\text{analyse limite}}$ d'un groupe de Pieu en 3D en fonction du poids volumique.....	107
Tableau V.12 Comparaison entre les charges de rupture $P_{\text{analyse limite}}$ et $P_{\text{DTU13.2}}$ Pour un Pieu isolé en 3D en fonction de la largeur entre extrémité de pieu $b$ .....	108
Tableau V.13 Comparaison entre les charges de rupture $P_{\text{analyse limite}}$ et $P_{\text{DTU13.2}}$ Pour un groupe de Pieu en 3D en fonction de la largeur entre extrémité de pieu $b$ .....	109
Tableau V.14 Comparaison entre les charges de rupture $P_{\text{analyse limite}}$ et $P_{\text{DTU13.2}}$ Pour un Pieu isolé en 3D en fonction de l'angle de frottement $\phi$ .....	110
Tableau V.15 Comparaison entre les charges de rupture $P_{\text{analyse limite}}$ et $P_{\text{DTU13.2}}$ Pour un groupe de Pieu en 3D en fonction de l'angle de frottement $\phi$ .....	111
Tableau V.16 Comparaison entre les charges de rupture $P_{\text{analyse limite}}$ , $P_{\text{DTU13.2}}$ et $P_{\text{SPT}}$ Pour un pieu isolé et un groupe de Pieu en 3D.....	112

---

## LISTE DES FIGURES

---

### Chapitre I

Fig I.1 Evolution de la résistance de pointe avec la surcharge verticale (D'après DESSAINT (1966)) [23].....	8
Fig I.2: Effort en pointe d'un pieu moulé. Comparaison avec la courbe pénétrométriques D'après TCHENG (1966) [88].....	9
Fig I.3 Diagramme critique commun à plusieurs sables d'après FORAY et PUECH (1976) [33].....	11
Fig I.4 Description générale de la capacité portante.....	12
Fig I.5 Schéma de rupture sous la pointe à moyenne profondeur D'après BIARZE et GRESILLON (1972) [6].....	12
Fig I.6 Lignes de rupture sous un pénétromètre L'HERMINIER d'après CASSAN(1978) [9].....	14
Fig I.7 Schéma représentant les liens entre les différentes approches d'étude du comportement des pieux.....	17
Figure I.8 Maillage tridimensionnel d'un groupe de pieu.....	19
Figure I.9 Méthode statique simple pour la détermination de la distribution des charges dans un groupe.....	22
Figure I.10 Longueur équivalente du pieu isolé équivalent ayant le même diamètre des pieux du groupe.....	24
Figure I.11 Diamètre équivalente du pieu isolé équivalent ayant la même longueur des pieux du groupe.....	24
Figure I.12 Méthode du radier équivalent.....	25
Figure I.13 Valeurs de RG en fonction de l'espacement et du type de groupe.....	27
Figure I.14 Coefficient de déplacement.....	28
Figure I.15 Coefficient de contrainte.....	28
Figure I.16 Comparaison des courbes de chargement vertical du groupe de 4 micropieux (de type IIh) et des micropieux isolés du même type.....	33
Figure I.17 Comparaison des courbes de chargement vertical du groupe de 4 micropieux (de type R-SOL) et des micropieux isolés du même type.....	34
Figure I.18 Chambre d'étalonnage du laboratoire L3S.....	35
Figure I.19 Comparaison des courbes de chargement des micropieux isolés et des deux	

---

groupes de 4 micropieux foncés espacés de 2B et 3B (sans surcharge en tête).....38

Figure I.20 Coefficients d'efficacité mesurée pour des groupes de micropieu (Vésic. 1969) [91].....40

Figure I.21 Influence de l'espacement relatif (S/B) dans un modèle de groupe de pieux sur le coefficient d'efficacité global (Izzi et Carnevale, 1979) [49].....41

Figure I.22 Méthode de mise en place proposée pour des micropieux foncés.....43

## **Chapitre II**

Fig.II.1 Représentation de la surface de charge et de la règle de normalité.....53

Fig.II.2 Courbe contrainte-déformation pour des sols réels et idéaux.....54

Fig.II.3 Zone Mince de transition.....59

Fig.II.4 Condition de glissement cinématique.....59

Fig.II.5 Surface de discontinuité.....60

## **Chapitre III**

Fig.III.1 Mécanisme de rupture de la pointe de pieu (frottement lisse) et diagramme de vitesses associé en plan (selon Coulomb).....65

Fig.III.2 Mécanisme de rupture de la pointe de pieu (frottement lisse) et diagramme de vitesses associé en 3D (selon Coulomb).....66

Fig.III.3 Mécanisme de rupture du groupe de pieux au niveau de la pointe pour un frottement lisse et diagramme de vitesse associé en plan selon Coulomb.....68

Fig. III.4 Mécanisme de rupture du groupe de pieux au niveau de la pointe pour un frottement lisse et diagramme de vitesse associé en tridimensionnel selon Coulomb.....69

## **Chapitre IV**

Fig IV.1 Mécanisme de rupture de la pointe de pieu et diagramme de vitesses associé en plan (selon Coulomb).....75

Fig.IV.2 Mécanisme de rupture de la pointe pieu et diagramme de vitesses associé en 3D (selon Coulomb) et surfaces latérales .....77

Fig.IV.3 Espacement maximal pour que les prismes de rupture de sol au niveau de la pointe se touchent (coupe transversale).....80

Fig.IV.4 Mécanisme de rupture du groupe de pieux au niveau de la pointe pour un frottement lisse et diagramme de vitesse associé en plan selon Coulomb.....81

---

Fig.IV.5 Mécanisme de rupture du groupe de pieux au niveau de la pointe pour un frottement lisse et diagramme de vitesse associé en tridimensionnel selon Coulomb.....	83
Fig.IV.6 Vue de face et surfaces latérales du mécanisme de rupture au niveau de la pointe du groupe de pieux.....	83
Fig.IV.7 Charge limite P selon Mathcad cas d'un Pieu isolé en 2D.....	89
Fig.IV.8 Charge limite P selon Mathcad cas d'un Pieu isolé en 3D.....	92
Fig.IV.9 Charge limite P selon Mathcad cas d'un Groupes de Pieu en 2D.....	95
Fig.IV.10 Charge limite P selon Mathcad cas d'un Groupes de Pieu en 3D.....	98

## Chapitre V

Figure V.1 charge de rupture d'un Pieu isolé en 3D en fonction de la largeur entre extrémité de pieu.....	99
Figure V.2 charge de rupture d'un groupe de Pieu en 3D en fonction de la largeur entre extrémité pieu de diamètre 10cm ( $1.1 < \beta < 1.3$ ).....	100
Figure V.3 charge de rupture d'un groupe de Pieu en 3D en fonction de la largeur entre extrémité pieu de diamètre 20cm ( $1.1 < \beta < 1.3$ ).....	101
Figure V.4 charge de rupture d'un groupe de Pieu en 3D en fonction de la largeur entre extrémité pieu de diamètre 30cm ( $1.1 < \beta < 1.3$ ).....	102
Figure V.5 charge de rupture d'un groupe de Pieu en 3D en fonction de la largeur entre extrémité pieu de diamètre 40cm ( $1.1 < \beta < 1.3$ ).....	102
Figure V.6 charge de rupture d'un groupe de Pieu en 3D en fonction de la largeur entre extrémité pieu de diamètre 50cm ( $1.1 < \beta < 1.3$ ).....	103
Figure V.7 charge de rupture d'un Pieu isolé en 3D en fonction de l'angle de frottement...	104
Figure V.8 charge de rupture d'un groupe de Pieu en 3D en fonction de l'angle de frottement.....	105
Figure V.9 charge de rupture d'un Pieu isolé en 3D en fonction du poids volumique.....	106
Figure V.10 charge de rupture d'un groupe de Pieu en 3D en fonction du poids volumique.....	107
FigureV.11 $P_{analyse\ limite}$ et $P_{DTU13.2}$ Pour un Pieu isolé en 3D en fonction de la largeur entre extrémité de pieu b.....	108
FigureV.12 $P_{analyse\ limite}$ et $P_{DTU13.2}$ Pour un groupe de Pieu en 3D en fonction de la largeur entre extrémité de pieu b.....	109

---

FigureV.13 $P_{\text{analyse limite}}$ et $P_{\text{DTU13.2}}$ Pour un Pieu isolé en 3D en fonction de l'angle de frottement $\varphi$ .....	110
FigureV.14 $P_{\text{analyse limite}}$ et $P_{\text{DTU13.2}}$ Pour un groupe de Pieu en 3D en fonction de l'angle de frottement $\varphi$ .....	111

---

## Liste des Notations

---

- As : surface de frottement du pieu dans les couches porteuses
- At : section de la pointe du pieu
- b : largeur de la fondation
- C : cohésion du sol
- D : encastrement de la fondation
- Fu : valeurs limite de frottement
- h: Hauteur du pieu
- lij : longueurs des côtés des blocs
- N $\gamma$ , Nq, Nc : terme de portance (de surface, de profondeur, de cohésion)
- P : charge limite
- P ( $P_{ext}$ ): Charge extérieure
- $P_{max}^{res}$  : Charge résistance Maximale correspondante
- P<sup>DTU</sup> : charge calculée par le DTU
- P<sup>Math</sup> = P ( $\beta$ ,  $\Omega$ ): Charge calculée par le modèle
- P<sub>q</sub>: Contrainte de pointe
- P<sub>f</sub>: Contrainte de frottement
- p: Charge de confinement
- S : surface de contact fût du pieu -sol
- S<sub>1</sub>, S<sub>2</sub>, S<sub>3</sub>, S<sub>4</sub>, S<sub>5</sub> : Surface latérale de glissement
- V<sub>i</sub> : Vitesse de déplacement du bloc du sol
- V<sub>ij</sub> : Vitesse relative de déplacement du bloc du sol
- W<sub>1</sub>, W<sub>2</sub>, et W<sub>3</sub> : Poids des blocs du mécanisme
- $\alpha$  : angle d'inclinaison des surfaces de discontinuité
- $\beta$  : angle d'inclinaison des surfaces de discontinuité
- $\gamma$  : poids volumiques
- $\delta$  : angle d'obliquité de la butée par rapport au fût du pieu
- $\zeta_p$  : Tenseur vitesse de déformation
- $\zeta_{ij}^p$  : L'accroissement de déformation plastique
- $\theta$  : angle d'inclinaison des surfaces de discontinuité

---

$\sigma$  : contrainte normale

$\tau$  : contrainte de cisaillement

$\Omega$ : angle d'inclinaison des surfaces de discontinuité

$\varphi$  : Angle de frottement interne:

$\Phi$ : Diamètre du pieu

---

# Sommaire

---

<b>Introduction générale</b> .....	1
<b>Chapitre I</b>	
<b>Etude bibliographique</b>	
I.1 Généralités.....	4
I.2 Classification.....	4
I.3 Introduction pour la mécanique des milieux continus.....	5
I.4 Critères de plasticité.....	6
I.5 Comportement général des pieux.....	7
I.5.1 Introduction :.....	7
I.5.2 Effort de pointe.....	8
I.6 Modélisation physique du comportement des pieux.....	15
I.6.1 Introduction.....	15
I.6.2 Etablissement des lois de similitude pour un modèle réduit.....	15
I.6.3 Lois générales de similitude Equation de conservation.....	15
I.7 Méthodes de calcul et d'études des pieux.....	17
I.7.1 Introduction.....	17
I.7.2 Groupes de pieux.....	17
I.7.2.1 Chargement axial.....	17
I.7.2.1.1 Les méthodes numériques.....	17
I.7.2.1.2 Les méthodes simplifiées.....	22
I.8 Groupe de pieux.....	29
I.8.1 Introduction.....	29
I.8.2 Etudes expérimentales sur le comportement des groupes de micropieux.....	29
I.8.2.1 Essais en vraie grandeur sur site expérimental (CEBTP).....	30
I.8.2.2 Essais en cuve expérimentale (Laboratoire 3S de Grenoble).....	34
I.8.3 Analyse des résultats.....	39
I.8.3.1 Etude des paramètres influant sur la portance verticale.....	39
I.8.3.1.1 Espacement des pieux.....	39
I.8.3.1.2 Densité du sol.....	42

---

I.8.3.1.3 Nombre de pieux.....	42
I.8.3.1.4 Ordre d'installation.....	42
I.8.3.1.5 Influence de la semelle de liaison.....	43
I.9 Avantages et inconvénients des méthodes de calcul des groupes de pieux.....	44
I.10 Lois de comportement et analyse limite.....	45
I.10.1 Lois de comportement et essais de laboratoire.....	45
I.10.1.1 Lois de comportement des sols.....	46
I.10.1.2 Principes de modélisation du comportement des sols.....	46
I.10.1.3 Schémas théoriques de comportement.....	46
I.10.2 Généralités sur la plasticité des sols .....	47
I.10.3 Analyse limite .....	47
I.10.4 Calcul à la rupture d'un pieu isolé par la théorie de l'analyse limite.....	49
I.11 Conclusions.....	50

## **Chapitre II**

### **Théorie de l'analyse limite**

II.1- Introduction.....	52
II.2- Généralités sur la plasticité des sols.....	52
II.2.1- Critère de l'écoulement et surface de charge.....	52
II.2.2- Plasticité parfaite.....	53
II.2.3- Loi d'écoulement plastique.....	54
II.3- Méthode de l'analyse limite.....	56
II.3.1- Introduction.....	56
II.3.2- Théorème de la borne inférieure.....	57
II.3.3- Théorème de la borne supérieure.....	57
II.3.4- Méthode de la recherche de la borne supérieure.....	58
II.3.5- surface de discontinuité d'un matériau de Coulomb (standard).....	59
II.3.6- Dissipation d'énergie.....	60
II.3.7- extension aux matériaux non standards (méthodes de Radenkovic).....	61
II.4 Calcul à la rupture d'un pieu isolé par la théorie de l'analyse limite.....	61
II.4.1 Calcul à la rupture .....	62
II.4.2 Exposé de la méthode et choix de la configuration .....	63
II.4.3 Mécanisme de rupture et hypothèse de calcul .....	63

---

## Chapitre III

### Modèles de calcul et Validation

III.1 Mécanisme de rupture et hypothèse de calcul.....	64
III.2 Modèles de calcul .....	64
III.2.1 Cas des pieux isolés <i>selon coulomb en plan frottement lisse</i> $\delta < \varphi$ .....	64
III.2.2 Cas des pieux isolés <i>selon coulomb en 3D frottement lisse</i> $\delta < \varphi$ .....	66
III.2.3 Cas de groupe de pieux <i>selon coulomb en plan frottement lisse</i> $\delta < \varphi$ .....	68
III.2.4 Cas de groupe de pieux <i>selon coulomb en 3D frottement lisse</i> $\delta < \varphi$ .....	69
III.3 Validation des modèles .....	71
III.3.1 Calcul du terme de pointe (DTU.13-2) pieu isolé .....	71
III.3.1.1 Ancrage critique « Dc » .....	71
III.3.1.2 Résistance de pointe.....	71
III.3.1.3 Capacité portante groupe de pieux .....	71
III.4 Calcul selon le DTU.13-2 pieu isolé .....	72
III.5 Calcul selon le DTU.13-2 groupe de pieu .....	72
III.6 Données Mathcad pieu isolé selon Coulomb .....	73
III.7 Données Mathcad groupe de pieux selon Coulomb .....	73
III.8 Conclusion.....	74

## Chapitre IV

### Exposé des Modèles de calcul

IV.1 Modèles de calcul.....	75
IV.1.1 Pieu isolé En Plan Selon Coulomb frottement lisse $\delta < \varphi$ .....	75
IV.1.2 Pieu isolé En 3D Selon Coulomb frottement lisse $\delta < \varphi$ .....	77
IV.1.3 Groupe de pieux selon Coulomb en plan,(frottement lisse $\delta < \varphi$ ) .....	80
IV.1.4 Groupe de pieux selon Coulomb en 3D, (frottement lisse $\delta < \varphi$ ).....	83
IV.2 Résultats d'application du code de calcul Mathcad .....	87
IV.2.1 Modèle Pieu isolé en 2D selon Coulomb cas de $\delta < \varphi$ .....	87
IV.2.2 Modèle Pieu isolé en 3D selon Coulomb cas de $\delta < \varphi$ .....	90
IV.2.3 Modèle Groupes de Pieu en 2D selon Coulomb cas de $\delta < \varphi$ .....	93
IV.2.4 Modèle Groupes de Pieu en 3D selon Coulomb cas de $\delta < \varphi$ .....	96

---

## **Chapitre V**

### **Caractéristiques Influençant Les Modèles de calcul et comparaison**

V.1 Influences des caractéristiques géométriques (b) sur la charge limite P.....	99
V.2 Influences des caractéristiques mécaniques ( $\phi$ ) sur la charge limite P.....	104
V.3 Influences des caractéristiques physique ( $\gamma$ ) sur la charge limite P.....	106
V.4 Interprétations.....	107
V.5 Comparaison entre les résultats de l'analyse limite et le DTU 13.2.....	108
V.5.1 Variation de la caractéristique géométrique (b) .....	108
V.5.2 Variation de la caractéristique mécanique ( $\phi$ ) .....	110
V.6 Comparaison entre les résultats de l'analyse limite et le DTU 13.2 et l'essai SPT.....	112
V.7 Conclusion.....	112
<b>Conclusion générale Et Perspectives.....</b>	<b>113</b>

### **Références Bibliographiques**

## Introduction générale

---

### Introduction générale

Il existe sur les fondations une connaissance scientifique et technologique qui résulte de plusieurs siècles de réalisation, comme tout autre type de fondation, les fondations profondes peuvent être soumis à des chargements très variés et complexes, monotones, cycliques, verticaux, horizontaux, et se pose alors le problème de leur dimensionnement pour résister et se comporter correctement par rapport à ses sollicitations.

Le chargement vertical des fondations que se soit statique ou cinématique a été traité expérimentalement par chargement de fondation réel in-situ ou de modèles réduits en laboratoires, théoriquement ou numériquement par éléments finis avec une loi de comportement idéalisée, cela vient assez lourd quand il s'agit d'un problème tridimensionnel problème de maillage.

L'expérience montre que pour un groupe de pieu l'effet de groupe est, dans certains cas, positif. Cet effet positif pourrait résulter de la méthode de mise en place des pieux ou de la densification du sol environnant. En revanche l'interaction mécanique simple entre les pieux, induit un effet de groupe négatif est réduit la raideur globale des pieux du groupe. Les méthodes de calcul en déplacement actuelles de groupe de pieux tiennent compte de cette interaction mécanique simple, alors que les effets bénéfiques ne peuvent être introduit que directement par les paramètres mécaniques du sol.

Les pieux sont généralement calculés selon l'une des deux hypothèses suivantes : l'une ne tenant compte que de l'effet d'interaction mécanique simple entre les pieux ; la deuxième hypothèse tient compte d'une manière très simplifiée de l'effet d'enserrement du sol entre les pieux enchevêtrés, le sol et pieux étant considérés comme un bloc monolithique. Les méthodes de calcul basées sur cette dernière hypothèse, issue des observations expérimentales, sont empiriques.

Le sujet des fondations profondes a intéressé plusieurs laboratoires de recherche et plus particulièrement le laboratoire 3SR de Grenoble où de très nombreuses recherches dans ce domaine ont été lancées depuis plusieurs années. Ces recherches s'intéressaient à la compréhension de certains phénomènes non prévus par les schémas en plasticité parfaite, et précisément celui des paliers de résistance de pointe et de frottement latéral unitaire dans un milieu pulvérulent.

Les observations expérimentales, relevées au cours de l'enfoncement d'un pieu ont permis de montrer que sous la pointe se développe une zone de sol énormément compacté (ROBINSKY)

et MORRISON (1964)[82]. Ces fortes variations volumiques sont en rapport au mécanisme de rupture des grains. Ce phénomène est fonction du développement des niveaux de contraintes très élevés DE BEER (1965) [20], atteignant de valeur de l'ordre de 60MPa LE TIRANT (1991) [47]. C'est la raison qui a permis le lancement de plusieurs études consacrées à l'évolution des propriétés mécaniques des matériaux granulaires avec l'augmentation de la contrainte appliquée LELONG (1968) [46], VESIC (1972) [92] et COLLIAT (1986) [16].

Après une analyse bibliographique des principaux travaux publiés dans ce domaine, on se propose, dans ce travail, d'apporter une contribution à la compréhension et à l'enrichissement de ces connaissances en tirant profit d'un outil qui jusqu'ici à été peu exploité dans ce domaine ; la théorie de l'analyse limite avec le calcul à la rupture de J.Salençon(1974) [83] utilisons le théorème cinématique qui traite des problèmes très complexe et dans l'espace d'un massif càd problème d'interaction sol-structure, utilisant un mécanisme de rupture symétrique, ces mécanismes permettent de glisser la surface pour se développer plus librement en comparaison du mécanisme disponible donner par Chen (1975) [13] et Soubra (1997) [86] par conséquent, ils mènent à plus petit une bande supérieure des solutions du problème de la charge de rupture. , nous aboutissons à des modèles numériques.

Le travail ici présent est structuré comme suit :

La première partie est consacrée à une étude bibliographique, nous donnons un bref aperçus sur les connaissances englobant le sujet, l'historique des pieux, leur classification et leurs domaines d'applications, les différentes méthodes de calculs existantes des pieux (isolés, en groupes) sous chargement vertical. Nous présentons une synthèse du comportement des pieux, sous sollicitation verticale. Nous présentons les principales méthodes de leur dimensionnement en milieu pulvérulent. Nous faisons le point en premier lieu sur la compréhension des phénomènes physiques qui régissent la mobilisation de la résistance de pointe. Nous faisons ensuite le point sur les différentes méthodes de modélisation physique des ouvrages géotechniques.

La deuxième partie concerne une présentation générale de la philosophie de la théorie de l'analyse limite, une méthode qui a des fondements théoriques assez laborieux pour qu'elle soit présentée dans une thèse, mais il existe une documentation abondante sur cette théorie dont son importance a été prouvée par beaucoup de chercheurs, que ce soit pour les problèmes de géotechnique ou de structures.

Nous présentons dans cette partie les différents champs d'application de cette théorie qui nous permet le calcul à la rupture d'un ouvrage géotechnique en s'appuyant sur certains nombres

de paramètres : la connaissance de la géométrie d'un système donné, du mode de chargement qui lui est appliqué, des capacités de résistance des matériaux constitutifs. On note qu'une condition nécessaire pour que la stabilité de l'ouvrage soit assurée est qu'il y ait compatibilité entre les équations exprimant l'équilibre statique et les conditions imposées par les capacités de résistance. On déduit de là une approche directe statique permettant de déterminer les chargements pour lesquels il y a stabilité potentielle de l'ouvrage dans les conditions imposées. L'approche cinématique dans ce cadre peut être utilisée dans la mesure où elle permet la détermination des chargements pour lesquels l'instabilité de l'ouvrage dans les conditions imposées est certaine.

La troisième partie présente le calcul des pieux profonds sous chargement statique par le code de calcul mathcad, ou plus précisément le calcul de la charge limite d'un groupe de pieu ou nous nous limiterons à l'effet de pointe (certains auteurs considèrent qu'il convient de ne pas prendre en compte le frottement latéral sur la hauteur de retournement des lignes de glissements, car il estime que le sol est déjà mobilisé par la pointe et en état d'équilibre limite G.Philipponat1979[72]). Nous proposons quatre modèles, deux en plan et deux en trois dimensions, avec l'utilisation de la borne supérieure de l'analyse limite (fondation met le sol en butée Léonard 1967[45]), l'analyse des équations et des résultats est traitée par le code de calcul mathcad.

La quatrième partie présente l'exposé des modèles de calcul des pieux profonds trouvés par la méthode cinématique de la théorie de l'analyse limite puis l'application du code de calcul Mathcad pour faciliter la compréhension du document.

Une cinquième partie qui concerne L'influence des caractéristiques géométriques physique et mécanique sur la charge limite P trouvé par l'analyse limite et une comparaison entre les résultats de l'analyse limite et le DTU 13.2 et l'essai SPT.

Finalement des conclusions et perspectives qui prouvent que la méthode cinématique du calcul à la rupture est un moyen précieux d'abord de problèmes complexes, et mériterait d'être mieux connues sûrement à de futur recherches.

## Chapitre I

### Etude bibliographique

---

#### I.1 GENERALITES

Nous dirons que nous avons une fondation profonde lorsque le rapport de la profondeur d'encastrement  $H$  sur la largeur ou le diamètre  $B$  est supérieur à 3. Ce type de fondation interviendra lorsqu'on ne pourra fonder un ouvrage sur semelle à une profondeur raisonnable :

- soit parce que le sol est de mauvaise qualité et présente une capacité portante insuffisante ;
- soit parce que les tassements prévisibles sont incompatibles avec l'ouvrage.

Les charges sont alors reportées sur une couche plus résistante par l'intermédiaire d'ouvrages interposés : pieux, puits ou caissons. Les pieux et puits seront regroupés sous le vocable "fondations profondes" dans lesquelles on inclut les parois moulées. Ce sont des éléments dits "élancés". Par contre, les caissons dits "éléments massifs", seront traités suivant le cas comme des fondations superficielles ou comme des fondations profondes. Dans le cas de groupes de Pieux, les têtes sont reliées par une semelle appelée cheville.

#### I.2 CLASSIFICATION

Nous ne nous appesantirons pas sur cette partie qui fait l'objet de la technologie de Construction. Notons simplement que celle-ci peut se faire de différentes façons suivant qu'elle se base sur la technique de fabrication ou suivant la mise en place. Dans les deux cas le terme de pieu s'adressera aux éléments de diamètre à 80 cm, et le terme de puits aux autres quelque soit leur nature. D'une manière générale, on distingue :

##### I.2.1 Pieux façonnés à l'avance :

- En bois (pilots) : réservés à des ouvrages provisoires ou de petite dimension,
- Métalliques : qui sont des profilés H ou I, palplanches, tubes, ...
- En béton armé : de section carrée, circulaire ou polygonale.

Ils sont généralement mis en place par battage ou vibro-fonçage, ce qui entraîne un refoulement du sol.

### **I.2.2 Pieux exécutés en place :**

Dans cette catégorie on distinguera :

- Les pieux en béton exécutés à tube fermé battu ou vibrofoncé ou vériné (le tube pouvant être récupéré ou non). Ils provoquent un refoulement du sol ;
- Les pieux en béton, coulés dans des forages qui sont exécutés avec extraction du sol. Les Parois moulées font partie de cette catégorie.

### **I.3 Introduction pour la mécanique des milieux continus**

La mécanique des solides a pour objectif d'étudier de manière mathématique rigoureuse le comportement des solides, essentiellement le comportement mécanique, c.à.d : la réponse des solides aux sollicitations extérieures. Cette réponse est caractérisée par la transmission des efforts à l'intérieur du solide, les déplacements des points du solide et la déformation de la matière. Les solides sont donc déformables, ce qui différencie essentiellement cette science de la mécanique rationnelle qui étudie le mouvement des solides rigides. La mécanique des solides est une science très vaste. Une hypothèse usuelle est d'admettre que le solide est continu. On se limite alors au point de vue macroscopique et on parle de mécanique des milieux continus. Cette branche s'applique d'ailleurs aussi bien aux fluides qu'aux solides, la distinction étant souvent délicate. Donc cette science ignore le détail de la structure moléculaire ou atomique de la matière, qu'elle suppose uniformément répartie dans l'espace. On peut diviser en quatre catégories les disciplines de la mécanique des milieux continus permettant d'aboutir à un ensemble complet d'équations rendant en principe possible la résolution de tout problème :

#### **I.3.1 Cinématique**

Elle étudie le mouvement du solide en termes de déplacement, vitesse, déformation,...et fournit des relations à caractère géométrique.

#### **I.3.2 Mécanique**

C'est l'étude des forces (gravitationnelle, électromagnétique,...) où s'introduit le concept très important de la contrainte.

#### **I.3.3 Lois de la physique**

Essentiellement mécanique et thermodynamique : équilibre, lois de Newton, conservation de l'énergie, conservation de la matière.

### I.3.4 Lois constitutives

Ce sont les lois caractérisant le comportement physique de la matière, et reliant les variables des trois disciplines précédentes

Dans ce chapitre, nous présenterons les éléments de base de la mécanique des milieux continus en vue de l'appliquer en mécanique des sols. Nous établissons les équations de la théorie de l'élasticité qui caractérise le comportement le plus simple des milieux continus.

### I.4 Critères de plasticité

L'écoulement des matériaux aura lieu quand l'état de contrainte ou de déformation sort du domaine admissible. Il existe plusieurs fonctions décrivant les limites de ce domaine, elles sont appelées critères de rupture. A titre indicatif, pour les métaux on utilise les critères de Tresca ou de Von Mises. Pour les sols, il convient d'utiliser le critère de Mohr-Coulomb ou le critère de Drucker-Prager.

#### I.4.1 Critère de Tresca

C'est un critère de cisaillement. Il est exprimé sous la forme :

$$f = \sup_{i \neq j} (|\sigma_i - \sigma_j|) - \sigma_s = 0$$

Il s'agit de l'équation d'un prisme

#### I.4.2 Critère de Von Mises

La plasticité aura lieu quand la contrainte équivalente atteint le seuil de plasticité  $\sigma_s$ , soit:

$$f = \sigma_{eq} - \sigma_s = 0$$

où  $\sigma_{eq}$  est dite contrainte équivalente de Von Mises. Dans l'espace des contraintes principales,

l'équation représente l'équation d'un cylindre de rayon égal à  $(2/3)^{1/2} \sigma_s$ .

#### I.4.3 Critère de Mohr-Coulomb

C'est un critère de résistance au cisaillement. Il s'adapte aux matériaux frottants ou granulaires. Dans le repère locale, il est exprimé par:  $\tau = \pm (c + \sigma \operatorname{tg} \varphi)$

( $\sigma$ ,  $\tau$ ) sont les contraintes dans le repère local,  $c$  est dite cohésion,  $\varphi$  est l'angle de frottement interne. Le domaine admissible est les droites d'équation  $\tau = \pm (c + \sigma \operatorname{tg} \varphi)$

#### I.4.4 Critère de Drucker-Prager

C'est un critère tridimensionnel caractérisé par l'influence de la contrainte hydrostatique:

$$(1/k_d) \| s \| + s_m \operatorname{tg} \varphi \leq c$$

Où  $k_d$  est un paramètre,  $\| s \|$  est la norme euclidienne du tenseur déviatorique de contrainte.  $s_m$  est contrainte moyenne ou hydrostatique. Dans l'espace  $((1/k_d) \| s \|, s_m)$ , le critère est représenté par un cône d'axe  $\| s \| = 0$ , d'ouverture égale à  $2\varphi$ , et de sommet localisé au point  $(0, c/\operatorname{tg} \varphi)$

#### I.5 Comportement général des pieux

##### I.5.1 Introduction

Il est connu que l'étude de la capacité portante d'un pieu nécessite la prise en charge de l'influence éventuelle de l'ensemble des éléments porteurs constituant l'infrastructure d'un ouvrage de génie civil, ce phénomène est désigné généralement par l'effet de groupe, mais il ne serait pas raisonnable d'envisager ce cas si l'on ne maîtrise pas les mécanismes de transfert d'un pieu isolé, en particulier dans les sables.

Ainsi, notre étude se limite au cas de pieu, disposé verticalement, de section constante et chargé axialement dans un sol purement frottant où les sollicitations induites sont suffisamment lentes pour considérer qu'il est drainant et que les forces d'inertie sont négligeables. D'autre part, notre propos s'est orienté essentiellement vers les grandes profondeurs d'ancrage supérieur à la profondeur critique.

Les essais de chargement statiques de pieux représentent actuellement le moyen le plus fiable pour appréhender leur dimensionnement. Cependant, il n'est pas envisageable d'y recourir systématiquement vu leur coût élevé. Devant ce problème une approche pratique s'impose, pour laquelle la recherche théorique doit s'appuyer sur des données expérimentales. C'est à cette fin qu'ont été mises au point les techniques de visualisation et les méthodes de simulation physiques du comportement d'un pieu en modèle réduit, dont le passage au prototype grandeur réel est régi

par les conditions de similitudes qui découlent de la conservation des équations régissant les phénomènes observés.

En effet, l'utilisation pratique statique, qui n'est autre qu'un pieu de dimensions réduites, a suscité un grand intérêt quant à l'application des théories de la capacité portante à l'essai de pénétration continue. Les travaux de recherche entrepris jusqu'à présent dans cette voie, ont conduit à un nombre important de méthodes de calcul de la résistance de pointe limite. Nous

nous sommes attaché à préciser le domaine d'application de chacune d'entre elles et à faire apparaître leurs limitations lorsque cela est nécessaire. En ce qui concerne le frottement latéral, notre ambition a été de proposer une étude bibliographique comportant une description des phénomènes physiques qui apparaissent lors de son établissement et de souligner les facteurs fondamentaux pouvant intervenir dans sa mobilisation. La démarche suivie pour cette étude comprend également une analyse du comportement d'une interface sol-structure rugueuse.

### I.5.2 Effort de pointe

Pour quantifier la contrainte en pointe limite, DESSAINT (1933) a essayé de reproduire en laboratoire des essais de pénétration de pieu en grande profondeur à l'aide d'une cuve de petite dimension ( $\varphi_{\text{cuve}} = 40\text{cm}$  et  $H = 50\text{cm}$ ) dont le poids des terres a été remplacé par une pression verticale appliquée en surface du massif de sol.

Les courbes de pénétration obtenues, pour une surcharge donnée sont toutes caractérisées par un palier d'effort de pointe. En admettant que les surcharges appliquées traduisent l'effet de la profondeur, les courbes enveloppes de la figure (I.1) (relatives aux diverses densités) montrent que la résistance de pointe ne reste pas constante au-delà d'une profondeur comme le laisseraient prévoir les expériences de KERISEL (1962) [41]. Cette allure a été confirmée plus tard par plusieurs auteurs BALDI et al (1981) [2], à l'issue des résultats d'essais pénétrométriques en chambre de calibration.

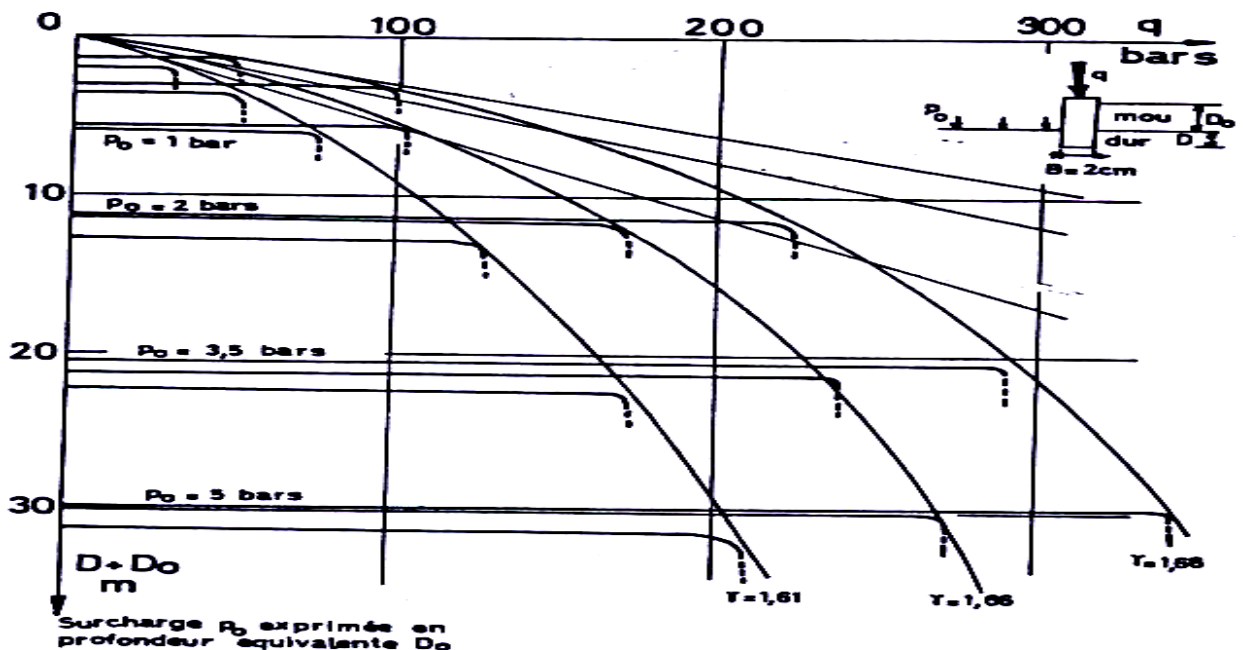


Fig I.1 Evolution de la résistance de pointe avec la surcharge verticale

(D'après DESSAINT (1966)) [23]

A l'exception de toute considération théorique, l'essai de pénétration statique a toujours été le moyen le plus utilisé pour la reconnaissance des sols. Cependant, cela n'empêche pas de se situer dans des conditions analogues à celles d'un pieu travaillant en phase de service. La résistance de pointe mesurée pourra donc nous renseigner sur la réaction qu'opposerait le sol à un chargement d'un pieu de fondation travaillant en pointe.

TCHENG (1966) [88] a pu réaliser des essais de chargement de pieu-pénétromètre, moulés dans des sables de Loire, simulant ainsi la réalisation in-situ d'un pieu foré. On constate sur la Fig (I.2) que la pointe ne semble pas atteindre la valeur correspondant au fonçage continu à partir de la surface. Cette différence réside dans le fait que le pieu foncé a déjà comprimé le sol sur une certaine hauteur lorsqu'il atteint le niveau de pieu moulé, alors que pour ce dernier et au même niveau, aucune compression du sol n'a encore été réalisée. Dans ce cas pour rejoindre la courbe de pénétration continue, l'enfoncement doit être poursuivi jusqu'à plusieurs fois le diamètre du pieu.

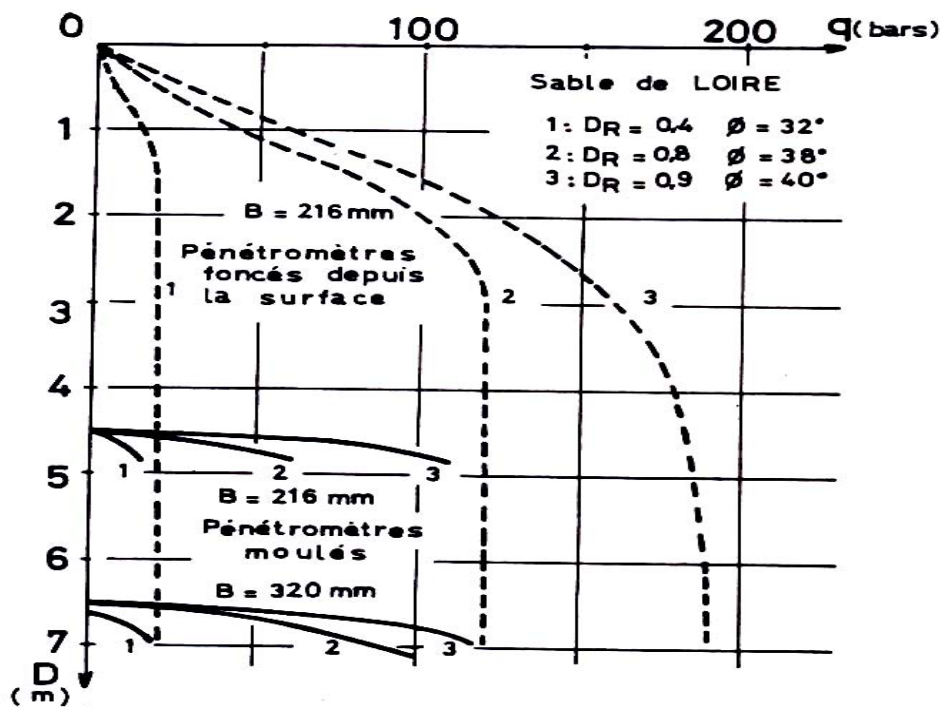


Fig I.2: Effort en pointe d'un pieu moulé. Comparaison avec la courbe pénétrométriques  
D'après TCHENG (1966) [88]

Ces observations nous permettent de conclure que le comportement d'un sol pulvérulent sous la pointe a une influence considérable sur la portance des pieux.

Ces phénomènes observés ont fait l'objet de plusieurs études menées au laboratoire 3SR (Grenoble), notamment par BIAREZ et GRESILLON (1970) [6], FORAY et PUECH (1976)

[33]. Les variations de la surface du sol lors de l'enfoncement du pieu ont conduit à considérer l'influence de la compressibilité du sol sur la mobilisation de la résistance de pointe. Ces auteurs ont utilisé l'analogie entre le comportement du sol sous la pointe et celui d'un échantillon de révolution lors d'un essai triaxial en grande déformation. Le diagramme de la Fig (I.3) montre que la densité d'un échantillon, nommée densité critique, est fonction uniquement de la contrainte de confinement  $\sigma_3$  quelque soit la densité initiale. Ainsi, pour un échantillon de densité initiale donnée  $\gamma$  correspond une contrainte de confinement critique  $Q_c$  sur le diagramme pour laquelle aucune variation volumique n'est en principe observée. A cette caractéristique, deux cas peuvent se présenter :

- Si  $\sigma_3 < Q_c$  le matériau se dilate jusqu'à la plasticité parfaite
- Si  $\sigma_3 > Q_c$  le matériau se contracte jusqu'à la plasticité parfaite

Ces deux phénomènes s'expliquent par :

- Au début de l'enfoncement les contraintes sont faibles et le sol situé sous la pointe se dilate pour atteindre la plasticité parfaite. C'est le refoulement du sol vers la surface observé expérimentalement.
- Au cours de l'enfoncement les contraintes sous la pointe augmentent et le sol se contracte au sein d'une zone, celle-ci se développe progressivement jusqu'à un certain volume final, d'où l'apparition du palier.

Pour les pieux ancrés en profondeurs (fiche supérieure à 20 m), la compression de cette zone implique souvent un phénomène d'écrasement des grains vu le niveau des contraintes très élevé qui se développe sous la pointe du pieu

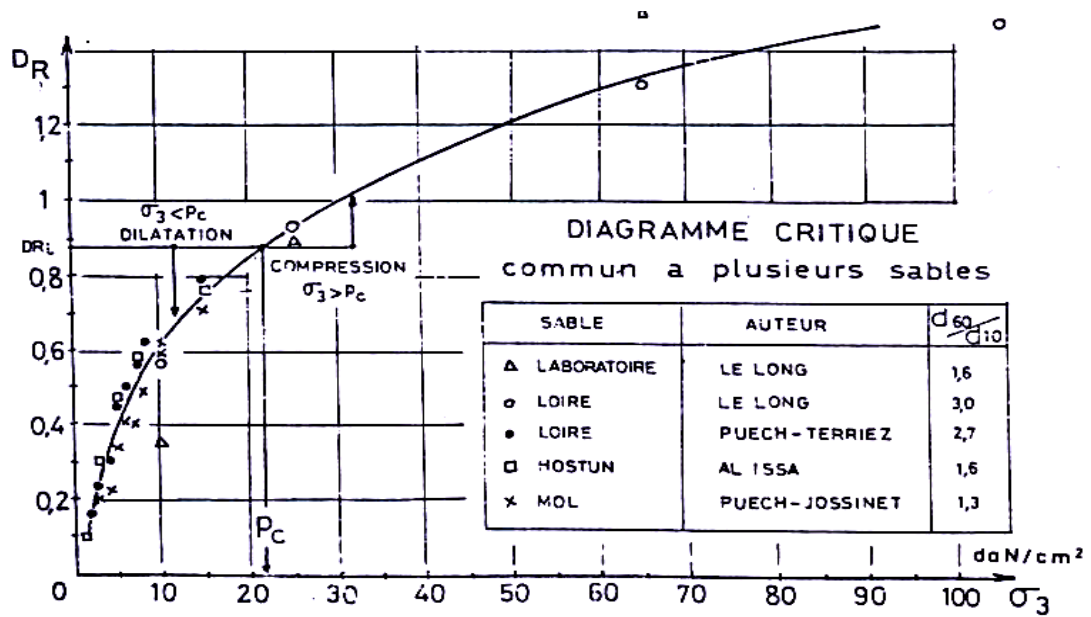


Fig I.3 Diagramme critique commun à plusieurs sables d'après FORAY et PUECH (1976)

[33]

### I.5.2.1 Modèle en plasticité parfaite :

Les méthodes théoriques de calcul de la résistance de pointe en plasticité parfaite diffèrent en général par les modèles de ruptures supposées. On énumère dans la littérature trois grandes classes :

#### I.5.2.1.1 faible profondeur

Le modèle utilisé le plus souvent, pour la détermination de la résistance de pointe limite, est celui d'une fondation superficielle infiniment longue où l'effet de la profondeur est supposé équivalent à celui d'une surcharge verticale égale au poids des terres Fig (I.4) ; Les équations d'équilibre sont établies en milieu non pesant et incompressible. Les zones (I) et (III) sont considérées respectivement en état d'équilibre limite actif et passif. La zone (II) est une zone de transition de PRANDTL[77]. En considérant les hypothèses précédentes et en utilisant les paramètres de contrainte de SOKOLOWSKI[85], on déduit l'expression du coefficient de capacité de TERZAGUI[89]

$$N_q = e^{\pi \cdot tg \phi} tg^2 \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2} \right)$$

L'utilisation de l'angle de frottement dans la formule de  $N_q$  précédente, conduisait à des valeurs de pointe trop élevées par rapport aux résultats d'essais. A l'I.M.G, laboratoire 3SR, la

valeur de  $N_q$  fournie par LEGALL[44] et NEGRE[63] est issue d'un calcul en symétrie axiale.

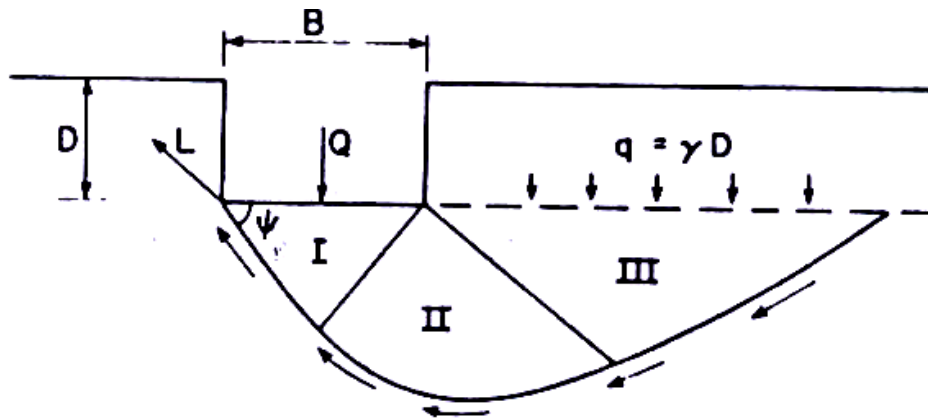


Fig I.4 Description générale de la capacité portante

### I.5.2.1.2 moyenne profondeur

Pour avoir constaté expérimentalement que les lignes de glissement remontaient jusqu'à la surface, GRESILLON (1970) [37] a proposé pour le début de l'enfoncement un schéma de rupture avec remonté d'un cylindre de sol concentrique au pieu Fig (I.5). Lors de l'enfoncement,

le frottement de ce volume de sol avec le reste du massif entraîne une augmentation de la contrainte verticale au niveau de la base de la pointe.

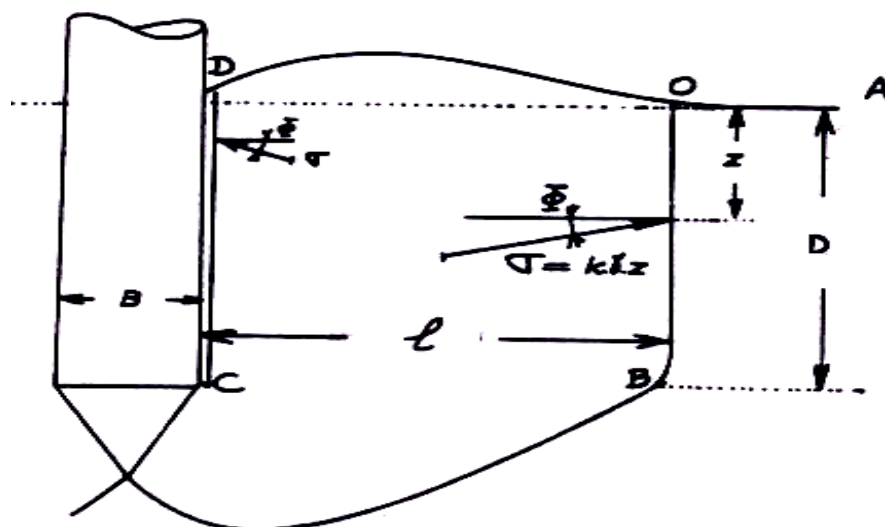


Fig I.5 Schéma de rupture sous la pointe à moyenne profondeur

D'après BIAREZE et GRESILLON (1972) [6]

Le calcul s'effectue avec l'hypothèse supplémentaire qui consiste à considérer que les contraintes le long du fût et sur le cylindre limite sont des contraintes de butée d'obliquité  $\varphi$ . En remarque que pour les moyennes profondeurs le terme de pointe suit une évolution parabolique, ce qui est plus conforme aux observations expérimentales. On note finalement que ce modèle de calcul n'est valable que pour les sables denses où la dilatance est possible.

### **I.5.2.1.3 Grande profondeur**

Les auteurs s'efforcent dans leurs modèles de calcul de tenir compte que les remontées du sol ne sont pas plus visibles en surface. En pénétration continue, L'HERMINIER d'après CASSAN (1978) [9] suppose que les lignes de glissement, qui sont d'après MEYERHOF (1976) [59] des spirales logarithmiques, se referment sur le fût Fig (I.6). On admet alors que le long de la surface latérale du pieu règne un état d'équilibre limite passif et sur lequel s'exercent des contraintes uniformes d'obliquité  $\varphi$  correspondant à un pieu rugueux. Avec ces hypothèses, BEREZANTZEV

d'après CASSAN (1978) [9] considère que les lignes de ruptures sont toujours des spirales logarithmiques, qui sont limitées au plan horizontal de la base de la pointe du pieu. Autour du fût la surface de glissement est un cylindre donnant naissance à des contraintes tangentielles qui s'opposent à l'enfoncement du pieu.

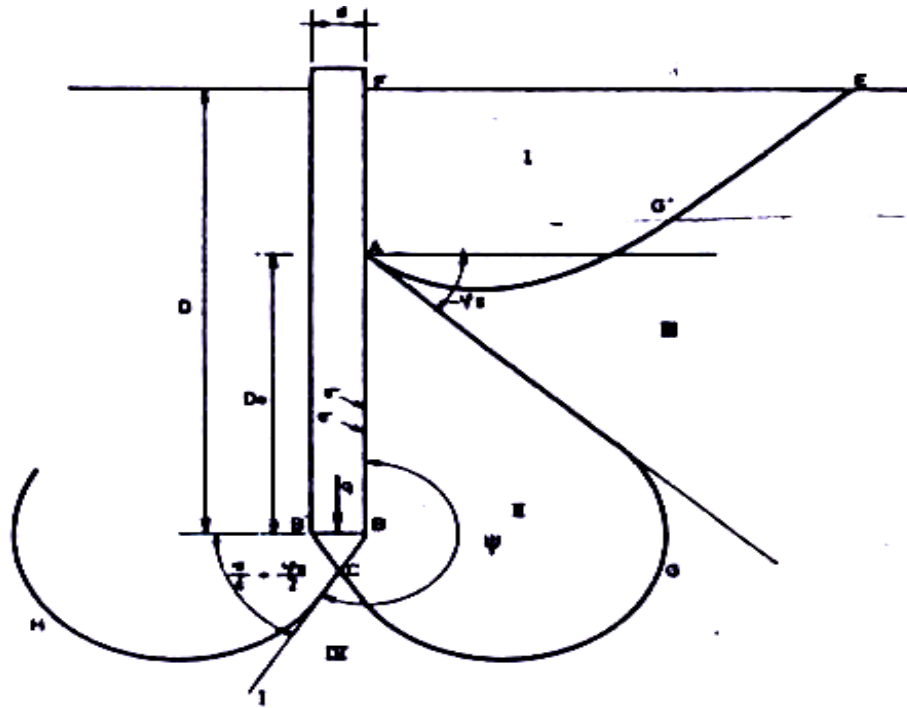


Fig I.6 Lignes de rupture sous un pénétromètre

L'HERMINIER d'après CASSAN (1978) [9]

### I.5.2.5 Conclusion sur l'effort de pointe

Contrairement aux fondations superficielles, les fondations profondes induisent dans le sol des niveaux de contraintes très élevés. S'agissant d'un milieu pulvérulent, le comportement général change graduellement en fonction de la contrainte moyenne appliquée, ce qui implique naturellement la prise en considération de l'évolution des paramètres décrivant les modèles rigides-plastiques pour le calcul de la résistance de pointe à grande profondeur.

Toutes les observations expérimentales montrent qu'aux grands enfoncements, dans les milieux granulaires, il se développe sous la pointe d'un pieu une zone fortement comprimée correspondant apparemment à l'apparition de « palier » de résistance. La compressibilité et l'effet

d'écrasement des grains se produisant au sein de cette zone, sont étroitement liés à la nature minéralogique, à la distribution granulométrique et à l'état de contraintes qui y règne.

Malgré les nombreux résultats publiés, il semble qu'au moins trois phénomènes particuliers à la mobilisation de la résistance de pointe à grande profondeur nécessitent des éclaircissements.

- De vérifier l'existence ou non du « palier »,
- D'apporter une meilleure compréhension des différents phénomènes se produisant dans le sol à proximité de la pointe du pieu,

- De définir quels sont les modèles les mieux à même de représenter l'évolution de la résistance de pointe avec la profondeur.

## I.6 MODELISATION PHYSIQUE DU COMPORTEMENT DES PIEUX

### I.6.1 Introduction

Le moyen le plus juste pour déterminer la capacité portante d'un sol reste l'essai en grandeur naturel sur site. Leur coût étant toujours assez élevé, ils sont très peu réalisés. Ils restent la dernière solution à entamer quand ils sont véritablement nécessaires. Ceci nous oriente à recourir à des essais moins chère est plus simple à savoir les essais sur modèle réduit, qui donnent une similitude parfaite avec le réel. Ces modèles physiques, modèle réduit, permettent le calcul de la charge ultime dont plusieurs auteurs admettent qu'ils sont suffisants pour le dimensionnement des fondations sur pieu .Le sol autour des fondations se comporte d'une manière complexe. En effet plusieurs paramètres, la déformation du sol, sa résistance au cisaillement, l'interaction sol-fondation interviennent. La connaissance de l'évolution des contraintes et des déformations dans le sol au cours d'un chargement est importante à connaître.

### I.6.2 Etablissement des lois de similitude pour un modèle réduit

Pour la réalisation des modèles physiques, modèle réduit, il est nécessaire d'examiner les conditions de similitude des équations qui déterminent physiquement les phénomènes observés, c'est-à-dire la similitude physique comportemental pendant l'enfoncement entre le modèle réel et le modèle réduit qui doit répondre à trois conditions.

- Lois générales de similitude (équations de conservation)
- Lois rhéologiques (équations constitutives)
  
- Conditions aux limites (valeur initiale et valeurs au contour)

### I.6.3 Lois générales de similitude : Equation de conservation

Pour simuler rigoureusement le comportement d'un ouvrage réel à partir d'un modèle à l'échelle réduite, on doit respecter l'équation :

$$\sum_{j=1..3} \frac{\partial \delta_{ij}}{\partial x_j} + \rho(g_i) - \frac{d^2 \xi}{\partial^2 \xi} = 0 \quad (I.1)$$

Dans le cas de chargement quasi statique, sans force d'inertie, l'équation précédente prend la

forme :

$$\sum_{j=1..3} \frac{\partial \delta_{ij}}{\partial x_j} + \rho g_i = 0 \quad (I.2)$$

Les lois rhéologiques du matériau donnent :

$$\sigma^* = l^* \cdot g^* \cdot \rho^* \quad (I.3)$$

Avec :  $l^*$ ,  $g^*$ ,  $\rho^*$ ,  $\sigma^*$ , les échelles de longueur, des accélérations de masse volumique et de contraintes respectives. Si des problèmes dynamiques se posent, il faudra vérifier la condition suivante :

$$\xi^* = g^* \cdot t^{*2} \quad (I.4)$$

Avec :  $\xi^*$ ,  $t^*$ , les échelles de déplacement, de temps respective

Le respect des conditions de similitude ne résout pas tous les problèmes, en particulier quand on utilise le même matériau granulaire pour le modèle réel et le modèle réduit, créant ainsi un effet d'échelle surtout quand la taille des grains du site réel est relativement importante par rapport à ceux utilisé dans les essais sur modèles réduits. L'équation (I.3) n'est valable que dans le cadre de la mécanique des milieux continus. Lors de la localisation des déformations dans le sol ou au contact sol-structure, un effet d'échelle se produit. Dans ce cas l'extrapolation des résultats du modèle réduit à l'ouvrage réel n'est pas facile surtout pour les faibles rapports taille du modèle / taille des grains. Il faudra toutefois noter que le passage d'un modèle réel à un modèle réduit entraîne des modifications quelquefois importantes au niveau du comportement. Afin d'admettre des lois rhéologiques identiques en tout point de vue pour le modèle réel et le modèle réduit, il faudrait que les contraintes soient égales à des points identiques du modèle réel et du modèle réduit. Pour assurer cette condition, on considère que :

$$\sigma^* = 1 \quad \text{et} \quad g^* = 1$$

D'où :

$$g^* = \frac{1}{l^*} \quad (I.5)$$

De l'équation (I.5), on observe que la simulation peut être réalisée à condition qu'on augmente artificiellement l'accélération de la pesanteur au moyen d'une force centrifuge, l'échelle des accélérations (I.5), étant fonction de l'échelle des longueurs. Ces essais en modèle réduit sont réalisés à l'aide d'une centrifugeuse, en chambre de calibrage ou par application de la méthode du gradient hydraulique.

## I.7 Méthodes de calcul et d'études des pieux

### I.7.1 Introduction

Les méthodes de calcul des micropieux sont utilisées pour le dimensionnement des micropieux ou pour faire des recherches. Ces méthodes sont variées, mais on peut toutefois les classer en deux catégories:

- l'approche numérique : méthodes des éléments finis, méthode des fonctions de transfert de charge (courbes 'p-y', 't-z' et 'q-z') et la méthode des équations intégrales ;
- l'approche par les méthodes simplifiées : les méthodes empiriques, les méthodes des modèles équivalents, et les abaques simplifiés basés sur la théorie de l'élasticité. Ces méthodes simplifiées sont validées elles-mêmes par des méthodes numériques et la confrontation avec l'expérimentation. La figure I.7 schématise le lien entre les différentes approches d'étude du comportement des pieux.

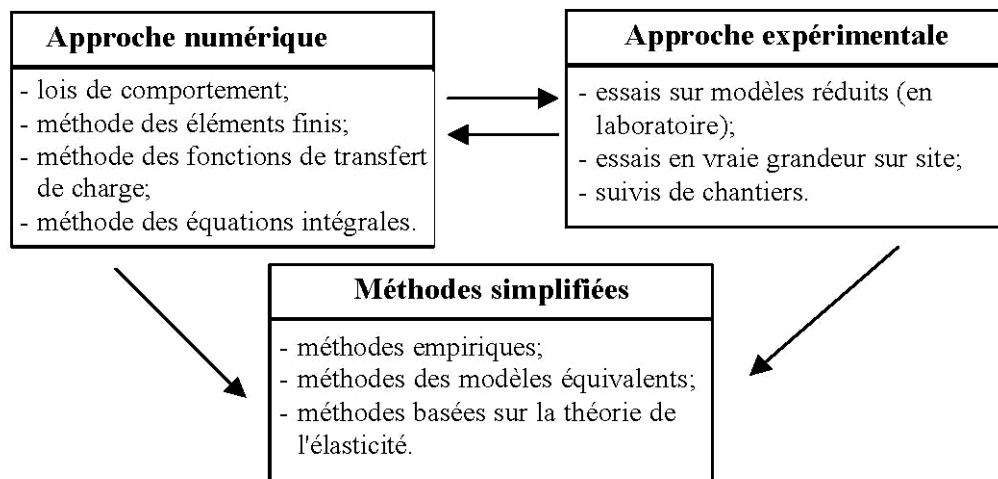


Figure I.7 Schéma représentant les liens entre les différentes approches d'étude du comportement des micropieux.

Les principales méthodes de calculs des micropieux isolés, en groupes sont citées dans ce chapitre. On y distinguera, pour chacun de ces trois cas, leurs comportements sous chargement vertical.

### I.7.2–Groupes de pieux

#### I.7.2.1 Chargement axial

##### I.7.2.1.1 Les méthodes numériques

###### I.7.2.1.1.1 Méthode des éléments finis

La méthode des éléments finis est également utilisée pour l'étude du comportement des

groupes de pieux sous charge verticale. Desai et al. (1974) [22] et Schad (1992) [84] modélisent des groupes de pieux dans une étude bi-dimensionnelle en déformation plane.

Preesly et Poulos (1986) [78] adoptent une modélisation axisymétrique d'un groupe de 4 pieux reliés en tête par une semelle de liaison. Le sol est assimilé à un matériau ayant un comportement élastoplastique sans écrouissage. L'interaction entre le pieu et le sol est modélisée par des éléments de contacts. Cette étude montre, que pour des pieux à faible espacement, le système de rupture du groupe se produit au niveau des faces externes des pieux (rupture du bloc). Alors que pour des espacements plus grands la rupture a lieu au niveau de chaque pieu du groupe.

Ottaviani (1975) [69] réalise la première modélisation tridimensionnelle par éléments finis pour étudier l'influence du contact avec le sol de la semelle de liaison des pieux d'un groupe (3x3 et 5x5).

Jeong et al. (1997) [39] utilisent une modélisation tridimensionnelle pour étudier l'effet d'interaction entre les pieux foncés d'un groupe (figure I.8). L'étude paramétrique a permis d'obtenir des coefficients d'interaction pour des pieux flottants et des pieux dont la portance est assurée par la pointe ; ceci pour deux valeurs d'entr'axe ( $S/B = 2.5$  et  $S/B = 5$ ) entre les pieux et pour deux hypothèses de lois de comportement du sol (de l'argile) (élastique linéaire, ou élasto-plastique).

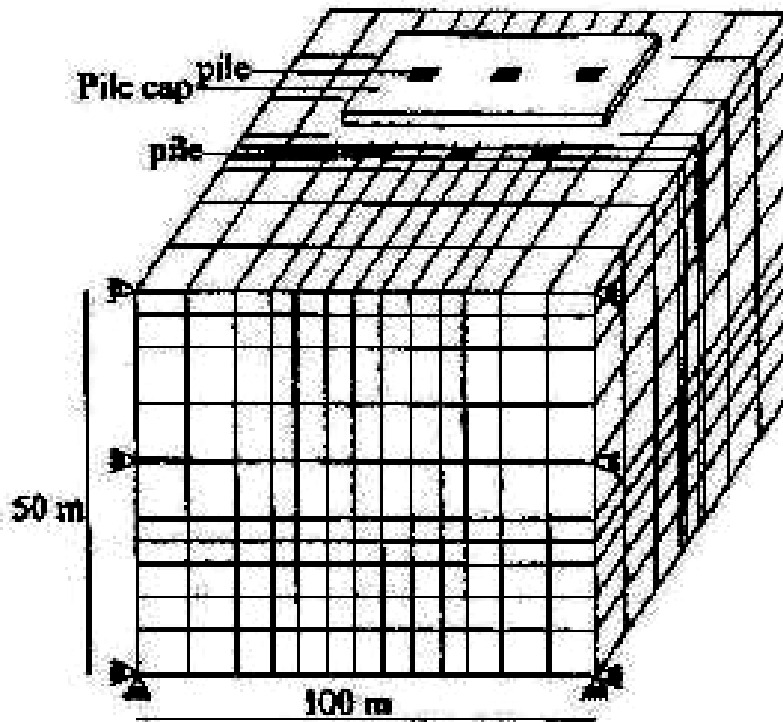


Figure I.8 Maillage tridimensionnel d'un groupe de pieu.

Les tableaux I.1 et I.2 montrent respectivement pour un comportement élasto-plastique et élastique linéaire les coefficients d'interaction en fonction de la géométrie du groupe, l'entr'axe entre les pieux et le type de pieu. Ces coefficients sont appliqués sur la réaction limite transversale du sol pour tenir ainsi compte de l'effet réducteur de l'interaction entre les pieux.

Tableau I.1 Coefficients d'interaction (cas d'un sol élasto-plastique)

	Pieu dont la portance est assurée par la pointe						Pieux 'flottants'					
	S/B = 2,5			S/B = 5			S/B = 2,5			S/B = 5		
	Pieu du coin	Pieu ext.	Pieu int.	Pieu du coin	Pieu ext.	Pieu int.	Pieu du coin	Pieu ext.	Pieu int.	Pieu du coin	Pieu ext.	Pieu int.
Isolé	1	-	-	1	-	-	1	-	-	1	-	-
2×2	0,64	-	-	1	-	-	0,65	-	-	1	-	-
3×3	0,58	0,36	0,14	0,91	0,78	0,42	0,58	0,40	0,22	0,93	0,88	0,72

5×5	0,50	0,35	0,10	0,88	0,76	0,38	0,50	0,38	0,19	0,90	0,84	0,65
6×6	0,49	0,34	0,09	0,87	0,75	0,37	0,50	0,38	0,18	0,89	0,82	0,63

Tableau I.2 Coefficients d'interaction (cas d'un sol élastique linéaire)

	Pieu dont la portance est assurée par la pointe						Pieux 'flottants'					
	S/B = 2,5			S/B = 5			S/B = 2,5			S/B = 5		
	Pieu du coin	Pieu ext.	Pieu int.	Pieu du coin	Pieu ext.	Pieu int.	Pieu du coin	Pieu ext.	Pieu int.	Pieu du coin	Pieu ext.	Pieu int.
Isolé	1	-	-	1	-	-	1	-	-	1	-	-
2×1	0,66	-	-	0,75	-	-	0,68	-	-	0,79	-	-
2×2	0,41	-	-	0,51	-	-	0,44	-	-	0,57	-	-
3×3	0,35	0,20	0,06	0,48	0,30	0,14	0,40	0,22	0,09	0,54	0,37	0,23
4×4	0,33	0,17	0,04	0,44	0,27	0,11	0,38	0,19	0,08	0,53	0,34	0,21
5×5	0,32	0,15	0,03	0,44	0,25	0,09	0,37	0,17	0,06	0,52	0,32	0,18
3×10	0,33	0,13	0,04	0,45	0,24	0,11	0,39	0,16	0,07	0,54	0,32	0,20
6×6	0,30	0,13	0,03	0,43	0,24	0,09	0,36	0,17	0,06	0,51	0,32	0,18
5×10	0,32	0,12	0,03	0,45	0,24	0,09	0,38	0,16	0,06	0,54	0,32	0,18
8×8	0,30	0,13	0,03	0,44	0,24	0,09	0,35	0,16	0,06	0,53	0,32	0,17
10×10	0,33	0,12	0,03	0,46	0,24	0,09	0,39	0,16	0,05	0,55	0,32	0,17

Ces résultats montrent que :

- l'interaction pieu-sol-pieu, pour l'hypothèse d'un comportement élasto-plastique, est réduite par rapport à celle déduite d'une hypothèse d'une élasticité linéaire ;
- l'interaction est fonction de l'entraxe entre les pieux, le nombre des pieux et la position relative du pieu dans le groupe.

#### I.7.2.1.1.2 Méthode des fonctions de transfert de charge

Si la méthode des fonctions de transfert de charge reste la plus courante pour le calcul du comportement des groupes de pieux chargés verticalement, l'application de cette technique fait toujours appel à d'autres méthodes pour la prise en compte de l'interaction entre les pieux du groupe ; d'où l'existence des méthodes mixtes ou 'hybrides'.

### I.7.2.1.1.3 Méthode des équations intégrales (Boundary Element Method)

Mandolini et Vigiani (1997) [55] présentent une méthode numérique pour l'évaluation du tassement d'un groupe de pieux reliés en tête par une semelle de liaison. Cette méthode, basée sur le principe des équations intégrales, consiste à ramener la résolution de ces équations à l'interface pieu-sol.

Le tassement du groupe de pieux est déterminé à partir du tassement  $w_i$  d'un pieu isolé  $i$ , de longueur  $L$ , soumis à une charge verticale  $Q_i$ , et du tassement supplémentaire induit par les autres pieux du groupe  $w_{ji}$ .

$$w_i = \frac{I_w Q_i}{E_s L} = w_{li} Q_i$$

où  $I_w$  est une fonction de l'élanement du pieu ( $D/B$ ), du rapport des modules du pieu et du sol ( $E_p/E_s$ ), du coefficient de Poisson du sol ( $\nu_s$ ) et de la loi de comportement du sol.

Le tassement induit par un pieu  $j$  soumis à une charge verticale  $Q_j$  est déterminé par l'équation:

$$w_j = \sum w_{li} (Q_j a_{ij})$$

Les coefficients d'interaction  $\alpha_{ij}$  sont déterminés à partir des équations de Mindlin (1936) [61].

Ainsi, le tassement d'un pieu  $i$  dans un groupe de  $n$  pieux est égal à :

$$w_i = \sum_{j=1}^n w_{li} (Q_j a_{ij})$$

Avec  $a_{ii} = 1$ .

Cette dernière équation étant valable pour le cas d'une semelle de liaison parfaitement flexible et une répartition de charge verticale en tête connue sur chaque pieu.

Dans le cas d'une semelle rigide, le tassement sera déterminé en fonction du tassement du centre de la semelle et des rotations  $\beta_x$  et  $\beta_y$  de la semelle. Ainsi, le tassement d'un pieu  $i$  de la semelle ayant les coordonnées  $x_i$  et  $y_i$  (relativement au centre) est donné par l'équation:

$$w_i = \sum_{j=1}^n w_{li} (Q_j \alpha_{ij}) = w_0 + \beta_x y_i + \beta_y x_i$$

Si  $Q$  est la charge totale appliquée sur le groupe avec une excentricité  $e_x$  et  $e_y$ , alors on aura:

$$\sum_{i=1}^n Q_i = Q ; \quad \sum_{i=1}^n Q_i x_i = Q e_x ; \quad \sum_{i=1}^n Q_i y_i = Q e_y$$

La résolution de ce système d'équations permet de déterminer la répartition des charges sur les pieux et le tassement de chaque pieu.

Dans le cas d'une semelle semi-flexible, la résolution de ce système ne peut être faite que par la méthode des éléments finis.

### I.7.2.1.2 Les méthodes simplifiées

#### I.7.2.1.2.1 Méthode empirique

Poulos et Davis (1990) [75] présentent une méthode simple de résolution de l'équilibre statique du groupe qui consiste à ignorer la présence du sol (figure I.9).

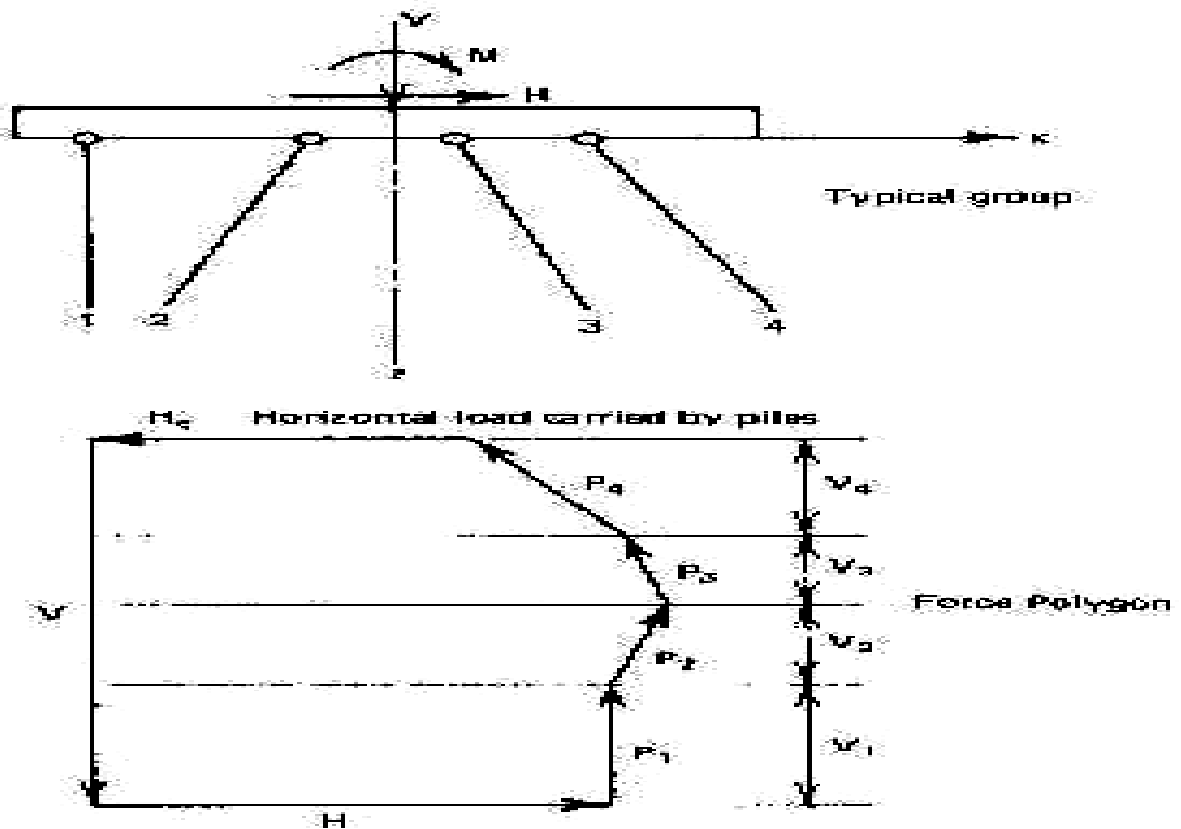


Figure I.9 Méthode statique simple pour la détermination de la distribution des charges dans un groupe

Cette méthode suppose que les charges totales verticale et horizontale sont réparties d'une façon

égale sur les n pieux du groupe.

Ainsi pour un groupe de  $n$  pieux reliés en tête par une semelle de liaison rigide, et soumis à une charge verticale  $V$ , une charge horizontale  $H$  et un moment  $M$ , la force reprise par un pieu  $i$  du groupe est égale à:

$$V_i = \frac{V}{n} + \frac{M^* x_i}{\sum_{j=1}^n (x_j^2)}$$

$$\text{avec } M^* = M + \frac{H}{n} e_i$$

Une méthode empirique de calcul du tassement d'un groupe de pieux, reliés en tête par une semelle de liaison, est également proposée par Poulos et Davis (1990) [75]. Cette méthode consiste à remplacer le groupe de pieux par un pieu équivalent, ayant un même tassement.

Ce pieu équivalent peut avoir une longueur équivalente  $L_e$  (et le même diamètre du pieu d'origine  $d$ ), ou un diamètre équivalent  $d_e$  (et la même longueur d'origine  $L$ )<sup>2</sup>. Selon Poulos (1968a) [76] la longueur équivalente est donnée par l'abaque de la figure I.10, en fonction de l'entr'axe  $s/d$  entre les pieux et de leur élancement  $L/d$ . Poulos et Davis (1990) [75] proposent un abaque pour la détermination du diamètre équivalent  $d_e$ , également en fonction de l'entr'axe et de l'élancement (figure I.11). Pour cette dernière approche le pieu équivalent conserve le même facteur de rigidité ( $E_p/E_s$ ) du groupe initial.

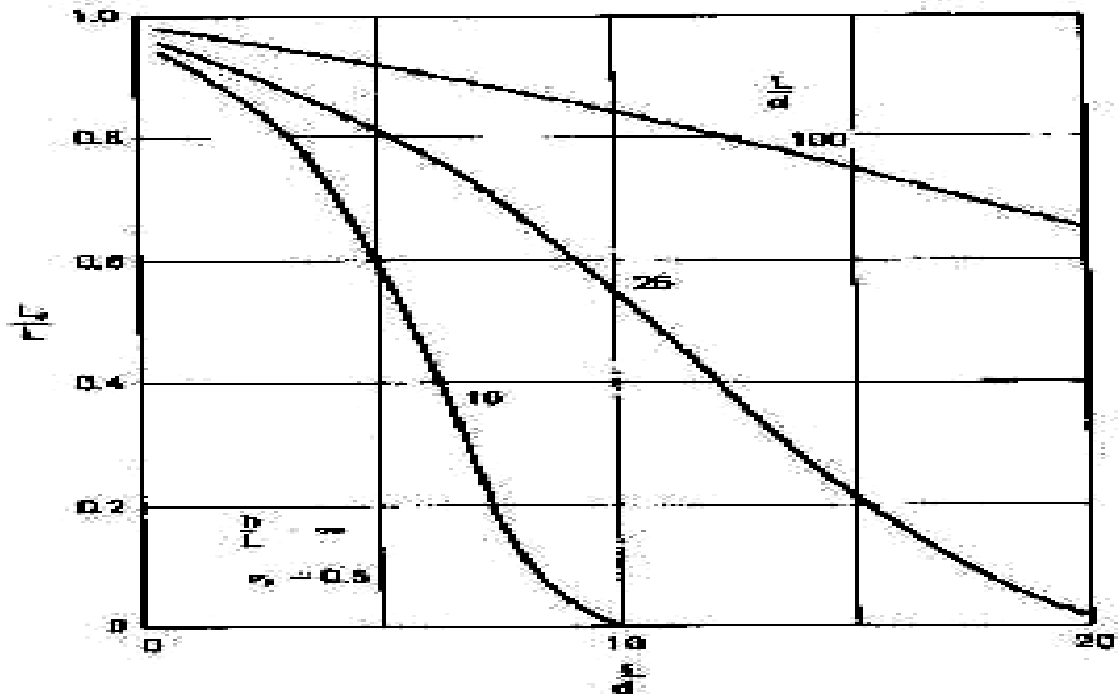


Figure I.10 Longueur équivalente du pieu isolé équivalent ayant le même diamètre des pieux du groupe

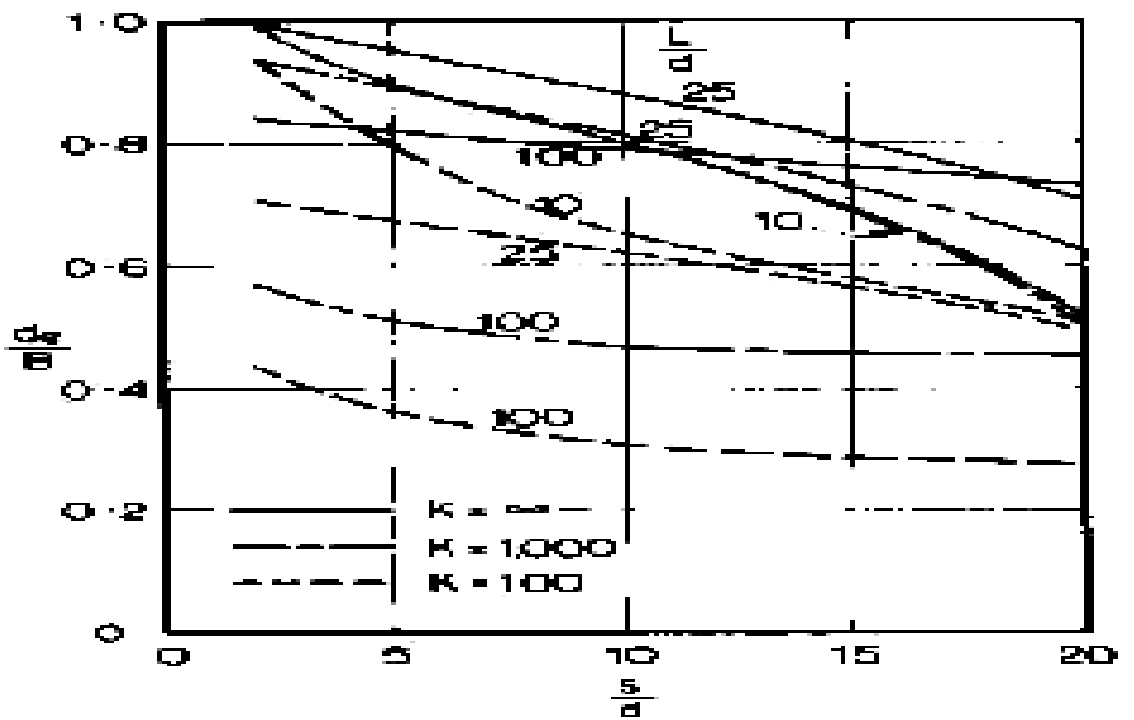


Figure I.11 Diamètre équivalente du pieu isolé équivalent ayant la même longueur des pieux du groupe

Randolph (1994) [80] propose une méthode empirique qui consiste à remplacer le système de fondation "mixte" par un radier équivalent. Ce radier a les mêmes caractéristiques que le radier initial, mais il est situé au deux tiers de la longueur de la fiche des pieux (dans le cas des pieux flottants ; figure I.12(a)) et au niveau du substratum (dans le cas des pieux réagissant en pointe ; figure I.12(b)).

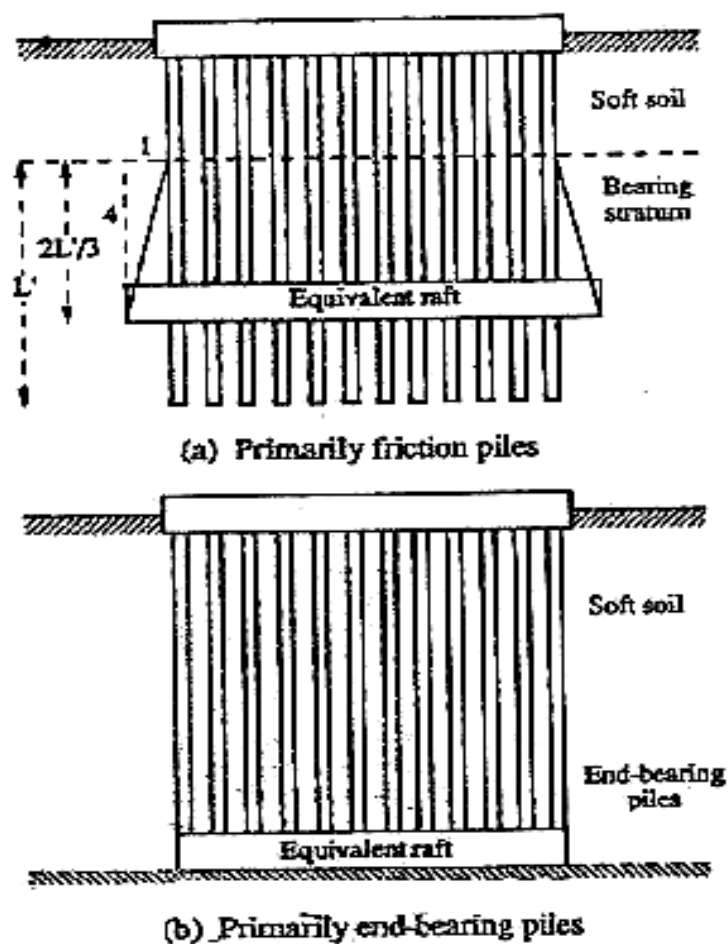


Figure I.12 Méthode du radier équivalent

Le tassement au niveau du sol est ainsi évalué par la relation  $W_{moy} = w_{radier} + \Delta w$

Avec  $\Delta w$  la compression élastique des pieux de longueur libre égale à la distance entre les deux radiers.

#### I.7.2.1.2 Méthode du continuum élastique

Poulos et Davis (1990) [75] présentent une méthode simplifiée pour l'évaluation du tassement d'un groupe de pieux soumis à une charge verticale.

Les auteurs déterminent le tassement d'un groupe par deux rapports:

- le rapport de tassement  $R_s$ :

$$R_s = \frac{\text{le tassement moyen du groupe}}{\text{Le tassement d'un pieu isolé sous la charge moyenne des pieux du groupe}}$$

$$R_G = \frac{\text{Le tassement moyen du groupe}}{\text{Le tassement d'un pieu isolé sous la charge totale appliquée sur le groupe}}$$

On note toutefois que ces deux termes sont reliés par la relation:  $R_s = n.R_G$

Avec  $n$ , le nombre de pieux dans le groupe.

Le tassement du groupe est alors donné par l'une des deux équations suivantes:  $\rho_G = R_s.P_{av} \cdot \rho_1$

Ou  $\rho_G = R_G.P_G \cdot \rho_1$

Avec,  $P_{av}$ , la charge moyenne reprise par un pieu du groupe;  $P_G$ , la charge totale appliquée sur le groupe;

$\rho_1$ , le tassement d'un pieu isolé sous une charge unitaire.

La figure I.13 montre les valeurs proposées de  $R_G$  pour des pieux flottants en fonction de l'entr'axe entre les pieux et le type de groupe ; ceci pour un élancement ( $L/d$ ) de 25, un coefficient de Poisson de 0,5 et un massif semi-infini.

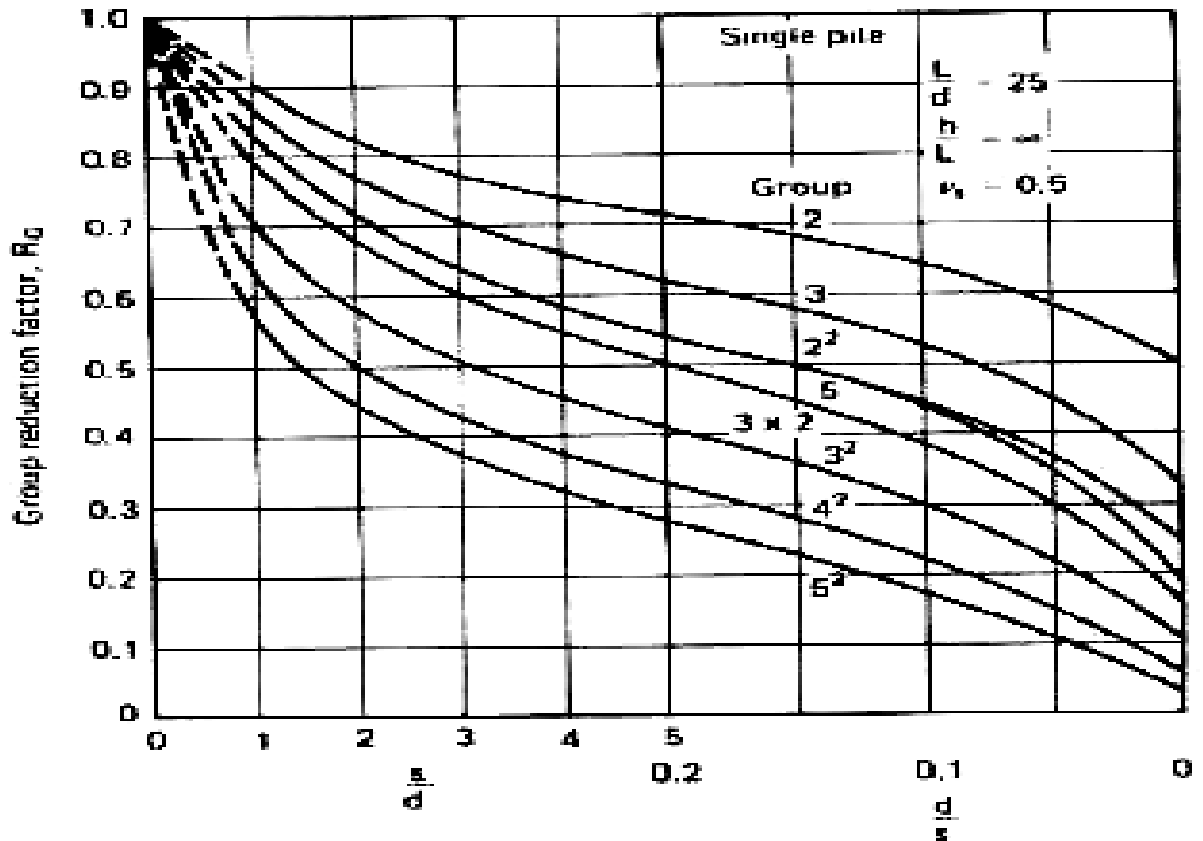


Figure I.13 Valeurs de  $R_G$  en fonction de l'espacement et du type de groupe

Pour le cas des pieux dans des conditions différentes, les auteurs proposent des coefficients correcteurs  $\zeta_h$  pour la taille du massif,  $\zeta_b$  pour le cas des pieux reposant sur un substratum, et  $\zeta_\nu$  pour le coefficient de Poisson.

#### I.7.2.1.2.3 Les méthodes hybrides

Basées sur la méthode des fonctions de transfert de charge, la méthode hybride, consiste à appliquer aux courbes de réactions ( $t-z$ , ou  $q-z$ ) des coefficients modificateurs calculés à partir d'autres méthodes notamment la méthode du continuum élastique ou des équations intégrales.

On distingue deux types de coefficients correcteurs: les coefficients de déplacement (figure I.14) et les coefficients de contrainte (figure I.15).

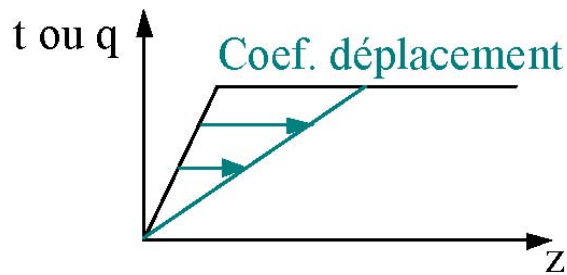


Figure I.14 Coefficient de déplacement.

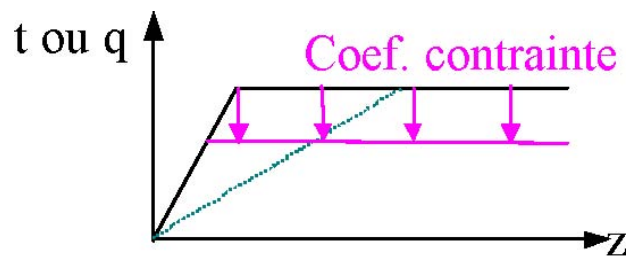


Figure I.15 Coefficient de contrainte.

On citera dans ce paragraphe les principales études sur les modèles hybrides.

O'Neill et al. (1977) [64] utilisent les équations de Mindlin (1936) [61] pour déduire le déplacement induit par un pieu  $j$  sur un pieu  $i$ .

Chow (1986) [15] introduit les paramètres d'interaction pieu-sol-pieu dans la matrice de rigidité globale du sol, évitant ainsi la modification des courbes de réaction. Afin d'identifier l'interaction entre les pieux, Chow utilise les équations de Randolph et Wroth (1978) [81].

Lee (1993) [43] étend la méthode hybride pour le cas de sol hétérogène (multicouche).

Maleki (1995) [52] applique le modèle hybride (GOUPEG) pour étudier le comportement d'un groupe de 3 pieux sous chargement vertical en tête (essais de Rueil-Malmaison).

#### I.7.2.1.2.4 Les méthodes analytiques

Le calcul des groupes en utilisant des solutions analytiques pour l'interaction entre les micropieux du groupe fait l'objet des travaux de thèse de Maléki (1997) [53].

Pour les déplacements axiaux, le modèle de cisaillement pur d'anneaux concentriques de Baguelin et al. (1975) [2] est utilisé pour tenir compte de l'interaction pieu-sol-pieu.

## **I.8 Groupe de pieux**

### **I.8.1 Introduction**

Un élément de fondation ou une semelle repose généralement sur deux ou trois pieux au minimum, pour tenir compte des éventuelles excentricités de chargement. Les recommandations du COPREC (1982) [18] préconisent d'ailleurs un nombre minimal de 3 pieux sous les charges ponctuelles, tels les poteaux d'une structure.

On appelle groupe de micropieux un ensemble de micropieux verticaux (avec, dans le cas d'un grand nombre de micropieux, éventuellement quelques micropieux du pourtour inclinés vers l'extérieur).

L'étude expérimentale de l'interaction entre les pieux d'un groupe et de son influence sur la résistance du groupe fait l'objet de ce chapitre. Les résultats des essais sur des groupes de micropieux réalisés en vraie grandeur sur site ou en modèle réduit (en centrifugeuse, en chambre d'étalonnage ou en cuve d'essai), dans le cadre du projet national FOREVER, sont analysés et leurs résultats synthétisés. On traite séparément les comportements des groupes sous chargement vertical. Enfin, on présente les résultats de la reprise en sous-œuvre du Pont de Pierre à Bordeaux, qui a fait l'objet d'une instrumentation dans le cadre de FOREVER.

### **I.8.2 Etudes expérimentales sur le comportement des groupes de micropieux**

Dans le cadre du projet national FOREVER, l'effort a été porté sur la réalisation d'essais de chargement de micropieux en vraie grandeur ou, à défaut, sur des essais en modèle réduit respectant autant que possible les conditions de similitude. Divers essais sur chantiers, effectués dans le cadre d'études antérieures, avaient montré la difficulté de bien maîtriser les principaux paramètres géotechniques gouvernant le comportement final des micropieux : prise en compte de l'hétérogénéité des sols, conditions exactes de mise en place, notamment de l'injection du coulis. Un site expérimental constitué de sable de Fontainebleau homogène a donc été construit au CEBTP à Saint Rémy-lès-Chevreuse. Les autres essais ont été réalisés en centrifugeuse ou en laboratoire, toujours dans du sable de Fontainebleau. Par ailleurs, quelques essais sur chantier ont pu être réalisés (à Rueil-Malmaison, ainsi qu'à Saint Maurice). Dans cette partie, sont examinés les essais suivants :

- sur le site de Saint Rémy : 2 groupes de 4 micropieux sous chargement vertical puis horizontal ;

- sur le chantier de Rueil-Malmaison : arrachement d'un groupe de 3 micropieux et d'un

micropieu isolé de référence ;

- dans la centrifugeuse du LCPC à Nantes :

Sous chargement vertical :

9 micropieux isolés et 12 groupes de 3 micropieux répartis dans trois conteneurs. Chaque conteneur concernait 4 groupes à espacement variable. L'état de rugosité de la surface des micropieux variait d'un conteneur à un autre ;

- une semelle isolée, un bloc et 4 groupes de micropieux, avec une semelle de liaison ne touchant pas le sol, puis reposant sur le sol) ;

- 6 micropieux isolés et deux groupes de 18 micropieux ;

-en cuve expérimentale (Laboratoire 3S):

chargement vertical :

4 groupes de 4 micropieux avec ou sans surcharge en surface ; 5 groupes de 18 micropieux ;

-en mini chambre d'étalonnage (CERMES) :

chargement vertical de 15 groupes de 5 micropieux avec variation de divers paramètres ;

-en chambre d'étalonnage (CERMES) :

chargement vertical de 11 groupes de 5 micropieux avec variation de divers paramètres ;

3 essais de chargement vertical de groupes de 5 micropieux, avec variation croissante de la pression de confinement, pour comparaison avec les réseaux ;

### **I.8.2.1 Essais en vraie grandeur sur site expérimental (CEBTP)**

Deux groupes de quatre micropieux, respectivement de type IIIh (coulis mis en place gravitairement par le haut) et de type R-SOL (micropieu installé par refoulement du sol par un mandrin, assimilé au type IV), furent testés sous chargement vertical puis horizontal sur le site du CEBTP à Saint Rémy-lès-Chevreuse (Plumelle et al., 1995[73]; Pello et al., 1995[71] et Plumelle et Raynaud, 1996) [74].

Le massif consacré à ces essais est constitué de sable de Fontainebleau rapporté, mis en place de façon homogène sur 6 m de haut. La surface d'essai utile est de 10 m x 10 m.

La figure 3.1montrent la disposition des micropieux dans le massif de sable, ainsi que l'implantation précise des groupes et micropieux isolés sous les poutres de chargement.

#### Le massif de sable

Le sable de Fontainebleau est un sable fin et uniforme. Les caractéristiques principales du sable

sont les suivantes :

Poids volumique sec  $14,4 \text{ kN/m}^3 < \gamma_d < 14,82 \text{ kN/m}^3$

Indice de densité  $0,53 < I_D < 0,62$

Teneur en eau :  $7,9 \% < w < 10,8 \%$

Les caractéristiques moyennes mesurées au pénétromètre dynamique et au pressiomètre sont :

Résistance de pointe  $0,9 \text{ MPa} < q_d < 3,0 \text{ MPa}$

Module pressiométrique  $2,2 \text{ MPa} < EM < 6,3 \text{ MPa}$

Pression limite  $0,25 \text{ MPa} < pl < 0,56 \text{ MPa}$

### Les micropieux

Ces essais concernent deux groupes de 4 micropieux verticaux. Les 2 groupes de micropieux sont

-1 groupe de 4 micropieux de type IIIh, espacés d'un entr'axe de 2 diamètres : M4, M5, M6, M7.

-1 groupe de 4 micropieux de type R-Sol (ou IV), espacés d'un entr'axe de 2 diamètres : M14, M15, M16, M17.

Les micropieux de type IIIh et R-SOL ont les mêmes dimensions :

- longueur scellée :  $D = 5\text{m}$  ;

- diamètre théorique :  $B = 100 \text{ mm}$  ;

-tube en acier:  $\text{Ø } 50/40 \text{ mm}$ .

avec  $E_{\text{acier}} = 2.10^5 \text{ MPa}$   $E_{\text{coulis}} = 10^4 \text{ MPa}$ .

### Comportement sous chargement vertical

Les figures I.16 et I.17 donnent la courbe effort appliqué-déplacement des essais de chargement vertical du groupe, comparé à l'enveloppe des courbes de chargement des micropieux isolés de même type (IIIh ou R-SOL).

On définit le coefficient d'efficacité sous chargement vertical de la manière suivante :

$$C_e = \frac{\text{charge limite du groupe}}{N \times \text{charge limite du micropieu isolé}}$$

Où N est le nombre de micropieux du groupe.

Pour la charge limite du micropieu isolé on a retenu la moyenne obtenue pour les micropieux

de même type.

Le tableau I.3 donne les coefficients d'efficacité des deux groupes de micropieux pour trois valeurs de la charge « limite »: à la charge de fluage  $Q_c$ , à la charge limite  $Q_{le}$  correspondant à un enfoncement de 0,1 B et à la charge maximale atteinte lors de l'essai  $Q_{me}$ .

Tableau I.3 Comparaison des coefficients d'efficacité des groupes (type IIh et IV) pour différentes valeurs du chargement axial

	Type	Charge (kN)		Ce
		Groupe (4 micropieux)	Isolé	
<b><math>Q_c</math></b>	IIh	420	87	<b>1,20</b>
	IV	420	113	<b>0,93</b>
<b><math>Q_{le}</math> (à 0.1 B)</b>	IIh	540	123	<b>1,10</b>
	IV	400	125	<b>0,80</b>
<b><math>Q_{me}</math></b>	IIh	576	144	<b>1</b>
	IV	528	126	<b>1,04</b>

Ces résultats montrent que le groupe de micropieux type « IIh » à un coefficient d'efficacité toujours supérieur ou égal à 1. Pour le groupe de micropieux type « IV » le coefficient d'efficacité est inférieur à 1 pour les charges  $Q_c$  et  $Q_{le}$  et ne devient légèrement supérieur à 1 que pour la charge maximale  $Q_{me}$ . Le coefficient d'efficacité pour le groupe de micropieux de type R-SOL est donc plus faible que celui du groupe de micropieux de type IIh, ce qui constitue un résultat inattendu.

On aurait en effet pu s'attendre à obtenir le résultat suivant sur les charges limites des groupes :

$$Q_{le} (IV) > Q_{le} (II)$$

Ce qui n'a pas été obtenu, sans doute pour des raisons de comportement en pointe différent lié à une certaine hétérogénéité du massif du sable et aussi par suite de différences inévitables dans

l'exécution par rapport aux micropieux isolés.

On doit en conclure que l'effet de serrage dû à l'exécution par refoulement du sol pour les micropieux R-SOL n'apparaît pas comme on aurait pu s'y attendre. On note que la portance

Qme du micropieu isolé R-SOL était inférieure à celle du micropieu isolé IIh (FOREVER, 2002) [36].

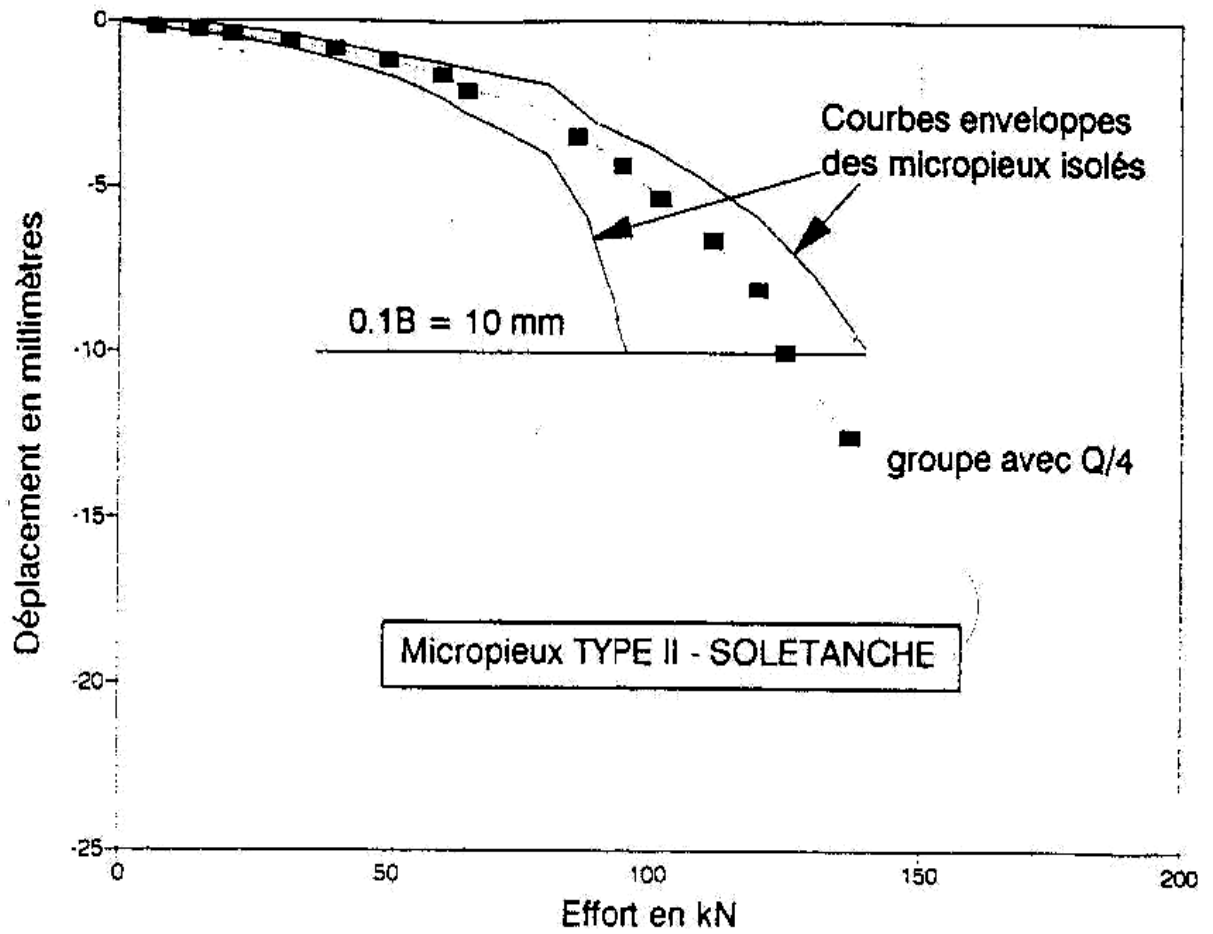


Figure I.16 Comparaison des courbes de chargement vertical du groupe de 4 micropieux (de type IIh) et des micropieux isolés du même type.

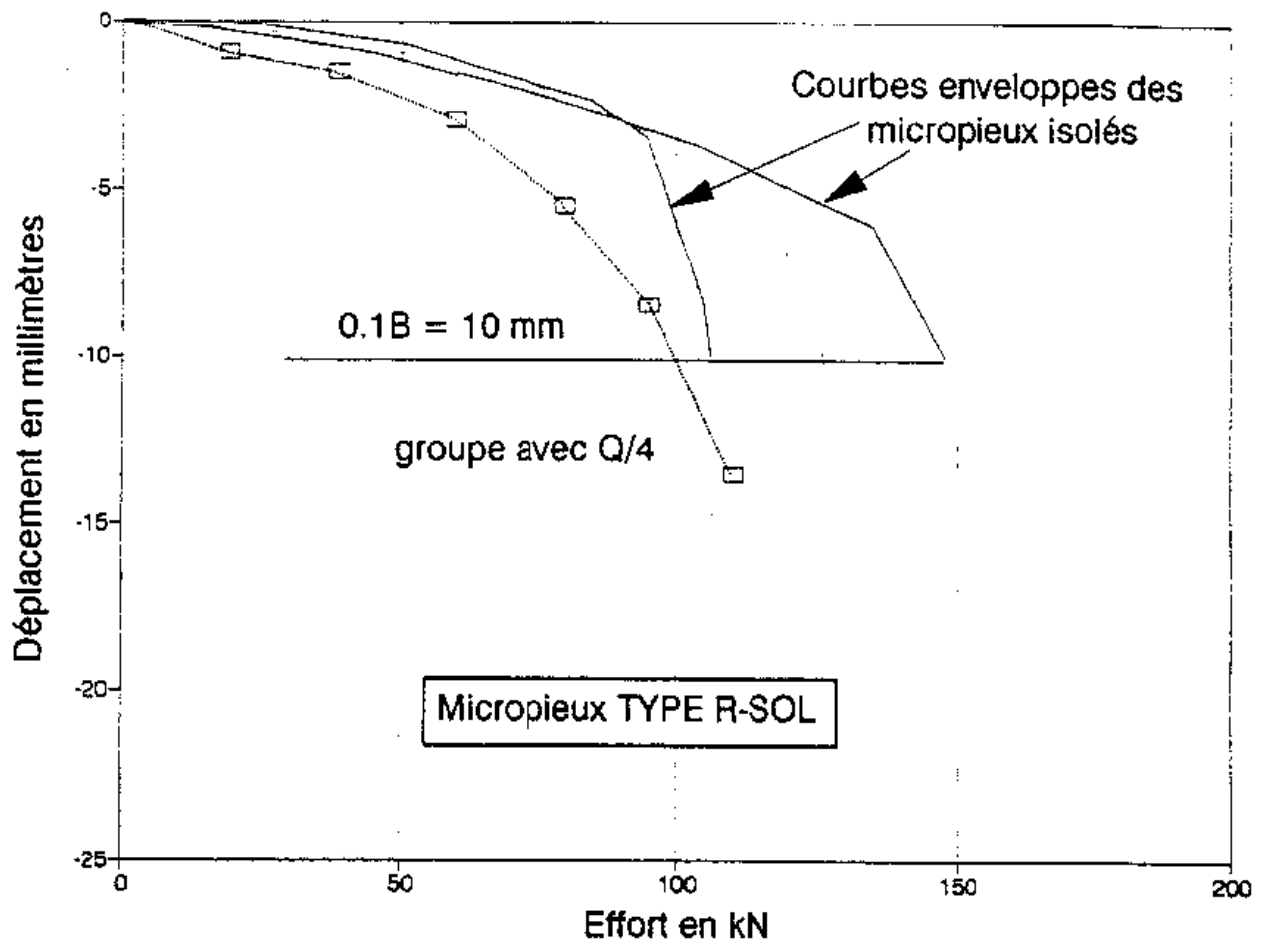


Figure I.17 Comparaison des courbes de chargement vertical du groupe de 4 micropieux (de type R-SOL) et des micropieux isolés du même type.

### I.8.2.2 Essais en cuve expérimentale (Laboratoire 3S de Grenoble)

Des études expérimentales du comportement de groupes de micropieux ont été menées dans la grande cuve expérimentale du Laboratoire 3S de l'Université de Grenoble (Foray et al. 1995) [35]. La figure I.18 montre l'ensemble du dispositif expérimental utilisé. La cuve d'essai a un diamètre de 1,20 m et une hauteur de 1,50 m. Le remplissage s'effectue à l'aide d'un système classique de pluviométrie et permet d'obtenir un massif avec une densité homogène.

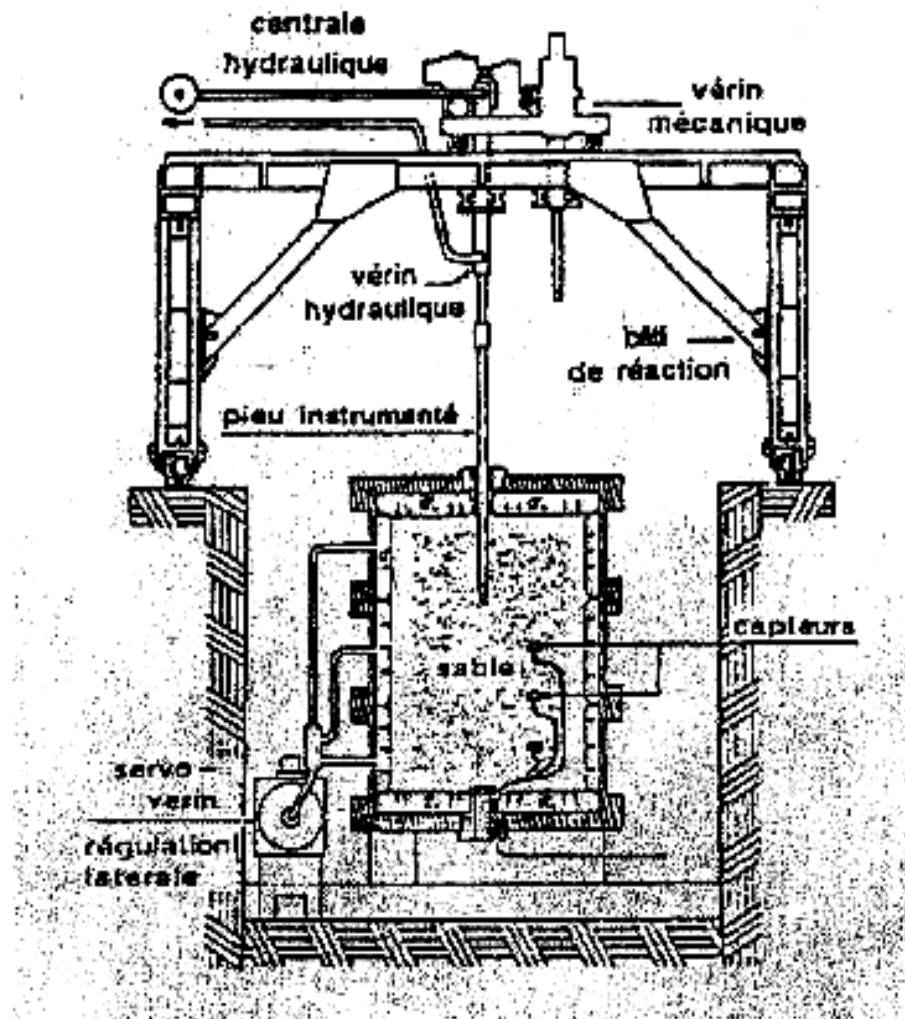


Figure I.18 Chambre d'étalonnage du laboratoire L3S.

#### Essais de chargement vertical de groupes de 4 micropieux

Une première étude a été réalisée sur des groupes de 4 micropieux, dont deux sont instrumentés avec trois niveaux de jauges extensométriques.

Le sable utilisé est du sable de Fontainebleau dans un état moyennement dense ( $w = 8\%$ ,  $\gamma_d = 13,5 \text{ kN/m}^3$ ,  $I_D \approx 0,5$ ;  $p_l \approx 0,5 \text{ MPa}$ ).

Les micropieux sont des tubes d'acier foncés, de diamètre  $B = 25 \text{ mm}$  et de fiche  $D = 1,0 \text{ m}$ . Ils sont enduits de sable collé pour obtenir un état de surface rugueux.

Deux groupes de 4 micropieux ont été testés sous chargement vertical, avec la variation des paramètres suivante : entr'axe  $S = 2B$  et  $S = 3B$ , surcharge verticale sur la surface du massif  $q = 0$  et  $q = 100 \text{ kPa}$ . Dans tous les cas, la déformation latérale est nulle (condition  $K_0$ ).

Une comparaison a été faite initialement, avec surcharge verticale nulle, entre un micropieu isolé foncé et un micropieu moulé, c'est-à-dire avec une mise en place du sol autour du micropieu (figure I.19).

Pour le micropieu moulé, sous un tassement  $s = 0,1 B$ , la pression en pointe est faible ( $q_p =$

0,8 MPa) et le frottement axial mobilisé est maximal ( $q_s = 6$  à  $7$  kPa), diminuant peu pour des tassements ultérieurs plus importants. Pour le micropieu foncé, la pression de pointe sous le même tassement, est beaucoup plus élevée ( $q_p = 4,3$  MPa). Le frottement axial présente un pic ( $q_s = 6$  à  $8$  kPa), puis une chute rapide pour atteindre une valeur résiduelle de l'ordre de  $2$  kPa. Le fonçage des micropieux tend donc à diminuer le frottement axial en dépit du refoulement du sol et à augmenter, au contraire, l'effort de pointe. Ce phénomène peut s'expliquer par les grands déplacements induits dans le sol le long du fût du micropieu.

Les essais suivants de chargement vertical ont été réalisés, tous sur des micropieux foncés (sensés, a priori, se rapprocher de micropieux injectés) :

- 1) Série 1 :  $q = 0$  ;  $S = 2$  B ;
- 2) Série 2 :  $q = 0$  ;  $S = 3$  B ;
- 3) Série 3 :  $q = 100$  kPa ;  $S = 2$  B ;
- 4) Série 4 :  $q = 100$  kPa ;  $S = 3$  B.

Dans chaque groupe 2 micropieux (le premier et le dernier foncés) ont été instrumentés, ce qui permet de déterminer l'effort de pointe et le frottement axial mobilisé le long du fût. En ce qui concerne la mise en place, on relève que le fonçage du dernier micropieu du groupe est rendu plus difficile par le fonçage des 3 premiers micropieux par suite de la densification du sol.

Le tableau I.4 synthétise les pressions en pointe sous  $s = 0,1$  B et les frottements moyens maximaux obtenus pour tous les essais de micropieux foncés. Les frottements axiaux maximaux sont obtenus pour un tassement de  $s = 1$  mm pour les micropieux isolés et de plusieurs millimètres pour les groupes.

Tableau I.4 - Synthèse des valeurs de pression en pointe et de frottement limite.

	Pression en pointe $q_p$ (MPa)			Frottement moyen $q_s$ (kPa) maximum		
	Isolé	Groupe 2B	Groupe 3B	Isolé	Groupe 2B	Groupe 3B
Surface libre	4,3 MPa	4,5 MPa	3,25 MPa	6 - 8 kPa	8 -12 kPa	18 kPa
Surcharge 100 kPa	5 MPa	5 MPa	4 MPa	21 kPa	30-50 kPa	40-50 kPa

Dans le cas de la surface libre, les résultats du chargement du groupe de 4 micropieux, espacés de  $2B$ , sont semblables en pointe à ceux obtenus pour le micropieu isolé foncé. Les frottements maximaux sont cependant plus élevés. Ainsi un effet de groupe semble jouer sur le frottement latéral, par le phénomène de densification du sol entre les micropieux. Le chargement du deuxième groupe, dont l'espacement entre les micropieux est de  $3B$ , donne une charge de pointe inférieure à celle du pieu isolé et un frottement moyen maximal supérieur à celui du groupe avec  $S = 2B$ . Ce dernier point semble montrer qu'il existe un entr'axe optimum.

Les essais sur les 2 groupes de 4 micropieux avec une surcharge en tête de  $100\text{ kPa}$  montrent que le frottement latéral moyen maximum est de  $30$  à  $50\text{ kPa}$  et ne dépend guère de l'espacement des micropieux. Cette valeur est nettement supérieure à celle du frottement latéral du micropieu isolé foncé ( $21\text{ kPa}$ ), ce qui semble indiquer que le frottement augmente avec la densification du sol. On remarque, par ailleurs, que la pression de pointe est semblable à celle du pieu isolé. Sur la figure I.19, sont présentées, en plus des courbes de chargement des micropieux isolés, les courbes de chargement des deux groupes de micropieux espacés de  $2B$  et de  $3B$  et sans surcharge en surface ( $q = 0$ ). On constate que la charge limite totale du groupe avec espacement de  $3B$  est inférieure d'environ  $30\%$  à celle du groupe avec espacement de  $2B$ . Pour  $S = 3B$ , le coefficient d'efficacité est voisin de  $1$  (absence de tout effet de groupe).

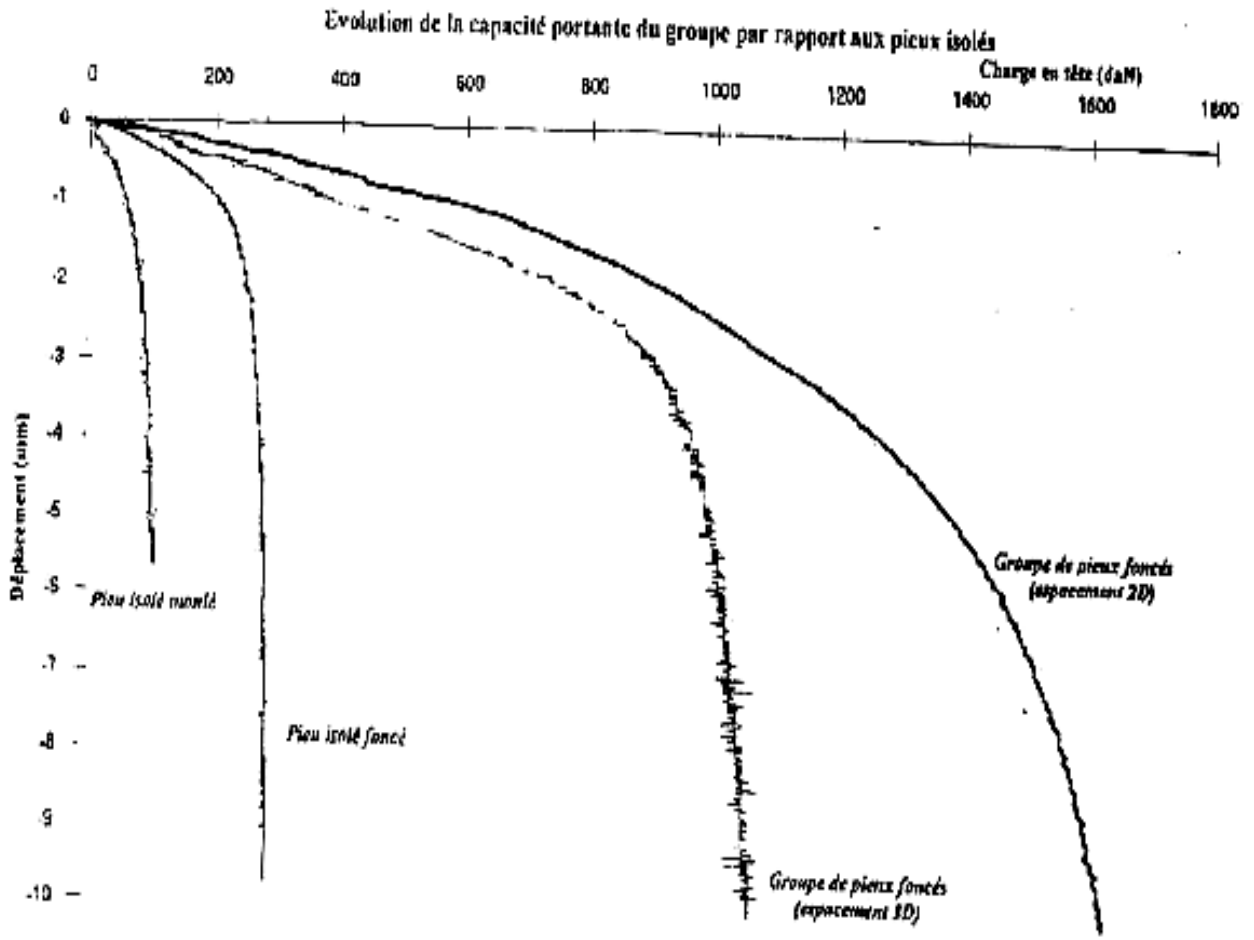


Figure I.19 Comparaison des courbes de chargement des micropieux isolés et des deux groupes de 4 micropieux fondés espacés de 2B et 3B (sans surcharge en tête).

Les valeurs du coefficient d'efficacité sont données dans le tableau I.5 pour deux valeurs du tassement (pour la définition du coefficient d'efficacité sous chargement vertical. Il faut remarquer que le coefficient d'efficacité augmente avec le tassement pris comme référence pour définir la charge limite. Pour le groupe avec  $S = 2 B$ , l'effet de groupe est assez clairement positif : Ce est compris entre 1,1 et 1,31.

Tableau I.5 Valeurs du coefficient d'efficacité

	Surface libre		Surcharge 100 kPa	
tassement de référence	Groupe 2 B	Groupe 3 B	Groupe 2 B	Groupe 3 B
0,1 B	1,1	0,85	1,2	0,8
0,1 x largeur du groupe au niveau de la surface du sol (3 B ou 4 B)	1,33	1,23	1,31	0,9

On donne dans le tableau I.6, d'une part, le rapport  $R_s$ , défini comme le rapport du tassement du groupe au tassement du micro pieu isolé sous la même charge moyenne, et d'autre part, le coefficient de réduction  $R_g$ , défini comme le rapport du tassement du groupe au tassement du micro pieu isolé, pour la même charge totale appliquée (Poulos et Davis, 1990) [75]. Dans le cas présent :  $R_s = 4 R_g$ . Le coefficient  $R_g$  apparaît fortement influencé par l'espacement entre les micropieux. Pour  $S = 2 B$ , le tassement du groupe est presque de moitié inférieur à ce qu'il est pour  $S = 3 B$ .

Tableau I.6 - Effet de groupe sur les tassements pour les essais à surface libre.

	Coefficient de réduction du groupe $R_g$	Rapport de tassement du groupe $R_s = 4 R_g$
<b>Groupe 3B</b>	0,725	2,9
<b>Groupe 2B</b>	0,415	1,66

### I.8.3 Analyse des résultats

#### I.8.3.1 Etude des paramètres influant sur la portance verticale

##### I.8.3.1.1 Espacement des micropieux

L'espacement des micropieux est un des paramètres qui influencent le plus le comportement des groupes de micropieux sous chargement vertical.

Dans le cas des sables plusieurs études expérimentales sur des modèles réduits de pieux en cuves furent menées par Lo (1967) [50], Vesic (1969) [91] et O'Neill (1983) [66], ou sur des micropieux par Lizzi et Carnevale (1979) [49].

Lo (1967) [50] donne des valeurs du coefficient d'efficacité des groupes de micropieux mesurées ou estimées par différents auteurs en fonction: de l'espacement entre les micropieux, du nombre des micropieux dans le groupe, de la densité du sable (lâche ou dense) et de l'état de rugosité des micropieux. Ces résultats montrent que l'effet de groupe est optimal pour un espacement  $S$  compris entre  $2 B$  et  $3 B$ . Vesic (1969) [91] donnent également les coefficients d'efficacité mesurés (pour des groupes de micropieux plus gros que ceux de Lo) en fonction de l'espacement entre les micropieux et du nombre de micropieux dans chaque groupe. Vesic mesure séparément la réaction en pointe et le frottement axial et étudie aussi l'influence de la semelle sur la portance du groupe. La figure I.20 montre ces résultats qui sont comparables mais globalement plus élevés que ceux de Lo. L'effet de groupe est maximal pour un

espacement compris entre 3 B et 4 B.

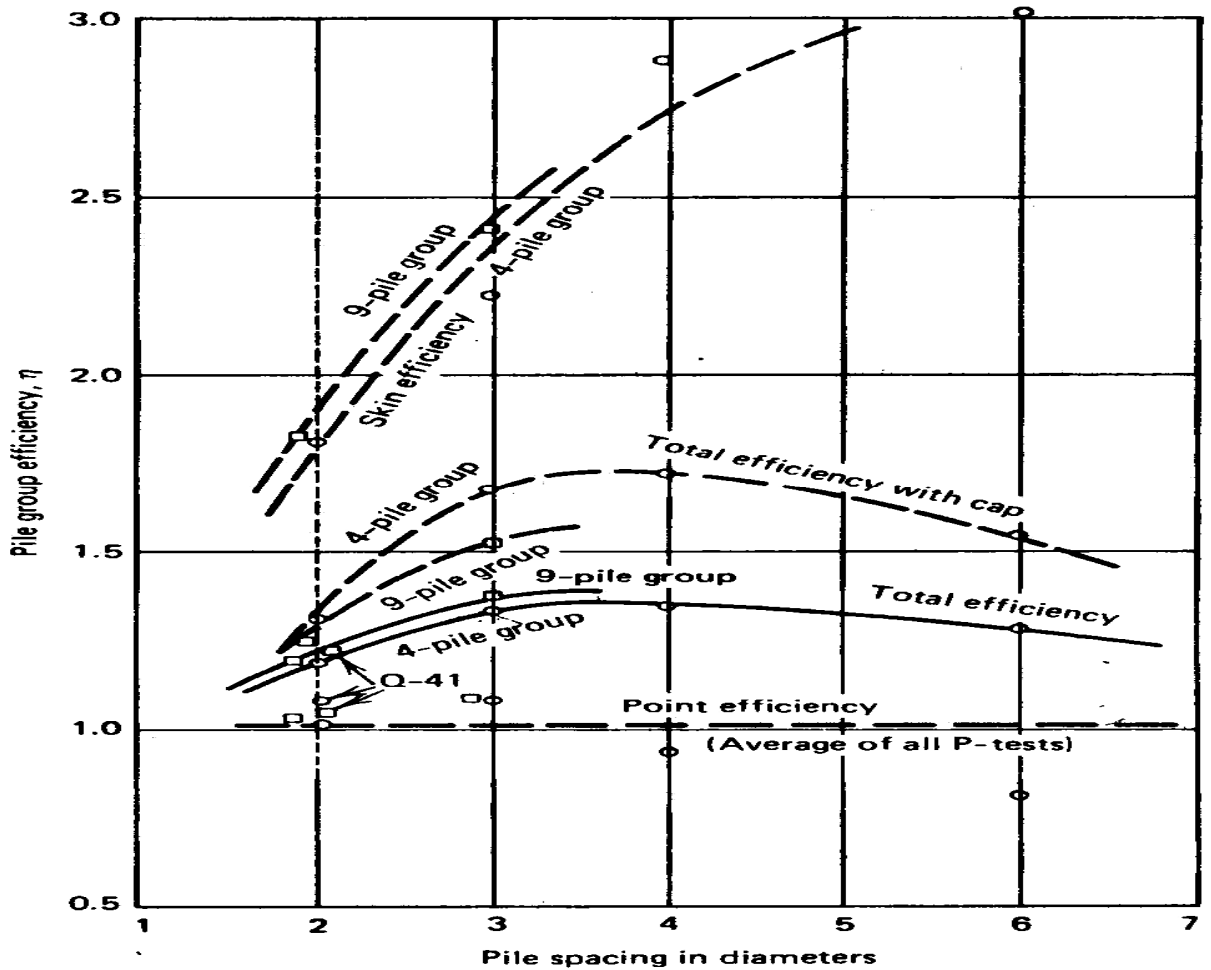


Figure I.20 Coefficients d'efficacité mesurée pour des groupes de micropieu (Vésic. 1969)

[91].

Les conclusions des essais effectués sur des modèles réduits de pieux fonnés dans des sols frottants par O'Neill (1983) [66], sont les suivantes :

pour des sols lâches, le coefficient d'efficacité  $C_e$  du groupe est toujours supérieur à 1 et atteint un maximum pour un espacement  $S/B = 2$ . Ce coefficient augmente également avec le nombre de pieux;

pour des sols denses avec un espacement  $2 < S/B < 4$  (cas usuel), le coefficient d'efficacité est légèrement supérieur à 1, tant que le pieu est mis en place sans forage ni injection.

En ce qui concerne les résultats des essais en vraie grandeur réalisés par O'Neill (1983) [66] sur des pieux dans des sols frottants, ils indiquent également des coefficients d'efficacité toujours supérieurs à 1, sauf dans le cas du forage ou de l'injection.

L'influence de l'espacement sur la portance de groupes de 3 micropieux fut également l'objet d'une étude expérimentale menée par Lizzi et Carnevale (1979) [49] sur des modèles réduits

de micropieux ( $B=10$  mm,  $D=50$  B à  $200$  B) chargés verticalement dans du sable placé dans une cuve expérimentale. L'espacement entre les micropieux était de 2 à 7 diamètres. Les résultats des essais, poussés jusqu'à la rupture, sont résumés sur la figure I.21 (coefficient d'efficacité  $C_e$  en fonction de l'espacement entre les pieux). Ils mettent en évidence que pour des intervalles compris entre 2 à 7 diamètres, le groupe possède une charge portante supérieure à celle qu'auraient les micropieux s'ils étaient indépendants les uns des autres. Lizzi et Carnevale concluent que ces résultats sont valables pour "la situation spécifique du terrain et des micropieux employés dans les essais". Signalons que la densité du sable n'est malheureusement, pas connue. On peut, cependant, au vu de la figure I.21, faire les remarques suivantes :

- le coefficient d'efficacité  $C_e$  semble augmenter avec l'écartement, mais il ne dépasse jamais 1,3 ;
  - un entr'axe optimal existe, aux alentours de  $S/B = 3,5$  à  $4$ . Un optimum a également été décelé pour certaines séries d'essais de FOREVER (voir plus haut).
- D'autres essais effectués également par Lizzi (1978) [48] sur des groupes de micropieux en vraie grandeur ont montré que l'influence mutuelle entre les micropieux se manifeste pour des intervalles largement supérieurs aux trois diamètres habituels.

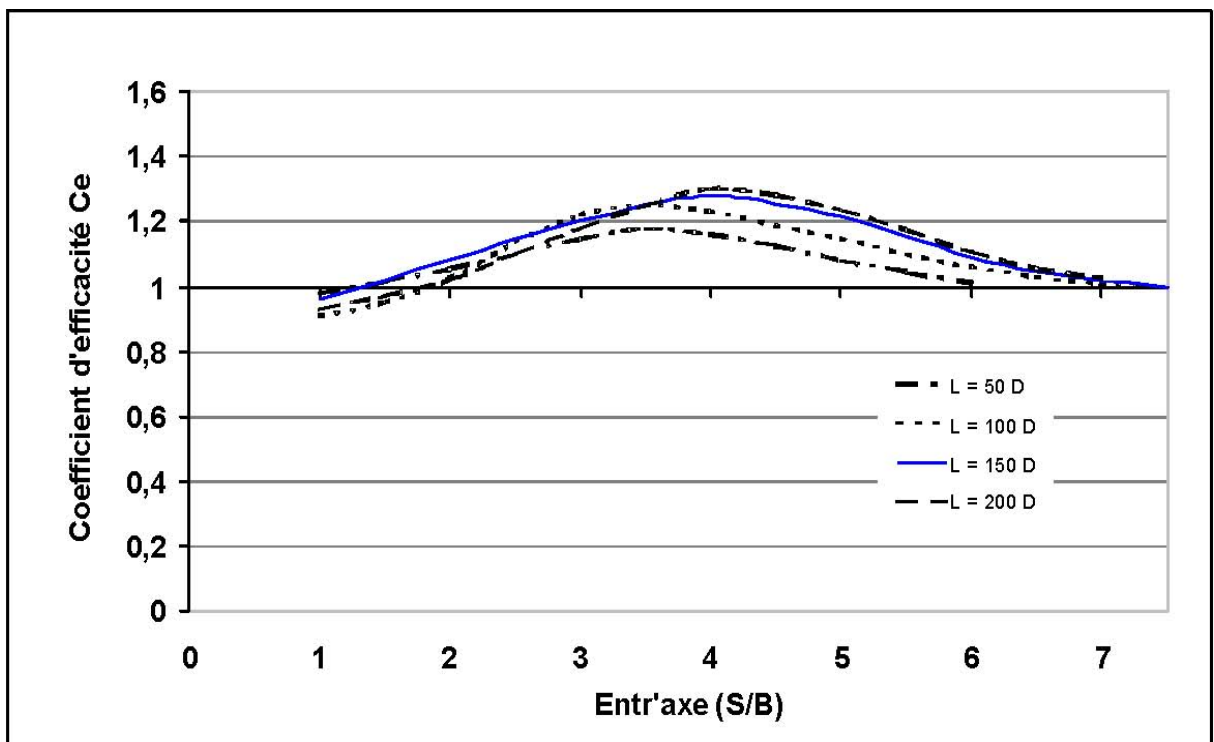


Figure I.21 Influence de l'espacement relatif ( $S/B$ ) dans un modèle de groupe de micropieux sur le coefficient d'efficacité global (Lizzi et Carnevale, 1979) [49]

Dans le cadre du Projet National FOREVER l'influence de l'espacement sur l'effet de groupe a été l'objet de plusieurs études expérimentales en vraie grandeur et sur des modèles réduits.

### **I.8.3.1.2 Densité du sol**

Dans le cadre du Projet National FOREVER seules deux études ont été menées, sur l'influence de la densité du sable sur la portance des groupes de micropieux, toutes choses égales par ailleurs. Il s'agit des deux études du CERMES, respectivement en mini-chambre d'étalonnage et en chambre d'étalonnage décrites auparavant. Toutes les deux semblent indiquer que le coefficient d'efficacité croît lorsque la densité décroît.

### **I.8.3.1.3 Nombre de pieux**

Les divers essais de chargement de groupe de micropieux, effectués dans le cadre du projet national FOREVER, ont été réalisés sur des groupes dont le nombre de micropieux variait de 3 à 36.

L'amélioration de la portance du groupe peut être expliquée par une meilleure densification du massif de sable entre les micropieux. Dans le cas des groupes testés ici, l'augmentation du nombre de micropieux se traduit aussi par une augmentation de la proportion de micropieux centraux dans le groupe. Comme on l'a vu à l'occasion de certains essais, les micropieux centraux bénéficient plus de l'effet de densification du sol que les micropieux périphériques.

### **I.8.3.1.4 Ordre d'installation**

L'influence de l'ordre d'installation des micropieux foncés dans du sable sur la portance du groupe a fait l'objet de l'étude expérimentale menée en chambre d'étalonnage par Francis et al. (1999)[32]. Cette étude décrite au paravent montre l'effet prédominant de l'installation des micropieux centraux après celle des micropieux latéraux. En effet l'installation du micropieu central après les micropieux de la périphérie, dans le cas d'un groupe élémentaire de 5 micropieux foncés dans du sable moyennement dense ( $I_D=0,5$ ), augmente la portance du groupe. Cette augmentation est de 40% par rapport à la portance d'un même groupe dans lequel le micropieu central est installé en premier (avant les micropieux de périphérie).

Francis et al.(1999) [32] suggèrent une nouvelle méthode d'installation des micropieux pour améliorer la portance globale du groupe. L'ordre de mise en place s'effectue en trois phases (figure I.22). Les micropieux foncés pendant la dernière phase bénéficient d'un effet d'enserrement assez important assuré par les micropieux, mis en place lors des deux premières

phases. Une telle mise en place reste malgré tout assez théorique dans la mesure où elle intéresse avant tout des micropieux forcés et une utilisation de groupes de micropieux pour des ouvrages neufs.

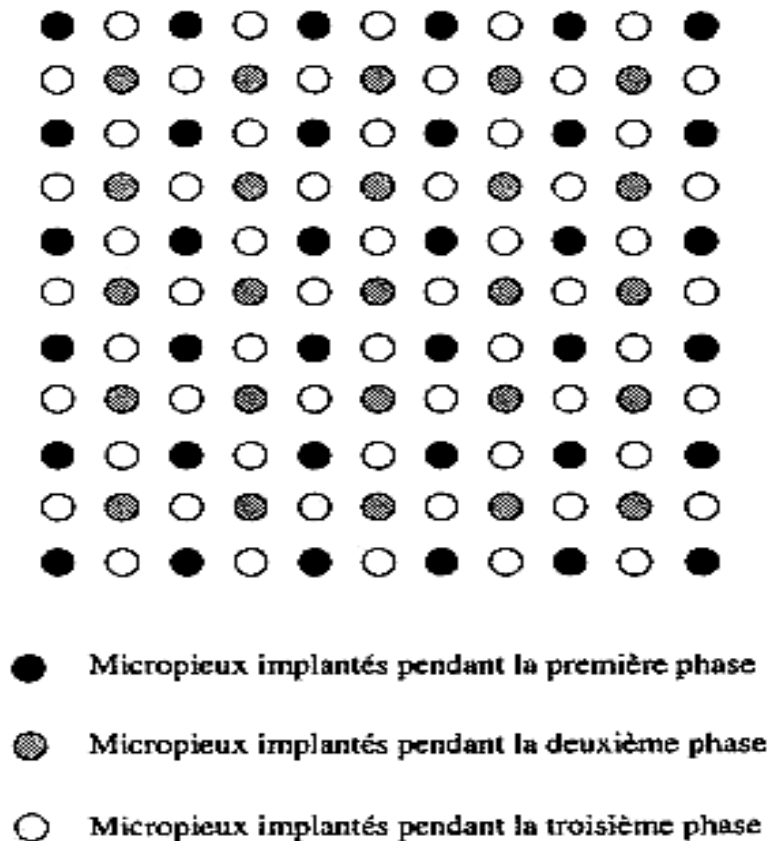


Figure I.22 Méthode de mise en place proposée pour des micropieux forcés.

#### I.8.3.1.5 Influence de la semelle de liaison (fondation mixte)

Dans la pratique courante, les micropieux d'un groupe sont reliés en tête par une semelle. Cette semelle peut être une ancienne fondation déjà existante (cas des travaux de reprise en sous-œuvre) ou une fondation neuve. D'une façon générale les semelles de liaison, qui sont en contact avec le sol, reprennent une part du chargement vertical total et l'on parle de « fondation mixte » pour l'ensemble semelle et micropieux. Cependant, il faut noter que la mobilisation de la capacité portante maximale de la semelle exige, en général, un déplacement supérieur à celui requis pour mobiliser la portance du groupe de micropieux.

L'évaluation de la reprise partielle de la charge verticale par la semelle d'une fondation mixte

a fait l'objet de plusieurs études menées sur des modèles réduits et sur des fondations de taille réelle. Vesic (1969) [91] a conduit des essais de chargement vertical sur des fondations mixtes de 4 et de 9 micropieux et dont l'espacement variait de  $4B$  à  $6B$  selon les essais. Les modèles de micropieux testés ont un diamètre de 10 cm et une longueur de 1,5 m. Selon ces essais, Vésic estime que la charge verticale reprise par la semelle d'une fondation mixte peut être assimilée à la portance d'une semelle filante dont la largeur est égale au double de la distance entre le bord de la semelle et la face externe des pieux. Cela correspond aux parties de semelle en porte-à-faux.

Dans le cadre du projet national FOREVER, l'évaluation de la portance des fondations mixtes était l'objet de l'étude réalisée sur la centrifugeuse du LCPC de Nantes par Dubreucq (1998, F0/96/10) [29] sur des modèles réduits de groupes de micropieux. Selon les résultats de cette étude expérimentale, présentée au paragraphe dessus, la capacité portante de la fondation mixte est sensiblement celle du groupe de micropieux augmentée de celle de la semelle isolée, du moins pour les groupes pas trop serrés  $3 \times 3$  ( $S/B=10$ ) et  $4 \times 4$  ( $S/B=6,5$ ).

### **I.9 Avantages et inconvénients des méthodes de calcul des groupes de pieux**

Bien qu'aujourd'hui les méthodes utilisant les éléments finis soient certainement les plus puissantes, leurs réponses restent étroitement liées aux modèles rhéologiques introduits pour le sol et pour les interfaces sol-pieu et des calages sont encore nécessaires. On énumère ci-dessous certaines difficultés rencontrées lors de la réalisation d'un calcul par éléments finis :

- La connaissance d'équations constitutives appropriées ;
- Les connaissances des paramètres du sol ;
- Les connaissances de l'état initial des contraintes autour des pieux ;
- La prise en compte des effets d'installation sur les contraintes de déformation du sol, particulièrement à l'interface pieu-sol ;
- La connaissance du comportement à l'interface, car il comprend non seulement les limites de l'adhésion entre le pieu et le sol mais aussi les propriétés de contraintes-déformation du sol dans l'approche immédiat du pieu [O'NEILL, 1981] [65] ;

Les méthodes aux éléments finis sont aussi capables de prendre en compte l'interaction sol-chevêtre et de calculer les contraintes dans le sol lors d'une analyse de groupe tridimensionnelle, mais il faut rester attentif et critique face aux résultats. De plus, malgré le

développement de nombreux progiciels facilitant son utilisation, ces méthodes ne peuvent être encore employées que par des personnes averties et sensibles aux effets du maillage et des lois de comportement sur la réponse du groupe de pieux (Pour en savoir plus voir MESTAT [1997]) [57].

L'inconvénient principal de l'utilisation des équations de Mindlin réside dans l'assimilation du sol à un massif élastique. POULOS et DAVIS [1990] [75] justifient l'utilisation de la théorie de l'élasticité de la manière suivante : « Le sol et la roche ne sont pas des matériaux élastiques car les contraintes et les déformations ne sont pas linéairement liées, les déformations ne sont pas entièrement déduites des contraintes, et les déformations ne sont pas indépendantes du temps. Cependant, on peut du moins dire que les déformations dans le sol augmentent avec les contraintes. De plus, l'hypothèse de quelque chose de plus complexe que les matériaux élastiques pour le sol dans la situation de continuité sol-pieu conduirait généralement à une théorie compliquée à l'excès manquant généralement d'utilité. L'utilisation de théorie élastique linéaire est de ce fait opportune et devrait être suffisamment précise pour les buts des ingénieurs, pourvu que les constantes élastiques soient employées de manière appropriée selon les problèmes. ».

### **I.10 Lois de comportement et analyse limite**

#### **I.10.1 Lois de comportement et essais de laboratoire**

Les essais mécaniques réalisés en laboratoire sur des éprouvettes homogènes de matériau constituent le principal outil de détermination des lois de comportement des sols. L'homogénéité de l'éprouvette permet de déterminer un comportement moyen du sol à partir de mesures faites sur ses frontières.

Elle constitue pour l'expérimentateur un souci permanent. L'autre grande limite des études expérimentales sur éprouvettes en laboratoire réside dans les possibilités des matériels d'essai existants: les appareils les plus courants (appareils triaxiaux de révolution) permettent de faire varier deux contraintes principales seulement, c'est-à-dire seulement le tiers des variables des contraintes. Les directions des déformations principales restent constantes. On ne fait donc également varier simultanément que le tiers des variables de déformation. Il existe quelques appareils d'essai plus complexes (appareil triaxial « vrai », cylindre creux soumis à un couple de torsion, boîte de cisaillement simple) permettant de faire varier plus de paramètres de contraintes ou de déformations, mais leur utilisation reste confidentielle et ils ne permettent pas de déterminer les propriétés des sols pour les études courantes.

### **I.10.1.1 Lois de comportement des sols**

Les matériaux naturels peuvent être regroupés en trois catégories: les roches, les sols pulvérulents (sols granulaires à forte perméabilité, par exemple la plupart des sables et les graves) et les sols cohérents (sols cohérents à faible perméabilité, par exemple la plupart des argiles et des limons). Ces matériaux ont des comportements relativement distincts. Il ne s'agit pas seulement d'un ordre de grandeur différent des caractéristiques de déformabilité et de résistance, mais bien d'un comportement différent du matériau, dû à sa formation au cours des temps géologiques et à l'histoire des chargements qu'il a subis ultérieurement. Les techniques expérimentales utilisées pour déterminer le comportement mécanique des sols et des roches (procédures de prélèvement, dimensions et préparation des éprouvettes, appareils d'essai, procédures opératoires) sont adaptées à ces classes de matériaux. Il faut noter particulièrement que le prélèvement des sables et graviers à l'état naturel est pratiquement impossible et que les lois de comportement déterminées en laboratoire correspondent à des matériaux reconstitués, dont la ressemblance avec les mêmes matériaux en place n'est pas assurée.

### **I.10.1.2 Principes de modélisation du comportement des sols**

La démarche généralement suivie pour déterminer les lois de comportement des sols consiste à dégager des données expérimentales des concepts simplifiés traduisant les caractéristiques essentielles de leur comportement. Ces concepts sont ensuite assemblés pour construire un modèle s'appuyant sur les théories de base de la mécanique des milieux continus (élastoplasticité avec écrouissage et fluage).

### **I.10.1.3 Schémas théoriques de comportement**

Les schémas de comportement élastique linéaire (isotrope ou anisotrope) ou élastoplastique parfait (élasticité linéaire associée à un critère de plasticité et à un potentiel plastique) sont les plus simples et les plus couramment utilisés par les ingénieurs géotechniciens.

Le calcul à la rupture s'appuie sur la connaissance de la géométrie d'un système donné, du mode de chargement qui lui est appliqué, des capacités de résistance des matériaux constitutifs. On écrit qu'une condition nécessaire pour la stabilité de l'ouvrage soit assurée est qu'il y ait compatibilité entre les équations exprimant l'équilibre statique et les conditions imposées par les capacités de résistance. On déduit de là une approche directe statique permettant de déterminer les chargements pour lesquels il y a stabilité potentielle de l'ouvrage dans les conditions imposées. L'approche cinématique permet dans ce cadre d'être utilisé

dans la mesure où elle permet la détermination des chargements pour lesquels l'instabilité de l'ouvrage dans les conditions imposées est certaine.

Deux approches sont possibles : une première approche statique découlant des descentes de charge du système et une deuxième approche dynamique découlant des mouvements des mécanismes constituant le système.

### **I.10.2 Généralités sur la plasticité des sols**

La théorie de l'élasto-plasticité a permis au cours des cinquante dernières années d'apporter une réponse au problème non résolu par le calcul à la rupture. C'est l'analyse limite, dont l'hypothèse d'un ouvrage constitué d'un matériau élastique parfaitement plastique obéissant au principe du travail maximal, la présomption de stabilité fournie par le calcul à la rupture est transformée en certitude. Mais tous les calculs reposent sur des hypothèses fortes sur le comportement des matériaux réels, qui sont que rarement vérifiées, et c'est l'expérimentation qui demeure évidemment le moyen ultime de validation. Nous allons rappeler quelques notions fondamentales concernant les sols à la rupture.

### **I.10.3 Analyse limite**

L'analyse limite est la méthode qui permet de définir une valeur de la charge de rupture sans l'utilisation de l'analyse élasto-plastique incrémentale. La méthode de l'analyse limite considère une loi de comportement idéaliste. Cette idéalisation, nommée normalité ou règle d'écoulement établit les théorèmes limites sur lesquels est basée l'analyse limite. Dans l'optique de cette hypothèse l'approche est rigoureuse et ses techniques sont compétitives avec celle de l'équilibre limite. Les théorèmes plastiques limite de DRUCKER et al (1952) [25] sont alors employés pour obtenir des bornes inférieures et supérieures de la charge de rupture dans les problèmes de stabilité, ou encore de la capacité portante des sols non homogène.

DRUCKER, PRAGER, GREENBERG (1952) [26], démontrent qu'une charge déterminée à partir d'une distribution de contrainte et satisfaisante aux conditions suivantes :

- a) Les équations d'équilibre sont vérifiées en tout point
- b) Les conditions aux limites des contraintes sont vérifiées
- c) Cette distribution des contraintes satisfait au critère de rupture en tout point

d) La charge n'est pas supérieure à la charge de rupture

Cette distribution des contraintes est appelée champs de contraintes statiquement admissibles.

● **Borne inférieur**

Si une distribution de contrainte statiquement admissible peut être trouvée, l'écoulement plastique libre ne se produira pas sous l'effet d'une charge plus petite.

DRUCKER, PRAGER, GREENBERG (1952) [26] démontre également que le travail extérieur est égale au taux de dissipation d'énergie pour un mode de déformation définie (ou champs de vitesse statiquement admissible), quant les conditions suivantes :

- a) Les conditions aux limites des vitesses
- b) les conditions de compatibilité entre vitesse et déformation
- c) La charge n'est pas plus petite que la charge de rupture est satisfaisante.

● **Borne supérieur**

Si un champ de vitesse cinématiquement admissible peut être trouvé l'écoulement plastique libre doit être imminent ou a lieu auparavant.

Les conditions pour obtenir une solution type borne supérieure sont les suivantes

- a) Un mécanisme de rupture cinématiquement admissible
- b) La dissipation d'énergie des forces extérieures due aux petits déplacements définis par le mécanisme doit être calculé
- c) La dissipation d'énergie interne dans les régions plastiquement déformées du mécanisme doit être calculée.
- d) La solution la plus critique (plus petite borne supérieure) correspondant au mécanisme de rupture choisi, est obtenue en effectuant une minimisation de la charge de rupture par rapport aux paramètres définissant ce mécanisme.

Trois remarques sont à retenir

● **Remarque 1**

L'application du théorème de la borne supérieure en analyse limite nous permet d'utiliser des champs de vitesses discontinus à la seule condition que la dissipation d'énergie le long des

surfaces de discontinuité de vitesse soit bien calculée (exemple glissement d'un corps rigide sur un autre)

### • Remarque 2

La surface de discontinuité doit être observée comme un cas particulier d'un champ de vitesse continu ou une ou plusieurs composantes de vitesse changent rapidement à travers une faible couche de transition.

### • Remarque 3

La méthode de la borne supérieure suppose le calcul de la dissipation d'énergie dans les régions plastiquement déformées.

#### I.10.4 Calcul à la rupture d'un pieu isolé par la théorie de l'analyse limite

Trois méthodes de calcul sont décrites dans la littérature pour le calcul des pieux.

- La méthode d'équilibre COULOMB (1773) [19], TERZAGUI (1943) [89], ZAKERZADECH et al (1999) [93],
- La méthode des lignes de glissement CAQUOT (1949) [8], KERISEL (1949) [40], SOKOLOVSKI(1960) [85]
- La méthode de l'analyse limite LYSMER (1970) [51], LEE et HERINGTON (1972) [42], CHEN et ROSENFARB (1973) [12], MEKSAOUINE (1992) [56], BENYAGHLA (1999) [5], SOUBRA et al 2000[87], BOUKHATEM(2003) [7], BELABED (2007) [4].

Nous présentons d'une façon succincte la méthode de calcul à la rupture (analyse limite), et le calcul de la charge limite d'un pieu isolé

Nous proposons un mécanisme ou modèle en trois dimensions (en axisymétrique) pour un pieu lisse. Les hypothèses de calcul sont les suivantes :

- Le sol est homogène et isotrope.
- Le pieu est vertical, et le terre plein est horizontal.
- La vitesse à l'interface sol-structure est supposée tangente au pieu, CHEN (2000) [14].

Certains auteurs COLLINS (1973) [17], MROZ et DRESCHER (1969) [62] puis DETOURNAY (1993) [24], MICHALOWSKI (1999) [60] montrent que la vitesse à l'interface est inclinée de  $\phi$  par rapport au pieu. Les deux hypothèses restent valables pour le calcul de la charge limite d'un pieu isolé.

### I.11 CONCLUSIONS

Malgré la diversité et le développement rapide des pieux, cette technique de fondation profonde est généralement calculée par des méthodes empiriques. En France, le document technique unifié (DTU 13-2, 1991) [28] et le Fascicule 62 Titre V (1993) [30] proposent des méthodes de calculs des pieux, et sont respectivement destinés aux domaines du bâtiment et des ouvrages de génie civil. En Europe, le projet de norme européenne pour les micropieux (CEN TC 288, 2002) [11] propose des recommandations d'exécution. Aux Etats-Unis, la société des autoroutes (FHWA) a publié des recommandations de calcul et d'exécution des micropieux (Armour et al., 2000) [1]. Au niveau international, l'International Workshop on Micropiles (IWM) assure, depuis sa création en 1997, un lien entre les différents chercheurs qui travaillent sur l'étude du comportement des micropieux.

Les méthodes de calcul, présentées dans ce travail, concernent les pieux isolés, disposés en groupe, et soumis à un chargement statique vertical. On y distingue les méthodes numériques et les méthodes simplifiées.

On distingue deux catégories de méthodes de calcul de pieux. La première catégorie consiste à considérer les pieux comme des éléments isolés avec des éventuelles interactions simples entre eux (sans tenir compte de l'enserrement du sol). La deuxième catégorie tient compte de l'enserrement du sol et considère le système 'pieu + sol' comme un bloc monolithique. Les méthodes de calculs de cette catégorie sont généralement empiriques.

Les résultats expérimentaux du projet national FOREVER ont montré un effet de groupe positif pour des groupes chargés verticalement et comportant un grand nombre de micropieux élancés. Cet effet est essentiellement dû à la densification du sol (résultant de la mise en place des micropieux). L'effet de groupe apparaît optimal pour une valeur de l'entraxe relatif  $S/B$  entre les micropieux comprise entre 2,5 et 4. Il est évident que la densification du sol peut être améliorée par certaines méthodes de mise en place des micropieux plutôt que par d'autres, toutes choses égales par ailleurs. Il est toutefois utile de bien distinguer deux effets de groupe de nature tout à fait différente :

- les effets dus à la mise en place des pieux qui modifient les propriétés du sol dans la masse et aux interfaces;
- l'effet dû aux interactions mécaniques entre les pieux (superposition des déplacements). Deux remarques s'imposent en ce qui concerne ce second effet. D'une part, il est par essence négatif (pour des efforts allant dans le même sens), le déplacement d'un pieu en groupe étant toujours supérieur au déplacement du pieu isolé. D'autre part, il est le seul à pouvoir être déterminé par les méthodes de calcul numériques en déplacement. Les

modifications des propriétés du sol résultant de la mise en place ne peuvent être, à l'heure actuelle, que des estimations qu'il faut effectuer avant d'entamer le calcul numérique. En effet, on ne sait pas les modéliser numériquement et, par ailleurs, les données expérimentales disponibles sont rares.

Les couches de sol comprises entre les pieux sont nettement plus sollicitées que le massif du sol entourant les pieux.

Concernant les différentes méthodes de calcul du groupe :

O'NEILL & al. [1981 et 1985] [65] [67] ont réalisé de nombreuses études afin de comparer les différentes méthodes de type charge-déformation proposées dans la littérature ; ils ont conclu qu'il n'existe pas de méthode supérieure et que chaque méthode a son domaine de prédilection en fonction du niveau de chargement, de la configuration de groupe, inclinaison des pieux, etc. ..., de la précision nécessaire des résultats et aussi du budget et du temps impartis. Il est, de ce fait, recommandé de réaliser de multiples analyses de groupes quand cela est possible. Les analyses doivent être conduites en utilisant deux ou plus méthodes appropriées, avec des valeurs limites inférieures et supérieures des paramètres caractéristiques du sol. Ainsi, l'ingénieur obtiendra une appréciation des incertitudes induites dans ses estimations du comportement du groupe.

Cette partie nous a permis de faire quelques rappels concernant le comportement mécanique des pieux, à savoir l'étude du comportement des pieux verticaux sous chargement axial, on a pu voir le grand nombre de paramètres influençant leur capacité portante. Par exemple, l'effet de l'installation. En ce qui concerne la mobilisation de la résistance en pointe, le mode d'installation influence la résistance en pointe avec une augmentation de cette grandeur. De plus, l'augmentation de l'indice de densité et la contrainte de consolidation entraînent également une augmentation de la résistance en pointe. L'augmentation de la vitesse de chargement, en revanche, a peu d'influence sur la résistance en pointe.

Francis (1997) [31] a effectué une étude sur l'influence de paramètres tels que la contrainte de consolidation, l'indice de densité et montré des résultats similaires à ceux qui ont été présentés.

## Chapitre II

### Théorie de l'analyse limite

---

#### II.1 Introduction

Connaissant :

- 1) La géométrie d'un système donné.
- 2) Son mode de chargement.
- 3) Et les capacités de résistance des matériaux constitutifs.

Le calcul à la rupture se fait aisément tout en notant que la condition nécessaire pour que la stabilité de l'ouvrage soit assurée et qu'il y ait compatibilité entre les équations exprimant l'équilibre statique et les conditions imposées par les capacités de résistances.

Pour l'étude cinématique du chargement statique d'un pieu, on est amené à faire un choix d'une approche théorique, ce qui nous conduit à un rappel des notions fondamentales de la théorie de l'analyse limite, puis l'application de cette théorie aux études cinématique du chargement statique d'un pieu.

Les schémas de calcul proposés par divers auteurs sont passés en revue, afin de sélectionner des schémas apparaissant satisfaisants et susceptibles de servir de base à un schéma tridimensionnel.

#### II.2 Généralités sur la plasticité des sols :

##### II.2.1 Critères d'écoulement & surface de charge :

Nous allons rappeler ici quelques notions fondamentales sur le comportement des sols à la rupture en nous limitons à celles qui sont utilisées dans les méthodes d'étude de la stabilité. Un élément macroscopique de matière, sous une sollicitation quelconque définie par le tenseur des contraintes  $\sigma$  agissant sur lui, l'expérience montre que la notion de seuil de plasticité, correspondant au cas unidimensionnel, est remplacée par celle de critère d'écoulement ou critère de plasticité du matériau.

- Il existe une fonction  $\phi$  à valeur scalaire, de l'état de contrainte  $\sigma$  de l'élément, telle que :
  - $F(\sigma) < 0$  : Correspond au domaine de l'élasticité du matériau.
  - $F(\sigma) > 0$  : Correspond à l'apparition de déformations irréversible ou écoulement plastique.

- C'est à l'égalité  $F(\sigma) = 0$  que l'on donne le nom de critère de plasticité ou critère d'écoulement. La fonction  $\phi$  est appelée fonction de charge, et la surface  $F(\sigma) = 0$  dans l'espace  $\{\sigma\}$  est appelée surface de charge (fig.II.1a).
- Dans le cas du matériau parfaitement plastique, la fonction de charge ne varie pas, la surface de charge est une surface fixe et les déformations plastiques se produisent si  $\sigma$  est sur cette surface et y reste.
- Dans le cas du matériau écouissable, la fonction de charge change au fur et à mesure du développement des déformations permanentes. On doit alors distinguer la surface de charge initiale et la surface de charge actuelle (voir fig.II.1b). Pour tenir compte de l'écrouissage, on notera le critère de plasticité sous la forme :  $F(\sigma, E) = 0$  ; où :  $e$  symbolise l'ensemble des paramètres d'écrouissage.

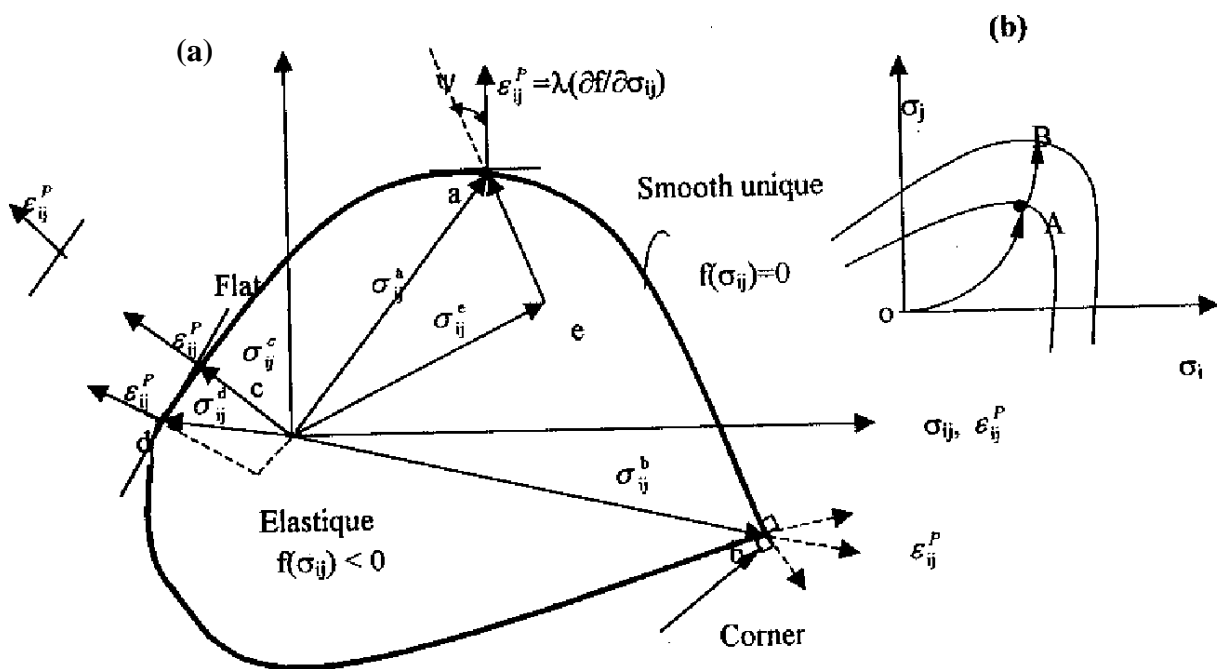


Fig.II.1 Représentation de la surface de charge et de la règle de normalité

### II.2.2 Plasticité parfaite

Le diagramme typique de contrainte-déformation pour les sols est montré par la (fig. II.2). Le comportement contrainte-déformation de la plupart des sols réels est caractérisé par une portion initiale linéaire et un pic, ou contrainte de rupture, suivie par une détente vers un état de contrainte résiduelle. Dans l'analyse limite, on ignore ce travail de détente, et on considère

un diagramme contrainte-déformation simplifié, du type élastique linéaire parfaitement plastique (courbe pointillée fig.II.2).

Le matériau dit plastique idéal ou parfaitement plastique est un hypothétique obéissant à cette propriété d'écoulement plastique non-contenu à contrainte constante.

On tient à préciser que le niveau de contrainte de rupture utilisé dans les applications de l'analyse limite, avec l'hypothèse de plasticité parfaite, doit être choisi de telle façon qu'elle représente la contrainte moyenne dans une plage appropriée de déformation.

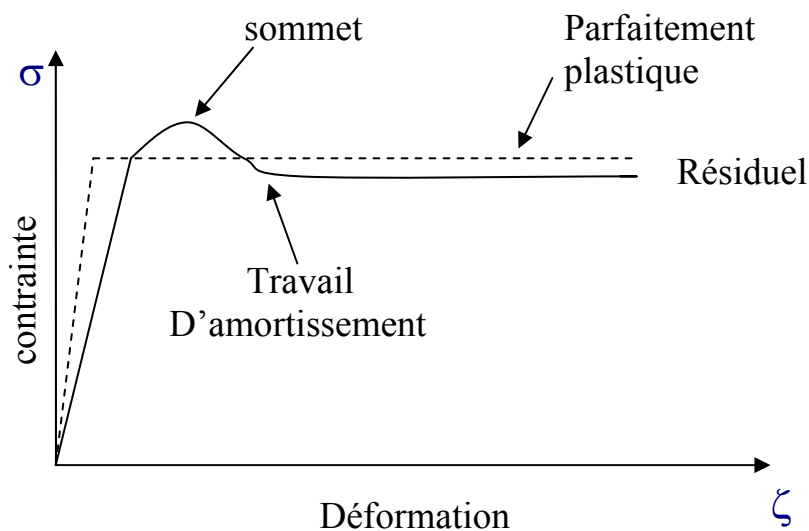


Fig.II.2 Courbe contrainte-déformation pour des sols réels et idéaux

### II.2.3 Loi d'écoulement plastique

#### II.2.3.1 Introduction

La déformation actuelle en plasticité dépend essentiellement de la façon dont a été atteint l'état de contrainte actuel, autrement dit de l'histoire du chargement, contrairement à l'élasticité. Le temps n'intervenant pas, mais seulement l'ordre de succession des états de contraintes, le trajet du chargement correspond au trajet suivi par le point de coordonnées  $\sigma_{ij}$  Dans l'espace représentatif de l'état de contraintes, entre l'état initial et l'état actuel. On ne peut donc établir de relations qu'entre les incréments de contraintes et de déformations.

#### II.2.3.2 Règle de normalité

Si on suppose que les axes de coordonnées de l'espace de contraintes représentent simultanément les accroissements de déformation plastique.

Chaque axe  $\sigma_{ij}$  étant également l'axe de l'accroissement de déformation plastique correspondant  $\xi_{ij}^p$ .

Ainsi, un point représente un état de vitesse de déformation plastique (fig.II.1). Dans cette représentation, la règle de normalité apparaît clairement : le vecteur représentant la vitesse de déformation plastique a la direction de la normal extérieure de la surface de charge.

La surface de charge, dans d'autre cas, peut avoir des angles où il n'y a pas de directions uniques normales (fig.II.1). Dans ce cas, la règle de normalité implique seulement ce que le vecteur  $\xi_{ij}^p$  ait n'importe quelle direction comprise à l'intérieur de l'angle défini par les normal aux surfaces contiguës.

La relation contrainte-vitesse de déformation dérivant de la condition de normalité correspondant à la fonction de charge prend la forme générale:

$$\zeta_{ij} = \mu \cdot \delta f / \delta \sigma_{ij}$$

Où :  $\mu > 0$  est un facteur scalaire de proportionnalité.

### II.2.3.3 Principe du travail maximal de HILL (1950) [38]

On fait souvent l'hypothèse que les matériaux obéissent au principe du travail maximal de HILL, que l'on peut énoncer de la manière suivante :

Soit pour un élément, un tenseur contrainte  $\sigma$  à la limite d'écoulement telle que  $f(\sigma) = 0$ , et le tenseur vitesse de déformation plastique correspondant : si  $\sigma$  est un tenseur tel que  $f(\sigma) < 0$ , alors :

$$(\sigma_{ij}^* - \sigma_{ij}^p) \cdot \zeta_{ij} \geq 0$$

$$(\sigma - \sigma^p) \cdot \zeta \geq 0$$

Les matériaux obéissant au principe du travail maximal de HILL sont appelés matériaux standard.

On démontre (MANDEL, 1964)[54] que ce principe implique que la surface de charge est convexe.

**II. 3 Méthode de l'analyse limite****II.3.1 Introduction**

Voyons d'abord les conditions requises pour une solution valide dans la mécanique des milieux déformable, avant de procéder à une discussion générale sur la méthode de l'analyse limite.

Trois conditions de base sont requises :

- 1) Les équations d'équilibre des contraintes.
- 2) La loi de comportement.
- 3) Les équations de compatibilité reliant les déplacements et les déformations.

En général, une infinité d'états de contrainte satisfont les conditions aux limites de contrainte, les équations d'équilibre, et le critère de rupture. Et un nombre infini de modes de déplacements sont compatibles avec une distorsion continue satisfaisant les conditions aux limites de déplacement.

Comme dans la théorie de l'élasticité, on fait utiliser la loi de comportement pour savoir si les états de contraintes et de déplacements correspondent; il en résulte une solution unique vérifiant les conditions requises.

Dans un matériau élastique plastique, cependant, il y a trois étapes de développement dans une solution (quand on augmente progressivement le changement à partir de zéro) qui sont :

- La réponse initiale élastique
- L'écoulement plastique imminent intermédiaire
- L'écoulement plastique

La solution complète par cette approche est vraisemblablement lourde pour tous les problèmes mais surtout pour les plus simples. Pour cela, nous avons besoin de méthodes qui fournissent la charge limite ultime de la manière la plus directe.

L'analyse limite est la méthode permettant de définir une valeur de la charge de rupture sans utilisation de l'analyse élastique-plastique incrémentale. Contrairement à la méthode des lignes de glissement et à la méthode de l'équilibre limite (ou prisme de rupture), la méthode de l'analyse limite considère une loi de comportement idéalisée. Cette idéalisation, nommée normalité (ou règle d'écoulement), établit les théorèmes limites sur lesquels est basée l'analyse limite. Dans le cadre de cette hypothèse, l'approche est rigoureuse et ses techniques sont compétitives avec celles de l'équilibre limite. Certains cas sont pourtant plus simples à

résoudre avec la méthode de l'équilibre limite. Les théorèmes plastiques limites de **DRUCKEUR** et **aL** (1952) [26] peuvent alors être employés pour obtenir des bornes inférieure et supérieure de la charge de rupture dans les problèmes de stabilité, ou encore de la profondeur critique pour la stabilité des tranchés ou encore de la capacité de sols non-homogènes.

### **II.3.2 Théorème de la borne inférieure**

DRUCKEUR, PRAGER, GREENBERG (1952) [26] démontrent qu'une charge, déterminée à partir d'une distribution de contrainte seule, et satisfaisant aux conditions suivantes:

- Les équations d'équilibre sont vérifiées en tout point.
- Les conditions aux limites des contraintes sont vérifiées.
- Cette distribution des contraintes satisfait aux critères de rupture en tout point et n'est pas supérieure à la charge réelle de rupture.

La distribution des contraintes qui satisfait aux trois conditions est appelée: «champ de contrainte statiquement admissible».

Le théorème de la borne inférieure peut donc s'exprimer de la façon suivante:

Si une distribution de contrainte statiquement admissible peut être trouvée, l'écoulement plastique libre ne se produira pas sous l'effet d'une charge plus petite.

A partir de toutes ces considérations, on peut voir que la technique de la borne inférieure se base seulement sur les conditions d'équilibre et le critère de rupture. Elle ne dit rien sur la cinématique du sol.

### **II.3.3 Théorème de la borne supérieure**

DRUCKER, PRAGER, GREENBERG (1952) [26] démontrent aussi qu'une charge, déterminée en écrivant que le taux de travail extérieur est égale au taux de dissipation d'énergie interne pour un certain mode de déformation (ou champ de vitesse) et satisfaisant:

- Aux conditions aux limites des vitesses.
- Aux conditions de compatibilité entre vitesses et déformations.
- Le champ de vitesse doit être cinématiquement admissible.

N'est pas plus petite que la charge de rupture réelle.

Un champ de vitesse, satisfaisant les conditions précédentes, est appelée: «champ de vitesse cinématiquement admissible».

On peut énoncer le théorème de la façon suivante:

Si un champ de vitesse cinématiquement admissible peut être trouvé, l'écoulement plastique libre doit être imminent ou a eu lieu auparavant.

La technique de la borne supérieure considère seulement le champ de vitesse ou le mode de rupture et la dissipation d'énergie. Alors qu'il n'est pas nécessaire dans cette approche que la distribution des contraintes satisfasse aux conditions d'équilibre statique.

### **II.3.4 méthode de recherche de la borne supérieure**

Le théorème de la borne supérieure exprime que les charges imposées ne peuvent pas être supportées par la masse de sol si, pour un mécanisme de rupture bien déterminé, le taux de travail dû aux forces extérieures excède le taux de travail interne de dissipation d'énergie. Dès lors, en égalisant le taux de travail extérieur au de travail interne pour un mécanisme de rupture cinématiquement admissible, on obtient une borne supérieure de la charge de rupture. L'équation ainsi obtenue s'appelle l'équation de travail pour le mécanisme de rupture choisi.

En résumé, les conditions nécessaires pour établir une solution type borne supérieure sont les suivantes:

- Un mécanisme de rupture « admissible » satisfaisant aux conditions aux limites doit être choisi.

La dissipation d'énergie des forces extérieures due aux petits déplacements définis par le mécanisme doit être calculée.

La dissipation d'énergie interne dans les régions plastiquement déformées du mécanisme doit être calculée.

La solution la plus critique (plus petite borne supérieure), correspondante au mécanisme de rupture choisi, est obtenue en effectuant une minimisation de la charge de rupture par rapport aux paramètres définissant ce mécanisme.

On fera remarquer qu'en appliquant le théorème de la borne supérieure en analyse limite, on peut utiliser des champs de vitesse discontinus. Les surfaces de discontinuité de vitesse peuvent être admises à condition que la dissipation d'énergie interne soit bien calculée le long de ces surfaces. Le glissement d'un corps rigide sur un autre est un bon exemple.

La surface discontinue doit être regardée comme un cas particulier d'un champ de vitesse continu dans lequel une ou plusieurs composantes de vitesse changent très rapidement à travers une faible couche de transition, qui est remplacée par une surface de discontinuité par simplicité.

La méthode de la borne supérieure suppose que l'on calcule la dissipation d'énergie interne dans les régions plastiquement déformées. Nous présentons, dans le paragraphe qui suit,

quelques explications concernant la surface de discontinuité d'un matériau de COULOMB standard et la méthode de l'énergie de dissipation interne le long de cette surface de discontinuité.

### II.3.5 Surface de discontinuité d'un matériau de COULOMB standard

L'hypothèse selon laquelle le matériau de COULOMB est standard, implique que toute déformation plastique est accompagnée d'une augmentation de volume.

Si une masse de sol se déplace en translation par rapport à une autre comme le montre la fig.II.3, la zone de transition entre ces masses est limitée par deux parallèles.

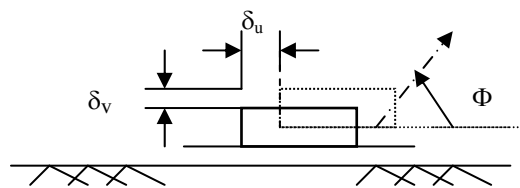


Fig.II.3 Zone Mince de transition

La notion de normalité exige que la variation de vitesse tangentielle  $\delta v = \delta u \cdot \text{tg } \phi$ . Cette condition de glissement cinématique signifie que le changement de vitesse relatif  $\delta w$  dans la couche mince de transition limitée par deux plans parallèles, doit faire un angle  $\phi$  avec les plans de glissement (Fig.II. 4)

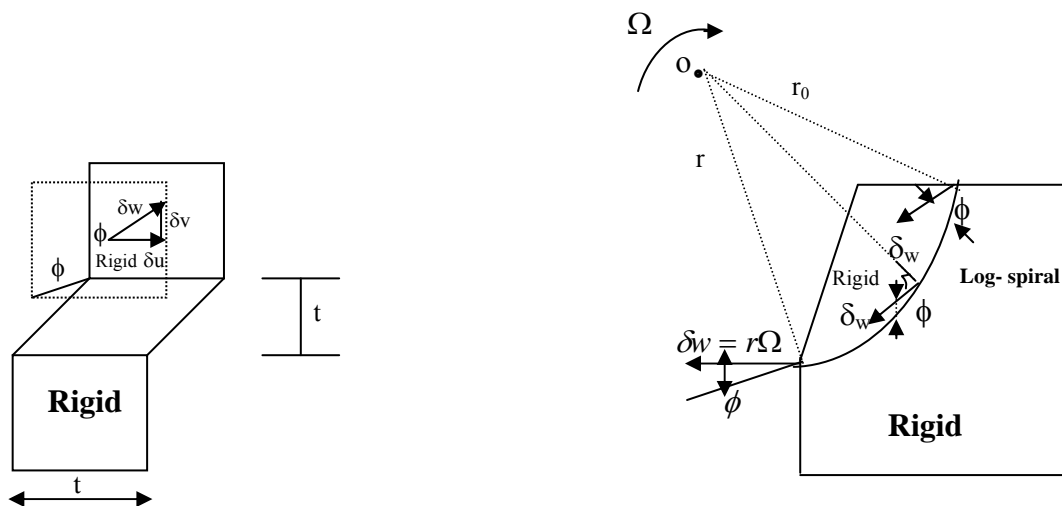


Fig.II.4 Condition de glissement cinématique

Si une masse de sol rigide effectue une rotation par rapport à une autre masse, la trace de la zone de transition dans un plan normal à l'axe de rotation ne peut être limitée par deux

cercles concentriques, mais plutôt par deux spirales logarithmiques qui font, avec le rayon, un angle constant égal à  $(\pi/2+\phi)$ . Ceci est illustré dans la Fig.II.4. La partie supérieure rigide A tourne par rapport au centre avec une vitesse angulaire  $\Omega$ . Les deux parties A et B sont séparées par une couche en forme de spirale logarithmique. La vitesse relative  $\delta_w$  fait un angle constant  $\phi$  avec la couche de transition le long de la spirale.

En résumé, on doit savoir que, dans la méthode de la borne supérieure en analyse limite, la surface de discontinuité circulaire n'est pas acceptable pour un mouvement de corps rigide à cause de la condition de séparation. La surface plane et la surface limitée par une spirale logarithmique d'angle  $\phi$  (Fig.II.5) sont donc les seules surfaces (ou plans) de discontinuité qui sont acceptables en analyse limite pour le cas d'un mouvement de corps rigide par rapport à la surface fixe.

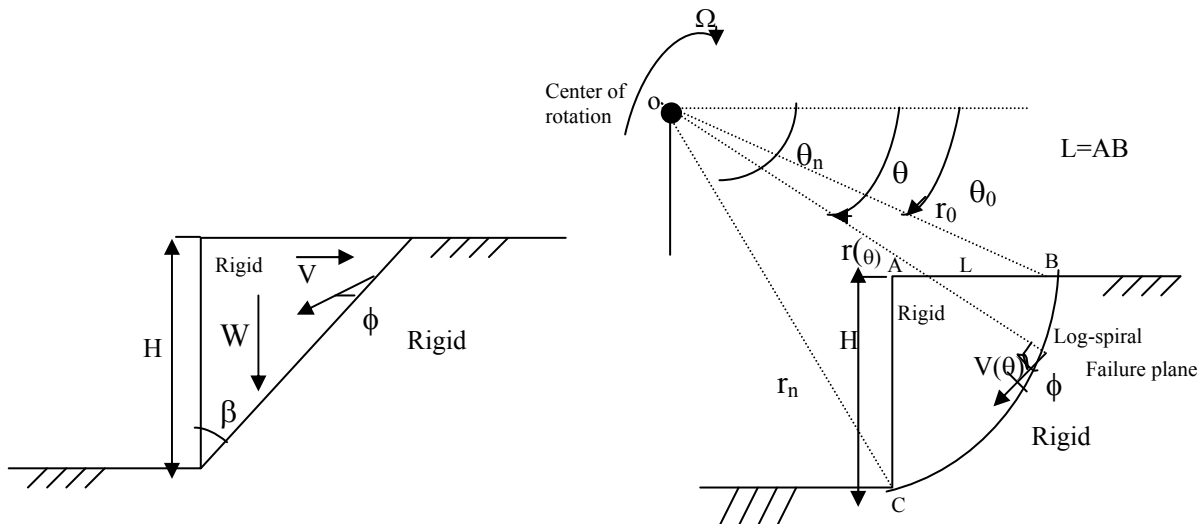


Fig.II.5 Surface de discontinuité

### II.3.6 Dissipation d'énergie

Nous allons calculer le taux de dissipation d'énergie interne  $\Delta D$  dans la couche mince de cisaillement plastique d'épaisseur  $t$ .

Le mode de déformation dans cette couche de transition (Fig.II.3) est une combinaison d'un écoulement en cisaillement parallèle à la couche de transition d'une part, et d'extension normale à la couche d'autre part.

Le taux de déformations en cisaillement, supposé uniforme dans la couche de transition, est égal à  $\delta u/t$ ; et le taux de déformation normal est égal à  $\delta v/t$ . ainsi, le taux de dissipation d'énergie est égal à " $\tau \cdot \gamma - \sigma \cdot \zeta$ " Par unité de volume,  $\tau$  et  $\sigma$  (ici pris positifs en

compression) sont respectivement les contraintes normales et tangentielles. Le volume de la couche est égal à  $t$ , ainsi :

$$\Delta D = (\tau \cdot \gamma - \sigma \cdot \zeta) \cdot t = \tau \cdot \delta_u - \sigma \cdot \delta_v \dots\dots\dots(1)$$

Ou encore :

$$\Delta D = \delta_u \cdot (\tau - \sigma \cdot \text{tg}\phi) \dots\dots\dots(2)$$

Comme le critère de rupture de MOHR-COULOMB doit être satisfait dans la couche plastique, l'équation (2) se réduit à :

$$\Delta D = c \cdot \delta_u \dots\dots\dots(3)$$

Cette équation signifie que le taux de dissipation d'énergie par unité de la surface de discontinuité pour un sol ( $\phi, c$ ) est tout simplement le produit de la cohésion et de la variation tangentielle  $\delta_u$  à travers la couche de transition.

Comme l'équation (3) est indépendante de l'épaisseur de la couche de transition  $t$ , on peut prendre  $t$  d'autant plus petit que l'on veut (épaisseur nulle par simplicité).

**II.3.7 Extension aux matériaux non- standards théorème de RADENKOVIC[79]**

Cette prolongation concerne le cas où le principe du travail maximal n'est pas vérifié. Elle permet de situer les charges de rupture du matériau non-standard par rapport à celles obtenues pour le matériau standard.

Considérons un matériau non-standard caractérisé par un critère de plasticité  $f$ , et dont la règle d'écoulement admet  $g$  comme fonction potentielle. En notant :

- $\left\{ \begin{array}{l} K^f : \text{la charge de rupture obtenue pour un matériau standard (f, f)} \\ K^g : \text{la charge de rupture obtenue pour un matériau standard (g, g)} \end{array} \right.$

La charge de rupture pour un matériau ( $f, g$ ) est comprise entre  $K^f$  et  $K^g$ , frontière comprise.

Le théorème de RADENKOVIC[79] permet d'encadrer les charges limites pour le matériau non-standard entre celles de deux matériaux standards.

- Une approche statique connue pour le matériau standard ( $g, g$ ) fournit une approximation par défaut de toute charge limite pour le matériau non-standard ( $f, g$ ).
- Une approche cinématique connue pour le matériau standard ( $f, f$ ) fournit une approximation par excès de toute charge limite pour le matériau non-standard ( $f, g$ ).

**II.4 Calcul a la rupture de pieux par la théorie de l'analyse limite**

Trois méthodes de calcul sont décrites dans la littérature pour le calcul des pieux.

- La méthode d'équilibre COULOMB (1773) [19], TERZAGUI (1943) [90], ZAKERZADECH et al (1999) [93],
- La méthode des lignes de glissement CAQUOT (1949) [8], KERISEL (1949) [40], SOKOLOVSKI(1960) [85]
- la méthode de l'analyse limite LYSMER (1970) [51], LEE et HERINGTON (1972) [42], CHEN et ROSENFARB (1973) [12], MEKSAOUINE (1992) [56], BENYAGHLA (1999) [5], SOUBRA et al 2000[87],BOUKHATEM(2003) [7], BELABED (2007) [4].

Nous présentons d'une façon succincte la méthode de calcul à la rupture (analyse limite), et le calcul de la charge limite d'un pieu isolé

Nous proposons un mécanisme ou modèle en trois dimensions (en axisymétrique) pour un pieu lisse. Les hypothèses de calcul sont les suivantes :

- Le sol est homogène et isotrope.
- Le pieu est vertical, et le terre plein est horizontal.
- La vitesse à l'interface sol-structure est supposée tangent au pieu, CHEN (2000) [14].

Certains auteurs COLLINS (1973) [17], MROZ et DRESCHER (1969) [62] puis DETOURNAY (1993) [24], MICHALOWSKI (1999) [60] montrent que la vitesse à l'interface est inclinée de  $\phi$  par rapport au pieu. Les deux hypothèses restent valables pour le calcul de la charge limite d'un pieu isolé

#### **II.4.1 Calcul à la rupture**

Le calcul à la rupture a pour objet de cerner un domaine de chargements potentiellement supportables pour une structure dont la charge dépend d'un nombre fini de paramètres : il n'entre pas dans ses applications de rechercher à connaître l'état des contraintes et déformations du sol à un niveau de sollicitations donné pour l'utilisation du code de calcul mathcad. La première hypothèse est prise en considération dans la mesure où on ne vise qu'à cadrer un domaine, utilisant un critère de rupture de COULOMB (1773) [19] et non une loi de comportement. Ceci est d'une grande commodité vu la difficulté d'élaborer une telle loi suffisamment réaliste.

## **II.4.2 Exposé de la méthode et choix de la configuration**

### **II.4.2.1 Approche cinématique pour sol homogène**

L'approche cinématique (borne supérieure) du calcul à la rupture est basée sur la conception de mécanismes virtuels (modèle) de rupture, inspirés de forme de rupture observée sur modèles réduits. Elle permet de construire une approche par l'extérieur (c'est à dire par excès) du domaine de stabilité. La condition nécessaire de stabilité est obtenue pour chaque mécanisme en écrivant que la puissance  $P_{ext}$  des efforts extérieurs dans les mécanismes considérés ne peut excéder la puissance résistante maximale  $P_{max}^{res}$  correspondante.

$$P_{ext} \leq P_{max}^{res}$$

La quantité  $P_{max}^{res}$  est une fonctionnelle du mécanisme virtuel envisagé et elle ne dépend que du matériau. Elle représente physiquement la puissance maximale que le massif est en mesure de développer dans le mécanisme envisagé, du fait de ses capacités de résistances.

### **II.4.3 Mécanisme de rupture et hypothèse de calcul**

Nous développerons un mécanisme de rupture en tridimensionnel correspondant respectivement à un pieu lisse. Les hypothèses communes de calcul sont les suivantes :

un sol homogène, limité par une surface libre horizontale,

un pieu lisse, vertical, soumis à chargement statique, à vitesse constante

Une mobilisation du sol en butée, en réaction au chargement, avec un champ de vitesse cinématiquement admissible permettant le calcul suivant la méthode cinématique ou principe de la borne supérieure.

Les groupes de pieux sont généralement calculés selon l'une des deux hypothèses suivantes : l'une ne tenant compte que de l'effet d'interaction mécanique simple entre les pieux ; la deuxième hypothèse tient compte d'une manière très simplifiée de l'effet d'enserrement du sol entre les pieux enchevêtrés, le sol et pieux étant considérés comme un bloc monolithique. Les méthodes de calcul basées sur cette dernière hypothèse, issue des observations expérimentales, sont empiriques.

Le résultat attendu est la détermination de la charge appliquée au pieu pouvant entraîner la rupture du milieu sol.

## Chapitre III

### Modèles de calcul et validation

---

#### III.1 Mécanisme de rupture et hypothèse de calcul

Nous développerons des mécanismes de rupture en plan et en tridimensionnel correspondant respectivement à des pieux lisses. Les hypothèses communes de calcul sont les suivantes :

- un sol homogène, limité par une surface libre horizontale,
- un pieu lisse, vertical, soumis à chargement statique, à vitesse constante
- une mobilisation du sol en butée, en réaction au chargement, avec un champ de vitesse cinématiquement admissible permettant le calcul suivant la méthode cinématique ou principe de la borne supérieure.

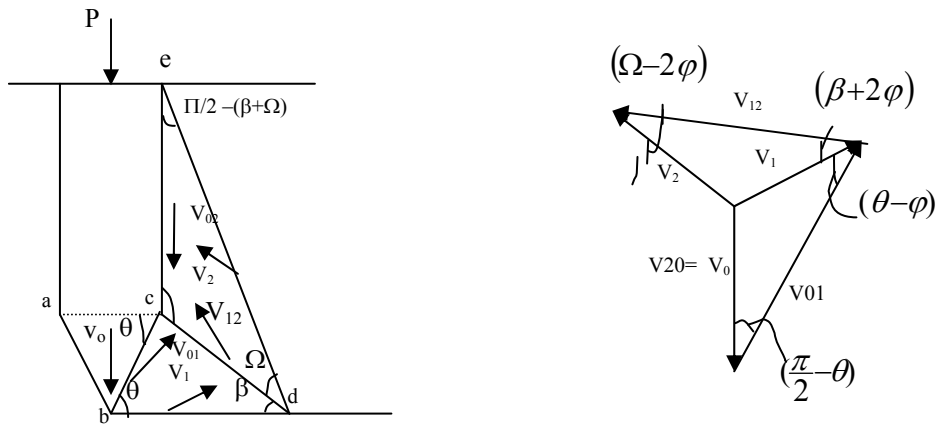
Le mécanisme de rupture pour pieu lisse se compose de deux blocs en symétrie de révolution (ABC) et (BDEC) autour de l'axe du pieu, qui coulissent l'un sur l'autre grâce à un champ de vitesse cinématiquement admissible se résultant respectivement à  $V_1$  et  $V_2$  (Fig.III.1).

Le résultat attendu est la détermination de la charge appliquée au pieu pouvant entraîner la rupture du milieu sol.

#### III.2 Modèles de calcul

##### III.2.1 Cas des pieux isolés selon coulomb en plan frottement lisse $\delta < \varphi$ :

Les conditions explicitement prises en considération dans ce cas sont : la vitesse entre le pieu et le sol ( $V_{01}$ ,  $V_{02}$ ) est tangente. ( $V_1$ ,  $V_2$ ,  $V_{12}$ ), incliné d'un angle de frottement  $\varphi$ . La dissipation d'énergie est due à la cohésion quand celle-ci existe mais surtout au frottement des blocs constituant le mécanisme cinématique pris en considération (Fig III.1).



FigIII.1 Mécanisme de rupture de la pointe de pieu (frottement lisse) et diagramme de vitesses associé en plan (selon Coulomb).

La formation finale du système est que le travail moteur doit être égal au travail résistant. On peut donc écrire l'équation du travail :

$$\frac{P}{2} \cdot V_0 - W_1 \cdot V_1 \cdot \sin \varphi - W_2 \cdot V_2 \cdot \sin(\beta + \Omega - \varphi) = C \cdot \cos \varphi \cdot (l_{bd} \cdot V_1 + l_{de} \cdot V_2 + l_{cd} \cdot V_{12}) + \frac{P}{2} \cdot V_{20} - \frac{P}{2} \cdot \sin \theta \cdot V_{01}$$

Poids :

$$W_1 = \gamma \cdot \frac{b^2}{8} \cdot \frac{\sin(\theta + \beta)}{\sin \beta \cdot \cos \theta} \cdot \text{tg} \theta \quad W_2 = \gamma \cdot \frac{b^2}{8} \cdot \frac{\text{tg}^2 \theta \cdot \sin \Omega}{\text{tg} \beta \cdot \cos(\beta + \Omega) \cdot \sin \beta}$$

En substituant les longueurs et les vitesses on aura :

$$\begin{aligned} P = & 2 \cdot \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)}{\sin(\theta - \varphi)} \cdot \left[ W_1 \cdot \sin \varphi + C \cdot \frac{b \cdot \sin(\theta + \beta)}{2 \cdot \cos \theta \cdot \sin \beta} \cdot \cos \varphi \right] \cdot \frac{\sin(\theta - \varphi)}{\sin(\theta) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right)} \\ & + 2 \cdot \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)}{\sin(\theta - \varphi)} \cdot \frac{\sin(\beta + 2\varphi)}{\sin(\Omega - 2\varphi)} \cdot \left[ W_2 \cdot \sin(\beta + \Omega - \varphi) + \frac{C \cdot b \cdot \text{tg} \theta}{2 \cdot \text{tg} \beta \cdot \cos(\beta + \Omega)} \cdot \cos \varphi \right] \cdot \frac{\sin(\theta - \varphi)}{\sin(\theta) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right)} \\ & + 2 \cdot C \cdot \frac{b \cdot \text{tg} \theta}{2 \cdot \sin \beta} \cdot \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)}{\sin(\theta - \varphi)} \cdot \frac{\sin[\pi - (\beta + \Omega)]}{\sin(\Omega - 2\varphi)} \cdot \cos \varphi \cdot \frac{\sin(\theta - \varphi)}{\sin(\theta) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right)} \end{aligned}$$

III.2.2 Cas des pieux isolés selon coulomb en 3D frottement lisse  $\delta < \varphi$

Les conditions explicitement prises en considération dans ce cas sont : la vitesse entre le pieu et le sol ( $V_{01}$ ,  $V_{02}$ ) est tangente. ( $V_1$ ,  $V_2$ ,  $V_{12}$ ), incliné d'un angle de frottement  $\varphi$ . La dissipation d'énergie est due à la cohésion quand celle-ci existe mais surtout au frottement des blocs constituant le mécanisme cinématique pris en considération (Fig.III.2).

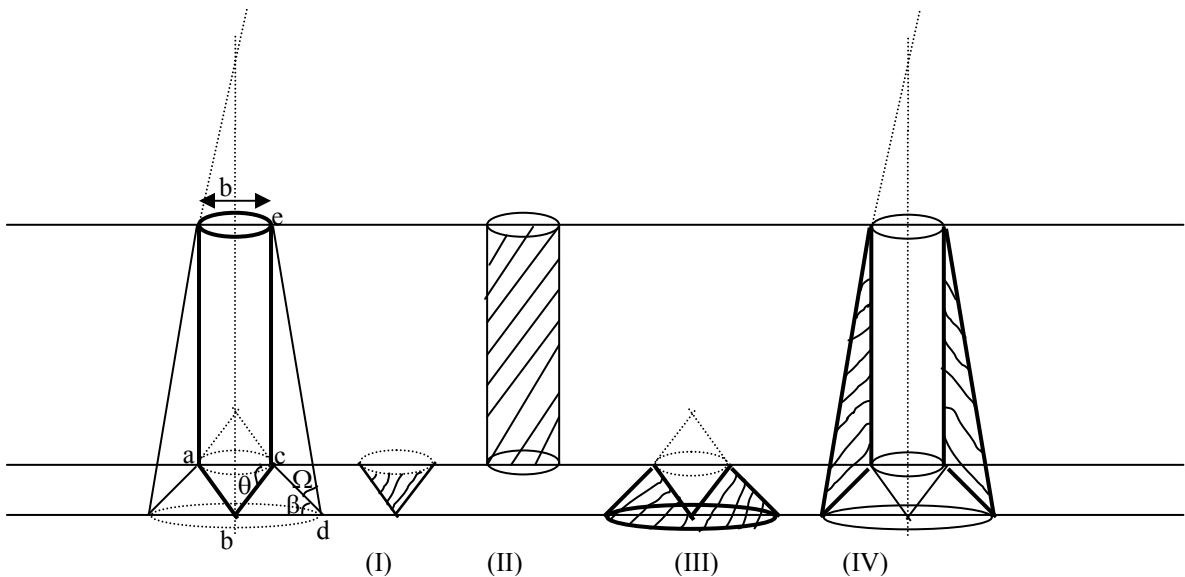
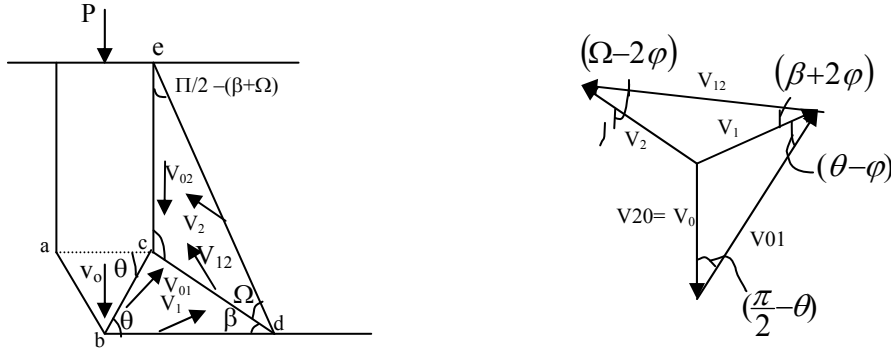


Fig.III.2 Mécanisme de rupture de la pointe de pieu (frottement lisse) et diagramme de vitesses associé en 3D (selon Coulomb)

La formation finale du système est que le travail moteur doit être égal au travail résistant. On peut donc écrire :

$$PV_0 = V_1[2W_1 \sin \varphi + base S_{III} \cos \varphi] + V_2[2W_2 \sin(\beta + \Omega - \varphi) + CS_{IV} \cos \varphi] + C \cos \varphi S_{III} V_{12} + PV_{20} - P \sin \theta V_{01}$$

En substituant les longueurs et les vitesses on aura :

$$\begin{aligned}
 P &= \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)}{\sin(\theta - \varphi)} \cdot \left[ 2W_1 \cdot \sin \varphi_1 + C \cdot \pi \left[ \frac{b \cdot \sin(\theta + \beta)}{2 \cos \theta \cdot \sin \beta} \right]^2 \cdot \cos \varphi \right] \cdot \frac{\sin(\theta - \varphi)}{\sin(\theta) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right)} + \\
 &\frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)}{\sin(\theta - \varphi)} \cdot \frac{\sin(\beta + 2\varphi)}{\sin(\Omega - 2\varphi)} \cdot [2 \cdot W_2 \cdot \sin(\beta + \Omega - \varphi) + \\
 &(C \cdot \cos \varphi \cdot \frac{\pi \cdot b \cdot \sin(\theta + \beta)}{2 \cdot \cos \theta \cdot \sin \beta} \cdot \left( \frac{b \cdot \text{tg} \theta}{2 \cdot \text{tg} \beta \cdot \cos(\beta + \Omega)} + \frac{b}{2 \cdot \cos(\beta + \Omega)} \right) - \\
 &\frac{\pi b^2}{4 \cdot \cos(\beta + \Omega)} - \frac{\pi b^2 \cdot \text{tg} \theta \cdot \sin \Omega}{2 \cdot \sin \beta \cdot \cos(\beta + \Omega)} \\
 &- \frac{\pi \cdot b \cdot \sin(\theta + \beta)}{2 \cdot \cos \theta \cdot \sin \beta} \cdot \left( \frac{b \cdot \text{tg} \theta}{2 \cdot \sin \beta} + \frac{b}{2 \cdot \cos \beta} \right) - \frac{\pi b^2}{4 \cdot \cos \beta} ) ] \cdot \frac{\sin(\theta - \varphi)}{\sin(\theta) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right)} + \\
 &C \cdot \cos \varphi \cdot \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)}{\sin(\theta - \varphi)} \cdot \frac{\sin[\pi - (\beta + \Omega)]}{\sin(\Omega - 2\varphi)} \cdot \left[ \frac{\pi \cdot b \cdot \sin(\theta + \beta)}{\cos \theta \cdot \sin \beta} \cdot \left( \frac{b \cdot \text{tg} \theta}{2 \cdot \sin \beta} + \frac{b}{2 \cdot \cos \beta} \right) \right. \\
 &\left. - \frac{\pi b^2}{4 \cdot \cos \beta} - \frac{\pi b^2}{4 \cdot \cos \theta} \right] \cdot \frac{\sin(\theta - \varphi)}{\sin(\theta) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right)}
 \end{aligned}$$

Poids des blocs

$$W_1 = \gamma \cdot \frac{\pi b^3 \text{tg} \theta}{12} \left( \frac{\sin^2(\theta + \beta)}{4 \cos^2 \theta \sin^2 \beta} - \frac{\sin \beta}{4} \right) + \frac{\gamma \cdot \pi \cdot b^3 \sin \beta}{6 \sin 2\beta} \left( \frac{\sin^2(\theta + \beta)}{4 \cos^2 \theta \sin^2 \beta} - \frac{1}{4} \right)$$

$$\begin{aligned}
 W_2 &= \gamma \cdot \frac{\pi b^3}{6} \cdot \left( \frac{\sin(\theta + \beta)}{2 \cos \theta \sin \beta} \right)^2 \cdot \left( \frac{\text{tg} \theta \cdot \text{tg}(\beta + \Omega)}{2 \text{tg} \beta} + \frac{\sin(\beta + \Omega)^2}{\sin 2(\beta + \Omega)} \right) - \frac{\gamma \cdot \pi \cdot b^3}{24} \cdot \frac{\sin(\beta + \Omega)^2}{\sin 2(\beta + \Omega)} - \\
 &\frac{\gamma \cdot \pi \cdot b^3 \text{tg} \sin \Omega}{4 \sin \beta \cos(\beta + \Omega)} - \frac{\gamma \cdot \pi \cdot b^3}{48 \cos \theta} - \gamma \cdot \frac{\pi b^3 \text{tg} \theta}{12} \left( \frac{\sin^2(\theta + \beta)}{4 \cos^2 \theta \sin^2 \beta} - \frac{\sin \beta}{4} \right) + \frac{\gamma \cdot \pi \cdot b^3 \sin \beta}{6 \sin 2\beta} \left( \frac{\sin^2(\theta + \beta)}{4 \cos^2 \theta \sin^2 \beta} - \frac{1}{4} \right)
 \end{aligned}$$

III.2.3 Cas de groupe de pieux selon coulomb en plan frottement lisse  $\delta < \varphi$  :

Les conditions explicitement présent en considération dans ce cas sont : la vitesse entre le pieu et le sol ( $V_{01}$ ,  $V_{02}$ ) est tangente. ( $V_1$ ,  $V_2$ ,  $V_{12}$ ), incliné d'un angle de frottement  $\varphi$ . La dissipation d'énergie est due à la cohésion quand celle-ci existe mais surtout au frottement des blocs constituant le mécanisme cinématique pris en considération (Fig.III.3).

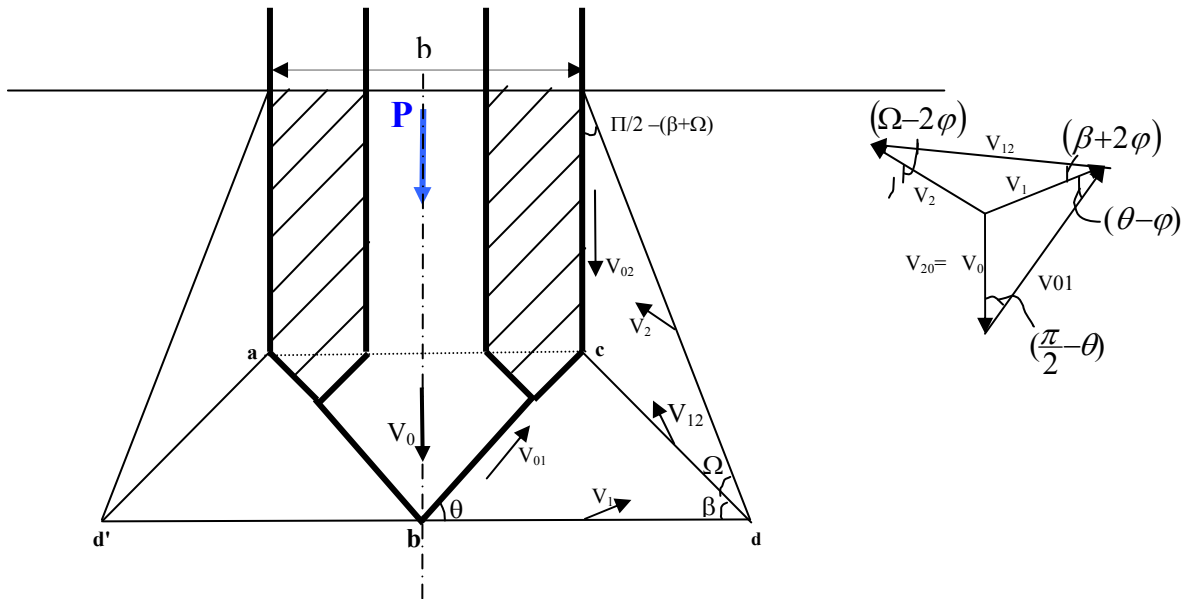


Fig.III.3 Mécanisme de rupture du groupe de pieux au niveau de la pointe pour un frottement lisse et diagramme de vitesse associé en plan selon Coulomb

La formation finale du système est que le travail moteur doit être égal au travail résistant. On peut donc écrire l'équation du travail :

$$\frac{P}{2} \cdot V_0 - W_1 \cdot V_1 \cdot \sin \varphi - W_2 \cdot V_2 \cdot \sin(\beta + \Omega - \varphi) = C \cdot \cos \varphi \cdot (l_{bd} \cdot V_1 + l_{de} \cdot V_2 + l_{cd} \cdot V_{12}) + \frac{P}{2} \cdot V_{20} - \frac{P}{2} \cdot \sin \theta \cdot V_{01}$$

En substituant les longueurs et les vitesses on aura la charge limite du groupe:

$$\begin{aligned}
 P = & 2 \cdot \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)}{\sin(\theta - \varphi)} \cdot \left[ W_1 \cdot \sin \varphi + C \cdot \frac{b \cdot \sin(\theta + \beta)}{2 \cdot \cos \theta \cdot \sin \beta} \cdot \cos \varphi \right] \cdot \frac{\sin(\theta - \varphi)}{\sin \theta \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right)} \\
 & + 2 \cdot \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)}{\sin(\theta - \varphi)} \cdot \frac{\sin(\beta + 2\varphi)}{\sin(\Omega - 2\varphi)} \cdot \left[ W_2 \cdot \sin(\beta + \Omega - \varphi) + \frac{C \cdot b \cdot \tan \theta}{2 \cdot \tan \beta \cdot \cos(\beta + \Omega)} \cdot \cos \varphi \right] \cdot \frac{\sin(\theta - \varphi)}{\sin \theta \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right)} \\
 & + 2 \cdot C \cdot \frac{b \cdot \tan \theta}{2 \cdot \sin \beta} \cdot \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)}{\sin(\theta - \varphi)} \cdot \frac{\sin[\pi - (\beta + \Omega)]}{\sin(\Omega - 2\varphi)} \cdot \cos \varphi \cdot \frac{\sin(\theta - \varphi)}{\sin \theta \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right)}
 \end{aligned}$$

**III.2.4 Cas de groupe de pieux selon coulomb en 3D frottement lisse  $\delta < \varphi$  :**

Les conditions explicitement présent en considération dans ce cas sont : la vitesse entre le pieu et le sol ( $V_{01}$ ,  $V_{02}$ ) est tangente. ( $V_1$ ,  $V_2$ ,  $V_{12}$ ), incliné d'un angle de frottement  $\varphi$ . La dissipation d'énergie est due à la cohésion quand celle-ci existe mais surtout au frottement des blocs constituant le mécanisme cinématique pris en considération (Fig.III.4)

Remarque :

Les vitesses agissent sur des surfaces latérales tout au tour du prisme.

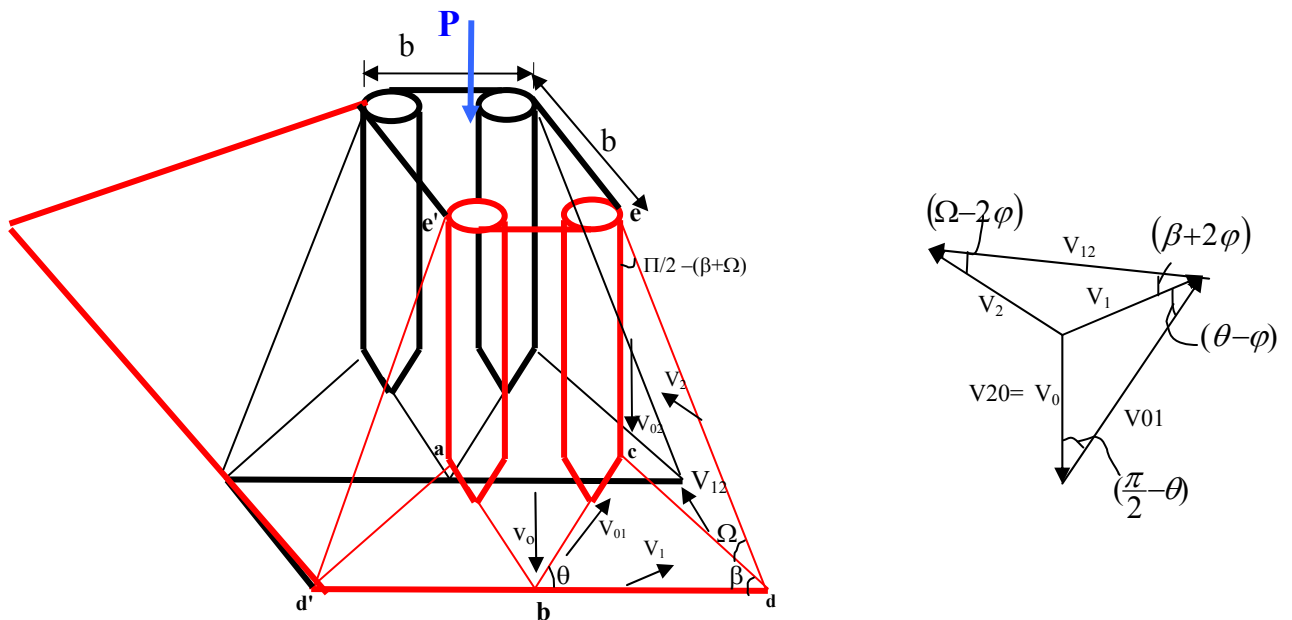


Fig. III.4 Mécanisme de rupture du groupe de pieux au niveau de la pointe pour un frottement lisse et diagramme de vitesse associé en tridimensionnel selon Coulomb

La formation finale du système est que le travail moteur doit être égal au travail résistant. On peut donc écrire l'équation du travail :

$$PV_0 = V_1(W_1 \sin \varphi + C \cdot S_H \cos \varphi) + V_2[W_2 \sin(\beta + \Omega - \varphi) + C \cdot S_V \cos \varphi] + C \cos \varphi \cdot S_{IV} V_{12} + PV_{02} - P \sin \theta V_{01}$$

**Poids:**

$$W_1 = \gamma \cdot \frac{b^3 \cdot \sin \beta}{6} \cdot \frac{\sin^2(\theta + \beta)}{\sin^2 \beta \cdot \cos^2 \theta} \cdot \left( \frac{\operatorname{tg} \theta}{2 \sin \beta} - \frac{\sin \beta}{\sin 2\beta} \right) - \frac{\gamma b^3}{6} \cdot \left( \frac{\sin^2 \beta}{\sin 2\beta} + \frac{\operatorname{tg} \theta}{2} \right)$$

$$W_2 = \gamma \cdot \frac{b^3}{6} \cdot \frac{\sin^2(\theta + \beta)}{\cos^2(\theta) \cdot \sin^2 \beta} \cdot \left( \frac{\operatorname{tg} \theta \cdot \operatorname{tg}(\beta + \Omega)}{2 \operatorname{tg} \beta} + \frac{\sin^2(\beta + \Omega)}{\sin 2(\beta + \Omega)} \right) - \frac{\gamma b^3 \cdot \sin^2(\beta + \Omega)}{6 \cdot \sin 2(\beta + \Omega)} - \frac{\gamma b^3 \cdot \operatorname{tg} \theta \cdot \sin \Omega}{4 \cdot \sin \beta \cdot \cos(\beta + \Omega)} - \frac{\gamma b^3 \cdot \operatorname{tg} \theta}{12} - \gamma \cdot \frac{b^3 \cdot \sin \beta}{6} \cdot \frac{\sin^2(\theta + \beta)}{\sin^2 \beta \cdot \cos^2 \theta} \cdot \left( \frac{\operatorname{tg} \theta}{2 \sin \beta} - \frac{\sin \beta}{\sin 2\beta} \right) + \frac{\gamma b^3}{6} \cdot \left( \frac{\sin^2 \beta}{\sin 2\beta} + \frac{\operatorname{tg} \theta}{2} \right)$$

En substituant les longueurs et les vitesses on aura la charge limite du groupe:

$$P = V_0 \frac{\sin\left(\frac{\pi - \theta}{2}\right)}{\sin(\theta - \varphi)} \cdot \left[ \begin{array}{l} \left( \gamma \cdot \frac{b^3 \cdot \sin \beta}{6} \cdot \frac{\sin^2(\theta + \beta)}{\sin^2 \beta \cdot \cos^2 \theta} \cdot \left( \frac{\operatorname{tg} \theta}{2 \sin \beta} - \frac{\sin \beta}{\sin 2\beta} \right) \right) \\ - \frac{\gamma b^3}{6} \cdot \left( \frac{\sin^2 \beta}{\sin 2\beta} + \frac{\operatorname{tg} \theta}{2} \right) \\ + C \cdot \frac{b^2 \cdot \sin^2(\theta + \beta)}{\cos^2 \theta \cdot \sin^2 \beta} \cdot \cos \varphi \end{array} \right] \cdot \sin \varphi \cdot \frac{\sin(\theta - \varphi)}{\sin \theta \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right)}$$

$$+ V_0 \cdot \left[ \begin{array}{l} \left( \gamma \cdot \frac{b^3}{6} \cdot \frac{\sin^2(\theta + \beta)}{\cos^2(\theta) \cdot \sin^2 \beta} \cdot \left( \frac{\operatorname{tg} \theta \cdot \operatorname{tg}(\beta + \Omega)}{2 \operatorname{tg} \beta} + \frac{\sin^2(\beta + \Omega)}{\sin 2(\beta + \Omega)} \right) \right) \\ - \frac{\gamma b^3 \cdot \sin^2(\beta + \Omega)}{6 \cdot \sin 2(\beta + \Omega)} - \frac{\gamma b^3 \cdot \operatorname{tg} \theta \cdot \sin \Omega}{4 \cdot \sin \beta \cdot \cos(\beta + \Omega)} - \frac{\gamma b^3 \cdot \operatorname{tg} \theta}{12} \\ - \gamma \cdot \frac{b^3 \cdot \sin \beta}{6} \cdot \frac{\sin^2(\theta + \beta)}{\sin^2 \beta \cdot \cos^2 \theta} \cdot \left( \frac{\operatorname{tg} \theta}{2 \sin \beta} - \frac{\sin \beta}{\sin 2\beta} \right) + \\ \left( \frac{\gamma b^3}{6} \cdot \left( \frac{\sin^2 \beta}{\sin 2\beta} + \frac{\operatorname{tg} \theta}{2} \right) \right) \\ + C \cdot \frac{b^2 \cdot \operatorname{tg}^2 \theta \cdot \sin \Omega}{\operatorname{tg} \beta \cdot \cos(\beta + \Omega) \cdot \sin \beta} \cdot \cos \varphi \end{array} \right] \cdot \sin(\beta + \Omega - \varphi) \cdot \frac{\sin(\theta - \varphi)}{\sin \theta \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right)}$$

$$+ C \cdot \left( b^2 \cdot \frac{\sin(\theta + \beta) \tan \theta}{\cos \theta \cdot \sin \beta} \right) \cdot \cos \varphi V_0 \cdot \frac{\sin\left(\frac{\pi - \theta}{2}\right)}{\sin(\theta - \varphi)} \cdot \frac{\sin[\pi - (\Omega + \beta)]}{\sin(\Omega - 2\varphi)} \cdot \frac{\sin(\theta - \varphi)}{\sin \theta \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right)}$$

### III.3 Validation des modèles :

Nous avons pensés utiliser le DTU existant soit DTU.13-2 pour la validation des modèles théoriques des pieux, en l'absence de résultats expérimentaux de chargement de ses derniers.

#### III.3.1 Calcul du terme de pointe (DTU.13-2) pieu isolé

##### III.3.1.1 Ancrage critique « Dc »

\*sol mono couche : «  $D_c = 6B \geq 3m$  .

\*sol multi couche vrai :  $D_c = 3B$  ( $\sigma'_v \geq 0.1$  MPA).

\*sol multicouche ou  $\sigma'_v < 0.1$ MPA :  $D_c$  interpolé entre sol mono couche et sol multicouche vrai ( $\sigma'_v$  = contrainte effective sur la couche d'ancrage).

##### III.3.1.2 Résistance de pointe

- Si  $D \geq D_c$
- cas de sols pulvérulents et sols cohérents ( $\phi \neq 0$ )

$$q_{pl} = a N_{qmax} + \lambda C N_{cmax}$$

Avec  $a = 0.05$  Mpa

$C$  = cohésion du sol de la couche d'ancrage

$\lambda = 1.3$  pour les pieux circulaires ou carres

$= 1 + 0.3 B/L$  pour les barrettes et parois de forme allongée

$N_{qmax}$  et  $N_{cmax}$  = donnée dans un tableau

- cas de sols purement cohérents ( $C_{uu} \neq 0$ ) :

$q_{pl} = 7 \lambda C_{uu}$  avec  $C_{uu}$  = cohésion de la couche d'ancrage

$$q_{pl} = a D/D_c N_{qmax} + \lambda C [ N_{cmin} + D/D_c (N_{cmax} - N_{cmin}) ]$$

Avec  $N_{cmin}$  = donnée dans un tableau.

##### III.3.1.3 Capacité portante groupe de pieux

###### Entraxe $\leq 3b$

Le groupe de pieu est assimilé à une fondation massive fictive de périmètre égal à celui du groupe de « n » pieux est de longueur égale à celles des pieux, on détermine la capacité portante de cette fondation massive (considérée profonde) avec les méthodes développées pour le pieu isolé (citer ci-dessus).

La capacité portante sera la plus petite des deux valeurs suivantes :

-capacité portante de la fondation massive fictive

-nombre de pieux multiplié par la capacité portante d'un pieu isolé

#### **III.4 Calcul selon le DTU.13-2 pieu isolé**

On suppose sol monocouche  $D_c=6B=6m$

$$q_{pl} = a N_{qmax} + \lambda C N_{cmax} . \quad Q_{pl} = \text{section du pieu} * q_{pl}$$

$$a=0.05 \text{ Mpa} . \quad C=5 \cdot 10^{-6} \text{ Mpa} . \quad \lambda = 1.3$$

$$\phi=30^\circ : N_{qmax}=57 , N_{cmax} =97$$

$$q_{pl} = 0.05*57+1.3*5 \cdot 10^{-6} *97 =2.85 \text{ Mpa}$$

1<sup>er</sup> cas :

$$Q_{pl} = \pi \cdot l^2/4 * 2.85 =0.56 \text{ MN} \quad (l=0.5m)$$

$$Q_{pl} =0.56 \cdot 10^5 \text{ Kg}$$

#### **III.5 Calcul selon le DTU.13-2 groupe de pieu**

Capacité portante de la fondation massive fictive

On suppose sol monocouche  $D_c=6B=6m$

$$q_{pl} = a N_{qmax} + \lambda C N_{cmax} . \quad Q_{pl} = \text{section du pieu} * q_{pl}$$

$$a=0.05 \text{ Mpa} . \quad C=5 \cdot 10^{-6} \text{ Mpa} . \quad \lambda = 1.3$$

$$\phi=30^\circ : N_{qmax}=57 , N_{cmax} =97$$

$$q_{pl} = 0.05*57+1.3*5 \cdot 10^{-6} *97 =2.85 \text{ Mpa}$$

$$Q_{pl} = \text{surface} * 2.85 \quad l=0.5m$$

- deux pieux (en plan); surface=0.5m<sup>2</sup>  $Q_{pl} =1.425 \cdot 10^5 \text{ Kg}$  (DTU.13-2)

- quatre pieux(en 3D) modèle1 surface=1m<sup>2</sup>  $Q_{pl} =2.85 \cdot 10^5 \text{ Kg}$  (DTU.13-2)

Donc le minimum : min(1.12  $\cdot 10^5 \text{ Kg}$ , 1.425  $\cdot 10^5 \text{ Kg}$ ) en plan  $Q_{pl} =1.12 \cdot 10^5 \text{ Kg}$

En 3D modèle1 min(2.24  $\cdot 10^5 \text{ Kg}$ , 2.85  $\cdot 10^5 \text{ Kg}$ ) en3D  $Q_{pl} =2.24 \cdot 10^5 \text{ Kg}$

### III.6 Données Mathcad pieu isolé selon Coulomb

#### En deux dimensions

$$b=1\text{m}$$

$$\gamma=1800\text{Kg/m}^2$$

$$\phi=30^\circ$$

$$C=0.5\text{Kg/m}$$

$$V_0:=1$$

$$\text{soit } D=8\text{m}$$

$$P = 5.37 \cdot 10^5 \text{ Kg (Mathcad) .}$$

$$Q_{pl} = 0.56 \cdot 10^5 \text{ Kg (DTU.13-2)}$$

#### En tridimensionnel

$$b=1\text{m}$$

$$\gamma=1800\text{Kg/m}^2$$

$$\phi=30^\circ$$

$$C=0.5\text{Kg/m}$$

$$V_0:=1$$

$$\text{soit } D=8\text{m}$$

$$P = 15.55 \cdot 10^5 \text{ Kg (Mathcad) .}$$

$$Q_{pl} = 0.56 \cdot 10^5 \text{ Kg (DTU.13-2)}$$

### III.7 Données Mathcad groupe de pieux selon Coulomb

#### En 3D

$$b=1\text{m}$$

$$\gamma=1800\text{Kg/m}^3$$

$$\phi=30^\circ$$

$$C=0.5\text{Kg/m}^2$$

$$V_0:=1$$

$$\text{soit } D=8\text{m}$$

$$P = 5.232 \cdot 10^6 \text{ Kg(Mathcad) .}$$

$$Q_{pl} = 0.224 \cdot 10^6 \text{ Kg (DTU.13-2)}$$

**En deux dimensions**

$b=1\text{m}$

$\gamma=1800\text{Kg/m}^2$

$\phi=30^\circ$

$C=0.5\text{Kg/m}$

$v_0 := 1$

soit  $D=8\text{m}$  .

$P = 5.37 \cdot 10^5 \text{ Kg}$  (Mathcad) .

$Q_{pl} = 1.12 \cdot 10^5 \text{ Kg}$  (DTU.13-2)

Tableau III.1 Récapitulative des résultats Analyse Limite, DTU 13.2.

Type de pieu	Analyse Limite	DTU 13.2
$P_{\text{pieu isolé 2D}} \cdot 10^6 \text{ kg}$	0.537	0.056
$P_{\text{pieu isolé 3D}} \cdot 10^6 \text{ kg}$	1.555	0.056
$P_{\text{groupe de pieu 2D}} \cdot 10^6 \text{ kg}$	0.537	0.112
$P_{\text{groupe de pieu 3D}} \cdot 10^6 \text{ kg}$	5.23	0.224

**III.8 Conclusion**

En comparant nos modèles avec le DTU 13.2 existant on s'est aperçue que l'on obtenait le même ordre de grandeurs des valeurs soit de l'ordre  $10^6$  (pour les pieux en 3D)

Ici aussi on ne peut parler que de comparaison car nos modèles qui sont en fait des bornes supérieures, le sont par rapport et par rapport seulement à des valeurs réelles (comme le dit le théorème cinématique), soit des valeurs expérimentales.

Le DTU.13-2 n'est pas en soit une valeur expérimentales, ce n'est seulement qu'une méthode de calcul, d'où la comparaison faite.

Ici aussi une campagne expérimentale serait la bienvenue, et validera sûrement nos modèles.

Il reste cependant difficile de comparer des méthodes faisant appel à des théories différentes entre elles en raison des paramètres de calcul qui seront eux aussi d'origine différente.

De même, lorsque l'on souhaite valider une méthode de calcul avec des résultats expérimentaux, il faut garder en mémoire que les paramètres définissant le sol vont avoir une influence significative sur les résultats comme le montre certaines études paramétriques.

## Chapitre IV Exposé des Modèles de calcul

### IV.1 MODELES DE CALCUL

#### IV.1.1 Pieu isolé En Plan Selon Coulomb frottement lisse $\delta < \varphi$ :

vitesse relative entre pieu-sol ( $V_{01}, V_{20}$ ) est tangente, ( $V_1, V_2, V_{12}$ ) incliner de  $\varphi$ ; et dissipation d'énergie due à la cohésion et au frottement.

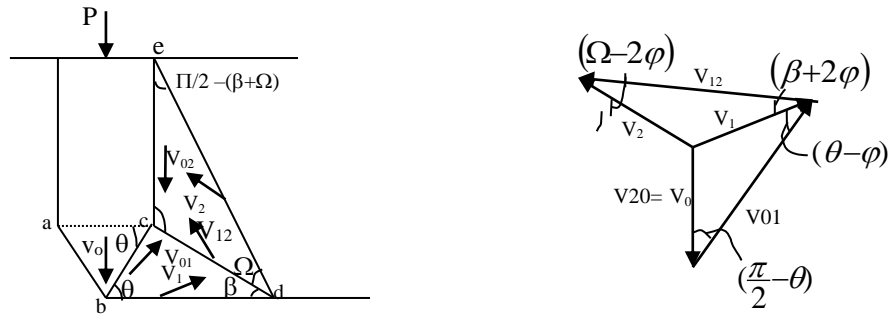


Fig IV.1 Mécanisme de rupture de la pointe de pieu et diagramme de vitesses associé en plan (selon Coulomb)

**Triangle semblable :**

**Vélocités :**

$$V_1 = V_0 \cdot \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)}{\sin(\theta - \varphi)} ;$$

$$V_{01} = V_0 \cdot \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right)}{\sin(\theta - \varphi)} ;$$

$$V_{20} = V_0 .$$

$$V_2 = V_0 \cdot \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) \sin(\beta + 2\varphi)}{\sin(\theta - \varphi) \sin(\Omega - 2\varphi)} ; \quad V_{12} = V_0 \cdot \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) \sin[\pi - (\Omega + \beta)]}{\sin(\theta - \varphi) \sin(\Omega - 2\varphi)} .$$

**Longueurs :**

$$l_{ac} = b$$

$$l_{bc} = \frac{b}{2 \cdot \cos\theta} ;$$

$$l_{cd} = \frac{b \cdot \operatorname{tg}\theta}{2 \cdot \sin\beta} ;$$

$$l_{bd} = \frac{b \cdot \sin(\theta + \beta)}{2 \cdot \cos\theta \cdot \sin\beta}$$

$$l_{ce} = \frac{b \cdot \operatorname{tg}\theta \cdot \sin\Omega}{2 \cdot \sin\beta \cdot \cos(\beta + \Omega)} ;$$

$$l_{de} = \frac{b \cdot \operatorname{tg} \theta}{2 \cdot \operatorname{tg} \beta \cdot \cos(\beta + \Omega)}$$

**Équation du travail**  $\delta < \varphi$  :

**Forces extérieures** : P, W1(V1), W2(V2)

**Travail des forces extérieures** :

$$\frac{P}{2} \cdot V_0 \cdot \cos \theta$$

$$W_1 \cdot V_1 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right)$$

$$W_2 \cdot V_2 \cdot \cos\left[\pi + \frac{\pi}{2} - (\beta + \Omega) + \varphi\right]$$

**Dissipation d'énergie interne due à la cohésion le long de  $l_{bd}; l_{cd}; l_{de}$  :**

$$C \cdot l_{bd} \cdot V_1 \cdot \cos \varphi$$

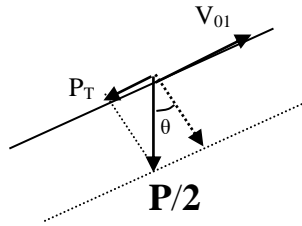
$$C \cdot l_{de} \cdot V_2 \cdot \cos(2\pi - \varphi)$$

$$C \cdot l_{cd} \cdot V_{12} \cdot \cos(2\pi - \varphi)$$

**Dissipation d'énergie interne due au frottement interne le long de  $l_{ce}; l_{bc}$  :**

$$l_{ce} : \frac{P}{2} V_{20} \cdot \cos \theta$$

$$l_{bc} : -\frac{P}{2} V_{01} \cdot \cos \pi$$



L'équation du travail :

$$\frac{P}{2} \cdot V_0 - W_1 \cdot V_1 \cdot \sin \varphi - W_2 \cdot V_2 \cdot \sin(\beta + \Omega - \varphi) = C \cdot \cos \varphi \cdot (l_{bd} \cdot V_1 + l_{de} \cdot V_2 + l_{cd} \cdot V_{12}) + \frac{P}{2} \cdot V_{20} - \frac{P}{2} \cdot \sin \theta \cdot V_{01}$$

En substituant les longueurs et les vitesses on aura :

$$P = 2 \cdot \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)}{\sin(\theta - \varphi)} \cdot \left[ W_1 \cdot \sin \varphi + C \cdot \frac{b \cdot \sin(\theta + \beta)}{2 \cdot \cos \theta \cdot \sin \beta} \cdot \cos \varphi \right] \cdot \frac{\sin(\theta - \varphi)}{\sin(\theta) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right)}$$

$$+ 2 \cdot \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)}{\sin(\theta - \varphi)} \cdot \frac{\sin(\beta + 2\varphi)}{\sin(\Omega - 2\varphi)} \cdot \left[ W_2 \cdot \sin(\beta + \Omega - \varphi) + \frac{C \cdot b \cdot \operatorname{tg} \theta}{2 \cdot \operatorname{tg} \beta \cdot \cos(\beta + \Omega)} \cdot \cos \varphi \right] \cdot \frac{\sin(\theta - \varphi)}{\sin(\theta) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right)}$$

$$+ 2 \cdot C \cdot \frac{b \cdot \operatorname{tg} \theta}{2 \cdot \sin \beta} \cdot \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)}{\sin(\theta - \varphi)} \cdot \frac{\sin[\pi - (\beta + \Omega)]}{\sin(\Omega - 2\varphi)} \cdot \cos \varphi \cdot \frac{\sin(\theta - \varphi)}{\sin(\theta) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right)}$$

$$W_1 = \gamma \cdot \frac{b^2}{8} \cdot \frac{\sin(\theta + \beta)}{\sin\beta \cdot \cos\theta} \cdot \text{tg}\theta$$

$$W_2 = \gamma \cdot \frac{b^2}{8} \cdot \frac{\text{tg}^2\theta \cdot \sin\Omega}{\text{tg}\beta \cdot \cos(\beta + \Omega) \cdot \sin\beta}$$

**IV.1.2 Pieu isolé En 3D Selon Coulomb frottement lisse  $\delta < \varphi$**

vitesse relative entre pieu-sol ( $V_{01}, V_{20}$ ) est tangente, ( $V_1, V_2, V_{12}$ ) incliner de  $\varphi$ ; et dissipation d'énergie due à la cohésion et au frottement.

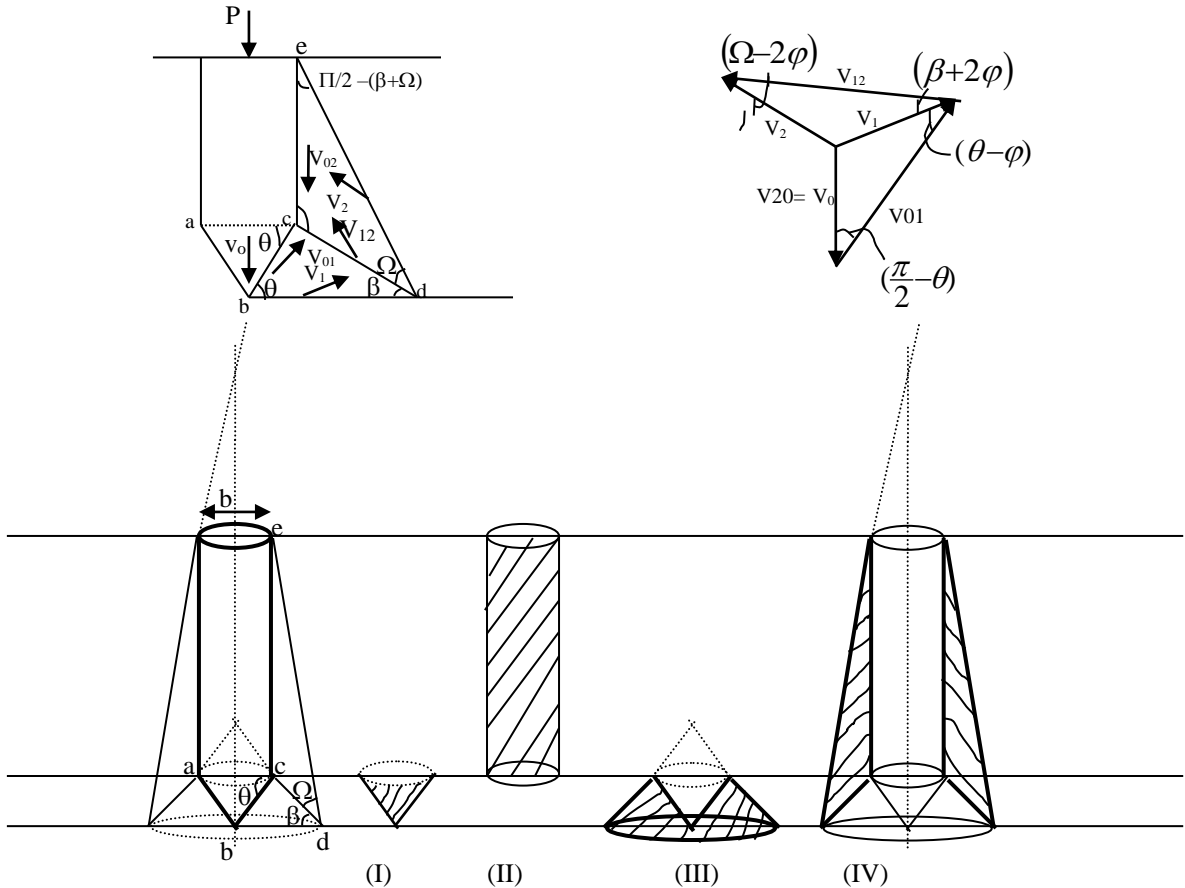


Fig.IV.2 Mécanisme de rupture de la pointe pieu et diagramme de vitesses associé en 3D (selon Coulomb) et surfaces latérales.

**Surfaces latérales :**

$$S_I = \pi \cdot \frac{b^2}{4 \cdot \cos\theta} ;$$

$$S_{II} = \pi \cdot \frac{b^2}{2} \cdot \frac{\text{tg}\theta \cdot \sin\Omega}{\sin\beta \cdot \cos(\beta + \Omega)} ;$$

$$S_{III} = \pi \cdot \frac{b}{2} \cdot \frac{\sin(\theta + \beta)}{\cos\theta \cdot \sin\beta} \cdot \left( \frac{b \cdot \text{tg}\theta}{2 \sin\beta} + \frac{b}{2 \cos\beta} \right) - \frac{\pi \cdot b^2}{4 \cdot \cos\beta} - \frac{\pi \cdot b^2}{4 \cdot \cos\theta} ;$$

$$baseS_{II} = \pi \cdot \left( \frac{b \cdot \sin(\theta + \beta)}{2 \cos\theta \cdot \sin\beta} \right)^2 ;$$

$$S_{IV} = \pi \cdot \frac{b}{2} \cdot \frac{\sin(\theta + \beta)}{\cos\theta \cdot \sin\beta} \cdot \left( \frac{b}{2} \cdot \frac{tg\theta}{tg\beta \cdot \cos(\beta + \Omega)} + \frac{b}{2 \cdot \cos(\beta + \Omega)} \right) - \frac{\pi \cdot b^2}{4 \cdot \cos(\beta + \Omega)}$$

$$- \pi \cdot \frac{b^2}{2} \cdot \frac{tg\theta \cdot \sin\Omega}{\sin\beta \cdot \cos(\beta + \Omega)} - \pi \cdot \frac{b}{2} \cdot \frac{\sin(\theta + \beta)}{\cos\theta \cdot \sin\beta} \cdot \left( \frac{b}{2} \cdot \frac{tg\theta}{\sin\beta} + \frac{b}{2 \cdot \cos\beta} \right) - \frac{\pi \cdot b^2}{4 \cdot \cos\beta}$$

**Triangle semblable :**

**Vélocités :**

$$V_1 = V_0 \cdot \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)}{\sin(\theta - \varphi)} ;$$

$$V_{01} = V_0 \cdot \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right)}{\sin(\theta - \varphi)} ;$$

$$V_{20} = V_0 .$$

$$V_2 = V_0 \cdot \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) \sin(\beta + 2\varphi)}{\sin(\theta - \varphi) \sin(\Omega - 2\varphi)} ;$$

$$V_{12} = V_0 \cdot \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) \sin[\pi - (\Omega + \beta)]}{\sin(\theta - \varphi) \sin(\Omega - 2\varphi)} .$$

**Équation du travail  $\delta \ll \varphi$  :**

**Forces extérieures :** P, W1(V1), W2(V2)

**Travail des forces extérieures :**

$$P \cdot V_0 \cdot \cos 0$$

$$2W_1 \cdot V_1 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right)$$

$$2W_2 \cdot V_2 \cdot \cos\left[\pi + \frac{\pi}{2} - (\beta + \Omega) + \varphi\right]$$

**dissipation d'énergie interne due à la cohésion le long des surfaces latérales :**

$$C \cdot baseS_{II} \cdot V_1 \cdot \cos\varphi$$

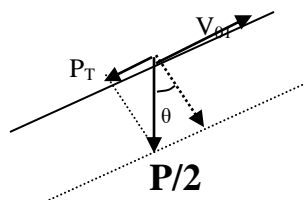
$$C \cdot S_{IV} \cdot V_2 \cdot \cos(2\pi - \varphi)$$

$$C \cdot S_{III} \cdot V_{12} \cdot \cos(2\pi - \varphi)$$

**dissipation d'énergie interne due au frottement interne le long de  $l_{ce}, l_{bc}$  :**

$$S_{II} \cdot P V_{20} \cdot \cos 0$$

$$S_I P \cdot V_{01} \cdot \cos \pi$$



Donc :

$$PV0 = V1(2W1\sin\varphi + CbaseS_{III} \cos\varphi) + V2[2W2\sin(\beta + \Omega - \varphi) + CS_{IV} \cos\varphi] + C \cos\varphi S_{III} V12 + PV20 - P \sin\theta V01$$

$$P = \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)}{\sin(\theta - \varphi)} \cdot \left[ 2W_1 \cdot \sin\varphi_1 + C \cdot \pi \left[ \frac{b \cdot \sin(\theta + \beta)}{2 \cos\theta \cdot \sin\beta} \right]^2 \cdot \cos\varphi \right] \cdot \frac{\sin(\theta - \varphi)}{\sin(\theta) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right)} +$$

$$\frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)}{\sin(\theta - \varphi)} \cdot \frac{\sin(\beta + 2\varphi)}{\sin(\Omega - 2\varphi)} \cdot [2 \cdot W_2 \cdot \sin(\beta + \Omega - \varphi) +$$

$$(C \cdot \cos\varphi \cdot \frac{\pi \cdot b \cdot \sin(\theta + \beta)}{2 \cdot \cos\theta \cdot \sin\beta} \cdot \left( \frac{b \cdot \text{tg}\theta}{2 \cdot \text{tg}\beta \cdot \cos(\beta + \Omega)} + \frac{b}{2 \cdot \cos(\beta + \Omega)} \right)) -$$

$$\frac{\pi \cdot b^2}{4 \cdot \cos(\beta + \Omega)} - \frac{\pi \cdot b^2 \cdot \text{tg}\theta \cdot \sin\Omega}{2 \cdot \sin\beta \cdot \cos(\beta + \Omega)}$$

$$- \frac{\pi \cdot b \cdot \sin(\theta + \beta)}{2 \cdot \cos\theta \cdot \sin\beta} \cdot \left( \frac{b \cdot \text{tg}\theta}{2 \cdot \sin\beta} + \frac{b}{2 \cdot \cos\beta} \right) - \frac{\pi \cdot b^2}{4 \cdot \cos\beta} ] \cdot \frac{\sin(\theta - \varphi)}{\sin(\theta) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right)} +$$

$$C \cdot \cos\varphi \cdot \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)}{\sin(\theta - \varphi)} \cdot \frac{\sin[\pi - (\beta + \Omega)]}{\sin(\Omega - 2\varphi)} \cdot \left[ \frac{\pi \cdot b \cdot \sin(\theta + \beta)}{\cos\theta \cdot \sin\beta} \cdot \left( \frac{b \cdot \text{tg}\theta}{2 \cdot \sin\beta} + \frac{b}{2 \cdot \cos\beta} \right) \right.$$

$$\left. - \frac{\pi \cdot b^2}{4 \cdot \cos\beta} - \frac{\pi \cdot b^2}{4 \cdot \cos\theta} \right] \cdot \frac{\sin(\theta - \varphi)}{\sin(\theta) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right)}$$

### Poids des blocs

$$W_1 = \gamma \cdot \frac{\pi \cdot b^3 \text{tg}\theta}{12} \left( \frac{\sin^2(\theta + \beta)}{4 \cos^2\theta \sin^2\beta} - \frac{\sin\beta}{4} \right) + \frac{\gamma \cdot \pi \cdot b^3 \sin\beta}{6 \sin 2\beta} \left( \frac{\sin^2(\theta + \beta)}{4 \cos^2\theta \sin^2\beta} - \frac{1}{4} \right)$$

$$W_2 = \gamma \cdot \frac{\pi \cdot b^3}{6} \cdot \left( \frac{\sin(\theta + \beta)}{2 \cos\theta \sin\beta} \right)^2 \cdot \left( \frac{\text{tg}\theta \cdot \text{tg}(\beta + \Omega)}{2 \text{tg}\beta} + \frac{\sin(\beta + \Omega)^2}{\sin 2(\beta + \Omega)} \right) - \frac{\gamma \cdot \pi \cdot b^3}{24} \cdot \frac{\sin(\beta + \Omega)^2}{\sin 2(\beta + \Omega)} -$$

$$\frac{\gamma \cdot \pi \cdot b^3 \text{tg} \sin\Omega}{4 \sin\beta \cos(\beta + \Omega)} - \frac{\gamma \cdot \pi \cdot b^3}{48 \cos\theta} - \gamma \cdot \frac{\pi \cdot b^3 \text{tg}\theta}{12} \left( \frac{\sin^2(\theta + \beta)}{4 \cos^2\theta \sin^2\beta} - \frac{\sin\beta}{4} \right) + \frac{\gamma \cdot \pi \cdot b^3 \sin\beta}{6 \sin 2\beta} \left( \frac{\sin^2(\theta + \beta)}{4 \cos^2\theta \sin^2\beta} - \frac{1}{4} \right)$$

IV.1.3 Groupe de pieux selon Coulomb en plan, (frottement lisse  $\delta < \varphi$ ) :

Soit un groupe de quatre pieux identiques espacés de  $e_{\max}$  ; pour que les prismes de rupture de sol se touchent

$$e_{\max} = 2.l_{ad'} \cdot \cos \beta \quad (\text{par symétrie})$$

Triangle semblable :

$$l_{ac} = b_0$$

$$l_{cd} = l_{ad'} = \frac{b_0 \cdot \tan \theta}{2 \cdot \sin \beta}$$

$$l_{b'd'} = \frac{b_0^2 \cdot \tan \theta}{2 \cdot \sin \beta}$$

$$e_{\max} = b_0 \cdot \frac{\tan \theta}{\tan \beta}$$

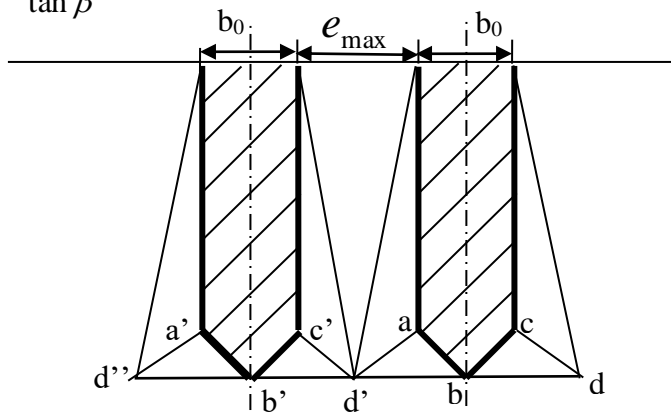


Fig.IV.3 Espacement maximal pour que les prismes de rupture de sol au niveau de la pointe se touchent (coupe transversale)

Le groupe de pieu se comporte comme une pile monolithique d'après Terzaghi e Peck ;

La résistance de pointe se calcul comme celle d'une fondation superficielle  $\frac{D}{B} \leq 5$ .

La vitesse relative entre pieu-sol ( $V_{01}, V_{20}$ ) est tangente, ( $V_1, V_2, V_{12}$ ) incliner de  $\varphi$  ; et dissipation d'énergie dûe à la cohésion et au frottement.

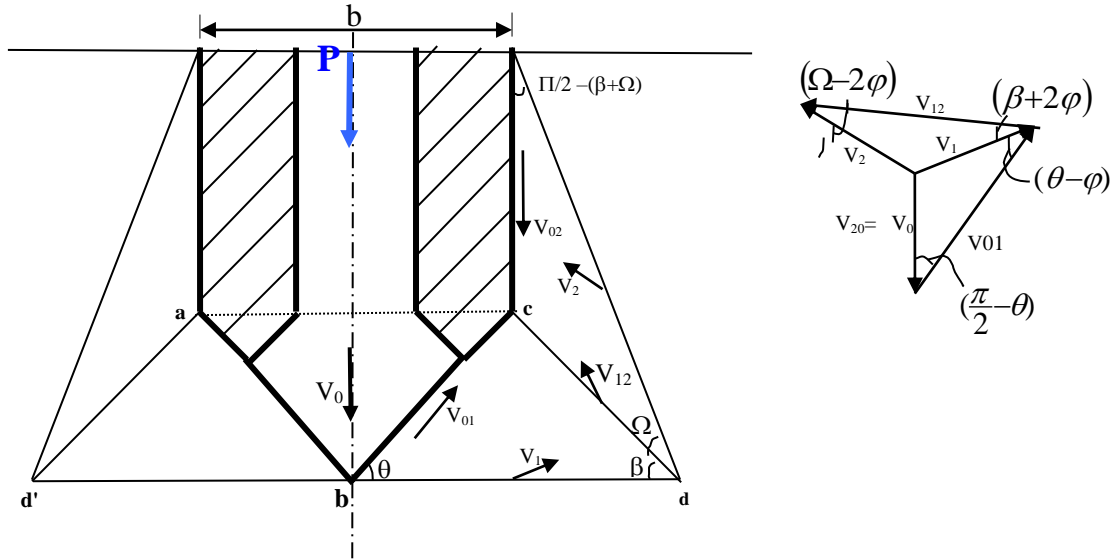


Fig.IV.4 Mécanisme de rupture du groupe de pieux au niveau de la pointe pour un frottement lisse et diagramme de vitesse associé en plan selon Coulomb

**Triangle semblable :**

**Vélocités :**

$$V_1 = V_0 \cdot \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)}{\sin(\theta - \varphi)}$$

$$V_{01} = V_0 \cdot \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right)}{\sin(\theta - \varphi)}$$

$$V_{20} = V_0$$

$$V_2 = V_0 \cdot \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) \sin(\beta + 2\varphi)}{\sin(\theta - \varphi) \sin(\Omega - 2\varphi)}$$

$$V_{12} = V_0 \cdot \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) \sin[\pi - (\Omega + \beta)]}{\sin(\theta - \varphi) \sin(\Omega - 2\varphi)}$$

**longueurs :**

$$l_{ac} = b$$

$$l_{bc} = \frac{b}{2 \cdot \cos\theta}$$

$$l_{cd} = \frac{b \cdot \operatorname{tg}\theta}{2 \cdot \sin\beta}$$

$$l_{bd} = \frac{b \cdot \sin(\theta + \beta)}{2 \cdot \cos\theta \cdot \sin\beta}$$

$$l_{ce} = \frac{b \cdot \operatorname{tg}\theta \cdot \sin\Omega}{2 \cdot \sin\beta \cdot \cos(\beta + \Omega)}$$

$$l_{de} = \frac{b \cdot \operatorname{tg}\theta}{2 \cdot \operatorname{tg}\beta \cdot \cos(\beta + \Omega)}$$

**Poids :**

$$W_1 = \gamma \cdot \frac{b^2}{8} \cdot \frac{\sin(\theta + \beta)}{\sin\beta \cdot \cos\theta} \cdot \text{tg}\theta$$

$$W_2 = \gamma \cdot \frac{b^2}{8} \cdot \frac{\text{tg}^2\theta \cdot \sin\Omega}{\text{tg}\beta \cdot \cos(\beta + \Omega) \cdot \sin\beta}$$

**équation du travail  $\delta \prec \varphi$  :**

**Forces extérieures :** P, W1(V1), W2(V2)

**Travail des forces extérieures :**

$$\frac{P}{2} \cdot V_0 \cdot \cos\theta$$

$$W_1 \cdot V_1 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right)$$

$$W_2 \cdot V_2 \cdot \cos\left[\pi + \frac{\pi}{2} - (\beta + \Omega) + \varphi\right]$$

**Dissipation d'énergie interne due à la cohésion le long de  $l_{bd}; l_{cd}; l_{de}$  :**

$$C \cdot l_{bd} \cdot V_1 \cdot \cos\varphi$$

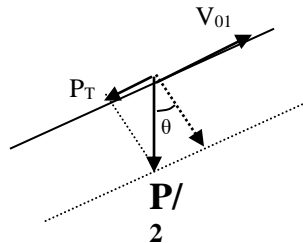
$$C \cdot l_{de} \cdot V_2 \cdot \cos(2\pi - \varphi)$$

$$C \cdot l_{cd} \cdot V_{12} \cdot \cos(2\pi - \varphi)$$

**Dissipation d'énergie interne due au frottement interne le long de  $l_{ce}; l_{bc}$  :**

$$l_{ce} : \frac{P}{2} \cdot V_{20} \cdot \cos\theta$$

$$l_{bc} : -\frac{P}{2} \cdot V_{01} \cdot \cos\pi$$



L'équation du travail :

$$\frac{P}{2} \cdot V_0 - W_1 \cdot V_1 \cdot \sin\varphi - W_2 \cdot V_2 \cdot \sin(\beta + \Omega - \varphi) = C \cdot \cos\varphi \cdot (l_{bd} \cdot V_1 + l_{de} \cdot V_2 + l_{cd} \cdot V_{12}) + \frac{P}{2} \cdot V_{20} - \frac{P}{2} \cdot \sin\theta \cdot V_{01}$$

En substituant les longueurs et les vitesses on aura :

$$P = 2 \cdot \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)}{\sin(\theta - \varphi)} \cdot \left[ W_1 \cdot \sin\varphi + C \cdot \frac{b \cdot \sin(\theta + \beta)}{2 \cdot \cos\theta \cdot \sin\beta} \cdot \cos\varphi \right] \cdot \frac{\sin(\theta - \varphi)}{\sin\theta \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right)}$$

$$+ 2 \cdot \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)}{\sin(\theta - \varphi)} \cdot \frac{\sin(\beta + 2\varphi)}{\sin(\Omega - 2\varphi)} \cdot \left[ W_2 \cdot \sin(\beta + \Omega - \varphi) + \frac{C \cdot b \cdot \text{tg}\theta}{2 \cdot \text{tg}\beta \cdot \cos(\beta + \Omega)} \cdot \cos\varphi \right] \cdot \frac{\sin(\theta - \varphi)}{\sin\theta \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right)}$$

$$+ 2 \cdot C \cdot \frac{b \cdot \text{tg}\theta}{2 \cdot \sin\beta} \cdot \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)}{\sin(\theta - \varphi)} \cdot \frac{\sin[\pi - (\beta + \Omega)]}{\sin(\Omega - 2\varphi)} \cdot \cos\varphi \cdot \frac{\sin(\theta - \varphi)}{\sin\theta \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right)}$$

IV.1.4 Groupe de pieux selon Coulomb en 3D, (frottement lisse  $\delta < \varphi$ ) :

vitesse relative entre pieu-sol ( $V_{01}, V_{20}$ ) est tangente, ( $V_1, V_2, V_{12}$ ) incliner de  $\varphi$ ; et dissipation d'énergie due à la cohésion et au frottement.

Remarque :

Les vitesses agissent sur des surfaces latérales tout au tour du prisme.

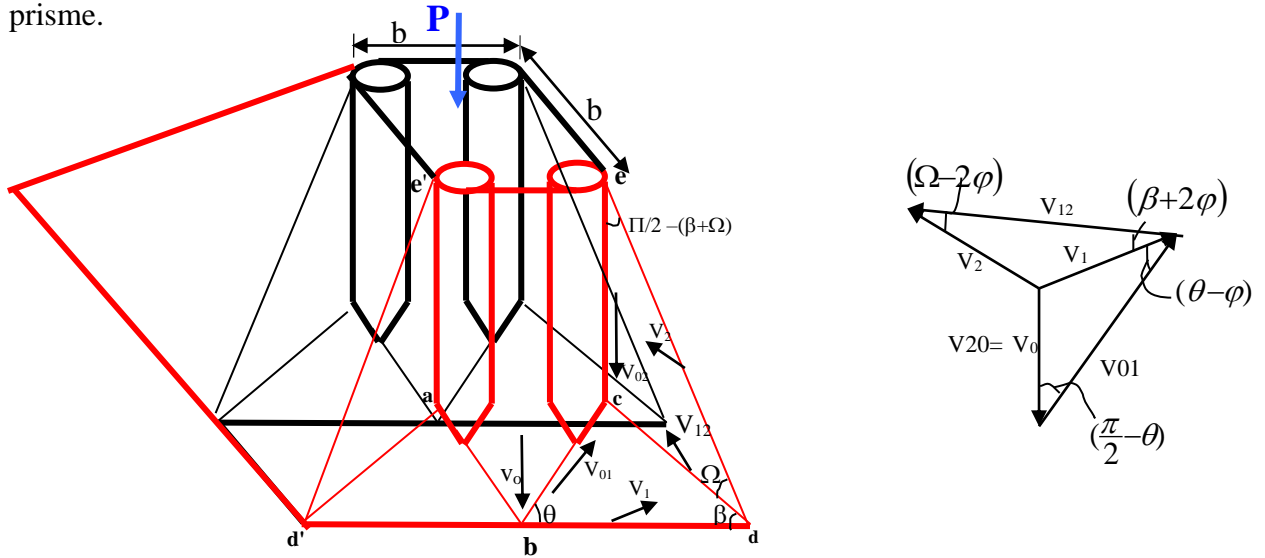


Fig.IV.5 Mécanisme de rupture du groupe de pieux au niveau de la pointe pour un frottement lisse et diagramme de vitesse associé en tridimensionnel selon Coulomb

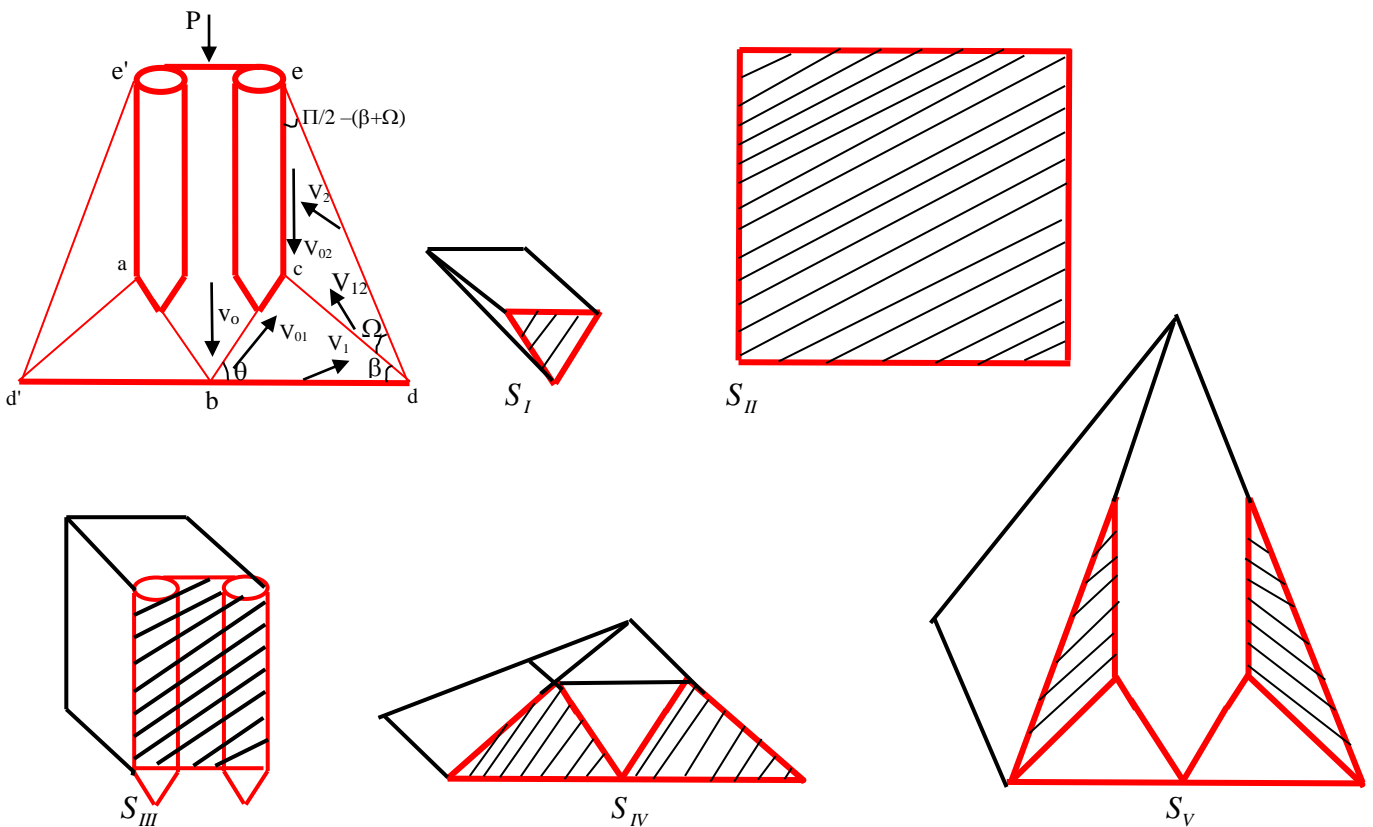


Fig.IV.6 Vue de face et surfaces latérales du mécanisme de rupture au niveau de la pointe du groupe de pieux

**Surfaces latérales :**

$$S_I = b^2 \tan \theta ; \quad (V01)$$

$$S_{II}(\beta) = \frac{b^2 \cdot \sin^2(\theta + \beta)}{\cos^2 \theta \cdot \sin^2 \beta} ; (V1)$$

$$S_{III}(\beta, \Omega) = \frac{2 \cdot b^2 \cdot \tan \theta \cdot \sin \Omega}{\sin \beta \cdot \cos(\beta + \Omega)} ; (V02)$$

$$S_{IV} = \left( b^2 \cdot \frac{\sin(\theta + \beta) \tan \theta}{\cos \theta \cdot \sin \beta} \right) ; (V12)$$

$$S_V(\beta, \Omega) = \frac{b^2 \cdot \operatorname{tg}^2 \theta \cdot \sin \Omega}{\operatorname{tg} \beta \cdot \cos(\beta + \Omega) \cdot \sin \beta} ; (V2)$$

**Triangle semblable :**

**Vélocités :**

$$V_1 = V_0 \cdot \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)}{\sin(\theta - \varphi)}$$

$$V_{01} = V_0 \cdot \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right)}{\sin(\theta - \varphi)}$$

$$V_{20} = V_0$$

$$V_2 = V_0 \cdot \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) \cdot \sin(\beta + 2\varphi)}{\sin(\theta - \varphi) \cdot \sin(\Omega - 2\varphi)}$$

$$V_{12} = V_0 \cdot \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)}{\sin(\theta - \varphi)} \cdot \frac{\sin[\pi - (\Omega + \beta)]}{\sin(\Omega - 2\varphi)} .$$

**Équation du travail  $\delta < \varphi$  :**

**Forces extérieures :** P, W1(V1), W2(V2)

**Travail des forces extérieures :**

$$P \cdot V_0 \cdot \cos 0$$

$$W_1 \cdot V_1 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right)$$

$$W_2 \cdot V_2 \cdot \cos\left[\pi + \frac{\pi}{2} - (\beta + \Omega) + \varphi\right]$$

**Dissipation d'énergie interne due à la cohésion le long des surfaces latérales :**

$$C \cdot S_{II} \cdot V_1 \cdot \cos \varphi$$

$$C \cdot S_V \cdot V_2 \cdot \cos(2\pi - \varphi)$$

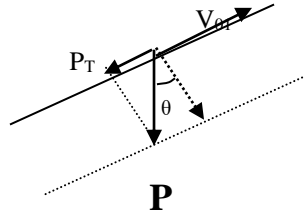
$$C \cdot S_{IV} \cdot V_{12} \cdot \cos(2\pi - \varphi)$$

**Dissipation d'énergie interne due au frottement interne le long de  $l_{ce.lbc}$  :**

$$S_{III} : PV_{20} \cdot \cos 0$$

$$S_I : P_T \cdot V_{01} \cdot \cos \pi$$

$$P_T = P \sin \theta$$



**Donc:**

$$PV_0 = V_1(W_1 \sin \varphi + C \cdot S_{II} \cos \varphi) + V_2[W_2 \sin(\beta + \Omega - \varphi) + C \cdot S_V \cos \varphi] + C \cos \varphi \cdot S_{IV} V_{12} + PV_{02} - P \sin \theta V_{01}$$

**Poids:**

$$W_1 = \gamma \cdot \frac{b^3 \cdot \sin \beta}{6} \cdot \frac{\sin^2(\theta + \beta)}{\sin^2 \beta \cdot \cos^2 \theta} \cdot \left( \frac{\operatorname{tg} \theta}{2 \sin \beta} - \frac{\sin \beta}{\sin 2\beta} \right) - \frac{\gamma \cdot b^3}{6} \cdot \left( \frac{\sin^2 \beta}{\sin 2\beta} + \frac{\operatorname{tg} \theta}{2} \right)$$

$$W_2 = \gamma \cdot \frac{b^3}{6} \cdot \frac{\sin^2(\theta + \beta)}{\cos^2(\theta) \cdot \sin^2 \beta} \cdot \left( \frac{\operatorname{tg} \theta \cdot \operatorname{tg}(\beta + \Omega)}{2 \operatorname{tg} \beta} + \frac{\sin^2(\beta + \Omega)}{\sin 2(\beta + \Omega)} \right) - \frac{\gamma \cdot b^3 \cdot \sin^2(\beta + \Omega)}{6 \cdot \sin 2(\beta + \Omega)} - \frac{\gamma \cdot b^3 \cdot \operatorname{tg} \theta \cdot \sin \Omega}{4 \cdot \sin \beta \cdot \cos(\beta + \Omega)} - \frac{\gamma \cdot b^3 \cdot \operatorname{tg} \theta}{12} - \gamma \cdot \frac{b^3 \cdot \sin \beta}{6} \cdot \frac{\sin^2(\theta + \beta)}{\sin^2 \beta \cdot \cos^2 \theta} \cdot \left( \frac{\operatorname{tg} \theta}{2 \sin \beta} - \frac{\sin \beta}{\sin 2\beta} \right) + \frac{\gamma \cdot b^3}{6} \cdot \left( \frac{\sin^2 \beta}{\sin 2\beta} + \frac{\operatorname{tg} \theta}{2} \right)$$

$$\begin{aligned}
 P = & V_0 \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)}{\sin(\theta - \varphi)} \cdot \left[ \begin{aligned} & \left( \gamma \cdot \frac{b^3 \cdot \sin \beta}{6} \cdot \frac{\sin^2(\theta + \beta)}{\sin^2 \beta \cdot \cos^2 \theta} \cdot \left( \frac{\operatorname{tg} \theta}{2 \sin \beta} - \frac{\sin \beta}{\sin 2\beta} \right) \right) \\ & - \frac{\gamma b^3}{6} \cdot \left( \frac{\sin^2 \beta}{\sin 2\beta} + \frac{\operatorname{tg} \theta}{2} \right) \\ & + C \cdot \frac{b^2 \cdot \sin^2(\theta + \beta)}{\cos^2 \theta \cdot \sin^2 \beta} \cdot \cos \varphi \end{aligned} \right] \cdot \sin \varphi \cdot \frac{\sin(\theta - \varphi)}{\sin \theta \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right)} \\
 + & V_0 \cdot \left[ \begin{aligned} & \left( \gamma \cdot \frac{b^3}{6} \cdot \frac{\sin^2(\theta + \beta)}{\cos^2(\theta) \cdot \sin^2 \beta} \cdot \left( \frac{\operatorname{tg} \theta \cdot \operatorname{tg}(\beta + \Omega)}{2 \operatorname{tg} \beta} + \frac{\sin^2(\beta + \Omega)}{\sin 2(\beta + \Omega)} \right) \right) \\ & - \frac{\gamma b^3 \cdot \sin^2(\beta + \Omega)}{6 \cdot \sin 2(\beta + \Omega)} - \frac{\gamma b^3 \cdot \operatorname{tg} \theta \cdot \sin \Omega}{4 \cdot \sin \beta \cdot \cos(\beta + \Omega)} - \frac{\gamma b^3 \cdot \operatorname{tg} \theta}{12} \\ & - \gamma \cdot \frac{b^3 \cdot \sin \beta}{6} \cdot \frac{\sin^2(\theta + \beta)}{\sin^2 \beta \cdot \cos^2 \theta} \cdot \left( \frac{\operatorname{tg} \theta}{2 \sin \beta} - \frac{\sin \beta}{\sin 2\beta} \right) + \\ & \left( \frac{\gamma b^3}{6} \cdot \left( \frac{\sin^2 \beta}{\sin 2\beta} + \frac{\operatorname{tg} \theta}{2} \right) \right) \\ & + C \cdot \frac{b^2 \operatorname{tg}^2 \theta \cdot \sin \Omega}{\operatorname{tg} \beta \cdot \cos(\beta + \Omega) \cdot \sin \beta} \cdot \cos \varphi \end{aligned} \right] \cdot \sin(\beta + \Omega - \varphi) \cdot \frac{\sin(\theta - \varphi)}{\sin \theta \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right)} \\
 + & C \cdot \left( b^2 \cdot \frac{\sin(\theta + \beta) \tan \theta}{\cos \theta \cdot \sin \beta} \right) \cdot \cos \varphi \cdot V_0 \cdot \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)}{\sin(\theta - \varphi)} \cdot \frac{\sin[\pi - (\Omega + \beta)]}{\sin(\Omega - 2\varphi)} \cdot \frac{\sin(\theta - \varphi)}{\sin \theta \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right)}
 \end{aligned}$$

IV.2 Résultats d'application du code de calcul Mathcad

IV.2.1 Modèle Pieu isolé en 2D selon Coulomb cas de  $\delta < \phi$

**Données :**

$$b := 1\text{m}$$

$$\gamma := 1800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$\phi := \frac{\pi}{6}$$

$$c := 0.5 \frac{\text{kg}}{\text{m}}$$

$$\theta := \frac{\pi}{3}$$

$$V_0 := 1$$

**longueurs :**

$$l_{ac} := b$$

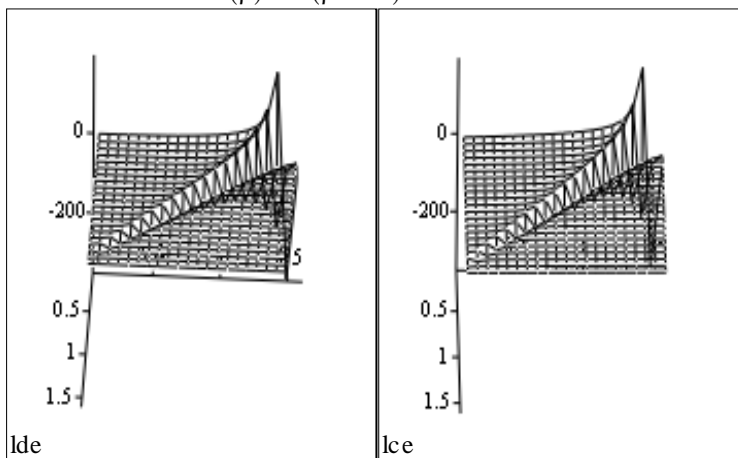
$$l_{bc} := \frac{b}{2 \cos(\theta)}$$

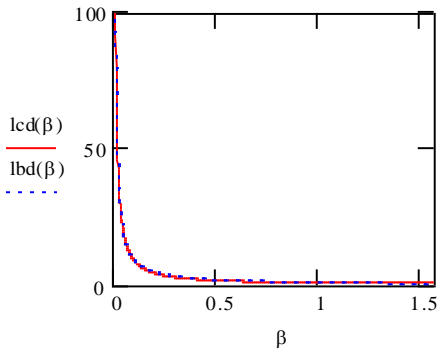
$$l_{cd}(\beta) := b \cdot \frac{\tan(\theta)}{2 \sin(\beta)}$$

$$l_{bd}(\beta) := b \cdot \frac{\sin(\theta + \beta)}{2 \cos(\theta) \sin(\beta)}$$

$$l_{ce}(\beta, \Omega) := b \cdot \frac{\tan(\theta) \cdot \sin(\Omega)}{2 \cdot \sin(\beta) \cdot \cos(\beta + \Omega)}$$

$$l_{de}(\beta, \Omega) := b \cdot \frac{\tan(\theta)}{2 \cdot \tan(\beta) \cdot \cos(\beta + \Omega)}$$

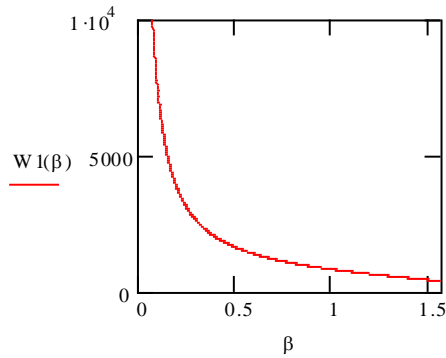
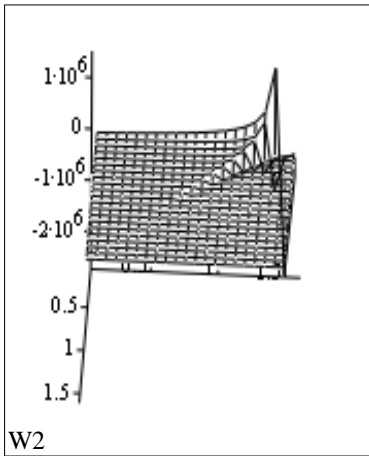




**poids :**

$$W1(\beta) := \gamma \cdot b^2 \cdot \frac{\sin(\theta + \beta) \cdot \tan(\theta)}{8 \sin(\beta) \cdot \cos(\theta)}$$

$$W2(\beta, \Omega) := \gamma \cdot b^2 \cdot \frac{\tan(\theta)^2 \sin(\Omega)}{8 \cdot \tan(\beta) \cdot \cos(\beta + \Omega) \cdot \sin(\beta)}$$



**Vélocités :**

$$V1 := V0 \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)}{\sin(\theta - \phi)}$$

$$V01 := V0 \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} + \phi\right)}{\sin(\theta - \phi)}$$

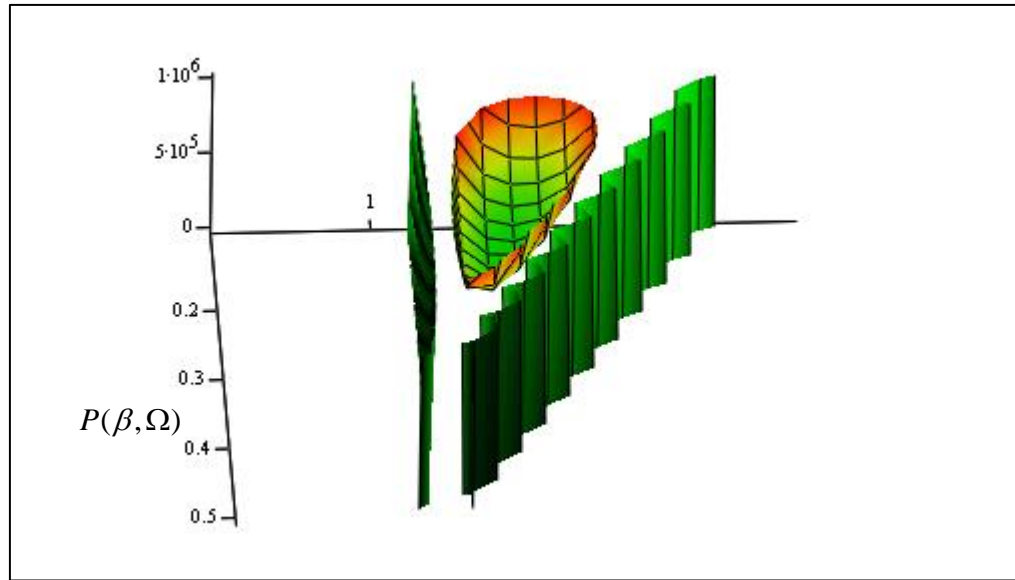
$$V2(\beta, \Omega) := V0 \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) \cdot \sin(\beta + 2\phi)}{\sin(\theta - \phi) \cdot \sin(\Omega - 2\phi)}$$

$$V20 := V0$$

$$V12(\beta, \Omega) := V0 \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) \cdot \sin[\pi - (\beta + \Omega)]}{\sin(\theta - \phi) \cdot \sin(\Omega - 2\phi)}$$

**Effort de pointe**

$$P(\beta, \Omega) := \frac{[V1 \cdot (W1(\beta) \cdot \sin(\phi) + c \cdot lbd(\beta) \cdot \cos(\phi)) + V2(\beta, \Omega) \cdot (W2(\beta, \Omega) \cdot \sin(\beta + \Omega - \phi) + c \cdot lde(\beta, \Omega) \cdot \cos(\phi)) + V12(\beta, \Omega) \cdot c \cdot lcd(\beta) \cdot \cos(\phi)]}{\frac{V01 \cdot \sin(\theta)}{2}}$$



P

Fig.IV.7 Charge limite P selon Mathcad cas d'un Pieu isolé en 2D

**Minimisation**

$$\Omega := 0.3$$

$$\beta := 1.2$$

Given

$$0.2 < \Omega < 0.4$$

$$1.1 < \beta < 1.3$$

$$\text{Minimize}(P, \Omega, \beta) = \begin{pmatrix} 0.256 \\ 1.17 \end{pmatrix}$$

$$P(0.256, 1.17) = 5.375 \times 10^5 \text{ kg}$$

IV.2.2 Modèle Pieu isolé en 3D selon Coulomb cas de  $\delta < \phi$

**Données :**

$$b := 1\text{m}$$

$$\gamma := 1800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$\phi := \frac{\pi}{6}$$

$$c := 0.5 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$$

$$\theta := \frac{\pi}{3}$$

$$V0 := 1$$

**Surfaces :**

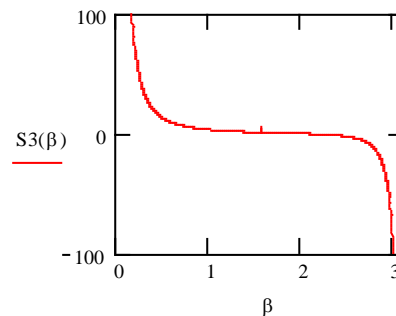
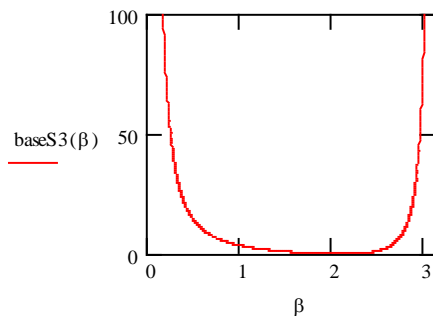
$$S1 := \frac{\pi \cdot b^2}{4 \cdot \cos(\theta)}$$

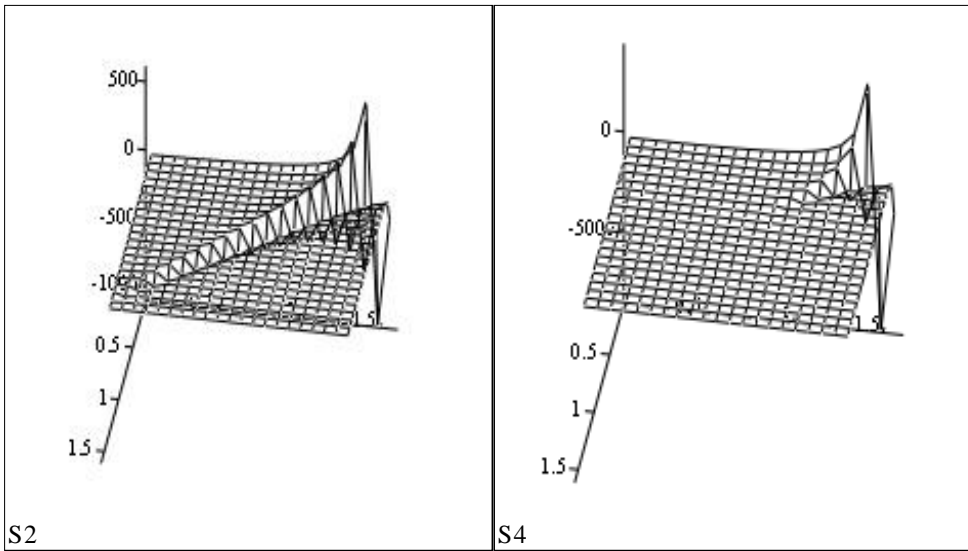
$$S2(\beta, \Omega) := \frac{\pi \cdot b^2}{2} \cdot \frac{\tan(\theta) \cdot \sin(\Omega)}{\sin(\beta) \cdot \cos(\beta + \Omega)}$$

$$\text{baseS3}(\beta) := \left( \frac{b \sin(\theta + \beta)}{2 \cos(\theta) \sin(\beta)} \right)^2 \cdot \pi$$

$$S3(\beta) := \frac{b \cdot \sin(\theta + \beta) \cdot \pi}{c \cos(\theta) \cdot \sin(\beta)} \cdot \left( \frac{b \cdot \tan(\theta)}{2 \cdot \sin(\beta)} + \frac{b}{2 \cdot \cos(\beta)} \right) - \frac{\pi \cdot b^2}{4 \cdot \cos(\beta)} - \frac{\pi \cdot b^2}{4 \cdot \cos(\theta)}$$

$$S4(\beta, \Omega) := \frac{\pi \cdot b \cdot \sin(\theta + \beta)}{2 \cdot \cos(\theta) \cdot \sin(\beta)} \cdot \left( \frac{b \cdot \tan(\theta)}{2 \cdot \tan(\beta) \cdot \cos(\beta + \Omega)} + \frac{b}{2 \cdot \cos(\beta + \Omega)} \right) - \frac{\pi \cdot b^2}{4 \cdot \cos(\beta + \Omega)} - \pi \cdot b^2 \cdot \frac{\tan(\theta) \cdot \sin(\Omega)}{\sin(\beta) \cdot \cos(\beta + \Omega)} - \left[ \frac{b \cdot \sin(\theta + \beta) \cdot \pi}{c \cos(\theta) \cdot \sin(\beta)} \cdot \left( \frac{b \cdot \tan(\theta)}{2 \cdot \sin(\beta)} + \frac{b}{2 \cdot \cos(\beta)} \right) - \frac{\pi \cdot b^2}{4 \cdot \cos(\beta)} \right]$$

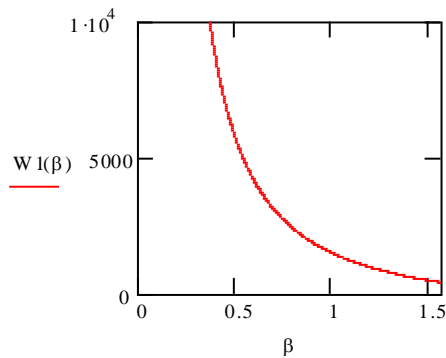
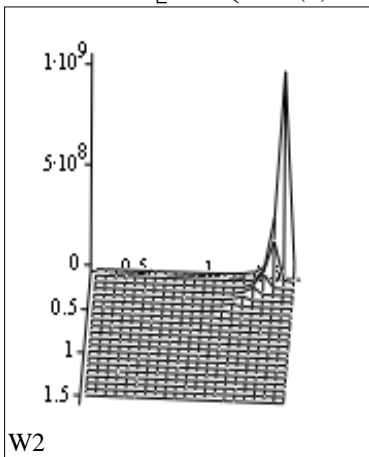




**poids :**

$$W1(\beta) := \gamma \cdot \left[ \frac{\pi \cdot b^3 \cdot \tan(\theta)}{12} \cdot \left[ \left( \frac{\sin(\theta + \beta)}{2 \cdot \cos(\theta) \cdot \sin(\beta)} \right)^2 - \frac{\sin(\beta)}{4} \right] + \frac{\pi \cdot b^3 \cdot \sin(\beta)}{6 \cdot \sin(2 \cdot \beta)} \cdot \left[ \left( \frac{\sin(\theta + \beta)}{2 \cdot \cos(\theta) \cdot \sin(\beta)} \right)^2 - \frac{1}{4} \right] \right]$$

$$W2(\beta, \Omega) := \gamma \cdot \left[ \frac{\pi \cdot b^3}{6} \cdot \left( \frac{\sin(\theta + \beta)}{2 \cdot \cos(\theta) \cdot \sin(\beta)} \right)^2 \cdot \left[ \left( \frac{\tan(\theta) \cdot \tan(\beta + \Omega)}{2 \cdot \tan(\beta) \cdot \cos(\beta + \Omega)} \right) + \left[ \frac{\sin(\beta + \Omega)^2}{\sin[2 \cdot (\beta + \Omega)]} \right] \right] - \frac{\pi \cdot b^3}{24} \cdot \left( \frac{\sin(\beta + \Omega)^2}{\sin(2 \cdot \beta + \Omega)} \right) - \frac{\pi \cdot b^3 \cdot \tan(\theta) \cdot \sin(\Omega)}{16 \sin(\beta) \cdot \cos(\beta + \Omega)} \right]$$



**Vélocités :**

$$V1 := V0 \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)}{\sin(\theta - \phi)}$$

$$V01 := V0 \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} + \phi\right)}{\sin(\theta - \phi)}$$

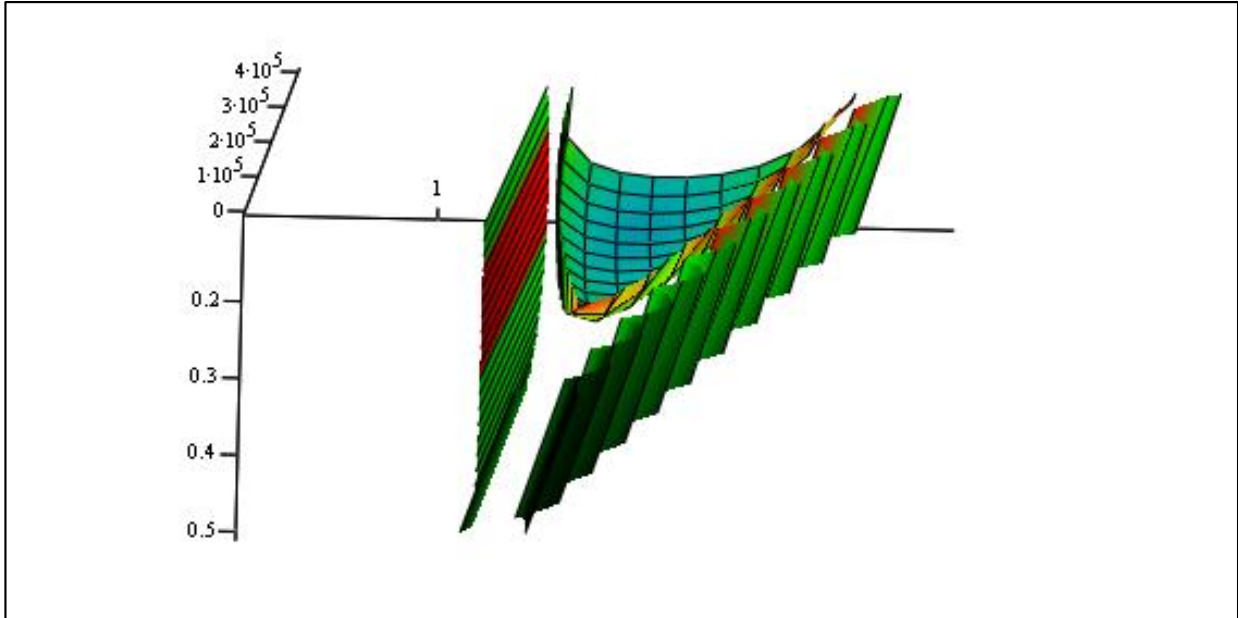
$$V2(\beta, \Omega) := V0 \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) \cdot \sin(\beta + 2\phi)}{\sin(\theta - \phi) \cdot \sin(\Omega - 2\phi)}$$

$$V20 := V0$$

$$V12(\beta, \Omega) := V0 \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) \cdot \sin[\pi - (\beta + \Omega)]}{\sin(\theta - \phi) \cdot \sin(\Omega - 2\phi)}$$

**Effort de pointe**

$$P(\beta, \Omega) := \frac{V1 \cdot (W1(\beta) \cdot \sin(\phi) \cdot 2 + c \cdot \text{baseS3}(\beta) \cdot \cos(\phi)) + V2(\beta, \Omega) \cdot (W2(\beta, \Omega) \cdot \sin(\beta + \Omega - \phi) \cdot 2 + c \cdot S4(\beta, \Omega) \cdot \cos(\phi)) + V12(\beta, \Omega) \cdot c \cdot S3(\beta) \cdot c}{(V01 \cdot \sin(\theta))}$$



P

Fig.IV.8 Charge limite P selon Mathcad cas d'un Pieu isolé en 3D

**Minimisation**

$$\Omega := 0.25$$

$$\beta := 1.25$$

Given

$$0.2 < \Omega < 0.4$$

$$1.25 < \beta < 1.35$$

$$\text{Minimize}(P, \Omega, \beta) = \begin{pmatrix} 0.4 \\ 1.35 \end{pmatrix}$$

$$P(0.4, 1.35) = 1.555 \times 10^6 \text{ kg}$$

**IV.2.3 Modèle Groupes de Pieu en 2D selon Coulomb cas de  $\delta < \phi$**

**Données :**

$$b := 1\text{m}$$

$$\gamma := 1800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$$

$$\phi := \frac{\pi}{6}$$

$$c := 0.5 \frac{\text{kg}}{\text{m}}$$

$$\theta := \frac{\pi}{3}$$

$$V0 := 1$$

**longueurs :**

$$l_{ac} := b$$

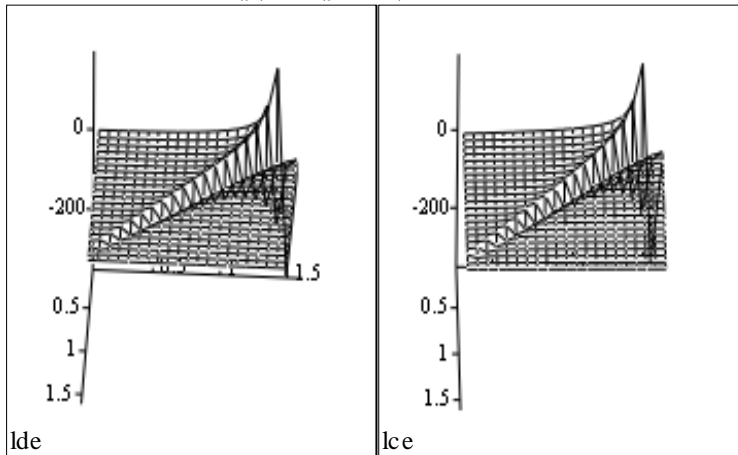
$$l_{bc} := \frac{b}{2 \cos(\theta)}$$

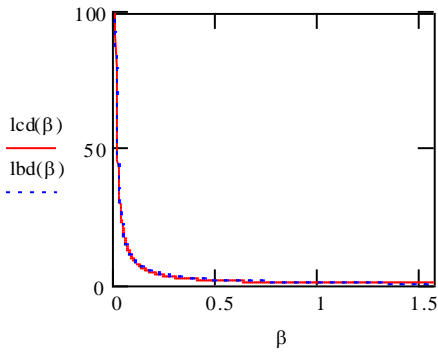
$$l_{cd}(\beta) := b \cdot \frac{\tan(\theta)}{2 \sin(\beta)}$$

$$l_{bd}(\beta) := b \cdot \frac{\sin(\theta + \beta)}{2 \cos(\theta) \sin(\beta)}$$

$$l_{ce}(\beta, \Omega) := b \cdot \frac{\tan(\theta) \cdot \sin(\Omega)}{2 \sin(\beta) \cdot \cos(\beta + \Omega)}$$

$$l_{de}(\beta, \Omega) := b \cdot \frac{\tan(\theta)}{2 \cdot \tan(\beta) \cdot \cos(\beta + \Omega)}$$

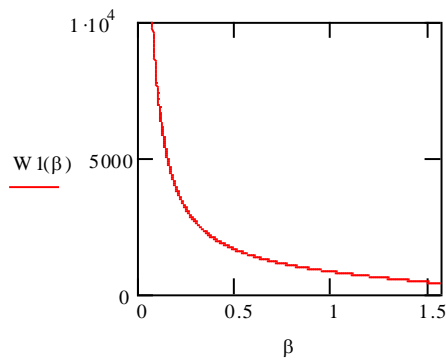
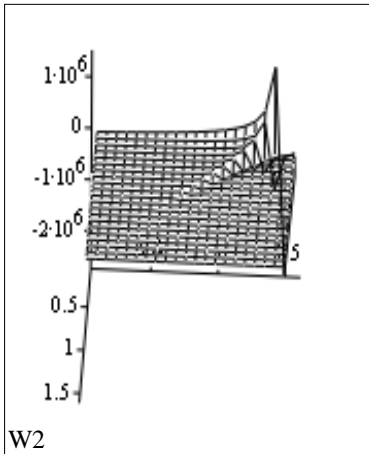




**poids :**

$$W1(\beta) := \gamma \cdot b^2 \cdot \frac{\sin(\theta + \beta) \cdot \tan(\theta)}{8 \sin(\beta) \cdot \cos(\theta)}$$

$$W2(\beta, \Omega) := \gamma \cdot b^2 \cdot \frac{\tan(\theta)^2 \sin(\Omega)}{8 \tan(\beta) \cdot \cos(\beta + \Omega) \cdot \sin(\beta)}$$



**Vélocités :**

$$V1 := V0 \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)}{\sin(\theta - \phi)}$$

$$V01 := V0 \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} + \phi\right)}{\sin(\theta - \phi)}$$

$$V2(\beta, \Omega) := V0 \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) \cdot \sin(\beta + 2\phi)}{\sin(\theta - \phi) \cdot \sin(\Omega - 2\phi)}$$

$$V20 := V0$$

$$V12(\beta, \Omega) := V0 \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) \cdot \sin[\pi - (\beta + \Omega)]}{\sin(\theta - \phi) \cdot \sin(\Omega - 2\phi)}$$

**Effort de pointe**

$$p(\beta, \Omega) := \frac{V1 \cdot |W1(\beta) \cdot \sin(\phi) + Clbd(\beta) \cdot \cos(\phi)| + V2(\beta, \Omega) \cdot \left( W2(\beta, \Omega) \cdot \sin(\beta + \Omega - \phi) + \right) + V12(\beta, \Omega) \cdot C \cdot lcd(\beta \cdot \cos(\phi))}{\frac{V01 \cdot \sin(\theta)}{2}}$$

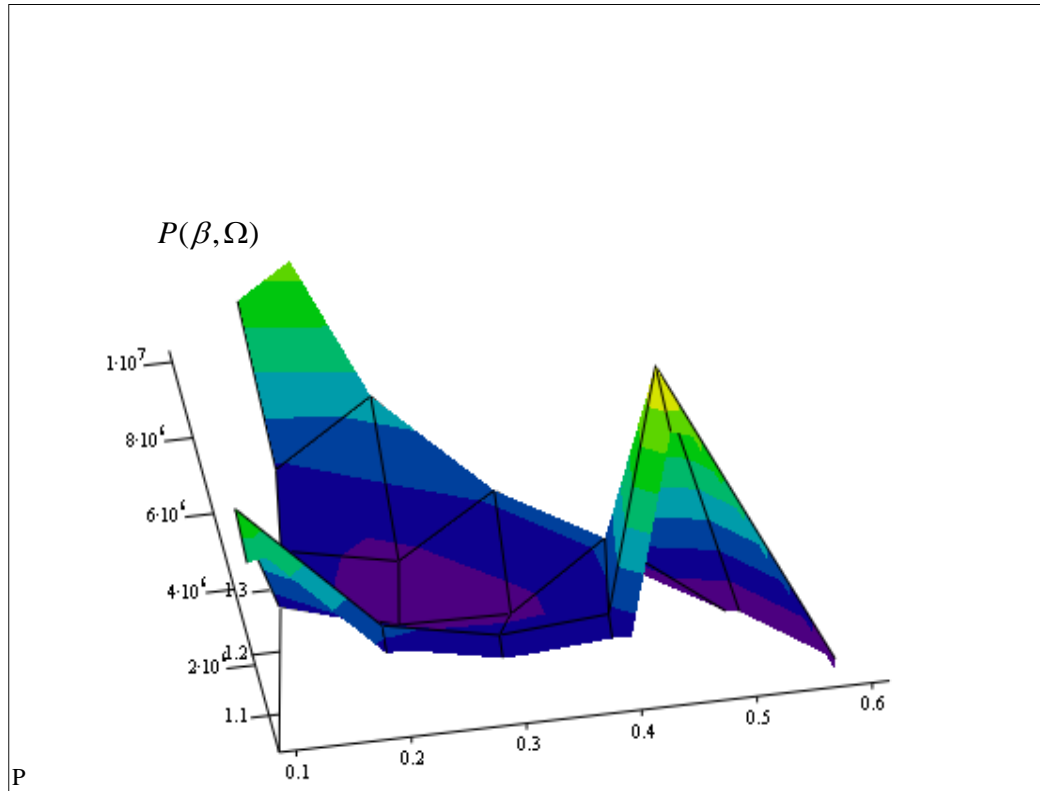


Fig.IV.9 Charge limite P selon Mathcad cas d'un Groupes de Pieu en 2D

**Minimisation**

$\Omega := 0.2$

$\beta := 1.2$

Given

$0.1 < \Omega < 0.3$

$1.15 < \beta < 1.25$

$$\text{Minimize}(P, \Omega, \beta) = \begin{pmatrix} 0.256 \\ 1.17 \end{pmatrix}$$

$$P(0.256, 1.17) = 5.375 \times 10^5 \text{ kg}$$

IV.2.4 Modèle Groupes de Pieu en 3D selon Coulomb cas de  $\delta < \phi$

**Données :**

$$b := 1\text{m}$$

$$\gamma := 1800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$\phi := \frac{\pi}{6}$$

$$c := 0.5 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$$

$$\theta := \frac{\pi}{3}$$

$$V0 := 1$$

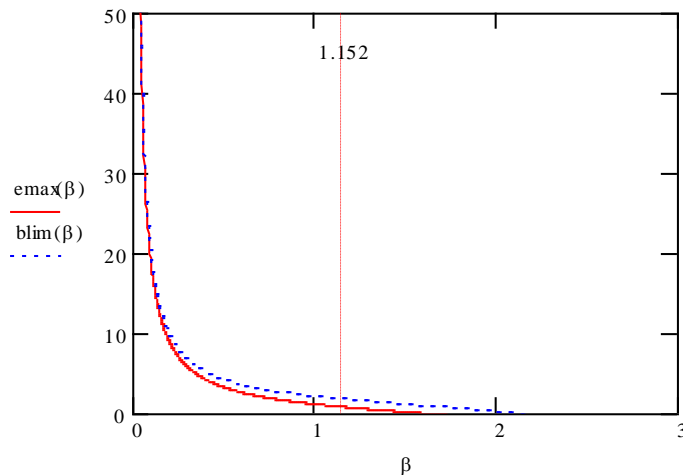
$$\text{Diam} := 0.5\text{m}$$

$$\text{emax}(\beta) := b \cdot \frac{\tan(\theta)}{\tan(\beta)}$$

$$\text{blim}(\beta) := \text{emax}(\beta) + 2 \cdot \text{Diam}$$

$$\text{blim}(1.152) = 1.77\text{lm}$$

**Surfaces :**



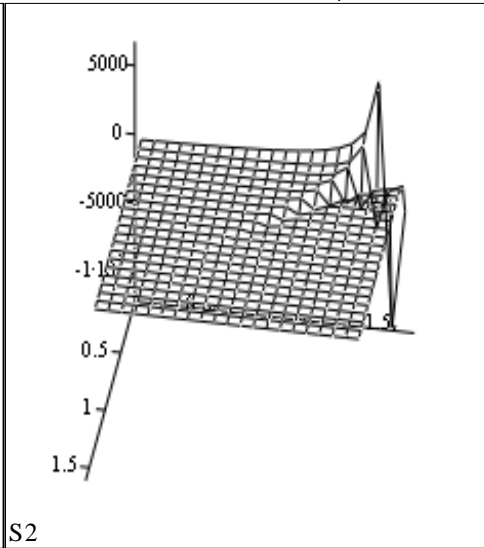
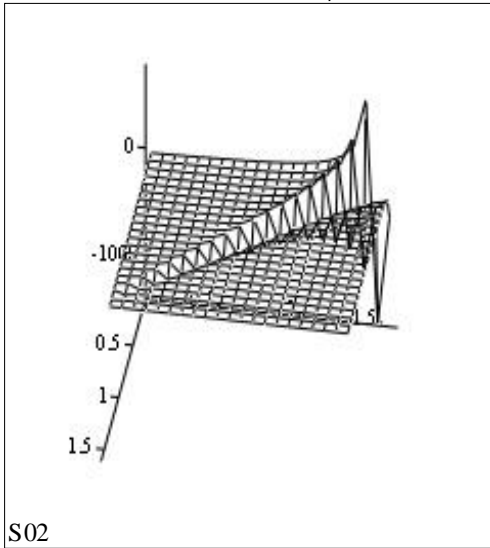
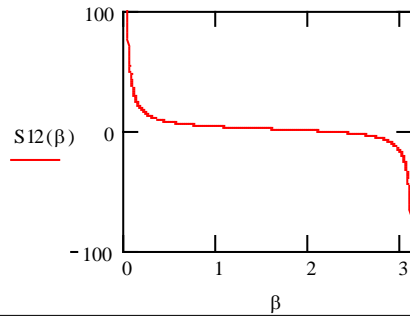
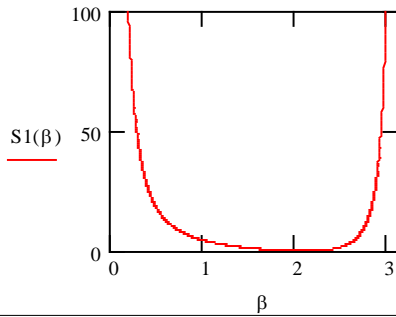
$$S01 := b^2 \cdot \tan(\theta)$$

$$S1(\beta) := \left( \frac{b \sin(\theta + \beta)}{\cos(\theta) \sin(\beta)} \right)^2$$

$$S02(\beta, \Omega) := 2 \cdot b^2 \cdot \frac{\tan(\theta) \cdot \sin(\Omega)}{\sin(\beta) \cdot \cos(\beta + \Omega)}$$

$$S12(\beta) := \frac{b^2 \cdot \sin(\theta + \beta) \cdot \tan(\theta)}{\cos(\theta) \cdot \sin(\beta)}$$

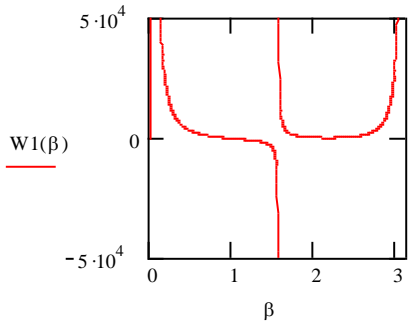
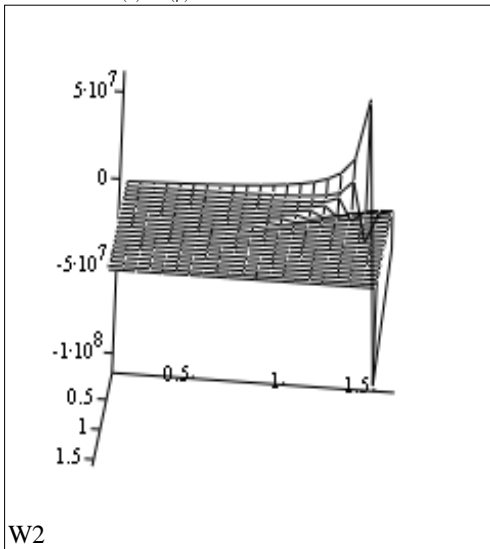
$$S2(\beta, \Omega) := \frac{b^2 \cdot \tan(\theta)^2 \cdot \sin(\Omega)}{\tan(\beta) \cdot \cos(\beta + \Omega) \cdot \sin(\beta)}$$



**poids :**

$$W1(\beta) := \gamma \cdot \left( \frac{b^3 \cdot \sin(\beta)}{6} \right) \cdot \left( \frac{\sin(\theta + \beta)}{\cos(\theta) \cdot \sin(\beta)} \right)^2 \cdot \left( \frac{\tan(\theta)}{2 \cdot \sin(\beta)} - \frac{\sin(\beta)}{\sin(2 \cdot \beta)} \right) - \frac{\gamma \cdot b^3}{6} \cdot \left( \frac{\sin(\beta)^2}{\sin(2 \cdot \beta)} + \frac{\tan(\theta)}{2} \right)$$

$$w2(\beta, \Omega) := \gamma \cdot \frac{b^3 \cdot \sin(\theta + \beta)^2}{\cos(\theta)^2 \cdot \sin(\beta)^2} \cdot 2 \cdot \left[ \frac{\tan(\theta) \cdot \tan(\beta + \Omega)}{2 \cdot \tan(\beta)} + \frac{\sin(\beta + \Omega)^2}{\sin[2 \cdot (\beta + \Omega)]} \right] - \left[ \frac{b^3 \cdot \gamma \cdot \sin(\beta + \Omega)^2}{6 \cdot \sin[2 \cdot (\beta + \Omega)]} - \frac{b^3 \cdot \gamma \cdot \tan(\theta) \cdot \sin(\Omega)}{4 \cdot \sin(\beta) \cdot \cos(\beta + \Omega)} - \frac{b^3 \cdot \gamma \cdot \tan(\theta)}{12} - \frac{b^3 \cdot \gamma \cdot \sin(\beta)}{6} \cdot \left( \frac{\sin(\theta + \beta)^2}{\cos(\theta)^2 \cdot \sin(\beta)^2} \right) \cdot \left( \frac{\tan(\theta)}{2 \cdot \sin(\beta)} - \frac{\sin(\beta)}{\sin(2 \cdot \beta)} \right) + \frac{b^3 \cdot \gamma}{6} \cdot \left( \frac{\sin(\beta)^2}{\sin(2 \cdot \beta)} + \frac{\tan(\theta)}{2} \right) \right]$$



**Vélocités :**

$$V1 := V0 \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)}{\sin(\theta - \phi)}$$

$$V01 := V0 \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} + \phi\right)}{\sin(\theta - \phi)}$$

$$V2(\beta, \Omega) := V0 \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) \cdot \sin(\beta + 2\phi)}{\sin(\theta - \phi) \cdot \sin(\Omega - 2\phi)}$$

$$V12(\beta, \Omega) := V0 \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) \cdot \sin[\pi - (\beta + \Omega)]}{\sin(\theta - \phi) \cdot \sin(\Omega - 2\phi)}$$

$$V20 := V0$$

**Effort de pointe**

$$P(\beta, \Omega) := \frac{[V1 \cdot (W1(\beta) \cdot \sin(\phi) + c \cdot S1(\beta) \cdot \cos(\phi)) + V2(\beta, \Omega) \cdot (W2(\beta, \Omega) \cdot \sin(\beta + \Omega - \phi) + c \cdot S2(\beta, \Omega) \cdot \cos(\phi)) + V12(\beta, \Omega) \cdot c \cdot S1(\beta)]}{V01 \cdot \sin(\theta)}$$

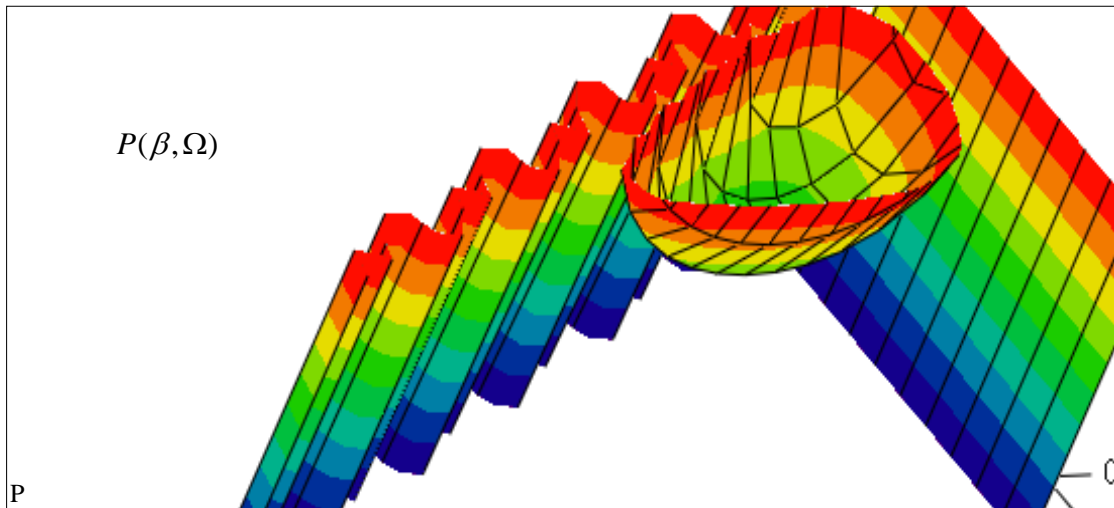


Fig.IV.10 Charge limite P selon Mathcad cas d'un Groupes de Pieu en 3D

**Minimisation**

$$\Omega := 0.2$$

$$\beta := 1.2$$

Given

$$0.1 < \Omega < 0.4$$

$$1.1 < \beta < 1.3$$

$$\text{Minimize}(P, \Omega, \beta) = \begin{pmatrix} 0.293 \\ 1.156 \end{pmatrix}$$

$$P(0.293, 1.156) = 5.232 \times 10^6 \text{ kg}$$

## Chapitre V

### Caractéristiques Influençant Les Modèles de calcul et comparaison

#### V.1 Influences des caractéristiques géométriques (b) sur la charge limite P

Soit un sol de poids volumique  $\gamma=1800\text{kg/m}^3$ , une cohésion  $C=0.5\text{kg/m}^2$ , un angle de frottement  $\varphi=30^\circ$ , une pointe d'angle  $\theta =\pi/3$ , une vitesse de chargement initiale  $V_0=1$  et une largeur entre extrémité de pieu (extérieur)  $b=\text{varie}$

Tableau V.1 variation de la charge de rupture  $P_{\text{analyse limite}}$  d'un Pieu isolé 3D en fonction de la largeur entre extrémité de pieu b

b(m)	0.20	0.40	0.60	0.80	1.00	1.50	2.00	3.00
P Analyse Limite 106 Kg	0.01	0.10	0.34	0.80	1.56	5.25	12.44	42.00

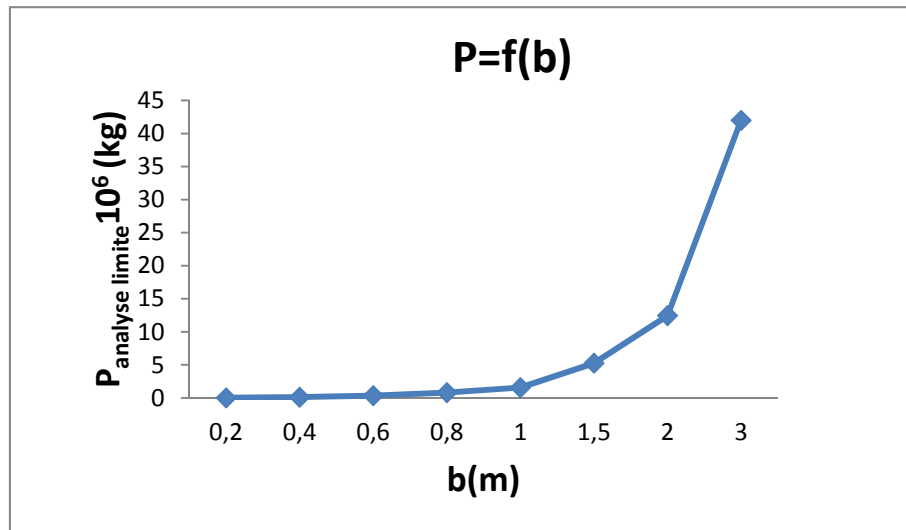


Figure V.1 charge de rupture d'un Pieu isolé en 3D en fonction de la largeur entre extrémité de pieu

**Groupe de pieux en 3D 1er modèle**

Pour le groupe de pieu il y a l'influence de l'espacement (e) entre pieu

On a pour chaque diamètre de pieu un espacement et donc un P

$$e_{\max} = \Phi_{\text{pieu}} \cdot \frac{\text{tg} \theta}{\text{tg} \beta}$$

$$b_{\min} = 2 \cdot \Phi_{\text{pieu}}$$

$$b_{\max} = 2 \cdot \Phi_{\text{pieu}} + e_{\max}$$

Tableau V.2 variation de la largeur entre extrémité de pieu b en fonction de l'espacement

Diamètre de pieu (m)	0.10	0.20	0.30	0.40	0.50
b <sub>min</sub> (m)	0.20	0.40	0.60	0.80	1.00
e <sub>max</sub> (m)	0.088	0.176	0.264	0.352	0.440
b <sub>max</sub> (m)	0.288	0.576	0.864	1.152	1.440

Tableau V.3 variation de la charge de rupture P<sub>analyse limite</sub> d'un groupe de Pieu 3D en fonction de la largeur entre extrémité de pieu de diamètre 10cm (1.1 < β < 1.3 )

Diamètre 10 cm				b <sub>max</sub>
b (m)	0.200	0.240	0.280	0.288
P 10 <sup>6</sup> Kg	0.040	0.072	0.110	0.120

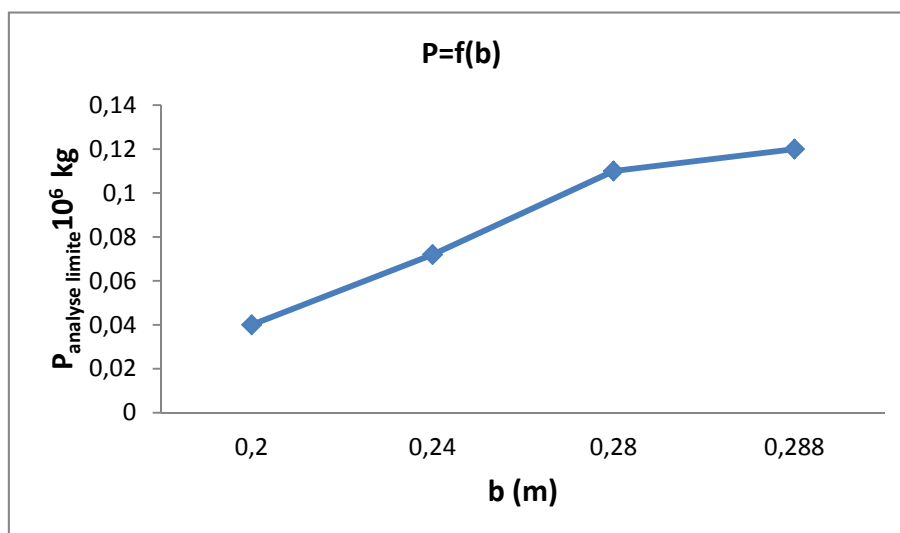


Figure V.2 charge de rupture d'un groupe de Pieu en 3D en fonction de la largeur entre extrémité pieu de diamètre 10cm ( $1.1 < \beta < 1.3$ )

Tableau V.4 variation de la charge de rupture  $P_{analyse\ limite}$  d'un groupe de Pieu 3D en fonction de la largeur entre extrémité de pieu de diamètre 20cm ( $1.1 < \beta < 1.3$ )

Diamètre 20 cm					$b_{max}$
b (m)	0.400	0.450	0.500	0.550	0.576
P 10 <sup>6</sup> Kg	0.330	0.480	0.650	0.870	1.000

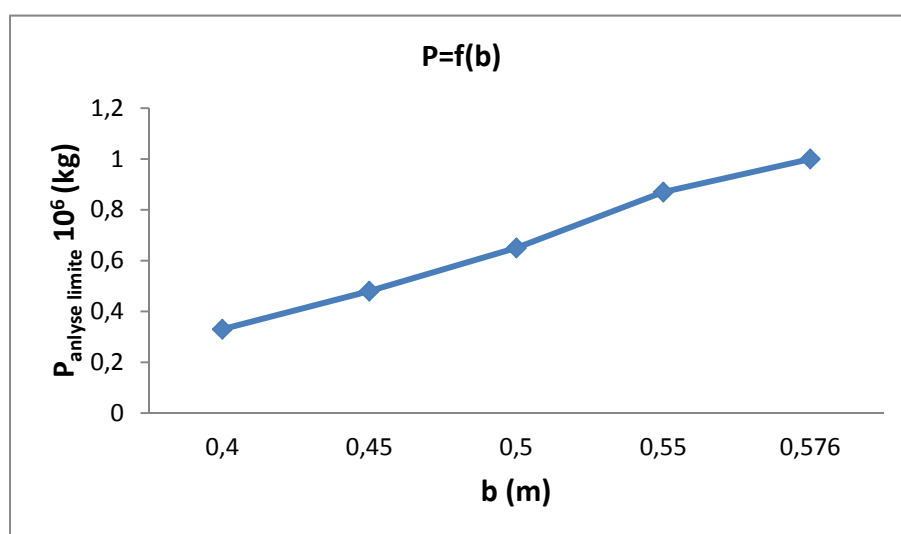


Figure V.3 charge de rupture d'un groupe de Pieu en 3D en fonction de la largeur entre extrémité pieu de diamètre 20cm ( $1.1 < \beta < 1.3$ )

Tableau V.5 variation de la charge de rupture  $P_{analyse\ limite}$  d'un groupe de Pieu 3D en fonction de la largeur entre extrémité de pieu de diamètre 30cm ( $1.1 < \beta < 1.3$ )

Diamètre 30 cm								$b_{max}$
b (m)	0.600	0.650	0.700	0.750	0.800	0.850		0.864
P $10^6$ Kg	1.130	1.440	1.800	2.210	2.680	3.210		3.370

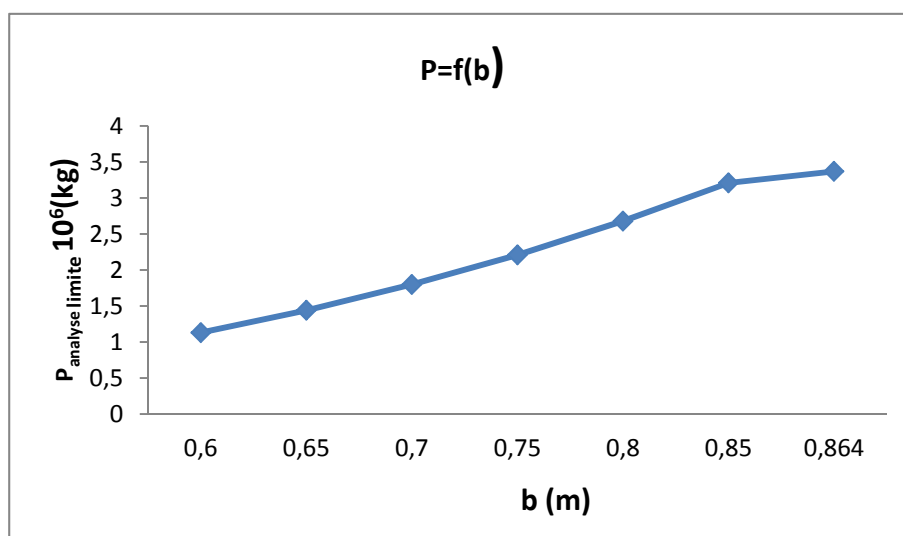


Figure V.4 charge de rupture d'un groupe de Pieu en 3D en fonction de la largeur entre extrémité pieu de diamètre 30cm ( $1.1 < \beta < 1.3$ )

Tableau V.6 variation de la charge de rupture  $P_{analyse\ limite}$  d'un groupe de Pieu 3D en fonction de la largeur entre extrémité de pieu de diamètre 40cm ( $1.1 < \beta < 1.3$ )

Diamètre 40 cm								$b_{max}$
b (m)	0.80	0.85	0.90	0.95	1.00	1.05	1.10	1.152
P $10^6$ Kg	2.68	3.21	3.81	4.49	5.23	6.06	6.96	8.00

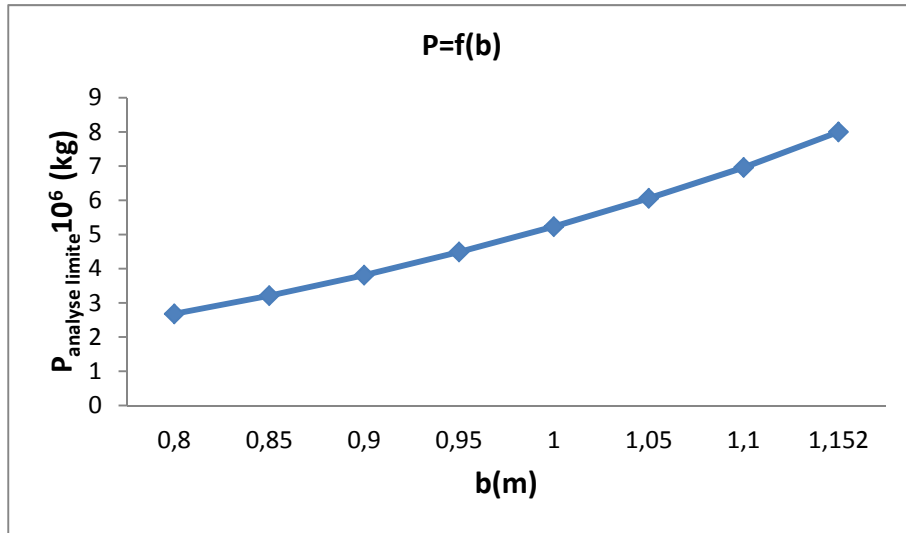


Figure V.5 charge de rupture d'un groupe de Pieu en 3D en fonction de la largeur entre extrémité pieu de diamètre 40cm ( $1.1 < \beta < 1.3$ )

Tableau V.7 variation de la charge de rupture  $P_{analyse\ limite}$  d'un groupe de Pieu 3D en fonction de la largeur entre extrémité de pieu de diamètre 50cm  $b$  ( $1.1 < \beta < 1.3$ )

Diamètre 50 cm						$b_{max}$
b (m)	1.00	1.10	1.20	1.30	1.40	1.44
P 10 <sup>6</sup> Kg	5.23	6.96	9.04	11.50	14.36	15.60

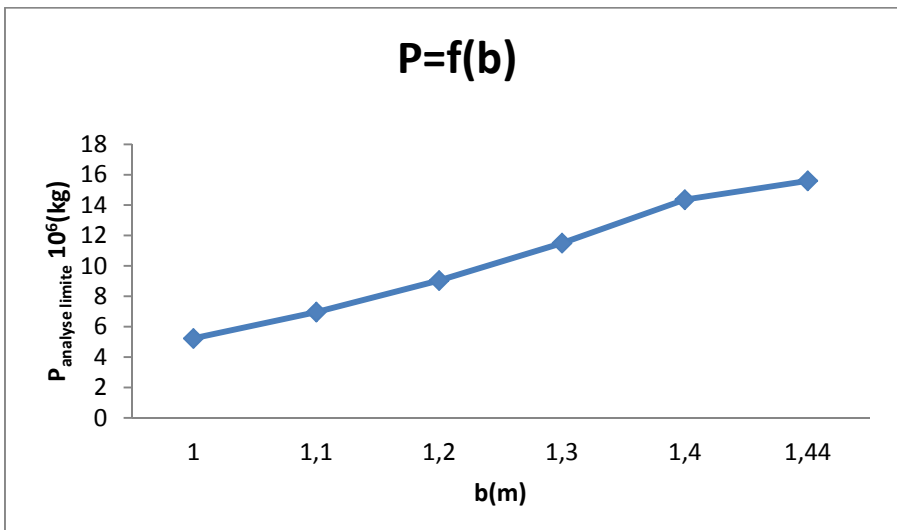


Figure V.6 charge de rupture d'un groupe de Pieu en 3D en fonction de la largeur entre extrémité pieu de diamètre 50cm ( $1.1 < \beta < 1.3$ )

V.2 Influences des caractéristiques mécaniques ( $\phi$ ) sur la charge limite P

Influences de l'angle de frottement

Soit un sol de poids volumique  $\gamma=1800\text{kg/m}^3$ , une cohésion  $C=0.5\text{kg/m}^2$ , un angle de frottement  $\phi$  qui vari, une pointe d'angle  $\theta =\pi/3$ , une vitesse de chargement initiale  $V_0=1$  et une largeur entre extrémité de pieu (extérieur)  $b=1\text{m}$

Tableau V.8 variation de la charge de rupture  $P_{\text{analyse limite}}$  d'un Pieu isolé en 3D en fonction de l'angle de frottement

$\phi$ (°)	0	5	10	15	20	25	30	35
$P_{\text{analyse limite}} 10^5(\text{kg})$	1.68	2.53	3.54	4.82	6.63	9.56	15.55	37.16

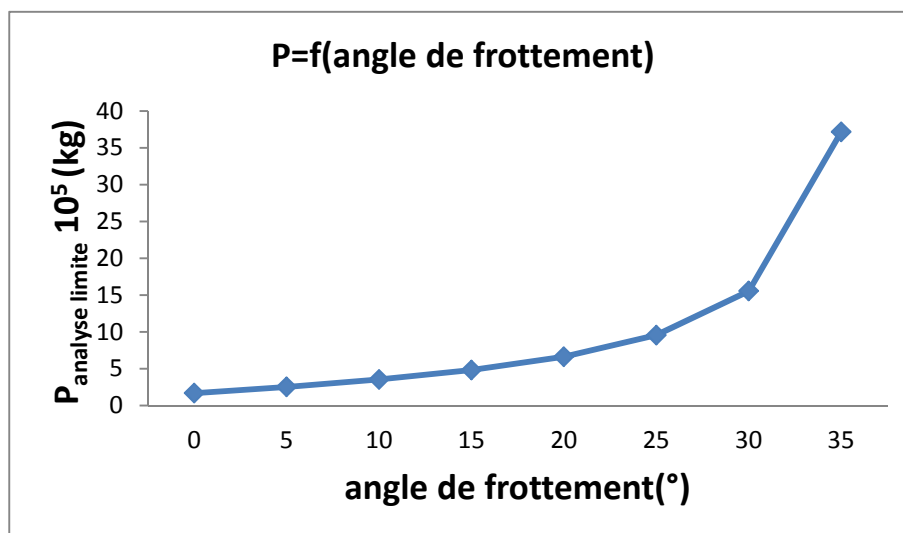


Figure V.7 charge de rupture d'un Pieu isolé en 3D en fonction de l'angle de frottement

Tableau V.9 variation de la charge de rupture  $P_{\text{analyse limite}}$  d'un groupe de Pieu en 3D en fonction de l'angle de frottement

$\varphi$ (°)	0	5	10	15	20	25	30	35
$P_{\text{analyse limite}} 10^5 \text{kg}$	1.98	3.37	5.10	7.55	11.37	19.48	52.33	-87.19

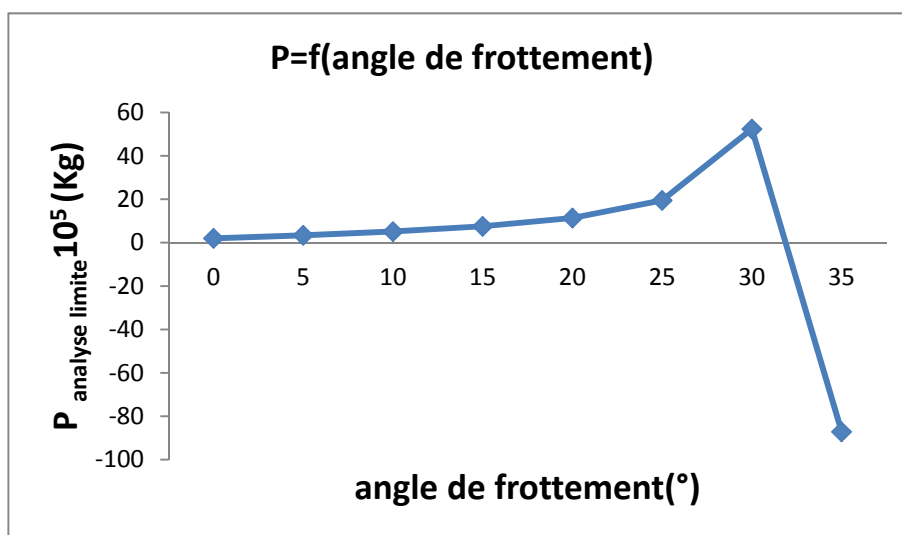


Figure V.8 charge de rupture d'un groupe de Pieu en 3D en fonction de l'angle de frottement

### V.3 Influences des caractéristiques physiques ( $\gamma$ ) sur la charge limite P

#### Influences du poids volumique

Soit un sol de poids volumique  $\gamma$ =variant, une cohésion  $C=0.5\text{kg/m}^2$ , un angle de frottement  $\varphi=30^\circ$ , une pointe d'angle  $\theta =\pi/3$ , une vitesse de chargement initiale  $V_0=1$  et une largeur entre extrémité de pieu (extérieur)  $b=1\text{m}$

Tableau V.10 variation de la charge de rupture  $P_{\text{analyse limite}}$  d'un Pieu isolé en 3D en fonction du poids volumique

$\gamma$ (kg/m <sup>3</sup> )	1600	1800	2000	2200	2400	2600
$P_{\text{analyse limite}} 10^6 \text{kg}$	1.38	1.55	1.73	1.90	2.07	2.25

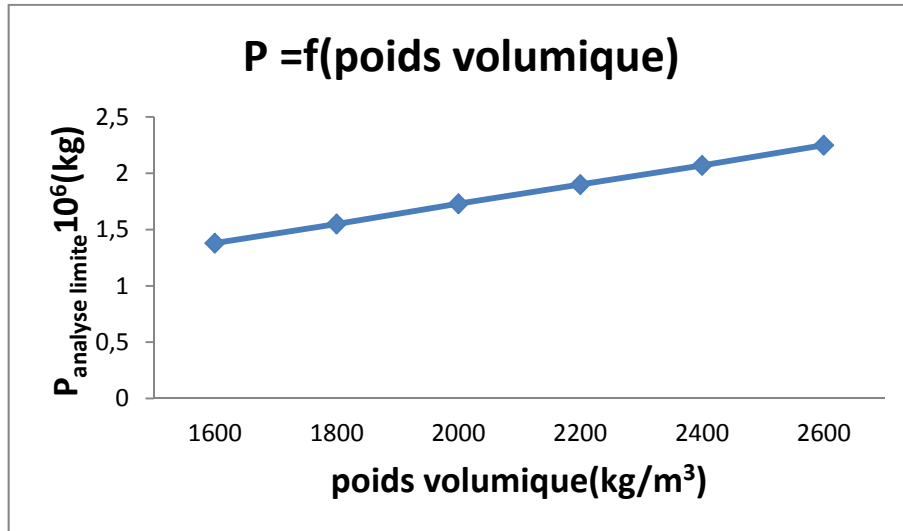


Figure V.9 charge de rupture d'un Pieu isolé en 3D en fonction du poids volumique

Tableau V.11 variation de la charge de rupture  $P_{analyse\ limite}$  d'un groupe de Pieu en 3D en fonction du poids volumique

$\gamma$ (kg/m <sup>3</sup> )	1600	1800	2000	2200	2400	2600
$P_{analyse\ limite}$ 10 <sup>6</sup> (kg)	4.65	5.23	5.81	6.39	6.98	7.56

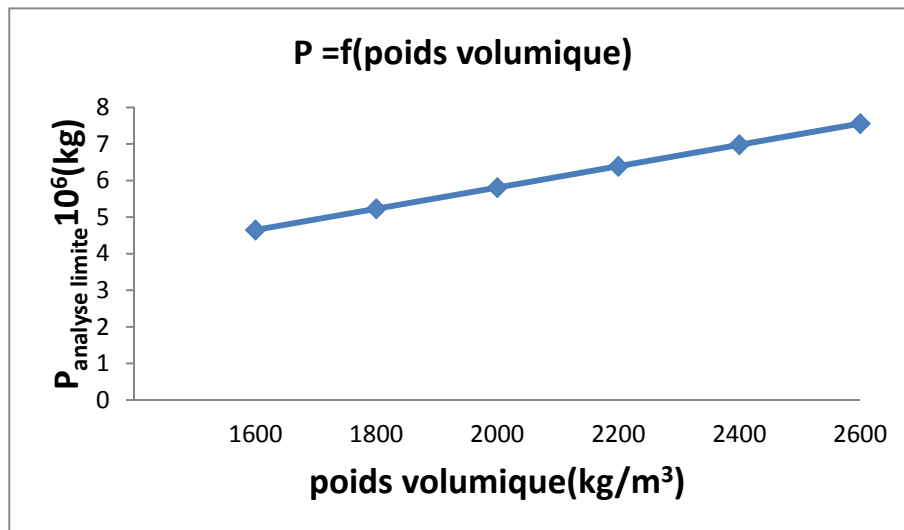


Figure V.10 charge de rupture d'un groupe de Pieu en 3D en fonction du poids volumique

### V.4 Interprétations

D'après les résultats trouvés, on remarque bien que la charge limite trouvée par la méthode cinématique de l'analyse limite est influencée par les caractéristiques géotechniques du sol en place et géométriques du pieu.

En effet, on s'aperçoit que pour les pieux isolés ou groupe de pieu le poids volumique augmente avec la charge P. De même pour l'angle de frottement augmentant avec toujours la charge P.

Pour les groupes de pieux au-delà de 30°, nos modèles ne donnent pas de résultats.

Le diamètre du pieu augmente la charge limite augmente pour les pieux isolés.

De même pour les groupes de pieux, la charge P d'après nos modèles reste constante existence d'un palier) comme si il n'y a pas d'influence de l'espacement entre pieux, même au-delà de l'espacement maximal entre pieux.

### V.5 Comparaison entre les résultats de l'analyse limite et le DTU 13.2

#### V.5.1 Variation de la caractéristique géométrique (b)

Soit un sol de poids volumique  $\gamma=1800\text{kg/m}^3$ , une cohésion  $C=0.5\text{kg/m}^2$ , un angle de frottement  $\phi=30^\circ$ , une pointe d'angle  $\theta =\pi/3$ , une vitesse de chargement initiale  $V_0=1$  et une largeur entre extrémité de pieu (extérieur)  $b=\text{varie}$

Tableau V.12 Comparaison entre les charges de rupture  $P_{\text{analyse limite}}$  et  $P_{\text{DTU13.2}}$

Pour un Pieu isolé en 3D en fonction de la largeur entre extrémité de pieu b

<b>b (m)</b>	<b>0.2</b>	<b>0.4</b>	<b>0.6</b>	<b>0.8</b>	<b>1.00</b>	<b>1.50</b>	<b>2.00</b>	<b>3.00</b>
<b><math>P_{\text{analyse limite}} 10^6 \text{ kg}</math></b>	<b>0.01</b>	<b>0.10</b>	<b>0.34</b>	<b>0.80</b>	<b>1.56</b>	<b>5.25</b>	<b>12.44</b>	<b>42.00</b>
<b><math>P_{\text{DTU13.2}} 10^6 \text{ kg}</math></b>	<b>0.002</b>	<b>0.009</b>	<b>0.020</b>	<b>0.036</b>	<b>0.056</b>	<b>0.126</b>	<b>0.224</b>	<b>0.5</b>

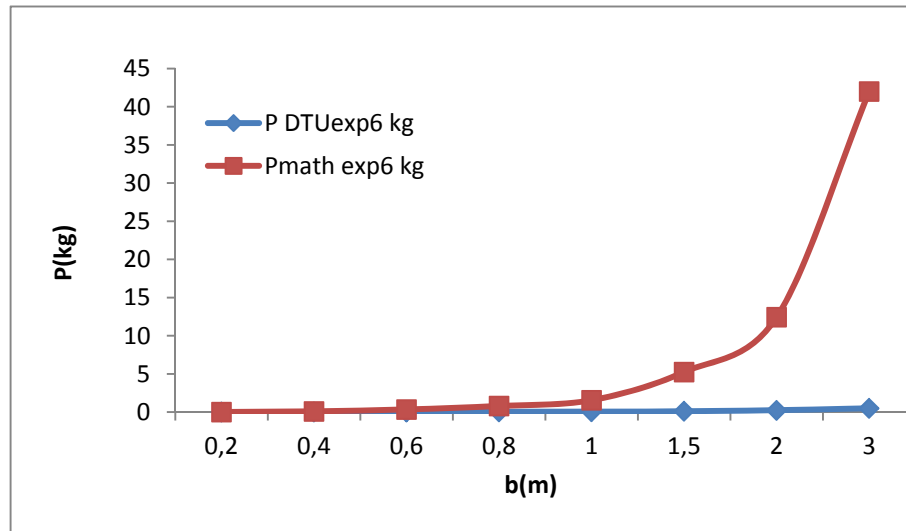


Figure V.11  $P_{\text{analyse limite}}$  et  $P_{DTU13.2}$  Pour un Pieu isolé en 3D en fonction de la largeur entre extrémité de pieu  $b$

Tableau V.13 Comparaison entre les charges de rupture  $P_{\text{analyse limite}}$  et  $P_{DTU13.2}$  Pour un groupe de Pieu en 3D en fonction de la largeur entre extrémité de pieu  $b$

<b>b (m)</b>	<b>0.2</b>	<b>0.4</b>	<b>0.6</b>	<b>0.8</b>	<b>1.00</b>	<b>1.50</b>	<b>2.00</b>	<b>3.00</b>
<b><math>P_{\text{analyse limite}} 10^6 \text{ kg}</math></b>	<b>0.04</b>	<b>0.335</b>	<b>1.13</b>	<b>2.68</b>	<b>5.23</b>	<b>17.66</b>	<b>41.86</b>	<b>141.30</b>
<b><math>P_{DTU13.2} 10^6 \text{ kg}</math></b>	<b>0.009</b>	<b>0.036</b>	<b>0.080</b>	<b>0.144</b>	<b>0.224</b>	<b>0.500</b>	<b>0.900</b>	<b>2.000</b>

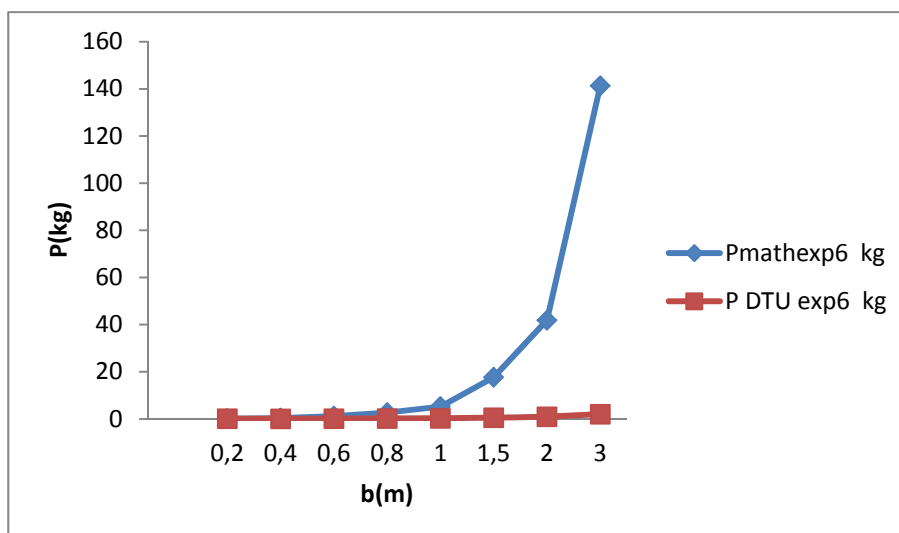


Figure V.12  $P_{analyse\ limite}$  et  $P_{DTU13.2}$  Pour un groupe de Pieu en 3D en fonction de la largeur entre extrémité de pieu  $b$

### V.5.2 Variation de la caractéristique mécanique ( $\phi$ )

Soit un sol de poids volumique  $\gamma=1800\text{kg/m}^3$ , une cohésion  $C=0.5\text{kg/m}^2$ , un angle de frottement  $\phi$  qui vari, une pointe d'angle  $\theta = \pi/3$ , une vitesse de chargement initiale  $V_0=1$  et une largeur entre extrémité de pieu(extérieur)  $b=1\text{m}$

Tableau V.14 Comparaison entre les charges de rupture  $P_{analyse\ limite}$  et  $P_{DTU13.2}$  Pour un Pieu isolé en 3D en fonction de l'angle de frottement  $\phi$

$\phi$ (°)	0	5	10	15	20	25	30	35
$P_{analyse\ limite} 10^5 \text{ kg}$	1.68	2.53	3.54	4.82	6.63	9.56	15.55	37.16
$P_{DTU13.2} 10^5 \text{ kg}$	0.010	0.016	0.033	0.065	0.13	0.26	1.12	1.32

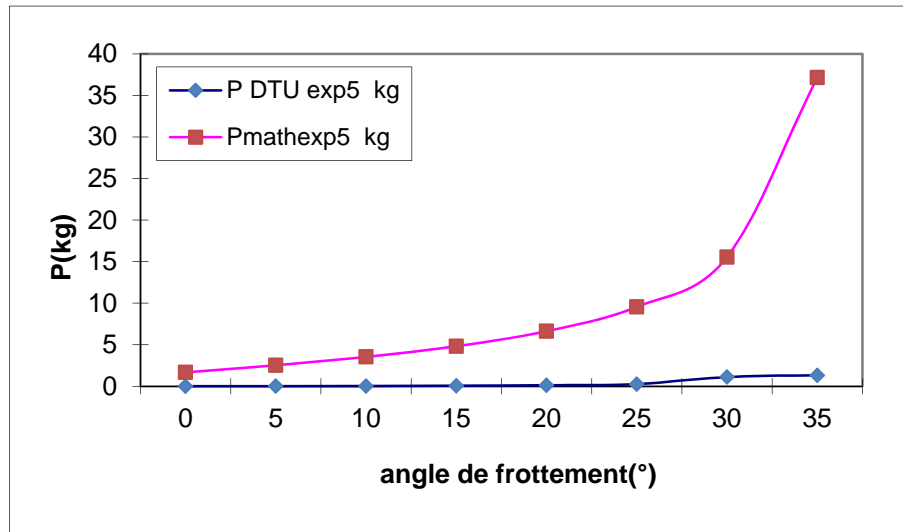


Figure V.13  $P_{analyse\ limite}$  et  $P_{DTU13.2}$  Pour un Pieu isolé en 3D en fonction de l'angle de frottement  $\phi$

Tableau V.15 Comparaison entre les charges de rupture  $P_{analyse\ limite}$  et  $P_{DTU13.2}$  Pour un groupe de Pieu en 3D en fonction de l'angle de frottement  $\phi$

$\phi$ (°)	0	5	10	15	20	25	30	35
$P_{analyse\ limite}\ 10^5\ kg$	1.98	3.37	5.10	7.55	11.37	19.48	52.33	87.19
$P_{DTU13.2}\ 10^5\ kg$	0.040	0.064	0.132	0.26	0.51	1.02	2.24	5.26

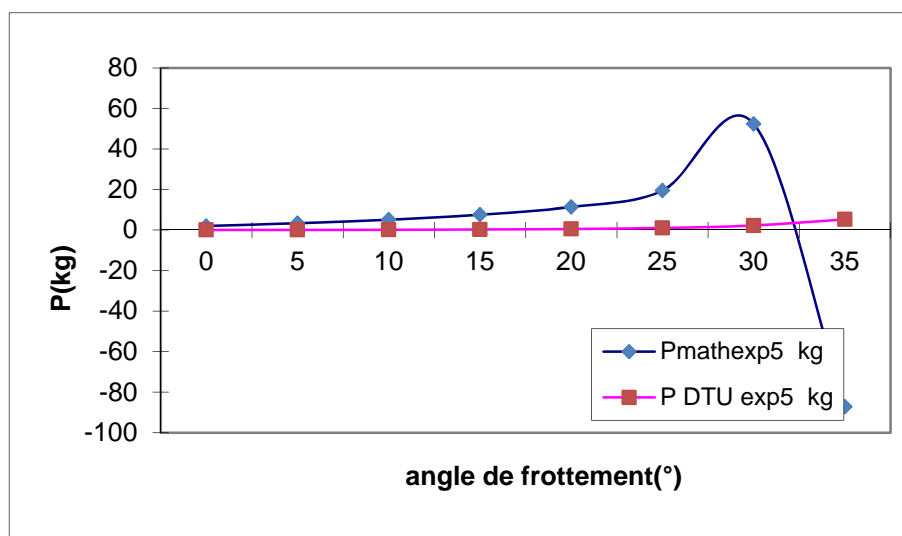


Figure V.14  $P_{analyse\ limite}$  et  $P_{DTU13.2}$  Pour un groupe de Pieu en 3D en fonction de l'angle de frottement  $\phi$

### V.6 Comparaison entre les résultats de l'analyse limite et le DTU 13.2 et l'essai SPT

Soit les résultats d'un essai SPT un sol de poids volumique  $\gamma=1620\text{kg/m}^3$ , une cohésion  $C=0\text{kg/m}^2$ , un angle de frottement  $\phi=30^\circ$ , une pointe d'angle  $\theta=\pi/3$ , une vitesse de chargement initiale  $V_0=1$  et une largeur entre extrémité de pieu (extérieur)  $b=1\text{m}$

Tableau V.16 Comparaison entre les charges de rupture  $P_{analyse\ limite}$ ,  $P_{DTU13.2}$  et  $P_{SPT}$  Pour un pieu isolé et un groupe de Pieu en 3D

	$P_{analyse\ limite}$	$P_{DTU\ 13.2}$	$P_{SPT}$
$P_{Pieu\ isolé\ 3D}\ 10^6\ \text{kg}$	1.555	0.056	0.076
$P_{Groupe\ de\ pieu\ 3D}\ 10^6\ \text{kg}$	5.23	0.224	0.284

### V.7 Conclusion

D'après les résultats SPT, DTU 13.2, Analyse limite cette dernière est vraiment une borne supérieure aux autres valeurs.

D'après les résultats trouvés, on remarque bien que la charge limite trouvée par la méthode cinématique de l'analyse limite est influencée par les caractéristiques géotechniques et géométriques du sol en place et du pieu respectivement.

En effet, on s'aperçoit que pour les pieux isolés ou groupe de pieu la charge P augmente avec le poids volumique. De même pour l'angle de frottement la charge P augmente avec ce dernier.

Pour les groupes de pieux au-delà de  $30^\circ$ , nos modèles ne donnent pas de résultats.

Le diamètre du pieu augmente la charge limite augmente pour les pieux isolés ou en groupe.

La charge P pour le groupe de pieu d'après nos modèles reste constante (existence d'un palier) au-delà de l'espacement maximal entre pieux, comme si il n'y a pas d'influence entre les pieux.

## Conclusion générale et Perspectives

---

### Conclusion générale

Les calculs en 3D sont beaucoup plus lourds que les calculs en 2D (déformation planes ou en axisymétrie), donc porteurs de plus d'erreurs plus difficiles à repérer ; mais il n'est pas toujours possible de se contenter de modèles 2D. Des modèles simples peuvent rendre de grands services, pour justifier un ouvrage, pour recouper les conclusions d'un modèle plus élaboré, ou tout simplement pour comprendre les mécanismes.

L'art de l'ingénieur réside essentiellement dans son aptitude à choisir judicieusement des modèles aussi simples que possible, mais jamais trop simples. L'exercice est à l'usage beaucoup plus difficile qu'il n'y paraît, et il faudrait souvent investir autant de réflexion sur le choix du modèle qu'à son établissement ; les facilités offertes par l'évolution de l'informatique permettent de traiter dans un délai donné un plus grand nombre de problèmes, et de manière plus raffinée, et cela favorise un penchant naturel à foncer sans réfléchir alors qu'il faudrait en profiter pour consacrer encore plus de temps à la réflexion préalable.

Tout modèle complexe exige des regroupements par des moyens simplifiés, de manière à détecter les plus grosses anomalies. La méthode cinématique du calcul à la rupture est un moyen précieux d'abord de problèmes complexes, et mériterait d'être mieux connue.

Le suivi du comportement des ouvrages est une pratique que l'on ne peut que conseiller. La méthode observationnelle est un outil pragmatique et précieux.

- Il est proposé ci-dessus des mécanismes qui normalement donnent en plan et en espace, des bornes supérieures de valeurs réelles, si des essais expérimentaux existaient. Ce n'est pas le cas ici pour des raisons d'indisponibilité du matériel adéquat pour une telle expérimentation.
- Les modèles sont limités à lignes de ruptures horizontales pour le premier bloc (Tous nos modèles sont composés de deux blocs rigides), alors que normalement elles devraient être orientées vers le bas.

- Ce travail propose tout de même une ébauche de solution à ce problème, dans le cas de sol cohérent non drainé, jamais réalisé avec cette méthode qui pourra être reprise par d'autres chercheurs.

Les valeurs trouvées indiquent :

- En premier lieu, que l'on est bien du côté de la borne supérieure (limite supérieure des valeurs expérimentales pouvant exister),
- Deuxièmement, que si on considère plus de blocs (deux actuellement) avec la même procédure de travail, on aboutira sûrement à de meilleurs résultats en modélisation,
- De plus si on considère des lignes de rupture courbe (forme proche de la réalité), cela n'en sera que meilleur ;

Donc avec la méthode de l'analyse limite, plus on trouve une modélisation proche de la réalité, plus on aboutit à de bons résultats, en ce qui concerne la détermination de la capacité portante étudiée dans ce travail.

### Perspectives

Il serait intéressant :

- d'augmenter le nombre de blocs pour affiner les résultats,
- de travailler avec des lignes de rupture courbe, au lieu de segments de droite actuellement,
- de réaliser une campagne expérimentale pour valider cette recherche.

En finalité, la méthode cinématique du calcul à la rupture est un moyen précieux pour résoudre des problèmes complexes, et mériterait d'être mieux connue par son application dans de futures recherches.

## Références bibliographiques

---

- [1] Armour T ., Groneck P.,Keeley J.et Sharma S(2000). Micropile - Design and construction guidelines. Implémentation manuel. Publication FHWA-SA-97-070.
- [2] Baguelin Frank et Jezequel (1975) "Quelques résultats théoriques sur l'essai d'expansion dans les sols et sur le frottement latéral des pieux", Bull. Liaison Labo. P. et Ch. n°78, juil.-août, pp. 131
- [3] Baldi, G.; Belloti, R; Ghionna, V.; Jamiolkowski, M; Pasqualin, E.(1981).Cone résistance of dry medium sand, 10th Int. Conference on SMFE, Stockholm, vol.2 pp.427-432
- [4] Belabed, L. (2007). "New method for determination of the anchor lengths for double-propped retaining wall" Bautechnik 84 (2007) Heft 11, p 803-815 Editor Inter Wiley Science Germany.
- [5] Benyaghla H., (1999). Three-dimensional active and passive earth pressure behind pile and screen by applying the kinematics theory , Thesis of de Magister, University 8 may 45, Guelma, Algeria.
- [6] Biarez, J.; Grésillon, J.M.(1972). Essais et suggestion pour le calcul de force portante des pieux en milieu pulvérulent, Géotechnique, Vol. 22, pp. 433-450.
- [7] Boukhatem G. (2003)" Etude cinématique en calcul a la rupture des fondations superficielles et profondes " - Thèse de Magister, University Mentouri, Constantine, Algerie.
- [8] Caquot, A. and Kérisel, J. (1949).). Treaty of soil mechanics, Gauthier-Villars, Paris (French).
- [9] Cassan.M(1978)"Les essais insitu en mécanique des sols-Tome1:Réalisation et interprétation",Ed.Eyrolles,Paris,458pp.
- [10] Cassan.M(1978)"Les essais insitu en mécanique des sols-Tome2:Application et méthodes de calcul",Ed.Eyrolles,Paris,331pp.
- [11] CEN TC 288 (2002). Projet de norme Européenne. Exécution de travaux géotechniques spéciaux – Micropieux.
- [12] Chen W.F,Rosenfarb.JL.Limit analysis and solution of earth pressure problems soil and Foundation,1973,vol1 3, n°4,pp45-60.
- [13] Chen W.F Limit analysis and soil plasticity, Amsterdam, Elsevier 1975.
- [14] Chen, W.F.(2000), 'Plasticity, limit analysis and structural design', International Journal of solid structures 3781-92.
- [15] Chow Y. (1986). Analysis of vertically loaded pile groups. International Journal for numerical and analytical methods in geomechanics, vol. 10, pp.59-72.

- [16] Colliat-Dangus, J.L. (1986). Comportement des matériaux granulaire sous fortes contraintes. Influence de la nature minéralogique du matériau étudié, Thèse de Doctorat, Université de Grenoble
- [17] Collins, I, F, (1973). "A note on the interpretation of Coulomb's analysis of the thrust on a rough retaining wall in terms of the limit theorems of plasticity theory." *Géotechnique*, London, 24(1), 106-108
- [18] COPREC (1982). Recommandations pour le contrôle de la conception et de l'exécution des micropieux Type II.
- [19] Coulomb C.A. Sur une application des règles de maximis et minimis à quelques problèmes de statistique relatifs à l'architecture. *Acad.RSci.Mém.Math.Phys.*,(1773),7-382.
- [20] De Beer, E.E. (1965). Bearing capacity and settlements of shallow foundations on sand, *Proc. Symp. Bearing Capacity and settlements of Foundation*, Duke University, pp. 15-33
- [21] De Gennaro V. (1999). Etude du comportement mécanique des interfaces sol-structure. Application à l'analyse du comportement des pieux. Thèse de doctorat de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées.
- [22] Desai C., Johnson L. et Hargett C. (1974). Analysis of pile-supported gravity lock. *ASCE*, vol. 100, n° GT9, pp.1009-1029.
- [23] Dessaint, A. (1966). Contribution à l'étude de la force portante limite des fondations profondes en milieu homogène, Thèse de Doctorat, Université de Grenoble
- [24] Detournay, E, Drescher, A. (1993). "Limit load in translational failure mechanisms for associative and non associative materials" *Géotechnique*, London, 43(3), 443-456
- [25] Drucker.D.C,Prager.W,1952 Soil mechanics and Plastic analysis of limit design *Q.Applied Math.*10(2),pp157-165.
- [26] Drucker.D.C,Greenberg.H.J,Prager.W,Extended limit design theorems for continues media.*Q.Appl.Math*,1952.Vol9,pp381-389.
- [27] D.T.U. 13-2 (1978). Travaux de fondations profondes pour le bâtiment.
- [28] D.T.U. 13-2 / Additif (1991). Travaux de fondations profondes pour le bâtiment.
- [29] Dubreucq T. (1998). Renforcement du sol par micropieux. Chargement vertical de réseaux de micropieux en centrifugeuse. Rapport interne du P. N. Forever No FO/96/10.
- [30] Fascicule 62-Titre V (1993). Règles techniques de conception et de calcul des fondations des ouvrages de génie civil. Centre des techniques d'ouvrage d'art, Cahier de clauses techniques générales applicables aux marchés publics de travaux. Ministère de l'Equipement, du Logement et des Transports.

- [31] Francis, R., Canou, J., Dupla J.C. et Le Kouby A. (1997). Essais de chargement de micropieux modèles instrumentés en chambre d'étalonnage : mise en évidence des effets de groupe. Rapport interne du P. N. Forever No FO/96/04.
- [32] Francis R., Canou J., Dupla J.C. et Le Kouby A. (1999). Comportement de micropieux modèles en chambre d'étalonnage sous chargement vertical monotone et cyclique : application aux effets de groupe. Rapport interne du P. N. Forever FO/97/06.
- [33] Foray, P.;Puech, A. (1976). influence de la compressibilité sur la force portante à la rupture des pieux en milieu pulvérulent, Annales de l'Institut Technique du bâtiment et des travaux publics, N° 131
- [34] Foray, P. ( 1991). Approche expérimentale du comportement des fondations profondes, Mémoire d'habilitation a dirigé des recherches, I.N.P.G., Grenoble
- [35] Foray, P.; Balachowski, L. ; Labanieh, S. (1995). Modélisation physique des ouvrages géotechnique en chambre d'Etalonnage, Colloque, Les modèles réduits en génie civil, Nantes – 18 mai 1995
- [36] FOREVER (2002). Document de synthèse et de recommandations du Projet national de recherche sur les micropieux FOREVER (1993-2001), IREX, septembre, 301 pages.
- [37] GRESILLON Jean-Michel (1970) Etude des fondations profondes en milieu pulvérulent. (F.S.U Grenoble)
- [38] Hill. R. (1950) 'The mathematical theory of plasticity', Oxford: Clarendon Press, 356 pp
- [39] Jeong S., Kim S. et Briaud J.L. (1997). Analysis of downdrag on pile groups by finite element method. Computers and geotechnics, volume 21, n°2, pp.143-161.
- [40] Kérisel J.Caquot A (1949). éditions GAUTHIER VILLARS
- [41] Kérisel F, Adam (1962) "Deep foundations annals" of ITBTP
- [42] Lee, I.K.and Herington, J R. (1972).“A theoretical study of the pressures acting on a rigid wall by a sloping earth on rock fill.” Géotechnique, London, 22(1), 1-26
- [43] Lee C.(1993). Pile group settlement analysis by hybrid layer approach. Journal of Geotechnical Engineering division, ASCE, vol. 119, n°6, pp.984-997.
- [44] LE GALL Yves (1965) Contribution à l'étude de la force portante de fondations circulaires peu profondes.(F.S.U Grenoble)
- [45] Léonard 1967 "Les fondations " Dunod .
- [46] Le Long (1968). Contribution à l'étude de propriétés mécaniques des sols sous fortes pressions, Thèse de Doctorat, Université de Grenoble

- [47] Le Tirant, P.; Nauroy, J.F.; Brucy, F.; Berdin, D. (1991). Dimensionnement des pieux de fondation offshore dans les sables denses, Fondations profondes, Actes du colloque organisé par l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Paris
- [48] Lizzi F. (1978). Reticulated root piles to correct landslides, Proceedings, ASCE Annual Meeting, Chicago.
- [49] Lizzi et Carnevale (1979). Les réseaux de pieux racines pour la consolidation des sols. Aspects théoriques et essais sur modèles, Colloque Fondations Profondes, Paris, pp. 317-324.
- [50] Lo (1967). Discussion to paper by Y.O. Beredugo. Canadian Geotechnical journal, Volume 4, pp. 353-354.
- [51] Lysmer, J. (1970) "Limit analysis of plane problems in soil mechanics" J. Soil Mech and Found. Div, ASCE
- [52] Maléki K., Frank R. et Maurel C. (1995). Etude de l'effet de groupe sous charge axiale (Expérimentation de Rueil-Malmaison). Rapport interne du P. N. Forever No. FO/94/02.
- [53] Maleki K. et Frank R. (1997). Une approche pour le calcul des groupes de micropieux chargés axialement. Compte rendus du 14ème Congrès International de Mécanique des Sols et des Travaux de Fondations, Vol2, Balkema, Hambourg.
- [54] Mandel L. Contribution théorique à l'étude de l'écroutissage et des lois de l'écoulement plastique. CR. 11<sup>e</sup> congré. Int. Mec Appl, Munich, 1964, pp. 502-509.
- [55] Mandolini A. et Viggiani C. (1997). Settlement of piled foundations. Géotechnique., vol. 47, n° 4, pp. 791-816.
- [56] Meksouine Mr., Kastner R., Bourdeau Y. (1992). - "Experimental and theoretical Approach of the three-dimensional active earth pressure" - Conference Structure and Mechanical Behavior of Géomatériaux, Nancy, France
- [57] Mestat P. (1997) "Maillage d'éléments finis pour les ouvrages de géotechnique, conseils et recommandations" Bulletin des laboratoires des ponts et chaussées, N°212, Novembre-décembre pp. 39-64.
- [58] Mestat Ph. (1999). Modélisation des fondations profondes. Ouvrages en interaction. Edition Hermès. pp. 69-126.
- [59] Meyerhof, G.G. (1976). Bearing capacity and element of pile foundations, Journal of Geotechnical Engineering Division, Vol. 102, No. GT3
- [60] Michalowski, R.L. (1999). "Closure on Stability of uniformly reinforced slopes" J. Geotech and Geoenviron, Engng, ASCE, 125(1), 81-86
- [61] Mindlin R. (1936). Force at a point in the interior of a semi-infinite solid. Physics, vol 7, pp. 195-202.

- [62] Mroz, Z, and Drescher, A (1969). "Limit plasticity approach to some cases of flow of bulk solids". J Engrg, Ind.
- [63] NEGRE Robert (1968) Contribution à l'étude de l'équilibre limite des sols et des matériaux pulvérulents et cohérents. (FSU Gr.)
- [64] O'Neill M.W, Ghazzaly O. et HA H. (1977). Analysis of three dimensional pile groups with nonlinear soil response and pile-soil-pile interaction. Proceeding of the 9th offshore technology conference, Houston, Texas, pp.245-256.
- [65] O'Neill M.W,(1981)"Field Study of pile Group action(volume1)"Report NFHWA/RD-81/001,interim report,march.
- [66] O'Neill M.W (1983). Group action in offshore piles. Proceedings. ASCE Conference, Geotechnical Practice in offshore Engineering, Austin, pp. 25-64.
- [67] O'Neill, M.W. et Dunnivant T.W.(1985) »An evaluation of the behaviour and Analysis of laterally loaded piles Groups"Research report N° UHCE 85-11, University of Houston,177p.
- [68] O'Neill, M.W. (1991). Houston's calibration chamber: case histories, Proc. 1st Int. Conf. on Calibration Chamber Testing, Clarkson Univ., USA
- [69] Ottaviani M. (1975). Three dimensional finite element analyses of vertically loaded pile groups. Géotechnique, vol. 25, n°2, pp.159-174.
- [70] Parkin, A. K. (1978). "Coefficient of consolidation by the velocity method." Géotechnique, London, 28(4), 472-474.
- [71] Pello T., Plumelle, C. et Raynaud D. (1995). Expérimentation en vraie grandeur de groupes de micropieux. Réalisation des micropieux. Rapport interne du P. N. Forever No. FO/94/05.
- [72] Philipponat (1979) 'Foundation and earthen structures', Eyrolles, Paris
- [73] Plumelle, C., Pello, T. et Raynaud, D. (1995). Expérimentation en vraie grandeur de groupes de micropieux. Construction du site d'essais. Rapport interne du P. N. Forever No. FO/94/01.
- [74] Plumelle C. et Raynaud D. (1996). Essais de chargement des micropieux isolés et des groupes. Rapport interne du P. N. Forever No FO/95/03.
- [75] Poulos H. et Davis E. (1990). Pile foundation analysis and design. Robert Krieger publishing company. Florida.
- [76] Poulos H. (1968). Analysis of the settlement of pile groups. Géotechnique, vol. 18, pp.449-471.
- [77] Prandtl,G.(1921).Eindringungsfestigkeitand festigkeit von sneiden,Angew.Math.U.Mech.15.1

- [78] Preesley J. et Poulos H. (1986). Finite element analysis of mechanisms of pile group behavior. *International Journal for numerical and analytical methods in geomechanics*, vol.10, pp. 213-221.
- [79] Radenkovic.D, Théoremes limites pour un matériau de Coulomb à dilatation non standardisée.C.R.A.C.SC.Paris 1960,t252,p4130-4140.
- [80] Randolph M. (1994). Design methods for pile groups and piled rafts. XIII International Symposium of Soil Mechanics and Foundation Engineering, New Delhi, India, pp.61-82.
- [81] Randolph M. et Wroth C. (1978). Analysis of deformation of vertically loaded piles. *Journal of Geotechnical Engineering Div., ASCE*, vol. 104, n°GT12, pp.1465-1488.
- [82] Robinsky, E.I.; Morrison C.F. (1964). Sand displacement and compaction around model friction piles, *Canadian Geotechnical Journal*, Vol. 1, n°2, pp. 81-93
- [83] Salençon.J,1974,théorie de la plasticité pour les applications à la mécanique des sols,Eyrolles,Paris.
- [84] Schad H. (1992). Numerical analysis of multi-storey buildings founded on Frankfurt clay. *Proceedings of the 2nd Czechoslovak Conference on numerical Methods in Geomechanics*, Prague.
- [85] Sokolovski, v.v. (1960) *Static of granular media*,Butterworck's London
- [86] SoubraA.-H(1997) Seismic bearing capacity of shallow strip footing in seismic conditions.*Geotech.Engrg.,Ice.London*,vol.125,N°4,230-241-
- [87] SOUBRA A.-H. - REGENASS P. (2000) Three-dimensional passive earth pressures by kinematical approach. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, ASCE, Vol. 126, N°11, 969-978.
- [88] Tcheng Y (1966) "Deep foundations in the powder at various compacity (annals of the Institute of building and public works No. 219-220 pp 331-360"
- [89] Terzagui, K., and PecK, R.B. *Soil mechanics in Engineering practice*, John Wiley and Sons, New York 1943
- [90] Terzaghi K. (1951) *Mécanique théorique des sols* aux éditions DUNOD
- [91] Vesic (1969). Experiment with Instrumented pile groups in sand. *ASTM Special Technical Publication No. 444*, pp. 172-222.
- [92] Vesic, A.S. (1972). Expansion of cavities in infinite soil mass, *Journal of Soil Mechanics and Foundation Division*, N°25
- [93] Zakerzadeh, N, Fredlund, D, G and Pufahl, D, E. (1999). "Interslice force functions of computing active and passive earth force" *Can.Geotch. J*, Ottawa, 36(6) 1015-1029.