

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية  
REPUBLICQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي  
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE  
SCIENTIFIQUE



جامعة باجي مختار - عنابة  
UNIVERSITE BADJI MOKHTAR - ANNABA  
FACULTE DES SCIENCES  
DEPARTEMENT DE PHYSIQUE  
LABORATOIRE : ELABORATION ET ANALYSE DES  
MATERIAUX



**THÈSE**

Présentée en vue de l'obtention du diplôme de DOCTORAT  
Option : Physique des matériaux et nano matériaux pour l'optoélectronique

**THEME**

*Etude et modélisation de la dynamique de  
propagation des solitons dans un milieu non linéaire*

Présentée par : BOUFAS Houria

Directeur de thèse : DAOUI Abdelkader. Directeur de recherche : Unité de recherche en Mines et  
Métallurgie - URMM –  
Annaba/CRTI

**Membres de Jury:**

Président :	GHELDANE Farid	Professeur	Université – UBMA –Annaba
Co-directeur :	DRICI Abdelaziz	Professeur	Université – UBMA –Annaba
Examineurs :	MERADJI Hocine	Professeur	Université – UBMA - Annaba
	BOUGUERRA Abdesselam	Professeur	Université– MCM–Souk Ahrass
	MESSOUBER Abdelouahab	M.C.A	Université– MCM–Souk Ahrass
Membre invité :	TRIKI Houria	Professeur	Université – UBMA –Annaba

Soutenue le 13/11/2024

## ملخص

تتناول الدراسة المقدمة في هذه الأطروحة دراسة وجود وخصائص انتشار الموجات المنفردة السوليتونية من جهة في اوساط غير متجانسة مع تاثيرت غير خطية ذات درجة تكعيبية-خماسية مثل الألياف البصرية ، ومن جهة اخرى في اوساط غير خطية وغير متجانسة ذات تاثير شديد التشتت و شديد اللاخطية مثل جزيئات البروتين. نركز بشكل خاص على إظهار ديناميك انتشار موجة البيوسوليتون والتي يتم وصفها رياضيا بواسطة معادلة شرودنجر غير الخطية من الرتبة الرابعة ذات المعاملات المتغيرة. النموذج المستخدم يصف نقل الطاقة البيولوجية داخل جزيئات البروتينات  $\alpha$  hélice غير المتجانسة. لقد اعتبرنا بشكل خاص ان المعادلة من الرتبة العليا والتي يمكن ان ترى انها امتدادا لمعادلة شرودنجر غير الخطية النموذجية والتي تحتوي على تاثيرات التشتت من الرتبة الرابعة، واللاخطية من الرتبة الخامسة، والتاثيرات اللاخطية اللازمة للموجات القصيرة. قمنا باقتراح حل على شكل موجة منفردة معقدة لهذه المعادلة التي غير قابلة للتكامل والذي يمثل على شكل تراكب لثلاثة موجات انفرادية وهي موجة مضيفة، موجة مظلمة وموجة ثنائية القطب مع حد غير معدوم وذلك عندما يؤول متغير الزمن إلى ما لانهاية. أظهرت النتائج المتحصل عليها أن الموجات الموضعية من نوع موجة انفرادية رمادية، ثنائية القطب و ثلاثية القطب يمكن أن تنتشر في هذا الوسط غير الخطي. من أجل التحكم في ديناميك انتشار الموجات الانفرادية التي تم الحصول عليها بطريقة فعالة، اعتبرنا عدة أشكال مختلفة للمتغيرات المكانية بالنسبة للمعاملات الفيزيائية. بالإضافة إلى ذلك، قمنا بتحليل الرقمي لاستقرار الحلول الموجية المتحصل عليها من نوع الموجة المنفردة ثلاثية القطب وذلك تحت تأثير اضطرابات ابتدائية محدودة. أظهرت النتائج الرقمية أن إضافة كمية صغيرة من الضوضاء العشوائية لا يمكن أن تؤثر على السمة الرئيسية للموجة المنفردة ثلاثية القطب والتي ظلت دون تغيير أثناء انتشارها على طول اتجاه الانتشار.

أخيراً، تم تبين عملية التصادم لموجتين منفردتين ثلاثيتين القطب متشابهتين باستخدام محاكاة رقمية وذلك من اجل شكل دوري لمعامل عدم تجانس الوسط وسرعة المجموعة النسبية. أثبتت النتائج أن عدم تجانس الوسط هو المسؤول عن انتقال الطاقة بين هاتين الموجتين المنفردتين المتصادمتين. يمكن أن تكون النتائج التي تم الحصول عليها في هذا العمل أداة قيمة لمزيد من البحث حول تكوين، انتشار وتصادم الموجات المنفردة في الوسائط غير الخطية وغير المتجانسة.

## *Abstract*

The study presented in this thesis aims to study the existence and propagation properties of solitary waves in two inhomogeneous mediums. Firstly, we have studied it in mediums presenting a quintic cubic nonlinearity effects such as optical fiber and as a second step for a strongly dispersive and strongly nonlinear inhomogeneous nonlinear medium such as protein molecules. We focus more particularly on presenting the propagation dynamics of the biosoliton which is described by the fourth-order nonlinear Schrödinger equation with variable coefficients. The model used here governs the transport of biological energy within inhomogeneous alpha helical proteins medium. We particularly considered the higher-order equation which can be seen as an extension of the standard nonlinear Schrödinger equation including the fourth-order dispersion terms, fifth-order nonlinearity and nonlinear terms which are necessary for sufficiently short pulses. For this non-integrable equation, we adopted a complex solitary wave solution in the form of a superposition of three solitons : bright, dark and dipole soliton with a non-zero limit as the time variable tends to infinity. The results obtained showed that the localized waves of gray, dipole and tripole soliton can propagate and exist in this nonlinear medium. To control the propagation dynamics of the obtained solitons in an efficient way, we considered different forms of spatial variations of the physical parameters. In addition, we numerically analyzed the stability of our tripole soliton-type solutions under the effect of finite initial perturbations. The numerical results showed that the addition of a small amount of random noise could not influence the main character of the tripole soliton which remained unchanged during its evolution along the propagation direction.

Finally, the collision between two similar tripole-managed solitons was explored by numerical simulation for periodic form of medium inhomogeneity and relative group velocity. The results show that the inhomogeneity is responsible for the energy transfer between these colliding solitons. The obtained results in this work could be a valuable tool for further research on the formation, propagation and collision of solitary waves in inhomogeneous nonlinear media.

## *Résumé*

L'étude présentée dans cette thèse a pour objectif d'étudier l'existence et les propriétés de propagation des ondes solitaires se propageant d'une part dans des milieux inhomogènes avec une non-linéarité cubique quintique tel que la fibre optique et d'autre part dans des milieux non linéaires inhomogène fortement dispersif et fortement non linéaire tel que les molécules des protéines. Nous nous focalisons plus particulièrement à montrer la dynamique de propagation du biosoliton qui est décrit par l'équation de type Schrödinger non linéaire du quatrième ordre à coefficients variables. Le modèle utilisé gouverne le transport de l'énergie biologique à l'intérieur des protéines hélicoïdales alpha inhomogène. Nous avons considéré en particulier l'équation d'ordre supérieur qui peut être vue comme une extension de l'équation de Schrödinger non linéaire standard incorporant des termes de dispersion de quatrième ordre, la non-linéarité de cinquième ordre et les termes non linéaires qui sont nécessaires pour décrire les impulsions suffisamment courtes. Nous avons adopté pour cette équation non intégrable une solution d'onde solitaire complexe sous la forme d'une superposition de trois solitons : brillant, noir et dipôle avec une limite non nulle lorsque la variable du temps tend vers l'infini. Les résultats obtenus ont montré que des ondes localisées de type solitons gris, dipôles et tripôles peuvent se propager dans ce milieu non linéaire. Pour contrôler la dynamique de propagation des solitons obtenus d'une manière efficace, nous avons considéré différentes formes de variations spatiales des paramètres physiques. De plus, nous avons analysé numériquement la stabilité de nos solutions de type soliton tripôles sous l'effet de perturbations initiales finies. Les résultats numériques ont montré que l'addition d'une petite quantité de bruit aléatoire n'avait pas d'influence sur le caractère principal du soliton tripôles, qui est resté inchangé au cours de son évolution le long de la direction de propagation.

Enfin, le processus de collision de deux solitons tripôles similaires est exploré numériquement pour une forme périodique de l'inhomogénéité du milieu et de la vitesse de groupe relative. Les résultats ont prouvé que la non-homogénéité est responsable du transfert d'énergie entre ces solitons en collision. Les résultats obtenus dans ce travail pourraient constituer un outil précieux pour d'autres recherches portant sur la formation, la propagation et la collision d'ondes solitaires dans des milieux non linéaires inhomogènes.

## **Remerciement**

*Grace à Allah tout puissant, j'ai réussi à mener à bien ce modeste travail.*

*Je tiens avant tout à exprimer ma gratitude envers mon directeur de thèse Dr DAOUI Abdelkader directeur de recherche à l'Unité de recherche en Mines et Métallurgie – URMM-Annaba/CRTI de m'avoir confié ce sujet enrichissant. Je le remercie également pour ses précieux conseils dans la réalisation de ce travail, sa disponibilité et son soutien indéfectible tout au long de ces années de recherche. Je le remercie de sa patience, ces encouragements. J'admire particulièrement son dynamisme et sa compétence, je suis profondément admiratif de sa rigueur et de son attention aux détails. Ses qualités professionnelles et humaines constituent pour moi un modèle à suivre.*

*Ensuite, je souhaite exprimer mes sincères remerciements à mon co-directeur de thèse Abdelaziz DRICI professeur à l'université de Badji Mokhtar Annaba, pour son assistance, ses conseils et sa disponibilité tout au long de ce travail.*

*Je veux adresser toute ma reconnaissance aux membres de jury à commencer par le professeur GHELDAN Farid professeur à l'université de Badji Mokhtar Annaba d'avoir pris le temps de présider mon jury de thèse et d'avoir consacré son temps précieux à la soutenance de ma thèse. Je remercie également le professeur MERADJI Hocine professeur à l'université de Badji Mokhtar Annaba d'avoir bien voulu examiner ce travail et de faire partie du jury de ma soutenance. Je tiens à remercier le professeur BOUGUERRA Abdesselam professeur à l'université de Mohamed Cherif Messaidia- Souk Ahras et monsieur Abdelouahab MESSOUBER maître de conférences A à l'université de Mohamed Cherif Messaidia- Souk Ahras d'avoir accepté de se déplacer depuis leurs universités pour examiner soigneusement ce travail de thèse.*

*Je voudrais également remercier plus spécialement le professeur Houria TRIKI professeur à l'université de Badji Mokhtar d'Annaba pour m'avoir apporté son assistance et aidé à chaque fois que je venais la voir, ainsi que pour son accessibilité, gentillesse, qualités humaines, sa modestie et sa compétence inégalables.*

*Parmi les personnes qui ont contribué à mon succès, je tiens à distinguer mes frères et sœurs, qui ont toujours été là pour moi, pour me soutenir et me reconforter. Je tiens à les remercier aussi pour leurs encouragements subtils et leur présence constante qui ont joué un rôle important dans mon succès. Ils ont toujours su comment me faire rire et me détendre, même dans les moments les plus difficiles. Ils*

*ont toujours été là pour moi, pour me prodiguer des conseils et me partager leurs expériences. Merci à ma famille.*

# ***TABLE DES MATIÈRES***

ملخص

Abstract

Résumé

Remerciement

Table des matières

Symboles et abréviation

Liste des figures

Introduction générale

1

Chapitre I *Notions de base de l'optique non linéaire*

9

I.1- Introduction

10

1.2-Matériau diélectrique

10

I.3- Origine de l'optique non linéaire

11

I.3.1-Polarisation linéaire

11

I.3.2-Polarisation non linéaire

12

I.4. Equation de propagation non linéaire

13

I.5-Effets non linéaires

14

I.5.1- Effets non linéaire de deuxième ordre

14

I.5.1.1-Génération de la seconde harmonique

15

I.5.1.2- La génération de somme de fréquence

18

I.5.1.3- Génération de la différence des fréquences

18

I.5.1.4- Mélange paramétrique

19

I.5.1.5- Oscillation paramétrique

20

I.5.2-Effets non linéaire de troisième ordre

21

I.5.2.1-Effet Kerr optique

21

I.5.2.2-Auto-modulation de phase

22

I.5.2.3- Modulation de phase croisée

23

I.5.2.4-Mélange à quatre ondes

24

I.5.2.5-Auto-focalisation

25

I.5.3- Diffusion stimulée

26

I.5.3.1- Diffusion Raman stimulée

26

I.5.3.2-Diffusion Brillouin Stimulée

27

I.6- Conclusion

29

Références

30

*Chapitre II* Solitons : Existences et applications

32

II.1-Introduction	33
II.2-Histoire du monde solitonique	34
II.3-Définition d'un soliton	35
II.4- Solitons et domaines d'existence	35
II.4.1- Solitons hydrodynamiques	35
II.4.1.a-Vagues scélérates	36
II.4.1.b-Vagues mascarets	37
II.4.2- Solitons porteurs de l'information	37
II.4.3-Solitons et la télécommunication	38
II.5-Différents types des solitons	38
II.5.1-Solitons spatiaux	39
II.5.1.1-Les solitons fondamentaux	39
II.5.1.2-Les solitons Kerr	41
II.5.2-Les solitons temporelles	41
II.5.2.1-Evolution des soliton temporel	42
II.5.2.1.a- Soliton temporelle brillant	43
II.5.2.1.b- Soliton temporelle noire	44
II.5.3- Solitons spatio-temporelle	44
II.6-Interaction des solitons	45
II.6.1-Interaction par choc (collision)	46
II.6.2-Interaction par attraction	48
II.6.3-Interaction par répulsion	48
II.6.4-Interaction du glissement	48
II.7-Equation de Schrödinger non linéaire d'ordre élevé	48
II.7.1- Solutions des ondes solitoniques	49
II.7.1.1- Soliton dipôle	49
II.7.1.2- Soliton combo	50
II.7.1.3-Soliton multipôle	51
II.8-Bioénergie et bio soliton	52
II.8.1- Protéine	53
II.8.1.1-Structures des protéines	53
II.8.2- Protéine Hélices $\alpha$	55

II.8.3-Bioénergie et solitons	57
II.8.3.1-Modèle de Davydov	57
II.8.3.2-Modèle de Pang	58
II.8.3.3-Modèle de Takeno	59
II.8.3.4-Modèle de Yomosa	59
II.9- Conclusion	59
Références	61
<i>Chapitre III Equations modèles des solitons</i>	64
III.1- Introduction	65
III.2-Modèles d'équations non linéaires de propagation des solitons	66
III.2.1-Equation de Korteweg de-Vries	66
III.2.2- Equation de Sine- Gorden	67
III.2.3- Equation de Davydove	68
III.2.4- Equation de Schrödinger non linéaire	70
III.3- Les lois de conservation	74
III.3.1- Lois de conservation de l'énergie	75
III.3.2- Lois de Conservation du moment	75
III.3.3- Lois de conservation de l'Hamiltonien	76
III.4- Méthodes de résolution des équations non linéaires	76
III.4.1- Méthode analytique	77
III.4.1.1- Méthode de la tangente hyperbolique (tanh)	77
III.4.2- Méthode numérique	78
III.4.2.1-Méthode de la transformation à pas divisé (Split-Step Fourier)	78
III.5- Influence des effets linéaires et non linéaires sur la propagation des solitons	80
III.5.1-Milieu purement linéaire (Dispersif)	81
III.5.1.1-Influence de la dispersion du deuxième ordre	81
III.5.1.2-Influence de la dispersion du troisième ordre (TOD)	82
III.5.2- Milieu purement non linéaire	86
III.5.2.1-Influence de l'effet Kerr	86
III.5.2.2- Influence de l'effet non-Kerr	89
III.6- Conclusion	92

Références	93
<i>Chapitre IV Dynamique de propagation non linéaire des solitons dans des milieux inhomogène</i>	96
IV.1-Introduction	97
IV.2-Les milieux homogènes et non homogènes	98
IV.3- Etude de la dynamique des solitons des milieux inhomogènes avec une non-linéarité cubique quinitique	99
IV. 3.1- Modèle d'équation	99
IV.3.2-Solution d'onde solitaire	100
IV.4-Impact de la variation spatial des paramètres du milieu sur la propagation du soliton	103
IV.4.1- Impact de l'effet de la dispersion de la vitesse de groupe	103
IV.4.2- Impact de l'effet de la perte	104
IV.4.3-Cas particulier : influence du signe de l'amplitude	106
IV.5-Etude de la dynamique des solitons dans des milieux non linéaires inhomogène fortement dispersif et fortement non linéaire	108
IV.5.1-Modèle d'équation	108
IV.5.2- Solutions solitons	109
IV.5.2.1- Solution soliton gris	110
IV.5.2.2- Soliton tripolaires	112
IV.5.2.3- Solution soliton dipôle	114
IV.7- Interaction des solitons par collision	117
IV.8-Conclusion	118
Références	120
Conclusion générale	122

## *Symboles et Abréviation*

<b>PNL</b>	Optique Non Linéaire.
<b>P<sub>NL</sub></b>	Polarisation Non Linéaire.
<b>P<sub>N</sub></b>	Polarisation Linéaire
<b>GSH</b>	Génération du second harmonique.
<b>AP</b>	Accord de phase.
<b>DP</b>	Désaccord de phase.
<b>OPO</b>	Oscillateur paramétrique optique.
<b>GSF</b>	Génération de la somme des fréquences.
<b>GDF</b>	Génération de la somme des fréquences.
<b>SPM</b>	Auto-modulation de phase.
<b>XPM</b>	Modulation de phase croisée.
<b>FWM</b>	Mélange à quatre ondes.
<b>SRS</b>	Diffusion Raman stimulée.
<b>SBS</b>	Diffusion Brillouin stimulée.
<b>WDM</b>	Multiplexage en longueur d'onde.
<b>KdV</b>	Equation de Korteweg de-Vries.
<b>ESNL</b>	Equation de Shrödinger non linéaire.
<b>ESNLOS</b>	Equation de Shrödinger non linéaire d'ordre supérieur.
<b>SSF</b>	Méthode de Fourier à pas divisé.
<b>GVD</b>	Dispersion de la vitesse du groupe.
<b>TOD</b>	Dispersion d'ordre trois.
<b>ADN</b>	Acide nucléiques désoxyribonucléique.
<b>ARN</b>	Acide nucléiques ribonucléique.
<b>ATP</b>	Adénosine tri phosphate.
<b><math>\vec{B}</math></b>	Vecteur du champ magnétique.
<b><math>\vec{E}</math></b>	Vecteur du champ électrique.
<b><math>\vec{H}</math></b>	Vecteur de l'induction magnétique.
<b><math>\vec{j}</math></b>	Vecteur de la densité de courant.
<b><math>\vec{M}</math></b>	Vecteur de polarisation magnétique.
<b><math>\chi^1</math></b>	Tenseur de la successibilité linéaire.
<b><math>\chi^2</math></b>	Tenseur de la successibilité quadratique.

$\chi^3$	Tenseur de la successibilité d'ordre trois.
$\vec{k}$	Vecteur de l'onde.
$L_c$	Longueur de cohérence.
$n$	Indice de réfraction.
$n_c$	Indice de réfraction du cœur de la fibre.
$\phi_{NL}$	Phase non linéaire.
$A_{eff}$	Air effectif du mode fondamental.
$L_{eff}$	Longueur effective de la fibre optique.
$\Omega_r$	Décalage Raman.
$L_{NL}$	Longueur de la non-linéarité.
$L_D$	Longueur de la dispersion.
$\beta_2$	Coefficient de la dispersion du deuxième ordre.
$\beta_3$	Coefficient de la dispersion du troisième ordre.

## Liste des figures

<b>Figure I.1</b>	La composition moléculaire diatomique d'un milieu diélectrique.	11
<b>Figure I.2</b>	Illustrations schématique approximative du mouvement oscillatoire des charges à l'intérieur d'un milieu diélectrique soumis à un champ électromagnétique.	12
<b>Figure I.3</b>	Représentation schématique des moments dipolaires électriques des atomes se combinent pour former un champ électrique dans le milieu diélectrique.	13
<b>Figure I.4</b>	Principe de la seconde harmonique dans un cristal (a) Géométrie, (B) Diagramme d'énergie.	15
<b>Figure I.5</b>	Processus de désaccord et d'accord de phase.	18
<b>Figure I.6</b>	Processus de la génération de la différence des fréquences a) Principe de ce processus, b) diagramme d'énergie.	19
<b>Figure I.7</b>	Schéma descriptif du processus de mélange paramétrique.	20
<b>Figure I.8</b>	Schématization de principe d'oscillateur paramétrique.	21
<b>Figure I.9</b>	Schéma représentatif d'élargissement spectral résultant de l'auto-modulation de phase dans des fibres optiques non-linéaires.	23
<b>Figure I.10</b>	Schématization du processus de mélange à quatre ondes : a) avec deux pompes b) avec une seule pompe.	25
<b>Figure I.11</b>	Processus d'auto-focalisation généré par l'effet Kerr.	26
<b>Figure I.12</b>	Schéma technique de l'effet Raman.	27
<b>Figure II.1</b>	Image d'un soliton hydrodynamique.	35
<b>Figure II.2</b>	Les vagues scélérates : a) la grande vague scélérate dans Kanagawa, b) : La vague Observé par Trinidad Head en 1914, Californie.	36
<b>Figure II.3</b>	Les vagues Mascaret : a) Vague mascaret appel "Seven Ghosts" sur la rivière Indonésienne Bono, b) Propagation d'une vague mascaret sur la rivière Winste en Angleterre.	37
<b>Figure II.4</b>	Evolution d'un soliton fondamental brillant dans une fibre.	44

<b>Figure II.5</b>	Evolution d'un soliton noir dans une fibre optique.	45
<b>Figure II.6</b>	Schématisme du soliton spatio-temporel.	46
<b>Figure II.7</b>	Interaction de deux solitons voisins avec une distance constante de $170L_D$ et une distance de séparation : $q_0 = 3.5$ , a) $r = 1, \theta = 0$ b) $r = 1, \theta = \frac{\pi}{4}$ , c) $r = 1, \theta = \frac{\pi}{2}$ , d) $r = 1, \theta = 0$ .	48
<b>Figure II.8</b>	Variation de l'intensité d'un soliton dipôle en fonction du temps	51
<b>Figure II.9</b>	Variation de l'intensité d'un soliton combo en fonction du temps.	52
<b>Figure II.10</b>	Les différentes formes des solitons issues des recherches de Triki et ses collaborateurs : (a) soliton de forme W, (b) en vert pointée le soliton tripôle /en rouge le soliton de cinquième ordre.	53
<b>Figure II.11</b>	Représentation des différents types de structures des protéines.	56
<b>Figure II.12</b>	Structure d'hélice- $\alpha$ .	57
<b>Figure II.13</b>	Représentation schématique illustrant la production de l'ATP dans les molécules des protéines.	58
<b>Figure III.1</b>	Propagation d'un soliton KdV donné par l'équation (III.3).	67
<b>Figure III.2</b>	Evolution du soliton donné par l'équation (III.5) : (a) Soliton kink (b) Soliton anti-kink.	68
<b>Figure III.3</b>	Evolution d'un soliton : a) soliton brillant, b) soliton noir.	74
<b>Figure III.4</b>	Principe de la méthode SSF pour résoudre numériquement l'équation ESNL.	79
<b>Figure III.5</b>	a) Dynamique d'une impulsion gaussienne dans un milieu caractérisé par une dispersion chromatique sachant que $T_0 = 10\text{ps}, \gamma = 0$ et $\beta_2 = -20(\text{ps}^2\text{km}^{-1})$ avec une longueur d'onde $1,55\mu\text{m}$ b) des courbes à trois et deux dimensions respectivement.	83
<b>Figure III.6</b>	Influence de la dispersion du troisième ordre (TOD) sur la dynamique d'une impulsion gaussienne avec $\lambda = 1,55\mu\text{m}$ : a) évolution de l'impulsion pour $T_0 = 10\text{ps}, \gamma = 0, \beta_0 = 0, \beta_3 = +1 (\text{ps}^3\text{km}^{-1})$ , (b) forme de l'impulsion pour $z=10L'_d$ et $\beta_3 > 0$ relativement à l'impulsion initiale.	86
<b>Figure III.7</b>	Variation de la phase non linéaire d'une impulsion super gaussienne $\Phi_{NL}$ pour $m=1, m=2, m=3$ et $m=4$ . en fonction de $T/T_0$ .	88

<b>Figure III.8</b>	Variation du chirp d'une impulsion super gaussienne pour $m=1, m=2, m=3$ et $m=4$ par rapport à $T/T_0$ .	88
<b>Figure III.9</b>	Evolution de la phase non linéaire d'une impulsion super gaussienne pour différentes valeurs de « m ».	91
<b>Figure III.10</b>	Evolution du glissement de fréquence « chirp » d'une impulsion super gaussienne pour 4 valeurs de m.	92
<b>Figure IV.1</b>	Evolution d'un soliton brillant donné par l'équation (IV.25) pour $\Gamma(z) = 0$ $\eta_c = 1, \lambda_0 = -\rho_0 = 0.01, \gamma_0 = 1$ et $k_c = 1/2$ : a) $\gamma_1 = \gamma_0 z^3$ . c) $\gamma_1 = \gamma_0 z^2$ b) profils du soliton correspondants	102
<b>Figure IV.2</b>	Evolution d'un soliton brillant donné par l'équation (IV.25) pour. $H_c = 1$ $\lambda_0 = -\rho_0 = 0.01, \gamma_0 = 1$ et $k_c = 1/2$ et $\gamma_1 = \gamma_0 z^3$ : a) $\Gamma(z) = 0.04$ et b) $\Gamma(z) = -0.04$ b) profils du soliton correspondants	103
<b>Figure IV.3</b>	Evolution d'un soliton brillant donné par l'équation (IV.25) pour. $H_c = 1$ $\lambda_0 = -\rho_0 = 0.01, \gamma_0 = 1$ et $k_c = 1/2$ et $\gamma_1 = \gamma_0 z^2$ : a) $\Gamma(z) = 0.04$ et b) $\Gamma(z) = -0.04$ . b) profils du soliton correspondants.	104
<b>Figure IV.4</b>	Evolution d'un soliton donné par l'équation (IV.25) pour : $\eta_c = 1$ $\Gamma(z) = 0, \gamma_0 = 1$ et $k_c = 1/2$ a) $\lambda_0 = -\rho_0 = 0.01$ et $\gamma_1 = \gamma_0 z^3$ b) $\lambda_0 = \rho_0 = 0.01$ et $\gamma_1 = \gamma_0 z^2$ b) profils du soliton correspondant	105
<b>Figure IV.5</b>	Evolution d'un soliton gris : (a) parabolique, (b) périodique donné par la solution (IV.65) avec : $\chi(z) = 0.04z^2$ (a) et $\chi(z) = 2\sin(0.2z)$ (b)	110
<b>Figure IV.6</b>	Evolution d'un soliton trîpole : (a) parabolique, (b) périodique donné par la solution (IV.73) avec : $\chi(z) = 0.04 z^2$ (a) , (b) $\chi(z) = 2\sin(0.2 z)$ .	112
<b>Figure IV.7</b>	Evolution d'un soliton dipôle en fonction de la distance z avec (a) Le déphasage et $\chi(z) = 2\text{sech}(z) - 1$ , (b) Le profil du soliton et $\chi(z) = 2\sin(0.2z)$	114
<b>Figure IV.8</b>	La dynamique de deux solitons en collision de la solution (IV.74) avec une Séparation $q_0 = 3$ et une phase relative $\theta=0$ . Les paramètres adoptés sont les mêmes que dans la figure (IV.5.b)	115
<b>Figure IV.9</b>	La dynamique de deux solitons en collision de la solution (IV.74) avec une séparation $q_0 = 3$ et une phase relative $\theta=0$ . Les paramètres adoptés sont les mêmes que dans la figure (IV.6.b).	117

A decorative graphic of a scroll with a blue outline and grey shading at the corners, framing the text.

# **Introduction générale**

Le progrès scientifique impose l'adoption des choix et des stratégies inédits contrastant fortement avec les systèmes de l'optiques avancés [1]. Cela se traduit par l'utilisation des systèmes et des techniques novateurs [2]. Ces dernières années, la miniaturisation des dispositifs pour applications photoniques a connu un essor considérable grâce aux progrès dans l'étude de l'interaction lumière-matière qui ouvrent la voie à des nouvelles applications particulièrement dans le domaine de l'optique non linéaire [3].

L'optique non linéaire (ONL) est un domaine dont l'apparition remonte à 1961 juste après l'invention révolutionnaire du premier laser à rubis par Maiman en 1960 [4]. Ces premiers travaux ont permis de bien comprendre et d'analyser le phénomène des interactions non linéaires entre la lumière intense et la matière. En outre, la première observation expérimentale du doublement de la fréquence du laser à rubis par Franken a constitué une avancée majeure permettant de développer une multitude d'applications dans ce vaste domaine [5]. Cette observation a conduit à la compréhension du phénomène de la génération des fréquences que ce soit la somme des fréquences ou leurs différences. Une autre percée radicale dans ce domaine a été la découverte en 1845 du « *Le soliton* », qui a été observé pour la première fois par le physicien Ecossais John Scott Russell. Ce dernier affirme que la forme d'une vague générée par un mouvement brusque d'une barque peut rester intacte sur de longues distances [6]. Cette vague était appelée une onde solitaire de type hydrodynamique. Deux décennies plus tard, Bazin et Darcy ont réalisé des études similaires en France dans le canal de Bourgogne près de Dijon sur les ondes hydrodynamiques pour montrer que ce type d'ondes a une résistance étonnante au phénomène de dispersion qui conduit habituellement à un étalement des vagues [7]. L'explication des propriétés de ces ondes n'a été possible qu'en 1965 grâce à la description mathématique de N. J. Zabusky et M. D. Kruskal qui ont également introduit le terme "soliton" pour désigner ce nouveau type d'ondes [8]. Le soliton est une onde unique se distinguant par sa capacité à se propager sur de grandes distances théoriquement infinies sans se déformer et à conserver une stabilité exceptionnelle malgré la présence de perturbations [9]. Ce concept n'est pas limité à l'étude des ondes hydrodynamiques mais s'étend à divers domaines de la physique comme par exemple la propagation des ondes dans les fibres optiques, les plasmas astrophysiques [10], la mécanique [11], le condensateur de Bose Einstein [12], la mécanique des fluides [13] ainsi que la dynamique de transfert et de stockage de l'énergie dans les macromolécules biologiques et les molécules de protéines (alpha hélice) [14]. Les solitons trouvent aussi dans le domaine des transmissions dans les réseaux optiques de télécommunications où des nombreux travaux théoriques et expérimentaux ont été consacrés aux solitons optiques grâce à leur potentiel

caractéristiques pour améliorer les performances des communications longue distance[6]. En 1973, une découverte importante a été faite dans le domaine de la fibre optique grâce aux travaux de deux chercheurs Hasegawa et Tappert [15] où ils ont démontré que la dispersion de vitesse de groupe (GVD) est considéré comme un obstacle majeur pour la transmission de signaux sur de longues distances et elle peut être parfaitement compensée par l'auto-modulation de phase (SPM). Cette étude sur les solitons optiques a été confirmée par la démonstration expérimentale par Molletonner et ses collaborateurs en 1980 [16]. Théoriquement, l'étude de la propagation de ce type des solitons dans une fibre optique dispersive non linéaire est gouvernée par l'équation de Schrödinger NL complètement intégrable. Cette équation admet deux types de solutions solitons : brillante et noire où ils correspondent aux régimes dispersifs anormal et normal, respectivement[16]. Lorsque les impulsions optiques sont ultracourtes, l'équation SNL standard n'est plus suffisante où des effets d'ordre supérieur comme la dispersion d'ordre trois, l'auto-raïdissement et la diffusion Raman stimulée deviennent importants et influencent la propagation des impulsions [17]. Dans ce cas, l'équation qui régit ce phénomène est l'équation SNL d'ordre supérieur formulée par Kodama et Hasegawa [15]. Dans la pratique, la largeur du cœur de la fibre et l'indice de réfraction ne sont pas constants tout au long de la fibre optique. Ils varient en fonction de la distance et aux extrémités ce qui donne à la fibre une structure non homogène sur l'axe longitudinal[16]. Dans ce contexte, la non-homogénéité de n'importe quel milieu non linéaire fait référence aux variations et aux irrégularités qui peuvent exister dans leurs structures et leurs propriétés. Ces variations peuvent affecter la performance de ces milieux en termes de transmission de l'information [18]. Plus que ces variation comme par exemple la variation de l'indice de réfraction dans les fibres optiques, il existe plusieurs facteurs qui conduisent à la non homogénéité des milieu non linéaires telle que la présence des impuretés et défauts dans ces milieux ou bien dans les matériaux constituant ces milieux comme par exemples les bulles ou les particules étrangères qui peuvent introduire des pertes supplémentaires et des points de diffusion des impulsions ce qui affecte la qualité de la transmission des informations [18]. La température et les courbures sont des facteurs qui jouent un rôle essentiel dans la non homogénéité des milieux où ils introduisent des contraintes et des variations locales dans leurs structures et ils peuvent également produire des changements temporaires ou permanents dans les caractéristiques de la transmission des informations [15]. Théoriquement, la non homogénéité des milieux est expliqué par la variation des paramètres des effets de la dispersion et la non linéarité des milieux et, par conséquent, les équations qui décrivent la propagation d'onde non linéaires sont des équations *NL* à coefficients variables[19]. Pour

mieux comprendre ces phénomènes, il est nécessaire d'introduire des équations non linéaires à coefficients variables comme l'équation de Strominger à coefficients variable NLSE. Au cours de ces dernières années, elle a fait l'objet de nombreuses études théoriques et expérimentales où des chercheurs ont montré l'effet de l'inhomogénéité sur la dynamique de propagation des solitons [20]. Citons par exemple le travail de Porsezian et Nakkeeran[6] qui ont utilisé l'analyse de Painlevé pour déterminer toutes les conditions paramétriques nécessaires à la propagation d'impulsions de type soliton dans un milieu modélisé par l'équation HNLS[20]. Papaioannou et ses collaborateurs ont réalisé une analyse analytique visant à montrer l'influence de l'inhomogénéité axiale sur les impulsions femtosecondes à proximité du point de dispersion zéro gouvernés par l'équation HNLSE à coefficient variable[21]. Mahalingam et Porsezian ont étudié l'évolution des solitons noirs en tenant compte des effets d'ordre supérieur dans les fibres optiques par l'utilisation de l'analyse de Painlevé et la méthode bilinéaire d'Hirota [22]. Au milieu des années 1970, les solitons ont connu un autre domaine d'application intéressant dans les systèmes biologiques particulièrement pour étudier le processus de la bioénergie dans les molécules des protéines en raison du modèle d'équation HNLSE qui a été proposé par le physicien soviétique Alexander S. Davydov[23]. Ce modèle vise à expliquer le mécanisme par lequel l'énergie est transmise dans les chaînes moléculaires quasi-unidimensionnelles, plus précisément les protéines alpha hélice de la structure secondaire [24]. Dans ce modèle, Davydov a proposé l'hypothèse que les excitations d'énergie dans les protéines peuvent être transportées de manière efficace sous forme de solitons qui peuvent se former à cause des interactions non linéaires entre les vibrations atomiques dans la chaîne polypeptidique [24]. Dans ce cas, les solitons sont considérés comme une perturbation localisée qui se déplace le long de la chaîne polypeptidique sans se dissiper. Alors, l'idée physique fondamentale est qu'un couplage entre les vibrations intramoléculaires et les déplacements moléculaires pourrait conduire à un état auto-piégé qui transporte l'énergie le long de la chaîne [14]. Davydov a introduit l'idée que des mécanismes non linéaires doivent intervenir à l'échelle atomique et moléculaire [25]. Depuis l'apparition du modèle de Davydov de nombreuses recherches ont connu des extensions et des adaptations pour intégrer les avancées en biophysique et en biochimie. Dans ce contexte, trois chercheurs Pang, Takeno et Yomosa ont proposé d'autres modèles afin d'améliorer le modèle de Davydov et ils ont observé une augmentation de l'énergie de liaison, une stabilité thermique et une durée de vie prolongée des solitons par rapport au modèle de Davydov [26]. L'importance du modèle de Pang réside dans l'introduction de modifications importantes permettant de décrire parfaitement le transport de l'énergie. Ce nouveau modèle a

ajouté de nouvelles interactions dans l'Hamiltonien original de Davydov [26]. Pour sa part, Takeno a souligné l'inadéquation du terme de dispersion dans l'Hamiltonien de Davydov pour décrire le transfert d'énergie vibratoire. De plus, il a étendu sa théorie à des systèmes plus complexes [27]. Yomosa a étudié théoriquement le phénomène de transport de la bioénergie et la dynamique de propagation des solitons dans les protéines alpha hélice par l'utilisation de l'équation de KdV contrairement aux deux modèles précédents où ils ont appliqué l'équation de Schrödinger non linéaire [28].

Notre travail porte sur l'étude de la dynamique de propagation non linéaire des solitons dans des milieux inhomogènes présentant une non-linéarité cubique-quintique tels que la fibre optique et les milieux inhomogènes fortement dispersifs et non linéaires tels que les molécules des protéines. Le modèle gouvernant la propagation des impulsions solitoniques dans ces milieux matériels prend la forme de l'équation de Schrödinger non linéaire d'ordre supérieur. Les termes de dispersion et de non-linéarité d'ordre élevé incorporés dans cette équation d'évolution rendent le modèle de propagation non intégrable. Pour surmonter le problème de la non-intégrabilité, nous allons utiliser des méthodes puissantes qui permettent de déterminer les différents types de solutions localisées tels que les solitons brillants, sombres, gris, dipôles et multipôles sous des conditions paramétriques bien précises. Pour ces objectifs, nous allons structurer cette thèse en quatre chapitres divisés comme suit :

Le premier chapitre est intitulé « *Notion de base l'optique non linéaire* » dans lequel nous rappellerons l'optique non linéaire, son origine et ses principes de base. Dans ce sens, nous donnerons des notions essentielles relatives à la polarisation non linéaire et à ses origines physiques. Puis, nous présenterons quelques effets non linéaires du deuxième et troisième ordre qui apparaissent durant la propagation de l'impulsion.

Le deuxième chapitre est intitulé « *Solitons : Existence et applications* » et sera consacré dans un premier temps aux solitons et à leur historique, leurs différents domaines d'existence, leurs interactions avec des solitons voisins ainsi que leurs équations de propagation. Dans une seconde étape, nous présenterons les bioénergies et les bio solitons tout en offrant un aperçu sur les protéines, en particulier les hélices  $\alpha$  et leurs structures. De plus, nous présenterons les différents modèles d'équations décrivant la dynamique de propagation du bio-soliton tels que le modèle de Davydov, de Pang, de Takeno et le modèle de Yomosa.

Le troisième chapitre, intitulé « *Equation modèles des solitons* », traitera des modèles d'équations NL de propagation des solitons où nous étudierons dans une première étape les différents types des équations non linéaires décrivant la dynamique de propagation des solitons dans divers milieux non linéaires tels que l'équation de Korteweg de-Vries,

l'équation de Sine-Gorden, l'équation de Davydov et l'équation de Schrödinger non linéaire ainsi que leurs lois de conservations. De plus, la méthode de la transformation à pas divisé (Split-Step Fourier) a été utilisée comme une méthode numérique pour résoudre les équations différentielles non linéaires. Dans une seconde étape, nous montrerons l'influence des effets linéaires et non linéaires sur la dynamique de propagation des solitons dans deux régimes différents : purement linéaires (dispersif) et purement non linéaire. D'une part nous analyserons l'impact de l'effet de dispersion GVD et TOD et d'autre part nous présenterons l'impact de l'effet Kerr et non Kerr.

Le quatrième chapitre, intitulé «*Dynamique de propagation non linéaire des solitons dans des milieux inhomogènes.*», présentera les résultats et discussions portant sur l'étude de la dynamique de propagation non linéaire des solitons dans des milieux inhomogènes présentant une non-linéarité cubique-quintique, tels que la fibre optique et les milieux inhomogènes fortement dispersifs et non linéaires tels que les molécules des protéines. Nous allons utiliser des méthodes puissantes qui permettent de déterminer les différents types de solutions localisées tels que les solitons brillant, sombre, gris, dipôle et multipôle sous des conditions paramétriques bien précises. Nous allons utiliser un ansatz d'amplitude complexe exprimé sous la forme d'une superposition de trois solitons : brillant, noir et dipôle avec une limite non nulle lorsque la variable du temps tend vers l'infini. Ainsi, une variété de solutions soliton sera démontrée comme par exemple les solitons gris, dipôles et multipôles. Nous allons utiliser plusieurs profils de la fonction du décalage de fréquence  $\Omega(z)$  et du décalage de la vitesse de groupe inverse  $\chi(z)$  qui prennent des variations périodiques et linéaires en fonction de la distance de propagation  $z$ . Ainsi, Nous allons montrer numériquement l'évolution des solitons, qui dépend fortement du profil spatial des inhomogénéités du milieu non linéaire et en particulier la dispersion du premier ordre. Nous allons analyser la stabilité des ondes non linéaires vis-à-vis des perturbations finies en résolvant numériquement l'équation de Schrödinger considérée en utilisant la méthode de Fourier à pas divisé. Ce chapitre est terminé par une conclusion.

## Références

- [1] M. Mahato, Y. Murakami, et S. K. Das. *Appl. Mater. Today*. 32, 101-808 (2023).
- [2] G. Wu, « Optical Microsphere Nano-Imaging: Progress and Challenges ».
- [3] J.-X. Zheng, K.-S. Tian, J.-Y. Qi, M.-R. Guo, et X.-Q. Liu. *Opt. Laser Technol.* 167, p. 109793, (2023).
- [4] T. H. Maiman. *Essentials of Lasers*, Elsevier, p. 134-136 (1969).
- [5] A. Messouber, Thèse de doctorat, Université Badji Mokhtar- Annaba (2020).
- [6] T. Dauxois et Peyrard, *Physique des solitons*. 2004.
- [7] H. Triki, Thèse de doctorat, Université Badji Mokhtar- Annaba, 2003.
- [8] A. Kasman, *Curr. Sci.* 115 p. 1486, oct. 2018.
- [9] G.P. Agrawal, *Nonlinear Fiber Optics*, Third Edition. San Fransisco: Academic Press, (2001).
- [10] K. E. Lonngren. *Plasma Phys.* 25, 943-982 (1983).
- [11] S. Manukure et T. Booker. *Partial Differ. Equ. Appl. Math.* 4, p. 100-140 (2021).
- [12] O. P. Swami, V. Kumar, B. Suthar, et A. K. Nagar. *Nanosyst. Phys. Chem. Math*, 10 p.273-281 (2019).
- [13] J. W. Miles. *J. Fluid Mech.*, 106, p. 131, (1981).
- [14] A. C. Scott. *Phys. Nonlinear Phenom.*, p. 333-342, (1991).
- [15] AGRAWAL, « Nonlinear Fiber Optics », (1995).
- [16] Agrawal, *Nonlinear Fiber Optics*", Third Edition. University of Rochester, New York (2001).
- [17] J. Mysliwicz. *Nanomaterials*, p. 1717 (2019).
- [18] P. Biswas et S. Ghosh. *Phys. Scr.*, p.35-505, (2023).
- [19] E. Papaioannou, D. J. Frantzeskakis, et K. Hizanidis. *IEEE J. Quantum Electron*, p. 145-154 (1996).
- [20] J. He, J. Zhang, M. Zhang, et C. Dai. *Opt. Commun.* p. 755-760 (2012).
- [21] E. Papaioannou, D. J. Frantzeskakis, et K. Hizanidis; *IEEE J. Quantum Electron*. p. 145-154 (1996).
- [22] A. Mahalingam et K. Porsezian. *Phys. Rev. E*, p. 460-608, (2001).
- [23] M. Daniel et K. Deepamala. *Phys. Stat. Mech. Its Appl.*, p. 241-255 (1995).
- [24] N. Sefidkar, S. Fathizadeh, F. Nemati, et C. Simserides. *Materials*, p. 2779 (2022).
- [25] P. X. Feng, avr. *Commun. Theor. Phys.* p. 304-350 (2018).
- [26] P. Xiao-Feng et L. Mei-Jie. *Commun. Theor. Phys.* p. 369-376 (2007).
- [27] C. Athorne, L. Cruzeiro, et J. C. Eilbeck, arXiv, 2022.

[28] D. D. Georgiev et J. F. Glazebrook. *Phys. Stat. Mech. Its Appl.* p. 257-269 (2019).



# *Chapitre I*

*Notions de base de l'optique non linéaire*

## **I.1- Introduction**

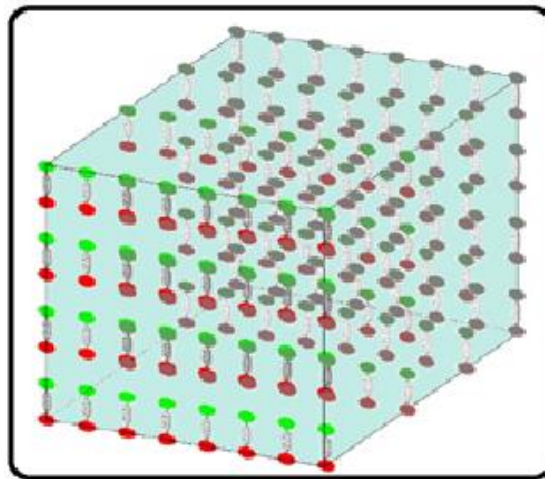
Le domaine de l'optique est basé essentiellement sur la compréhension du phénomène de l'interaction rayonnement-matière [1]. Ce phénomène joue un rôle très important dans notre vie quotidienne où on le trouve dans tous les domaines que ce soit pour les télécommunications, la médecine, l'électronique, la biologie... etc [2]. Le domaine de l'optique linéaire englobe les phénomènes lumineux courants tels que la réfraction, la réflexion et la diffusion où l'intensité du rayon transmis est directement proportionnelle à celle du rayon incident [3]. Dans ce cas, ces rayons ne peuvent pas interagir entre eux lors de sa propagation dans un milieu matériel. Tandis que pour le domaine de l'optique non linéaire où l'intensité du rayon transmis devient plus intense du fait que les propriétés optiques dépendent de l'intensité du rayon incident de manière quadratique ou cubique [4]. Les sources laser constituent l'exemple le plus courant de ce phénomène. Typiquement, le début de l'apparition de ce vaste domaine est né avec la découverte du premier laser de travail par Maiman en 1960[5]. Par la suite, de nombreuses recherches ont été menées sur les processus de l'optiques non linéaire permettant de comprendre de mieux en mieux ces processus-là. Ces avancées ont favorisé le développement de ce domaine, tant en physique fondamentale qu'en applications pratiques [6] .

Dans ce chapitre, nous allons présenter des notions de base sur l'optique non linéaire en commençant tout d'abord par une petite définition des matériaux diélectriques puis nous allons présenter un rappel sur l'origine de la non linéarité et le concept de la polarisation linéaire et non linéaire. Ensuite, nous allons démontrer l'équation qui décrit le phénomène de la propagation des impulsions dans les milieux non linéaires diélectriques à partir des équations de Maxwell. Pour enrichir les concepts de ce domaine, on a offert un aperçu sur les effets non linéaires du second ordre tels que la génération de la seconde harmonique, la somme des fréquences, l'oscillation paramétrique. Ainsi, les effets du troisième ordre tels que l'effet Kerr optique, l'auto-modulation de phase, la modulation de phase croisée et le mélange à quatre ondes, pour conclure par les deux effets de la diffusion stimulée. Finalement, ce chapitre s'achève par une conclusion.

## **1.2-Matériau diélectrique**

Un matériau diélectrique est un ensemble d'atomes qui sont à leur tour un ensemble de particules chargées : noyau (ions chargés positivement) et les électrons (chargés négativement) [7]. Ces charges électriques libres peuvent se déplacer légèrement (de l'ordre de l'angström) sous l'effet d'un champ électrique ce qui provoque des oscillations autour du noyau, ce qui conduit à la création de dipôles électrostatiques qui sont sensibles à l'interaction

avec ce champ [8]. Cette interaction, se manifeste par une polarisation qui dépend de l'intensité du champ électrique au niveau microscopique, et elle se traduit par une susceptibilité électrique au niveau macroscopique [9]. Ce type de matériaux est défini comme une substance polarisable possédant une propriété électromagnétique. Ces matériaux sont caractérisés par une permittivité diélectrique qui décrit la réponse d'un milieu soumis à un champ électrique [9]. Elle peut être déterminée par une quantité adimensionnelle : le produit entre la permittivité relative  $\epsilon_r$  et la permittivité du vide  $\epsilon_0$  [10]:  $\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0$ .



*Figure I.1 : La composition moléculaire diatomique d'un milieu diélectrique.*

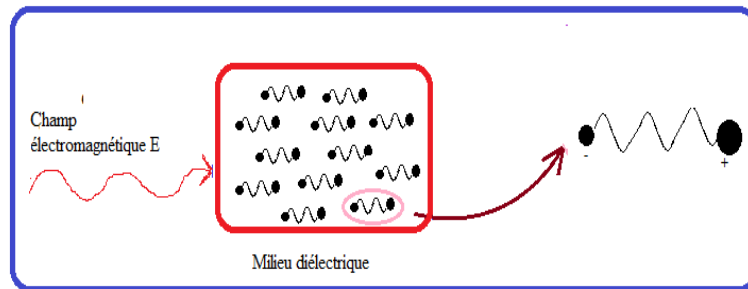
### I.3- Origine de l'optique non linéaire

Dès les premiers principes fondamentaux de la physique, la non-linéarité a été considérée comme une perturbation affectant le comportement des phénomènes physiques [3]. Grâce aux lasers puissants, elle est devenue un domaine d'étude privilégié pour le contrôle et la manipulation des ondes électromagnétiques. Afin de mieux comprendre l'origine de la non-linéarité optique, nous allons analyser le comportement d'un matériau diélectrique parfait soumis à un champ électrique associé à une onde électromagnétique [8]. Les charges positives (ions, noyaux) se déplacent dans la même direction du champ appliqué contrairement aux charges négatives (électrons) qui se déplacent en sens inverse [10]. Cela conduit à la génération de dipôles induits, et par conséquent, une polarisation de ce matériau diélectrique va se créer. Pour les ondes de faibles intensités, la polarisation est linéaire, tant dis que pour les hautes intensités, le matériau va se polariser d'une façon non linéaire [10].

#### I.3.1-Polarisation linéaire

Lorsqu'un faisceau électromagnétique traverse un matériau diélectrique les charges positives de ce matériau se déplaceront dans le sens du faisceau appliqué, contrairement aux charges négatives qui se déplaceront dans les sens opposés du faisceau [11]. Ce déplacement

des charges va créer ce qu'on appelle les dipôles induits suivie par la création d'une polarisation pareil dans ce matériau selon l'approximation de Born-Oppenheimer [11]. Pour décrire ce processus plus précisément on évoquera l'optique linéaire classique ou la polarisation du matériau  $\vec{P}$  est liée linéairement à l'intensité du champ électromagnétique appliqué  $\vec{E}$  [12].



**Figure I.2 :** Illustrations schématique approximative du mouvement oscillatoire des charges à l'intérieur d'un milieu diélectrique soumis à un champ électromagnétique.

Pour de faibles valeurs du champ, la polarisation est proportionnelle à l'intensité du champ électromagnétique et elle s'écrit sous la forme suivante [12]:

$$P = \varepsilon_0 \chi^{(1)} E \quad (\text{I.1})$$

Où  $P$  est la polarisation macroscopique du matériau diélectrique,  $\chi^{(1)}$  représente la susceptibilité linéaire du milieu,  $\vec{E}$  est le champ électrique externe appliqué au matériau diélectrique et  $\varepsilon_0$  est la permittivité dans le vide.

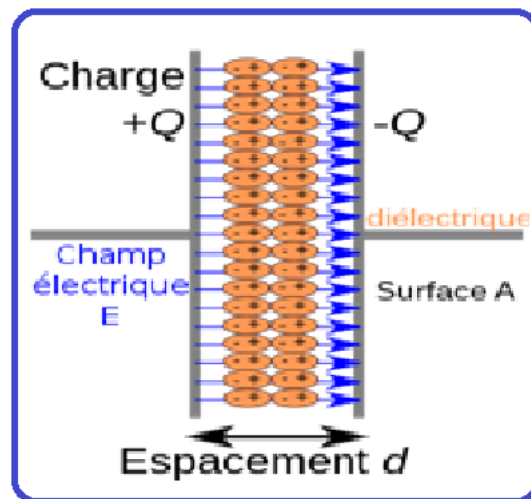
### I.3.2-Polarisation non linéaire

L'application d'un champ électromagnétique intense à un matériau non linéaire, modifiée les propriétés de ce matériau tel que la fréquence, la phase et la polarisation du champ électromagnétique appliqué [13]. Pour les intensités élevées du champ électromagnétique, la réponse du milieu n'est plus proportionnelle au champ incident et devient une fonction non linéaire [14]. Cette réponse non-linéaire est due notamment aux mouvements non-harmonique des électrons du matériau sous l'influence de l'onde qui le traverse. Alors, l'expression de la polarisation résultante (I.1) peut devenir une somme de deux polarisation, linéaire  $\vec{P}(L)$  proportionnelle au champ  $\vec{E}$  et non linéaire  $P(NL)$  proportionnelle aux puissances de  $\vec{E}$  sous la forme d'un développement de Taylor en série de puissance de  $\vec{E}$ . Elle est donnée par la relation suivante [12]:

$$P = P_L + P_{NL} = \varepsilon_0 (\chi^{(1)} E + \chi^{(2)} EE + \chi^{(3)} EEE + \dots) \quad (\text{I.2})$$

ou  $\epsilon_0$  est la permittivité dans le vide et  $\chi^n$  est le tenseur de susceptibilité d'ordre  $n$ .

L'équation de polarisation (I.2) contient un terme de susceptibilité linéaire  $\chi^{(1)}$  qui décrit les propriétés linéaires du milieu et d'autres termes de susceptibilités  $\chi^{(2)}$  et  $\chi^{(3)}$  qui sont à l'origine des propriétés non linéaires du milieu. Le terme  $(\chi^{(2)}.EE)$  correspond aux effets non linéaires d'ordre deux et il est fortement dépendant de la symétrie du milieu, comme par exemple le mélange paramétrique. Le terme  $(\chi^{(3)}.EEE)$  correspond aux effets non linéaires d'ordre trois qui ne dépend pas de la symétrie du milieu parce qu'ils peuvent se produire dans les milieux qui possèdent un centre d'inversion. Parmi ces effets, on trouve la diffusion Raman et Brillouin, l'auto-focalisation, ... etc.



**Figure I.3:** Représentation schématique des moments dipolaires électriques des atomes se combinant pour former un champ électrique dans le milieu diélectrique.

#### I.4. Equation de propagation non linéaire

Pour décrire l'interaction de la lumière avec un milieu optiquement non-linéaire, il est nécessaire d'étudier la propagation d'une onde électromagnétique dans ce milieu. Donc, nous commençons tout d'abord par les équations de Maxwell qui sont [12] :

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} - \vec{j} \quad (\text{I.3})$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{j} \quad (\text{I.4})$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{D} = \rho \quad (\text{I.5})$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = 0 \quad (\text{I.6})$$

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E} + \vec{P} \quad (\text{I.7})$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H} + \vec{M} \quad (\text{I.8})$$

$\vec{E}$  et  $\vec{B}$  désignent le champ électrique et le champ magnétique, respectivement,  $\vec{D}$  est le vecteur de l'induction électrique,  $\vec{H}$  est le vecteur de l'induction magnétique,  $\vec{j}$  représente le vecteur de la densité de courant et  $\rho$  est la densité de charge, où :

$$\vec{j} = \sigma \vec{E} \quad (\text{I.9})$$

$\sigma$  est la conductivité électrique. Le vecteur d'induction électrique est donné par la relation suivante :

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E} + \vec{P} \quad (\text{I.10})$$

Où  $\varepsilon$  est le tenseur de permittivité diélectrique. De plus, le vecteur du champ magnétique est donné par :

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \vec{M} \quad (\text{I.11})$$

$\mu_0$  est la perméabilité du vide et  $\vec{M}$  est le vecteur de polarisation magnétique. Ainsi, les équations de Maxwell régissant la propagation mènent à :

$$\nabla^2 \vec{E} - \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 \vec{P}(\text{NL})}{\partial t^2} \quad (\text{I.12})$$

Pour un matériau isotrope on a  $\vec{\nabla} \times \vec{E} = 0$ . Dans ce cas, l'équation de propagation non linéaire devient [12]

$$\Delta \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \mu \frac{\partial^2 \vec{P}(\text{NL})}{\partial t^2} \quad (\text{I.13})$$

Cette équation permet de décrire la propagation non linéaire d'une onde électromagnétique.

### I.5-Effets non linéaires

Les effets non linéaires ont été mis en évidence dès les années 1960 avec l'expérience de Franken et ses collaborateurs sur un cristal de quartz. L'expérience avait pour objectif de découvrir l'effet de la génération de la seconde harmonique, où ils ont éclairé ce matériau par une onde électromagnétique de longueur 694.3 nm [15]. Après cette expérience révolutionnaire dans le domaine de l'optique non linéaire, plusieurs études ont porté sur ces effets permettant de mieux comprendre leurs influences sur la propagation des impulsions dans les milieux non linéaires.

D'après l'équation (I. 2) il y a deux types d'effets non linéaires : les effets non linéaires d'ordre deux et les effets non linéaires d'ordre trois.

#### I.5.1- Effets non linéaire de deuxième ordre

Ce type des effets non linéaires est défini par le tenseur de la susceptibilité d'ordre deux ( $\chi^2$ ) du milieu [16]. Il ne se produit que dans les matériaux non centrosymétriques et qui ne possèdent pas un centre d'inversion [16]. Ils sont le résultat d'une dépendance quadratique

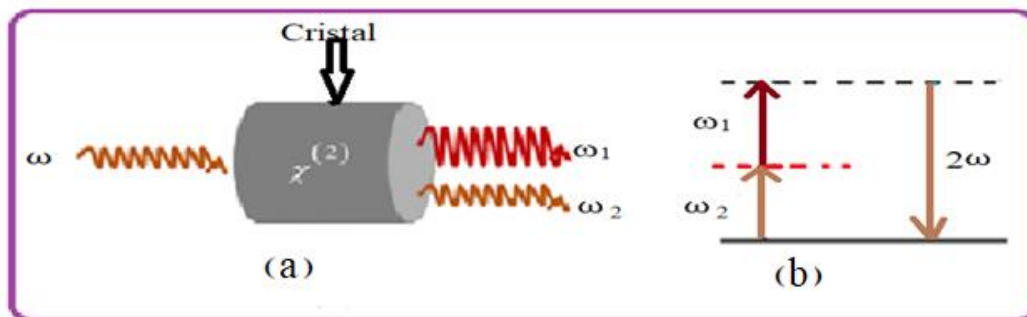
du dipôle causée par le champ électromagnétique exprimé. Pour les matériaux non centrosymétriques ( $\chi^2 \neq 0$ ) et en présence d'une excitation optique, la réponse du milieu est non linéaire et proportionnelle au carré du champ électrique. La polarisation non linéaire dans ce cas est exprimée par la relation suivante [12]:

$$P_{NL} = \epsilon_0 \chi^{(2)} E E \quad (\text{I.14})$$

Selon cette dernière, il existe plusieurs types d'effets non linéaires d'ordre deux dus à l'interaction quadratique non linéaire.

### I.5.1.1-Génération de la seconde harmonique

Le doublage de fréquence où bien la génération de la seconde harmonique (Second Harmonic Génération « SHG ») a été parmi les premiers effets optiquement non-linéaire remarquables depuis l'invention des lasers [17]. Il est basé sur la génération d'une nouvelle onde avec une pulsation double  $\omega_3 = 2\omega$  à partir de la propagation d'un rayonnement qui traverse le milieu avec une pulsation  $\omega$  comme le montre la figure (I.3) ci-dessous [17]. D'une façon plus précise, la propagation est faite avec deux ondes de fréquences  $\omega_1$  et  $\omega_2$ . Dans le cas où  $\omega_1 = \omega_2$ , la fréquence de l'onde émise est  $\omega_3 = 2\omega$  et elle s'appelle la seconde harmonique [18].



**Figure I.4:** Principe de la seconde harmonique dans un cristal  
(a) Géométrie, (B) Diagramme d'énergie [15].

L'expression de la polarisation non linéaire est donnée par [17]:

$$P^2(\omega_3) = \frac{\epsilon_0}{2} \lambda_{ijk}^2(-\omega_3, \omega_1, \omega_2) E(\omega_1) E(\omega_2) \quad (\text{I.15})$$

Prenant un cas particulier de l'effet (GSH) où  $\omega_2 = \omega_1 = \omega$ , la polarisation devienne :

$$P^2(2\omega) = \frac{\epsilon_0}{2} \lambda_{ijk}^2(-2\omega_2, \omega, \omega) E^2(\omega) \quad (\text{I.16})$$

Selon l'équation (I.16), on voit que les composantes des susceptibilités d'ordre deux ne varient pas lors de la permutation des indices  $j$  et  $k$ . Pour un domaine de pulsation hors résonance, il est montré que le tenseur  $\chi^{(2)}$  est symétrique par rapport aux permutations des

trois indices  $i, j$ , et  $k$ . Supposons un champ électrique sinusoïdal donné par la relation suivante :

$$E = E_0 \sin(\omega t) \quad (\text{I.17})$$

Alors l'équation (I.16) qu'exprime la composante NL peut s'écrire comme suit [19]:

$$P(2\omega) = \epsilon_0 \lambda^2 E_0^2 \sin^2(\omega t) = \frac{\epsilon_0 \lambda^2 E_0^2}{2} (1 - \cos(2\omega t)) \quad (\text{I.18})$$

Dans cette équation (I.18), on trouve que la composante NL de la polarisation d'ordre deux est composée en plus d'un terme constant, d'un autre terme oscillant à  $2\omega$ . La polarisation dans ce cas se manifeste comme une source de lumière, et produit une nouvelle onde de pulsation  $2\omega$ . Ainsi, le doublage de fréquence est un effet non-linéaire quadratique cohérent dans lequel un milieu illuminé par un rayon laser de fréquence  $\omega$  peut donner une fréquence  $2\omega$  avec un effet d'absorption nul.

La génération de la seconde harmonique est utilisée comme une technique d'imagerie optique d'une puissance et d'une polyvalence remarquable dans le domaine de l'étude des structures biologiques non centrosymétriques [20]. Son champ d'application s'étend largement à la recherche biomédicale et médicale ouvrant la voie à des avancées majeures.

#### **I.5.1.1.a-La longueur d'onde de cohérence**

Dans un milieu non linéaire, lorsque la longueur d'onde de la seconde harmonique au cours de sa propagation prend une valeur d'intensité maximale on l'appelle la longueur de cohérence  $L_c$  [20]. Ce paramètre distingue la différence entre la phase l'onde émise et la phase de l'onde incidente, il dépend de la valeur de l'angle d'incidence. L'expression de cette longueur est exprimée par [12]:

$$\Delta k = k_{2\omega} - 2k_\omega \quad (\text{I.19})$$

$$L_c = \frac{2\pi}{\Delta k} = \frac{\lambda}{4(n_{2\omega} - n_\omega)} \quad (\text{I.20})$$

Où  $k_{2\omega}$ ,  $k_\omega$  sont les vecteurs d'onde pour les fréquences  $2\omega$  et  $\omega$ .  $n_{2\omega}$ ,  $n_\omega$  sont les indices de réfraction de l'onde générée (harmonique) et l'onde incidente (fondamentale).

#### **I.5.1.1.b-Accord de phase et désaccord de phase**

L'obtention d'un taux optimal de transmission d'énergie nécessite la disposition des composants qui ont de fortes susceptibilités du deuxième ordre. A l'échelle microscopique lorsque le matériau est excité, on aura une émission d'une onde harmonique de même phase que l'onde incidente au niveau de chaque orbitale atomique [19]. Pour avoir une transmission d'énergie optimale, il faut que l'onde harmonique générée et l'onde fondamentale oscillent

avec la même phase ; ce qui signifie que la condition  $\Delta k = 0$  appelée condition de « l'accord de phase » doit être vérifiée [20]. Son principe est bien détaillé sur la figure (I.5).

Suivant cette condition  $\Delta k = 0$ , qui est la condition de décalage des phases des ondes se trouvant dans le milieu, on peut exprimer l'accord de phase vectoriellement comme suit [12]:

$$2 \vec{k}(\omega) - \vec{k}(2\omega) = 0 \quad (\text{I.21})$$

Tel que  $\vec{k}(\omega)$  et  $\vec{k}(2\omega)$  sont les vecteurs d'onde des ondes générées (harmonique) de fréquence  $2\omega$  et d'onde fondamentale de fréquence  $\omega$ , respectivement.

En outre, l'accord de phase (AP) peut être traduit par une autre condition qui lie les fréquences des ondes  $\omega$  et  $2\omega$  aux indices de réfraction. Ainsi, l'expression qui décrit la relation entre les modules des vecteurs d'ondes, leurs fréquences et les indices de réfraction est [12]:

$$|\vec{k}(\omega)| = \frac{n_\omega \omega}{c} \quad (\text{I.22})$$

$$|\vec{k}(2\omega)| = \frac{n_{2\omega} 2\omega}{c} \quad (\text{I.23})$$

$n_{2\omega}$  et  $n_\omega$  désignent les indices de réfraction vus par l'ondes générées et l'ondes fondamentale et  $c$  représentent la vitesse de la lumière dans le vide. Cela signifie que l'accord de phase sera vérifié lorsque :  $n_{2\omega} = n_\omega$

Dans les milieux isotropes et grâce à l'effet de dispersion chromatique (où l'indice de réfraction est varié en fonction de la longueur d'onde), cette condition de l'accord de phase ne peut pas être vérifiée. En général on a  $n_{2\omega} \neq n_\omega$ , il y a alors un décalage des vitesses de propagation de l'onde incidente et la nouvelle onde générée. Ceci implique qu'il y a un autre processus appelé « Le désaccord de phase (DP) » qui apparaît entre l'onde de fréquence doublée et d'incidence qui illustrée à la figure (I.4) [17]. Ce décalage de phase conduit à un désaccord entre l'onde harmonique de pulsation  $2\omega$  généré en un point et l'onde qui arrive en ce point après sa création. Il est donné par [20]:

$$\Delta k = k(2\omega) - 2k(\omega) = \frac{4\pi}{\lambda(\omega)}(n_{2\omega} - n_\omega) \quad (\text{I.24})$$

Finalement, on peut dire que le phénomène de la seconde harmonique est beaucoup plus utilisé dans la transformation d'une fréquence laser visible ou infrarouge en fréquences ultraviolettes ou visibles [21].

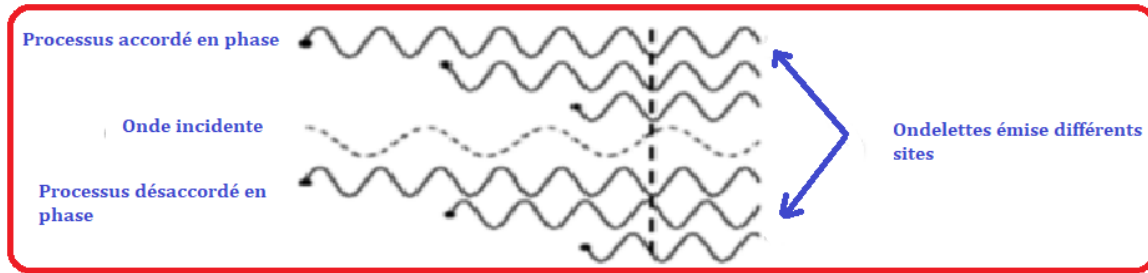


Figure I.5 : Processus de désaccord et d'accord de phase.

### I.5.1.2- La génération de la somme des fréquences

La génération de la somme des fréquences (GSF) est un processus que l'on peut considérer comme un cas général, incluant le doublement de fréquence [22]. Ce processus est basé sur l'interaction de deux faisceaux de fréquences  $\omega_1$  et  $\omega_2$  dans un matériau non linéaire afin de générer un autre faisceau qui a une fréquence somme  $\omega_3$ , tel que :  $\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$ , qui vérifie la relation de transformation d'énergie. L'expression de la polarisation pour cet effet est sous la forme suivante [23]:

$$P(\omega_3) = \varepsilon_0^2(-\omega_3, \omega_1, \omega_2)E(\omega_1)E(\omega_2) \quad (\text{I.25})$$

Comme nous le savons que  $\omega_3$  représente la fréquence de l'onde générée tandis que  $\omega_1$  et  $\omega_2$  représentent les fréquences des ondes incidentes. Si la condition de l'accord de phase est vérifiée lors de l'interaction de ces ondes, l'intensité du faisceau généré est proportionnelle aux intensités des ondes incidentes  $I(\omega_1) I(\omega_2)$  [23]:

$$I(\omega_3) = (\chi^2)^2 I(\omega_1) I(\omega_2) L^2 \frac{\sin^2\left(\frac{\Delta k L}{2}\right)}{\left(\frac{\Delta k L}{2}\right)^2} \quad (\text{I.26})$$

Où  $L$  est la longueur d'interaction.

Donc, l'efficacité de ce processus n'apparaît que pour les intenses ondes incidentes qui traverse le milieu non linéaire. Avec cela, si la valeur de l'intensité du faisceau somme est élevée pour qu'elle peut pousser le processus de scission d'une onde de la haute fréquence à deux autres ondes de la basse fréquence, le rendement de transformation des fréquences ne peut obtenir le pourcentage du 100% [22]

L'utilisation de la somme des fréquences permet de produire un faisceau laser ajustable dans l'ultraviolet et le visible, en maintenant l'une des fréquence ( $\omega_1$ ) de l'onde incidente fixe et en variant l'autre ( $\omega_2$ ), par l'application d'un faisceau laser accordable du type titane saphir ou colorant [24].

### I.5.1.3- Génération de la différence des fréquences

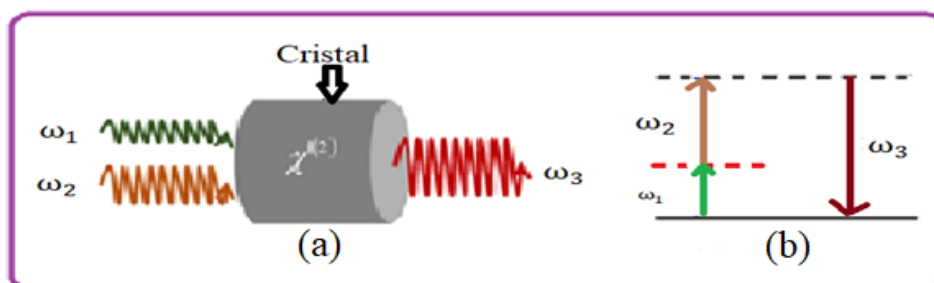
Cet effet est parmi les plus importants effets non linéaires du deuxième ordre. La polarisation non linéaire est donnée comme suit [17]:

$$P(\omega_1 + \omega_2) = 2\varepsilon_0^2 E_1 E_2 \quad (\text{I.27})$$

$$E_i(\omega_1) E_i(\omega_2) \exp(-i(\omega_1 + \omega_2)t) + cc \quad (\text{I.28})$$

La génération de différence de fréquence (GDF) et la somme des fréquences peuvent être expliquées comme deux effets où se produit le phénomène de la disparition de photons et l'apparition d'autres [17]. La différence entre les deux effets peut apparaître dans la définition de la GDF à partir du diagramme d'énergie des photons. Pour ce processus, il faut vérifier la loi de la conservation d'énergie pour chaque photon produit avec une fréquence  $\omega_3 = \omega_1 - \omega_2$ . Un photon avec des pulsations plus élevées ( $\omega_1$ ) doit disparaître et un autre de faible pulsation ( $\omega_2$ ) doit être produit [25]. Cela conduit à l'amplification du champ incident qui a une faible puissance, par le processus de GDF. C'est pour cela, qu'on appelle cet effet l'amplification paramétrique optique [17]. Le principe de ce processus est basé sur l'absorption d'un photon de pulsation  $\omega_1$  par l'atome pour passer à un autre niveau d'énergie plus élevé. Ce dernier peut diminuer par l'émission de deux photons de pulsation  $\omega_2$  qui sont généralement plus faibles d'intensité, parce qu'ils sont générés à cause d'une émission de deux photons se trouvant dans un niveau d'énergie virtuel. Expérimentalement, ce processus a été découvert en 1968 par Harris et Byer et en 1967 par Harris et ces collaborateurs [25]. Ainsi, l'effet d'amplification paramétrique optique peut être exprimé comme l'annulation d'un photon de fréquence  $\omega_1$  et la création d'un autre photon de fréquences  $\omega_2$  et  $\omega_3$  [26].

L'utilité de ce processus réside dans la production des lasers des oscillateurs paramétriques optiques (OPO) [27]. La cavité résonnante de ce type de lasers est de pulsation  $\omega_1$  et son milieu non linéaire possède une susceptibilité d'ordre deux  $\chi^{(2)}$ .



**Figure I.6:** Processus de génération de la différence des fréquences :  
a), principe de ce processus , b) diagramme d'énergie [24].

### I.5.1.4- Mélange paramétrique

Ce phénomène est un effet non linéaire du second ordre très intéressant. Il est basé sur deux processus : l'absorption et l'émission spontanée, où l'émission d'une onde signal de fréquence  $\omega_2$  conduit à l'absorption d'une onde pompe de la fréquence  $\omega_1$  [18]. Ces deux dernières ondes provoquent l'émission d'une autre onde de fréquence  $\omega_3$

La production de ce processus se produit lorsqu'une onde signal de fréquence  $\omega_2$  et de faible intensité se propage avec une autre onde intense (onde pompe) de fréquence  $\omega_1$  dans un milieu non linéaire [18]. Ce mélange entre ces deux ondes aboutit à la génération d'une impulsion complémentaire de fréquence  $\omega_3$ :  $\omega_3 = \omega_1 - \omega_2$

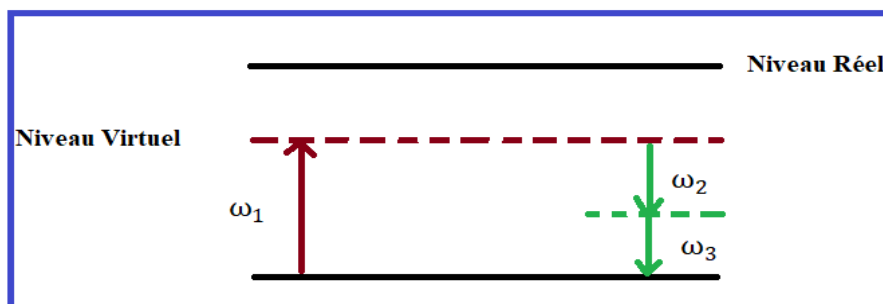


Figure I.7 : Schéma descriptif du processus de mélange paramétrique.

### I.5.1.5- Oscillation paramétrique

Comme on l'a vu, les effets de transformation des fréquences peuvent permettre la génération d'une nouvelle fréquence à l'aide d'une source laser. Si cette source est non ajustable et monochromatique, le rayon de la nouvelle onde est aussi monochromatique [14]. Par contre, la génération d'une nouvelle fréquence avec les oscillateurs paramétriques optiques se fait à l'aide d'une lumière ajustable et cohérente sur une large bande spectrale [15]. Ce type d'oscillateurs est basé sur le phénomène de fluorescence optique. Si l'on excite un matériau qui possède un tenseur de susceptibilité d'ordre deux ( $\chi^{(2)} \neq 0$ ) avec une onde lumineuse intense de pulsation  $\omega_3$  le matériau va générer deux autres ondes de fréquences  $\omega_1$  et  $\omega_2$  suivant cette relation [27] :  $\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$ , où la condition d'accord de phase est vérifiée  $\vec{k}_3 = \vec{k}_2 + \vec{k}_1$  avec  $\vec{k}_2$  et  $\vec{k}_1$  sont les vecteurs d'onde des ondes générées (harmonique). La polarisation non linéaire de ce processus est exprimée comme suit :

$$P(\omega_3) = \epsilon_0 \chi^{(2)}(-\omega_3, \omega_1, \omega_2) E(\omega_1) E(\omega_2) \quad (\text{I.29})$$

L'oscillateur paramétrique optique est composé d'un tel matériau non linéaire placé à l'intérieur d'une cavité optique [28]. Cette configuration permet à la fluorescence paramétrique de se propager à l'intérieur du matériau et d'y être amplifiée à chaque passage [28]. Il permet

aussi d'amplifier les fréquences  $\omega_1$  et  $\omega_2$  d'intensités faibles, qui sont les seules fréquences pouvant se propager co-linéairement d'une façon parfaite avec cette cavité [18]. C'est-à-dire, la radiation incidente dans le matériau non linéaire sera pompée par une autre radiation du fréquence  $\omega_3$ . Donc, cet effet conduit à la génération d'une lumière cohérente de pulsations  $\omega_1$  et  $\omega_2$ . C'est tout à fait le contraire pour l'amplificateur classique de la lumière où on trouve que l'amplification paramétrique exige que les fréquences  $\omega_1$  et  $\omega_2$  se rencontrent par hasard temporellement [28]

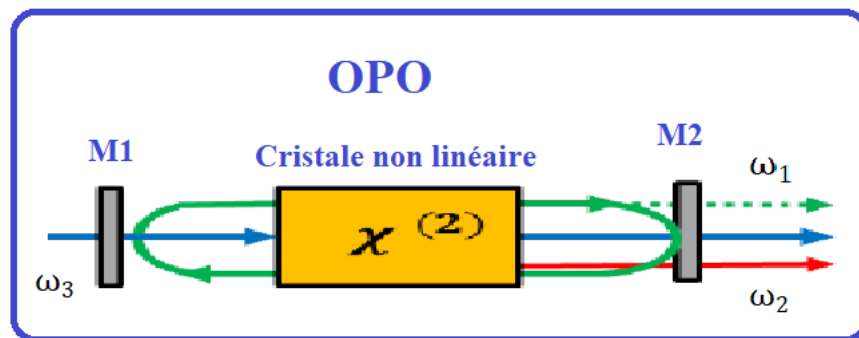


Figure I.8 : Schématisation de principe d'oscillateur paramétrique [26]

Dans un oscillateur paramétrique (OPO) tel que celui schématisé dans la figure (I.7) composé d'un cristal non linéaire dans lequel l'interaction paramétrique se produit lorsque l'onde signal  $\omega_1$  oscille à l'intérieur de la cavité alors que les ondes pompes  $\omega_3$  et l'onde complémentaire  $\omega_2$  sont réfléchies par le miroir M2. Le miroir M1 extrait totalement l'onde signal  $\omega_1$ , tandis que l'onde signal est partiellement transmise par le coupleur de sortie M2, permettant ainsi son extraction de la cavité [28]. Les OPO sont couramment utilisés dans le domaine infrarouge, où il existe peu de sources laser accordables [28].

### I.5.2-Effets non linéaire de troisième ordre

Ce type des effets se produit dans les matériaux non magnétiques et centrosymétriques où la polarisation du matériau dépend de la valeur de la susceptibilité d'ordre trois  $\chi^3$ . Elle est exprimée par la relation suivante [24]:

$$P_{NL} = \epsilon_0 \chi^3 EEE \quad (I.30)$$

Avec  $\chi^3$  est un paramètre réel qui dépend microscopiquement de la non-linéarité et de la valeur des fréquences des ondes qui interagissent entre elles, il influe sur le changement de l'indice de réfraction. Quant au paramètre imaginaire, il influe sur les deux processus non linéaires : la diffusion stimulée (Brillouin et Raman) et l'absorption [15].

### I.5.2.1-Effet Kerr optique

Un type d'effet non-linéaire du troisième ordre très important dans les fibres optiques : c'est l'effet Kerr optique. Il apparaît lorsque l'intensité du signal devient importante, pouvant modifier significativement l'indice de réfraction  $n$  de la fibre [29] :

$$n = n_0 + n_2|E|^2 = n_0 + n_2^I \quad (\text{I.31})$$

Où  $n_0$  et  $n_2$  représentent l'indice de réfraction linéaire et non linéaire du matériau, respectivement.  $E$  est l'amplitude du champ électromagnétique et  $I$  représente l'intensité du signal.  $n_2$  est l'indice de réfraction non linéaire spécifique du matériau exprimé en  $\text{m}^2 \cdot \text{V}^{-2}$  où il est défini par cette relation [23,24]:

$$n_2 = \frac{\epsilon_0 \chi^3}{8n_0} \quad (\text{I.32})$$

On peut définir cet effet par une autre relation qui a été montré expérimentalement en fonction de la densité de puissance  $I$  qui est exprimée sous la forme suivante [23, 24] :

$$n = n_0 + n_2^I I \quad (\text{I.33})$$

Les deux relations (I.31) et (I.33) qui modulent l'indice de réfraction à travers l'effet Kerr sont similaires. Elles sont relatives à cette expression [24, 23] :

$$I = \frac{1}{2} n_0 c \epsilon_0 |E|^2 \quad (\text{I.34})$$

Où  $c$  indique la célérité de la lumière dans le vide. Selon les équations (1.33), (1.34), on peut donc prouver que  $n_2$  dépend de  $n_2^1$  à partir de cette relation [24] :

$$n_2^1 = \frac{2n_2}{n_0 c \epsilon_0} \quad (\text{I.35})$$

Selon l'équation (I.33) le paramètre non linéaire  $n_2^1$  prend la forme :

$$n_2^1 = \frac{3\chi^3}{4n_0^2 c \epsilon_0} \quad (\text{I.3})$$

Il convient de noter l'expression de  $n_2$   $\text{m}^2 \cdot \text{V}^{-2}$  et  $n_2^1$  en  $\text{m}^2 \cdot \text{w}^{-1}$  [23]

L'apparition de cet effet provoque la génération de plusieurs effets non linéaires comme [16]:

-L'auto-modulation de phase (SPM) qui se produit grâce à un changement fréquentiel provoqué par un déphasage intrinsèque de l'impulsion.

-Le mélange à quatre ondes (FWM) qui se produit à travers une intermodulation du trois ondes et qui conduit à l'amplification d'une quatrième onde.

-La modulation de phase croisée (XPM) dans laquelle les modifications de l'intensité d'un signal ajustent les fréquences des autres signaux. Ce qui suit est une explication détaillée pour bien comprendre ces processus.

### I.5.2.2-Auto-modulation de phase

L'auto-modulation de phase (ou SPM : pour Self Phase Modulation) est l'un des effets non linéaires du troisième ordre qui conduit à la création d'un décalage de phase temporel additionnel. Le regroupement des phases non linéaire qui ont été créés au cours de sa propagation peut définir la SPM [30]. À cause de cet effet, la phase peut devenir dépendante de l'intensité du signal lorsqu'il se propage dans une fibre optique [30].

L'expression de déphasage non linéaire du signal pour une distance  $z$  est donnée par [12]:

$$\Phi_{NL}(z, T) = \gamma |E(0, T)|^2 \frac{1 - \exp(-\alpha z)}{\alpha} \quad (I.37)$$

Où  $\alpha$  indique le paramètre des pertes et  $\gamma$  le paramètre non-linéaire exprimé par la relation suivante :

$$\gamma = \frac{2\pi n_2}{\lambda_0 A_{eff}} \quad (I.38)$$

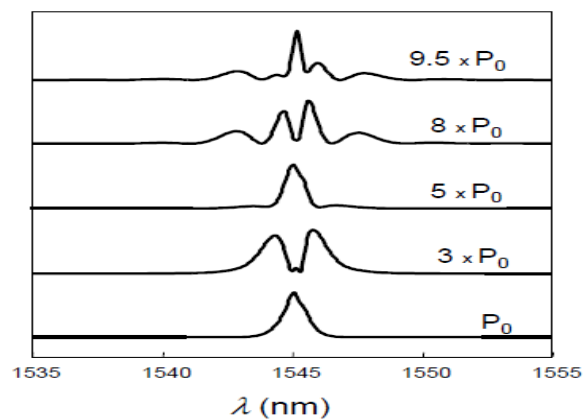
Avec:  $\lambda_0$  représente la longueur d'onde dans le vide.

$A_{eff}$  est l'aire effective de la fibre.

Une expansion spectrale apparait à cause de la phase non linéaire induite. En fait, en considérant que la valeur de  $\alpha$  est négligeable, la relation qui relie la modification instantanée de la fréquence en fonction de la fréquence centrale est comme suit [12] :

$$\delta\omega = -\frac{\partial\Phi_{NL}}{\partial T} = -\gamma z \frac{\partial |E(z; T)|^2}{\partial T} \quad (I.39)$$

D'après ce concept, il y aura une création d'autres fréquences dans le spectre du signal, où leurs distances par rapport à la fréquence centrale est directement proportionnelle à l'importance de l'intensité. L'élargissement du spectre conduit à la perturbation des canaux voisin d'un système multi-transmission en longueur d'onde.



**Figure I.9 :** Schéma représentatif d'élargissement spectral résultant de l'auto-modulation de phase dans des fibres optiques non-linéaires[31].

Pour étudier l'influence des effets non-linéaires sur une onde électromagnétique de puissance maximale  $P_0$  lors de sa propagation dans une fibre qui a un paramètre non-linéaire  $\gamma$ , il faut prendre en considération la relation qui définit longueur non-linéaire  $L_{NL}$  décrite sous cette forme [31] :

$$L_{NL} = \frac{1}{\gamma P_0} \quad (\text{I.40})$$

### I.5.2.3- Modulation de phase croisée

La modulation de phase croisée (ou XPM pour Cross Phase Modulation), et l'auto-modulation de phase ont le même principe physique, mais la différence est que la production du XPM est faite en présence de plusieurs ondes dans la fibre optique [13]. Ces ondes peuvent avoir la même longueur d'onde ou des longueurs d'onde différentes mais une polarisation différente. La modulation de l'indice de réfraction vu par une onde est également modifiée par l'intensité des autres ondes, pas seulement par son intensité spécifique.

Dans le cas où le système est à deux longueurs d'onde  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$ , l'indice de réfraction vu par  $\lambda_1$  est [12]:

$$n = n_0 + n_2 [I(\lambda_1) + 2I(\lambda_2)] \quad (\text{I.41})$$

D'après cette expression, les termes dépendants de  $I(\lambda_1)$  et de  $I(\lambda_2)$  représentent la SPM et la XPM, respectivement. Donc l'importance de la XPM est deux fois plus que celle de la SPM. Dans ce cas, l'effet de la XPM est basé particulièrement sur la liaison optique multiplexée en longueur d'onde.

### I.5.2.4-Mélange à quatre ondes

Lorsqu'une onde électromagnétique composée de différentes fréquences pouvant interagir entre elles traverse un milieu non linéaire elle conduit à la modulation de l'indice de réfraction par l'intensité du champ [26]. Cette modulation peut créer le phénomène de la transformation d'énergie entre les fréquences à travers le processus de diffraction temporelle de l'indice généré. Ainsi on peut décrire cet effet par la création d'autres fréquences à cause de la loi de conservation d'énergie pouvant les définir comme des combinaisons linéaires spécifiques des fréquences incidentes [32].

Le mélange à quatre ondes (FWM) peut aussi se traduire par la destruction de deux photons de fréquences  $\omega_1$  et  $\omega_2$  et la production simultanée de deux autres photons de fréquences différentes [33]. La fréquence résultante de ce processus est décrite par cette relation suivante :

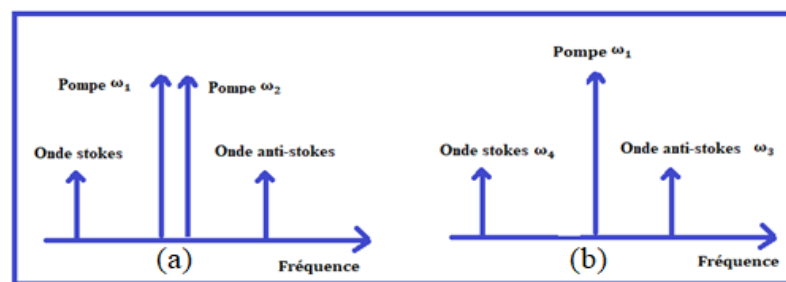
$$\omega_4 = \omega_1 + \omega_2 - \omega_3 \quad (\text{I.42})$$

où les vecteurs d'ondes associés à ces ondes sont écrit comme suit :

$$\vec{k}_4 = \vec{k}_1 + \vec{k}_2 + \vec{k}_3 \quad (\text{I.43})$$

Si  $\omega_1 = \omega_2$ , c'est-à-dire les ondes initiales, ont des fréquences similaires, alors le FWM devient dégénéré. En revanche si les fréquences des ondes initiales  $\omega_1 \neq \omega_2$ , ne sont pas les mêmes, le FWM sera non dégénéré.

Cet effet apparait fortement dans les fibres de transmission où les amplificateurs ont besoin de courtes longueurs de fibres [18]. Dans les fibres optiques à cristal photonique, le mélange à quatre ondes est un phénomène crucial pour la génération de super continuum, en particulier pour les impulsions longues (supérieures à la picoseconde).



**Figure I.10 :** Schématisation du processus de mélange à quatre ondes : a) avec deux pompes, b) avec une seule pompe (FWM dégénéré)[34].

### I.5.2.5-Auto-focalisation

L'auto-focalisation est un effet classé parmi les effets non linéaires d'ordre 3, où il est considéré comme la conséquence de l'effet Kerr optique résultant de la variation de l'indice de réfraction en fonction de l'intensité spatiale [24,36]. En réalité, il se produit dans les matériaux où l'indice non linéaire est positif sous forme d'une onde avec une distribution transverse de puissance non uniforme. Cela fonctionne comme une lentille convergente ; c'est une lentille de Kerr comme le montre la figure (1.3.a). Lorsqu'on a un milieu non linéaire long ou bien un faisceau d'intensité importante, ce dernier se focalise dans le matériau en un point que l'on appelle un effondrement, considéré comme une source de dommages [6]. L'intervention de l'effet de l'auto-focalisation est lié à la valeur de la puissance de l'impulsion. Elle doit être supérieure à une certaine valeur appelée la valeur critique de la puissance, qui ne dépend pas du diamètre du faisceau [24]. La puissance critique est spécifique pour chaque milieu non linéaire, exprimée par [24] :

$$P_{cr} = \frac{\pi(0.61)^2 \lambda^2}{8n_0 n_2} \quad (\text{I.44})$$

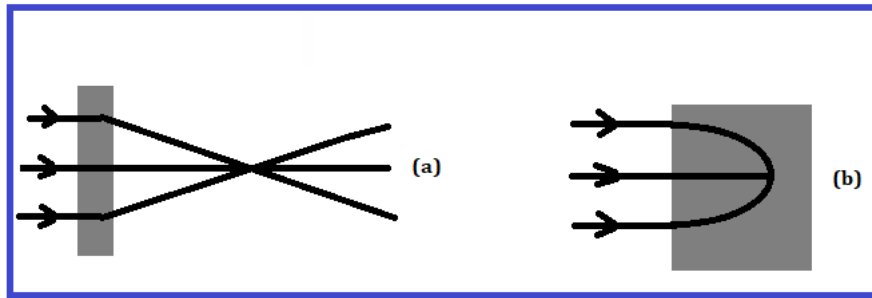


Figure I.11 : Processus de l'auto-focalisation généré par l'effet Kerr [37]

### I.5.3- Diffusion stimulée

Il existe deux types des diffusions : la diffusion élastique où il n'y a aucun changement d'énergie de la lumière diffusée, par exemple la diffusion Rayleigh et la diffusion inélastique due à un changement d'énergie entre le milieu diélectrique et le champ optique, comme par exemple les diffusions Raman et Brillouin [33]. Ces deux types de diffusion sont parmi les premiers effets non linéaire apparus dans la fibre optique au cours des années 1970 [14]. Le principe de ces deux effets peut être expliqué comme une diffusion d'un photon à un autre photon de moindre d'énergie, sous la forme d'un phonon [32]. La principale différence entre les deux effets est que les phonons optiques contribuent à la diffusion Raman tandis que les phonons acoustiques contribuent à la diffusion Brillouin [33].

#### I.5.3.1- Diffusion Raman stimulée

La diffusion Raman stimulée (SRS) « Stimulated Raman Scattering » est un effet non linéaire du troisième ordre important. Il apparaît lorsqu'il y a une propagation d'un champ optique intense dans un milieu diélectrique où il provoque une interaction phonon-phonon comme représenté sur la figure (I.8) [35]. Le principe de la diffusion Raman stimulée repose sur l'absorption d'une fraction  $\hbar\Omega_r$  d'énergie  $\hbar$  des photons incidents par le matériau à l'état fondamental, les faisant évoluer vers un état excité avec une résonance vibrationnelle intramoléculaires [35][40]. Les photons générés par ce processus appelés photons de Stokes, sont réémis co-propagativement à une fréquence plus basse donnée par la relation [23] :

$$\omega_s = \omega - \Omega_r \quad (\text{I.45})$$

Où  $\Omega_r$  est le décalage Raman.

Pour les photons anti-Stokes, ils sont générés quand le nombre de particules dans l'état excité est plus élevé et peuvent interagir avec les photons incidents pour retourner à l'état fondamental. L'expression de la fréquence des photons anti-Stokes est exprimée par [23] :

$$\omega_{as} = \omega + \Omega_r \quad (\text{I.46})$$

Ce type de diffusion est utilisé beaucoup plus pour les amplificateurs de type Raman. Lorsqu'un milieu non linéaire centrosymétrique est traversé par un signal, il y aura une création d'une onde Stokes où les faibles fréquences sont constamment amplifiées par les fréquences élevées [35]. Si cette onde Stokes n'est pas négligeable par rapport au signal incident, les puissances de l'onde Stokes et de l'onde pompe à la sortie de la fibre sont égales. Dans ce cas, l'expression de la puissance critique d'injection est donnée par [23] :

$$P_{cr} = \frac{16A_{eff}}{g_r L_{eff}} \quad (\text{I.47})$$

Tel que  $A_{eff}$  représente l'aire effective de la fibre,  $g_r$  est le gain Raman et  $L_{eff}$  est la longueur effective de la fibre exprimée par [23] :

$$L_{eff} = \frac{1 - e^{-\alpha L}}{\alpha} \quad (\text{I.48})$$

Où  $L$  est la longueur de la fibre,  $\alpha$  est le coefficient de pertes de la fibre optique.

La diffusion Raman stimulée peut être exploitée pour créer de nouvelles fréquences. Elle a une autre utilisation comme un amplificateur en ligne afin de compenser les pertes d'un système de communication. Aussi, la bande spectrale du gain Raman étant relativement large ( $\sim 20$ -THz, soit environ 100 nm), cela permet l'amplification d'une large gamme de canaux dans des systèmes de multiplexage en longueur d'onde (WDM) [36].

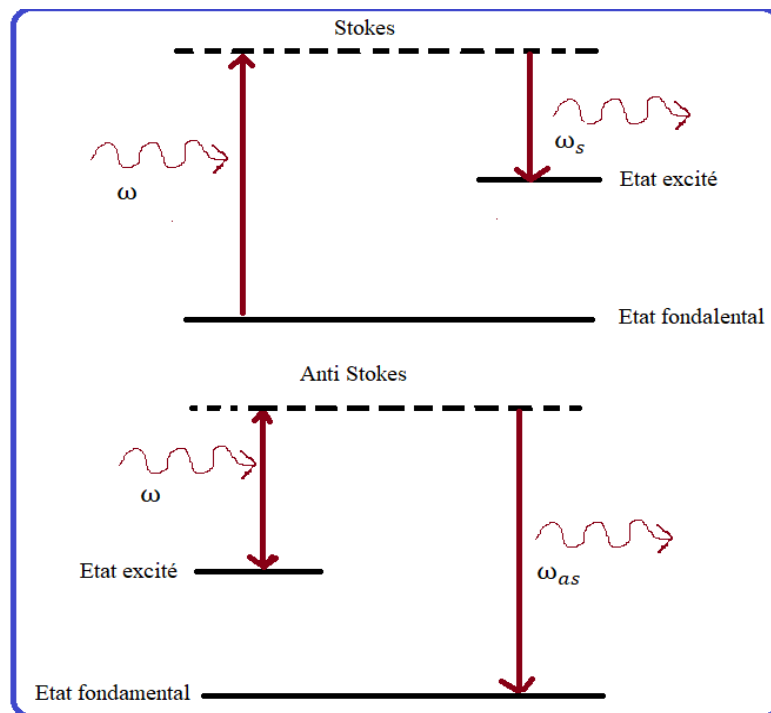


Figure I.12 : Schéma technique de l'effet Raman

### I.5.3.2-Diffusion Brillouin Stimulée

La diffusion Brillouin stimulée (SBS) « Stimulated Brillouin Scattering » est parmi les processus non linéaires du troisième ordre qui peut se créer dans les fibres optiques lors de l'application d'un champ optique d'un spectre étroit [16]. Ce phénomène est basé principalement sur l'interaction de trois ondes : l'onde Stokes Brillouin, l'onde pompe rétrodiffusée et l'onde acoustique [37]. Il est également initié par la génération de l'onde Stokes, qui contient la plupart de l'énergie. Ce processus est produit lorsqu'un photon de pompe est transformé en un autre photon avec une fréquence différente et un phonon [37]. Ainsi, le photon de l'onde pompe est annihilé pour la génération d'un phonon acoustique et un photon Stokes.

L'énergie totale et le moment cinétique sont conservés ce qui permet la détermination de la différence de fréquence entre l'onde diffusée et l'onde incidente ainsi que l'angle de la diffusion de la lumière, les fréquences des ondes acoustiques, pompe et stokes et les vecteurs d'onde [23]. Ils sont exprimés par [23] :

$$\vec{k}_a = \vec{k}_p - \vec{k}_s \quad (\text{I.49})$$

$$\omega_a = \omega_p - \omega_s \quad (\text{I.50})$$

Où  $\omega_a$ ,  $\omega_p$  et  $\omega_s$  sont respectivement les fréquences des ondes acoustiques, pompe et stokes.

$\vec{k}_a$ ,  $\vec{k}_p$  et  $\vec{k}_s$  correspondent aux vecteurs d'ondes associés.

On peut ajouter une autre description de la diffusion Brillouin stimulée en utilisant une approximation quantique, où l'on considère que l'interaction des ondes pompe avec les ondes Stokes provoque une création d'un phonon [37]. Dans le cas de l'interaction des ondes pompe avec les ondes anti-stokes, un phonon sera annihilé [37]. L'efficacité de ces deux processus proportionnels avec la population vibrationnelles.

#### I.5.3.2.a-Le gain Brillouin

Le gain Brillouin  $g_B(v)$  est un coefficient qui caractérise les ondes Stokes de la diffusion Brillouin stimulé. L'expression de ce coefficient est donnée par [12] :

$$g_B(v) = \frac{(\Delta v_B/2)^2}{(v-v_B)^2 + (\Delta v_B/2)^2} g_{B0} \quad (\text{I.51})$$

$\Delta v_B$  est la largeur à mi-hauteur du gain de Brillouin où elle dépend du taux d'amortissement de l'onde acoustique. Elle s'écrit sous la forme suivante :

$$\Delta\nu_B = (2\pi T_B)^{-1} \quad (I.52)$$

où  $T_B$  représente la durée de vie du phonon.

D'autres démonstrations prouvent que la valeur du gain Brillouin est reliée par le type de pompage et par la largeur spectrale de la pompe. Ainsi, la nouvelle expression du gain Brillouin est donnée par [23]:

$$g_B(\nu) = \frac{\Delta\nu_B}{\Delta\nu_P + \Delta\nu_B} g_{B_0} \quad (I.53)$$

Si la valeur de la largeur spectrale de l'onde pompe  $\Delta\nu_P$  est inférieure à la valeur de la largeur spectrale du gain Brillouin  $\Delta\nu_B$ , l'expression du gain devient :

$$g_B = g_{B_0} \quad (I.54)$$

### I.5.3.2.b-Seuil Brillouin

Le seuil Brillouin  $I_{\text{seuil}}$  est défini comme étant l'intensité à l'entrée de la fibre où l'intensité réfléchie est égale à l'intensité injectée. Il est donné par [34]:

$$I_{\text{seuil}} = \frac{21 \times A_{\text{eff}}}{g_B \times L_{\text{eff}}} \quad (I.55)$$

où  $A_{\text{eff}}$  est la surface effective de la fibre,  $g_B$  est le coefficient du gain Brillouin et  $L_{\text{eff}}$  représente la longueur effective de la fibre.

Le rôle principal et le plus important de la diffusion Brillouin stimulé est sa présence dans différentes applications qui se produit par la diffusion des ondes laser qui interagissent avec les ondes acoustiques se trouvant dans le milieu [37].

## I.6- Conclusion

Tout au long de ce chapitre, nous avons fourni les bases nécessaires à la compréhension de l'origine physique de l'optique non linéaire et ses phénomènes qui apparaissent en présence du processus d'interaction rayonnement-matière. En premier lieu, nous avons introduit le principe de base de la non-linéarité optique et la polarisation linéaire et non linéaire. De plus, nous avons présenté l'équation de propagation non linéaire comme une équation descriptive de la propagation des ondes intenses dans les matériaux diélectriques en partant des équations de Maxwell. Dans une seconde étape, nous avons présenté très brièvement les différents effets non linéaires du deuxième ordre tels que la génération de la seconde harmonique, la génération de la somme et de la différence des fréquences et l'oscillation paramétrique et les effets non linéaires de troisième ordre comme l'effet Kerr optique, l'auto-modulation de phase, la modulation de phase croisée, le mélange à quatre ondes, l'auto-focalisation ainsi que les deux diffusions stimulées Raman et Brillouin.

## Références

- [1] S. Asselie, A. Cipris, et W. Guerin, *Phys. Rev. A*, p. 063712 (2022).
- [2] C. Z. Tan. *Journal of Non-Crystalline Solids*, p. 122642 (2023).
- [3] B. Kress. *Photon.Lett.PL*, p. 27-29, juill. 2023.
- [4] R. Tomás, M. Aiba, A. Franchi, et U. Iriso *Proceedings of the 7th Int. Particle Accelerator Conf* p. 0.243 MB (2016).
- [5] O. N. Krokhin. *Her. Russ. Acad. Sci*, p. 447-454 (2010).
- [6] N. Bloembergen. *Rev. Mod. Phys*, p. 685-695 (1982).
- [7] Sebastian Mailadil. These de doctorat .Université d'Angers. 2015.
- [8] E. Tuncer, Y. V. Serdyuk, et S. M. Gubanski. *IEEE Trans. Dielect. Electr. Insul*, p. 809-828 (2002).
- [9] H. El Ouazzani. These de doctorat, Université d'Angers, Angers, France (2014).
- [10] M. S. Mirmoosa, T. T. Koutserimpas, G. A. Ptitsyn, S. A. Tretyakov, et R. Fleury. *New J. Phys*, p. 063004 (2022).
- [11] T. Dauxois et Peyrard, *Physique des solitons*. 2004.
- [12] A. G.P, '*Nonlinear Fiber Optics*, Third Edition. San Fransisco: Academic Press, 2001.
- [13] J. Mysliwiec. *Nanomaterials*, p. 1717. (2019).
- [14] Agrawal, *Nonlinear Fiber Optics*", Third Edition. University of Rochester, New York, 2001.
- [15] S. G. Grechin et A. B. Savel'ev. *Quantum Electron*. p. 207-207 (2022).
- [16] M. Hussain, G. O. Williams, T. Imran, et M. Fajardo. *Journal of Modern Optics* p. 197-204 (2023).
- [17] A. Bouzida. These de doctorat. Université Badji Mokhtar- Annaba (2019).
- [18] F. Azzouzi. These de doctorat. UNIVERSITE BADJI MOKHTAR (2010).
- [19] W. N. Herman et L. M. Hayden. *J. Opt. Soc. Am. B*, p. 416 (1995).
- [20] W. N. Herman et L. M. Hayden. *J. Opt. Soc. Am. B* p. 320 (1997).
- [21] M. Guignard, These de doctorat, Université de Rennes I, (2003).
- [22] D. Kawaguchi et K. Tanaka. in *Molecular Soft-Interface Science*, M. Maeda, A. Takahara, H. Kitano, T. Yamaoka, et Y. Miura, Éd., Tokyo: Springer Japan, p.87-99 (2019).
- [23] Agrawal, *Nonlinear Fiber Optics*, Fifth edition. New York: Optics and Photonics, 2013.
- [24] A. K. Daoui. These de doctorat. Université Badji Mokhtar- Annaba, 2016.
- [25] E. Reino. These de doctorat. Université de paris VI, 2002.

- [26] Z. Yellas. These de doctotart. Université Mohamed Seddik Benyahia - Jijel, 2023.
- [27] A. M. Kamchatnov. *J. Exp. Theor. Phys.*, vol. 136, n° 5, p. 653-661, mai 2023.
- [28] G. Walter. These de doctorat. Université de Paris-Saclay, 2020.
- [29] P. A. Franken, A. E. Hill, C. W. Peters, et G. Weinreich. *Phys. Rev. Lett.* p. 118-119, (1961).
- [30] Y. Liao, C. Song, Y. Xiang, et X. Dai. *Annalen der Physik*, p. 2000322 (2020) .
- [31] M. Mayach. These de doctorat. UNIVERSITE BADJI MOKHTAR, 2008.
- [32] T. Tanaka et T. Naito. p. 195-209 (2002).
- [33] T. Tanaka et T. Naito. *Optical Fiber Technology*, vol. 8, n° 3, p. 195-209, juill. 2002
- [34] L. Prigent et J.-P. Hamaide. *IEEE Photon. Technol. Lett.* p. 1092-1095 (1993).
- [35] R. C. Prince, R. R. Frontiera, et E. O. Potma *Chem. Rev.* p. 5070-5094 (2017).
- [36] W. J. Tipping, M. Lee, A. Serrels, V. G. Brunton, et A. N. Hulme. *Chem. Soc. Rev.* p. 2075-2089, 2016.
- [37] Z. Bai et al. *Optical Materials*, p. 626-645 (2018).



***Chapitre II***

***Solitons : Existences et applications***

**II.1-Introduction**

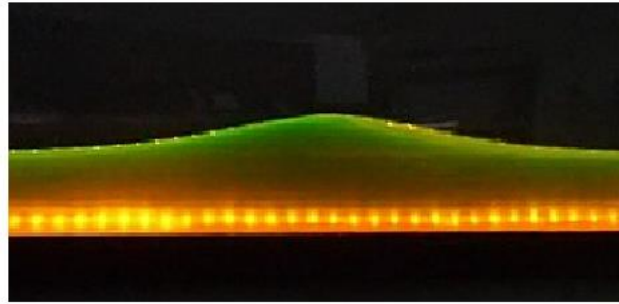
Au cours des dernières années, l'étude des non-linéarités en soi a pris une importance croissante ce qui a mené à l'introduction du concepts révolutionnaires par rapport aux idées antérieures, c'est le soliton [1]. Ce dernier est assez important pour de nombreuses recherches où il offre souvent une méthode fructueuse pour décrire la physique d'un système non linéaire, plutôt que d'opter pour une approximation linéaire suivie du traitement des non- linéarités par perturbation [2]. Les propriétés importantes des solitons suscitent un grand intérêt chez les scientifiques. Ces derniers les ont introduit dans diverses applications dans de nombreux domaines de la science comme par exemple : La télécommunication par fibres optiques, le transfert d'énergie dans les molécules des protéines et en particulier les molécules de l'ADN ; des applications dans le domaine de la chimie physiques comme l'électricité des plastiques conducteurs [3] ; des applications électronique comme le traitement numérique des signaux (DSP : Digital Signal Processing) comme la compensation électronique de dispersion chromatique [4] ; dans domaine de la mécanique des fluides comme les vagues scélérates et les tsunami , des applications nucléaire comme les solitons plasma qui se trouvent dans les gaz ionisés qui jouent un rôle intéressant pour la fusion nucléaire [5] ...etc.

Dans un premier temps, nous allons commencer ce chapitre par présenter la découverte des solitons dans le monde scientifique en montrant leurs domaines d'existence et en particulier les solitons hydrodynamiques tel que les vagues scélérates et les vagues mascarets et les solitons porteurs d'information tels que les solitons dans les system de télécommunication. Les différents types de solitons, leurs conditions de formation ainsi que les phénomènes d'interactions des solitons seront exposer en détail. Ensuite, nous allons montrer la dynamique de propagation des solitons dans les milieux non linéaires en présentant l'équation de Schrödinger non linéaire d'ordre élevé et ses solutions solitoniques telles que le soliton dipôle, combo et multipôle. Dans un second temps, nous allons focaliser notre intérêt sur l'importance des solitons dans les biosystèmes en présentant en détail la bioénergie et leur influence dans les corps vivants en passant en revue les protéines et leurs structures et en particulier les protéines Hélices  $\alpha$ . Puis, nous montrerons les modèles dans lesquelles les solitons existent dans les protéines, tels que le modèle de Davydov, le modèle de Pang, le modèle de Takeno et celui de Yomosa. Nous terminerons ce chapitre par une conclusion englobant tout ce qui a été présenté.

## II.2-Histoire du monde solitonique

La découverte du soliton a été réalisée en 1834 par l'ingénieur d'architecture John Scott Russell qui est considéré comme le père de cette innovation dans le domaine de l'hydrodynamique lorsqu'il a observé un bateau qui traverse un canal où il a été arrêté d'un seul coup [6]. Après cette observation Russell a mené diverses expériences en utilisant un canal artificiel où il a pu identifier une forme caractéristique d'une onde stable qui se propage dans le canal sans aucune déformation appelée "onde solitaire" [6]. Cette nouvelle idée d'onde solitaire a suscité un débat scientifique et la question la plus importante était : est-ce que les équations dans ce domaine de la mécanique des fluides contenaient de telles solutions ? John Scott a pu trouver une solution pour une équation qui était alors inconnue [7]. Ainsi, ce phénomène a commencé à attirer l'intérêt de nombreux scientifiques et chercheurs dans le monde. Nous pouvons à ce titre citer les travaux de Korteweg et de Vries, qui sont considérés comme les fondateurs de la découverte d'une équation décrivant la propagation des vagues dans un fluide peu profond en 1895 [8]. En 1964, les deux scientifiques M. Kruskal et N. Zabusky ont pu introduire le concept du soliton dans le monde scientifique après leurs études, ce qui a abouti à trouver des solutions localisées très stables pour quelques équations secondaires partielles non linéaires qui décrivent les processus physiques [9]. Les solutions trouvées par ces scientifiques et chercheurs peuvent confirmer pratiquement qu'il n'y avait aucun doute sur l'existence des ondes sous forme d'enveloppes stationnaires, qui indiquent un cas d'équilibre dynamique exceptionnel pour les fluides. En 1847, Stokes a découvert une autre série d'ondes NL qui se propage sur la surface d'eau plus profonde [6]. La démonstration prouvant cette solution existait pour l'étude des limites dues au phénomène non linéaire a été obtenue en 1926 [10]. Il convient de noter que dans cette année Schrödinger a publié quelques articles qui traitent de la quantification des ondes par l'intervention de son équation la plus connue qui porte son nom jusqu'à présent. Cette équation est devenue un point essentiel pour les études en mécanique quantique. Elle est aussi très importante dans le traitement des phénomènes d'optique non linéaire ; en réalité, elle étudie la propagation des ondes stationnaires hydrodynamiques et les ondes électromagnétiques. Dans le même contexte, les deux scientifiques, Feir et Benjamin ont découvert l'instabilité pour la solution de l'équation Stokes en observant l'expansion de toute une enveloppe d'ondes similaire à la surface profonde de l'eau ; ce processus est appelé « modulation instability (MI) ». L'onde correspondante pour ce processus a une fréquence  $\omega$ , et est soumise à de petites perturbations restantes sous forme de bandes latérales à  $\omega \pm \delta\omega$ . Toutes ces analyses théoriques et

expérimentales peuvent expliquer et valider l'existence des solitons dans divers domaines scientifiques [11].



*Figure II.1 : Image d'un soliton hydrodynamique.*

### II.3-Définition d'un soliton

D'un point de vue physique, un soliton est une onde qui se propage sans aucune déformation sur des distances théoriquement infini dans des milieux non linéaires [12]. Sa formation est due à un équilibre parfait entre des effets de la dispersion et des effets non linéaires. La collision de ces ondes solitaires conduit à l'émergence d'une nouvelle onde avec une forme intense et stable, appelé le soliton [13]. Ces ondes, comme nous le verrons plus loin, présentent des caractéristiques propres aux particules, telles que la position, la vitesse et même la masse. Ce comportement les rapproche des particules élémentaires comme les électrons, les bosons ou les phonons, d'où l'utilisation du suffixe "on". On les appelle donc des solitons, des ondes solitaires ayant des propriétés particulières [14]. Ces solitons sont caractérisés par une propriété remarquable. En effet, ils sont exceptionnellement stables vis-à-vis des perturbations. C'est précisément cette stabilité qui rend les solitons si fascinants et utiles aussi bien en physique que dans les autres domaines de la science.

D'un point mathématiquement, un soliton est une solution des équations différentielles non linéaires. Cette solution est spécifiée par une amplitude déterminant la puissance et une forme typique [15].

### II.4- Solitons et domaines d'existence

Depuis la découverte des solitons et à cause de leurs propriétés exceptionnelles qui en font des outils précieux dans divers domaines, les solitons sont devenus un point essentiel pour de nombreuses recherches et applications dans divers domaines scientifiques.

#### II.4.1- Solitons hydrodynamiques

Un horrible tsunami a ravagé l'Indonésie le 26 décembre 2004 au sud de l'Inde et de la Thaïlande, il a fait presque 200 000 victimes [16]. Un dangereux tremblement de terre sous-marin qui provoque un tsunami a soudainement déplacé la colonne d'eau totalement, générant un ensemble d'ondes avec une longueur d'onde très élevée [17]. La vague produite est

presque indécélable sur la mer en raison de la valeur de la longueur d'onde qui est assez grande. Elle se propage très vite sans s'évanouir jusqu'à ce que toute son énergie ait été dégagée sur la côte. De plus, au fond des océans un tsunami peut être assimilé à une onde solitaire (soliton) [17]. En réalité, il s'agit d'une oscillation (vague) qui se propage en sauvegardant une forme constante à cause de la profondeur invariante de l'eau dans un milieu ici bidimensionnel [17]. Il existe plusieurs types de vagues remarquables qui peuvent être définies par des solitons, notamment les vagues mascarets et scélébrates [16].

#### II.4.1.a-Vagues scélébrates

Les vagues scélébrates sont des vagues océaniques et solitaires ayant des longueurs d'onde semblables à celle du tsunami mais avec un profil plus net et peuvent atteindre une hauteur allant jusqu'à 30 mètres de bas en haut [18]. Elles font partie des vagues normales de l'océan et se distinguent par leur profil beaucoup plus abrupt [19]. Leur formation est aléatoire due à la superposition de plusieurs vagues en mer. Elles peuvent survenir n'importe où en mer contrairement au tsunami qui affectent principalement les zones côtières [19]. L'origine de l'apparition de ce type de vagues est, jusqu'à présent, mal connue. Cependant, des hypothèses majeures ont été proposées pour expliquer la création de ces vagues scélébrates [20]. Elles sont créées lors de l'absorption de l'énergie se trouvant dans les vagues proches pour de former un paquet d'ondes qui peut être modélisé par l'équation de Schrödinger comme des solutions solitoniques [17]. Dans le cas où l'espace est bidimensionnelle, l'équation SNL admet quelques solutions exactes et simples qui sont associés aux vagues scélébrates [20]. Le soliton d'enveloppe est considéré comme l'une de ces solutions comme démontré par Peregrine [20].

£



(a)



(b)

**Figure II.2 :** Les vagues scélébrates : a) la grande vague scélébrate dans Kanagawa, b) La vague observé par Trinidad Head en 1914, Californie [17]

### II.4.1.b-Vagues mascarets

Le mascaret est défini comme une onde qui se propage dans les rivières de certains estuaires. Elle se produit dans des conditions très spécifiques comme par exemple le coefficient de marée doit être élevé, un débit fluvial important et un niveau d'eau très bas [21].

Les premières observations exactes du phénomène du mascaret ont été faites par le chercheur Martius vers 1837 dans la rivière Capim en Brésil [22]. La première explication analytique du mascaret a été donnée par Barré de Saint-Venant en 1871. Cette explication était basée sur une analogie avec un écoulement quasi stationnaire.[21]. Dans ce type de vagues, la création d'une série d'ondes est associée à l'augmentation de la marée qui va hausser la rivière à courant contraire. Le débit de marée entre en collision avec le courant de la rivière [22]. A cause de l'effet supprimeur de l'embouchure de la rivière, combiné à la diminution de la profondeur, le mascaret augmente constamment en avançant jusqu'à atteindre presque 3m de hauteur [22]. Ce groupe des vagues, séparés par des centaines des mètres, se déplace avec un courant à une vitesse très élevée. Plus en amont, nous finissons par obtenir un soliton hydrodynamique [8].



**FigureII.3 :** Les vagues Mascaret : a) Vague mascaret appel "Seven Ghosts" sur la rivière Indonésienne Bono, b) Propagation d'une vague mascaret sur la rivière Winster en Angleterre

### II.4.2- Solitons porteurs de l'information

L'étude des solitons est intéressante à la fois pour sa valeur fondamentale et pour ses applications pratiques, principalement pour le traitement optique de l'information sur des grandes distances sans aucune déformation et sans perte de qualité [23]. Ils jouent un rôle important dans divers domaines tels que l'adressage optique dans laquelle ils permettent de modifier la destination des signaux par la réalisation des routeurs optiques qui peuvent être reconfigurés rapidement [12]. Pour le moment, les processus d'adressage et de commutation sont généralement effectués par des éléments électroniques [24]. Cependant, des

optimisations ont été apportées aux méthodes opto-électroniques où la durée de traitement des données demeure un obstacle majeur à l'efficacité des transmissions de l'information [17]. Par conséquent, il faut utiliser des commutateurs optiques qui permettraient d'augmenter la performance des transmissions de la même manière que les amplificateurs optiques et pour assurer les fonctions de traitement des signaux de télécommunication en vue d'optimiser la qualité d'utilisation des fibres optiques [25].

#### **II.4.3-Solitons et la télécommunication**

Les recherches portant sur les solitons par l'utilisation des réseaux de télécommunication par fibres optiques ont abouti à deux développements intéressants dans les années 1990 lorsque A. Hasegawa et son équipe ont réalisé la transmission des solitons sur une distance supérieure à 14 000 kilomètres à l'aide d'amplificateur dopé par l'ion d'erbium [26], ce qui a démontré leur stabilité sur de longues distances. En 1998, Georges Thierry avec son équipe ont combiné des solitons de divers longueurs d'ondes, ce qui a permis d'augmenter le débit de transmission jusqu'à 1 téraoctet par seconde [27]. En 2003, Marconi a inauguré un système de télécommunications commercial entièrement optique exploitant la technologie des solitons, entre Perth et Adélaïde, en Australie. La distance entre ces deux villes est de 2 900 kilomètres [28]. Actuellement les réseaux solitoniques surpassent notamment les réseaux classiques en termes de capacité de transmission d'informations. Les réseaux classiques peuvent seulement transmettre une quantité limitée de téraoctets par seconde, les solitons temporels ont énormément optimisés les capacités des émissions linéaires dans les fibres [28].

#### **II.5-Différents types des solitons**

Généralement, les ondes solitoniques sont classées suivant leur mode de formation et leur distance de propagation que ce soit dans l'espace, le temps ou bien dans les deux à la fois. On distingue trois types des solitons :

- Solitons spatiaux : sont formés à cause d'un équilibre entre la diffraction et l'auto-focalisation qui tend à les élargir et les compresser, respectivement [11].
- Solitons temporels (solitons de Hasegawa) : leur création est due à un équilibre entre les deux effets de l'auto-modulation de phase et de la dispersion chromatique [29].
- Solitons spatiotemporels : ce type des solitons est formé à cause d'une compensation de la dispersion chromatique, la diffraction et l'auto-focalisation [29].

Dans ce qui suit, on va présenter chaque type en détail.

### II.5.1-Solitons spatiaux

Sont due à une compensation entre la diffraction naturelle qui provoque un élargissement des faisceaux et l'auto-focalisation qui tend à les concentrer dans lesquels on trouve une conservation de leur forme et intensité où ils se maintiennent stables au cours de la propagation dans les matériaux non linéaire [15]. La formation de ce type des solitons est fondée sur deux notions essentielles [30] :

- **Forme de guide d'onde (la géométrie) :** la formation d'un soliton spatial exige que la diffraction qui est déterminée par un angle typique  $\theta_D = \frac{r}{L_D}$  et l'auto-focalisation qui est aussi définie par un autre angle de réflexion  $\theta_C = \frac{r}{L_{NL}}$  soient égales pour les petits angles, c'est-à-dire  $\theta_D = \theta_C \Rightarrow L_D = L_{NL}$

Avec,  $r$  est le rayon de l'ouverture.  $L_D$  et  $L_{NL}$  représentent les longueurs caractéristiques de la diffraction et de l'auto-focalisation, respectivement.

- **Déphasage photo-induit :** dans ce cas-là, le faisceau optique est représenté comme une superposition des ondes planes de diverses directions de propagation [30]. Lorsque ce faisceau se propage, on aura un déphasage des composantes qui est proportionnel à l'angle entre la direction de propagation de l'onde plane et l'axe optique c'est la diffraction. L'existence de la non-linéarité dans le milieu de propagation induit un autre déphasage lié à l'intensité du faisceau, c'est l'auto-focalisation. Ainsi, on aura une création d'un soliton spatial.

#### II.5.1.1-Les solitons fondamentaux

Dans le domaine paraxial de faible divergence et pour un milieu d'une seule dimension, isotrope, transparent et homogène, l'ESNL peut s'écrire sous la forme suivante [14] :

$$i \frac{\partial E}{\partial \zeta} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 E}{\partial \xi^2} \mp N^2 |E|^2 E = 0 \quad (\text{II.1})$$

où  $E$  est l'enveloppe du champ électromagnétique.  $N$  est une constante qui détermine la non-linéarité. Le premier terme détermine la propagation de l'impulsion, tandis que le second et le troisième terme correspondent respectivement à la dispersion d'ordre deux et la non-linéarité. Le signe  $\mp$  indique la possibilité d'augmenter ou bien de diminuer l'indice de réfraction. Le paramètre  $\xi$  correspond au temps pour les solitons temporel.  $\zeta$  correspond à la propagation dans la fibre.

Pour  $N = 1$  et avec l'existence de l'effet de focalisation dans l'équation (II.1), on peut trouver une solution analytique qui s'appelle le soliton brillant fondamentale donnée par [14] :

$$E(\xi, \zeta) = \text{sech}(\xi) \exp(i\frac{\zeta}{2}) \quad (\text{II.2})$$

Le paramètre  $\xi$  correspond au temps pour les solitons temporel.  $\zeta$  correspond à la propagation dans la fibre. Donc, c'est une solution d'un soliton temporel qui se propage dans une fibre optique.

Sous l'effet de la focalisation et pour un régime permanent, l'ESNL se réécrit comme suit :

$$\frac{\partial E}{\partial Z} = i \frac{1}{2k} \frac{\partial^2 E}{\partial x^2} + i \frac{2\pi}{\lambda} n_2 |E|^2 E \quad (\text{II.3})$$

Avec  $E$  et  $k$  représentant respectivement l'enveloppe qui varie lentement et le vecteur d'onde.

où  $\vec{k} = \frac{2\pi}{\lambda} n \approx \frac{2\pi}{\lambda} n_0$ , dans ce cas on suppose que l'indice effectif est constant (l'effet de l'auto-modulation de phase est négligeable par rapport à l'effet de la non-linéarité)

Dans cette formule de l'ESNL, les deux paramètres du champ représentent les deux dimensions spatiales :  $z$  est la dimension dans laquelle le faisceau se propage et  $x$  la dimension où le faisceau subit à une diffraction linéaire. Nous simplifions en excluant la troisième dimension  $y$  en nous limitant dans le cas où il n'y a pas une diffraction du faisceau dans la dimension  $x$ . Cette configuration est désignée par  $(1 + 1) D$  [13]. Alors, l'expression de la solution (II.2) devient [14] :

$$E(x, z) = \frac{1}{kT_0} \sqrt{\frac{n_0}{n_2}} \text{sech}\left(\frac{x}{T_0}\right) \exp\left(i \frac{z}{2kT_0^2}\right) \quad (\text{II.4})$$

Tel que  $T_0$  est la largeur du faisceau. Lorsque cette largeur augmente, la valeur maximale de l'intensité diminue et c'est ce qui distingue ce type des solitons[14] . Elle est donnée par :

$$I_s = |A(0, z)|^2 = \frac{\lambda^2}{4\pi^2 n_2 n_0 T_0^2} \quad (\text{II.5})$$

Pour bien comprendre le comportement du faisceau au cours de sa propagation, en introduisant les deux paramètres  $L_D$  et  $L_{NL}$  qui sont respectivement les longueurs de diffraction et non linéaires.  $L_D$  est la distance dans laquelle la diffraction devient importante et on peut la définir par [14] :

$$L_D = \frac{T_0}{|\beta_2|} \quad (\text{II.6})$$

La longueur typique de l'effet Kerr  $L_{NL}$  s'exprime par [14] :

$$L_{NL} = \frac{1}{\gamma P_0} \quad (\text{II.7})$$

La stabilité du soliton est défini par le paramètre :  $N = \sqrt{\frac{L_D}{L_{NL}}}$

D'après cette relation de  $N$ , on distingue trois cas :

- ✓  $L_D = L_{NL}$  ( $N = 1$ ) : la dispersion et la non-linéarité sont en équilibre dans ce cas ce qui permet au soliton de se propager sans altérer son profil. Donc, on aura la formation d'un soliton fondamentale stable.
- ✓  $L_D < L_{NL}$  : au début, le faisceau commencera par la diffraction puis se concentrer. Si la puissance du faisceau est suffisamment élevée, la dispersion sera compensée par la non-linéarité ce qui conduira à la stabilité du faisceau.
- ✓  $L_D > L_{NL}$  : le rapport  $N$  sera augmenté et lorsqu'il est supérieur à 1, on aura la création des solitons d'ordre élevé caractérisé par la périodicité qui conduit à l'apparition de la diffraction et de la focalisation alternativement. Dans ce cas, le profil du soliton peut se trouver sous forme d'une sécante hyperbolique périodiquement au cours de sa propagation. Cette périodicité provoque l'augmentation de l'intensité du soliton c'est pour cela qu'on trouve des difficultés d'observation expérimentale de ce type de solitons [13].

### II.5.1.2-Les solitons Kerr

Ce type des solitons est considéré comme le point de départ des études des solitons spatiaux ouvrant ainsi la voie à de nombreuses recherches dans ce domaine [31]. En 1964, les trois chercheurs Garmire, Chiao et Townes ont proposés l'idée que l'auto-focalisation pourrait conduire à son guidage automatique de la lumière [32]. Au départ, on pensait que l'auto-focalisation est un phénomène stable alors que des études plus approfondies ont révélé qu'elle était instable et qu'elle provoquait la dislocation du faisceau. D'autres chercheurs ont démontré que même les perturbations de ce dernier peuvent provoquer ce phénomène de dislocation et filamentation [30]. Dans ce concept, Zakharov et Shabat ont montré dans leur article publié en 1972 [33] que la résolution analytique de l'ESNL prouve que les solitons peuvent se propager de manière stable dans les milieux non linéaires de type Kerr. Après cette résolution, les expérimentateurs voulaient confirmer les résultats théoriques de la propagation des solitons dans des milieux unidimensionnels aussi bien dans le domaine temporel que dans le domaine spatial [30].

### II.5.2-Les solitons temporelles

Les solitons temporels résultent d'un parfait équilibre entre la dispersion chromatique, qui a tendance à étaler l'impulsion confinée, et la modulation compensatoire intrinsèque à l'effet d'auto-modulation de phase. Cette prédiction, proposée par Hasegawa et Tappert [11] indique qu'un milieu donné induit une compression relative à la diffusion causée par la dispersion chromatique, et vice versa. Cet équilibre crée une stabilité et une résistance de l'impulsion, conduisant à la formation d'un soliton fondamentale. Alors pour cette situation les deux longueurs spécifique associées à l'onde,  $L_D$  pour un régime strictement dispersif et  $L_{NL}$  pour l'autre qui est non linéaire, sont identiques ( $L_D = L_{NL}$ ). Il est important de noter que les solitons temporels fondamentaux sont devenus des choix privilégiés pour la transmission d'informations via les fibres optiques si les pertes et l'effet de GVD et l'auto-modulation de phase sont absents.

#### II.5.2.1-Evolution des soliton temporel

Dans le régime solitonique l'évolution d'une enveloppe lentement variable est décrite par l'équation de Schrödinger non linéaire dans laquelle les deux longueurs typiques sont liée par  $L_D = N^2 L_{NL}$  [13]. Elle est donnée par la formule suivante :

$$i \frac{\partial E}{\partial \xi} = \frac{\text{sgn}(\beta_2)}{2} \frac{\partial^2 E}{\partial \tau^2} - N^2 |E|^2 E \quad (\text{II.8})$$

Avec les variables de transformation adapté sur l'équation de Shrodinger suivante [13]:

$$\frac{\partial A}{\partial z} - \frac{1}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} + \gamma |A|^2 A = 0 \quad (\text{II.9})$$

sont donnés par:

$$E = \frac{A}{\sqrt{P_0}} \quad , \quad \xi = \frac{z}{L_D} \quad , \quad \tau = \frac{T}{T_0}$$

$T_0$  ,  $P_0$  sont respectivement la largeur et la puissance initial de l'impulsion.  $T$  largeur de l'impulsion après une distance de propagation.

Ainsi, le rapport entre les deux longueurs de dispersion  $L_D$  et de la non-linéarité  $L_{NL}$  est définit par :

$$N^2 = \frac{L_D}{L_{NL}} = \frac{\gamma P_0 T_0^2}{|\beta_0|} \quad (\text{II.10})$$

$N$  est une variable sans dimension qui présente l'ordre de l'onde solitonique.

Dans le cas où un équilibre optimal est atteint entre l'effet de la non linéarité et l'effet de la dispersion dans les fibres optiques, en utilisant une impulsion donnée par l'expression suivante [13]:

$$E(z, t) = N\sqrt{P_s} \operatorname{sech}\left(\frac{t}{T_s}\right) \exp\left(i\frac{P_s z}{2\gamma}\right) \quad (\text{II.11})$$

$T_s$  et  $P_s$  sont respectivement largeur du soliton à  $\frac{1}{e}$  et sa puissance crête, où :

$$P_s = \frac{|\beta_2|}{\gamma T_s^2} \quad (\text{II.12})$$

Où  $T_s$  désigne la demi-largeur à 1/e de l'intensité reliée à sa largeur à mi-hauteur.

### II.5.2.1.a- Soliton temporelle brillant

Dans un milieu dispersif anormale où  $\beta_2 < 0$ , les ondes qui possèdent des fréquences élevées se propagent plus rapidement que les autres de basses fréquences, ce qui entraîne un élargissement de l'impulsion au cours de sa propagation [10]. A cause de l'effet Kerr qui se manifeste par l'auto-modulation de phase, les fréquences initiales seront entourées par une modulation où les fréquences plus basses se concentrent au début du signal tandis que les fréquence plus élevées se déplacent vers la fin du signal. Cette distribution de fréquence se manifeste par un effet contradictoire avec l'effet de dispersion [14]. Dans le cas où il y a un équilibre entre les deux processus contradictoires, une onde super stable sera formée, c'est « le soliton temporelle fondamentale brillant » [10]. L'observation expérimentale de ce genre des solitons a été faite en 1980 par Mollenauer et ses collaborateurs[34]. Il peut s'exprimer par une sécante hyperbolique donnée sous cette forme [35] :

$$E(z, t) = \sqrt{P_0} \operatorname{sech}\left(\frac{t}{T_0}\right) \exp\left(i\frac{P_0 z}{2\gamma}\right) \quad (\text{II.13})$$

Où  $T_0$  est la largeur à mi-hauteur de l'impulsion.

Dans ce cas, on trouve que  $N = 1$ . Alors, la valeur maximale de la puissance du soliton est :

$$P_0 = \frac{|\beta_2|}{\gamma T_0^2} \quad (\text{II.14})$$

La figure ci-dessous présente l'évolution d'une impulsion solitonique se propageant dans une fibre optique.

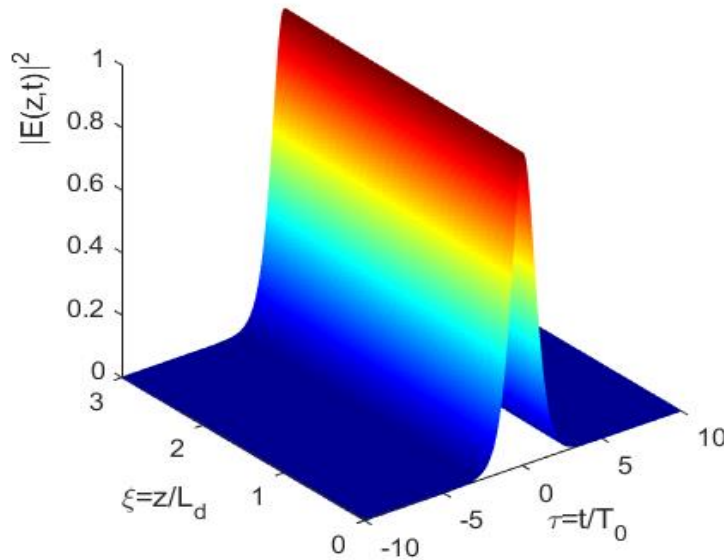


Figure II.4: Evolution d'un soliton fondamental brillant dans une fibre.

**II.5.2.1.b-Soliton temporel noir**

Ce type de soliton se trouve dans les milieux à dispersion normale où  $\beta_2 > 0$  inversement au soliton brillant dans lequel les fréquences basses se propagent plus rapidement que les autres[35]. Pour ajuster l'effet du chirp causé par la dispersion, il faut inverser le signe de la variation temporelle de l'auto-modulation de phase, autrement dit produire un chirp inverse de celui de la dispersion de groupe [35]. Par conséquent, il est possible d'atteindre un équilibre entre ces effets conduisant à la formation d'une onde solitonique appelée « *soliton temporel fondamentale noir* » [36].

Soulignons que la première expérience a été faite au cours des années 1980 prouvant l'existence du soliton noir par la méthode de la filtration des fréquences [37].

La fonction qui décrit ce type des solitons est une tangente hyperbolique exprimée comme suit [14] :

$$E(z, t) = \sqrt{P_0} \tanh\left(\frac{t}{T_0}\right) \exp\left(i \frac{P_D z}{2\gamma}\right) \tag{II.15}$$

La puissance crête est donnée par :

$$P_0 = \frac{|\beta_2|}{\gamma T_0^2} \tag{II.16}$$

Dans la figure (II.2), nous présentons l'évolution d'un soliton noir qui se propage dans une fibre optique où il émerge comme une onde inverse.

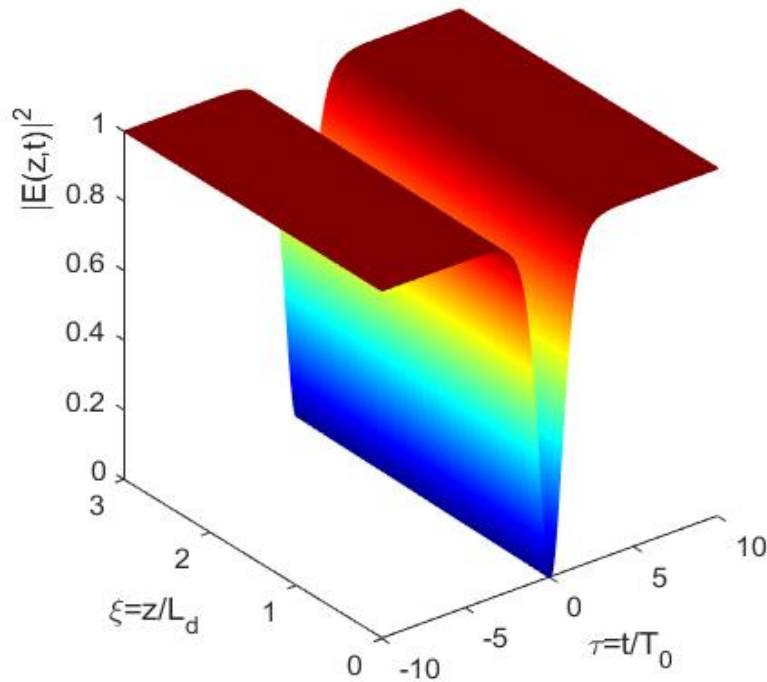


Figure II.5: Evolution d'un soliton noir dans une fibre optique.

### II.5.3- Solitons spatio-temporelle

Ce sont des impulsion lumineuses qui déplacent dans des géométries extrêmement complexes où ils ont été nommés par Silberberg comme « balles de lumière » [28]. Ce type des solitons se forment lorsque la non linéarité saturante compense simultanément les deux effets de la dispersion et de la diffraction [15]. De même, le confinement de l'énergie lumineuse conduit à la formation d'une "bille" tridimensionnelle capable de se propager sans se déformer. L'un des avantages des solitons spatio-temporelle est leur pouvoir de diminuer le problème du surchauffement car ils peuvent transporter une puissance élevée avec une faible consommation d'énergie. Des différentes recherches expérimentales ont prouvé que la propagation solitonique est peut-être réalisée à l'aide de matériaux présentant une non-linéarité saturante caractérisée par un indice de réfraction NL négatif du quatrième ordre comme par exemple la Polydiacétylène para-Toluène Sulfonate (PTS) [15]. La première observation d'un soliton spatiotemporel a été faite par Liu et ses collaborateurs dans un milieu quadratique à configuration planaire. On le retrouve dans diverses applications telles que le domaine de l'imagerie médicale, la biophotonique et ils sont utilisés pour la création de lasers ultrapuissants et ultra-courts [48].

Dans la figure (II.6), nous montrons approximativement la création d'un solitons spatio-temporelle dans le temps et l'espace à la fois [38].

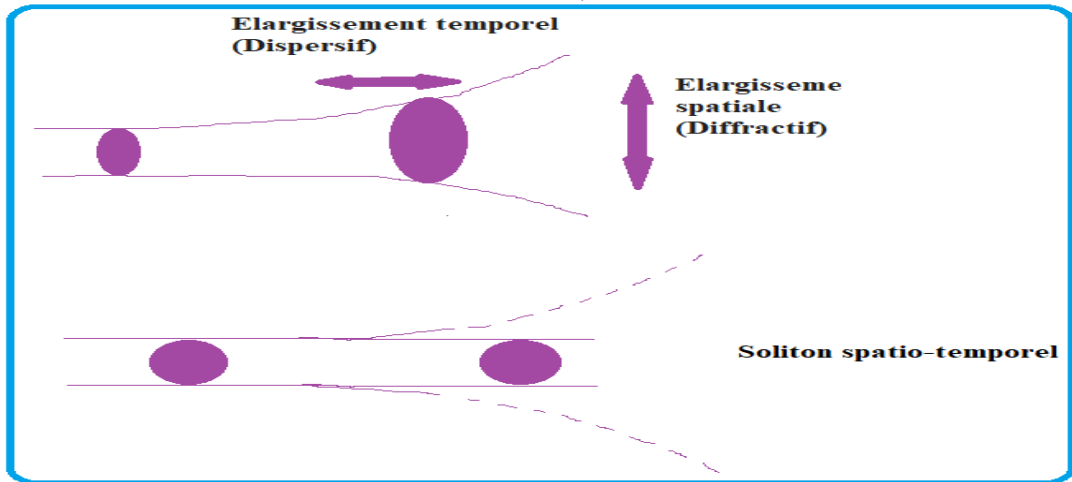


Figure II.6: Schématisation du soliton spatio-temporel.

### II.6-Interaction des solitons

L'interaction des solitons est un phénomène très intéressant qui joue un rôle important dans diverses applications telles que l'amélioration de la vitesse de transmission dans les systèmes de communications. Dans ce contexte, on prend en considération l'ensemble des effets qui influent sur le soliton durant sa propagation dans une fibre optique. Diverses études analytiques et numériques ont été menées pour examiner l'interaction entre solitons[33]. La première analyse théorique approfondie a été faite en 1983 par J. P. Gordon sur le mécanisme d'interaction entre les solitons voisins appelés adjacents [39]. Ils ont aussi vérifié expérimentalement cette analyse dans les deux domaines temporel et spatial [39].

Pour bien montrer l'impact du phénomène d'interaction sur l'évolution des solitons, nous prenons une étude récente du Docteur A. Messouber et ses collaborateurs, qui ont considéré un couple de solitons voisins injectés dans une fibre optique où la distance entre leurs centres est de  $2q_0$  [10]. L'expression du champ optique associé prends la forme suivante :

$$E(0, \tau) = \text{sech}(\tau + q_0) + r \text{sech}[r(\tau - q_0)]e^{i\theta} \tag{II.17}$$

où  $r$  et  $\theta$  sont respectivement l'amplitude relative et la différence de phase relative associés.

$\tau = T/T_0$  représente le temps propre en fonction de la largeur de l'impulsion.

En ce qui nous concerne l'analyse du mécanisme d'interaction qui repose sur les calculs numériques pour résoudre l'équation de Schrödinger non linéaire. Considérons l'équation (II.17) et en utilisant des conditions initiales, la résolution dans cette étude est

réalisée par la méthode de Fourier à pas divisé où les deux paramètres de liberté du soliton modifiés sont la phase ( $\theta$ ) et l'amplitude ( $r$ ).

Les résultats de simulation présentés dans la figure (II.7) mettent en évidence de manière explicite la forte dépendance du procédé d'interaction des solitons à l'égard de ces deux paramètres ce qui conduit à la génération de quatre familles d'interaction [10] : attractive, répulsive, glissement et collision.

### II.6.1-Interaction par choc (collision)

L'interaction par collision est l'un des différents types des interactions entre solitons. Sur le plan physique, elle apparait à cause d'un échange d'énergie qui se produit par l'introduction de l'indice de réfraction, où l'un des soliton peut influencer son voisin en modifiant l'indice de réfraction dans la zone de leur interaction, ce qui est perçu par l'autre soliton comme une augmentation de l'indice de réfraction [40]. Ce dernier va changer sa trajectoire et entrer en collision avec le second soliton. Cela se traduit par l'accumulation d'énergie, souvent représentée comme un pic appelé collapses.[10]

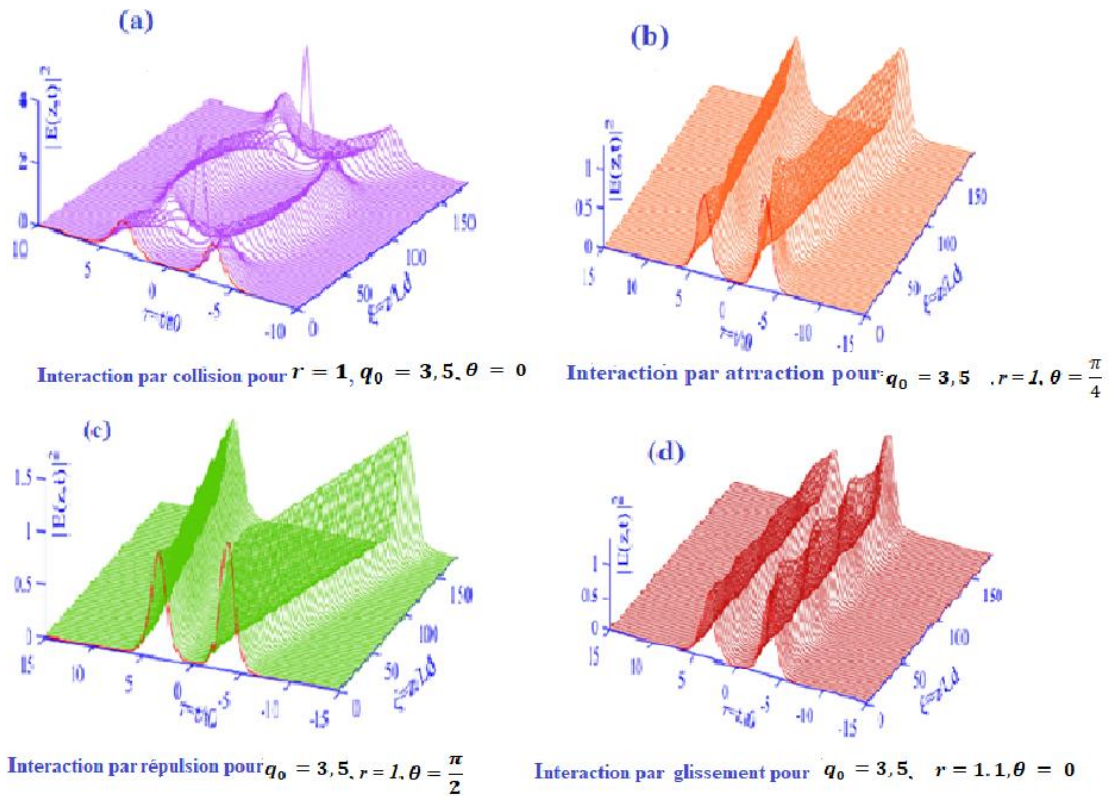
Dans le cas où les deux solitons injectés ont les même phase ( $\theta = 0$ ) et les même amplitude ( $r = 1$ ) [42]. Sur la figure (III.7-a), on peut remarquer un dynamique dramatique des collisions périodiques. Cette dynamique se manifeste par l'apparition des collapses périodiques à des distances déterminées par cette longueur [10]:

$$L_{col} = z_0 \exp(q_0) = \frac{\pi}{2} L_D \exp(q_0) \quad (\text{II.18})$$

où  $L_{col}$  est la longueur du collapses. La périodicité d'apparition des collapses  $z_0$  est exprimée par[10] :

$$z_0 = \frac{\pi}{2} L_D = \frac{\pi T_0^2}{2 \cdot 2|\beta_2|} \quad (\text{II.19})$$

$\beta_2$  est le coefficient de la dispersion d'ordre deux.



**Figure II.7 :** Interaction de deux solitons voisins avec une distance constante de  $170L_D$  et une distance de séparation  $q_0 = 3,5$  : a)  $r=1, \theta = 0$ , b)  $r=1, \theta = \frac{\pi}{4}$ , c)  $r=1, \theta = \pi/2$ . d)  $r=1,1, \theta = 0$

[14],[10]

### II.6.2-Interaction par attraction

Cette interaction peut être expliquée comme une quasi-interférence productive manifestée par un transfert d'énergie qui conduit à une augmentation de l'indice de réfraction [41]. Une modélisation numérique a été faite pour étudier l'interaction par attraction des solitons voisins où l'on considère une fibre optique soumise à une impulsion solitonique contenant deux solitons de même amplitude ( $r = 1$ ) et en phase opposée ( $\theta = \pi/4$ ) [10]. Dans ce cas, les solitons voisins se manifestent par une interaction attractive mutuelle suivie d'une répulsion comme le montre la figure (II.7-b). Cela s'exprime par rapprochement sur une distance d'environ  $40 L_D$  de son trajectoire, similaire à une force d'attraction [10]. Au moment où les solitons se rapprochent, ils subissent une baisse d'indice qui agit comme une force attractive. En conséquence, ils modifient leur trajectoire pour se dévier vers la zone où l'indice de réfraction est le plus élevé [13].

### II.6.3-Interaction par répulsion

Dans ce type d'interactions des solitons, la répulsion se manifeste par une interférence dévastatrice sur leur énergie ce qui conduit à la création d'un creux d'indice sur le côté de chaque soliton par rapport à son voisin [42]. Cette création des creux conduit au reculement de ces solitons progressivement comme illustré à la figure (II.7-c). Pour bien comprendre ce phénomène d'interaction numériquement, les chercheurs ont considéré une paire d'impulsions solitaires dans une fibre optique présentant des amplitudes égales ( $r = 1$ ) et un désaccord de phase ( $\theta = \pi/2$ ), injectés dans une fibre optique [10].

### II.6.4-Interaction du glissement

Lorsque deux solitons adjacents se propagent dans une fibre optique, une interaction entre eux se produit [42]. S'il y a un glissement de ces solitons à tel point qu'ils se propagent individuellement sans interaction notable, cette interaction est dite « *interaction de glissement* » [42]. Dans ce cas, le seul changement qui se produit est au niveau de la valeur maximale de l'intensité des solitons qui n'affecte pas la forme des solitons [42].

Afin d'expliquer ce type d'interaction ils ont supposé l'injection de deux solitons dans une fibre optique qui vont interagir entre eux avec les mêmes phases ( $\theta = 0$ ) et avec des amplitudes identiques ( $r = 1.1$ ) [10]. La figure (II.7-d) montre le comportement de ces deux solitons au cours de leur interaction durant sa propagation.

### II.7-Equation de Schrödinger non linéaire d'ordre élevé

La propagation d'une impulsion lumineuse dans une fibre optique est gouvernée par l'équation de Schrödinger non linéaire standard [43]. Cependant, l'augmentation de l'intensité du champ appliqué dans les fibres optiques, comme par exemple une source laser, provoque la production d'impulsions ultracourtes de type femtoseconde conduisant à l'apparition d'autres effets non-linéaires importants [14]. Pour les impulsions de courtes pulsations lumineuses, l'équation de Schrödinger, non linéaire dans ce cas, doit inclure des effets linéaires et non linéaires d'ordre supérieur [44]. Dans ce cas, la dynamique de propagation des impulsions ne prend pas suffisamment en compte l'équation de Schrödinger standard et elle devrait être décrite par la famille des équations de Schrödinger non linéaires d'ordre élevés [44]. Ce type d'équations contient divers effets non linéaires d'ordre supérieurs tel que l'effet d'auto-raïdissement, le décalage de fréquence due à l'effet Raman et les effets linéaires d'ordre supérieurs tel que l'effet de la dispersion d'ordre trois et d'ordre quatre [10]. Dans le cas des milieux qui présente l'effet Kerr, l'équation ESNLOS peut prendre la forme suivante [45] :

$$\begin{aligned}
 iE_z + \underbrace{\sum_{n=2}^4 (i)^n \frac{\alpha_n}{n!} \frac{\partial^n E}{\partial t^n}}_{\text{dispersions}} + \underbrace{i \sum_{n=1}^N \alpha_n |E|^{2n} E}_{\text{termes non linéaires}} + \underbrace{i \sum_{n=2}^N \beta_{n-1} (|E|^{2n-2} E)_t}_{\text{termes redaïssement}} + \\
 \underbrace{i \sum_{n=2}^N \gamma_{n-1} (|E|^{2n-2})_t E}_{\text{termes Raman}}
 \end{aligned} \tag{II.20}$$

Dans le cas où  $n = 2$ , les termes  $\beta_{n-1}$  et  $\gamma_{n-1}$  présentent les coefficients de l'effet de l'auto-raïssement et l'effet de décalage de fréquence, respectivement, et l'équation de Schrödinger résultante se transforme en équation d'Hirota [46].

### II.7.1- Solutions des ondes solitoniques

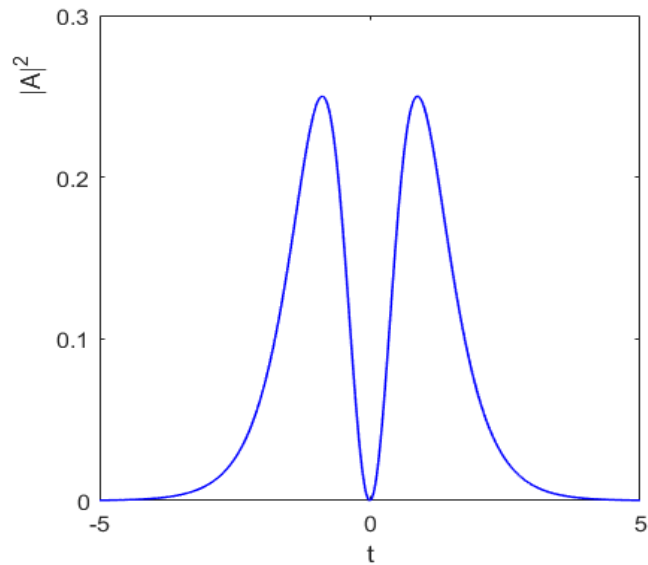
Pour décrire précisément la propagation des solitons dans les milieux non linéaires et leurs différentes structures localisées, il est nécessaire d'introduire une solution considérée comme une fonction d'essai (ansatz) afin de résoudre l'équation non linéaire qui régit cette propagation [43]. Il existe des fonctions d'essai de type ondes solitaires qui permettent de trouver des solutions de type solitonique pour l'équation ESNLOS. Dans ce qui suit, nous allons présenter trois types des solutions solitoniques telles que la solution dipôle, combo et multipôle.

#### II.7.1.1- Soliton dipôle

Ce type des solutions solitoniques a été introduit par Choudhuri et Porsezian [10] dans le but de trouver une nouvelle famille de soliton pour l'équation ESNL qu'ils ont nommé Dark-in-the-Bright solitary wave (DITB) [47]. Ce soliton se compose de doubles bosses symétriques séparées par un point d'intensité nulle au centre de l'impulsion comme le montre la figure (II.8). Ces doubles bosses sont en phase mais avec un déphasage de  $\pi$  l'un par rapport à l'autre [48]. La fonction d'amplitude complexe qui décrit ce type des solitons prend la forme suivante [14] :

$$A(z, t) = i\beta + \lambda \operatorname{sech}[\eta(t - \chi z)] \tanh[\rho(t - \chi z)] \tag{II.21}$$

Avec les paramètres  $\chi, \eta$  représentent le décalage de l'inverse de vitesse de groupe et la largeur d'impulsion respectivement.  $\beta, \lambda,$  et  $\rho$  peuvent être des nombres réels ou complexes. Cette fonction prend la forme d'un produit de deux solitons brillants et un soliton noir avec une limite non nulle lorsque le temps s'approche à l'infini [48]. La figure (II.5) présente le tracé d'un soliton dipôle dans l'espace-temps.



**Figure II.8:** Variation de l'intensité d'un soliton dipôle en fonction du temps.

### II.7.1.2- Soliton combo

Un ansatz a été proposé par Li et son équipe en 2000 afin de résoudre l'équation de Schrödinger non linéaire [49]. L'amplitude complexe pour cette solution prend aussi la forme d'une superposition de deux amplitudes de soliton noire et brillant en présence d'une asymptote temporelle non nulle à l'infini [30]. L'expression de cette fonction d'essai prend la forme suivante [14]:

$$A(z, t) = i\beta + \lambda \tanh [\eta(t - \chi z)] + i\rho \operatorname{sech} [\eta(t - \chi z)] \quad (\text{II.22})$$

D'après cette expression on peut distinguer trois formes de solitons pour ce type d'enveloppe : un soliton noir, brillant et gris. Ce dernier décrit un soliton noir qui peut se propager sur une plateforme non nulle[10].

Il est important de noter que cette solution est aussi utilisée pour décrire l'interaction entre une onde fondamentale et la seconde harmonique dans un milieu possédant les deux susceptibilités non-linéarités d'ordre deux et trois [50].

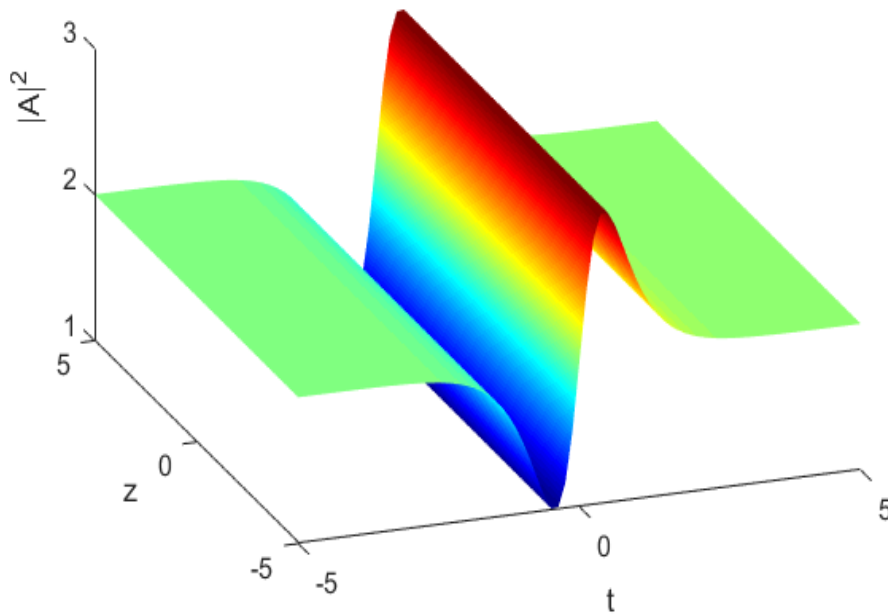


Figure II.9: Variation de l'intensité d'un soliton combo en fonction du temps.

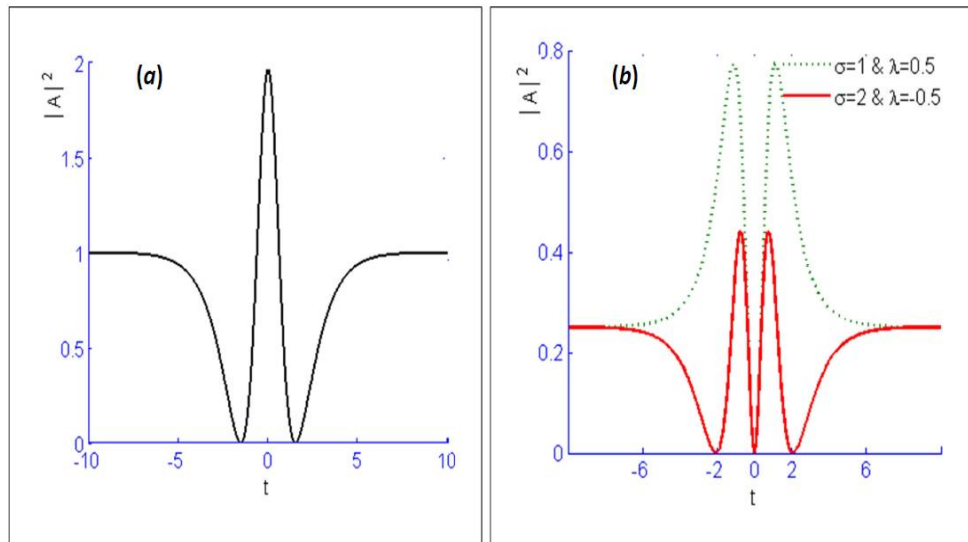
### II.7.1.3-Soliton multipôle

Dans ce cas, Triki et ses collaborateurs [51] ont proposé un modèle plus élaboré qui combine les deux types d'enveloppes précédemment mentionnés. Ce modèle consiste en une superposition de trois solitons : brillant, noir, et dipôle. Grâce à la proposition de cet ansatz, une forme novatrice de soliton a pu être découverte c'est : «le soliton multipôles». Il est donné par cette expression [51]:

$$A(z, t) = i\beta + \lambda \tanh[\eta(t - \chi z)] + ipsech[\eta(t - \chi z)] + \sigma sech[\eta(t - \chi z)] \tanh[\rho(t - \chi z)] \tag{II.23}$$

Dans ce cas,  $\sigma$  peut être un nombre complexe ou réel.

La création de cet ansatz est extrêmement flexible et permet de générer une variété de formes solitoniques allant au-delà de celles obtenues par les deux enveloppes précédemment étudiées. Par conséquent, Triki et ses collaborateurs ont découvert de nouveaux profils solitoniques, tels que le soliton de forme W, le tripôle, le quadripôle et le soliton de cinquième ordre [51].



**Figure II.10** : les différentes forme des solitons issues des recherches de Triki et ses collaborateurs (a), soliton de forme W, (b) en vert pointée le soliton tripôle, alors qu'en rouge est le soliton de cinquième ordre [51].

## II.8-Bioénergie et bio soliton

Au cours des dernières années et à cause de l'augmentation de la conscience environnementale la majorité des pays mondiales redoublent leurs efforts afin de diminuer leur usage des ressources fossiles, principalement les sources émettrices de gaz à effet de serre, en les substituant par des sources d'énergie renouvelables telles que la bioénergie [52].

La bioénergie constitue une forme d'énergie générée à partir de ressources biologiques renouvelables telles que la biomasse qui représente la matière végétale pouvant être convertie en combustible également appelé biocombustible pour produire de la chaleur ou de l'électricité [52]. Le principal bénéfice de la bioénergie réside dans son origine à partir de la biomasse une source d'énergie renouvelable liée au cycle du CO<sub>2</sub> qui est disponible, moins chère et moins polluante, ce qui la distingue des autres ressources naturelles telles que le pétrole le charbon et les combustibles nucléaires. Ce type d'énergie apparait dans le domaine biologique en particulier pour le transfert d'une lumière captée par les molécules des protéines plus précisément celle de l'ADN qui est constitué essentiellement d'un ensemble de protéines de structure secondaire type alpha-hélice, en énergie sous forme d'ATP utilisé dans plusieurs activités biologiques comme une source d'énergie chimique pour les cellules [53]. Trois processus physiques jouent un rôle très important dans le fonctionnement des molécules biologiques que sont les protéines et l'ADN [53]:

1. Le stockage et le transfert d'énergie.
2. Les changements des molécules suivant leurs fonctions.

### 3. Le transport de charges comme les électrons et les protons.

La compréhension et la maîtrise du transfert et du stockage de l'énergie sont des enjeux majeurs pour analyser et comprendre des processus biologiques.

En outre, la bioénergie a connu un développement remarquable pour l'analyse des systèmes non-linéaires depuis le milieu des années 1970 période durant laquelle le concept, de soliton, a été introduit. Ce concept peut fournir un bon point de départ pour la modélisation physique bien qu'il soit nécessaire de faire preuve de prudence dans son application aux systèmes biologiques [54]. Les solitons dans les molécules de protéines se forment à la suite d'un équilibre dynamique entre la dispersion causée par l'interaction de résonance des vibrations dipôles intra peptidiques amide-1 et la non-linéarité causée par la connexion de ces vibrations avec les déplacements locaux des positions d'équilibre des groupes peptidiques [55].

#### **II.8.1- Protéine**

L'origine du terme "protéine" est arrivé du grec "proteios", signifiant "premier en importance"[56]. Cette origine souligne leur ubiquité dans les organismes vivants. En effet, que ce soit chez les bactéries, les plantes ou les animaux, l'eau et les protéines sont les éléments essentiels constitutifs [56]. Elles ont été découvertes par Mulder en 1839 [57]. Les protéines sont fabriquées dans des complexes biochimiques connus sous le nom de ribosomes [57]. Cette fabrication est basée essentiellement sur les deux acides nucléiques désoxyribonucléique ADN et ribonucléique ARN qui sont les responsables du stockage, la formule et la transmission de l'information génétique [58]. L'ADN sauvegarde cette l'information tandis que l'ARN participe au décryptage de l'ADN afin de décoder cette information et de fournir des directives pour l'assemblage successif d'acides aminés afin de former des protéines sous forme d'une séquence linéaire d'acides aminés qui prend ensuite une configuration tridimensionnelle [58]. D'une façon générale, les protéines sont des macromolécules qui jouent un rôle très important pour le fonctionnement et la composition des organismes vivant [59]. Ils sont introduits dans de nombreux processus biologiques, notamment le transport des composant fondamentales des organismes, la catalyse des synthèses chimiques, la régulation des informations génétiques de l'acide désoxyribonucléique (ADN) et la création des autres protéines [60].

##### **II.8.1.1-Structures des protéines**

Les protéines sont formées à partir d'acides aminés liés entre eux par des liaisons peptidiques qui sont les éléments constitutifs des protéines[61]. Il existe vingt types d'acides aminés protéinogènes, chacun ayant une chaîne latérale unique. Cette chaîne latérale est

responsable de la formation physiques et chimiques de l'acide aminé [61]. Chaque acide aminé est constitué de quatre éléments chimiques : carbone, hydrogène, oxygène et azote. Certains acides aminés contiennent également du soufre [62]

A cause de la difficulté et la complexité de la structure des protéines, on ne peut pas les décrire en termes d'atomes individuels. Donc et pour simplifier, on décrit cette structure en termes de quatre niveaux d'organisation [62]:

- 1. La structure primaire :** est la séquence des acides aminés. Elle est régie par la séquence de nucléotides de l'acide ribonucléique (ARN) qui est le code génétique pour la protéine. Cette structure est représentée dans la figure (II.11).
- 2. La structure secondaire :** est la conformation des acides aminés dans la chaîne polypeptidique. Elle est décrite par des motifs récurrents, tels que les hélices  $\alpha$ . Elle est illustrée à la figure (II.11)
- 3. La structure tertiaire :** est la configuration globale de la chaîne polypeptidique dans l'espace comme le montre la figure (II.11). Elle est définie par les interactions entre les acides aminés qui ne sont pas voisins dans la séquence.
- 4. La structure quaternaire :** est la structure la plus complexe. Elle est composée de plusieurs protéines individuelles dans lesquels se lient ensemble pour la former. Elle est le résultat d'un assemblage de plusieurs chaînes polypeptidiques. La figure (II.11) montre la structure quaternaire.

Ces quatre niveaux d'organisation des protéines sont tous importants pour leur fonction. La structure primaire décrit les propriétés chimiques et physiques de la protéine [62]. Ces propriétés déterminent ensuite sa capacité à se replier dans les structures secondaires et tertiaires [60]. Les structures tertiaire et quaternaire sont responsables de la fonction des protéines simples et complexes [58].

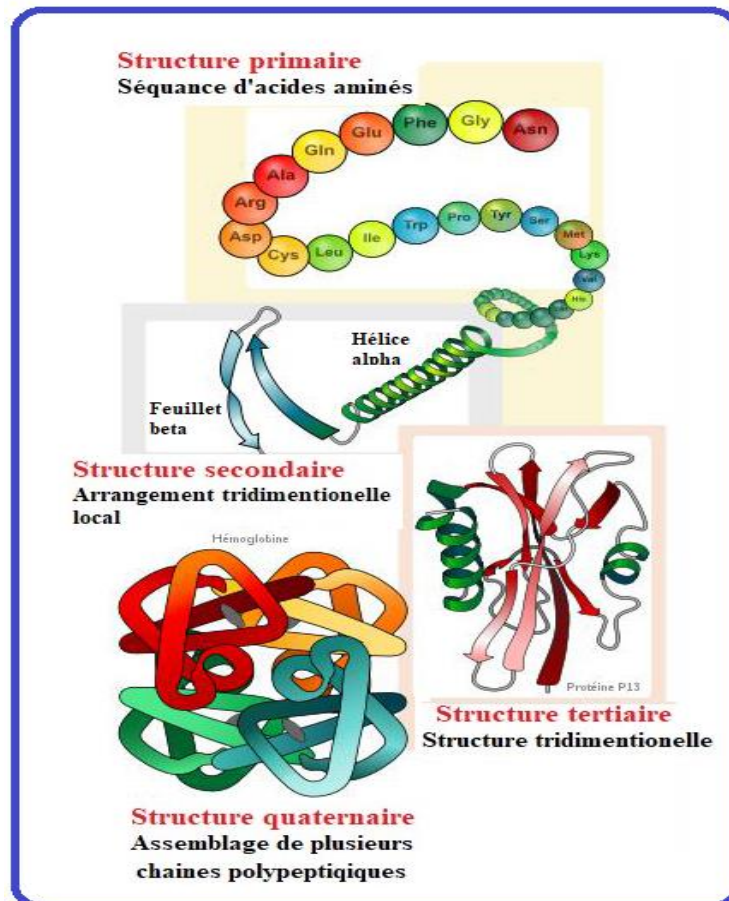


Figure II.11: Représentation des différents types de structures des protéines[58].

### II.8.2- Protéine Hélices $\alpha$

Les hélices alpha sont un motif courant dans la structure secondaire des protéines, représentant environ de 33% de cette structure [53]. La figure (II.12) montre la structure de l'hélice- $\alpha$  où le carbonyle (C=O) d'un acide aminé forme une liaison hydrogène avec l'autre groupe de (N-H) d'un acide aminé qui se trouve à quatre acides aminés plus bas de la chaîne. Par exemple, le carbonyle de l'acide aminé 1 forme une liaison hydrogène avec le N-H de l'autre acide aminé 5 [61]. Cette liaison va tirer la chaîne polypeptidique ce qui conduit à la formation d'une structure hélicoïdale semblable à un ruban enroulé. Chaque tour d'hélice possède 3,6 acides aminés [57]. La formation de cette structure d'hélice  $\alpha$  contribue à la stabilité de ce motif, et par conséquent, à la stabilité des protéines.

On peut identifier ce motif-là dans différentes protéines tel que [57]:

- L'hémoglobine : est une protéine responsable de la propagation de l'oxygène dans le sang qui inclus quatre molécules d'hélices alpha.

- La kératine : est une autre protéine aussi qui compris ce type de structure, constituant les ongles, les cheveux et la peau.
- La myosine : c'est la protéine qui favorise la crispation musculaire.

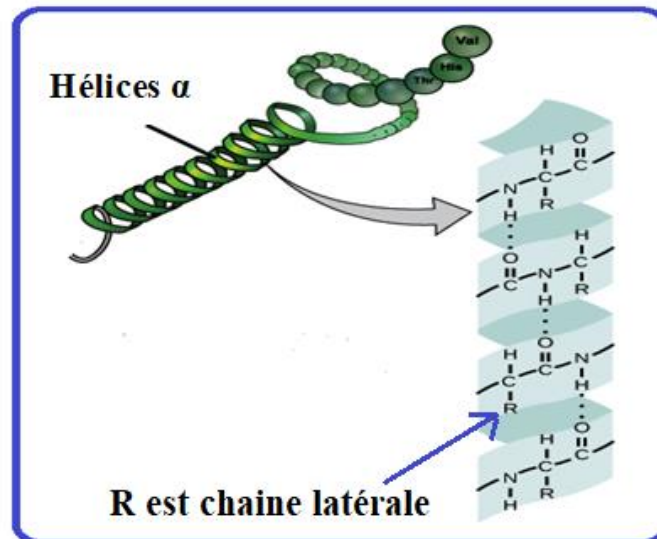
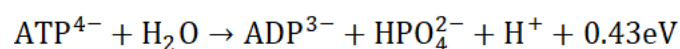


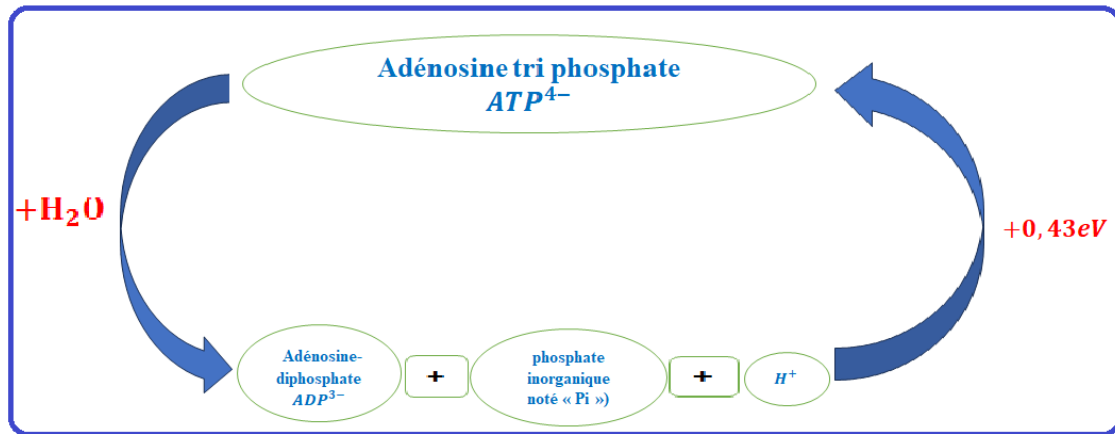
Figure II.12 : Structure d'hélice- $\alpha$ [58]

Les hélices alpha se retrouvent dans plusieurs protéines qui jouent un rôle essentiel dans le fonctionnement de l'ADN, en particulier pour les enzymes de réparation. Ces protéines sont responsables du transport de l'information dans l'ADN [63].

Il est noté que de nombreux phénomènes biologiques sont liés à une propagation spatiale de l'énergie le long des molécules de protéines, le processus le plus connu est la transmission de l'information génétique dans les molécules des protéines constituant le code ADN [63]. Par exemple, la photosynthèse qui permet aux végétaux de convertir l'énergie lumineuse en énergie chimique [63]. Cette énergie lumineuse est due à la capture de la lumière visible par des molécules qui jouent le rôle d'antennes biologiques et qui entraînent à la création d'excitons électroniques [64]. Ces excitons se déplacent au sein de l'unité photosynthétique pour atteindre un centre réactionnel et générer de l'adénosine tri phosphate (ATP) qui constitue une source d'énergie universelle utilisée dans divers processus biologiques [65]. Celle-ci se lie à un site récepteur particulier de la protéine et réagit avec l'eau pour libérer environ 0,42 eV. Cette réaction peut être représentée par la formule suivante [65] :



Cette quantité d'énergie est trop grande à l'échelle moléculaire mais elle ne peut être efficace que si elle n'est pas rapidement distribuée .



**Figure II.13 :** Représentation schématique montre la production de l'ATP dans les molécules des protéines

Dans ce qui suit, nous allons présenter en détail les travaux de recherche montrant la dynamique de propagation des solitons biologiques.

### II.8.3-Bioénergie et solitons

La transformation et le transfert de bio-information s'accompagnent toujours du transport de bio-énergie dans les systèmes vivants [56]. Plusieurs théories sur le transport d'énergie biologique le long des chaînes moléculaires des protéines hélicoïdales ont été proposées et établies en fonction des différentes propriétés et de leur structure. Ces théories s'appuient sur l'énergie libérée par l'hydrolyse de l'adénosine triphosphate (ATP) [65]. Les chercheurs qui ont développé ces théories se sont concentré sur l'étude des propriétés et de la stabilité des transporteurs de bio-énergie [53]. Davydov et Pang sont deux célèbres chercheurs qui ont étudié le processus de transport de l'énergie, montrant qu'il repose sur la dynamique de propagation des solitons dans les molécules des protéines alpha hélices [55]. Ces théories ont été établies sur la base des protéines périodiques et uniformes, ce qui diffère des protéines biologiques réelles. Il est donc essentiel de vérifier la validité de la théorie du transport d'énergie biologique dans des protéines biologiques [55].

Il existe plusieurs modèles qui ont été développés pour exprimer le transfert d'énergie biologique, tels que le modèle de Pang, le modèle de Tekno, et le modèle de Yomosa [55]. Dans la suite, nous allons présenter ces modèles en détail.

#### II.8.3.1-Modèle de Davydov

Un développement majeur est celui introduit par Aleksandr Sergeevich Davydov qui proposa un modèle de transport de l'énergie dans les protéines [66]. Il suggéra que l'énergie libérée par l'hydrolyse de l'ATP permettait d'exciter la vibration C=O des groupements amino-acide des hélices- $\alpha$ . A cause de l'interaction dipôle-dipôle entre liaisons voisines, cette

excitation vibrationnelle tend à se délocaliser le long de l'hélice [64]. Mais sa dynamique est également couplée à un bain de phonons associés aux mouvements d'ensemble de la protéine [67]. Ce couplage induit une dynamique non linéaire décrite par l'équation non linéaire de Schrödinger qui décrit l'émergence d'un soliton [67].

L'équation de Davydov n'est pas une équation unique, mais plutôt un modèle mathématique qui a été proposé pour la première fois en 1973 pour décrire le mécanisme non linéaire de stockage et de transfert d'énergie vibrationnelle dans les molécules de protéines, particulièrement de type alpha hélice [68]. Ce modèle est capable de prédire que les interactions non linéaires entre les phonons et les excitations amide-I peuvent produire une excitation combinée de longue durée, qui se propage sans perte le long de l'hélice. Il est également connu sous le nom de « *soliton de Davydov* », qui se forme à cause d'un équilibre dynamique entre la dispersion due à l'interaction résonnante des vibrations intra-peptidiques dipolaires (amide I) et la non-linéarité fournie par l'interaction de ces vibrations avec les déplacements locaux des positions d'équilibre des groupes peptidiques [68].

L'équation de Davydov est bien approchée par l'équation SNL de la forme :

$$i \frac{\partial \tilde{\Phi}}{\partial \tau} + \gamma |\Phi_j|^2 \Phi + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} = 0 \quad (\text{II.24})$$

Avec  $\tilde{\Phi} = \Phi \exp(-2i\tau)$  et  $\gamma \geq 1$  est le coefficient de la non-linéarité, et  $|\Phi_j|^2$  représente la probabilité de trouver un quantum d'énergie amide-I sur le site  $j$ .

Dans ce contexte, il existe plusieurs travaux sur les solitons de Davydov se sont basés sur l'équation (III.24). Cette équation ayant une solution de la forme suivante [69]:

$$\varphi(x, t) = \sqrt{\frac{\mu_D}{2}} \operatorname{sech}\left[\frac{\mu_D}{r_0}(x - x_0 - vt)\right] \exp\left\{i\left[\frac{\hbar v}{2Jr_0^2}(x - x_0) - \frac{E_t t}{\hbar}\right]\right\} \quad (\text{II.25})$$

A travers ces études, Davydov a introduit l'idée que des mécanismes non linéaires doivent intervenir à l'échelle atomique et moléculaire dans le domaine biologique [53].

### II.8.3.2-Modèle de Pang

Pang a amélioré le modèle de Davydov avec un hamiltonien modifié et une nouvelle fonction d'onde d'état quasi-cohérent à deux quanta pour les systèmes de molécules protéines [55]. Ainsi, les recherches ont montré que le soliton dans les molécules de protéines  $\alpha$ -hélice basé sur le modèle de Pang avait une énergie de liaison plus élevée, une stabilité thermique plus élevée et une durée de vie plus longue par rapport à celles du modèle original de Davydov [55]. La différence entre le modèle de Pang et le modèle de Davydov réside dans un facteur de normalisation de la fonction d'onde [55]. Ainsi, l'équation dynamique qui décrit le

transport de la bio énergie pour ce modèle est l'équation de Schrödinger non linéaire suivante [55] :

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial x} \varphi(x, t) = R(t) \varphi(x, t) - Jr_0^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \varphi(x, t) - G_p |\varphi(x, t)|^2 \varphi(x, t) \quad (\text{II.26})$$

Avec une solution :

$$\varphi(x, t) = \left(\frac{\mu_p}{2}\right)^{1/2} \text{sech}[(\mu_p/r_0)(x - x_0 - vt)] \exp \left\{ i \left[ \frac{\hbar v}{2Jr_0^2} (x - x_0) - E_v \frac{t}{\hbar} \right] \right\} \quad (\text{II.27})$$

### II.8.3.3-Modèle de Takeno

Takeno a proposé un autre modèle pour la propagation de la bioénergie dans la protéine en hélice  $\alpha$  [69]. Il a considéré que le terme de dispersion dans l'hamiltonien du Davydov dans son modèle ne peut pas convenir au déplacement de l'énergie vibratoire. Il a aussi généralisé sa théorie pour traiter les systèmes plus compliqués. Ce modèle est donné par l'hamiltonien suivant [55]:

$$H = H_{ex} + H_{ph} + H_{int} = \sum_n [(\epsilon_0 - D)B_n^+ B_n - J(B_n^+ B_{n+1} + B_{n+1}^+ B_n)] + \sum_n \left[ \frac{P_n^2}{2M} + \frac{1}{2} w(u_n - u_{n-1}) \right] + \sum_n \chi(u_{n+1} - u_{n-1}) B_n^+ B_n \quad (\text{II.28})$$

De plus, Takeno ajoute des études supplémentaires qui montrent clairement que les solitons classiques décrits par ce modèle sont plus stables à des températures biologiquement pertinentes que le soliton de Davydov.

### II.8.3.4-Modèle de Yomosa

Un autre modèle classique du soliton pour le transport d'énergie dans les protéines en hélice  $\alpha$  a été proposé par Yomosa dans lequel il pensait que la structure en hélice  $\alpha$  était stabilisée par la non-linéarité et l'asymétrie des liaisons hydrogène [70]. Il a obtenu une équation KDV qui donne une solution sous forme un soliton supersonique différent de ceux de Davydov et de Takeno . Ce modèle pourrait présenter une alternative raisonnable à leurs modèles. Ce soliton peut également être plus efficace pour mener des travaux mécaniques étant donné qu'il n'a pas d'énergie de repos qui lui est associée [70].

**II.9-** Il a obtenu une équation KDV qui donne une solution sous forme un soliton supersonique différent de ceux de Davydov et de Takeno .

Au cours de ce chapitre, nous avons présenté tout ce qui concerne les solitons et leurs domaines d'existence. Nous avons montré les différents types de solitons tels que les solitons spatiaux, temporelles et spatio-temporelle. L'évolution des solitons et leurs différents types d'interactions tels que l'interaction par choc, l'interaction par attraction, l'interaction par répulsion et l'interaction du glissement, qui ont été exposées en détail. Dans le même contexte, nous avons examiné les différents types de solutions de l'onde solitonique de

l'équation de Schrödinger non linéaire d'ordre élevé. Nous nous sommes également penchés sur les solitons dans les systèmes biologiques et la bioénergie, en mettant en avant les protéines, notamment l'hélices  $\alpha$  qui sont les éléments de base dans la construction de l'ADN, où les solitons se propagent pour transporter l'information génétique. Enfin, nous avons exploré les modèles théoriques utilisés pour exprimer et montrer le phénomène du bio soliton en détail.

## Références

- [1] M. Kaplan, K. Hosseini, F. Samadani, et N. Raza. *J. Mod. Opt*, p. 1431-1436 (2018).
- [2] H. Shi et Y. Zhang. *Eur. J. Appl. Math*, p. 726-737 (2016).
- [3] Y. Martel, F. Merle, P. Raphaël, et J. Szeftel. *Russ. Math. Surv*, p. 261-290 (2014).
- [4] N. Hadjadji et R. Hamdi. *Telecommun. Radio Eng*, p. 29-38 (2020).
- [5] S. Cuenda, A. Sánchez, et N. R. Quintero. *Phys. Nonlinear Phenom*, p. 214-221 (2006).
- [6] M. Santagiustina et C. G. Someda. *IEEE Antennas Propag. Mag*, p. 154-161 (2018).
- [7] A. C. Newell. *J. Appl. Mech*, p. 1127-1138 (1983).
- [8] M. Crabb et N. Akhmediev. *Phys. Rev. E*, p. 022216 (2021).
- [9] Tayeb Benouaz et Mme Ghezouti Née Boumaaza Nawel. Unpublished p 765-770 (2015).
- [10] A. Messouber. These de doctorat. Université Badji Mokhtar- Annaba (2020).
- [11] T. Dauxois et Peyrard, *Physique des solitons*. (2004).
- [12] S. Manukure et T. Booker. *Partial Differ. Equ. Appl. Math*, p. 100140 (2021).
- [13] Agrawal *Nonlinear Fiber Optics*, Third Edition. San Fransisco: Academic Press, (2001).
- [14] Agrawal, *Nonlinear Fiber Optics*, Fifth edition. New York: Optics and Photonics, (2013).
- [15] A. K. Daoui. These de doctorat. Université Badji Mokhtar- Annaba (2016).
- [16] J. S. Russell. *proceedings of the royal society*, p. 319-320 (1844).
- [17] V. Coda. These de doctorat. Université de Franche-Comté (2007).
- [18] A. Chabchoub, N. P. Hoffmann, et N. Akhmediev. *Phys. Rev. Lett*, p. 204502 (2011).
- [19] Y. Martel, F. Merle, P. Raphaël, et J. Szeftel. *Russ. Math. Surv*, p. 261-290 (2014).
- [20] KB Dysthe. *Proc. R. Soc. Lond. Math. Phys. Sci.*, p. 105-114 (1979).
- [21] J. Allen. *Quat. Sci. Rev*, p. 1155-1231 (2000).
- [22] L. Furgerot. These de doctorat. Université de Caen. Français, 2014.
- [23] Y. S. Kivshar et G. I. Stegeman. *Opt. Photonics News*, p. 59 (2002).
- [24] J. Fatome. These de doctorat. Bourgogne, France (2004).
- [25] N. Bloembergen. *Rev. Mod. Phys*, p. 685-695 (1982).
- [26] E. Nihei, T. Ishigure, et Y. Koike. *Appl. Opt*, p. 7085 (1996).
- [27] F. Mitschke, A. Hause, et C. Mahnke. *Eur. Phys. J. Spec. Top*, p. 2453-2464 (2016).
- [28] A. R. Seadawy, M. Bilal, M. Younis, S. T. R. Rizvi, M. M. Makhlof, et S. Althobaiti. *Opt. Quantum Electron*, p. 324 (2021).

- [29] A. Hasegawa et F. Tappert. *Appl. Phys. Lett*, p. 142-144 (1973).
- [30] F. Azzouzi. These de doctorat. Universite badji mokhtar (2010).
- [31] F. Leo. *Photoniques*, p. 52-57 (2023).
- [32] P. L. Kelley. *Phys. Rev. Lett*, p. 1005-1008 (1965).
- [33] J. S. Aitchison *et al.* *Opt. Lett*, p. 471 (1990).
- [34] N. N. Akhmediev. *Opt. Quantum Electron*, p. 535-569 (1998).
- [35] A. Biswas et S. Konar. 1<sup>re</sup> éd. Chapman and Hall/CRC, 2006.
- [36] K. K. Ahmed, H. M. Ahmed, N. M. Badra, et W. B. Rabie. *Optik*, p. 171835 (2024).
- [37] G. H. Weiss et A. A. Maradudin. *J. Math. Phys*, p. 771-777 (1962).
- [38] X. Liu, K. Beckwitt, et F. Wise. *Phys. Rev. E*, 1328-1340 (2000).
- [39] Min Du, K. Chan, et C. K. Chui. *IEEE J. Quantum Electron*, p. 177-182 (1995).
- [40] M. Dufour. These de doctorat. Université de Lille (2020).
- [41] Y. Silberberg. *Opt. Lett.*, p. 1282 (1990).
- [42] R. Hao, L. Li, Z. Li, W. Xue, et G. Zhou. *Opt. Commun*, p. 79-86 (2004).
- [43] C.-Q. Dai, G.-Q. Zhou, et J.-F. Zhang. *Phys. Rev. E*, p. 016603 (2012).
- [44] A. Hasegawa. *IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron*, p. 1161-1172 (2000).
- [45] J. M. Dudley, A. C. Peacock, et G. Millot. *Opt. Commun*, p. 253-259 (2001).
- [46] J. Price, W. Belardi, T. Monro, A. Malinowski, A. Piper, et D. Richardson. *Opt. Express*, p. 382 (2002).
- [47] W.-P. Hong. *Opt. Commun*, p. 217-223 (2001).
- [48] Z.-J. Yang, Z.-P. Dai, S.-M. Zhang, et Z.-G. Pang. *Nonlinear Dyn*, p. 1081-1090 (2015).
- [49] Z. Li, L. Li, H. Tian, et G. Zhou. *Phys. Rev. Lett*, p. 4096-4099 (2000).
- [50] H. Tian, J. Tian, Z. Li, et J. Zi. *Opt. Commun*, p. 225-232 (2005).
- [51] H. Triki, F. Azzouzi, et P. Grelu. *Opt. Commun*, p. 71-79 (2013).
- [52] A. Mirecki. These de doctorat. Université de Lil. (2005).
- [53] N. Sefidkar, S. Fathizadeh, F. Nemati, et C. Simserides. *Materials*, p. 2779 (2022).
- [54] P. X. Feng. *Opt. Commun*, p. 65-72 (2018).
- [55] P. Xiao-Feng et L. Mei-Jie. *Commun. Theor. Phys*, p. 369-376 (2007).
- [56] T. Schlick, R. Collepardo-Guevara, L. A. Halvorsen, S. Jung, et X. Xiao. *Q. Rev. Biophys*, p. 191-228 (2011).
- [57] K. Ikehara. in *Towards Revealing the Origin of Life*, Cham: Springer International Publishing, p. 21-60 (2021).
- [58] C. Bouget. These de doctorat. Université de Caen Normandie (2020).

- [59] F. Vieux, M. Maillot, F. Constant, et A. Drewnowski. *Public Health Nut*, p. 2305-2314 (2016).
- [60] T. Galliard, D. R. Phillips, et J. A. Matthew. *Biochim. Biophys. Acta*, p. 157-171 (1975).
- [61] M. Guharoy et P. Chakrabarti. *Bioinformatics*, p. 1909-1918 (2007).
- [62] Y. Cho, S. Gorina, P. D. Jeffrey, et N. P. Pavletich. *Science*, p. 346-355(1994).
- [63] C. Tempra, C. La Rosa, et F. Lolicato. 20 novembre 2020.
- [64] A. S. Davydov. *Sov. Phys. Uspekhi*, p. 898-918 (1982).
- [65] M. J. Fossat, A. E. Posey, et R. V. Pappu (2022).
- [66] A. S. Davydov. *J. Theor. Biol.*, p. 559-569 (1973).
- [67] A. C. Scott. *Phys. Nonlinear Phenom*, p. 333-342 (1991).
- [68] A. S. Davydov et N. I. Kislukha. *Phys. Status Solidi B*, p. 465-470 (1973).
- [69] C. B. Tabi. *Chaos Solitons Fractals*, p. 386-391 (2018).
- [70] D. D. Georgiev et J. F. Glazebrook. *Phys. E Low-Dimens. Syst. Nanostructures*, p. 114-332 (2020).



*Chapitre III*

**Equations Modèles des Solitons**

### III.1- Introduction

La découverte des solitons jouent un rôle important dans l'avancement des recherches dans divers domaines, ce qui en fait l'objet de nombreuses recherches et études théoriques visant à analyser leurs dynamiques de propagation en fonction des termes physiques qui les contrôlent [1]. Dans ce contexte, plusieurs modélisations concrètes ont été proposées en utilisant des équations d'évolutions non linéaires afin de comprendre cette propagation [2]. Par leurs propriétés, les solitons suscitent un intérêt pratique pour la transformation des informations optiques, notamment dans les lasers à blocage générant des ondes courtes ou ultracourtes, telles que les femtosecondes, durant sa propagation dans les milieux non linéaires [3]. Afin de comprendre leurs dynamiques et leurs évolutions, il faut utiliser des méthodes mathématiques et numériques bien détaillées et plus approfondies. L'étude théorique de la propagation des solitons dépend de l'utilisation des différentes équations non linéaires selon le milieu dans lesquels ils se propagent. Citons quelques exemples[4] :

- ✓ Equation de Korteweg de-Vries : est une équation NL utilisée pour analyser la propagation des solitons dans les milieux peu dispersifs et avec une faible non-linéarité tel que l'eau superficielle.
- ✓ Equation de Sine-Gordon : est une équation NL appliquée pour décrire la dynamique de propagation des solitons dans les milieux de faible amplitude tels que les systèmes de N pendules.
- ✓ Equation de Davydov: est un modèle d'équation NL utilisée pour traiter et étudier la propagation des solitons et son rôle dans la transmission de la bioénergie dans les molécules des protéines.
- ✓ Equation de Schrödinger non linéaire : Elle est utilisée pour modéliser et analyser la propagation des solitons dans les fibres optiques.

Dans ce chapitre, nous présenterons dans un premier temps les différents modèles d'équations NL permettant de comprendre la dynamique de propagation des solitons dans divers milieux non linéaires. Nous aborderons notamment l'équation de KdV, l'équation de Sine-Gordon, l'équation de Davydov et la célèbre équation de Schrödinger non linéaire. Puis, nous définirons les quatre lois de conservation utilisés pour décrire l'intégrabilité des systèmes d'équations régissant la dynamique de propagation non linéaire des solitons optiques. Les méthodes numériques et les méthodes analytiques pour résoudre les équations non linéaires seront présentés en détail. Ensuite, nous étudierons et montrerons l'influence des effets linéaires et non linéaires sur la propagation des solitons dans les milieux purement dispersifs et les milieux purement non linéaires. Nous examinerons en particulier l'impact de la

dispersion du deuxième et troisième ordre ainsi que l'effet Kerr et non-Kerr. En fin, ce chapitre s'achèvera par une conclusion.

### III.2-Modèles d'équations non linéaires de propagation des solitons

Les solitons se manifestent dans divers domaines scientifiques. Ils représentent des solutions localisées aux équations différentielles qui gouvernent leur dynamique de propagation dans des milieux non linéaires. Dans ce qui suit, nous allons montrer quelques détails sur ces différentes équations non linéaires.

#### III.2.1-Equation de Korteweg de-Vries

L'explication théorique qui confirme la célèbre observation des solitons par J. Scott a été réalisée grâce aux travaux de deux mathématiciens : Diederik Johannes Korteweg et Gustav de Vries. Ces derniers ont démontré mathématiquement en 1895 cette observation désormais connue sous le nom d'équation KdV [5]. L'équation de KdV possède plusieurs formes qui permettent de simuler une grande variété de phénomènes non linéaires dans divers milieux tels que les eaux peu profondes, les plasmas, les systèmes vibrants non linéaires à masses et ressorts et le transport d'électricité via des lignes électriques non linéaires [6]. Elle prend la forme suivante [6] :

$$u_t + c_0 u_x + \eta u^p u_x + \gamma u_{xxx} = 0 \quad (\text{III.1})$$

où  $u$  est la fonction d'enveloppe,  $p$  un nombre entier non nul,  $c_0$  la vitesse caractéristique de l'onde.  $\eta$  représente le coefficient non linéaire  $\eta = \pm(p+1)(p+2)$ .  $\gamma$  est le coefficient de la dispersion du troisième ordre. Pour  $c_0 = 0$ ,  $p = 1$  et  $\eta = \pm 6$ , l'équation (III.1) devient le cas général de l'équation KdV. Elle est réécrite comme suit :

$$u_t + 6uu_x + \gamma u_{xxx} = 0 \quad (\text{III.2})$$

Cette équation KdV décrit le comportement des ondes dans des conditions spécifiques. Deux phénomènes clés sont à l'œuvre : la dispersion d'ordre trois qui se traduit par l'étalement et qui est proportionnel à la troisième puissance de la dérivée de l'onde, ainsi qu'un autre terme de redressement non linéaire qui tend à focaliser l'onde [7]. La formation des solitons KdV se produit lorsqu'un équilibre est atteint entre ces deux effets. Cet équilibre permet à l'onde de se maintenir sous forme d'une onde solitaire stable. Alors, l'équation (III.2) possède une solution exacte qui prends cette forme [4] :

$$u(x, t) = A \operatorname{sech}^2 \left\{ \sqrt{\frac{A}{2\gamma}} (x - x_0 - 2At) \right\} \quad (\text{III.3})$$

Tel que  $A = \frac{c_0}{2}$ , et  $x_0$  représente une constante arbitraire.

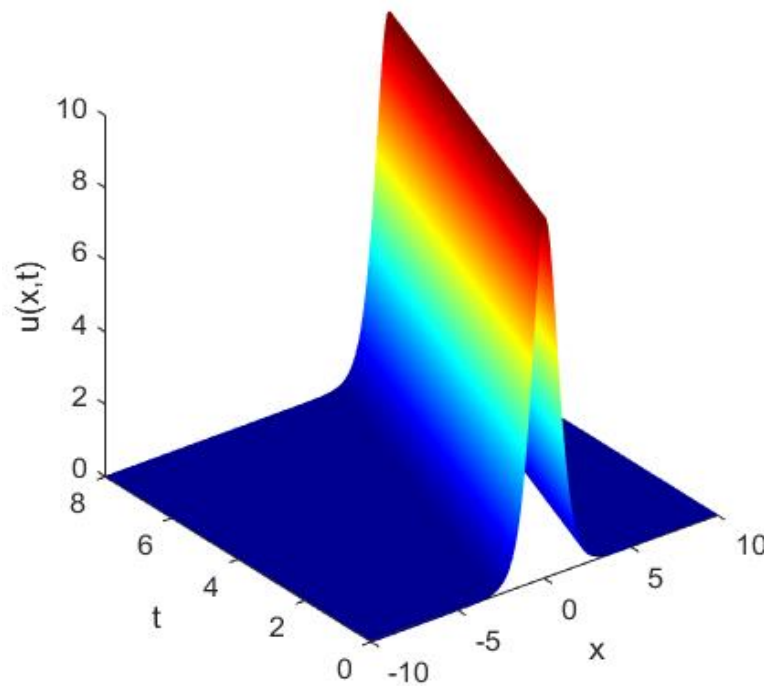


Figure III.1 : Propagation d'un soliton KdV donné par l'équation (III.3).

### III.2.2- Equation de Sine-Gorden

L'équation de type Sine-Gordon est une équation aux dérivées partielles non linéaire qui décrit la propagation des impulsions dans un milieu actif [8]. Elle a de nombreuses applications dans la physique et l'ingénierie notamment pour modéliser la propagation des dislocations dans les cristaux, les solitons dans les plasmas et les champs magnétiques dans les supraconducteurs [8]. Elle peut être aussi interprétée comme un modèle d'équation permettant de traduire la dynamique d'un système à N pendules couplées. Elle s'écrit sous la forme suivante [4]:

$$u_{tt} - c_0^2 u_{xx} + \omega_0^2 \sin(u) = 0 \quad (\text{III.4})$$

Avec  $\omega_0$  et  $c_0$  représentent respectivement la fréquence typique de l'onde et la vitesse du son.

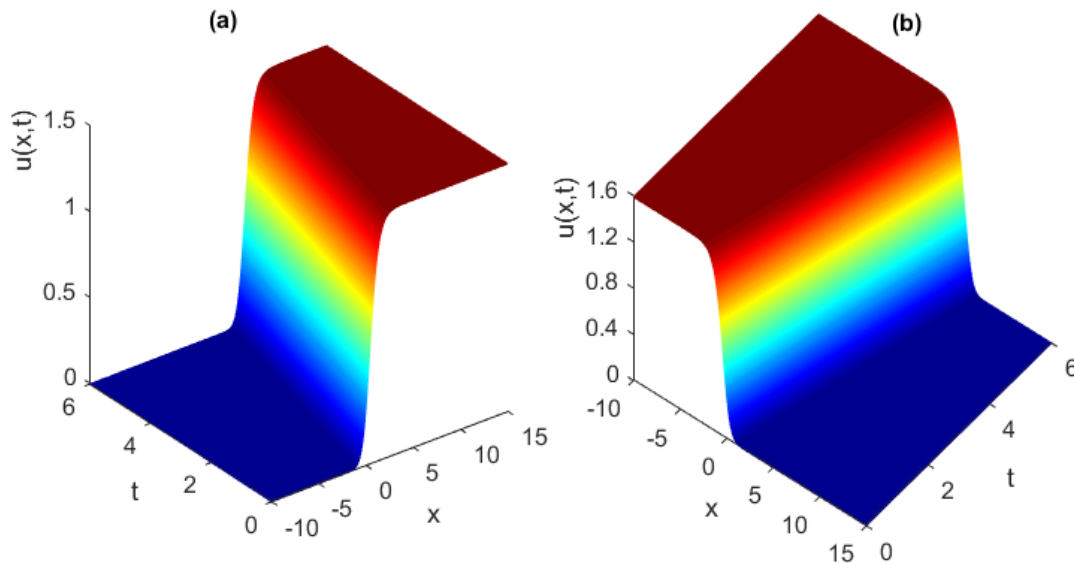
Pour les faibles amplitudes où  $|u| \ll 1$ , elle prend une solution solitonique sous cette forme [9]:

$$u(x, t) = 4 \tan^{-1} \left[ \exp \left( \pm \frac{(x-vt)}{L} \right) \right] \quad (\text{III.5})$$

Où  $v$  est la vitesse de propagation du soliton et  $L$  définit le carré de la contraction de Lorentz recevable pour  $|v| < c_0$

$$L = \frac{c_0}{\omega_0} \sqrt{1 - \left( \frac{v}{c_0} \right)^2} \quad (\text{III.6})$$

Dans le cas où  $\omega_0 = c_0 = 1$  et  $(-1 < v < 1)$ , la solution (III.5) est représentée sous la forme d'une onde solitaire appelée soliton kink comme le montre la figure (II.2.a) ou bien sous la forme d'un soliton anti kink comme le montre la figure (II.2.b) tout en suivant les signes  $\pm$  de l'équation (III.5)[4].



**Figure III.2 :** Evolution du soliton donné par l'équation (III.5) : (a) Soliton kink (b) Soliton anti-kink.

### III.2.3- Equation de Davydov

Dans le milieu des années 1970, Davydov et Kisluska ont suggéré que le transport d'énergie dans les chaînes moléculaires quasi-unidimensionnelles pourrait se produire par un mécanisme solitonique [10]. En 1973 Davydov a proposé pour la première fois un modèle mathématique pour décrire le mécanisme non linéaire de stockage et de transfert de l'énergie vibrationnelle dans les molécules de protéines particulièrement de type alpha hélice [11]. Ce modèle présente une particularité intéressante : il permet de prédire le comportement de l'énergie au sein des protéines [12]. Plus précisément, il suggère que les interactions non linéaires entre les phonons ( vibrations des atomes) et les excitations amide-I ( vibrations des liaisons peptidiques) peuvent donner naissance à une excitation combinée durable [11]. Cela conduit à un état auto-piégé associé au réseau déformé d'acides aminés, capable de se déplacer sur des distances macroscopiques le long des chaînes moléculaires, en conservant la forme d'onde, l'énergie, l'impulsion et d'autres propriétés de la quasi-particule [12]. Dans ce contexte, l'énergie biologique peut être transportée sous la forme d'un «paquet d'ondes» localisé ou soliton connu sous le nom de «soliton de Davydov» [11]. Ce phénomène se produit en raison d'un équilibre dynamique entre la dispersion due à l'interaction résonnante des

vibrations intra-peptidiques dipolaires (amide I) et la non-linéarité fournie par l'interaction de ces vibrations avec les déplacements locaux des positions d'équilibre des groupes peptidiques [12]. Les équations classiques de Davydov issues de la mécanique classique sont régies par l'Hamiltonien [13] :

$$H = \sum_j [-J(\phi_j \phi_{j+1}^* + \phi_j \phi_{j-1}^*) + \frac{p_j}{2M} + \frac{1}{2} w(\beta_{j+1} - \beta_j)^2 + \chi(\beta_{j+1} - \beta_j)|\phi_j|^2] \quad (\text{III.7})$$

Avec  $\phi_j, (\phi_{j+1}^*)$  est l'opérateur de création (annihilation) d'un amide-I(exciton) sur le site  $j$ .

$\beta_j$  est le déplacement longitudinal du  $j$  ème groupe peptidique de la protéine.  $p_j$  est l'opérateur du moment conjugué.  $M$  est la masse d'un acide aminé.  $w$  est la constante d'élasticité des chaînes moléculaires du protéine.  $\chi$  est un paramètre de couplage non linéaire qui représente la taille de couplage de l'interaction exciton-phonon dans les molécules protéiques.

A partir de cette expression de l'Hamiltonien, on trouve les équations dynamiques suivantes[13] :

$$i\hbar \frac{d\phi_j}{dt} = \chi(\beta_{j+1} - \beta_j)\phi_j - J(\phi_{j+1} + \phi_{j-1}) \quad (\text{III.8})$$

$$M \frac{d^2\beta_j}{dt^2} = w(\beta_{j+1} - 2\beta_j + \beta_{j-1}) + \chi(|\phi_j|^2 - |\phi_{j-1}|^2) \quad (\text{III.9})$$

Où  $|\phi_j|^2$  représente la probabilité de trouver un quantum d'énergie amide-I sur le site  $j$ .

Les équations de Davydov sont caractérisées par deux quantités conservées : l'Hamiltonien (III.7) et le nombre d'excitations,  $N = \sum_j |\phi_j|^2$  [13].

Dans l'approximation "adiabatique" le second dérivé temporel du déplacement longitudinal  $\beta_j$  par rapport au temps ( $d^2\beta_j/dt^2$ ) est nul, l'équation (III.9) est satisfaite pour :

$$\beta_{j+1} - \beta_j = -\frac{\chi}{w} |\phi_j|^2 \quad (\text{III.10})$$

Et l'équation (III.8) se réduit à l'équation de Schrödinger NL de la forme :

$$i\dot{\phi}_j + \gamma |\phi_j|^2 \phi_j + \phi_{j+1} + \phi_{j-1} = 0 \quad (\text{III.11})$$

Dans cette équation, le point correspond à la dérivée par rapport au temps réduit à  $\tau = J_t/\hbar$ , et  $\gamma = \chi^2/Jw$ . Cette équation est non-intégrable, cependant pour  $\gamma \geq 1$ , elle est bien approchée par l'équation de NLS continue et complètement intégrable de la forme [13]:

$$i \frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial \tau} + \gamma |\tilde{\phi}|^2 \tilde{\phi} + \frac{\partial^2 \tilde{\phi}}{\partial x^2} = 0 \quad (\text{III.12})$$

Avec  $\tilde{\phi} = \phi \exp(-2i\tau)$ .  $\gamma$  est le coefficient de la non-linéarité.

Dans ce contexte, plusieurs travaux sur les solitons Davydov se sont basés sur l'équation (III.12) avec des approximations continues similaires aux équations (III.8) et (III.9). [14]. En conséquence, cette étude de Davydov est considérée comme un point de départ pour bien comprendre et traiter le processus de transport de la bio-énergie le long des molécules de protéines et pour déterminer les règles fondamentales qui gouvernent ce processus, dont l'importance est cruciale en sciences de la vie [15].

#### III.2.4- Equation de Schrödinger non linéaire

Dans un milieu non linéaire notamment les fibres optiques, l'analyse et la modélisation de la dynamique de propagation des solitons est gouvernée par la célèbre équation de Schrödinger [16]. Le nom ESNL découle de sa ressemblance avec l'équation fondamentale établie et dérivée par Erwin Schrödinger dans la théorie quantique, décrivant le mouvement d'une particule soumise à un potentiel quelconque [17]. Par contre, l'ESNL appliquée dans les fibres optiques repose sur la théorie classique de Maxwell qui explique la dynamique de propagation des solitons [18]. Ainsi, elle constitue une extension à l'équation fondamentale, permettant d'explorer des situations plus complexes et ouvrant la voie au développement des systèmes de télécommunication optiques à très hauts débits grâce à ses avancées théoriques [19].

Considérons la propagation d'une onde lumineuse dans une fibre optique selon l'axe  $z$  avec un champ électrique  $A(r, t)$ . Supposons que l'enveloppe du signal évolue plus progressivement par rapport à sa porteuse optique  $E(r, t)$ ,  $\omega_0$  étant la constante de propagation et  $\beta_0$  la fréquence de cette onde, alors l'expression du champ  $E$  est donnée par [20] :

$$E(r, t) = \frac{1}{2} \hat{x} [E(r, t) \exp(-i\omega_0 t) + c.c] \quad (\text{III.13})$$

Où :

- $\hat{x}$  indique le vecteur de polarisation du champ
- $E(r, t)$  est l'enveloppe du champ qui varie temporellement et module le guide optique oscillant à la fréquence  $\omega_0$ .
- Le dernier terme  $c.c$  représente le complexe conjugué qui correspond au champ physique représentant la composante réelle du vecteur  $E$ . Ce champ peut aussi être écrit comme suit [20] :

$$E(r, t) = \frac{1}{2} x[F(r, \theta)A(t, z) \exp(-i\omega_0 t - \beta_0 z) + c.c] \quad (\text{III.14})$$

Avec :

- $F(r, \theta)$  donne la répartition spatiale du champ électrique et magnétique à l'intérieur de la fibre en utilisant des coordonnées cylindriques.
- $A(t, z)$  représente l'évolution temporelle de l'amplitude du champ électrique.
- $\exp(-i\omega_0 t - \beta_0 z)$  caractérise le déphasage du signal en fonction de la distance de propagation.

Maintenant, on peut écrire l'expression du vecteur d'induction électrique  $D$  de manière plus détaillée. Pour cela, on prend en compte les composantes du champ électrique  $E$  ainsi que les propriétés physiques du milieu dans lequel se propage l'onde :

$$D = P_L + P_{NL} = \varepsilon E + P_{NL} = \varepsilon_0 \left( n + n_2 |E|^2 - i \frac{\alpha}{k} \right)^2 E \quad (\text{III.15})$$

Tel que :

- $\alpha$  détermine le coefficient de l'atténuation de la fibre.
- $n$  est l'indice de réfraction du cœur de la fibre.
- $n_2$  caractérise la non-linéarité de la fibre où il est à l'origine des effets non-linéaires causés par l'effet Kerr.
- $k = \omega_0$  est la constante de propagation de l'onde.
- $\varepsilon_0$  est la constante de permittivité du vide

Pour simplifier l'équation (III.15), il est nécessaire d'éliminer l'interdépendance temporelle et spatiale des vecteurs  $E$  et  $D$ . Dans cette équation, on peut déterminer les termes qui correspondent à la polarisation linéaire et non-linéaire qui sont données par :

$$\varepsilon E = \varepsilon_0 \left( n^2 - i 2n \frac{\alpha}{k} \right) E \quad (\text{III.16})$$

$$P_{NL} = 2\varepsilon_0 n n_2 |E|^2 E \quad (\text{III.17})$$

On utilise les équations de Maxwell présentées dans le premier chapitre. L'équation de propagation non linéaire est définie comme suit :

$$\nabla^2 E = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial^2 P(L)}{\partial t^2} + \mu_0 \frac{\partial^2 P(NL)}{\partial t^2} \quad (\text{III.18})$$

En substituant l'équation (III.14) dans (III.16) et (III.17) dans l'équation (III.18) tout en prenant en considération l'adaptation à la symétrie circulaire de la fibre, on obtient l'équation suivante :

$$\nabla^2 E = \frac{1}{2} \left[ A \left( \frac{\partial^2 F}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial F}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 F}{\partial \theta^2} \right) + F \left( -i 2\beta_0 \frac{\partial A}{\partial z} - \beta_0^2 A \right) \right] \{ e^{i(\omega_0 t - \beta_0 z)} + c.c \} \quad (\text{III.19})$$

Avec

$$\mu_0 \frac{\partial^2 \varepsilon E}{\partial t^2} = -\frac{1}{2} k^2 \left( n^2 - i2n \frac{\alpha}{k} \right) \{FAe^{i(\omega_0 t - \beta_0 z)} + c. c\}x \quad (\text{III.20})$$

$$\mu_0 \frac{\partial^2 P_{NL}}{\partial t^2} = -\frac{1}{2} nn_2 |E|^2 \{FAe^{i(\omega_0 t - \beta_0 z)} + c. c\}x \quad (\text{III.21})$$

D'après ces deux dernières relations, l'équation de propagation s'exprime comme suit:

$$\left[ \frac{\partial^2 F}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial F}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 F}{\partial \theta^2} + (k^2 n^2 - i2\beta_0^2)F \right] A + [\beta_0 \frac{\partial A}{\partial z} - i2kn\alpha A + 2k^2 nn_2 |E|^2 A] F = 0 \quad (\text{III.22})$$

Cette équation permet de déterminer l'amplitude et la direction du champ électrique à tout point de l'espace et à toute instant [21]. L'effet Kerr est susceptible de modifier la répartition modale des champs par une variation de l'indice de réfraction. Cependant, cette variation étant extrêmement faible, de l'ordre de  $10^{-6}$ , elle est généralement négligeable [20]. Il est néanmoins crucial de considérer son impact sur la déformation de l'enveloppe optique durant la propagation des impulsions dans la fibre [21].

Alors, l'équation (III.22) caractérisant la répartition spatiale du champ dans la fibre optique devient :

$$\frac{\partial^2 F}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial F}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 F}{\partial \theta^2} + (k^2 n^2 - \beta_0^2) F = 0 \quad (\text{III.23})$$

Elle permet aussi de décrire la dynamique temporelle des ondes :

$$(\beta^2 - \beta_0^2)FA + [-i2\beta_0 \frac{\partial A}{\partial z} - i2kn\alpha A + 2k^2 nn_2 |F|^2 |A|^2 A] F = 0 \quad (\text{III.24})$$

En multipliant l'équation (III.24) par la fonction conjuguée de  $F(F^*)$  et en intégrant ensuite la section transversale de la fibre, on obtient l'équation suivante :

$$(\beta^2 - \beta_0^2)A + [-i2\beta_0 \frac{\partial A}{\partial z} - i2kn\alpha A + 2k^2 nn_2 |A|^2 A] = 0 \quad (\text{III.25})$$

Nous nous appuyerons sur l'approximation de faible guidage ( $\beta \approx \beta_0 \approx kn$ ), le paramètre non-linéaire  $\gamma$  permet de caractériser l'intensité de l'effet Kerr dans la fibre pour des conditions de propagation spécifiques. Il est défini par l'expression suivante [19] :

$$\gamma = \frac{n_2 \omega_0}{cA_e} \quad (\text{III.26})$$

Dans ce cas-là, l'équation (III.25) devient :

$$(\beta^2 - \beta_0^2)A - i \frac{\partial A}{\partial z} - \alpha |A|^2 A = 0 \quad (\text{III.27})$$

Nous poserons l'hypothèse que l'enveloppe optique  $A(z, t)$  présente une variation lente temporellement. Donc, le spectre de l'impulsion et ses nombres d'onde se centrent approximativement sur  $\omega_0$  et  $\beta_0$ , respectivement [20]. En conséquence, nous pouvons effectuer un développement en série de Taylor de la constante de propagation  $\beta$  autour de la fréquence de l'impulsion [22] :

$$\beta(\omega) = n(\omega) \frac{\omega}{c} = \beta_0 + (\omega + \omega_0)\beta_1 + \frac{1}{2}(\omega + \omega_0)^2\beta_2 + \frac{1}{6}(\omega + \omega_0)^3\beta_3 + \frac{1}{24}(\omega + \omega_0)^4\beta_4 \quad (\text{III.28})$$

Avec  $\beta_0 = n(\omega_0) \frac{\omega_0}{c}$ ,  $n(\omega_0)$  sont respectivement la constante de propagation et l'indice de réfraction à la fréquence  $\omega_0$ , les  $\beta_i$  sont les dérivées successives de  $\beta$ .

Substitution de l'équation (III.28) dans (III.29), en ne prenant en compte le développement du second ordre, la dynamique de l'enveloppe optique peut être définie par cette formule :

$$i \frac{\partial A}{\partial z} - \beta_1(\omega - \omega_0)A - \frac{1}{2}\beta_2(\omega - \omega_0)^2A + i\alpha A - \gamma|A|^2A = 0 \quad (\text{III.29})$$

En tenant compte de  $B = \beta(\omega) - \beta_0 \cdot \beta_1 = \left(\frac{\partial \beta}{\partial \omega}\right)_{\omega_0}$  est le coefficient de l'inverse de la vitesse de groupe,  $\beta_2 = \left(\frac{\partial^2 \beta}{\partial \omega^2}\right)_{\omega_0}$  représente le coefficient de la dispersion de vitesse de groupe (GVD), le paramètre

$$\gamma = \left(\frac{\partial \beta}{\partial |E|^2}\right)_{|E|=0} \text{ correspond au terme de la non-linéarité [20].}$$

Nous pouvons associer les termes en  $\omega$  et les dérivées temporelles. On utilise les conditions de la transformation de Fourier (TF) pour établir que  $B$  équivaut à  $\left(\frac{\partial}{\partial z}\right)$ , l'opérateur spatiale  $i(\omega - \omega_0)$  à  $\left(\frac{\partial}{\partial t}\right)$  et  $-(\omega - \omega_0)^2$  à  $\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)$  sont les opérateurs temporels.

Alors, l'équation (III.30) peut être reformulée dans le domaine temporel comme suit :

$$i \left[ \frac{\partial A}{\partial z} + \beta_1 \frac{\partial A}{\partial t} + \alpha A \right] - \frac{1}{2}\beta_2 \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} + \gamma|A|^2A = 0 \quad (\text{III.30})$$

En appliquant un changement de variables avec un système ayant une vitesse de propagation égale à la vitesse de groupe de l'impulsion  $v_{gr} = 1/\beta_1$ , l'équation (III.30) peut être rendue plus simple en transformant les variables comme suit,  $A(z, t) = A(z, \tau)$  avec

$$\tau = t - \frac{z}{v_g} \quad (\tau \text{ est le temps propre au niveau de repère de l'impulsion})$$

De cette manière, l'équation (III.30) peut être exprimée selon la forme habituelle de l'équation de Shrödinger non linéaire que l'on retrouve dans plusieurs ouvrages et qui est similaire à l'équation utilisée dans le domaine de la mécanique quantique [20] :

$$i \frac{\partial A}{\partial z} - \frac{1}{2}\beta_2 \frac{\partial^2 A}{\partial \tau^2} + \gamma|A|^2A = 0 \quad (\text{III.31})$$

Cette équation est utilisée généralement pour décrire la propagation des solitons dans les fibres optiques. Elle englobe un effet linéaire tel que la dispersion de deuxième ordre et un effet non linéaire tel que l'effet Kerr. De plus, il est envisageable d'y intégrer d'autres effets

non linéaires d'ordre élevés comme la diffusion Raman et Brillouin, de même que les effets liés à la polarisation de l'onde propagée [5].

Comme on l'a mentionné dans le chapitre précédent, cette équation admet deux types de solutions solitoniques :

- ✓ Soliton brillant : lorsque la dispersion est anormale  $\Rightarrow \beta_2 < 0$
- ✓ Soliton noir : si la dispersion est normale  $\Rightarrow \beta_2 > 0$

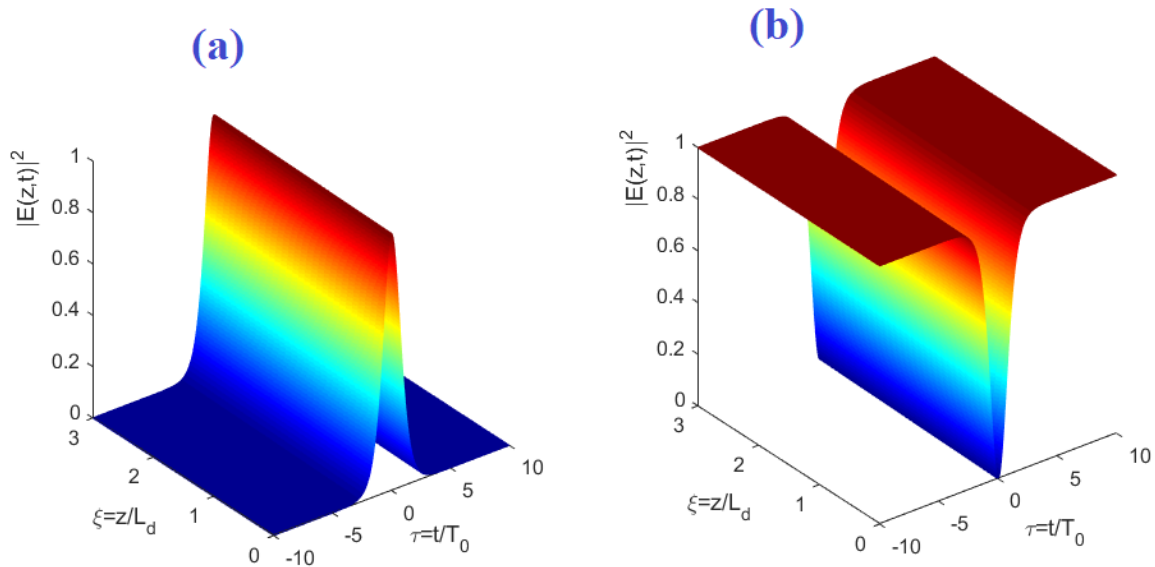


Figure III.3 : Evolution d'un soliton : a) soliton brillant, b) soliton noire

### III.3- Les lois de conservation

Les lois de conservation sont des propriétés fondamentales en physique et en mathématiques [4]. Leur importance réside dans leur utilisation étendue pour déterminer l'intégrabilité des systèmes des équations différentielles qui régissent la dynamique de la propagation non linéaire des solitons [23]. Parmi ces lois, on retrouve la conservation de la masse, de l'énergie, de la quantité de mouvement et du moment angulaire, entre autres [22]. Pour décrire concrètement l'importance des lois de conservation dans l'étude des systèmes non linéaires, nous explorerons le cas de la dynamique des gaz unidimensionnels [22]. L'évolution d'un système est expliquée en utilisant l'équation différentielle suivante [4]:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial X}{\partial x} = 0 \quad (\text{III.32})$$

où :

$\frac{\partial X}{\partial x}$  est la vitesse du gaz dans la direction  $x$  et  $X$  représente sa densité.

$T$  indique le flux de la quantité conservé.

Pour déterminer la solution de l'équation (III.32) il est aisé de calculer l'intégrale du paramètre  $X$  [4]:

$$\frac{d}{dt} \left( \int_{-\infty}^{+\infty} T dx \right) + [X]_{-\infty}^{+\infty} = 0 \quad (\text{III.33})$$

On peut donc trouver que :

$$\frac{d}{dt} \left( \int_{-\infty}^{+\infty} T dx \right) = 0 \implies \left( \int_{-\infty}^{+\infty} T dx \right) = cte \quad (\text{III.34})$$

Pour déterminer les lois de conservation applicables à l'équation ESNL standard (III.31), il est nécessaire de transformer l'équation (III.31) en une équation différentielle partielle pour avoir la même forme de l'équation (III.32).

### III.3.1- Lois de conservation de l'énergie

Tout d'abord, il faut déterminer le conjugué de l'équation ESNL (III.31) :

$$-iA_z^* - \frac{\beta_2}{2} A_{tt}^* + \gamma |A|^2 A^* = 0 \quad (\text{III.35})$$

Multiplions l'équation (III.26) par  $A^*$  et l'équation (III.30) par  $A$  puis en faisant la différence entre eux, on obtient :

$$i[A^* A_z + AA_z^*] + \frac{\beta_2}{2} [AA_{tt}^* - A^* A_{tt}] + \{(\gamma |A|^4) - (\gamma |A|^4)\} = 0 \quad (\text{III.36})$$

En regroupant les termes similaires et en simplifiant l'équation (III.36), on arrive à une expression semblable à l'équation (III.32).

$$i \frac{\partial(|A|^2)}{\partial z} + \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial}{\partial t} (AA_t^* - A^* A_t) = 0 \quad (\text{III.37})$$

En comparant les termes  $\frac{dT}{dt}$  et  $\frac{dX}{dx}$  de l'équation (III.32) et les autres termes de l'équation (III.37) [ $\frac{d(|A|^2)}{dz}$  et  $\frac{d}{dt} (AA_t^* - A^* A_t)$ ] avec celle-ci ( $AA_t^* - A^* A_t$ ) qui correspond à la densité  $X$ , nous trouvons une solution sous la forme suivante [24]:

$$\frac{d}{dz} \left( \int_{-\infty}^{+\infty} |A|^2 dt \right) = 0 \quad (\text{III.38})$$

Dans le cas d'une solution solitonique et lorsque  $|t| \rightarrow \infty$ , les termes  $A, A_t, A_{tt} \dots$  tendent vers zéro. En conséquence, on trouve que le premier paramètre conservé correspondant à l'énergie de l'onde est comme suit [4] :

$$E = \int_{-\infty}^{+\infty} |A|^2 dt = cte \quad (\text{III.39})$$

### III.3.2- Lois de Conservation du moment

Afin d'obtenir l'équation décrivant ces lois de conservation, il faut passer par deux étapes de calcul [4] :

- Premièrement, en multipliant les deux équations par (III.31) et (III.36) par  $A_t^*$  et  $A_t$  respectivement, puis en les regroupant dans la même équation, on obtient l'équation suivante :

$$i(A_t^* A_z - A_z^* A_t) - \frac{\beta_2}{2} (A_t^* A_{tt} + A_t A_{tt}^*) + \gamma |A|^2 (AA_t^* + A^* A_t) = 0 \quad (\text{III.40})$$

- Deuxièmement, on calcule la dérivée temporelle par rapport au temps des équations (III.31) et (III.36), on trouve :

$$iA_{zt} - \frac{\beta_2}{2} A_{ttt} + \gamma [2|A|^2 A_t + A^2 A_t^*] = 0 \quad (\text{III.41})$$

$$-iA_{zt}^* - \frac{\beta_2}{2} A_{ttt}^* + \gamma [2|A|^2 A_t^* + (A^*)^2 A_t] = 0 \quad (\text{III.42})$$

Multiplions les équations (III.41) et (III.42) par  $A^*$  et  $A$  respectivement, puis en les regroupant, nous obtenons l'équation suivante :

$$i(A^* A_{zt} - AA_{zt}^*) - \frac{\beta_2}{2} (A^* A_{ttt} + AA_{ttt}^*) + 3\gamma |A|^2 (A^* A_t + AA_t^*) = 0 \quad (\text{III.43})$$

Ensuite, on doit soustraire les deux équations (III.40) et (III.43) pour obtenir :

$$i(A_t^* A_z + AA_{zt}^* - A_z^* A_t - A^* A_{zt}) - \frac{\beta_2}{2} [A_t^* A_{tt} + A_t A_{tt}^* - A^* A_{ttt} - AA_{ttt}^*] \\ 2\gamma |A|^2 (A - A^* A_t + AA_t^*) = 0 \quad (\text{III.44})$$

En remaniant l'équation pour obtenir une forme similaire à l'équation (III.32), on obtient cette équation :

$$i \frac{\partial}{\partial z} (A^* A_t - AA_t^*) + \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial}{\partial t} \left[ 2|A_t|^2 - (A^* A_{tt} + AA_{tt}^*) + 4 \frac{\gamma}{\beta_2} |A|^4 \right] = 0 \quad (\text{III.45})$$

On intègre temporellement l'équation (III.45). Lorsque  $|t| \rightarrow \infty$ , on trouve le deuxième paramètre conservé, c'est la quantité du moment qui donnée par la formule suivante :

$$M = i \int_{-\infty}^{+\infty} (A^* A_t - AA_t^*) dt = \text{constante} \quad (\text{III.46})$$

### III.3.3- Lois de conservation de l'Hamiltonien

L'hamiltonien du système est le troisième paramètre conservé. Bien que sa détermination théorique soit généralement difficile. Les littératures relatives au cas d'un milieu Kerr proposent une formulation exploitable comme suit [22]:

$$H = \int_{-\infty}^{+\infty} \left( \frac{\beta_2}{2} |A_t|^2 - \frac{\gamma}{2} |A|^4 \right) dt = \text{constante} \quad (\text{III.47})$$

### III.4- Méthodes de résolution des équations non linéaires

Pour décrire et bien comprendre la propagation des impulsions lumineuses dans différents milieux non linéaires on utilise des équations aux dérivées partielles spécifique pour chaque milieu de propagation. Afin de résoudre ces équations unilatéralement et trouver des solutions exactes on utilise soit des méthodes analytiques ou biens des méthodes numériques. Sachant

que les méthodes analytiques donnent une solution dite exacte de l'équation non linéaire par contre les méthodes numériques donnent une solution approximative.

### III.4.1- Méthode analytique

Les méthodes analytiques sont des méthodes qu'ont été développées pour déterminer des solutions exactes pour une grande variété des équations non linéaires. Il existe plusieurs méthodes analytiques comme par exemples la méthode de la fonction exponentielle [25], la méthode (G'/G) étendue [25], et la méthode de la tangente hyperbolique (tanh) qui s'avère particulièrement efficace pour trouver des solutions exactes en présence des effets de dispersion. Elle est connue par sa stabilité et sa précision [22].

#### III.4.1.1- Méthode de la tangente hyperbolique (tanh)

La méthode de la tangente hyperbolique (tanh) est l'une des méthodes puissantes utilisée pour calculer symboliquement les solutions d'ondes solitoniques des équations différentielles partielles non linéaires unidimensionnelles [25]. Cette méthode est particulièrement adaptée aux équations où les effets de la dispersion, de convection et de diffusion jouent un rôle important. Elle permet de trouver des nouvelles solutions exactes qui ne peuvent pas être trouver par d'autres méthodes [29]. Nous présentons brièvement cette méthode où la variable d'onde  $\xi = x - \omega t$  peut transformer n'importe quel EDP non linéaire par [30] :

$$P(u, u_t, u_x, u_{xx}, u_{xt}, u_{xxx} \dots) = 0 \quad (\text{III.48})$$

$$\text{A une EDO } Q(u', u'', u''' \dots) = 0 \quad (\text{III.49})$$

Avec  $Q$  est un polynôme où ses dérivées sont  $u' = \frac{dU}{d\xi}$ ,  $u'' = \frac{d^2U}{d\xi^2}$ ,  $u''' = \frac{d^3U}{d\xi^3} \dots$

Ensuite l'équation (2) sera intégrée ainsi que tous les termes qui contiennent les dérivées où les constantes d'intégration sont considérées comme des zéros.

La méthode tangente hyperbolique (tanh) standard est développée en 1996 par Malfliet et Hereman où elle est utilisée comme une nouvelle variable, puisque toutes les dérivées d'un tanh sont représentées par le tanh lui-même [30]. Par exemple, si on pose  $T = \tanh(\xi)$  donc on a :

$$\begin{aligned} T' &= 1 - T^2 \\ T'' &= -2T + 2T^3 \\ T''' &= -2 + 8T^2 - 6T^4 \end{aligned} \quad (\text{III.50})$$

En d'autres termes, l'introduction d'une nouvelle variable indépendante

$$Y = \tanh(\mu\xi) \text{ avec } \xi = x - \omega t \quad (\text{III.51})$$

où  $\mu$  représente le nombre d'onde.

Cette introduction conduit au changement des dérivées :

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\xi} &= \mu(1 - Y^2) \frac{d}{dY} \\ \frac{d^2}{d\xi^2} &= -2\mu^2(1 - Y^2) \frac{d}{dY} + \mu^2(1 - Y^2)^2 \frac{d^2}{dY^2} \\ \frac{d^2}{d\xi^2} &= 2\mu^3(1 - Y^2)(3Y^2 - 1) \frac{d}{dY} - 6\mu^3Y(1 - Y^2)^2 \frac{d^2}{dY^2} + \mu^3(1 - Y^2)^3 \frac{d^3}{dY^3} \end{aligned} \quad (\text{III.52})$$

Par conséquent, il est logique de tenter de trouver une ou des solutions sous la forme d'une série de puissances finies en  $Y$  :

$$F(Y) = \sum_{n=0}^N a_n Y^n \quad (\text{III.53})$$

Avec  $N$  est un entier positif, dans la plupart des cas, qui sera déterminé.

Pour déterminer le paramètre  $N$ , on équilibre les termes linéaires de l'équation résultante avec les termes non linéaires d'ordre supérieur. Puis, on regroupe tous les coefficients des puissances de  $Y$  dans l'équation réduite où ces coefficients doivent disparaître. Ceci donne un système d'équations algébriques impliquant les paramètres  $a_n$ ,  $\mu$  et  $\omega$ . Après avoir déterminé ces paramètres, on obtient une solution analytique  $u(x, t)$ .

### III.4.2- Méthode numérique

Lorsque les équations aux dérivées partielles (EDP) qui décrivent la propagation d'une onde picoseconde dans une fibre optique ne possèdent pas de solution analytique ou bien la solution est très difficile à cause de la présence de termes d'ordre élevés, les méthodes numériques deviennent l'unique outil permettant d'obtenir des solutions à ces équations en incluant ces termes [22]. Dans la suite de ce travail, nous présenterons deux méthodes numériques en détail.

#### III.4.2.1- Méthode de la transformation à pas divisé (Split-Step Fourier)

La méthode la plus appropriée pour déterminer une solution numérique de l'équation ESNL est la célèbre méthode de Fourier à pas divisé en raison de sa facilité d'utilisation. [25] Cette approche pseudo spectrale a été présentée dans le contexte de l'optique non linéaire (ONL) par Agrawal [22]. Elle repose sur l'utilisation de la transformée de Fourier au sein de l'algorithme afin de surmonter les difficultés liées à la dérivation d'une équation linéaire dans le domaine de Fourier. Son principe est basé sur l'adaptation de l'équation ESNL pour tenir compte des effets de la dispersion ainsi que de la non linéarité du milieu[26]. Cela nous

permet de reformuler l'équation (III.31) en utilisant des fonctions linéaires et non linéaires comme suit [22] :

$$\frac{\partial E}{\partial z} = (\widehat{D} + \widehat{N})E \tag{III.54}$$

Tel que  $\widehat{D}$ ,  $\widehat{N}$  représentent respectivement les opérateurs qui gouvernent les effets linéaires et non linéaires. Dans les cas standard, ces termes s'expriment comme suit :

$$\widehat{D} = -\frac{\alpha}{2} - \sum_{p=2} \frac{i^{p-1}}{2^{p-1}} \beta_p \frac{\partial^p}{\partial t^p} \quad (p \geq 2) \tag{III.55}$$

$$\widehat{N} = i\gamma|E|^2 \tag{III.56}$$

Cette méthode implique de diviser sur la longueur totale de la fibre  $L$  en  $n$  segments de distances ultracourtes égales. Chacun de ces segments ayant une longueur  $h = \frac{L}{n}$  comme le montre la figure (III.1). Nous pouvons réécrire l'équation (III.54) sous cette forme :

$$E(z + h, t) = e^{h[\widehat{D} + \widehat{N}]} E(z, t) \approx e^{h[\widehat{D}]} e^{h[\widehat{N}]} E(z, t) \tag{III.57}$$

Cette expression nous permet de séparer les effets linéaires et non linéaires afin de déterminer l'évolution de  $E(z, t)$  de manière plus simple

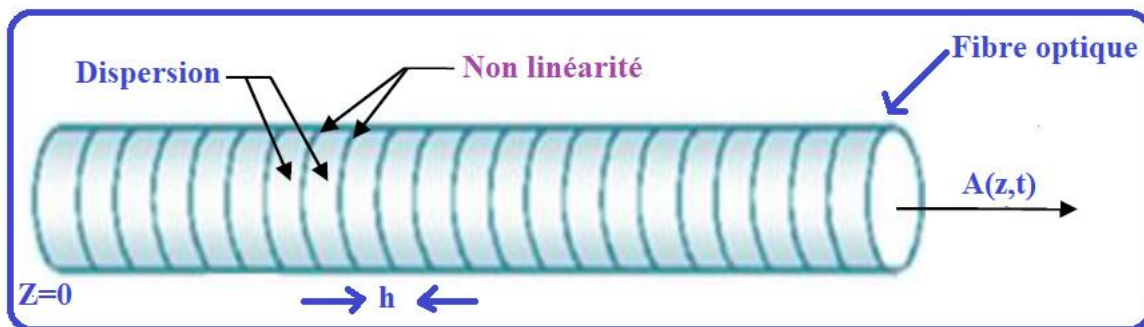


Figure III.4 : Principe de la méthode SSF pour résoudre numériquement l'équation ESNL.

Cette méthode se réalise en trois étapes :

**Première étape :  $\frac{1}{2}$  pas dispersif**

Dans cette étape En tenant compte qu'un pas purement dispersif et donc on pose que l'opérateur non linéaire dans (III.54) égal à zéro ( $\widehat{N} = 0$ ) [22]. Comme l'opérateur différentiel  $\frac{\partial}{\partial t}$  est équivalent à une multiplication par " $-i\omega$ " dans le domaine fréquentiel, il est nécessaire de calculer  $\widehat{D}$  dans l'espace de Fourier en tenant compte de l'équation suivante [4]:

$$\widetilde{E}^{\leftarrow}(z + \frac{h}{2}, \omega) = \exp(h, \widetilde{\widehat{D}}) \widetilde{E}(z, \omega) \tag{III.58}$$

Sachant que dans le cas générale l'opérateur de la dispersion s'exprime dans l'espace de Fourier comme suit [22]:

$$\widehat{D} = -\frac{\tilde{\alpha}}{2} - \sum_{p=2} \frac{(-1)^p i^{2p-1}}{2^{p-1}} \beta_P \omega^p \quad (\text{III.59})$$

Dans le simple cas où il n'existe que la dispersion d'ordre 2 qui domine ( $p=2$ ), l'équation (III.59) devient :

$$\widehat{D} = i \frac{\beta_2}{2} \omega^2 \quad (\text{III.60})$$

Maintenant, en appliquant la transformation de Fourier inverse, on obtient la formule temporelle du champ sous la forme suivante :

$$E'(z + \frac{h}{2}, t) = TFI[\tilde{E}(z, \omega) \exp(h, \tilde{D})] \quad (\text{III.61})$$

### Deuxième étape : pas non linéaire

Dans cette étape, on annule l'opérateur de la dispersion ( $\widehat{D} = 0$ ) et on applique seulement l'opérateur de la non-linéarité  $\widehat{N}$  dans l'équation (III.54). Il convient de souligner que ce dernier est valable uniquement pour le domaine temporel. On obtient alors [22] :

$$E(z + \frac{h}{2}, t) = \exp(h, \widehat{N}) E'(z + \frac{h}{2}, t) \quad (\text{III.62})$$

### Troisième étape : $\frac{1}{2}$ pas dispersif

Maintenant, en appliquant la deuxième moitié du pas dispersif sur la transformation de Fourier de la dernière équation (III.61), on obtient [22] :

$$\widetilde{E}' = (z + h, \omega) = \exp[\frac{h}{2} \widetilde{D}] \tilde{E}''(z + h, \omega) \quad (\text{III.63})$$

Ensuite, on effectue le retour à l'espace temporel en appliquant la transformée de Fourier inverse (TFI) à l'expression obtenue. Cela permet d'aboutir à l'expression suivante :

$$E'(z + h, t) = TFI \exp[\frac{h}{2} \widetilde{D}] \tilde{E}''(z + h, \omega) \quad (\text{III.64})$$

L'analyse des itérations permet de comprendre comment une impulsion peut de se développer au cours de sa propagation dans la fibre optique.

## III.5- Influence des effets linéaires et non linéaires sur la propagation des solitons

La propagation d'une onde dans une fibre optique sur une distance  $z$  est caractérisée par deux paramètres essentiels : l'amplitude et la phase [27]. Cette propagation est influencée par deux principaux effets: l'effet de la dispersion et l'effet de la non linéarité [3]. Pour mieux comprendre l'impact des effets linéaires et non linéaires sur la dynamique de propagation des solitons dans les milieux non linéaires, nous allons le présenter en considérant deux

scénarios : d'une part, la propagation se fait dans un milieu purement linéaire (milieu dispersif) et d'autre part, elle se fait dans un milieu purement non linéaire.

### III.5.1-Milieu purement linéaire (Dispersif)

On considère la propagation d'une onde ultracourte  $E(z, t)$  dans un milieu homogène et diélectrique où le processus de la non-linéarité est négligeable par rapport à l'effet de dispersion. Donc, le milieu est purement dispersif. Dans ce qui suit, nous allons focaliser notre étude sur l'influence de la dispersion du deuxième et troisième ordre sur la propagation du soliton dans un milieu purement dispersif.

#### III.5.1.1-Influence de la dispersion du deuxième ordre

Dans cette partie, le milieu de propagation possède uniquement la dispersion du deuxième ordre. Alors, le coefficient de la non linéarité est nul  $\gamma = 0$  et par conséquent l'équation (III.32) est réécrite comme suit [22]:

$$i \frac{\partial E}{\partial z} - \frac{1}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = 0 \quad (\text{III.65})$$

La difficulté de trouver une solution temporelle à cette équation incite à la traiter dans l'espace fréquentiel. En applique la transformation de Fourier (TF) pour l'équation (III.65), on obtient :

$$\frac{\partial \tilde{E}}{\partial z} = -i \frac{\beta_2}{2} \omega^2 \tilde{E} \quad (\text{III.66})$$

où  $\tilde{E}(z, \omega)$  est la transformation de Fourier du champ  $E(z, t)$ . L'expression de la solution de la dernière équation (III.60) est donnée sous la forme suivante [28]:

$$\tilde{E}(z, \omega) = \tilde{E}(0, \omega) \exp \left[ \frac{i}{2} \beta_2 \omega^2 z \right] \quad (\text{III.67})$$

$\tilde{E}(0, \omega)$  représente le champ de l'onde initiale dans l'espace de Fourier.

D'après l'équation (III.67), on constate que  $|\tilde{E}(z, \omega)|$  reste constante durant la propagation parce que  $|\tilde{E}(z, \omega)| \approx |\tilde{E}(0, \omega)|$ . En revanche, la phase est en fonction de la distance  $z$  ce qui conduit à une modification du profil de l'impulsion.

Le champ électrique  $E(z, t)$  après l'application du TFI prend la forme suivante :

$$E(z, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{E}(0, \omega) \exp \left[ \frac{i}{2} \beta_2 \omega^2 z \right] \tilde{E}(0, \omega) \exp \left[ \frac{i}{2} \beta_2 \omega^2 z - i \omega t \right] d\omega \quad (\text{III.68})$$

Afin de bien expliquer l'influence de la GVD sur la dynamique de l'onde, on prend une onde gaussienne non chirpée :

$$E(0, t) = \sqrt{P_0} \exp \left( -\frac{t^2}{2.T_0^2} \right) \quad (\text{III.69})$$

où  $P_0$  est la valeur maximale de la puissance.  $T_0$  représente la demi-largeur de l'intensité à  $\frac{1}{e}$  qui dépend de la largeur à mi-hauteur (FWHM). Elle est donnée par [4]:

$$\text{FWHM} = 2\sqrt{\ln 2} \times T_0 \approx 1,665 T_0 \quad (\text{III.70})$$

On insère la TF de l'équation (III.70) dans l'équation (III.66) en prenant en considération cette intégrale[22] :

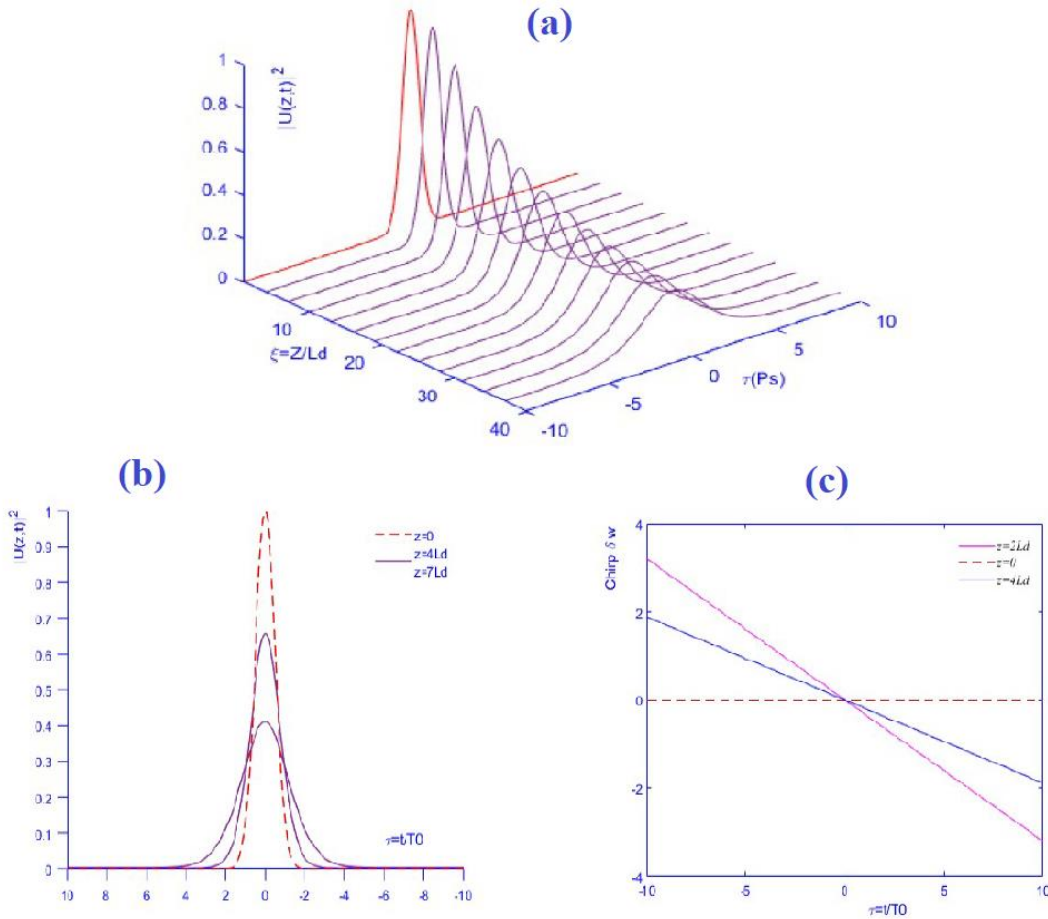
$$\int_{-\infty}^{+\infty} \exp(-ay^2 + by)dy = \sqrt{\frac{\pi}{a}} \exp\left(\frac{b^2}{4a}\right) \quad (\text{III.71})$$

Nous pouvons alors écrire l'expression du champ de l'onde à une distance  $z$  comme suit :

$$E(z, t) = \frac{T_0}{(T_0^2 - i\beta_2 z)^{1/2}} \exp\left(\frac{t^2}{2(T_0^2 - i\beta_2 z)}\right) \quad (\text{III.72})$$

Selon la dernière équation (III.72), on trouve que l'impulsion conserve sa forme gaussienne lors de sa propagation tout en voyant sa largeur s'accroître proportionnellement à la distance parcourue  $z$ . Parallèlement, une diminution progressive de la puissance crête de l'impulsion s'observe sans changement de sa forme.

La figure (III.5) présente l'impact de la dispersion du deuxième ordre sur la propagation d'une impulsion gaussienne sur une distance parcourue de  $z=40L_d$ . On voit clairement que la GVD apparait à travers un élargissement temporel de l'impulsion[4].



**Figure III.5 :** a) Dynamique d'une impulsion gaussienne dans un milieu caractérisé par une dispersion chromatique sachant que  $T_0 = 10\text{ps}$ ,  $\gamma = 0$  et  $\beta_2 = -20(\text{ps}^2\text{km}^{-1})$  avec une longueur d'onde  $1,55\mu\text{m}$  b) des courbes à trois et deux dimensions respectivement [4].

Pour souligner le phénomène d'élargissement et le progrès de la phase, il est possible de réorganiser l'équation (III. 72) de la manière suivante [28]:

$$E(z, t) = \frac{1}{\left(1 + \left(\frac{\beta_2 z}{T_0^2}\right)^2\right)^{1/4}} \exp\left(-\frac{t^2}{T_0^2 \left(1 + \left(\frac{\beta_2 z}{T_0^2}\right)^2\right)} + \frac{2i\beta_2 z t^2}{T_0^4 \left(1 + \left(\frac{\beta_2 z}{T_0^2}\right)^2\right)} - \frac{i}{2} \arctan \frac{\beta_2 z}{T_0^2}\right) \quad (\text{III.73})$$

La largeur de l'impulsion s'élargit en fonction de la distance parcourue  $z$ , quel que soit le signe de  $\beta_2$ , selon la loi suivante :

$$T(z) = T_0 \left[1 + \left(\frac{z}{L_D}\right)^2\right]^{1/2} \quad (\text{III.74})$$

$L_D$  est la distance à partir de laquelle la dispersion devient considérable.

$$L_D = \frac{T_0^2}{|\beta_2|} \quad (\text{III.75})$$

L'expression qui décrit l'évolution de la phase est de la forme quadratique suivante :

$$\varphi_d(z, t) = (at^2 + b)z \quad (\text{III.76})$$

Elle peut être simplifiée par la normalisation de l'équation (III.73) [23,25] :

$$E(z, t) = |E(z, t)| \times \exp [i]\varphi_d(z, t) \quad (\text{III.77})$$

Tel que :

$$|E(z, t)| = \left(1 + \left(\frac{\beta_2}{T_0^2} z\right)^2\right)^{-1/4} \exp \left[ -\frac{t^2}{T_0^2 \left(1 + \left(\frac{\beta_2}{T_0^2} z\right)^2\right)} \right] \quad (\text{III.78})$$

A l'aide de cette formule, on peut suivre l'évolution de la phase on met :  $\xi = \frac{z}{L_D}$  donc :

$$\varphi_d(\xi, t) = -\text{sgn}(\beta_2) \frac{\xi}{1+\xi^2} \frac{t^2}{T_0^2} + \frac{1}{2} \tan^{-1}(\xi) \quad (\text{III.79})$$

Cela entraîne un glissement de fréquence linéaire définie par l'expression suivante :

$$\delta\varphi_d(\xi, t) = -\frac{\partial\varphi_d(\xi, t)}{\partial t} = \text{sgn}(\beta_2) \frac{2\xi}{1+\xi^2} \times \frac{1}{T_0^2} \quad (\text{III.80})$$

Nous appelons cette variable, «*chirp temporel*» lié au signe de  $\beta_2$ . Dans un milieu qui possède une dispersion normale  $\beta_2 > 0$ , l'impulsion est chirpée positivement, ce qui se traduit par une augmentation temporelle de la fréquence. En revanche, pour la dispersion anormale  $\beta_2 < 0$ , l'impulsion subit un chirp négatif qui diminue avec la fréquence.

Le chirp n'influe que sur les diverses composantes spectrales de l'impulsion, lesquelles subissent des variations de vitesse dues à la déviation provoquée par la dispersion chromatique d'ordre 2. Ainsi, les composantes possédant des fréquences élevées s'amassent sur le front montant, alors que les autres composantes de faibles fréquences s'amassent sur le front descendant.

### III.5.1.2-Influence de la dispersion du troisième ordre (TOD)

Dans la partie précédente on a vu que dans un milieu dispersif la dispersion du deuxième ordre présente l'effet essentiel affectant la propagation des ondes par l'introduction d'un élargissement temporel des impulsions. Dans le cas où les impulsions ultracourtes picoseconde avec une largeur FWHM inférieure à 1ps et lorsque la GVD est proche à zéro, il est nécessaire d'établir le terme de la dispersion du troisième ordre par l'addition du coefficient  $\beta_3$  dans l'équation (III.65)[29] :

$$i \frac{\partial E}{\partial z} = \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} + i \frac{\beta_3}{6} \frac{\partial^3 E}{\partial t^3} \quad (\text{III.81})$$

Pour trouver la solution de cette équation, il faut effectuer une analyse fréquentielle par changer  $\frac{\partial}{\partial t}$  à  $i\omega$ . Donc, on trouve :

$$\frac{\partial \tilde{E}}{\partial z} = \frac{\beta_2}{2} \omega^2 \tilde{E} + i \frac{\beta_3}{6} \omega^3 \tilde{E} \quad (\text{III.82})$$

On applique la TFI après une intégrale, on arrive à l'expression du champ dans le domaine temporel par rapport à la distance de propagation comme suite :

$$E(z, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{E}(0, \omega) \times \exp\left[i\left(\frac{\beta_2}{2} \omega^2 z + \frac{\beta_3}{6} \omega^3 z - \omega t\right)\right] \quad (\text{III.83})$$

Dans ce cas, on constate que le module du champ appliqué reste inchangé durant la propagation tandis que la phase est liée à la distance  $z$ .

En utilisant une impulsion gaussienne définie dans l'équation (III.68), on peut la réécrire sous cette forme [1,29]:

$$E(z, t) = \frac{A_0}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left[i\left(-x^2 + \frac{b}{3}x^3 - \frac{t}{p}x\right)\right] dx \quad (\text{III.84})$$

Avec le changement variable suivant :

$$x = \omega p, p = \frac{T_0}{\sqrt{2}} \left(1 - i \frac{\beta_2}{T_0^2} z\right)^{1/2} \text{ et } b = \frac{\beta_2 z}{2p^3} \quad (\text{III.85})$$

Selon [30], on peut enlever le terme  $x^2$  et on applique une autre transformation sous forme

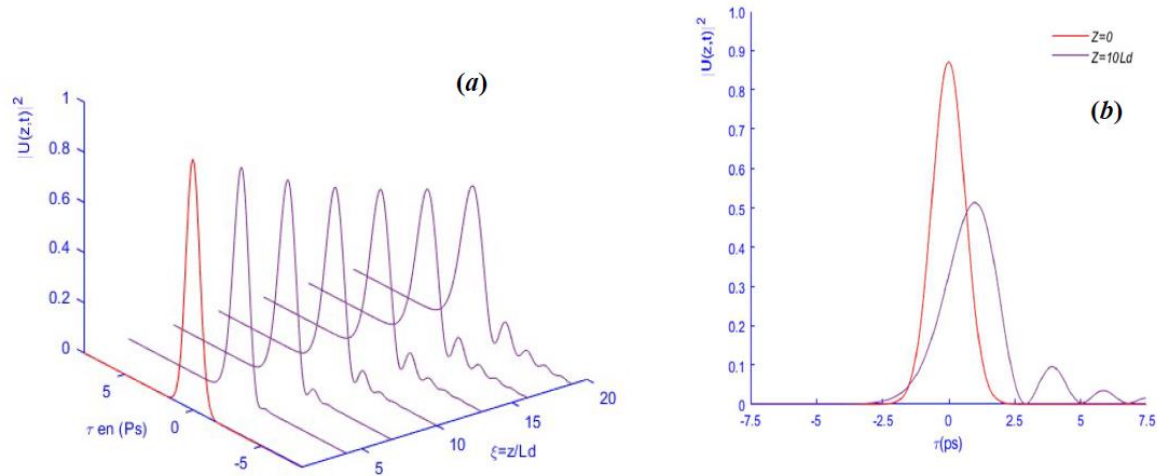
$x = b^{-1/3} u = -\frac{i}{b}$ , l'intégrale peut être exprimé par la fonction d'Airy ( $\text{Ai}(x)$ ). Par conséquence, la solution prend la forme suivante :

$$E(z, t) = \frac{2A_0\sqrt{\pi}}{|b|^{1/3}} \exp\left(\frac{2p-3bt}{3bp^2}\right) \text{Ai}\left(\frac{p-bT}{p|b|^{4/3}}\right) \quad (\text{III.86})$$

Pour déterminer numériquement l'impact de la dispersion d'ordre trois, il est pratique d'introduire un second terme lié à TOD définie par cette relation :

$$L'_d = \frac{T_0^2}{|\beta_3|} \quad (\text{III.87})$$

Soulignons que l'effet de la TOD est considérable seulement dans le cas ou  $L'_d \leq L_d$  ce qui implique une dispersion d'ordre faible ou bien une impulsion caractérisée par un large spectre.



**Figure III.6 :** Influence de la dispersion du troisième ordre (TOD) sur la dynamique d'une impulsion gaussienne avec  $\lambda = 1,55\mu\text{m}$  : a) évolution de l'impulsion pour  $T_0 = 10\text{ps}$ ,  $\gamma = 0$ ,  $\beta_2 = 0$ ,  $\beta_3 = +1$ , ( $\text{ps}^3\text{km}^{-1}$ ), (b) forme de l'impulsion pour  $z=10L'_d$  et  $\beta_3 > 0$  relativement à l'impulsion initiale [31].

Selon [22], l'influence de la TOD sur l'impulsion se manifeste clairement par l'émergence de fluctuations sur ses côtés, devenant significatives au fil de son évolution. On observe également un décalage du centre de l'impulsion en direction des fluctuations ainsi qu'une décroissance de l'intensité due à la conservation de l'énergie, permettant à l'onde de préserver sa forme.

### III.5.2- Milieu purement non linéaire

Dans ce cas-là, nous supposons la propagation d'une impulsion femtoseconde dans un milieu non linéaire homogène où l'effet de la dispersion est négligeable par rapport à l'effet de la non-linéarité. C'est donc un cas de milieu purement non linéaire. Dans ce qui suit, nous allons nous concentrer sur l'étude de l'impact de l'effet Kerr et de l'effet non Kerr sur la propagation du soliton dans un milieu purement non linéaire.

#### III.5.2.1-Influence de l'effet Kerr

Cet effet est l'un des plus importants dans le domaine de l'optique non linéaire et l'étude et l'analyse de la dynamique des solitons dans les milieux non linéaires en raison de son rôle essentiel dans la génération d'autres effets non linéaires significatifs [32]. Il se manifeste par une modification de l'indice de réfraction du milieu par rapport à l'intensité de l'onde incidente. Ainsi, lorsque l'indice augmente, on aura une focalisation du faisceau tandis que s'il diminue, on aura une délocalisation [25]. Cette délocalisation peut se produire lorsque

l'indice le plus élevé se trouve aux bords du front d'onde, ce qui conduit à un changement de front plan en front convexe [31].

Pour bien comprendre l'impact de cet effet sur la propagation d'une impulsion dans une fibre optique, on va annuler le terme  $\beta_2 = 0$  dans l'équation (III.32). Donc cette équation devient :

$$i \frac{\partial A}{\partial z} + \gamma |A|^2 A = 0 \quad (\text{III.88})$$

avec  $\gamma = \frac{ie^{(-\alpha z)}}{L_{NL}}$

L'expression de la solution de l'équation (III.85) sur une distance  $z = L$  est :

$$E(L, T) = E(0, T) \exp[i\Phi_{NL}(L, T)] \quad (\text{III.89})$$

Tandis que la phase prend cette forme [29] :

$$\Phi_{NL}(L, T) = |E(0, T)|^2 \left(\frac{L_{eff}}{L_{NL}}\right) \quad (\text{III.90})$$

où  $L_{eff}$  et  $L_{NL}$  représentent respectivement la longueur effective et non linéaire de la fibre.

Elles sont définies par :

$$L_{eff} = \frac{[1 - \exp(-\alpha L)]}{\alpha}, L_{NL} = \frac{1}{\gamma P_0} \quad (\text{III.91})$$

Dans ce cas et en raison de l'existence de l'effet Kerr, l'impulsion acquiert un «chirp» donné par l'expression suivante [30]:

$$\delta\omega(T) = -\frac{\partial\Phi_{NL}}{\partial T} = -\left(\frac{L_{eff}}{L_{NL}}\right) \frac{\partial|E(0, T)|^2}{\partial T} \quad (\text{III.92})$$

Considérons la propagation d'une impulsion super gaussienne injectée à l'entrée de la fibre prenant la forme suivante :

$$E(0, T) = \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{T}{T_0}\right)^{2m}\right] \quad (\text{III.93})$$

$m$  est le paramètre du chirp

Nous substituons l'équation (III.93) dans les équations (III.92) et (III.90), on obtient :

$$\Phi_{NL}(L, T) = \exp\left[-\left(\frac{T}{T_0}\right)^{2m}\right] \left(\frac{L_{eff}}{L_{NL}}\right) \quad (\text{III.94})$$

Et le chirp devient :

$$\delta\omega(T) = \frac{2m}{T_0} \left(\frac{L_{eff}}{L_{NL}}\right) \left(\frac{T}{T_0}\right)^{2m-1} \exp\left[-\left(\frac{T}{T_0}\right)^{2m}\right] \quad (\text{III.95})$$

Dans ce qui suit, nous allons étudier l'impact de l'effet Kerr sur la propagation du soliton dans une fibre optique tout en considérant que la dispersion de vitesse de groupe (GVD) est nulle. La figure (III.5) présente une variation de la phase non linéaire d'une impulsion super gaussienne  $\Phi_{NL}$  pour  $m=1$ ,  $m=2$ ,  $m=3$  et  $m=4$  en fonction de  $T/T_0$ .

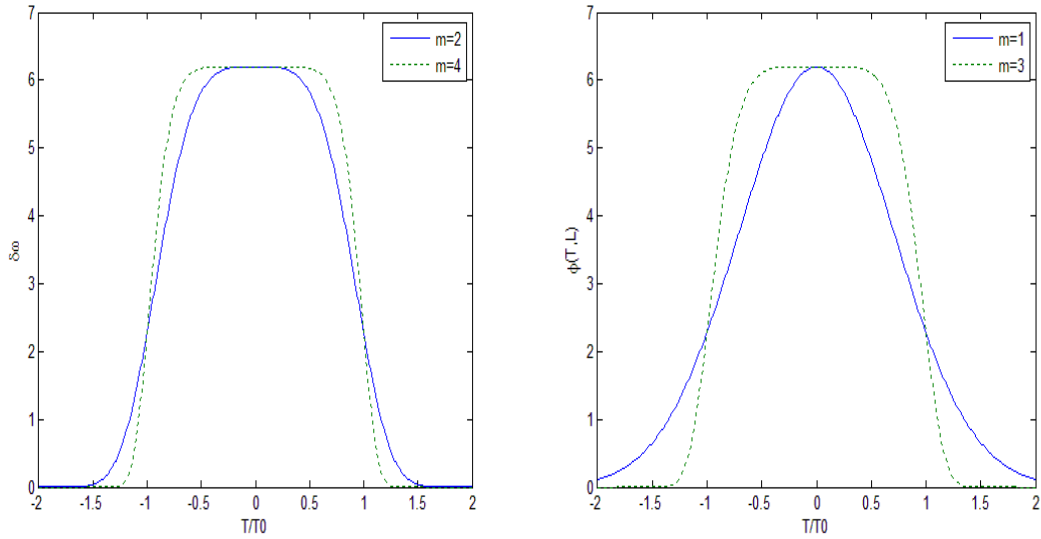


Figure III.7 : Variation de la phase non linéaire d'une impulsion super gaussienne  $\Phi_{NL}$  pour  $m=1$ ,  $m=2$ ,  $m=3$  et  $m=4$ . en fonction de  $T/T_0$ .

D'après ces deux figures, on peut voir clairement un fort élargissement de la phase non linéaire au fur et à mesure que  $m$  augmente.

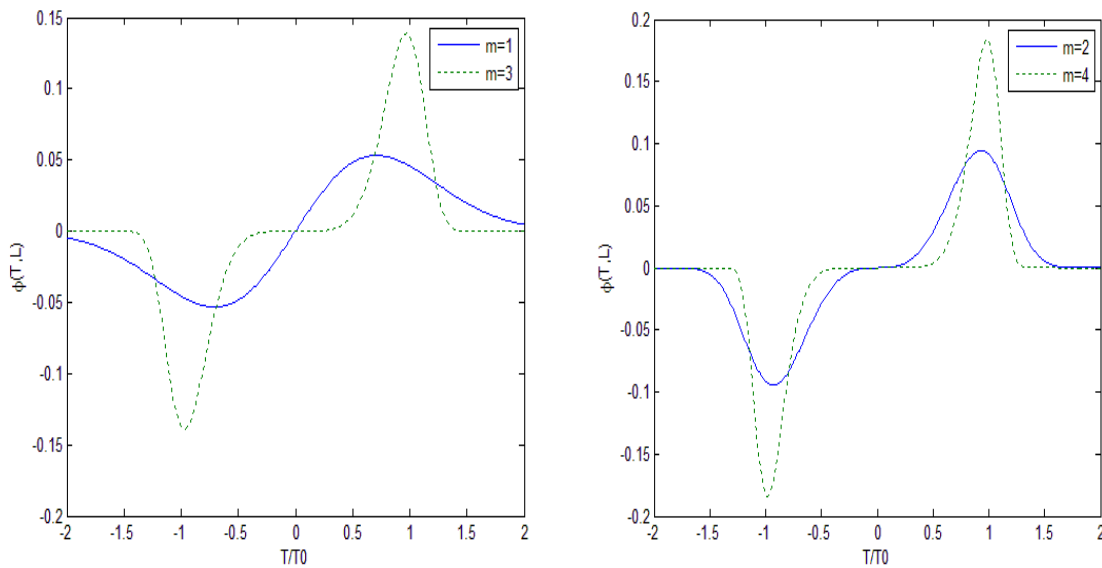


Figure III.8 : Variation du chirp d'une impulsion super gaussienne pour  $m=1$ ,  $m=2$ ,  $m=3$  et  $m=4$  par rapport à  $T/T_0$ .

D'après la figure (III.6), on constate que  $\delta\omega(T)$  dépend fortement de la valeur «  $m$  » du paramètre du chirp. On remarque également qu'il est négatif pour un décalage vers le rouge et il devient positif près du décalage vers le bleu. On peut donc dire que l'effet Kerr diminue la

valeur du chirp au cours de la propagation de l'impulsion et par conséquent influe sur la dynamique du soliton.

### III.5.2.2- Influence de l'effet non-Kerr

Cet effet est classé parmi les effets non linéaires d'ordre trois qui se manifestent durant la propagation des solitons, notamment dans les matériaux optiques présentant des non-linéarités cubiques-quintiques. Ces effets ont suscité un grand intérêt ces dernières années en raison de leurs applications dans diverses applications en optique non linéaire [28,29]. Cet effet contribue à la stabilité des solitons, en particulier de type quintique [28]. Plusieurs résultats importants ont montré l'influence de cet effet sur la dynamique de propagation, notamment la discussion de Senthilnathan et ses collaborateurs sur l'existence et la stabilité d'un soliton de Townes autosimilaire [30].

Dans le but de comprendre l'impact de l'effet non-Kerr sur la dynamique de propagation des solitons dans les fibres optiques, on considère une impulsion femtoseconde décrite par l'équation de Schrödinger non-linéaire d'ordre élevés suivante [22]:

$$i \frac{\partial A}{\partial z} = -\frac{i\alpha}{2} A + \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial T^2} - \gamma_1 |A|^2 A + \gamma_2 |A|^4 A \quad (\text{III.96})$$

$$\text{On a } \tau = \left( \frac{T}{T_0} \right) = \frac{t-z/v_g}{T_0}$$

$$\text{Ce qui donne : } \frac{\partial^2 A}{\partial T^2} = \frac{1}{T_0^2} \frac{\partial^2 A}{\partial \tau^2}$$

L'équation (III.96) devient :

$$i \frac{\partial A}{\partial z} = -\frac{i\alpha}{2} A + \frac{\beta_2}{2T_0^2} \frac{\partial^2 A}{\partial \tau^2} - \gamma_1 |A|^2 A + \gamma_2 |A|^4 A \quad (\text{III.97})$$

Pour négliger l'effet des pertes, on applique le changement de variable suivant :

$$A(z, \tau) = \sqrt{P_0} \exp(-\alpha z/2) E(z, \tau) \quad (\text{III.98})$$

Ce qui donne :

$$\frac{\partial A}{\partial z} = \sqrt{P_0} \exp(-\alpha z/2) u(z, \tau) \left[ -\frac{\alpha}{2} E(z, \tau) + \frac{\partial U}{\partial z} \right] \quad (\text{III.99})$$

On remplace l'équation (III.98) et (III.99) dans l'équation (III.97), on trouve :

$$i \frac{\partial U}{\partial z} = \frac{\text{sgn}\beta_2}{2T_0^2} \frac{\partial^2 A}{\partial \tau^2} - \frac{\exp(-\alpha z)}{\gamma_1 P_0} |E|^2 E + \frac{\exp(-2\alpha z)}{\gamma_2 P_0^2} |E|^4 E \quad (\text{III.100})$$

Avec  $sgn\beta_2 = \pm 1$  dépend du signe de GVD et :

$$L_D = \frac{T_0^2}{|\beta_2|}, \quad L_{NL1} = \frac{1}{\gamma_1 P_0}, \quad L_{NL2} = \frac{1}{\gamma_2 P_0^2}$$

L'étude de l'impact de l'effet non kerr exige aussi l'annulation du terme  $\beta_2 = 0$  ce qui réduit l'équation (III.100) à cette forme :

$$i \frac{\partial U}{\partial z} = \frac{\exp(-\alpha z)}{L_{NL1}} |E|^2 E + \frac{\exp(-\alpha z)}{L_{NL2}} |E|^4 E \quad (\text{III.101})$$

Par l'intégration de cette dernière équation (III.98), on peut obtenir l'expression de la phase NL comme suit :

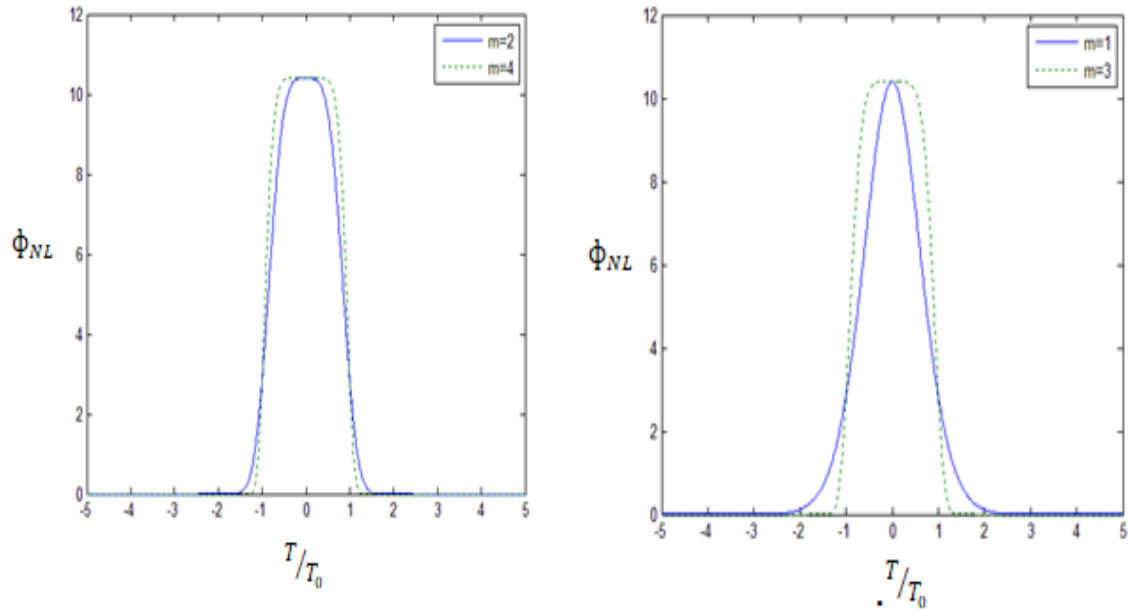
$$\Phi_{NL} = |E(0, T)|^2 \left( \frac{L_{eff1}}{L_{NL1}} \right) + |E(0, T)|^4 \left( \frac{L_{eff2}}{L_{NL2}} \right) \quad (\text{III.102})$$

Dans ce cas, l'impulsion super gaussienne (III.89) possède alors un chirp défini par :

$$\delta\omega(T) = -\frac{\partial\Phi_{NL}}{\partial T} = -\left( \frac{L_{eff1}}{L_{NL1}} \right) \frac{\partial|E(0,T)|^2}{\partial T} - \frac{L_{eff2}}{L_{NL2}} \frac{\partial|E(0,T)|^4}{\partial T} \quad (\text{III.103})$$

Dans cette partie, on considère une impulsion super gaussienne donnée par l'équation (III.93). Alors la phase non linéaire s'écrit comme suit :

$$\Phi_{NL} = \exp\left[-\left(\frac{T}{T_0}\right)^{2m}\right] \left( \frac{L_{eff}}{L_{NL}} \right) + \exp\left[-2\left(\frac{T}{T_0}\right)^{2m}\right] \left( \frac{L_{eff2}}{L_{NL2}} \right) \quad (\text{III.104})$$

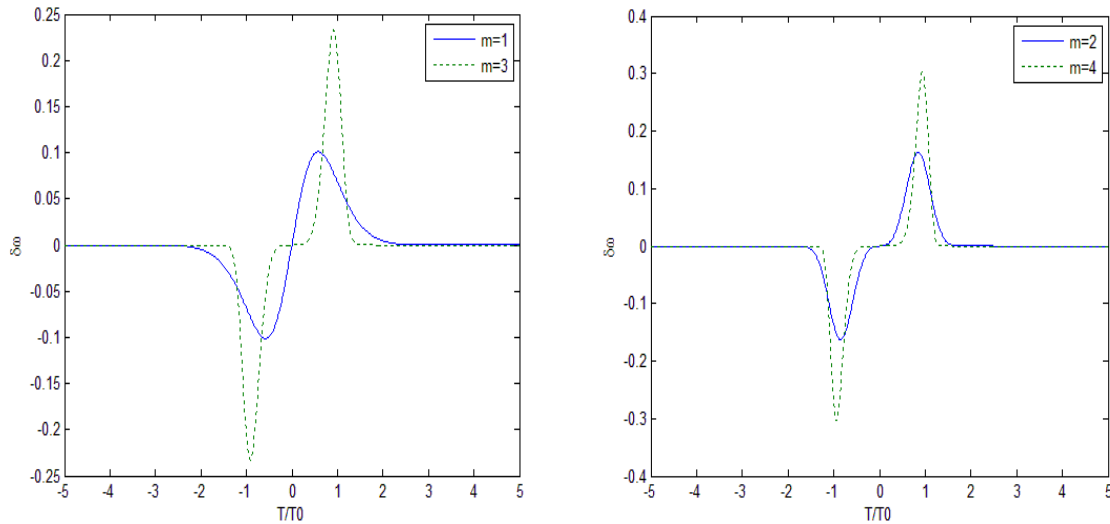


**Figure III.9 :** Evolution de la phase non linéaire d'une impulsion super gaussienne pour différentes valeurs de «  $m$  »

La figure (III.7) présente la variation de la phase non linéaire en fonction du rapport  $T/T_0$  dans une fibre optique en présence de l'effet non-Kerr. Nous observons clairement un fort élargissement de la phase non linéaire au fur et à mesure que  $m$  augmente. Elle montre aussi que l'influence de l'effet non-Kerr sur la phase de l'impulsion est important.

Le chirp associé à cette impulsion prend la forme suivante :

$$\delta\omega(T) = \frac{2m}{T_0} \left( \frac{L_{eff1}}{L_{NL1}} \right) \left( \frac{T}{T_0} \right)^{2m-1} \exp\left[-\left(\frac{T}{T_0}\right)^{2m}\right] + \frac{4m}{T_0} \left[ \frac{L_{eff2}}{L_{NL2}} \right] \left( \frac{T}{T_0} \right)^{2m-1} \exp\left[2\left(\frac{T}{T_0}\right)^{2m}\right] \quad (\text{III.105})$$



**Figure III.10 :** Evolution du glissement de fréquence « chirp » d'une impulsion super gaussienne pour 4 valeurs de  $m$ .

### III.6- Conclusion

Au cours de ce chapitre, nous avons présenté tout d'abord les différentes équations qui étudient la propagation des solitons dans divers milieux non linéaires. Nous avons concentré notre étude sur l'équation de Schrödinger NL qui permet de décrire la dynamique de propagation des solitons dans les fibres optiques. Les différentes lois de conservation telles que la loi de la conservation de l'énergie, du moment et de l'Hamiltonien sont présentées en détail. Ensuite, nous avons présenté un aperçu sur les méthodes numériques et analytiques dans lesquelles elles sont utilisées pour résoudre les équations non linéaires. Nous avons également fait une présentation de l'influence des différents effets linéaires tels que la dispersion d'ordre deux et trois et les effets non linéaires tels que l'effet Kerr et non Kerr sur la dynamique de propagation des solitons.

## Références

- [1] W.-R. Sun, B. Tian, Y.-F. Wang, et H.-L. Zhen, *Eur. Phys. J. D*, p. 146 (2015).
- [2] S. Manukure et T. Booker, *Partial Differ. Equ. Appl. Math*, p. 100140 (2021).
- [3] K. E. Lonngren, *Plasma Phys*, p. 943-982 (1983).
- [4] A. Messouber, These de doctorat, Université Badji Mokhtar- Annaba (2020).
- [5] M. A. Helal, *Chaos Solitons Fractals*, p. 1917-1929 (2002).
- [6] J. W. Miles, *J. Fluid Mech*, p. 131 (1981).
- [7] S. Ali, A. Ullah, S. Ahmad, K. Nonlaopon, et A. Akgül, *Symmetry*, p. 2316 (2022).
- [8] A. M. Kamchatnov, *J. Exp. Theor. Phys*, p. 653-661 (2023).
- [9] T. Dauxois et Peyrard, *Physique des solitons*. 2004.
- [10] N. Sefidkar, S. Fathizadeh, F. Nemati, et C. Simserides, *Materials*, p. 2779 (2022).
- [11] P. X. Feng, *journal.apb*.100-100 (2018).
- [12] A. S. Davydov, *Phys. Scr*, p. 387-394 (1979).
- [13] H. Feddersen, *Phys. Scr*, p. 481-483 (1993).
- [14] A. C. Scott, *Phys. Nonlinear Phenom*, p. 333-342 (1991).
- [15] K. Sato et R. Tanaka, *Phys. Rev. E*, vol. 98, n° 1, p. 013001, (2018).
- [16] J. A. C. Weideman et B. M. Herbst, *SIAM J. Numer. Anal*, p. 485-507 (1986).
- [17] I. Naumkin et P. Raphaël, «*Ann. Henri Poincaré*», p. 1677-1758 (2020).
- [18] T. S. Raju et H. Triki, *Optik*, p. 171-698 (2024).
- [19] J. M. Soto-Crespo et N. Akhmediev, *Opt. Commun*, p. 223-230 (1993).
- [20] A. BOUZIDA. These de doctorat, Université Badji Mokhtar- Annaba (2019).
- [21] A. B. Nassar, *J. Phys. Math. Gen*, p. 423-L426 (1985).
- [22] A. G.P, Third Edition. San Fransisco: Academic Press (2001).
- [23] L. Ju, J. Zhou, et Y. Zhang *Commun. Anal. Mech*, p. 24-49 (2023).
- [24] G. I. Stegeman et M. Segev, *Science*, p. 1518-1523 (1999).
- [25] A. K. Daoui. These de doctorat . Université Badji Mokhtar- Annaba, 2016.
- [26] G. M. Muslu et H. A. Erba *Math. Comput. Simul*, p. 581-595 (2005).
- [27] J. C. Travers. *Opt. Commun*, p. 130191 (2024).
- [28] J. S. Russell, p. 319-320 (1844).
- [29] Agrawal. Third Edition. University of Rochester, New York (2001).
- [30] Agrawal. Fifth edition. New York: Optics and Photonics, 2013.
- [31] F. Azzouzi. These de doctorat. Universite badji mokhtar, 2010.

[32] P. A. Franken, A. E. Hill, C. W. Peters, et G. Weinreich. *Phys. Rev. Lett.* , p.118-119 (1961).



## *Chapitre IV*

# *Dynamique de propagation non linéaire des solitons dans des milieux inhomogènes*

## **IV.1-Introduction**

Au cours des dernières années, les solitons sont devenus un sujet d'étude crucial dans tous les domaines de physique, notamment pour la transmission de l'information dans le domaine de l'optique non linéaire [1]. L'intérêt porté pour de telles ondes localisées vient du fait qu'elles constituent les porteurs d'informations dans les systèmes de communication optiques. Notons que les solitons sont considérés comme l'un des outils puissants pour comprendre les phénomènes de transport d'énergie dans les protéines [2]. Ils sont également utilisés comme des supports d'information à l'intérieur des protéines alpha-hélice [3]. Dans ce contexte, Davydov a proposé une explication remarquable des phénomènes de transport d'énergie dans les protéines, en soulignant que l'énergie est transmise via la vibration C-O à haute fréquence (amide I) d'un groupe peptidique de la protéine [4,5]. Daniel et Deepamala ont étudié l'effet des excitations et interactions moléculaires d'ordre supérieur sur la dynamique des solitons de transport d'énergie et ont découvert que le soliton se propage à travers les chaînes du protéine [6]. L'équation fondamentale régissant la dynamique des solitons dans les protéines alpha-hélicoïdales est l'équation de Schrödinger non linéaire d'ordre supérieur (HNLSE) [4]. En général, les efforts de nombreux chercheurs sont concentrés sur les équations de Schrödinger non linéaires à coefficients constants pour étudier la dynamique des solitons dans les protéines alpha-hélicoïdales. Cependant, dans un milieu réel, les protéines interagissent avec des nombreuses autres molécules ce qui implique la non inhomogénéité de ce milieu [7]. La présence d'autres organismes, tels que des médicaments, des carcinogènes, des mutants et des colorants, à des sites spécifiques de la séquence de la protéine alpha-hélicoïdale, peut modifier la structure des protéines, induisant ainsi des défauts appelés inhomogénéités [7]. Ces inhomogénéités entraînent généralement une perte ou un gain, une modulation de phase et une dispersion variable de la protéine alpha hélicoïdale [8]. Il est à noter qu'en raison des inhomogénéités du milieu et des non-uniformités des milieux, les équations d'évolution non linéaires à coefficients variables peuvent être utilisées pour décrire les véritables contextes physiques [9]. Dans ce cas, l'équation NLS à coefficients variables peut décrire la dynamique du soliton dans une protéine alpha hélice inhomogène de manière plus claire et précise [10]. Plusieurs modèles d'équations NLS à coefficients variables ont été proposées pour décrire la propagation des solitons à travers des milieux non linéaires, le plus connu étant l'équation NLS à coefficients variables du quatrième ordre [11]. À notre connaissance, les résultats concernant les solutions d'ondes solitaires de ce modèle obtenus à l'aide de l'ansatz complexes multipôles introduit par Triki et ces collaborateurs [12] n'ont pas encore été rapportés. Ici,

pour la première fois, nous étudions l'existence des solitons dans le cadre de l'équation de Schrödinger non linéaire du quatrième ordre à coefficients variables qui décrit la dynamique des solitons dans une protéine hélicoïdale alpha inhomogène. L'influence des coefficients variables sur le comportement des solitons est également analysée.

Au cours de ce chapitre, nous allons étudier et modéliser la dynamique de propagation des solitons dans des milieux non linéaires inhomogènes présentant une non-linéarité cubique-quintique tels que la fibre optique et les milieux inhomogènes fortement dispersifs et non linéaire tels que les molécules des protéines. Le modèle gouvernant la propagation des impulsions solitoniques dans ces milieux matériels prend la forme de l'équation de Schrödinger non linéaire d'ordre supérieur. Les termes de dispersion et de non-linéarité d'ordre élevé incorporés dans cette équation d'évolution rendent le modèle de propagation non intégrable. Pour surmonter le problème de la non-intégrabilité, nous allons utiliser des méthodes puissantes qui permettent de déterminer les différents types de solutions localisées tels que les solitons brillant, sombre, gris, dipôle et multipôle sous des conditions paramétriques bien précises.

#### **IV.2-Les milieux homogènes et non homogènes**

Les systèmes non homogènes ont fait l'objet d'une attention croissante de la part de la communauté scientifique [13]. Ils présentent une plus grande flexibilité et permettent de créer des solitons aux propriétés plus réalistes et contrôlables. Contrairement aux systèmes inhomogènes qui offrent des solitons théoriquement parfaits mais souvent difficiles à réaliser expérimentalement [14]. Ce type des systèmes constitue un domaine de recherche dynamique et prometteur avec un fort potentiel d'applications dans divers domaines scientifiques et technologiques tels que [13] :

- ✓ **Amplification d'impulsion** : En raison de l'inhomogénéité, on peut augmenter l'intensité des impulsions lumineuses pour diverses applications telles que la chirurgie, par l'utilisation des lasers, et la communication optique.
- ✓ **Compression d'impulsions** : L'inhomogénéité joue un rôle important dans la réduction de la durée d'impulsions lumineuses pour des applications telles que les radars et l'imagerie médicale.
- ✓ **Commutateurs optiques** : par le contrôle du flux de lumière dans les circuits optiques.
- ✓ **Mise en forme d'impulsions** : par la génération d'impulsions lumineuses avec des formes spécifiques pour des applications telles que les communications optiques et le traitement du signal.

D'un point de vue physique, on peut définir un milieu homogène comme un milieu dont l'indice de réfraction est constant en tout point. Cela signifie que leurs propriétés restent les mêmes dans toutes les directions [14]. Dans ce cas, les ondes se propagent en ligne droite et les paramètres gouvernant leur propagation comme la longueur d'onde et la fréquence restent constantes. Par contre, un milieu inhomogène est défini par la variation de son indice de réfraction en fonction de la position des ondes qui se propagent dans ce milieu [15]. Dans ce cas, les propriétés du milieu ne sont pas uniformes. Par conséquent, la trajectoire des ondes peut être courbée et les paramètres de propagation peuvent varier en fonction de la position de l'onde [16].

### **IV.3- Etude de la dynamique des solitons des milieux inhomogènes avec une non-linéarité cubique quintique**

Dans cette section, on s'intéresse à la modélisation de la dynamique des solitons qui se propagent dans des milieux inhomogènes présentant une non-linéarité du troisième et cinquième ordre tels que la fibre optique.

#### **IV. 3.1- Modèle d'équation**

Dans une fibre optique inhomogène présentant une non-linéarité de quatrième ordre, les impulsions optiques ultracourtes sont décrites par l'équation SNL cubique-quintique à coefficients variables en présence de terme de perte/gain. Elles sont données par l'équation suivante [17] :

$$E_z = i(\gamma_1(z)E_{tt} + \gamma_2(z)|E|^2E + i\gamma_3|E|^4E - \Gamma(z)E \quad (\text{IV.1})$$

où  $E(z, t)$  représente l'enveloppe complexe du champ.  $z$  est la coordonnée qui représente la distance de propagation de l'onde. Les  $\gamma_i(z)$  sont les coefficients variables en fonction de la distance de propagation avec  $i = 1,2,3$  représentent respectivement la dispersion de vitesse de groupe (GVD), l'auto-modulation de phase (SPM) et la non-linéarité quintique.  $\Gamma(z)$  est le coefficient d'absorption ou de gain distribué.

Ce modèle fait partie des différents modèles d'équations qui sont très important, notamment pour intégrer les progrès récents dans le domaine de l'optique non linéaire, en particulier dans des fibres non homogènes [18]. Afin de trouver une solution exacte de l'onde solitaire présentée par l'équation SNL cubique quintique généralisée (IV.1), on applique la méthode de fonction d'essai amplitude-phase. Ainsi, l'expression du champ complexe  $E$  associé à l'équation (IV.1) en termes de sa phase et de son amplitude est donnée par cette équation [19] :

$$E(z, t) = \sqrt{A(z, t)} \exp [i\phi(z, t)] \quad (\text{IV.2})$$

où  $A$  et  $\phi$  sont des fonctions réelles de  $z$  et  $t$ . Dans le but de trouver des solutions localisées de l'équation (IV.1), on suppose que la phase a une forme linéaire exprimé par [20]

$\phi(z, t) = k(z)t + \Omega(z)$ , où  $k(z)$  et  $\Omega(z)$  représentent respectivement le nombre d'onde et le décalage de fréquence.

Par la substitution de la solution (IV.2) dans l'équation (IV.1) et en éliminant les termes exponentiels, on obtient l'expression suivante :

$$\frac{1}{2} \frac{A_z}{\sqrt{A}} + ik_z t \sqrt{A} + i\Omega_z \sqrt{A} + i \frac{1}{4} \gamma_1 \frac{A_t^2}{A^{3/2}} + \gamma_1 k_z \frac{A_t}{\sqrt{A}} - i \frac{1}{2} \gamma_1 \frac{A_{2t}}{\sqrt{A}} + i\gamma_1 k_z^2 \sqrt{A} - i\gamma_2 A^{3/2} - i\gamma_3 A^{5/2} + \Gamma \sqrt{A} \quad (IV.3)$$

Pour résoudre l'équation (IV.3), on suppose deux cas où on va utiliser deux ansatz différents.

### IV.3.2-Solution d'onde solitaire

#### Cas 1 :

Nous considérons dans ce cas que la solution de type soliton prend la forme suivante

$$A(z, t) = \rho(z) + \lambda(z) \operatorname{sech}(\eta(z)(t - \chi(z))) \quad (IV.4)$$

$\chi(z)$  et  $\eta(z)$  désignent respectivement le décalage de la vitesse de groupe et la largeur de l'impulsion,  $\lambda(z)$  est l'amplitude tandis que  $\rho(z)$  détermine la force du font continu sur lequel cette solution se développe. On substitue l'ansatz (IV.4) dans l'équation (IV.3) puis on rassemble tous les coefficients de la fonction *sech* et on les met à zéro. On obtient un système des équations algébriques donnés comme suit :

$$\eta(z) = \eta_c \quad (IV.5)$$

$$k(z) = k_c \quad (IV.6)$$

$$\rho_z + 2\Gamma\rho = 0 \quad (IV.7)$$

$$\lambda_z + 2\Gamma = 0 \quad (IV.8)$$

$$\chi_z - 2\Omega_z = 0 \quad (IV.9)$$

$$\frac{1}{4} \gamma_1 \eta^2 - \gamma_3 \lambda^2 = 0 \quad (IV.10)$$

$$\eta^2 \left( \gamma_1 \rho - \frac{1}{4} \gamma_1 \lambda \right) - \gamma_2 \lambda k^2 - 3\gamma_2 \lambda \rho + \lambda \Omega_z - 6\gamma_3 \rho^2 \lambda = 0 \quad (IV.11)$$

$$-\frac{1}{2} \gamma_1 \eta^2 - 3\gamma_2 \rho + 2\gamma_1 k^2 + 2\Omega_z = 0 \quad (IV.12)$$

$$-\gamma_3 \rho^2 + \gamma_1 k^2 - \gamma_2 \rho + \Omega_z = 0 \quad (IV.13)$$

$$-\gamma_1 \eta k + \frac{1}{2} \chi \eta_z + \frac{1}{2} \eta \chi_z = 0 \quad (IV.14)$$

Ces équations doivent être compatibles, ce qui impose quelques restrictions sur les paramètres de l'équation modèle (IV.1). En les résolvant, on obtient les paramètres des solitons comme suit :

$$k(z) = k_c \quad (IV.15)$$

$$\eta(z) = \eta_c \quad (IV.16)$$

$$\lambda(z) = \lambda_0 \exp \left[ -2 \left( \int_0^z \Gamma(z) dz \right) \right] \quad (IV.17)$$

$$\rho(z) = \rho_0 \exp \left[ -2 \left( \int_0^z \Gamma(z) dz \right) \right] \quad (IV.18)$$

$$\chi(z) = 2k_c \int_0^z \gamma_1(z) dz \quad (IV.19)$$

$$\Omega_z = -\gamma_3(z)(\lambda^2(z) + 4\rho(z)\lambda(z) + \rho^2(z)) \quad (IV.20)$$

$$\eta_c = 2 \sqrt{\frac{k^2(z)\lambda^2(z)}{3\rho^2(z) + 2\rho(z)\lambda(z)}} \quad (IV.21)$$

Avec les conditions paramétriques suivantes :

$$\gamma_1(z) = \frac{-4\lambda^2(z)\gamma_3(z)}{\eta^2(z)} \quad (IV.22)$$

$$\gamma_2(z) = (-4\rho(z) - \lambda(z))\gamma_3(z) \quad (IV.23)$$

$$\rho(z) \neq -\frac{2}{3}\lambda(z) \quad (IV.24)$$

où  $\lambda_0$  et  $\rho_0$  sont des constantes d'intégration dépendant de l'impulsion initiale.  $\eta_c$  et  $k_c$  sont des constantes arbitraires. A partir des équations (IV.15) et (IV.16), on observe que le nombre d'onde et la largeur d'impulsion restent constants durant la propagation du soliton. De plus, selon les équations. (IV.17) et (IV.18) l'amplitude d'impulsion est variable car elle est liée à la variation du coefficient de perte. Par conséquent, elle augmente ou diminue en fonction du signe de  $\Gamma(z)$ . D'après ces résultats, l'enveloppe du champ électrique peut s'exprimer par la formule suivante :

$$E(z, t) = (\lambda_0 + \rho_0 \operatorname{sech}[\eta_c(t - 2k_c \int_0^z \gamma_1(z) dz)])^{\frac{1}{2}} \exp[-2 \int_0^z \Gamma(z) dz + i(k_c t + \Omega(z))] \quad (IV.25)$$

La solution (IV.25) représente une onde solitaire se propageant dans une fibre optique présentant une non-linéarité de troisième et cinquième ordre modulée par l'équation (IV.1). Elle montre clairement que l'équilibre parfait entre la non-linéarité d'ordre supérieur (c'est-à-dire la non-linéarité quintique), la GVD et le gain ou la perte donne lieu à la formation de la structure localisée (IV.25). Cela implique que la présence d'un terme de non-linéarité quintique dans l'équation (IV.1) est essentiel pour l'existence de la solution solitonique trouvée. Selon l'équation (IV.19) on peut voir que la vitesse du soliton dépend de l'espace à cause de la fonction  $\gamma_1(z)$  qui est liée au coefficient GVD  $\gamma_1(z)$ . Selon les résultats proposés

dans la référence [18], la solution d'onde solitaire présentée par l'équation (IV.25) contient quelques paramètres supplémentaires pour le contrôle de sa largeur, son amplitude, de sa phase et du décalage de la vitesse du groupe inverse.

**Cas 2**

Dans ce cas-là, les solutions solitons prennent la forme suivante :

$$A(z, t) = \rho(z) + \lambda(z) \tanh(\eta(z)(t - \chi(z))) \quad (IV.26)$$

On substituant cette fonction d'essai (IV.26) dans l'équation (IV.3) puis en mettant les coefficients des fonctions *sech* et *tanh* nul, on obtient un système d'équations algébriques donné comme suit :

$$\eta(z) = \eta_c \quad (IV.27)$$

$$k(z) = k_c \quad (IV.28)$$

$$\lambda_z + 2\Gamma = 0 \quad (IV.29)$$

$$-2\gamma_1 k^2 + \chi_z = 0 \quad (IV.30)$$

$$-\frac{3}{4}\gamma_1 \eta^2 - \gamma_3 \lambda^2 = 0 \quad (IV.31)$$

$$\gamma_1 \eta^2 + 2\gamma_3 \lambda^2 + 6\gamma_3 \rho^2 - 2\gamma_1 k^2 = 0 \quad (IV.32)$$

$$\gamma_1 \eta^2 \rho + 4\gamma_3 \lambda^2 \rho + \gamma_2 \lambda^2 = 0 \quad (IV.33)$$

$$\rho[(-4\gamma_3(\lambda^2 + \rho^2) - 2\gamma_1 k^2 - 3\gamma_2 \rho + 2\Omega_z) - \gamma_2 \lambda^2] = 0 \quad (IV.34)$$

$$-\gamma_3 \lambda^2 (\lambda^2 + 6\rho^2) + \gamma_1 k^2 (\lambda^2 + \rho^2) - \gamma_2 \rho (3\lambda^2 + \rho^2) + \Omega_z (\lambda^2 + \rho^2) = 0 \quad (IV.35)$$

$$\gamma_1 \eta k - \frac{1}{2} \chi \eta_z - \frac{1}{2} \eta \chi_z = 0 \quad (IV.36)$$

$$\frac{1}{2} \lambda_z - \lambda \Gamma + \eta k \rho \gamma_1 - \frac{1}{2} \eta \chi_z \rho - \frac{1}{2} \lambda \eta_z \rho = 0 \quad (IV.37)$$

Pour trouver les paramètres des solitons, nous devons considérer ce système d'équations compatible dans lequel on impose quelques restrictions sur les paramètres de l'équation modèle (IV.1) et on le résout, pour obtenir ce qui suit :

$$\eta(z) = \eta_c \quad (IV.40)$$

$$k(z) = k_c \quad (IV.41)$$

$$\lambda(z) = \lambda_0 \exp[-2(\int_0^z \Gamma(z) dz)] \quad (IV.42)$$

$$\rho(z) = \rho_0 \exp \left[ -2 \left( \int_0^z \Gamma(z) dz \right) \right] \quad (\text{IV.43})$$

$$\chi(z) = 2k_c \int_0^z \gamma_1(z) dz \quad (\text{IV.44})$$

$$\Omega_z = \frac{1}{96} \frac{\lambda(z)^2 (\eta(z)^2 + 2k(z)^2) \gamma_3^2(z) - 27\gamma_2^2(z) \eta^2(z)}{\eta^2(z) \gamma_3(z)} \quad (\text{IV.45})$$

Avec les conditions paramétriques suivantes :

$$\gamma_2(z) = -\frac{8}{3} \frac{\rho(z)}{\gamma_3(z)} \quad (\text{IV.46})$$

$$\gamma_1(z) = -\frac{4}{3} \frac{\lambda^2(z) \gamma_3(z)}{\eta^2(z)} \quad (\text{IV.47})$$

Ces dernières équations (IV.40) et (IV.41) montrent que le nombre d'onde  $k(z)$  et la largeur d'impulsion  $\eta(z)$  restent constants au cours de la propagation du soliton. Cependant, les équations. (IV. 42) et (IV.43) prouvent que l'amplitude de l'impulsion dépend de la variation spatiale du paramètre de la perte. Elle augmente ou diminue en fonction du signe de  $\Gamma(z)$ .

D'après les résultats précédentes, l'expression de l'enveloppe du champ électrique est donnée par la formule suivante :

$$E(z, t) = (\lambda_0 + \rho_0 \tanh[\eta_c (t - 2k_c \int_0^z \gamma_1(z) dz)])^{\frac{1}{2}} \exp[-2 \int_0^z \Gamma(z) dz + i(k_c t + \Omega(z))] \quad (\text{IV.48})$$

#### **IV.4-Impact de la variation spatial des paramètres du milieu sur la propagation du soliton**

Dans ce qui suit, nous allons montrer l'influence des différents paramètres du milieu sur le comportement du soliton (IV.25) au cours de sa propagation. On voit clairement que l'amplitude de l'onde solitaire donné par l'équation (IV.25) est affectée par les pertes exprimées par le coefficient  $\Gamma(z)$  et la dispersion d'ordre deux exprimées par le coefficient  $\gamma_1(z)$  et par conséquent le décalage de la vitesse de groupe. Par la suite, nous allons étudier la dynamique de propagation du soliton dans le cadre des variations des deux paramètres  $\Gamma(z)$  et  $\gamma_1(z)$ .

##### **IV.4.1- Impact de l'effet de la dispersion de vitesse de groupe (GVD)**

Considérant maintenant un milieu sans perte où  $\Gamma(z) = 0$  et en supposant plusieurs profils de l'effet de la dispersion de vitesse de groupe (GVD). Nous montrons sur la figure (IV.1) l'évolution d'un soliton donné par l'expression (IV.25) dans le domaine de l'espace-temps.

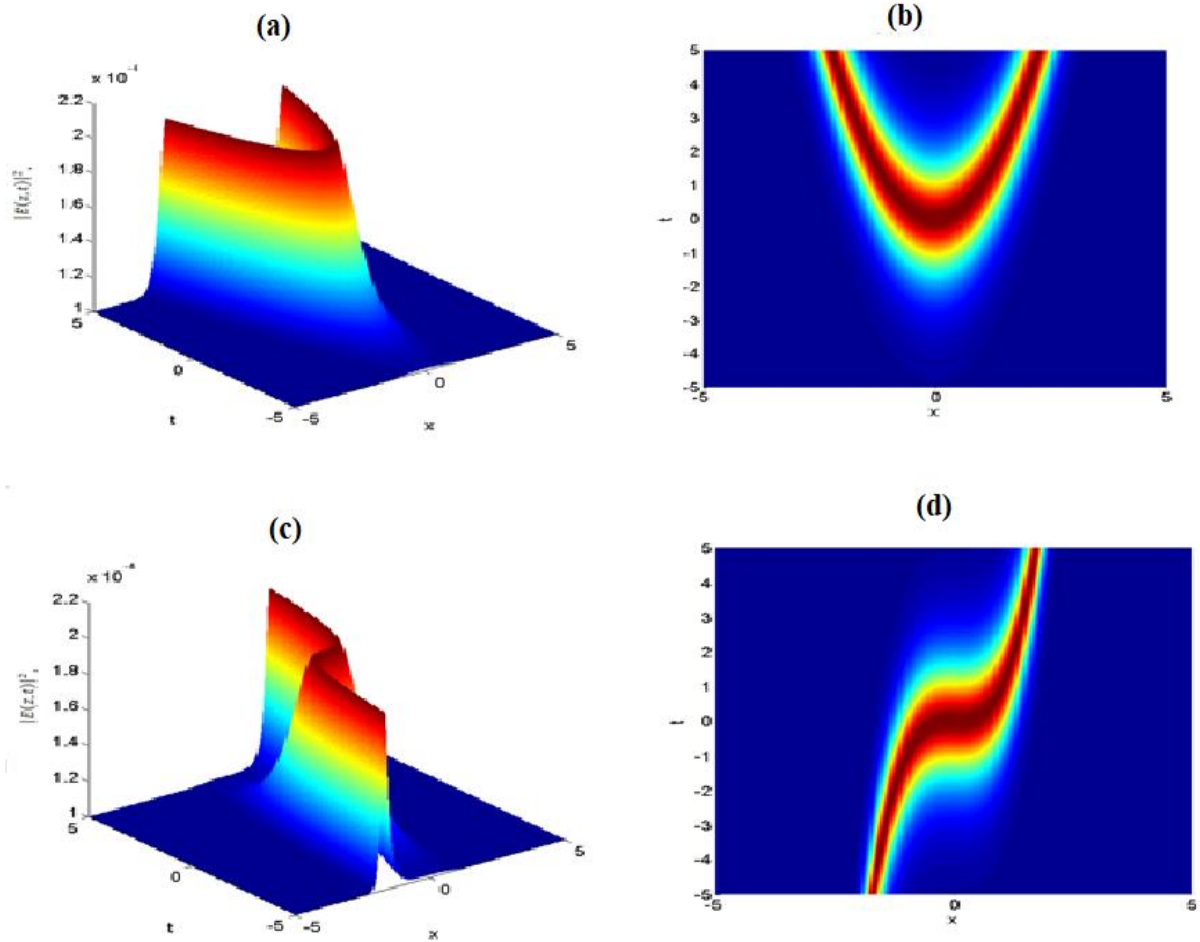


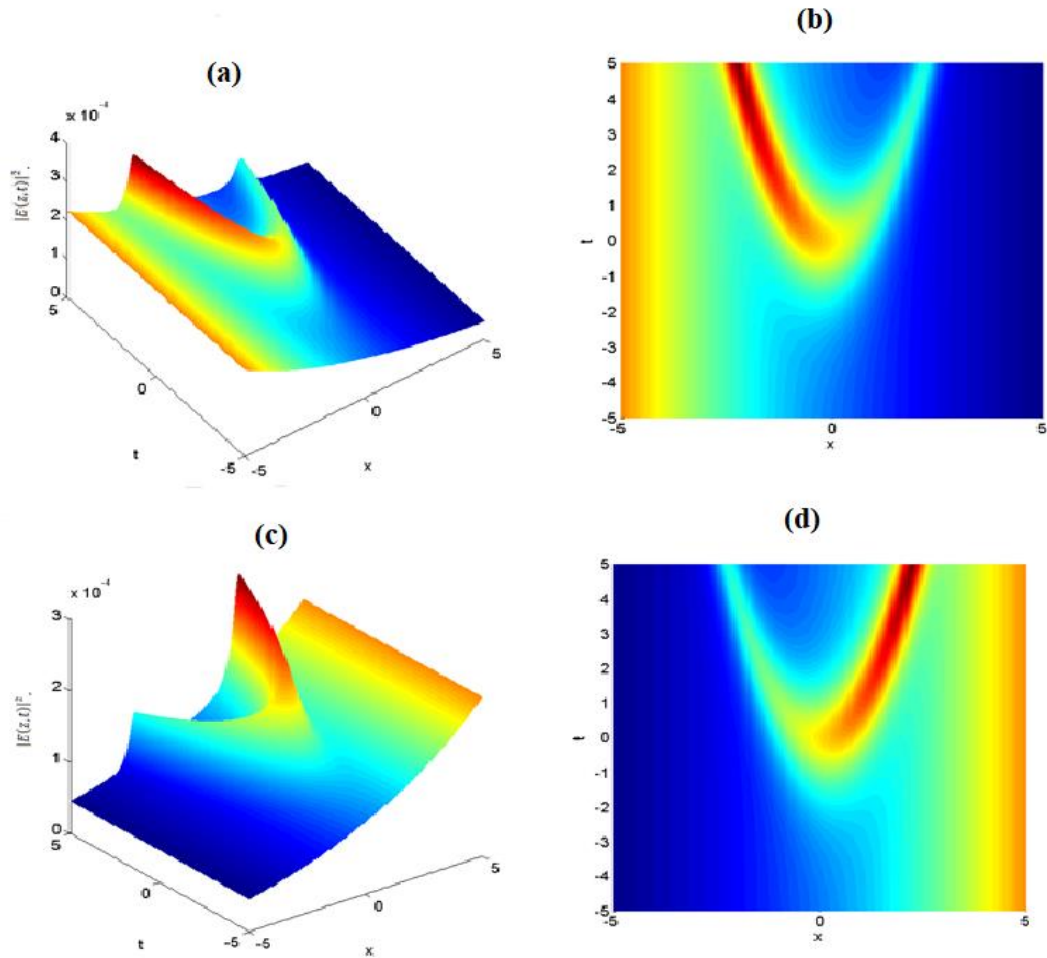
Figure IV.1 : Evolution d'un soliton brillant donné par l'équation (IV.25) pour  $\Gamma(z) = 0$ ,  $\eta_c = 1$ ,  $\lambda_0 = -\rho_0 = 0.01$ ,  $\gamma_0 = 1$  et  $k_c = 1/2$  : a)  $\gamma_1 = \gamma_0 z^2$  c)  $\gamma_1 = \gamma_0 z^3$ .

b, d) profils du soliton correspondants

Sur cette figure, on voit clairement que le soliton brillant prend différentes formes au cours de sa propagation en espace-temps. Le soliton brillant dévie à droite après un temps donné pour  $\gamma_1 = \gamma_0 z^3$  et pour  $\gamma_1 = \gamma_0 z^2$ , le soliton prend une forme parabolique.

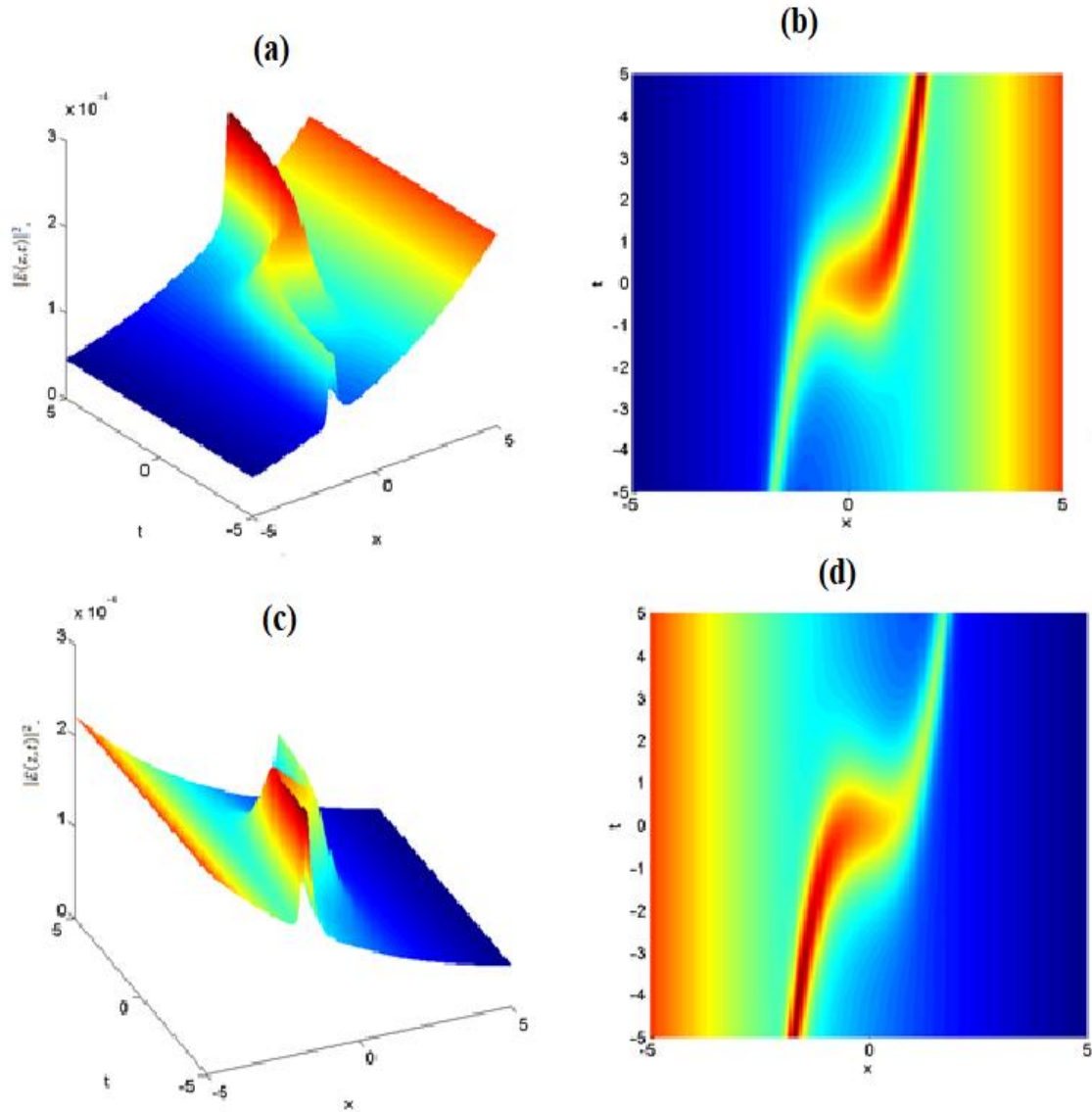
#### IV.4.2- Impact de l'effet de la perte

Considérant maintenant un soliton se propageant dans un milieu inhomogène avec perte, où  $\Gamma(z) \neq 0$ . Il est à noter que les pertes sont principalement dues à l'absorption du matériau et aux interactions fondamentales entre l'onde et le milieu matériel. La figure (IV. 2) présente l'évolution spatiotemporelle du soliton tout en mettant le coefficient de la dispersion de vitesse de groupe  $\gamma_1 = \gamma_0 z^2$ .



**Figure IV.2 :** Evolution d'un soliton brillant donné par l'équation (IV.25) pour  $\eta_c = 1$ ,  $\lambda_0 = -\rho_0 = 0.01$ ,  $\gamma_0 = 1$  et  $k_c = 1/2$  et  $\gamma_1 = \gamma_0 z^2$  : a)  $\Gamma(z) = 0.04$  et . c)  $\Gamma(z) = -0.04$   
b, d) profils du soliton correspondant

Nous remarquons d'après la figure (IV.2.a) que l'intensité du soliton diminue en fonction du temps. Ainsi, la puissance crête du soliton va énormément diminuer à cause de l'influence de l'effet de pertes sur l'onde. Par ailleurs, l'amplitude du soliton augmente en fonction du temps comme illustré à la figure (IV.2.c). Nous pouvons conclure que le signe du terme lié aux pertes permet d'amplifier ou de diminuer la puissance du soliton et par conséquent de le contrôler au cours de sa propagation. Pour confirmer ces remarques, nous considérons maintenant une autre variation du décalage de la vitesse de groupe  $\gamma_1 = \gamma_0 z^3$  comme le montre la figure (IV.3).



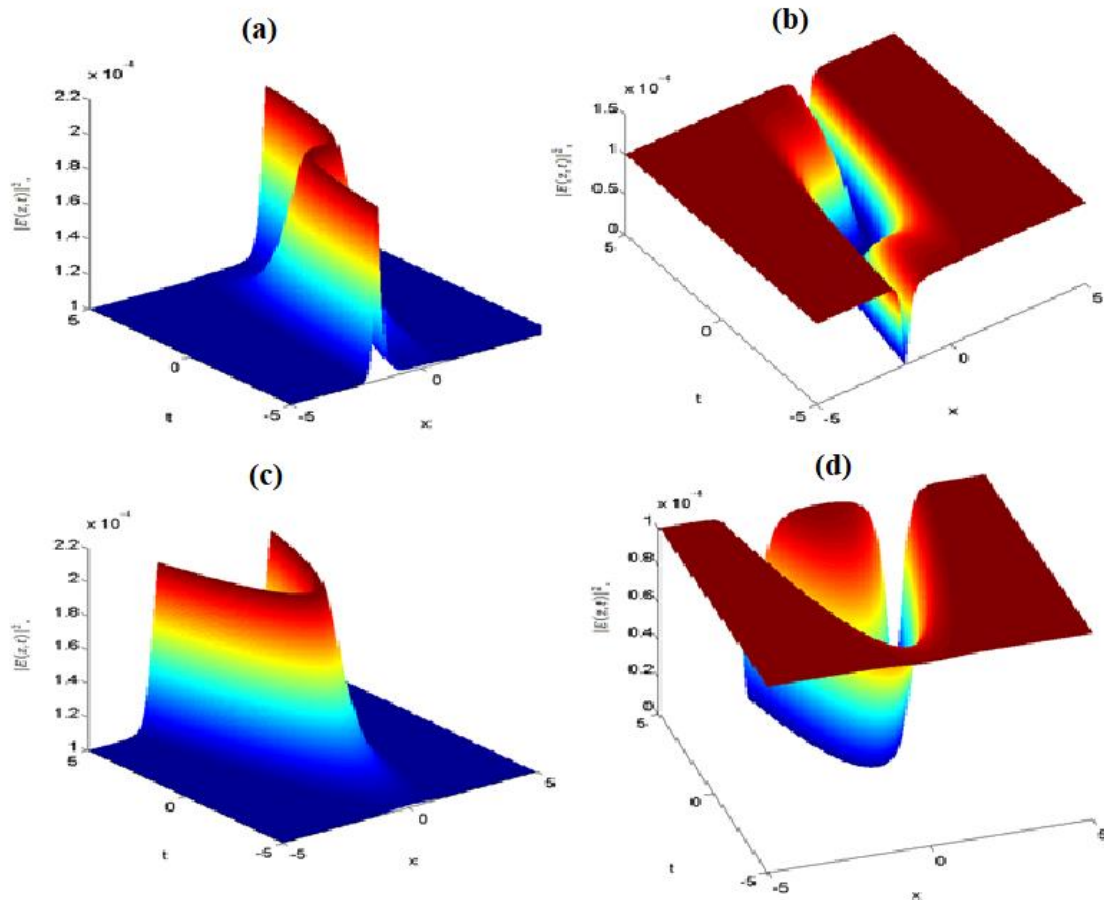
**Figure IV.3 :** Evolution d'un soliton brillant donné par l'équation (IV.25) pour  $\eta_c = 1$ ,  $\lambda_0 = -\rho_0 = 0.01$ ,  $\gamma_0 = 1$  et  $k_c = 1/2$  et  $\gamma_1 = \gamma_0 z^3$  : a)  $\Gamma(z) = 0.04$  et . c)  $\Gamma(z) = -0.04$  b, d) profils du soliton correspondant

Nous observons sur cette figure que pour  $\Gamma(z) > 0$ , l'intensité du soliton diminue alors que pour  $\Gamma(z) < 0$  elle augmente. Donc, nous pouvons confirmer notre remarque précédente et affirmer que l'effet des pertes influe directement sur la propagation non linéaire du soliton brillant. Cela montre également qu'il est possible de contrôler plus efficacement la dynamique de propagation non linéaire du soliton.

#### IV.4.3-Cas particulier : influence du signe de l'amplitude

Dans cette section, nous considérons que l'amplitude  $\lambda(z)$  et la force du font continu  $\rho(z)$  sont égales, ce qui oblige de considérer  $\lambda_0 = \pm\rho_0$  . Sur cette base-là, nous pouvons voir l'influence

du signe de l'amplitude sur la propagation du soliton (IV.25) comme le montre la figure (IV.4).



**Figure IV.4 :** Evolution d'un soliton donné par l'équation (IV.25) pour :  $\eta_c = 1$ ,  $\Gamma(z) = 0$ ,  $\gamma_0 = 1$  et  $k_c = 1/2$  a)  $\lambda_0 = -\rho_0 = 0.01$  et  $\gamma_1 = \gamma_0 z^3$  c)  $\lambda_0 = \rho_0 = 0.01$  et  $\gamma_1 = \gamma_0 z^2$   
b,d) profils des solitons correspondant

Sur la figure (IV.4.a), on voit que pour  $\rho_0 > 0$  le soliton devient brillant alors que pour  $\rho_0 < 0$  le soliton devient sombre et se propage sur un fond non nul pour une variation cubique de la dispersion de vitesse de groupe. Pour confirmer cette remarque, nous choisissons une autre variation de la dispersion de vitesse de groupe qui est la variation quadratique comme le montre la figure (IV.4.c). Pour  $\rho_0 > 0$  le soliton devient brillant et pour  $\rho_0 < 0$  le soliton devient sombre ce qui nous montre que le signe de l'amplitude influe directement sur le type de soliton.

### IV.5-Etude de la dynamique des solitons dans des milieux non linéaires inhomogène fortement dispersif et fortement non linéaire

Dans cette section, nous nous intéressons à l'étude de la dynamique de propagation des solitons dans des milieux non linéaires inhomogène fortement dispersif et fortement non linéaire tels que les molécules de protéines de type alpha hélices. Le contrôle de ce type des solitons nous permet de comprendre le stockage et le comportement de la bioénergie dans les codes génétiques ADN qui se propager par le mécanisme solitonique. Nous explorons ainsi comment l'inhomogénéité du milieu des êtres vivants influe sur sa dynamique.

#### IV.5.1-Modèle d'équation

La propagation des ondes dans les molécules de protéines alpha hélices est modélisée par l'équation de Schrödinger non linéaire à coefficients variables du quatrième ordre qui donnée par [11, 21]

$$iE_z + i\alpha_1(z)E_t + \alpha_2(z)E_{2t} + \alpha_3(z)|E|^2E + \alpha_4(z)E_{4t} + \alpha_5(z)|E|^2E_{2t} + \alpha_6(z)E_{2t}^*E^2 + \alpha_7(z)E_t^2E^* + \alpha_8(z)E|E_t|^2 + \alpha_9(z)|E|^4E = 0 \quad (IV.49)$$

Où les variables  $z$  et  $t$  représentent respectivement la distance réduite et le temps.  $E(z,t)$  représente l'amplitude de probabilité de l'excitation dans les protéines alpha hélice [22, 23,24].  $\alpha_i(z)$  sont toutes des fonctions réelles de  $z$  qui pourraient être utilisées pour décrire une protéine alpha hélice inhomogène, et \* désigne le conjugué complexe. Les coefficients  $\alpha_i(z)$  ( $i = 1...4$ ) sont respectivement liés à la dispersion du premier ordre, la dispersion de la vitesse de groupe (GVD), l'auto-modulation de phase (SPM) et à la dispersion du quatrième ordre (FOD). Les autres termes non linéaires d'ordre supérieur dans l'équation (1) sont nécessaires pour des impulsions suffisamment courtes.

Afin de résoudre l'équation (1), on utilise généralement la méthode de couplage amplitude-phase dans laquelle l'enveloppe lentement variable s'écrit sous la forme

$$E(z, t) = A(z, t)e^{i\varphi(z,t)} \quad (IV.50)$$

$A(z, t)$  est l'amplitude complexe et  $\varphi(z, t) = \Omega(z) + \kappa(z)$  est le décalage linéaire de la phase.

$\kappa(z)$  et  $\Omega(z)$  représentent respectivement le nombre d'onde et le décalage de fréquence.

L'étape suivante est de remplacer l'équation (IV.2) dans l'équation (IV.1) et d'éliminer les termes exponentiels, on obtient :

$$iA_z + ia_1A_t + a_2A_{tt} + a_3|A|^2A - ia_4|A|^2A_t - ia_5A^2A_t^* - (\varphi_z + a_8)A + a_7|A|^4A + \gamma A_{tttt} - ia_8A_{ttt} + a_9A_t^2A^* + a_{10}|A_t|^2A + a_{11}A_{tt}|A|^2 + a_{12}A_{tt}^*A^2 = 0 \quad (IV.51)$$

Les coefficients  $a_i$  sont donnés par :

$$\begin{aligned}
 a_1 &= \alpha_1(z) + 2\kappa(z)\alpha_2(z) - 4\alpha_4(z)\kappa^3(z), \quad a_2 = \alpha_2(z) - 6\alpha_4(z)\kappa^2(z), \\
 a_3 &= \alpha_3(z) - [\alpha_5(z) + \alpha_6(z) + \alpha_7(z) - \alpha_8(z)]\kappa^2(z), \quad a_4 = -2\alpha_5(z)\kappa - 2\alpha_7(z)\kappa + \alpha_8(z)\kappa(z) \\
 a_5 &= 2\alpha_6(z)\kappa - \alpha_8(z)\kappa(z), \quad a_6 = \alpha_1(z)\kappa + \alpha_2(z)\kappa(z)^2 - \alpha_4(z)\kappa(z)^4, \quad a_7 = \alpha_9(z), \\
 a_8 &= -4\alpha_4(z)\kappa(z), \quad a_9 = \alpha_7(z), \quad a_{10} = \alpha_8(z), \quad a_{11} = \alpha_5(z), \quad a_{12} = \alpha_6(z), \quad \gamma = \alpha_4(z), \quad \phi_z = \Omega_z + \kappa_z t
 \end{aligned}
 \tag{IV.52}$$

Dans ce qui suit, nous cherchons les solutions d'ondes solitaires de l'équation (IV.51) dont les valeurs asymptotiques sont non nulles lorsque la variable temporelle  $t$  tend vers l'infini ( $t \rightarrow \infty$ ) et nous faisons l'ansatz introduit par Triki et ses collaborateurs [39]:

$$\begin{aligned}
 A(z, t) &= i\beta(z) + \lambda(z) \tanh[\eta(z)(t - \chi(z))] + i\rho(z) \operatorname{sech}[\eta(z)(t - \chi(z))] \\
 &\quad + \sigma(z) \operatorname{sech}[\eta(z)(t - \chi(z))] \tanh[\zeta(z)(t - \chi(z))]
 \end{aligned}
 \tag{IV.53}$$

où  $\beta(z), \lambda(z), \eta(z), \rho(z), \sigma(z)$  et  $\chi(z)$  sont des fonctions arbitraires dépendantes de la distance de propagation  $z$ .  $\eta$  et  $\zeta$  sont les largeurs d'impulsion et  $\chi$  est le décalage de la dispersion de la vitesse de groupe inverse. L'ansatz (IV.53) décrit une solution soliton se propageant sur une plateforme à onde continue dans un milieu inhomogène.

On voit clairement que l'ansatz (IV.53) décrit les propriétés de différents types d'ondes localisées telles que les ondes solitaires noires, brillantes, dipôles et multipôles dans la même expression [12]. Dans le cas où  $\sigma = 0$ , l'ansatz (IV.53) se réduit à celui proposé par Li et ces collaborateurs [25], et qui a été utilisé pour étudier l'existence d'ondes solitaires brillantes, noires et en forme de W dans une fibre homogène. De plus, pour  $\lambda = \rho = 0$ , l'ansatz (IV.53) se réduit à celui introduit par Choudhuri et Porsezian [26], qui a été appliqué pour obtenir des solutions d'ondes solitaires type dipôle de l'équation HNLS.

Alors, l'expression de l'intensité correspondante est donnée par

$$\begin{aligned}
 |A(z, t)|^2 &= \beta^2 + \lambda^2 + 2\beta\rho \operatorname{sech}[\eta(t - \chi)] + (\rho^2 - \lambda^2) \operatorname{sech}^2[\eta(t - \chi)] \\
 &\quad + 2\lambda\sigma \operatorname{sech}[\eta(t - \chi)] \tanh[\eta(t - \chi)] \tanh[\zeta(t - \chi)] \\
 &\quad + [\sigma \operatorname{sech}[\eta(t - \chi)] \tanh[\zeta(t - \chi)]]^2
 \end{aligned}
 \tag{IV.54}$$

Et le décalage de phase non linéaire prend la forme suivante :

$$\phi(z, t)_{NL} = \operatorname{arc} \left( \frac{\beta + \rho \operatorname{sech}[\eta(t - \chi)]}{\lambda \tanh[\eta(t - \chi)] + \sigma \operatorname{sech}[\eta(t - \chi)] \tanh[\zeta(t - \chi)]} \right)
 \tag{IV.55}$$

Par la suite, en substituant l'équation (IV.53) dans l'équation (IV.51) et en égalant à zéro tous les coefficients des termes indépendants contenant des fonctions hyperboliques, nous

obtenons un système de 30 équations (A) présenté en annexe. Les équations (A.1-A.30) du ce système sont compatibles si nous imposons certaines restrictions aux paramètres.

Pour faciliter la résolution du système (A), nous prenons le cas où  $\zeta = \eta$ . Dans ce cas-là, nous avons trouvé qu'il existe trois types de solutions d'ondes solitaires pour l'équation (IV.49) sous certaines conditions paramétriques.

#### IV.5.2- Solutions solitons

Cette partie est consacrée à l'étude des solutions d'ondes solitaires de l'équation HNLS (IV.49), en tenant compte de certaines restrictions sur les paramètres.

##### IV.5.2.1- Solution soliton gris

Le premier type de solutions des ondes solitaire que nous avons obtenues est donné par la forme suivante :

$$A(z, t) = \lambda(z) \tanh[\eta(z)(t - \chi(z))] + i\rho(z) \operatorname{sech}[\eta(z)(t - \chi(z))] \quad (\text{IV.56})$$

Sous les conditions suivantes  $\alpha_5(z) = \alpha_7(z) = \alpha_9(z) = 0$  et  $\alpha_5(z) + 3\alpha_6(z) - 2\alpha_8(z) = 0$ .

Cela implique que  $\beta(z) = \sigma(z) = 0$  dans l'ansatz (IV.53).

Pour obtenir les expressions des paramètres d'ondes solitaires, nous résolvons les équations (A.1) – (A.30) et nous obtenons :

$$\lambda(z) = \lambda_c \quad (\text{IV.57})$$

$$\rho(z) = \rho_c \quad (\text{IV.58})$$

$$\kappa(z) = \kappa_c \quad (\text{IV.59})$$

$$\eta(z) = \eta_c \quad (\text{IV.60})$$

$$\begin{aligned} \chi(z) = & -4\kappa_c^3 \int_0^z \alpha_4(z) dz + \frac{\kappa_c}{3} (-8\lambda_c^2 - 4\rho_c^2) \int_0^z \alpha_6(z) dz + \frac{\kappa_c}{3} (4\lambda_c^2 + 2\rho_c^2) \int_0^z \alpha_8(z) dz \\ & + 2\kappa_c \int_0^z \alpha_2(z) dz \end{aligned} \quad (\text{IV.61})$$

$$\begin{aligned} \Omega(z) = & \kappa_c^4 \int_0^z \alpha_4(z) dz - \kappa_c \int_0^z \alpha_1(z) dz + \lambda_c^2 \int_0^z \alpha_3(z) dz - \kappa_c^2 (\lambda_c^2 (\int_0^z (\alpha_5(z) - \alpha_8(z) + \\ & \alpha_6(z)) dz) + \int_0^z \alpha_2(z) dz) \end{aligned} \quad (\text{IV.62})$$

$$\eta_c^2 = \frac{(2\alpha_6(z) - \alpha_8(z))(\lambda_c^2 - \rho_c^2)}{6\alpha_4(z)} \quad (\text{IV.63})$$

$$\rho_c^2 = \frac{2\lambda_c^2 \left( \alpha_6(z) - \frac{\alpha_8(z)}{2} \right) \kappa_c + 12 \sqrt{\alpha_4^2(z) \kappa_c^2 (\alpha_6(z) + 4\alpha_8(z)) \left( \alpha_6(z) - \frac{\alpha_8(z)}{2} \right)}}{(2\alpha_6(z) - \alpha_8(z)) \kappa_c} \quad (\text{IV.64})$$

Selon les équations (IV.63) - (IV.64) on trouve que l'existence d'une onde solitaire nécessite le bon choix des paramètres  $\alpha_4$ ,  $\alpha_6$  et  $\alpha_8$  pour satisfaire les conditions suivantes :

$$\alpha_6(z) \neq \frac{\alpha_8(z)}{2}, \alpha_4(z) \neq 0 \text{ et } \alpha_4^2(z)\kappa_c^2(\alpha_6(z) + 4\alpha_8(z)) \left( \alpha_6(z) - \frac{\alpha_8(z)}{2} \right) \geq 0.$$

De plus et à partir des équations (IV.57) - (IV.60), on voit que les amplitudes du soliton  $\lambda(z)$  et  $\rho(z)$ , le nombre d'onde  $\kappa(z)$  et la largeur d'impulsion  $\eta(z)$  restent inchangés le long de la distance de propagation et ils prennent des valeurs arbitraires constantes, contrairement à la vitesse de groupe inverse  $\chi(z)$  et au décalage de fréquence  $\Omega(z)$  qui dépendent des paramètres variables  $\alpha_1(z), \alpha_2(z), \alpha_3(z), \alpha_4(z), \alpha_6(z)$  et  $\alpha_8(z)$ .

En utilisant les résultats ci-dessus, nous obtenons une famille de solutions exactes de l'équation de Schrödinger non linéaire à coefficients variables du quatrième ordre (IV.49) sous la forme :

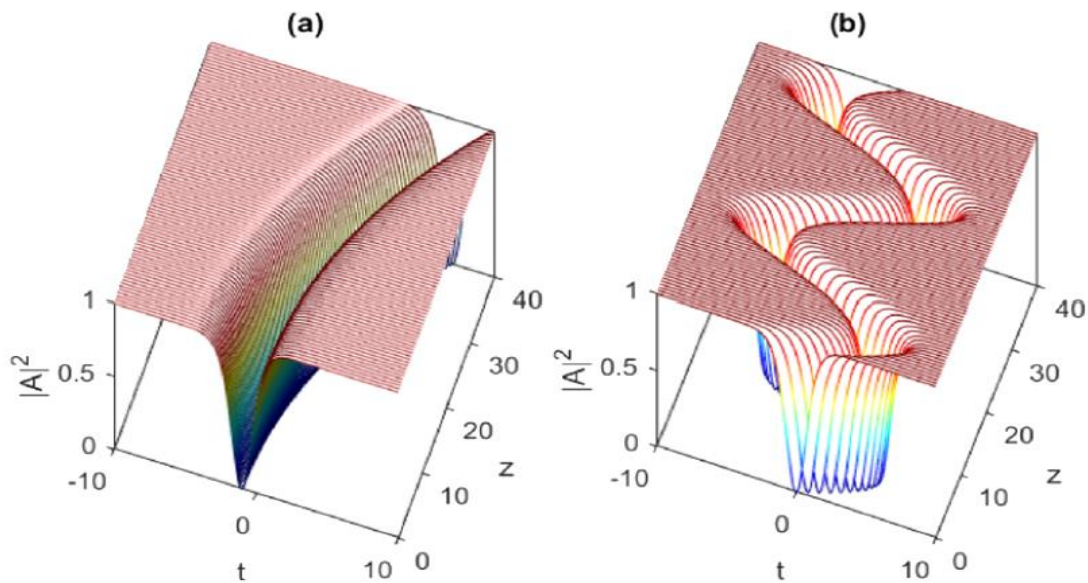
$$E(z,t) = (\lambda(z) \tanh[\eta(z)(t - \chi(z))] + i\rho(z) \operatorname{sech}[\eta(z)(t - \chi(z))]) \exp\left(i[\Omega(z) + \kappa(z)t]\right) \quad (\text{IV.65})$$

La solution (IV.65) présente une nouvelle classe de solution soliton de l'équation de Schrödinger non linéaire à coefficients variables du quatrième ordre (IV.49). On constate que cette famille de solution dépend de la variation des paramètres de la vitesse de groupe inverse  $\chi(z)$  et au décalage de fréquence  $\Omega(z)$  qui par conséquent influent sur la propagation des solitons. Ce type de solitons se propage sans aucune platform car  $\beta$  est nulle.

Afin de contrôler précisément la dynamique du soliton obtenu, nous considérons plusieurs valeurs des paramètres qui conduisent à différents cas de transmission des solitons. Plus précisément, nous étudierons trois cas pour lesquels les paramètres du milieu  $\alpha_i(z)$  et les paramètres du soliton  $\chi(z)$  et  $\Omega(z)$  varient dans l'espace selon des différentes formes de fonctions : paraboliques, périodiques ou soumise à une fonction de déphasage. Ces cas seront discutés selon la variation du paramètre de dispersion si elle est constante ou bien périodique. A partir de ces exemples, on peut comprendre l'impact des paramètres du soliton  $\alpha_1(z), \alpha_2(z), \alpha_3(z), \alpha_4(z), \alpha_6(z)$  et  $\alpha_8(z)$  sur sa dynamique et démontrer que la dynamique d'impulsion dans un milieu non linéaire inhomogène est très différente de celle d'un système homogène idéal. Dans tous les cas étudiés, nous considérons particulièrement la situation la plus intéressante d'un milieu non linéaire qui n'est pas soumis à l'action de l'effet de gain ou de perte. Les figures (IV.5.a) et (IV.5.b) présentent l'évolution de la solution (IV.65) pour deux choix paramétriques particuliers de  $\chi(z)$  à savoir  $\chi(z) = \lambda z^2$  et  $\chi(z) = b \sin(wz)$ , respectivement.

Dans le premier cas, on peut obtenir un soliton gris parabolique où le coefficient  $\lambda$  détermine la direction d'ouverture de la parabole. Dans la figure (IV.5.a) et quand  $\chi(z) = 0,04z^2$ , on observe qu'après une propagation sur une certaine distance que le soliton gris parabolique dévie de sa trajectoire initiale en évoluant dans la direction de propagation  $z$ . Cependant, dans le second cas, il est possible d'observer un soliton gris périodique à condition que l'amplitude et la fréquence de la trajectoire périodique soient égales à  $(b, w) = (2; 0.2)$ . La figure (IV.5.b) montre clairement que la propagation du soliton gris périodique s'accompagne d'accélération et de mouvements périodiques. Les inhomogénéités conduisent uniquement à une oscillation périodique dans l'espace sans affecter la forme du soliton.

Comme indiqué précédemment, le nombre d'onde  $\kappa_c$ , les paramètres d'impulsion  $\eta_c$  et  $\rho_c$ , ainsi que la longueur d'onde  $\lambda_c$  restent inchangés et n'exercent aucune influence sur la dynamique du soliton gris durant sa propagation. Par conséquent, la forme des impulsions demeure inchangée après une propagation sur une distance correspondant à quatre longueurs normalisées. On peut donc conclure que l'évolution du soliton gris peut être modélisée uniquement en ajustant les paramètres de l'équation modèle tels que  $\alpha_1(z), \alpha_2(z), \alpha_3(z), \alpha_4(z), \alpha_6(z)$  et  $\alpha_8(z)$ .



**Figure IV.5 :** Evolution d'un soliton gris : (a) parabolique, (b) périodique donné par la solution (IV.65) avec :  $\chi(z) = 0.04z^2$  (a) et  $\chi(z) = 2\sin(0.2z)$  (b)

#### IV.5.2.2- Solution soliton tripolaires

La deuxième solution d'onde solitaire que nous avons trouvée est donnée sous la forme suivante :

$$A(z, t) = i\beta(z) + \lambda(z) \tanh[\eta(z)(t - \chi(z))] + i\rho(z) \operatorname{sech}[\eta(z)(t - \chi(z))] + \sigma(z) \operatorname{sech}[\eta(z)(t - \chi(z))] \tanh[\zeta(z)(t - \chi(z))] \quad (\text{IV.66})$$

Sous les conditions paramétriques suivantes :

:  $\alpha_2(z) = \alpha_3(z) = \alpha_4(z) = \alpha_5(z) = \alpha_6(z) = \alpha_8(z) = \alpha_9(z) = 0$  . Dans ce cas, on a trouvé que  $\beta(z) = 0$ , ce qui implique que cette solution ne peut pas avoir une plateforme. À partir des équations (A.1) – (A.30), nous avons déterminé les paramètres du soliton  $\eta(z), \rho(z), \kappa(z), \sigma(z), \Omega(z)$  et  $\chi(z)$  comme suit :

$$\sigma(z) = \sigma_c \quad (\text{IV.67})$$

$$\lambda(z) = \lambda_c \quad (\text{IV.68})$$

$$\rho(z) = \rho_c \quad (\text{IV.69})$$

$$\kappa(z) = \kappa_c \quad (\text{IV.70})$$

$$\eta(z) = \eta_c \quad (\text{IV.71})$$

$$\chi(z) = \int_0^z \alpha_1(z) dz \quad (\text{IV.72})$$

$$\Omega(z) = -\kappa_c \int_0^z \alpha_1(z) dz \quad (\text{IV.73})$$

D'après ces équations, on voit nettement que la largeur de l'impulsion  $\eta(z)$ , les amplitudes  $\rho(z), \sigma(z)$  et le nombre d'onde  $\kappa(z)$  restent constants pendant la propagation de l'onde solitaire. Par contre, le décalage de fréquence  $\Omega(z)$  et le décalage de la vitesse de groupe inverse  $\chi(z)$  sont affectés par l'effet de la dispersion de la vitesse de groupe du premier ordre  $\alpha_1(z)$ .

La combinaison des relations (IV.50) et (IV.53) avec Les expressions : (IV.67) -(IV.69) permet de déterminer les solutions exactes de l'équation de Schrödinger non linéaire à coefficients variables du quatrième ordre (IV.49) suivantes :

$$E(z, t) = \left\{ \lambda(z) \tanh[\eta(z)(t - \chi(z))] + i\rho(z) \operatorname{sech}[\eta(z)(t - \chi(z))] + \sigma(z) \operatorname{sech}[\eta(z)(t - \chi(z))] \tanh[\eta(z)(t - \chi(z))] \right\} \exp \left( i \left[ -\kappa_c \int_0^z \alpha_1(z) dz + \kappa_c t \right] \right) \quad (\text{IV.74})$$

La formule (IV.74) présente une solution de type onde solitaire de l'équation de Schrödinger non linéaire à coefficients variables du quatrième ordre (IV.49). Cette onde solitaire peut se propager sans aucune déformation notable et sans plateforme. On voit clairement qu'elle est

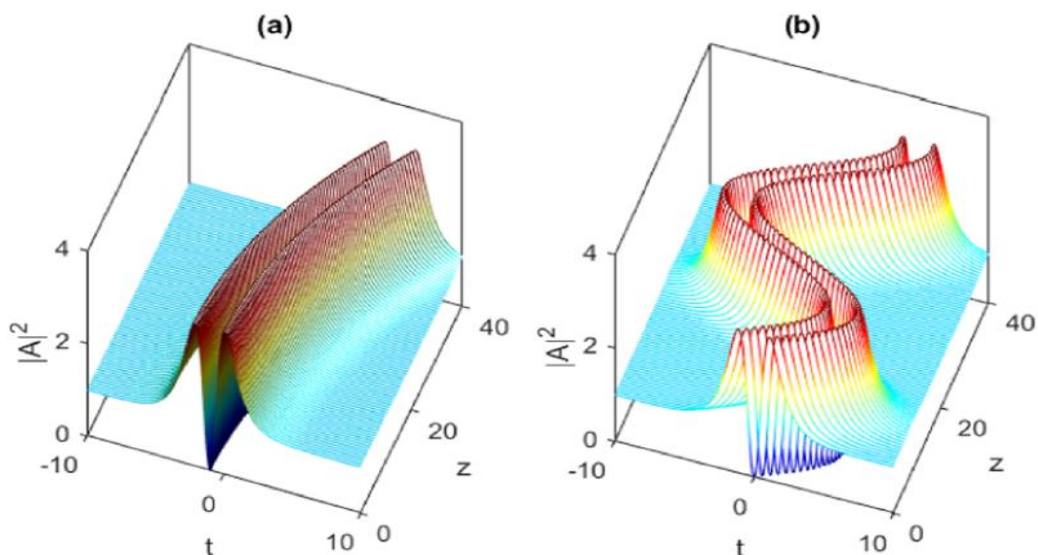
affectée par la variation spatiale du décalage de la vitesse de groupe inverse  $\chi(z)$  dans l'amplitude et par le décalage de fréquence  $\Omega(z)$  dans la phase.

Dans ce qui suit, nous allons étudier l'évolution de cette onde solitaire dans un milieu présentant une inhomogénéité parabolique et périodique.

La figure (IV.6) illustre les courbes d'évolution de la solution d'onde solitaire (IV.74) pour les mêmes fonctions des paramètres adoptés dans le cas précédent. On observe que cette impulsion possède trois pôles ce qui confirme qu'il s'agit d'un soliton tripolaire.

De la même manière, si l'on considère une modulation sinusoïdale de la fonction de dispersion, nous observons que le décalage de la vitesse de groupe inverse  $\chi(z)$  provoque un comportement sur l'évolution du soliton tripolaire similaire à un serpent le long de la distance de propagation. Cette dynamique présentée pour ce type de soliton montre que les inhomogénéités du milieu non linéaire ont un impact sur l'évolution.

Il est important de noter que la même observation s'applique au cas d'un soliton tripolaire parabolique qui correspond à un choix d'une inhomogénéité parabolique du milieu. L'évolution du soliton tripolaire illustrée à la figure (IV.6-a) ne peut être obtenue qu'à l'aide du paramètre de dispersion du premier ordre  $\alpha_1(z)$  dans les fonctions de décalage de la vitesse de groupe inverse  $\chi(z)$  et de décalage de fréquence  $\Omega(z)$ . Dans ce cas, le nombre d'onde  $\kappa_c$ , la largeur d'impulsion  $\eta_c$  et  $\sigma(z), \lambda(z), \rho(z)$  restent constants pendant la propagation et n'ont aucune influence sur la dynamique du soliton tripolaire.



**Figure IV.6 :** Evolution d'un soliton tripole : (a) parabolique, (b) périodique donné par la solution (IV.74) avec :  $\chi(z) = 0.04 z^2$  (a) , (b)  $\chi(z) = 2\sin(0.2 z)$ .

### IV.5.2.3- Solution soliton dipôle

Dans ce cas-là, la solution d'onde solitaire est donnée par cette forme :

$$A(z, t) = \sigma(z) \operatorname{sech}[\eta(z) (t - \chi(z))] \tanh[\eta(z) (t - \chi(z))] \quad (\text{IV.75})$$

Avec les conditions paramétriques suivantes :  $\alpha_2(z) = \alpha_4(z) = \alpha_9(z) = 0$  ,  $\alpha_5(z) - \alpha_6(z) + \alpha_7(z) = 0$  et  $\alpha_3(z) = \alpha_5(z) + \alpha_6(z) + \alpha_7(z) - \alpha_8(z)$ . Cela signifie que  $\beta(z) = \lambda(z) = \rho(z) = 0$  dans la solution ansatz (IV.53). Dans cette solution, les paramètres d'onde solitaire sont donnés par :

$$\sigma(z) = \sigma_c \quad (\text{IV.76})$$

$$\kappa(z) = \kappa_c \quad (\text{IV.77})$$

$$\eta(z) = \eta_c \quad (\text{IV.78})$$

$$\chi(z) = \int_0^z \alpha_1(z) dz \quad (\text{IV.79})$$

$$\Omega(z) = -\kappa_c \int_0^z \alpha_1(z) dz \quad (\text{IV.80})$$

$$\eta_c^2 = -\frac{\alpha_3(z) - (\alpha_5(z) + \alpha_6(z) + \alpha_7(z) - \alpha_8(z)) \kappa_c^2}{\alpha_5(z) + \alpha_6(z)} \quad (\text{IV.81})$$

Les équations (IV.79) - (IV.80) montrent que l'existence du soliton nécessite de mettre  $\alpha_1(z) \neq 0$  et  $\alpha_5(z) \neq -\alpha_6(z)$ . A partir des équations (IV.76) - (IV.78), nous remarquons que le nombre d'onde  $\kappa(z)$  , la largeur d'impulsion  $\eta(z)$  et l'amplitude  $\sigma(z)$  sont constantes au cours de la propagation de l'onde solitaire. Par contre, à partir des équations (IV.79) - (IV.80), la vitesse de groupe inverse  $\chi(z)$  et le décalage de fréquence  $\Omega(z)$  sont affectées par la variation spatiale de dispersion du premier groupe  $\alpha_1(z)$ .

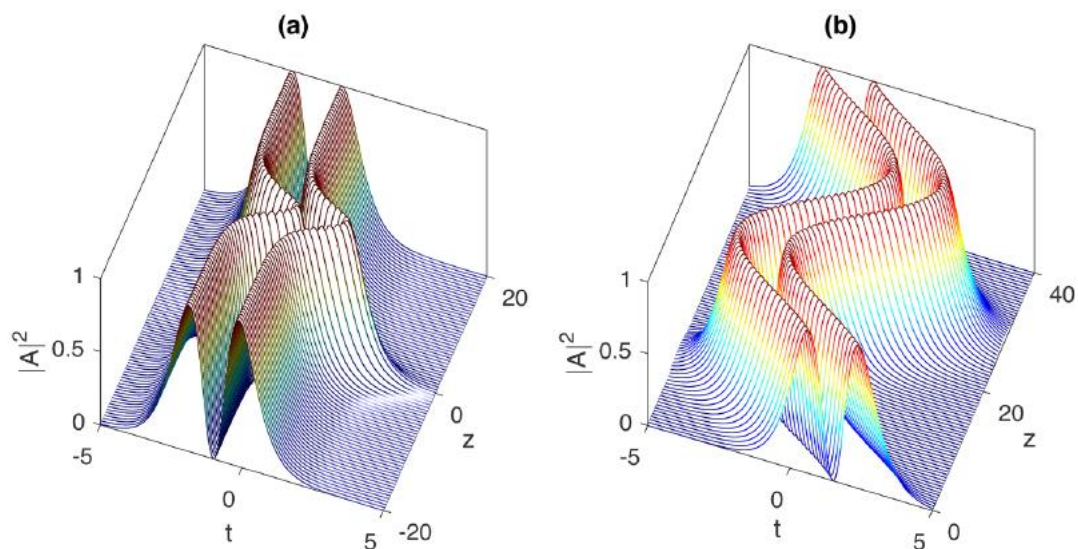
Ces résultats permettent donc de déterminer la solution de la fonction d'enveloppe du champ électrique qui peut être écrite sous la forme suivante :

$$E(z, t) = \left\{ \sigma(z) \operatorname{sech}[\eta(z) (t - \chi(z))] \tanh[\eta(z) (t - \chi(z))] \right\} \exp \left( i \left[ -\kappa_c \int_0^z \alpha_1(z) dz + \kappa_c t \right] \right) \quad (\text{IV.82})$$

Ainsi, la solution physiquement intéressante (IV.82) présente une nouvelle classe de solutions soliton dipôle de l'équation de Schrödinger non linéaire à coefficients variables du quatrième ordre (IV.49). On constate que cette famille de solutions dépend de la variation spatiale de la dispersion de premier groupe  $\alpha_1(z)$  dans l'amplitude et dans la phase.

La figure (IV.7) présente l'évolution du dipôle (IV.82) pour deux valeurs différentes du paramètre de dispersion du premier groupe  $\alpha_1(z)$  . À partir de cette figure, on peut clairement voir que la forme des profils d'impulsion a deux pôles et que la vitesse de groupe du soliton

varie au cours de la propagation en raison de la présence du paramètre  $\alpha_1(z)$ . Cette observation montre que le soliton dipôle conserve sa forme même si sa vitesse varie, ce qui constitue l'une des propriétés importantes des solitons. Afin d'obtenir une distribution périodique du système, on a choisi la fonction de dispersion  $\alpha_1(z)$  sous la forme d'une fonction périodique comme le montre la figure (IV.7.b). Dans ce cas, on observe la formation d'un soliton dipôle périodique le long de la distance de propagation où les inhomogénéités conduisent à une oscillation périodique sans modification de la forme. Ceci confirme d'autant plus les travaux de A. Messouber et ses collaborateurs [26] qui ont analysé en détail la dynamique des solitons dipôles dans une fibre optique. Cependant, si l'on choisit un décalage de la vitesse de groupe inverse égal à  $\chi(z) = a_1 \operatorname{sech}(z) + v$ , un grand déphasage du soliton dipôle se produira au cours de sa propagation comme le montre la figure (IV.7.a). Il convient de noter que les paramètres  $a_1$  et  $v$  déterminent la distance du déphasage et la vitesse du soliton. En prenant  $\chi(z) = 2 \operatorname{sech}(z) - 1$ , le soliton dipôle présente un grand déphasage autour de  $z = 0$  mais sa forme reste inchangée. Par ailleurs, le nombre d'onde  $k_c$  et la largeur d'impulsion  $\eta_c$  ne varient pas durant la propagation et n'influent plus sur la dynamique du soliton dipôle.



**Figure IV.7:** Evolution d'un soliton dipôle en fonction de la distance  $z$  avec :

(a) Le déphasage et  $\chi(z) = 2 \operatorname{sech}(z) - 1$ , (b) Le profil du soliton et  $\chi(z) = 2 \sin(0.2z)$

Il est important de souligner que l'énergie du soliton dipôle peut être obtenue comme suit :

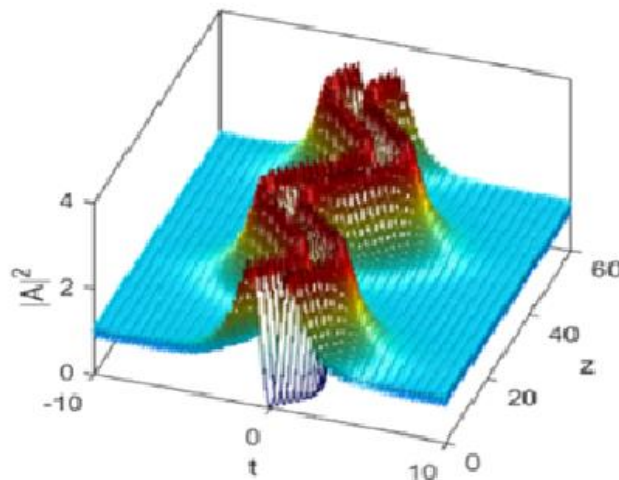
$$\varepsilon = \int_{-\infty}^{+\infty} |E(z, t)|^2 dt = \frac{2 \sigma_c^2}{3 \eta_c} \tag{IV.83}$$

#### **IV.6- Analyse de la stabilité et collision des solitons**

L'étude de la stabilité est l'un des outils qui permet de confirmer expérimentalement l'existence des ondes solitaires [20, 27, 28]. Il est important de noter que seuls les solitons stables présentent un intérêt majeur sur le plan expérimental ainsi que dans les différentes applications pratiques. Ainsi, il est nécessaire d'analyser la stabilité des solutions solitons obtenues vis-à-vis des perturbations finies et de vérifier ensuite la validité de notre solution analytique.

La figure (IV.8) présente un plot numérique de la solution soliton tripole (équation (IV.74) de l'équation (IV.49) afin de tester sa stabilité en utilisant la méthode de Fourier à pas divisé, sachant que les paramètres adoptés sont les mêmes comme la figure (IV.6.b). Dans un premier temps, nous avons perturbé l'amplitude par 10% de la distribution initiale. Dans une seconde étape, nous avons ajouté 10% de bruit blanc à l'impulsion initiale. On observe que l'impulsion peut se propager de manière stable sous des perturbations initiales finies de bruit blanc additif. De plus, on voit clairement que pour l'onde solitaire tripolaire présentée ci-dessus, le profil initial converge rapidement vers le profil des solutions exactes (IV.74) malgré quelques petites oscillations périodiques affectant le soliton tripolaire pendant sa propagation. On peut donc affirmer qu'il n'y a pas de différence fondamentale par rapport à la figure (IV.6.b).

Alors, on peut conclure que la solution soliton tripolaire (IV.74) conserve une stabilité élevée malgré la puissante perturbation du système due au bruit blanc.



**Figure IV.8 :** Evolution d'un soliton tripôle périodique de la figure (IV.6.b) en présence d'un bruit supplémentaire.

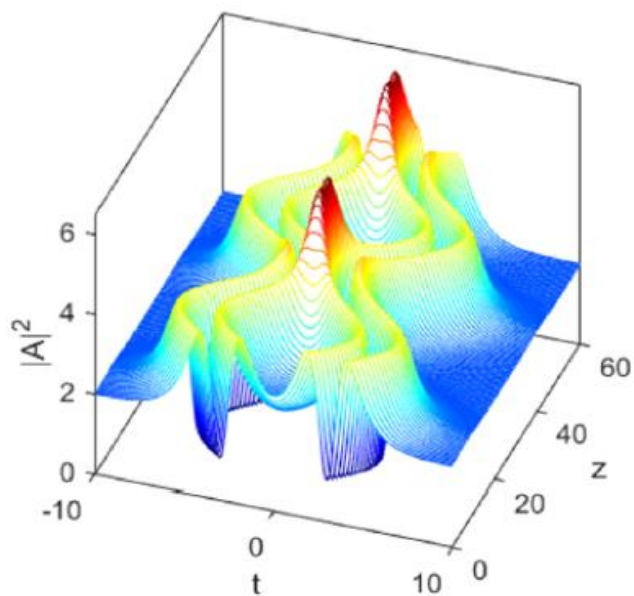
### IV.7- Interaction des solitons par collision

Dans cette section, nous présentons le processus de collision des solitons voisins qui se propagent dans un milieu non linéaire inhomogène décrit par l'équation (IV.49). Nous nous intéressons à comprendre comment les solutions solitons tripolaire (IV.74) interagissent mutuellement et quels facteurs affectent l'intensité maximale du soliton en collision.

Généralement, la résolution du processus de collision des solitons est très complexe et nécessite l'utilisation de simulations numériques. Dans une telle situation, la transmission des solitons est décrite par l'équation de Schrödinger non linéaire à coefficients variables ce qui permet d'étudier le processus d'interaction entre les solitons adjacents tout en respectant l'effet des paramètres de la fibre. Ici, nous utilisons la superposition suivante de deux profils de solutions solitoniques (IV.74) d'amplitudes égales [28]:

$$A(0, t) = A(0, t - q_0) + A(0, t + q_0)e^{i\theta} \quad (\text{IV.84})$$

Où  $\theta$  représente la phase relative initiale entre les deux impulsions solitoniques qui sont initialement séparées par une distance  $q_0$ . Dans le but d'étudier l'impact de l'inhomogénéité sur la dynamique d'interaction du soliton tripolaire, il est nécessaire de choisir le paramètre  $\chi(z)$  parmi plusieurs formes de fonction. Si l'on choisit une modulation sinusoïdale de la dispersion de la vitesse de groupe, nous étudions la collision entre deux impulsions solitoniques décrites par l'équation (IV.74) qui sont en phase ( $\theta = 0$ ) et avec une distance de séparation  $q_0 = 3$ . En appliquant les mêmes valeurs des paramètres que celles de la figure (IV.6.b), les résultats sont présentés sur la figure (IV.9). On observe clairement que la distance de séparation entre les deux solitons périodique varie périodiquement le long de l'axe de propagation. De même façon, les deux solitons tripolaires entrent en collision en formant des états liés à  $z \sim 40$  et ils se combinent ensuite en une série de creux de profondeurs variables sous l'effet de l'inhomogénéité périodique. En sortant de la zone de collision, les structures localisées reprennent périodiquement leur forme initiale et conservent leur vitesse avec quelques décalages de phase.



**Figure IV.9 :** La dynamique de deux solitons en collision de la solution (IV.74) avec une séparation  $q_0 = 3$  et une phase relative  $\theta=0$ . Les paramètres adoptés sont les mêmes que dans la figure (IV.6.b).

#### **IV.8-Conclusion**

Dans ce chapitre, nous avons étudié et modéliser la dynamique de propagation des solitons dans des milieux non linéaires inhomogènes présentant une non-linéarité cubique-quintique tels que la fibre optique et les milieux inhomogènes fortement dispersifs et non linéaire tels que les molécules des protéines. Nous avons utilisé des méthodes puissantes qui permettent de déterminer les différents types de solutions localisées telles que les solitons brillants, sombres, noirs, gris, dipôles et multipôles sous des conditions paramétriques bien précises. De plus, nous avons étudié la stabilité du soliton tripolaire dans un milieu périodique inhomogène soumis à des perturbations finies de bruit blanc additif. Les résultats numériques ont montré que l'impulsion du soliton multipôle peut se propager de manière stable sur une longue distance et que la perturbation de bruit blanc n'affecte pas le solitons au cours de sa propagation. De même, la collision entre deux solitons multipôles similaires a été présenté par simulation numérique pour une forme périodique de l'inhomogénéité du milieu et une vitesse de groupe relative. Cette étude pourrait servir de point de départ à de nouvelles recherches sur la formation, la propagation et la collision d'ondes solitaires multipolaires dans un milieu non linéaire inhomogène. la dynamique des solitons brillants, sombres, gris, dipôles et tripôles qui se propageant dans un milieu non linéaire inhomogène. Nous avons montré que l'équation de Schrödinger non linéaire du quatrième ordre à coefficients variables décrivant la propagation d'ondes solitaires se propageant dans une protéine alpha-hélicoïdale inhomogène peut être résolue en utilisant une fonction d'essai tripôles complexe composée d'ondes solitaires brillantes, noires et du produit d'ondes solitaires brillante et noire. En appliquant cette méthode, nous avons obtenu différents types de solutions d'ondes non linéaires, incluant les ondes solitaires grises, dipôles et tripôles obtenues sous certaines conditions paramétriques. De plus, nous avons étudié la stabilité du soliton tripolaire dans un milieu périodique inhomogène soumis à des perturbations finies de bruit blanc additif. Les résultats numériques ont montré que l'impulsion du soliton tripolaire peut se propager de manière stable sur une longue distance et que la perturbation de bruit blanc ne peut pas affecter le caractère principal des solitons, à l'exception de quelques oscillations périodiques liées aux impulsions. De même, la collision entre deux solitons similaires gérés par des tripôles a été explorée par simulation numérique pour une forme périodique de l'inhomogénéité du milieu et une vitesse de groupe relative. Cette étude pourrait servir de point de départ à de nouvelles recherches sur la formation, la propagation et la collision d'ondes solitaires multipolaires dans un milieu non linéaire inhomogène.

**Références**

- [1] A. Shabat et V. Zakharov, *Sov. Phys. JETP* p. 62-69 (1972).
- [2] S. Manukure et T. Booker. *Partial Differential Equations in Applied Mathematics*, p 100-140 (2021).
- [3] A. C. Scott. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, p. 333-342 (1991).
- [4] A. S. Davydov. *Journal of Theoretical Biology*, p. 559-569 (1973).
- [5] A. S. Davydov. *Sov. Phys. Usp* , p. 898-918 (1982).
- [6] M. Daniel et K. Deepamala. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, p 241-255 (1995).
- [7] R. Y. Ondoua et D. Belobo Belobo. *Phys. Rev. E*, p. 062414 (2020).
- [8] Agrawal, *Nonlinear Fiber Optics*, Third Edition. San Fransisco: Academic Press, (2001).
- [9] A. Scott. *Physics Reports*, p. 1-67 (1992).
- [10] Agrawal, *Nonlinear Fiber Optics*, Fifth edition. New York: Optics and Photonics, (2013).
- [11] Z. Lan, B. Gao, et M. Du. *Waves in Random and Complex Media*, p. 63-76 (2019).
- [12] H. Triki, F. Azzouzi, et P. Grelu. *Optics Communications*, p. 71-79 (2013).
- [13] E. Papaioannou, D. J. Frantzeskakis, et K. Hizanidis. *IEEE J. Quantum Electron* , p 145-154 (1996).
- [14] R. Cornaggia et B. Lombard. *ESAIM: M2AN*, p. 1413-1444 (2023).
- [15] M. Davtyan. arXiv, p. 1220-1344 (2022).
- [16] J. C. Travers. *Optics Communications*, p. 130191 (2024).
- [17] J. He, J. Zhang, M. Zhang, et C. Dai. *Optics Communications*, p. 755-760 (2012).
- [18] K. Maddouri, F. Azzouzi, H. Triki, A. Bouguerra, et S. Amara Korba. *Nonlinear Dyn* p. 2793-2803 (2021).
- [19] V. I. Kruglov, A. C. Peacock, et J. D. Harvey. *Phys. Rev. Lett*, p. 113902 (2003).
- [20] R. Yang, L. Li, R. Hao, Z. Li, et G. Zhou. *Phys. Rev. E*, p. 036616 (2005).
- [21] J. C. Wei, *Gratian the Theologian*. Catholic University of America Press (2016).
- [22] R. Y. Ondoua et D. Belobo Belobo. *Phys. Rev. E*, p. 062414 (2020).
- [23] M. Daniel et M. M. Latha. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, p 526-546 (1997).
- [24] R. Yang, L. Li, R. Hao, Z. Li, et G. Zhou. *Phys. Rev. E*, p. 036616 (2005).
- [25] Z. Li, L. Li, H. Tian, et G. Zhou. *Phys. Rev. Lett*, p. 4096-4099 (2000).

- [26] A. Messouber *et al.* *Optics Communications*, p. 64-70 (2018).
- [27] A. Choudhuri, H. Triki, et K. Porsezian. *Phys. Rev. A*, p. 063814 (2016).
- [28] N. Hambli, F. Azzouzi, A. Bouguerra, et H. Triki. *Optik*, p. 169-724, oct (2022).

A decorative blue border resembling a scroll, with a vertical strip on the left and a horizontal strip at the top, both featuring rounded ends and small circular motifs at the corners.

# **Conclusion générale**

Le but de ce travail de doctorat est d'étudier et modéliser la dynamique de propagation des solitons dans des milieux non linéaires inhomogènes présentant une non-linéarité cubique-quintique tels que la fibre optique et les milieux inhomogènes fortement dispersifs et non linéaire tels que les molécules des protéines. Le modèle gouvernant la propagation des impulsions solitoniques dans ces milieux matériels prend la forme de l'équation de Schrödinger non linéaire d'ordre supérieur. Les termes de dispersion et de non-linéarité d'ordre élevé incorporés dans cette équation d'évolution rendent le modèle de propagation non intégrable. Pour surmonter le problème de la non-intégrabilité, on a utilisé des méthodes puissantes qui permettent de déterminer les différents types de solutions localisées telles que les solitons brillants, noirs, gris, dipôles et multipôles sous des conditions paramétriques bien précises. Nous avons présenté dans le premier chapitre des notions de base sur l'optique non linéaire, son origine et ses principes de base. Ce travail a été entamé par des généralités sur l'optique non linéaire et des notions essentielles relatives à la polarisation non linéaire et à ses origines physiques. Puis, quelques effets non linéaires du deuxième et troisième ordre qui apparaissent durant la propagation de l'impulsion ont été passés en revue. Le deuxième chapitre a discuté dans un premier temps des solitons et leur historique, différents domaines d'existence, interactions des solitons voisins ainsi que leurs équations de propagation. Dans une seconde étape, nous avons montré les bioénergies et les bio solitons tout en passant par donner un aperçu sur les protéines et en particulier l'hélices  $\alpha$  et leurs structures. De plus, nous avons présenté dans ce chapitre les différents modèles d'équations décrivant la dynamique de propagation du bio-soliton tels que le modèle de Davydov, le modèle de Pang, le modèle de Takeno et le modèle de Yomosa. Le troisième chapitre a exposé les différents modèles d'équations NL de propagation des solitons où nous avons présenté dans une première étape les différents types d'équations non linéaires décrivant la dynamique de propagation des solitons dans divers milieux non linéaires tels que l'équation de Korteweg de-Vries, l'équation de Sine-Gorden, l'équation de Davydov et l'équation de Schrödinger non linéaire ainsi que leurs lois de conservations. En outre, nous avons présenté la célèbre méthode de la transformation à pas divisé (Split-Step Fourier) comme une méthode numérique utilisée pour résoudre les différentes équations différentielles non linéaires. Dans une seconde étape, nous avons mis en évidence l'influence des effets linéaires et non linéaires sur la dynamique de propagation des solitons dans deux régimes différents purement linéaire (Dispersif) et purement non linéaire. Nous avons montré, d'une part, l'impact de l'effet de dispersion GVD et TOD et, de l'autre, l'impact de l'effet Kerr et non Kerr. Ce chapitre se termine par une conclusion et des références. Le quatrième chapitre a présenté les résultats et

discussions portant sur la dynamique de propagation non linéaire des solitons dans des milieux inhomogènes présentant une non-linéarité cubique-quintique tels que la fibre optique et les milieux inhomogènes fortement dispersifs et non linéaire tels que les molécules des protéines. Le modèle gouvernant la propagation des impulsions solitoniques dans ces milieux matériels prend la forme de l'équation de Schrödinger non linéaire d'ordre supérieur. Les termes de dispersion et de non-linéarité d'ordre élevé incorporés dans cette équation d'évolution rendent le modèle de propagation non intégrable. Pour surmonter le problème de la non-intégrabilité, nous avons utilisé des méthodes puissantes qui permettent de déterminer les différents types de solutions localisées tels que les solitons brillants, noirs, gris, dipôles et multipôles sous des conditions paramétriques bien précises. Nous avons utilisé un ansatz d'amplitude complexe exprimé sous la forme d'une superposition de trois solitons : brillant, noir et dipôle avec une limite non nulle lorsque la variable du temps tend vers l'infini. Ainsi, une variété de solutions soliton a été démontrée telles que les solitons gris, dipôles et multipôles. Nous avons utilisé plusieurs profils de la fonction de décalage de fréquence  $\Omega(z)$  et de décalage de la vitesse de groupe inverse  $\chi(z)$  qui prennent des variations périodiques et linéaires en fonction de la distance de propagation  $z$ . Ainsi, nous avons montré numériquement que l'évolution de ces solitons dépend fortement du profil spatial des inhomogénéités du milieu non linéaire et en particulier la dispersion du premier ordre. Nous avons analysé la stabilité de ces ondes non linéaires vis-à-vis des perturbations finies en faisant la résolution numérique directe de l'équation de Schrödinger considérée en utilisant la méthode de Fourier à pas divisé. Les résultats obtenus ont montré la stabilité du soliton tripôle par rapport au bruit aléatoire ce qui confirme davantage la validité de ces solutions analytiques déterminées. Nous avons étudié numériquement l'impact de l'inhomogénéité du milieu sur le processus d'interaction entre solitons tripôles voisins. Les résultats obtenus ont montré que la distance de séparation joue un rôle important pour l'occurrence d'un transfert d'énergie efficace entre les solitons en interaction.