

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

BADJI MOKHTAR- ANNABA UNIVERSITY  
UNIVERSITÉ BADJI MOKHTAR- ANNABA



جامعة باجـي مختـار - عنابة

Faculté : Sciences de L'Ingéniorat

Département : Électromécanique

Année : 2019

## THÈSE

Présentée en vue de l'obtention du diplôme de Doctorat ès Sciences

**Contributions à l'étude d'une machine synchrone à aimant  
permanent**

Option : Electromécanique

Par : BOURAS HICHEM

DEVANT LE JURY

M <sup>r</sup> HADJADJ A. ELIAS	Président	Pr : Université Annaba
M <sup>r</sup> RACHEDI M. FAOUZI	Rapporteur	MCA : Université Annaba
M <sup>r</sup> BELHAMRA Ali	Examineur	Pr : Université Annaba
M <sup>r</sup> BENCHOUIA N. EDDINE	Examineur	MCA : Université S-Ahras
M <sup>r</sup> LAKEHAL ABDELAZIZ	Examineur	MCA : Université S-Ahras
M <sup>r</sup> GHEMARI ZINE	Examineur	MCA : Université M'Sila

# Résumé

---

Ce travail consiste essentiellement à l'étude approfondie de la machine synchrone à aimant permanent en s'intéressant plus particulièrement à la minimisation de l'ondulation du couple de la machine, le travail traite le calcul de la variation du champ électromagnétique induit dans l'aimant permanent des machines synchrones s'appuyant sur la solution numérique par éléments finis. Les méthodes existantes sont présentées, leurs mérites et valeurs intrinsèques ; en termes de précision et de vitesse de calcul sont comparés. La méthode actuellement utilisée ; reposant sur une procédure de moyenne pondérée du potentiel vecteur magnétique sur la zone des encoches afin de déduire le flux dans l'enroulement statorique, a été modifiée pour améliorer sa précision. Une Méthode alternative ; qui se repose sur la distribution du potentiel vecteur magnétique le long de la ligne de l'entrefer ; étant visée dans le but de consolider la même tâche, cette approche étant très efficace puisqu'elle permet un traitement direct des données, la reconstruction du signal, le filtrage et l'analyse spectrale des formes d'ondes appropriées pour qu'elles puissent être mises en œuvre dans une simple fonction de post-traitement. Finalement, la pertinence et l'efficacité de chaque méthode, en termes d'exactitude et vitesse de calcul, ont été confirmées par les résultats expérimentaux.

**Mots clés :** PMSM, ondulation du couple, champ électromagnétique, solutions numériques par éléments finis, potentiel vecteur magnétique, reconstruction du signal

# Abstract

---

This work primarily involves an in-depth study of the permanent magnet synchronous machine, with a particular focus on minimizing the machine's torque ripple. The research addresses the calculation of the variation in the electromagnetic field induced in the permanent magnet of synchronous machines, relying on finite element numerical solutions. Existing methods are presented, and their merits and intrinsic values in terms of accuracy and computation speed are compared. The currently used method, which is based on a weighted averaging procedure of the magnetic vector potential over the slot area to deduce the flux in the stator winding, has been modified to improve its accuracy. An alternative method, which relies on the distribution of the magnetic vector potential along the air gap line, is also considered to strengthen the same task. This approach is highly effective as it allows for direct data processing, signal reconstruction, filtering, and spectral analysis of waveforms, making them suitable for implementation in a simple post-processing function. Finally, the relevance and efficiency of each method, in terms of accuracy and computation speed, have been confirmed by experimental results.

**Keywords:** PMSM, torque ripple, electromagnetic field, finite element numerical solutions, magnetic vector potential, signal reconstruction

# ملخص

يتضمن هذا العمل في الأساس دراسة متعمقة للمحرك المتزامن ذات المغناطيس الدائم، مع التركيز بشكل خاص على تقليل تموج العزم للألة. يتناول البحث حساب التغير في المجال الكهرومغناطيسي المستحث في المغناطيس الدائم للألات المتزامنة، بالاعتماد على حلول عددية بالعناصر المحدودة. يتم عرض الأساليب الحالية ومقارنة مزاياها وقيمها الجوهرية من حيث الدقة وسرعة الحساب. تم تعديل الطريقة المستخدمة حاليًا، والتي تعتمد على إجراء متوسط موزون للجهد المغناطيسي على منطقة الفتحات لاستخلاص التدفق في اللف الثابت، لتحسين دقتها. كما يتم النظر في طريقة بديلة تعتمد على توزيع الجهد المغناطيسي على طول خط الفجوة الهوائية لتعزيز نفس المهمة. هذه الطريقة فعالة للغاية حيث تسمح بمعالجة البيانات مباشرة، وإعادة بناء الإشارة، والتصفية والتحليل الطيفي للأشكال الموجية، مما يجعلها مناسبة للتنفيذ في وظيفة معالجة لاحقة بسيطة. أخيرًا، تم تأكيد مدى ملاءمة وكفاءة كل طريقة من حيث الدقة وسرعة الحساب من خلال النتائج التجريبية.

**الكلمات الرئيسية:** المحرك المتزامن ذات المغناطيس الدائم ، تقليل تموج العزم ، المجال الكهرومغناطيسي ، حلول عددية بالعناصر المحدودة ، متوسط موزون للجهد المغناطيسي ، إعادة بناء الإشارة

# Remerciements

---

Ce travail de thèse a été réalisé au sein du laboratoire LSEM d'Annaba. Je tiens à adresser mes remerciements les plus sincères à monsieur le professeur Salah Saad directeur du laboratoire LSEM, pour m'avoir accueilli dans ces unités, et faciliter mon implication dans le travail de recherche du laboratoire. Je remercie monsieur Rachedi Mohamed Faouzi maître de conférences de m'avoir proposé un sujet de recherche très passionnant, de m'avoir assuré son soutien, de son engagement tout au long de ce travail, et de la confiance qu'il m'a témoignée en me laissant beaucoup d'autonomie pour mes recherches.

Je tiens à exprimer ma reconnaissance envers messieurs les professeurs Hadjadj Aouel Elias et Belhamra Ali qui ont eu la gentillesse d'évaluer ce travail. Je les remercie d'avoir accepté de faire partie de mon jury d'évaluation. Mes remerciements s'adressent aussi à messieurs Benchouia Nedjem-Eddine et Lakehal Abdelaziz maîtres de conférences à l'université de Souk-ahras sans oublier monsieur Ghemari Zine maître de conférences à l'université de M'Sila d'avoir accepté de faire partie de mon jury pour évaluer ce travail

Je tiens à remercier personnellement tous les enseignants du département électromécanique pour leur travail extraordinaire, leur coopération essentielle au déroulement des travaux et leur disponibilité.

Je tiens à remercier ma femme, qui m'a soutenu et épaulé tout au long de cette longue aventure, celle qui m'a encouragé sans relâche et qui m'a offert le plus beau cadeau : mes enfants Mohamed Chems-eddine, Anis, Nidhal et youcef Essedik. Je dédie ce travail à mes chers parents.

# Table des matières

---

## Table des matières

Remerciements .....	
Dédicaces .....	
Table des matières .....	
Liste des figures .....	
Liste des tableaux .....	
Abréviations et Liste des Symboles .....	
<b>INTRODUCTION GENERALE .....</b>	<b>01</b>
<b>CHAPITRE I : Les Machines Electriques - Etat de l'art</b>	
1. Introduction .....	02
2. Le moteur électrique : Intérêt théorique .....	02
3. Le moteur électrique : une perspective historique. ....	04
4. Tendances en vue de la transition aux vitesses variables .....	08
5. Pourquoi concentrer cette étude sur la machine synchrone à aimant permanent ..	10
6. Revue de littérature .....	11
6.1. Pertes de puissance et efficacité .....	11
6.2. Limite opérationnelle des entraînements motorisés. ....	13
7. Conclusion .....	13
<b>CHAPITRE II : Généralités sur les machines synchrones</b>	
1. Introduction .....	14
2. La machine synchrone .....	15
3. Constitution du moteur synchrone .....	17
3.1. Le stator .....	18
3.2. Le rotor .....	18
4. Principe de fonctionnement de la machine synchrone à rotor bobiné .....	18
5. La machine synchrone à rotor bobiné .....	19
5.1. Les machines à pôles saillants .....	20
5.2. Les machines à pôles lisses .....	21
6. Propriétés de la machine synchrone à rotor bobiné .....	21
6.1. Les avantages de la MSRB. ....	21
6.2. Les inconvénients de la MSRB .....	22
7. La machine synchrone à réluctance variable. ....	22
7.1. Les avantages de la MSRV .....	23

7.2. Les inconvénients de la MSR.V. ....	24
8. La machine synchrone à aimant permanent. ....	24
9. Les aimants permanents ....	25
9.1. Caractéristiques générales des aimants permanents ....	25
9.2. Variété de matériaux pour aimants permanents ....	26
10. Rotors de la machine synchrone à aimants permanents ....	29
10.1. Aimants en surface ....	29
10.2. Aimants insérés ....	29
10.3. Aimants enterrés ....	30
10.4. Aimants à concentration de flux ....	31
11. Propriétés de la machine synchrone à aimants permanents ....	31
10.1. Avantages ....	31
10.2. Inconvénients ....	32
11. Applications des machines synchrones à aimants permanents ....	32
12. Conclusion ....	33

### **CHAPITRE III : MÉTHODE DES ÉLÉMENTS FINIS**

1. Introduction ....	34
2. Modélisation électromagnétique de la MSAP ....	34
2.1. Equations de Maxwell. ....	35
3. Conditions aux limites ....	39
3.1. Condition de Dirichlet ....	39
3.2. Condition de Neumann ....	39
4. Discrétisation par la méthode des éléments finis ....	39
4.1. Principe de la méthode ....	40
4.2. Démarche générale ....	41
4.3. Maillage ....	41
4.4. Interpolation des fonctions ....	43
4.5. Formulations intégrales ....	44
4.6. Matrice de rigidité ....	45
5. Modèle éléments finis ....	47
6. Création de la géométrie ....	48
6.1. Création des matériaux ....	49
6.2. Conditions aux limites ....	50
6.3. Discrétisation de la géométrie : Le maillage ....	51
6.4. Calcul et résultats ....	52

7. Conclusion .....	54
---------------------	----

**CHAPITRE IV : PREDICTION DES TENSIONS AUX BORNES  
DU STATOR**

1. Introduction .....	55
2. Calcul de la force électromotrice générée par l'induction magnétique .....	56
3. Calcul du flux magnétique .....	57
3.1. Solutions d'éléments finis du premier ordre .....	57
3.2. Flux dans la bobine .....	58
4. Solution de champ magnétostatique .....	60
4.1. Modélisation de mouvement .....	60
4.2. Post-traitement de la solution magnétostatique .....	61
5. Tension de bobinage .....	62
5.1. Densité de flux magnétique .....	62
5.2. Méthode du vecteur potentiel magnétique .....	64
5.3. Cohérence des deux méthodes .....	65
6. Résultats et discussion .....	65
6.1. Résultats de simulation .....	65
6.2. Résultats expérimentaux .....	68
6.3. Méthode proposée par rapport à TSFEM .....	69
7. Remarque .....	71
8. Conclusion .....	71

**CONCLUSION GÉNÉRALE**

Conclusion générale et perspective .....	73
--	----

**BIBLIOGRAPHIE**

Bibliographie .....	74
---------------------	----

# Liste des figures

## Chapitre 2

Figure 2.1 : Stator d'une machine synchrone de forte puissance . . . . .	14
Figure 2.2 : Rotor à pôles lisses . . . . .	15
Figure 2.3 : Rotor à pôles saillants . . . . .	15
Figure 2.4 : Rotor à aimants . . . . .	15
Figure 2.5 : Alignements des pôles du rotor et du stator d'un moteur synchrone. . . . .	16
Figure 2.6 : Moteur synchrone en charge . . . . .	17
Figure 2.7 : Structure d'une machine synchrone à rotor bobiné. . . . .	17
Figure 2.8 : Structure d'une Machine Synchrone à 2 paires de pôles . . . . .	18
Figure 2.9 : Rotor d'une Machine Synchrone à pôle saillant. . . . .	20
Figure 2.10 : Machine synchrone à rotor bobiné avec rotor à pôle lisse. . . . .	21
Figure 2.11 : Historique du développement de la MSR.V. . . . .	23
Figure 2.12 : Coupe transversale d'un rotor de MSR.V à barrières de flux. . . . .	23
Figure 2.13 : Cycle d'hystérésis. . . . .	25
Figure 2.14 : Courbe de désaimantation. . . . .	26
Figure 2.15 : Courbes de désaimantation des principaux types d'aimants. . . . .	28
Figure 2.16 : Aimants en surface. . . . .	29
Figure 2.17 : Aimants insérés. . . . .	30
Figure 2.18 : Aimants enterrés. . . . .	30
Figure 2.19 : Aimants à concentration de flux. . . . .	31

## Chapitre 3

Figure 3.1 : Pièce volumique maillée par des tétraèdres. . . . .	42
Figure 3.2 : Exemples d'éléments finis linéaires. . . . .	43
Figure 3.3 : Représentation de la géométrie. . . . .	49
Figure 3.4 : Représentation de la géométrie avec les propriétés de la machine . . . . .	50
Figure 3.5 : Conditions aux limites. . . . .	51
Figure 3.6 : Représentation du maillage . . . . .	51
Figure 3.7 : Maillage entrefer . . . . .	52
Figure 3.8 : Répartition des lignes de champ à vide. . . . .	53
Figure 3.9 : Niveau de la densité de flux à vide . . . . .	53

Figure 3.10 : Niveau de l'intensité de champ à vide . . . . .	<b>53</b>
Figure 3.11 : Niveau de la densité de courant à vide . . . . .	<b>54</b>

### Chapitre 4

Figure 4.1 : Densité de flux sur un pas polaire. . . . .	<b>60</b>
Figure 4.2 : Répartition du potentiel calculée sur un pas bipolaire. . . . .	<b>61</b>
Figure 4.3 : Densité de flux magnétique calculée dérivée de la fig. 4.2. . . . .	<b>63</b>
Figure 4.4 : Densité de flux magnétique mesurée . . . . .	<b>63</b>
Figure 4.5 : Flux magnétique de phase Calculé. . . . .	<b>66</b>
Figure 4.6 : FEM obtenue de la dérivée numérique du flux magnétique. . . . .	<b>67</b>
Figure 4.7 : FEM obtenue de la dérivée numérique des tracés 2,3 and 4. . . . .	<b>67</b>
Figure 4.8 : Tension de phase calculée avant et après le filtrage . . . . .	<b>68</b>
Figure 4.9 : Tension de phase mesurée. . . . .	<b>68</b>
Figure 4.10 : Tension de ligne calculée avant et après le filtrage. . . . .	<b>69</b>
Figure 4.11 : Tension de ligne mesurée. . . . .	<b>69</b>
Figure 4.12 : Reconstruction de la tension de ligne à partir de la densité de flux magnétique mesurée. . . . .	<b>70</b>
Figure 4.13 : Comparaison de la tension de phase à pleine charge extraite du solveurs statiques et TSFEM	<b>70</b>
Figure 4.14 : Tension de phase à pleine charge mesurée à un facteur de puissance unitaire	<b>71</b>

## Liste des tableaux

### Chapitre 2

Tableau 2.1 : Exemples de propriétés magnétiques des aimants . . . . .	28
--	----

### Chapitre 3

Tableau 3.1 : Eléments du maillage. . . . .	52
---	----

## Abréviations

AlNiCo	Aluminum-Nickel-Cobalt
BLDC	Brushless Direct Current (Machine Brushless)
EDP	Equations aux dérivées partielles
FEMM	Finite Element Method Magnetic
FEM	Force électromotrice
FMM	Force magnétomotrice
MEF	Méthode des éléments Finis
MSAP	Machine synchrone à aimants permanents
MSAPI	Machine synchrone à aimants permanents internes
MSAPS	Machine synchrone à aimants permanents surfaciques
MSRB	Machine synchrone à rotor bobiné
MSRV	Machine synchrone à reluctance variable
MVP	Minimum viable product distribution (Produit minimum viable)
NdFeB	Néodyme-Fer-Bore
SmCo	Samarium-Cobalt
TSFEM	Time-stepping finite-element method

## Liste des Symboles

$\vec{A}$	Potentiel Vecteur magnétique	$Wb/m$
$A_L$	Densité linéique du courant	$A/m$
$\vec{B}$	Induction magnétique	$T$
$B \cdot H_{max}$	Valeur énergétique de l'aimant par unité de volume	$J/m^3$
$B_m$	Induction au point de fonctionnement de l'aimant	$T$
$\vec{B}_r$	Induction magnétique résiduelle ou rémanente des aimants permanents	$T$
$B_{n-max}$	Valeur maximale de la composante normale de l'induction dans l'entrefer	
$\vec{D}$	Vecteur Induction électrique	$C/m^2$
$\vec{E}$	Champ électrique	$V/m$
$f$	Fréquence d'alimentation des bobinages statoriques	$Hz$
$FEM$	Force électromotrice	$V$
$\phi$	Flux magnétique à travers une surface orienté	$Wb$

## Abréviations et Liste des Symboles

$\Psi$	Flux magnétique par phase	$Wb$
$\vec{H}$	Champ magnétique	$A/m$
$H_C$	Champ coercitif de l'aimant	$A/m$
$H_m$	Champ magnétique au point de fonctionnement de l'aimant	$A/m$
$i, i_{max}, I$	Courant dans l'enroulement du stator, son maximum, et sa valeur efficace	$A$
$\vec{j}$	Densité de courant électrique	$A/m^2$
$L_d$	Inductance directe	$mH$
$L_q$	Inductance en quadrature	$mH$
$k_D$	Rapport du rayon d'alésage $R_s$	
$l$	Longueur	$m$
$\nabla$	Gradient d'une fonction en analyse vectorielle	
$N_s$	Nombre de tours de l'enroulement statorique	
$\Omega$	Vitesse de rotation	$Tr/mn$
$p$	Nombre de paires de pôles	
$p_{elec}, P_{elec}$	Puissance électrique instantanée, sa moyenne	$Watts$
$P_{em}$	Puissance électromagnétique	$Watts$
$P_{vol}$	Puissance volumique	$W/m^3$
$R_s$	Rayon d'alésage du stator	$mm$
$q$	Nombre de phases	
$\rho$	Densité de charge électrique volumique	$C/m^3$
$\sigma$	Conductivité électrique	$Siemens/m$
$S$	Surface engendrée par le contour fermé C	$m^2$
$t$	Temps	$s$
$\tau_p$	Pas polaire	$mm$
$V$	Potentiel scalaire électrique	$V$
$V_r$	Volume du rotor	$m^3$
$\mu$	Perméabilité magnétique absolue	$H/m$
$\mu_0$	Perméabilité magnétique à vide	$H/m$
$\mu_r$	Perméabilité magnétique relative	$H/m$
$\omega$	Vitesse angulaire	$rad/s$

# Introduction générale

---

## SOMMAIRE

---

Introduction .....	01
--------------------	----

---

### **Introduction :**

La prédiction et l'analyse des performances des machines électriques dépendent principalement de la précision de l'évaluation du champ magnétique liant les différentes parties de la machine. Au cours des dernières années, plusieurs approches ont été abordées pour résoudre ce problème. La formulation du champ magnétique, par les équations de Maxwell à l'aide du potentiel vecteur champ magnétique est décrite par l'équation différentielle de Poisson. Bien que la formulation soit relativement facile à obtenir, sa résolution, par contre, est pratiquement impossible dans le cas de machines électriques principalement à cause de la complexité de la géométrie et de la non linéarité du domaine de solution. Dans le cas des machines à aimant permanent, le problème devient insurmontable à cause de l'absence d'une formulation analytique de force magnétomotrice des aimants. La seule alternative pour résoudre ce problème est d'utiliser les méthodes numériques. Durant les deux dernières décennies, la méthode des éléments finis s'est avérée la méthode numérique la mieux appropriée en termes de souplesse de modélisation et de précision, pour résoudre l'équation non linéaire de Poisson qui gouverne le champ magnétique dans les machines électriques.

Actuellement plusieurs logiciels, proposés gratuitement, de modélisation de machines électriques sont disponibles. Le programme FEMM (Finite Element Method Magnetic) développé par D. Meeker, disponible sur son site internet, a été utilisé pour la modélisation de la machine synchrone à aimant permanent qui a fait l'objet de ce présent travail. Ce dernier qui est la continuation des travaux de l'auteur, concerne le développement de techniques de prédiction des tensions statoriques. Au vu de la littérature disponible, la détermination de ces paramètres reste un problème d'actualité.

Pour ces raisons, après la formulation du problème magnétostatique dans les machines à aimant permanent et la validation de la solution, le présent travail est consacré au développement des fonctions de traitement de la solution numérique, qui par ailleurs ne sont pas disponibles dans la plupart des logiciels actuellement disponibles sur le marché. La méthode conventionnelle de calcul de ces paramètres est présentée pour mettre en relief la solution du problème.

# Chapitre I

---

## Les machines électriques – État de l’art

### SOMMAIRE

---

1. Introduction .....	02
2. Le moteur électrique : Intérêt théorique .....	02
3. Le moteur électrique : une perspective historique.....	04
4. Tendances en vue de la transition aux vitesses variables .....	08
5. Pourquoi concentrer cette étude sur la machine synchrone à aimant permanent .	10
6. Revue de littérature .....	11
6.1. Pertes de puissance et efficacité .....	11
6.2. Limite opérationnelle des entraînements motorisés .....	13
7. Conclusion .....	13

---

### 1. Introduction :

Dans ce chapitre, il est fourni la justification de la recherche présentée dans cette thèse. Les moteurs et entraînements synchrones à aimants permanents MSAP sont mis en perspective d'un point de vue historique. La transition en cours entre les entraînements à vitesse unique et à vitesse variable est aussi présentée. Les tendances derrière cette transition sont discutées. Cette transition a entraîné la nécessité de revoir la zone des limites opérationnelles pour les entraînements à moteur. L'état de l'art dans les domaines du calcul des pertes de puissance, des limites opérationnelles pour les variateurs de vitesse, des stratégies de commande des variateurs de vitesse hautes performances et des stratégies de contrôle insensibles aux paramètres pour la MSAP sont donnés dans ce chapitre, c'est ce qui va justifier la nécessité de l'effort de recherche présenté dans cette thèse.

La section 2 présente l'intérêt théorique qu'on peut obtenir des machines électriques, les solutions et les contraintes liées à l'augmentation de la puissance des machines. La section 3 présente une brève introduction théorique des machines électriques en mettant l'accent sur l'évolution des machines synchrones à aimants permanents tout en couvrant la période du début des années 1800 aux années 1970. Les tendances des trois dernières décennies qui sont à l'origine de la transition mono-vitesse aux variateurs de vitesse sont examinées dans la section 4. La justification du choix de la MSAP comme bénéficiaire immédiat de cet effort de recherche est examinée dans la section 5. Une revue de la littérature sur les sujets pertinents de cette thèse est aussi fournie dans la section 6. Les conclusions de ce chapitre sont données à la section 7.

### 2. Le moteur électrique : intérêt théorique :

En plus de l'intérêt de soutirer une transmission mécanique en les accouplant directement à des arbres tournant à grande vitesse, les machines électriques présentent de très bonnes performances en termes de puissance massique et volumique. Nous allons détailler les relations reliant les caractéristiques des machines électriques à leur vitesse de rotation à partir de critères simples en nous limitant aux structures cylindriques.

La puissance électromagnétique développée par une machine électrique tournante peut s'exprimer à partir de la pression magnétique tangentielle définie par le tenseur de Maxwell.

$$P_{em} = \sqrt{2} V_r H_t B_{n-max} \Omega \quad (1.2)$$

Où  $V_r$  est le volume du rotor,  $\Omega$ , sa vitesse de rotation,  $B_{n-max}$  est la valeur maximale de la composante normale de l'induction dans l'entrefer et  $H_t$  la valeur efficace de la composante tangentielle du champ magnétique. Elle s'exprime généralement en fonction de la densité linéique du courant  $A_L$  par :

$$H_t = A_L = \frac{qN_s I_s}{\pi R_s} \quad (1.3)$$

Où  $q$  est le nombre de phases,  $N_s I_s$  la valeur efficace de la force magnétomotrice par phase et  $R_s$  le rayon d'alésage du stator.

En définissant  $k_D$ , le rapport du rayon d'alésage  $R_s$  sur le rayon extérieur du stator, la puissance volumique de la machine électrique peut s'écrire :

$$P_{vol} = \sqrt{2} k_D^2 A_L B_{n-max} \Omega \quad (1.4)$$

Cette relation permet de cibler les solutions possibles pour augmenter la puissance volumique des machines électriques :

- augmenter la charge linéique de courant  $A_L$  dont la principale limitation est l'échauffement des isolants de bobinage. Il est alors nécessaire d'améliorer le système de refroidissement et la qualité des isolants.
- augmenter l'induction maximale dans l'entrefer. Cependant, la saturation des matériaux magnétiques va restreindre  $B_{n-max}$ . Il est alors préférable d'utiliser des matériaux dont l'induction de saturation est élevée.
- augmenter la vitesse de rotation  $\Omega$ . Néanmoins, la vitesse de résonance et les efforts centrifuges vont limiter la vitesse de rotation de l'arbre.

Les deux premières solutions permettent d'atteindre les limitations thermiques et magnétiques des machines électriques si bien qu'elles sont généralement employées en phase de conception. L'accroissement de la vitesse de rotation apparaît alors comme une solution efficace pour augmenter la puissance volumique des machines. Cependant, leur conception nécessite une attention soignée de leur sollicitation mécanique.

À titre indicatif, pour  $B_{n-max} = 1\text{T}$ ,  $A_L = 30\text{ kA/m}$ ,  $k_D=0.5$ , la puissance volumique atteint  $3\text{MW/m}^3$  pour une vitesse de rotation usuelle de  $3\text{ 000 tr/min}$  [1].

### 3. Le moteur électrique : une perspective historique :

Dans cette section, les moteurs et les entraînements sont mis en perspective d'un point de vue historique. L'évolution du moteur synchrone à aimant permanent MSAP est remontée dans le temps.

Le physicien et chimiste anglais Michael Faraday a construit un modèle primitif du moteur électrique en 1821. C'était un moteur à courant continu [2]. Au début des années 1870, l'ingénieur électricien d'origine belge Zénobe-Théophile Gramme avait mis au point le premier moteur à courant continu commercialement viable. En 1900, le moteur à courant continu était largement utilisé dans les chemins de fer, les mines et les applications industrielles. Le livre intitulé "Le moteur électrique et ses applications" [3], publié en 1887, témoigne de l'intérêt général suscité par le moteur électrique au cours de ces années. Dans ce livre, le contexte théorique général nécessaire à la compréhension du fonctionnement du moteur à courant continu est donné.

Différents types de moteurs à courant continu, disponibles à cette époque, ainsi que leurs nombreuses applications et types de commande, avec les applications dans les transports publics sont discutées. Afin de répondre aux exigences spécifiques d'une application, le concept d'alimentation d'un moteur à courant continu à partir d'une source de tension continue est discuté. Le même processus est utilisé aujourd'hui dans la majorité des systèmes de commande haute performance.

Le paragraphe suivant est une citation du chapitre VII, page 99 : « The Use of Storage Batteries with Electric Motors for Street Railways ». [3].

Dans le présent chapitre, nous abordons une méthode qui, bien qu'elle soit maintenant considérée avec beaucoup de méfiance, peut encore se révéler être l'un des moyens les plus réalisables de propulsion des wagons. Nous nous référons à l'emploi de batteries accumulateurs dont l'énergie stockée est transmise au moteur sous forme de courant permettant sa rotation et ainsi le mouvement du wagon. Bien que ce mode de propulsion ait été jusqu'à récemment en phase expérimentale, les progrès réalisés ont été tels qu'une solution satisfaisante du problème semble avoir été trouvée ; en effet, du point de vue commodité et économie ; l'avenir immédiat verra les voitures propulsées par l'énergie provenant des batteries accumulateurs, avec succès. (T.C. Martin et J. Wetzler, 1887).

Cependant, la production en masse des moteurs à combustion au début des années 1900 et l'abondance des combustibles fossiles ont retardé l'utilisation des accumulateurs dans les applications de transport jusqu'à aujourd'hui.

Bientôt, les inconvénients des moteurs à courant continu, tels que l'usure excessive du collecteur, le faible rendement, les risques d'incendie dus à la production d'étincelles, la vitesse limitée et l'espace supplémentaire requis pour loger le collecteur sont devenus évidents. La découverte de Faraday du concept de l'induction électromagnétique en 1831 a ouvert la voie à l'invention des moteurs à induction. En 1883, l'ingénieur serbo-américain Nikolaï Tesla a inventé le premier moteur à induction à courant alternatif [4].

Le moteur de Tesla est généralement considéré comme le prototype du moteur électrique moderne. C'était le premier moteur sans balais. Le moteur synchrone, qui est également un moteur sans balais, a également été inventé par Tesla. En 1900, les principes de fonctionnement des moteurs synchrones et à induction étaient bien connus. Mais ces moteurs n'étaient pas largement utilisés à cette époque, car l'alimentation électrique n'était pas encore disponible dans le commerce. La flexibilité du courant alternatif a conduit à son succès commercial initial, même si le courant continu était encore moins coûteux à cette époque. L'alimentation en courant alternatif était plus facile à produire, à distribuer et à utiliser que la puissance en courant continu. La concurrence féroce entre les puissances en courant alternatif et continu fut finalement résolue en faveur du courant alternatif en 1890. Les moteurs à courant alternatif n'ont pas de commutateurs et leur vitesse n'est limitée que par les contraintes physiques du moteur. Ces deux avantages ont conduit à une large utilisation des moteurs à courant alternatif dans de vastes applications au cours des décennies suivantes.

Les moteurs à induction et les moteurs synchrones utilisent le même type de stator. Mais les moteurs synchrones utilisent un rotor à champ de courant continu ou à aimant permanent au lieu du rotor à bobines ou à cage d'écureuil des moteurs à induction. Les moteurs à induction peuvent générer un couple dans une large plage de vitesse. Cependant, les moteurs synchrones ne peuvent générer que du couple à la vitesse synchrone. La vitesse synchrone dépend de la fréquence source. Par conséquent, les premiers moteurs synchrones devaient fonctionner à des vitesses de 3600, 1800, 900,... tr/mn pour une fréquence de 60Hz. La vitesse des moteurs synchrones doit d'abord être augmentée à la vitesse synchrone au moyen d'un moteur auxiliaire avant que le moteur puisse être utilisé. L'introduction de la

machine synchrone à aimants permanents à démarrage en ligne dans les années 1950 a permis de résoudre ce problème.

Le rotor du moteur synchrone à aimant permanent à démarrage en ligne est constitué d'un aimant permanent intégré dans un enroulement à cage d'écureuil. De nombreux moteurs à induction utilisent des rotors à cage d'écureuil. L'induction du courant dans la cage d'écureuil produit un couple à zéro ou à des vitesses supérieures, de la même manière que le couple est généré dans les moteurs à induction. Par conséquent, le moteur synchrone à aimant permanent à démarrage en ligne peut développer un couple à vitesse nulle et fonctionner comme un moteur à induction jusqu'à ce que la vitesse synchrone soit atteinte. Une fois que la vitesse nominale est atteinte, le rotor est synchronisé avec la source d'alimentation et le courant n'est plus induit dans la cage d'écureuil. Après cela, le moteur fonctionne comme un moteur synchrone. Cependant, le coût élevé du moteur synchrone à aimant permanent à démarrage en ligne a empêché son utilisation à grande échelle. Finalement, une commande de moteur a été utilisée pour convertir le courant continu en courant alternatif avec n'importe quelle fréquence désirée, et pour fournir le courant au moteur de manière contrôlée. Ce développement a permis d'utiliser efficacement le moteur synchrone à aimant permanent à n'importe quelle vitesse.

L'introduction de moteurs hautes-performances a rendu le moteur synchrone à aimants permanents à démarrage en ligne presque obsolète. Un autre type de moteur synchrone est le moteur à courant continu sans balai à aimant permanent (Brushless Direct Current Motor). Le rotor d'un moteur à courant continu sans balai est similaire à celui d'un moteur synchrone à aimant permanent sauf que son stator est fait de bobinages concentrés. La distribution des enroulements statoriques d'un moteur synchrone à aimant permanent est sinusoïdale. Les développements qui ont contribué au moteur à courant continu sans balai contemporain remontent aux années 1960, lorsque les moteurs à courant continu à aimants permanents ont commencé à remplacer les moteurs à courant continu à bobinage conventionnels. La création du champ rotorique dans les moteurs à courant continu nécessitait une alimentation séparée en courant continu. Cela représentait un fardeau majeur, en particulier dans le cas des applications à faible consommation d'énergie, où le coût de fourniture de courant supplémentaire pour le secteur entravait leur utilisation commerciale.

Dans les années 1960, des aimants permanents ont été utilisés pour rendre ce moteur viable pour de nombreuses applications d'asservissement et d'autres systèmes de

commande à faible puissance. Cependant, les moteurs à aimants permanents à courant continu présentaient toujours les problèmes fondamentaux des moteurs à courant continu mentionnés plus haut. Finalement, avec l'avènement des commandes électroniques, il est devenu possible de placer les aimants du moteur sur le rotor et les enroulements sur le stator stationnaire. Dans ce cas, la fonction principale du variateur est de commuter le courant dans la phase correcte en fonction de la position du rotor. Le moteur à courant continu sans balai est également appelé moteur CC à l'envers ! Le moteur à courant continu sans balai ne nécessite pas de commutateur ou de balais car la fonction des balais est déléguée au variateur. Evidemment, aucune étincelle n'est générée car la commutation de courant n'est pas effectuée mécaniquement. D'un point de vue fondamental, le moteur à courant continu sans balai peut être considéré comme un type particulier de moteur synchrone à aimant permanent. Dans les deux cas, la vitesse du moteur est proportionnelle à la fréquence du courant d'entrée. Et dans les deux cas, l'aimant est sur le rotor et l'enroulement est sur le stator. Cela facilite le refroidissement du moteur par rapport au moteur à courant continu ou au moteur à induction.

Alors que la force contre-électromotrice d'un moteur synchrone à aimant permanent est sinusoïdale, la force contre-électromotrice d'un moteur à courant continu sans balai est trapézoïdale. Le moteur à courant continu sans balai est généralement utilisé pour des applications moins performantes, telles que les pompes et les ventilateurs, et le moteur synchrone à aimant permanent est principalement utilisé dans les applications hautes performances qui nécessitent un couple de haute qualité. Ce n'est que pour de telles applications que le coût plus élevé d'un le moteur synchrone à aimant permanent peut être justifié.

La relation couple / courant pour le moteur synchrone est non linéaire. Le couple du moteur synchrone dépend à la fois de l'amplitude du courant et de l'angle du phaseur de courant par rapport au rotor. Cela entraîne des complications en ce qui concerne la commande. L'étude de Blondel sur les moteurs synchrones [5], 1913, ainsi que la transformation de Park [6], 1933, ont ouvert la voie à une commande linéaire et instantanée du couple pour le moteur synchrone à aimants permanents [7]. La théorie de Park a présenté une transformation entre les variables des référentiels stationnaires et du référentiel rotorique, ce qui donne le circuit équivalent à deux axes pour un moteur synchrone à aimant permanent. Du point de vue du rotor, chaque variable a une amplitude et un angle constants en régime permanent. Cela signifie que l'utilisation d'équations et de variables dans le cadre de référence du rotor facilite l'analyse et le contrôle du moteur synchrone à aimant

permanent. Essentiellement, Park a introduit des variables auxiliaires dans lesquelles les équations de la machine deviennent beaucoup plus simples.

La disponibilité de cette transformation a conduit à un champ appelé «commande vectorielle». La commande vectorielle permet un contrôle indépendant de l'amplitude et de l'angle du courant par rapport au rotor, ce qui permet un contrôle instantané du couple. L'application de la commande vectorielle à un moteur synchrone à aimant permanent permet un contrôle linéaire du couple, ainsi qu'un contrôle de différents critères de performance tels que l'efficacité et le facteur de puissance.

Plusieurs tendances, apparues dans les années 1970, ont créé une demande pour les entraînements à vitesse variable à haute performance. Les tendances directement liées à cet effort de recherche sont discutées ci-après.

#### **4. Tendances en vue de la transition aux vitesses variables :**

L'augmentation soudaine du coût de l'énergie dans les années 1970, les tendances récentes à la conservation de l'environnement et les exigences des nouvelles applications ont contribué à l'importante nécessité de créer des variateurs de vitesse. La transition entre une simple vitesse et les variateurs de vitesse a laissé certaines zones ouvertes à la recherche. Ces domaines comprennent les limites opérationnelles des entraînements à moteur et les stratégies de commande à hautes performances pour les entraînements de moteurs à grande vitesse. Les questions qui méritent d'être approfondies dans ces domaines sont examinées ici à la lumière des tendances pertinentes des trois dernières décennies.

Les faibles coûts énergétiques des années 1950-1970 ont entraîné la généralisation de l'utilisation de plusieurs types de moteurs, indépendamment de l'efficacité ou d'autres critères de performance. Cependant, l'augmentation des coûts de l'énergie au cours des 30 dernières années, l'inquiétude du public quant à l'utilisation inutile de l'énergie et les préoccupations environnementales poussent les fabricants à développer des systèmes de motorisation plus efficaces. On estime que 10% de toute l'énergie électrique est gaspillée, car de nombreux moteurs qui n'ont pas de variateur fonctionnent au ralenti pendant de longues périodes. Un pourcentage d'énergie beaucoup plus élevé est perdu simplement en raison du faible rendement de nombreux systèmes de commande de mouvement. Les ventilateurs, les soufflantes et les pompes représentent aujourd'hui 50% de la capacité totale.

Ces applications peuvent bénéficier de la capacité de fonctionner à une vitesse optimale en utilisant un variateur.

La consommation électrique augmente de manière exponentielle avec la vitesse. Par conséquent, fonctionner en continu à une petite vitesse optimale est préférable à un fonctionnement en mode démarrage-arrêt à grande vitesse. La plupart des ventilateurs, soufflantes et pompes d'aujourd'hui fonctionnent toujours en mode tout ou rien. En outre, le fonctionnement tout ou rien contribue à l'usure précoce du moteur, et par conséquent, les moteurs avec variateurs peuvent durer plus longtemps. Les moteurs sans variateurs génèrent des intensités significatives de courant au démarrage et pendant le fonctionnement transitoire. Les variateurs résolvent ce problème avec élégance. Les variateurs de vitesse peuvent augmenter l'efficacité du système de 15 à 27% [8]. De nombreuses applications, telles que les véhicules hybrides et les machines-outils, nécessitent un fonctionnement à vitesse variable. D'autre part, plusieurs lois sur l'énergie, telles que la loi sur l'énergie de 1992, imposent une efficacité minimale aux moteurs et aux variateurs. Ces tendances justifient le déploiement rapide des variateurs dans de nombreuses applications. On estime que les coûts en capital liés à l'ajout de variateurs aux moteurs sont payés dans des délais relativement courts en raison des économies d'énergie. Toutes les questions discutées ci-dessus ont entraîné une évolution significative vers l'utilisation de variateurs de vitesse au lieu de systèmes mono-vitesse pour de nombreuses applications. Cependant, pendant que eu lieu cette transition, certaines des méthodes de contrôle des systèmes mono-vitesse ont été transférées par inadvertance dans de nouveaux systèmes.

Les limites opérationnelles des entraînements à vitesse variable sont définies par le courant nominal et la puissance de la machine. Mais, ces limitations ne sont valables qu'à la vitesse nominale. Les conséquences, étudiées dans cette thèse, sont la sous-utilisation du moteur et le risque de perte de puissance excessive du moteur. Cela est vrai pour toutes les grandes classes de moteurs, à savoir les moteurs à induction, les moteurs à courant continu sans balai et les moteurs synchrones à aimants permanents, qui sont maintenant utilisés dans la plupart des applications à vitesse variable. Certaines des stratégies de commande du couple qui sont appliquées aux entraînements synchrones à moteur à aimant permanent existants sont en fait reportées à partir de celles des moteurs à courant continu. Par exemple, dans de nombreux cas, on suppose que le couple et le courant sont proportionnels. Par conséquent, la stratégie de contrôle du couple repose généralement sur l'hypothèse que la relation entre le courant et le couple est linéaire. Cependant, pour plusieurs types de moteur synchrone à aimant permanent, tels que celui à aimant permanent intégré et intérieur, le

courant et le couple ne sont pas proportionnels. Certains chercheurs ont présenté des techniques de commande de couple linéaire pouvant être appliquées à tous les types de moteurs synchrones à aimants permanents [9, 10]. La définition de la vitesse de base, généralement supposée être la vitesse nominale du moteur, est un autre domaine où des précisions sont nécessaires. La vitesse de base d'un moteur est définie ici comme la vitesse pour laquelle la génération d'un couple maximal nécessite l'application d'une tension maximale. En particulier, la vitesse de base du moteur synchrone à aimant permanent intérieur est considérablement influencée par la stratégie de commande, la tension maximale disponible et la perte de puissance maximale autorisée.

### **5. Pourquoi concentrer cette étude sur la machine synchrone à aimant permanent ?**

Alors que la transition entre les systèmes mono-vitesse et à vitesse variable est en cours, une autre transition est en cours dans le domaine des entraînements à vitesse variable. Les moteurs à courant continu et à induction, qui ont dominé le domaine jusqu'à présent, sont remplacés par des moteurs synchrones à aimants permanents et des moteurs Brushless pour les applications à faible consommation. Une faible puissance est définie ici comme étant inférieure à 10kW. Certaines applications pour les moteurs de moins de 10kW concernent les appareils ménagers, les outils électriques et les petites pompes et ventilateurs. La machine synchrone à aimant permanent et le moteur à courant continu sans balai présentent les avantages suivants par rapport aux moteurs à courant continu :

- moins de bruit audible
- longue durée de vie
- sans étincelle (pas de risque d'incendie)
- vitesse plus élevée
- densité de puissance plus élevée et taille plus petite
- meilleur transfert de chaleur (meilleur refroidissement)

Les machines synchrones à aimant permanent PMSM et les machines brushless présentent les avantages suivants par rapport aux moteurs à induction :

- une plus grande efficacité

- un facteur de puissance plus élevé
- densité de puissance plus élevée pour les applications inférieures à 10 kW, d'où une taille réduite
- meilleur transfert de chaleur

La comparaison ci-dessus montre que la machine synchrone à aimant permanent et le moteur sans balai sont plus appropriés que le moteur à induction pour les applications à faible puissance. Le fonctionnement de la machine synchrone à aimants permanents et du moteur brushless est très similaire d'un point de vue fondamental. Par conséquent, toutes les stratégies d'analyse et de contrôle développées pour la machine synchrone à aimant permanent s'appliquent aisément au moteur sans balais. La discussion ci-dessus justifie le choix fait dans cette thèse.

## 6. Revue de Littérature

L'état de l'art dans les domaines suivants est traité dans cette section :

Les limites opérationnelles des entraînements à vitesse variable sont définies par le courant nominal et la puissance de la machine. Mais, ces limitations ne sont valables qu'à la vitesse nominale. Les conséquences, étudiées dans cette thèse, sont la sous-utilisation du moteur et le risque de perte de puissance excessive du moteur.

- Pertes de puissance et efficacité
- Limites opérationnelles des entraînements motorisés

### 6.1. Pertes de puissance et efficacité

La température d'une machine augmente en fonction des pertes de puissance dans la machine, et les machines ont des limites de fonctionnement en ce qui concerne la température. Par conséquent, la limite opérationnelle d'un entraînement par moteur dépend des pertes qui peuvent être tolérées. Les principales sources de pertes sont le cuivre et les pertes dans le noyau, le frottement entraîne également des pertes. L'étude des pertes et de l'efficacité sont étroitement liées, car des pertes plus faibles au même couple et à la même vitesse se traduisent par une machine plus efficace. Les moteurs plus efficaces peuvent être

relativement plus petits. En d'autres termes, une efficacité plus élevée se traduit directement par une densité de puissance plus élevée. L'efficacité à vitesse réduite est essentielle car beaucoup d'entraînements fonctionnent souvent à une vitesse comprise entre 40% et 80% de la vitesse nominale.

L'efficacité et la densité de puissance des MSAP ont été étudiées par plusieurs chercheurs [11, 12, 13]. [11] donne de bons résultats de comparaison montrant que les moteurs sans balai à aimants permanents offrent un rendement plus élevé, un facteur de puissance plus élevé et une densité de puissance plus élevée pour les applications inférieures à 7 kW par rapport aux moteurs à induction. [12] compare le moteur MSAP au moteur à induction en montrant que le produit de l'efficacité et du facteur de puissance du MSAP est 30 à 40% plus élevé que le moteur à induction dans la plage de puissance inférieure à 7 kW. L'efficacité supérieure de la MSAP se traduit par des pertes moindres pour une puissance identique à celle des moteurs à induction. Par conséquent, la taille d'une MSAP est inférieure à celle d'un moteur à induction capable de fournir la même puissance. Cela se traduit par une densité de puissance plus élevée pour une MSAP. [13] montre que la densité de puissance de la machine brushless est supérieure à celle de MSAP.

Les pertes de cuivre et de noyau sont les pertes les plus fondamentales et les plus dominantes dans les MSAP. Les pertes de cuivre sont proportionnelles au carré du courant. Les pertes de noyau ont été étudiées par plusieurs chercheurs [14, 15, 16]. Les principales sources de pertes dans le noyau sont les courants de Foucault et les pertes par hystérésis. L'induction de courant à l'intérieur du noyau du stator provoque des pertes par courants de Foucault. Les pertes par hystérésis résultent de la variation continue du couplage par flux dans le noyau. Les pertes par courants de Foucault sont presque proportionnelles au carré du produit du couplage par flux d'entrefer et de la fréquence des variations de flux. Les pertes d'hystérésis sont presque proportionnelles au produit du carré du couplage par flux et de la fréquence de variation du flux. Plusieurs travaux [11, 14, 17] ont fait état de pertes nettes dans le noyau représentant entre 20% et 30% des pertes totales à la vitesse nominale et au couple nominal pour les MSAP inférieurs à 7 kW. Les pertes de noyau sont évidemment négligeables à très basse vitesse. Cependant, à mesure que la vitesse augmente, la part des pertes de puissance dues aux pertes de noyau augmente considérablement. Plusieurs chercheurs [18, 19, 20, 21, 22, 23] ont utilisé un modèle électrique de MSAP incluant une résistance parallèle tenant compte des pertes de noyau dans les applications à hautes performances. La discussion ci-dessus permet de conclure que les pertes de cuivre et de noyau doivent être prises en compte dans l'analyse des performances élevées des moteurs.

### 6.2. Limite opérationnelle des entraînements motorisés

Le nombre de travaux de recherche qui étudient directement le sujet des limites opérationnelles des entraînements à moteur MSAP pour les applications à vitesse variable est très limité [17, 24, 25, 26, 27]. [25,26] traitent le choix des paramètres du moteur tels que celui-ci convient à une enveloppe vitesse / couple maximale donnée. [24, 25] étudient la conception optimale d'un moteur permettant de fournir une puissance constante dans la plage d'affaiblissement du flux. Les limites de fonctionnement de la MSAP sont étudiées dans [27, 28] sur la base du critère de puissance constante.

### 7. Conclusion

Ce chapitre présente un historique des machines électriques en mettant l'accent sur les machines synchrones à aimant permanent. L'étude de l'évolution des machines synchrones à aimants permanents est étudiée. L'accent est mis sur le passage du système de contrôle à une vitesse au système à vitesse variable. L'état de l'art dans les domaines du calcul des pertes de puissance et de l'efficacité, des limites opérationnelles pour les MSAP est donné.

# Chapitre II

---

## Généralités sur les machines synchrones

### SOMMAIRE

---

1. Introduction .....	14
2. La machine synchrone .....	15
3. Constitution du moteur synchrone .....	17
3.1. Le stator .....	18
3.2. Le rotor .....	18
4. Principe de fonctionnement de la machine synchrone à rotor bobiné .....	18
5. La machine synchrone à rotor bobiné .....	19
5.1. Les machines à pôles saillants .....	20
5.2. Les machines à pôles lisses .....	21
6. Propriétés de la machine synchrone à rotor bobiné .....	21
6.1. Les avantages de la MSRB .....	21
6.2. Les inconvénients de la MSRB .....	22
7. La machine synchrone à réluctance variable .....	22
7.1. Les avantages de la MSRV .....	23
7.2. Les inconvénients de la MSRV .....	24
8. La machine synchrone à aimant permanent .....	24
9. Les aimants permanents .....	25
9.1. Caractéristiques générales des aimants permanents .....	25
9.2. Variété de matériaux pour aimants permanents .....	26
10. Rotors de la machine synchrone à aimants permanents .....	29
10.1. Aimants en surface .....	29
10.2. Aimants insérés .....	29
10.3. Aimants enterrés .....	30
10.4. Aimants à concentration de flux .....	31
11. Propriétés de la machine synchrone à aimants permanents .....	31
10.1. Avantages .....	31
10.2. Inconvénients .....	32
11. Applications des machines synchrones à aimants permanents .....	32
12. Conclusion .....	33

---

### 1. Introduction :

Le terme machine synchrone regroupe toutes les machines dont les vitesses de rotation de l'arbre de sortie est égale à la vitesse de rotation du champ tournant. Pour obtenir un tel fonctionnement, le champ magnétique rotorique est généré soit par des aimants, soit par un circuit d'excitation à courant continu. La position du champ magnétique rotorique est alors fixe par rapport au rotor, ce qui impose en fonctionnement normal une vitesse de rotation identique entre le rotor et le champ tournant statorique. Cette famille de machine regroupe en fait plusieurs sous familles, qui vont de l'alternateur de plusieurs centaines de mégawatts au moteur de quelques watts, en passant par les moteurs pas à pas. Néanmoins, la structure de toutes ces machines est relativement proche. Le stator est généralement constitué de trois enroulements triphasés répartis, tel que les forces électromotrices générées par la rotation du champ rotorique soient sinusoïdales où trapézoïdales. Les stators, notamment en forte puissance, sont identiques à ceux d'une machine asynchrone (voir figure suivante).



Fig. 2.1 Stator d'une machine synchrone de forte puissance

Selon la forme magnétique du rotor, on peut classer les machines synchrones en trois grandes familles de rotor ayant pour rôle de générer le champ d'induction magnétique : Les machines à pôles lisses, les machines à pôles saillants ainsi que les machines à aimants. Il

existe aussi une grande variété de structures de machines synchrones à aimants permanents. Elles varient principalement selon les dispositions des aimants.

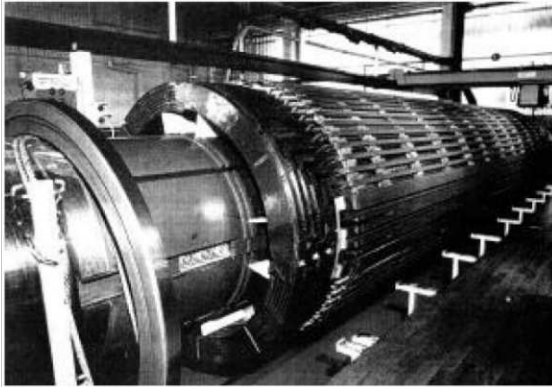


Fig. 2.2 Rotor à pôles lisses

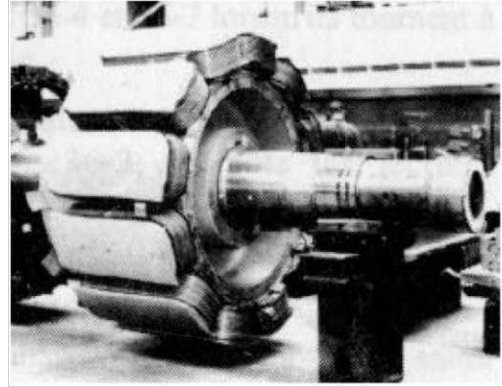


Fig. 2.3 Rotor à pôles saillants

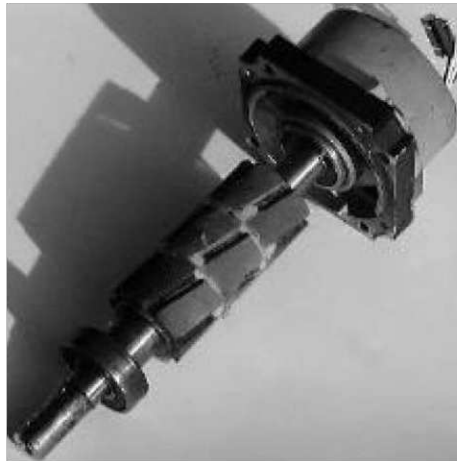


Fig. 2.4 Rotor à aimants

Ce chapitre est consacré à la présentation des deux types d'excitation des machines synchrones : machine synchrone à rotor bobiné (MSRB) et machine synchrone à aimant permanent (MSAP), les différentes formes de rotors et propriétés des deux machines [29].

### 2. La machine synchrone :

La machine synchrone est une machine électrique à courant alternatif à deux enroulements dont l'un est connecté à un réseau de pulsation fixe  $\omega_1$ , et l'autre est excité par un courant continu ( $\omega_2=0$ ). Dans un sens plus large, par machine synchrone on entend une machine à courant alternatif à deux enroulements qui sont alimentés depuis des réseaux de pulsations fixes  $\omega_1$  et  $\omega_2$ . Il existe aussi des machines synchrones dont le champ d'excitation est obtenu à l'aide d'aimants permanents [30]. Les machines synchrones sont

réversibles et peuvent donc fonctionner en mode Génératrice ou Moteur. La machine synchrone est surtout utilisée comme génératrice de courant alternatif dans les centrales électriques, elle est aussi utilisée comme moteur et dans d'autres cas comme compensateur synchrone qui en réalité est un moteur synchrone fonctionnant à vide [31].

Les moteurs synchrones fonctionnent à la vitesse synchrone qui correspond à la fréquence d'alimentation. Dans un moteur synchrone, l'alimentation en courant alternatif triphasé est appliquée à l'enroulement du stator et une alimentation en courant continu est appliquée à l'enroulement du rotor, qui possède également une barre de cage d'écuriel court-circuitée. Initialement, l'alimentation en courant continu n'est pas appliquée aux pôles du rotor, lorsqu'une alimentation triphasée est appliquée au stator le moteur démarre comme un moteur à induction. Dès que la vitesse du moteur est proche de la vitesse synchrone, l'alimentation en courant continu est appliquée au rotor, une grande attraction s'établit alors entre les pôles nord du rotor et les pôles sud du stator le champ magnétique du rotor accroche le champ magnétique du stator et se cale magnétiquement sur celui-ci ; ils se maintiennent donc exactement vis-à-vis les uns des autres. On dit alors que le moteur est "**accroché**" : le rotor tourne à sa vitesse synchrone sous l'effet du changement continu de la polarité des pôles du stator [31].

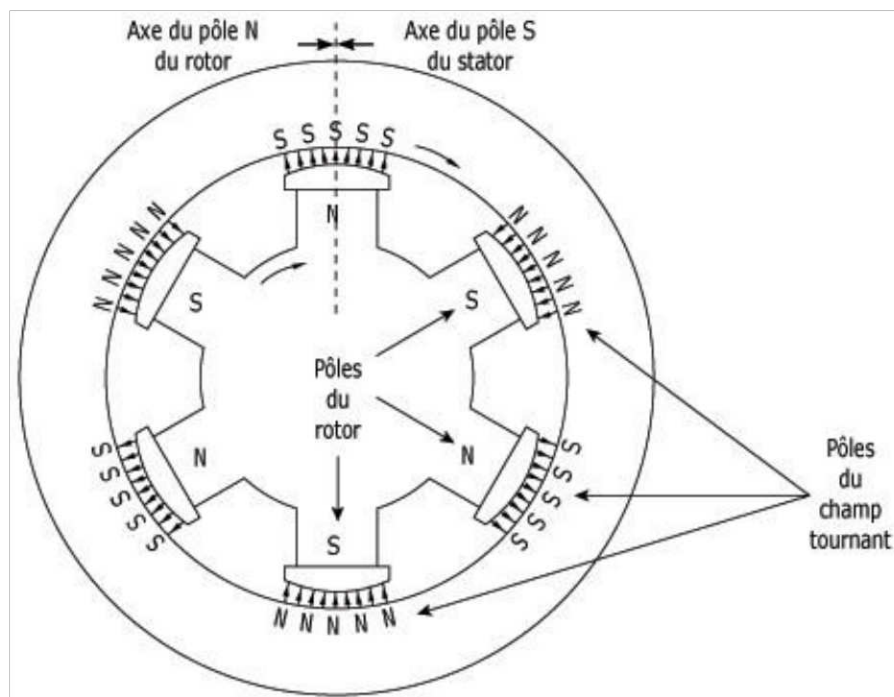


Fig. 2.5 Alignement des pôles du rotor et du stator d'un moteur synchrone

Lorsque la charge mécanique du moteur augmente, le rotor a tendance à se décaler de son axe central, comme l'illustre la figure suivante. Si la charge devenait trop importante, les pôles du rotor décrocheraient des pôles du stator, provoquant ainsi l'arrêt du moteur.

Pour prévenir ce phénomène, un dispositif de commande automatisé augmente le courant d'excitation dans les pôles du rotor.

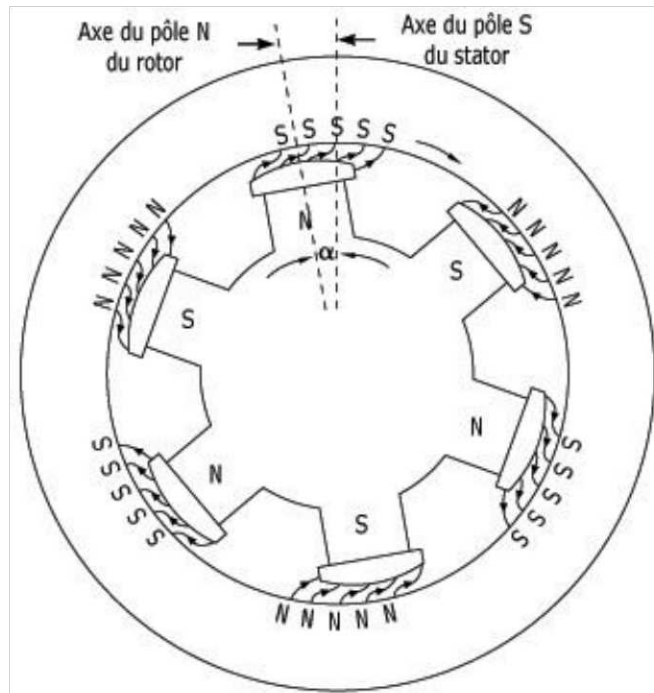


Fig. 2.6 Moteur synchrone en charge

### 3. Constitution du moteur synchrone

Comme tout moteur, la machine synchrone est constituée d'une partie mobile : le rotor et d'une partie fixe : le stator, ils sont séparés par un entrefer. La seule différence avec un moteur asynchrone se situe au niveau de la conception du rotor. La figure suivante montre une machine synchrone à pôles saillants constitués d'électro-aimants alimentés en courant continu.

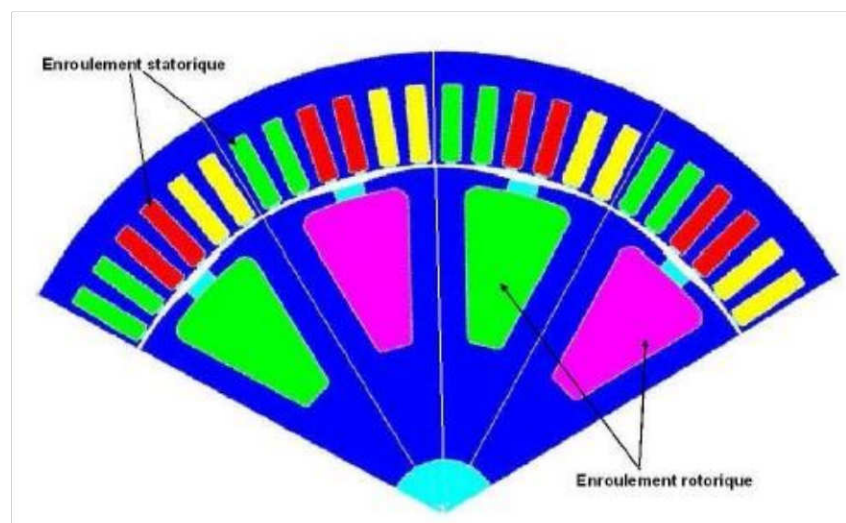


Fig. 2.7 Structure d'une Machine Synchrone à Rotor Bobiné

### 3.1. Le Stator

Le stator est habituellement l'induit (siège de la transformation de puissance), il est formé d'un circuit magnétique feuilleté portant un enroulement triphasé réparti dans des encoches. Le stator est constitué d'un bobinage triphasé généralement couplé en étoile, découpé en  $p$  paire de pôles. Les bobinages sont insérés dans des encoches au sein de culasse en ferrite. Ces bobinages constituent l'induit de la machine car ils sont le siège de forces électromotrices induites par le champ tournant [32].

### 3.2. Le Rotor

De la même manière, l'inducteur est généralement le rotor, c'est la partie tournante. Suivant la technologie utilisée, le champ magnétique est créé par des bobinages ou des aimants permanents pour les petites machines, mais en général c'est un électroaimant sous forme d'un cylindre ferromagnétique massif recevant un bobinage qui, alimenté en courant continu (excitation), génère  $p$  paires de pôles sud et nord alternés. Il existe des rotors à pôles saillants avec un nombre de paires de pôles  $p$  élevé, ou à pôles lisses [33].

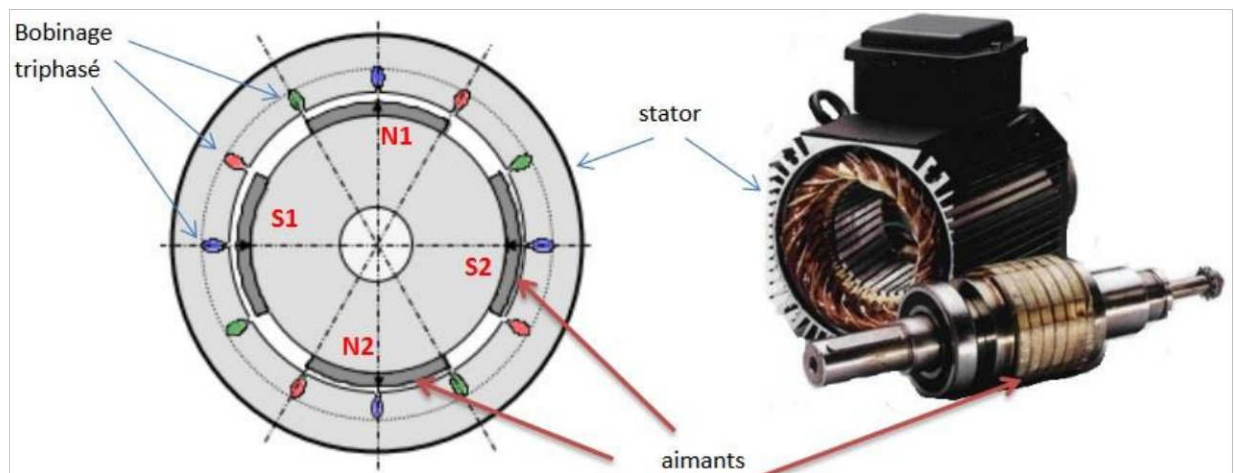


Fig. 2.8 Structure d'une Machine Synchrone à 2 paires de pôles

## 4. Principe de fonctionnement de la machine synchrone :

Le stator alimenté par un système de tensions triphasé crée un champ tournant dans l'entrefer. Ce champ magnétique tourne à la vitesse de  $\frac{f}{p}$  tours par secondes avec  $f$  fréquence d'alimentation des bobinages statoriques, et  $p$  le nombre de paires de pôles.

Le rotor composé de  $p$  aimants permanents va alors s'aligner avec le champ tournant. Le rotor tourne ainsi à la même vitesse que le champ tournant. La vitesse de rotation du rotor est donc  $\Omega = \frac{\omega}{p}$

**Remarque 1 :** Le synchronisme des champs magnétiques induit et inducteur impose une procédure spécifique de démarrage (de couplage au réseau en mode alternateur).

- En mode moteur : un moteur synchrone ne peut démarrer directement à pleine tension depuis le réseau de fréquence 50Hz (Car le rotor a une vitesse nulle au démarrage  $\Omega \neq \frac{\omega}{p}$ ). Pour une alimentation directe en 50Hz, il faudrait donc au préalable amener la charge à la vitesse nominale par un moteur auxiliaire puis connecter l'alimentation. Pour les moteurs brushless, la solution consiste à utiliser un onduleur (système électronique recréant un système de tension triphasé de fréquence et d'amplitude voulues). Autrefois, le rotor devait être lancé à la vitesse de synchronisme par un dispositif tierce et la variation de vitesse était impossible à réaliser.

- En mode alternateur (pour les machines à rotor bobiné essentiellement) : avant de connecter la machine synchrone au réseau, il faut lancer le rotor à la vitesse de synchronisme par un moteur annexe, puis en modulant le courant d'induction, amener la fem créée par l'alternateur à la même valeur que la tension du réseau.

**Remarque 2 :** Le problème de ce mode de fonctionnement de la machine synchrone est son instabilité. Les constantes de temps électrique étant beaucoup plus faibles que les constantes de temps mécaniques, le moindre changement rapide de courant statorique entraîne le décrochage du champ magnétique créé par le rotor. Pour cette raison, le moteur synchrone, en pratique, ne peut fonctionner correctement qu'en étant asservi afin de maintenir en permanence les champs statoriques et rotoriques "en phase".

### 5. La machine synchrone à rotor bobiné (MSRB) :

Le stator de même structure qu'un stator de MAS, il est principalement constitué du paquet de fer et du bobinage. Le paquet est constitué de tôles feuilletées afin de minimiser les pertes par courants de Foucault. Des encoches sont réalisées dans le paquet ce qui permet d'y insérer les conducteurs du bobinage. Le rotor est formé de masses polaires autour desquelles sont entourées des bobines d'excitation. Ces masses polaires peuvent être

réalisées en acier massif ou par un empilage de tôles afin de réduire les pertes fer, le flux rotorique est obtenu, donc, grâce aux ampères-tours injectés dans les bobines d'excitation. Lorsque que l'inducteur est bobiné, il est nécessaire de conserver des balais afin de l'alimenter (mais cette fois sans commutation). Les bobines sont alimentées par des courants continus par l'intermédiaire des contacts glissants balais-bagues pour générer le flux magnétique inducteur dans l'entrefer. [29]

On distingue deux types de machines synchrones à rotor bobiné :

- Les machines à pôles saillants
- Les machines à pôles lisses

La machine à pôles lisses a une inductance constante quelle que soit la position du rotor, par contre, la machine à pôles saillants a un entrefer magnétique variable suivant la position des pôles, ce qui entraîne une variation d'inductance [34].

### 5.1. Les machines à pôles saillants

Ces machines possèdent un enroulement inducteur monophasé constitué de bobines enroulées autour de pôles ferromagnétiques et mises en série de façon à assurer l'alternance des pôles. On agit sur la forme de l'épanouissement polaire pour obtenir une répartition, proche d'une sinusoïdale, de l'induction dans l'entrefer. Cette structure est ainsi caractérisée par sa simplicité de réalisation et de maintenance. Pour des raisons mécaniques, elle ne prête généralement qu'à des applications où la vitesse ne dépasse pas 1000 tours par minute. La principale difficulté pour l'étude de ces machines est liée à l'anisotropie géométrique (entrefer variable), et donc magnétique du rotor, qui entraîne une dépendance des différentes mutuelles et de la plupart des inductances à la position  $\theta$  du rotor par rapport au stator. La réaction d'induit varie alors en fonction de l'état de charge de la machine [35].

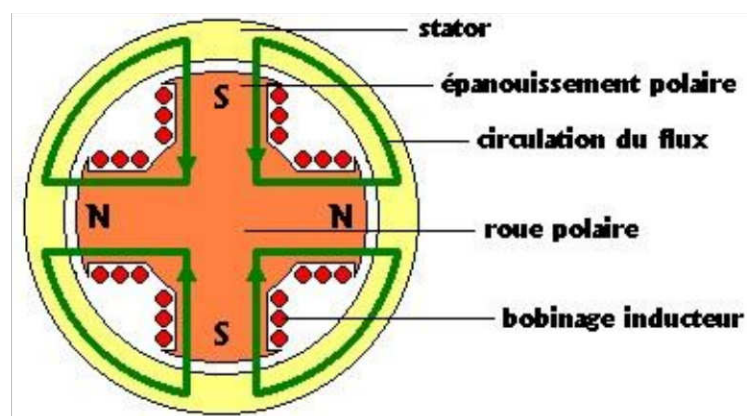


Fig. 2.9 Rotor d'une Machine Synchrone à pôle saillant

### 5.2. Les machines à pôles lisses :

Ce type de machine est souvent utilisé pour des applications de fortes puissances et grande vitesse. Des frettes en acier amagnétique peuvent être utilisées afin de maintenir en place les têtes de bobines. Les machines à pôles lisses sont caractérisées par une distance constante entre les deux parties ferromagnétiques statorique et /ou rotorique le long de la périphérie de l'entrefer ; l'encochage du stator et/ou du rotor est magnétiquement assimilé à un entrefer constant [36].

Le rotor à pôles lisses est utilisé dans les machines synchrones bipolaires ou tétra polaires qui fonctionnent aux vitesses de 3000 ou 1500 tours par minute. Le rotor à pôles saillant ne convient pas pour de telles machines à cause des difficultés que présente la fixation des enroulements d'excitation concentrés en cas du petit nombre de pôles (surtout dans les machines bipolaires). C'est la raison pour laquelle les machines bipolaires et tétra polaires utilisent exclusivement des rotors lisses bien que les rotors à pôles saillants reviennent moins chers [30]. Le courant inducteur est généralement injecté au rotor par l'intermédiaire de bagues sur lesquelles frottent des balais [35].

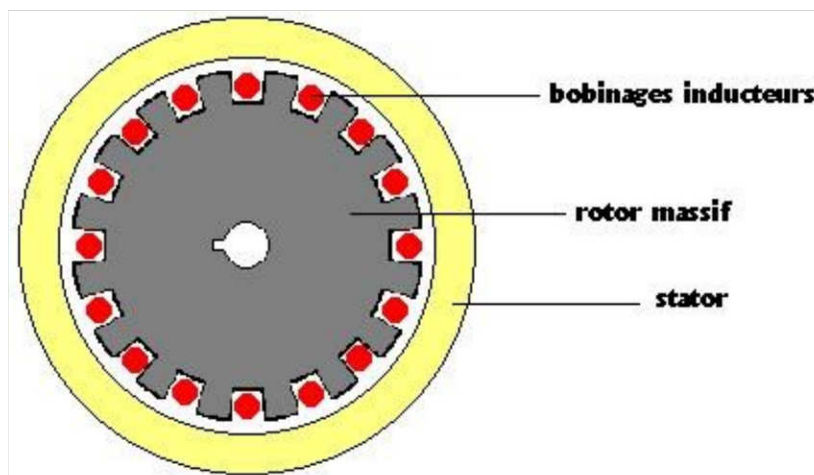


Fig. 2.10 Machine synchrone à rotor bobiné avec rotor à pôle lisse

## 6. Propriétés de la MSRB :

### 6.1. Les avantages de la MSRB

- Excellent rendement ; largement supérieur à celui de tous les autres types de machines.
- Sa vitesse est rigoureusement constante.
- Peut être alimenté à des tensions élevées.

- Fonctionnement en moteur avec un bon facteur de puissance ou en compensateur pour fournir de l'énergie réactive.

### 6.2. Les inconvénients de la MSRB

- La machine peut décrocher dans le cas d'une surcharge brusque ou d'une chute de tension importantes du réseau.
- La machine a besoin d'une génératrice à courant continu pour assurer l'excitation.
- Elle ne peut démarrer qu'à des faibles charges

## 7. La Machine synchrone à réluctance variable

L'historique du développement de la machine synchrone à réluctance variable MSRV est montré sur la figure 2.11. Le principe de réluctance variable pour la production de couple est connu depuis plus de 160 ans. Ainsi le premier moteur à réluctance variable avait un rotor à pôles saillants à dents (figure 2.11a).

Le rapport de saillance  $\frac{L_d}{L_q}$  de ce type de moteur est typiquement de 3 en régime non saturé et 2.5 en régime saturé [37]. À cause du rapport de saillance relativement faible, les performances de ce type de machine sont limitées. Pour améliorer les performances de la machine, il faut passer à d'autres types de configurations de rotor, par exemple avec des barrières de flux (figure 2.11b, 2.11c, 2.11d) [38], [39], [40].

Récemment, la MSRV a eu un regain d'intérêt pour de nombreuses applications dans l'industrie en raison de la simplicité de sa structure, de son haut rendement, de son faible coût de fabrication et d'une grande robustesse en termes de fonctionnement [41], [42]. Le fait que le rotor puisse tourner à très haute vitesse et supporter une température très élevée semble intéressant (comparé à une machine à aimants permanents ou à une machine asynchrone). En revanche, il est nécessaire de développer des méthodes tant au niveau de la conception qu'au niveau de la commande pour réduire le bruit sonore (un défaut majeur) et augmenter l'efficacité de la machine. Les applications actuelles de la MSRV se situent dans les domaines de l'industrie textile, des machines-outils, et dans les applications à vitesses de rotation élevées.

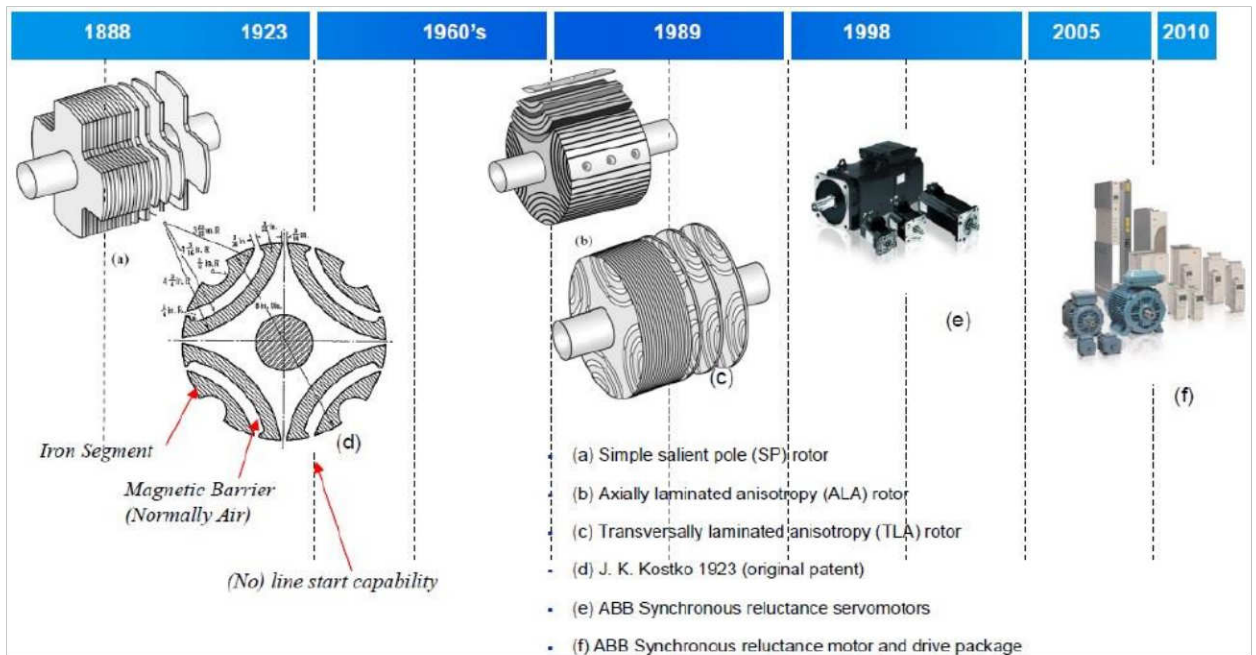


Fig. 2.11 Historique du développement de la MSR [43]

### 7.1. Les avantages de la MSR

La figure 2.12 représente une vue en coupe transversale d'un rotor de MSR à barrières de flux. Typiquement, son stator est identique à celui d'un moteur à courant alternatif classique. Il est alimenté par un réseau triphasé ou par l'intermédiaire d'un variateur de vitesse. Le couple électromagnétique de la MSR se compose uniquement du couple de réluctance.



Fig. 2.12 Coupe transversale d'un rotor de MSR à barrières de flux [43]

Ainsi le rotor est construit de manière à ce que le rapport entre l'inductance dans l'axe direct et l'axe en quadrature ( $L_d - L_q$ ) soit le plus important possible. Il en est de même pour le facteur de puissance : plus le rapport  $L_d/L_q$  est élevé meilleur est le facteur de puissance. L'obtention d'un rapport  $L_d/L_q$  élevé induit des contraintes au niveau de la fabrication qui se répercutent négativement sur le coût [44]. Nous mentionnons aussi une grande tolérance aux pannes pour les machines ne possédant pas d'aimants permanents ; en cas de court-circuit le courant de défaut est limité.

### 7.2. Les inconvénients de la MSRV

Malgré les avantages mentionnés ci-dessus, la MSRV présente certains inconvénients importants qui sont résumés ci-dessous [45] :

- Faible facteur de puissance (0,55 - 0,7).
- Ondulation du couple plus grande que sur une machine BLDC.

Développer des méthodes d'optimisation au niveau de la conception et de la commande afin d'augmenter des performances de la MSRV reste un sujet d'actualité.

## 8. La Machine synchrone à aimant permanent (MSAP)

Au début du XXI<sup>e</sup> siècle, le moteur synchrone à aimant permanent semble promis à un bel avenir. Grâce aux aimants permanents qui produisent une densité magnétique élevée, on peut construire des moteurs synchrones plus compacts et plus légers que des moteurs asynchrones de même puissance [46], présentant des couples et des puissances massives avec des rendements élevés. Ils ont pu trouver leur essor en traction électrique par le développement des aimants en terres rares frittées consolidées par des fibres. Leur prix de revient est cependant plus élevé que celui des moteurs asynchrones.

Dans les machines synchrones à aimant permanent, les aimants sont aussi situés sur la partie tournante. Le stator est constitué d'un enroulement triphasé distribué sinusoïdalement. Son fonctionnement est basé sur le principe de rotation du champ magnétique en synchronisme avec le rotor ; d'où le nom de machine synchrone à aimants permanents. Dans la plupart des applications, un onduleur est nécessaire pour avoir une alimentation avec une tension et une fréquence variable. Dans ces systèmes le champ tournant rotorique peut être gardé en synchronisme avec la sortie de l'onduleur pour une vitesse allant de zéro à sa vitesse maximale [47].

## 9. Les Aimants Permanents :

Un aimant permanent est un matériau magnétique dur (ferromagnétique) qui a la particularité d'avoir une bonne résistance à la désaimantation (conserver à la température d'utilisation leur aimantation), c'est-à-dire une aimantation rigide qui ne varie pas obligatoirement en présence d'un champ magnétique extérieur [48].

Le choix des aimants permanents est essentiel puisqu'ils interviennent pour beaucoup dans le couple massique de la machine électrique. Les matériaux utilisés pour leurs propriétés magnétiques se classent en fonction de leur largeur de cycle d'hystérésis (figure 2.13) et forment deux grandes familles. La première est celle des matériaux magnétiques durs (à large cycle), appelés communément « aimants permanents » car leur aimantation ne varie pas sous l'effet d'un champ magnétique extérieur. La seconde est celle des matériaux magnétiques dits « doux » qui ne manifestent de propriétés magnétiques qu'en présence d'une excitation externe.

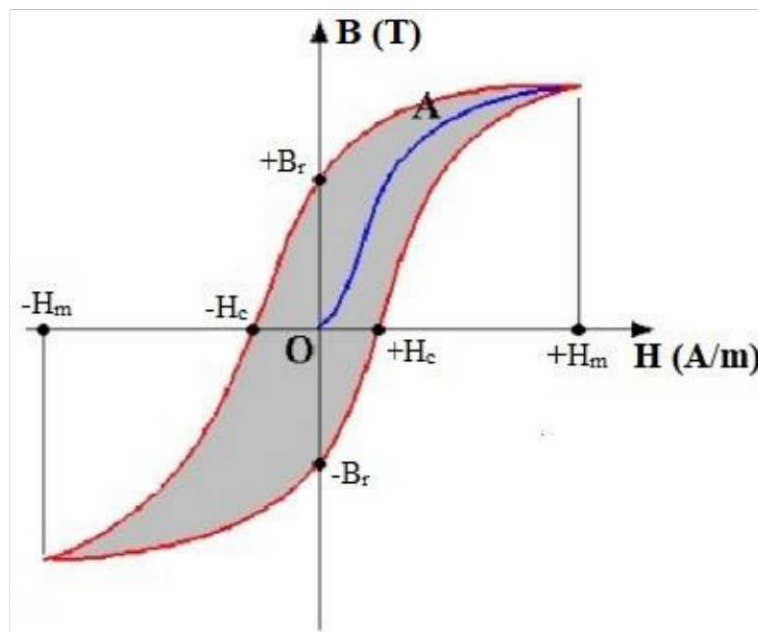


Fig. 2.13 Cycle d'hystérésis

### 9.1. Caractéristiques générales des aimants permanents

Les aimants sont principalement caractérisés par leurs cycles d'hystérésis et plus particulièrement par la courbe de désaimantation, l'état de fonctionnement se situe dans le deuxième quadrant du plan  $B-H$  de son cycle d'hystérésis (figure 2.14).

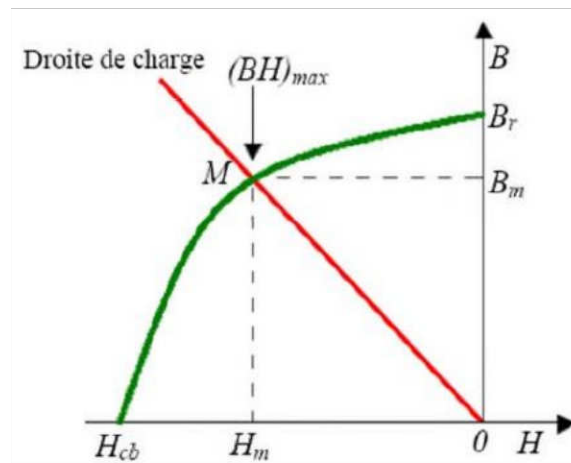


Fig 2.14 Courbe de désaimantation

Les aimants permanents sont caractérisés par plusieurs paramètres qui sont déterminants pour les applications industrielles. Ces paramètres sont :

- L'induction résiduelle (ou rémanente),  $B_r$ , qui indique la puissance potentielle de l'aimant et détermine la section normale nécessaire au passage de flux utile pour le maintien du flux d'entrefer.
- le champ coercitif,  $H_c$ , représentant le champ magnétisant capable d'annuler l'induction résiduelle et, dont la valeur est d'autant plus élevée que l'aimant est plus stable.
- le produit d'énergie  $(B.H)_{max}$  : valeur énergétique de l'aimant par unité de volume. En plus des propriétés magnétiques, il est indispensable de connaître les propriétés mécaniques et physico-chimiques, le prix ainsi que le point de Curie (température au-delà de laquelle l'aimant perd ses propriétés magnétiques).
- les valeurs  $H_m$  et  $B_m$  du point de fonctionnement optimal  $M$  correspondant à  $(B.H)_{max}$

## 9.2. Variété de matériaux pour aimants permanents

Il existe une grande variété de matériaux pour aimants permanents, dont les propriétés et les applications sont diverses. On peut les classer en fonction de ces paramètres :

- **Les AlNiCo** : sont des aimants permanents réalisés à partir d'un alliage Aluminium-Nickel-Cobalt. Ils sont caractérisés par une induction rémanente élevée et un champ coercitif faible ; ils sont donc de caractéristiques énergétiques médiocres. En effet, de part leur composition métallique ils sont le siège de pertes fer, et le procédé de

fabrication induit une direction privilégiée de l'aimantation, qui est celle de la plus grande longueur. Actuellement, en raison de leur basse qualité, ils ne sont presque plus utilisés.

- **Les Ferrites** : sont des aimants permanents, formés de matériaux de la famille des céramiques et donc électriquement non-conducteurs et quasiment ferromagnétiques, ils sont des composés d'oxyde de fer, de baryum et de strontium, obtenus par frittage. Suivant la composition et le mode de fabrication, on obtient les propriétés suivantes :  $B_r$  de 0.2 à 0.4 T,  $H_{cj}$  de 140 à 300 A/m et  $(B.H)_{max}$  de 10 à 40 KJ/m<sup>3</sup>. Caractérisés par une faible induction rémanente et un champ coercitif élevé, ces aimants possèdent des performances modestes mais se sont imposés dans de très nombreuses applications en raison de leur rapport densité d'énergie - prix de revient et d'une rigidité magnétique élevée permettant de les utiliser dans les machines. En raison de la faible valeur d'aimantation rémanente, il faut cependant recourir à des structures complexes de machines, à concentration de flux, pour atteindre des couples massiques et volumiques élevés.
- **Les Alliages métaux - terres rares** : ils sont, actuellement, les plus performants des aimants permanents utilisés dans la construction des machines synchrones. La version la plus courante est l'alliage Samarium-Cobalt, caractérisé par une induction rémanente et un champ coercitif élevés. À taille égale, la densité d'énergie emmagasinée dans l'aimant est trois fois plus grande que celle des Alnico et six fois plus que celle des ferrites, réduisant ainsi de façon considérable le volume du rotor, ce qui permet donc d'augmenter le couple massique de la machine et de réduire son inertie, ils autorisent une température de fonctionnement élevée (jusqu'à 300°C),. Leur prix est cependant élevé en raison notamment de la présence du cobalt dans leur composition.
- **Les Néodyme-Fer-Bore (Nd-Fe-B)** ont des performances supérieures aux Samarium-Cobalt et sont beaucoup moins coûteux mais leur tenue à la température est moins bonne (jusqu'à 160°C).

Il faut souligner que les aimants permanents utilisés dans les machines électriques présentent une très grande rigidité magnétique (associée à une perméabilité magnétique dynamique proche de la perméabilité de l'air :  $\mu_0$ ) qui garantit une grande résistance à la

désaimantation nécessaire pour les fonctionnements démagnétisant dans les machines. La figure 2.15 donne les courbes de désaimantation des principaux types d'aimants.

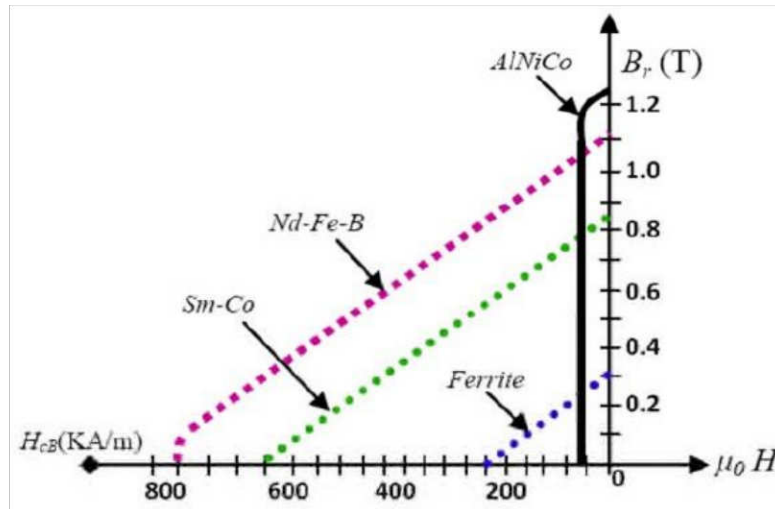


Fig 2.15 Courbes de désaimantation des principaux types d'aimants

Le choix de l'aimant est effectué en fonction de caractéristiques recherchées et du prix de l'aimant qui est très variable. Quelques propriétés magnétiques des différents types d'aimants sont données dans le tableau 2.1 ci-dessous.

Type d'aimants	Densité d'énergie $(BH)_{\max}$ (kJ/m <sup>3</sup> )	Induction rémanente $B_r$ (T) à 25°C	Champ coercitif $-H_c$ (kA/m)	Température $T_{\max}$ (°C)
NdFeB	200 – 380	1.2 – 1.5	900 – 2000	140 – 220
Sm Co <sub>5</sub>	140 – 200	1	2000	280
Sm <sub>2</sub> Co <sub>17</sub>	180 – 240	1.05	2000	350 – 550
AlNiCo	50 – 85	1.1 – 1.3	130	550
Ferrites strontium	27- 35	0.3 – 0.4	250	250
Ferrites baryum	8 - 30	0.2 – 0.4	170	100 - 240

Tableau 2.1 : Exemples de propriétés magnétiques des aimants.

### 10. Rotors de la MSAP

Les MSAP peuvent être construites avec plusieurs configurations rotoriques. Leur classification globale en termes de placement des aimants est le suivant :

- Aimants en surface
- Aimants insérés
- Aimants enterrés
- Aimants à concentration de flux.

#### 10.1. Aimants en surface :

Pour ces types de machines, les aimants sont placés sur la surface du rotor ; ils sont aimantés radialement, comme montré sur la figure 2.16. Cette configuration du rotor est la plus utilisée. Le principal avantage de ce type est sa simplicité donc faible coût de fabrication par rapport à d'autres machines à aimants. L'inconvénient est l'exposition des aimants permanents aux champs démagnétisant. De plus, les aimants sont soumis à des forces centrifuges qui peuvent causer leur détachement du rotor. Parfois, un cylindre externe non ferromagnétique de haute conductivité est utilisé. Ce cylindre peut en plus fournir un couple de démarrage asynchrone et agir comme un amortisseur. Les réactances synchrones de l'axe  $-d$  et l'axe  $-q$  sont pratiquement les mêmes. Ces machines sont caractérisées par un très faible taux de saillance ( $L_d \approx L_q$ ), et en raison de la très faible perméabilité relative des aimants terre rare utilisés ; ces machines présentent des inductances synchrones plus faibles que celles d'une machine synchrone à rotor bobiné.

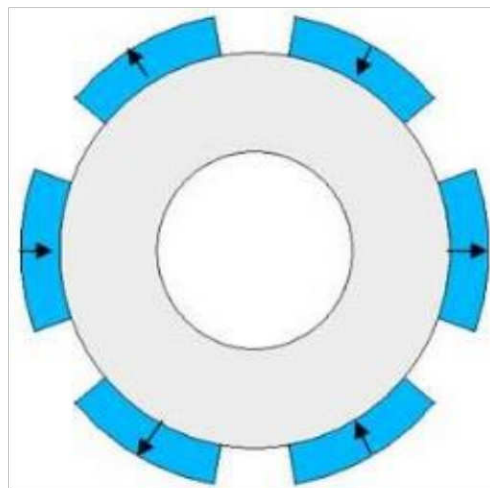


Fig 2-16 Aimants en surface

#### 10.2. Aimants insérés :

Comme des machines avec aimants en surface, les aimants du type insérés sont aussi montés sur la surface du rotor, Toutefois, les ouvertures entre les aimants permanents sont

partiellement remplies avec le fer, comme montré sur la figure 2.17. Le fer entre les aimants permanents crée une saillance et donne un couple réactant en plus du couple des aimants. La réactance synchrone de l'axe – q est légèrement supérieure à celle dans l'axe – d.

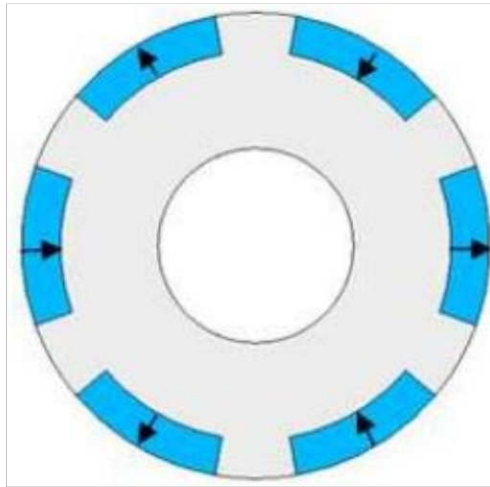


Fig 2.17 Aimants insérés

### 10.3. Aimants enterrés :

Les machines à aimants enterrés sont des machines avec des aimants intégrés dans le rotor et aimantés radialement (Figure 2.18). Du fait que la surface du pôle magnétique est plus petite que celle du rotor, l'induction dans l'entrefer est plus faible que l'induction dans l'aimant. La réactance synchrone dans l'axe – d est plus petite que celle de l'axe – q. Les aimants de cette configuration sont très bien protégés contre les forces centrifuges. Cette configuration du rotor est recommandée pour les applications à grandes vitesses. Ces machines présentent des inductances  $L_d$  et  $L_q$  plus élevées que celles des machines à aimants montés en surface et le coefficient de saillance supérieur à l'unité ( $L_d/L_q > 1$ )

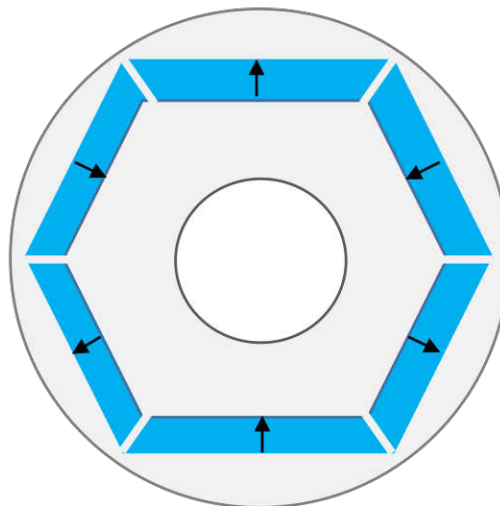


Fig 2.18 Aimants enterrés

### 10.4. Aimants à concentration de flux :

Une autre façon de placer les aimants permanents dans le rotor et de les enterrer profondément à l'intérieur du rotor. Ici, les aimants sont aimantés dans le sens de la circonférence figure 2.19. Les pôles magnétiques se forment alors au niveau des parties ferromagnétiques du rotor par concentration de flux provenant des aimants permanents. L'avantage de cette configuration par rapport aux autres est la possibilité de concentrer le flux générés par les aimants permanents dans le rotor et d'obtenir ainsi une induction plus forte dans l'entrefer. Comme les machines à aimants intérieurs, les aimants permanents de cette dernière sont aussi bien protégés contre la désaimantation et les contraintes mécaniques.

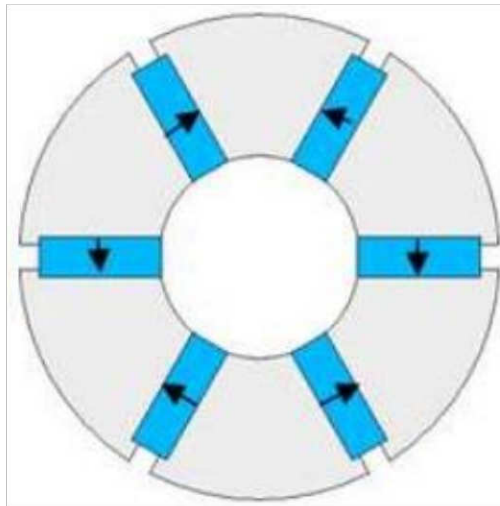


Fig 2.19 Aimants à concentration de flux

## 11. Propriétés de la MSAP

Avant d'aborder les applications de la machine synchrone à aimants permanents, il est utile de signaler ses avantages et ses inconvénients par comparaison aux autres moteurs.

### 11.1. Avantages de la MSAP:

- À puissance nominale, le rendement d'un moteur synchrone est élevé par rapport à un moteur asynchrone ;
- La vitesse d'un moteur synchrone demeure rigoureusement constante, même si la tension d'alimentation ou la charge qu'il entraîne subissent des variations ;

- Le couple d'un moteur synchrone est proportionnel à la tension d'alimentation et non pas au carré de celle-ci, donc cet actionneur peut mieux supporter une baisse temporaire de la tension d'alimentation sans décrocher ;
- Contrairement à un moteur asynchrone qui est un peu encombrant et couteux à basses vitesses, l'emploi du moteur synchrone à ces vitesses devient particulièrement très avantageux, car, quelle que soit la vitesse, son facteur de puissance avoisine l'unité ;
- À des vitesses lentes, un moteur synchrone est plus léger et moins cher qu'un moteur asynchrone de même puissance tournant à la même vitesse ;
- Puissance massiques élevée ;
- Et augmentation de la constante thermique et de la fiabilité, à cause de l'absence du cuivre et de contacts bagues-balais au niveau de l'inducteur dans ces moteurs.

### 11.2. Inconvénients de la MSAP :

- En contrepartie, lorsque le réseau est exposé à des interruptions de service de très courte durée (de l'ordre d'une seconde), le moteur asynchrone peut continuer à fonctionner alors que le moteur synchrone décroche et s'arrête, ce qui nécessite une surveillance particulière avec l'utilisation des dispositifs de sécurité ;
- Construction plus compliquée du moteur synchrone et par conséquent son prix est particulièrement élevé ;

## 12. Applications des machines synchrones à aimants permanents

La machine synchrone à aimant est employée dans des nombreuses applications :

1. Les véhicules électriques ;
2. Les processus d'automatisation ;
3. Les systèmes de sécurité (exemple : portails automatiques) ;
4. Les ascenseurs ;
5. Les escaliers mécaniques ;

### 13. Conclusion

Les différents types de machines proposées dans les paragraphes précédents ne sont pas exhaustifs. Nous avons choisi de se limiter aux machines synchrones à rotor bobiné MSRB, à réluctance variable MSRV, et les machines synchrones à aimants permanents MSAP car ce sont des machines très répandues actuellement dans le secteur industriel et qui ont fait le sujet de la présente thèse, en particulier la MSAP. Le chapitre suivant sera consacré à la modélisation à l'aide du logiciel FEMM (Finite Element Method Magnetic).

# Chapitre III

---

## Méthode des éléments finis

### SOMMAIRE

---

1. Introduction .....	34
2. Modélisation électromagnétique de la MSAP .....	34
2.1. Equations de Maxwell .....	35
3. Conditions aux limites .....	39
3.1. Condition de Dirichlet .....	39
3.2. Condition de Neumann .....	39
4. Discrétisation par la méthode des éléments finis .....	39
4.1. Principe de la méthode .....	40
4.2. Démarche générale .....	41
4.3. Maillage .....	41
4.4. Interpolation des fonctions .....	43
4.5. Formulations intégrales .....	44
4.6. Matrice de rigidité .....	45
5. Modèle éléments finis .....	47
6. Création de la géométrie .....	48
6.1. Création des matériaux .....	49
6.2. Conditions aux limites .....	50
6.3. Discrétisation de la géométrie : Le maillage .....	51
6.4. Calcul et résultats .....	52
7. Conclusion .....	54

---

### 1. Introduction :

Lorsqu'il s'agit de déterminer les paramètres (couple, vitesse, courant...) d'une machine synchrone à aimant permanent en situation de fonctionnement réel, les hypothèses du modèle simplifié sont souvent mise en défaut. Le modèle triphasé représente le comportement électrique, il néglige les phénomènes magnétiques ou électriques tels que les courants de Foucault, la saturation magnétique et l'effet de la géométrie complexes (encoches, entrefer...). Dans ces conditions les approches numériques basées sur les méthodes des éléments finis en 2D et 3D restent à ce jour les plus fiables en prenant en compte la géométrie réelle de la machine et les non linéarité des matériaux. La considération du comportement électromagnétique local de la machine permet d'avoir une modélisation plus précise. La solution numérique des équations de Maxwell régissant le comportement des champs électromagnétiques et la prise en considération des équations électriques représentant le circuit d'alimentation de la machine, permet de réduire les simplifications faites dans les modèles classiques et ainsi d'avoir un modèle plus proche de la machine réelle.

### 2. Modélisation électromagnétiques de la MSAP

Grâce à l'évolution en puissance de calcul et capacité des ordinateurs, La modélisation des dispositifs électromagnétiques est de plus en plus faite à l'aide des méthodes numériques [49], [50], [51]. Ces méthodes numériques permettent en effet de décrire de manière précise le fonctionnement de ces dispositifs ou interviennent des phénomènes complexes comme les courants induits, les mouvements ou l'interaction avec le circuit électrique extérieur.

Dans des travaux sur le calcul numérique des champs magnétiques, les sources des champs (courants en particulier) sont supposées connues [52]. Mais ce n'est pas toujours le cas, en particulier lorsque la machine est alimentée par un circuit extérieur que l'on désire prendre en compte.

Par ailleurs le mouvement peut être inséré dans les équations du champ au moyen d'un terme en  $\vec{V} \wedge \vec{B}$  où  $\vec{V}$  est la vitesse et  $\vec{B}$  l'induction magnétique [52-59]. Cependant cette méthode n'est applicable que si les parties mobiles conductrices sont invariantes dans le sens du mouvement. Si l'on cherche une modélisation plus générale des machines électriques, il faut faire appel à la résolution simultanée des équations du champ dans la

structure magnétique et des équations du circuit extérieure d'alimentation [60-62]. Cette technique consiste à résoudre en pas à pas dans le temps, l'ensemble des équations aux dérivées partielles du champ électromagnétique et des équations intégral-différentielles des circuits électriques. La prise en compte des mouvements peut être alors effectuée en écrivant les équations du champ dans deux référentiels distincts respectivement liés à la partie fixe et à la partie mobile. La liaison entre ces deux référentiels est alors dans l'entrefer, régions magnétiques, sans source et non conductrice [58], [63].

### 2.1. Equations de Maxwell

Tous les phénomènes électromagnétiques que nous voulons généralement étudier au sein des dispositifs électrotechniques classiques sont régis par les quatre équations aux dérivées partielles de Maxwell et par les trois relations du milieu considéré [49], [57].

Les équations de Maxwell, qui régissent l'ensemble des phénomènes des grandeurs électromagnétiques, pourront être exprimées sous la forme différentielle suivante [49], [50], [57], [60] :

Loi de Faraday :

$$\overrightarrow{Rot}(\vec{E}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (3.1)$$

Loi d'Ampère :

$$\overrightarrow{Rot}(\vec{H}) = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (3.2)$$

Induction à divergence nulle :

$$div(\vec{B}) = 0 \quad (3.3)$$

Loi de Gauss :

$$div(\vec{D}) = \rho \quad (3.4)$$

$$div(\vec{J}) = \vec{0} \quad (3.5)$$

Où :

t : temps

$\vec{E}$  : Champ électrique (V/m)

$\vec{H}$  : Champ magnétique (A/m)

$\vec{D}$  : Induction électrique ou déplacement électrique (C/m<sup>2</sup>)

$\vec{B}$  : Induction magnétique (T)

$\rho$  : Densité de charge électrique volumique (C/m<sup>3</sup>)

$\vec{j}$  : Densité du courant électrique (A/m<sup>2</sup>)

Les fréquences ou les vitesses mises en jeu étant faibles, cela nous permet de négliger les courants de déplacement, si bien que l'équation (3.2) devient pratiquement :

$$\overline{Rot}(\vec{H}) = \vec{j} \quad (3.6)$$

Aux équations de Maxwell, on associe les lois régissant les milieux qu'on appelle aussi les relations constitutives des matériaux, on supposera dans notre étude que les matériaux sont isotropes.

$$\vec{B} = \mu\vec{H} + \vec{B}_r \quad (3.7)$$

$$\vec{D} = \varepsilon\vec{E} \quad (3.8)$$

$$\vec{j} = \sigma\vec{E} \quad (3.9)$$

Où :

$\vec{B}_r$  : Induction magnétique rémanente (T)

$\mu$  : Perméabilité magnétique (H/m)

$\varepsilon$  : Permittivité électrique (F/m)

$\vec{j}$  : Densité du courant électrique (A/m<sup>2</sup>)

$\sigma$  : Conductivité électrique (S/m)

Si  $\vec{B}_r$  est supposée nulle, la relation (3.7) devient donc :

$$\vec{B} = \mu\vec{H} \quad (3.10)$$

Ces équations décrivent globalement tous les phénomènes électromagnétiques, mais la prise en compte de toutes ces équations pour une résolution complète est très difficile, de

plus suivant les dispositifs étudiés, certains phénomènes deviennent négligeables, les équations se découplent alors en donnant naissance à des modèles plus simples.

Il existe plusieurs modèles traduisant des équations de Maxwell. Il s'agit des modèles électrostatique, électrocinétique, magnétostatique (scalaire et vectoriel) et magnétodynamique. D'après la littérature [64] et dans le cas de l'étude de la MSAP, les modèles magnétostatique et magnétique transitoires sont tout à fait adéquats.

Puisque les sources d'alimentations sont variables, le terme  $\partial \vec{B} / \partial t$  dans l'équation (3.1) n'est pas nul, les champs électriques et magnétiques sont alors couplés par la présence des courants induits (Courants de Foucault).

Pour représenter l'état électromagnétique en un point, on doit alors recourir simultanément au potentiel vecteur magnétique  $\vec{A}$  et au potentiel scalaire électrique  $V$ .

D'après l'équation (3.3) on peut dire qu'il existe un potentiel vecteur magnétique  $\vec{A}$ , tel que :

$$\vec{B} = \text{Rot}(\vec{A}) \quad (3.11)$$

Pour qu'il soit totalement défini, il faut également fixer la valeur de sa divergence, on ajoute alors la condition :

$$\text{div}(\vec{A}) = 0 \quad (\text{Jauge de coulomb}) \quad (3.12)$$

À partir des relations (3.1) et (3.11), nous pouvons écrire :

$$\vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = -\overrightarrow{\text{grad}}(V) = 0$$

D'où :

$$\vec{E} = -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \overrightarrow{\text{grad}}(V) \quad (3.13)$$

Où :

«  $V$  » représente le potentiel scalaire électrique.

D'après les relations (3.9) et (3.13) on peut écrire :

$$\vec{j} = -\sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \sigma \overrightarrow{\text{grad}}(V) \quad (3.14)$$

En combinant les relations (3.2), (3.6), (3.11) et (3.14), nous obtenons l'équation suivante :

$$\overrightarrow{Rot}(v\overrightarrow{Rot}\vec{A}) = \sigma \left( -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \sigma \overrightarrow{grad}(V) \right) \quad (3.15)$$

$v$  : représente la réductivité magnétique.

Le caractère dynamique du phénomène se traduit par la variation du potentiel vecteur par rapport au temps.

$$\vec{A} = A_z(x, y)\vec{k} \quad \text{et} \quad \vec{J} = J_z(x, y)\vec{k} \quad (3.16)$$

Où  $k$  est le vecteur unitaire dans l'axe  $z$ .

Coordonnées cartésiennes :

$$\overrightarrow{Rot}(\vec{A}) = \begin{bmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & 0 & A_z \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

Où  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  sont les vecteurs unitaires dans le système cartésien suivant  $ox, oy, oz$ .

Après développement on obtient :

$$\overrightarrow{Rot}(\vec{A}) = \frac{\partial A_z}{\partial y} \vec{i} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \vec{j} \quad (3.18)$$

La combinaison entre l'équation (3.5) et (3.14) nous donne ;

$$\text{div} \left( \sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) + \overrightarrow{div} \left( \sigma \frac{\partial V}{\partial z} \right) = \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial V}{\partial t} \right) = 0 \quad (3.19)$$

Ce qui montre que la jauge de coulomb (3.16) est satisfait, car par définition on a :

$$\left( \frac{\partial \vec{A}}{\partial z} \right) = 0$$

Dans ces conditions, on projette les équations sur les axes ( $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ ) :

$$-\frac{\partial}{\partial x} \left( v \frac{\partial \vec{A}}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left( v \frac{\partial \vec{A}}{\partial y} \right) + \sigma \left( \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) + \sigma \left( \frac{\partial V}{\partial t} \right) = 0 \quad (3.20)$$

Pour pouvoir résoudre l'équation (3.20) il faut prendre en compte les conditions aux frontières du domaine d'étude.

### 3. Conditions aux limites

L'équation (3.15) avec les conditions aux limites permet la détermination du potentiel vecteur local «  $\vec{A}$  » dans son domaine de résolution. Généralement les conditions aux limites peuvent être de types suivants [65] :

#### 3.1. Condition de Dirichlet

La valeur du vecteur potentiel est imposée à la surface du domaine de résolution S :

$$A/s = A_0 \quad (3.21)$$

(s : surface)

À titre d'exemple lorsque le problème possède une géométrie symétrique et les sources sont disposées de manière antisymétrique, on a une condition naturelle de Dirichlet  $A = 0$  sur la symétrie.

#### 3.2. Condition de Neumann

La dérivée du vecteur potentiel par rapport à la normale à la surface s est imposée :

$$\frac{\partial A}{\partial n}|_s = 0 \quad (3.22)$$

(n : normale)

Cette condition est utilisée pour des problèmes qui possèdent une symétrie géométrique et physique. De plus, le dispositif électromagnétique présente des symétries ou des conditions de fonctionnement périodique ou anti-périodique, une réduction du domaine d'étude peut être effectuée.

### 4. Discrétisation par la méthode des éléments finis

En analyse numérique, la méthode des éléments finis (MEF, ou FEM pour Finite Element Method en anglais) est utilisée pour résoudre numériquement des équations aux dérivées partielles. Celles-ci peuvent par exemple représenter analytiquement le comportement dynamique de certains systèmes physiques (mécaniques, thermodynamiques, acoustiques, etc.). Concrètement, cela permet par exemple de calculer numériquement le comportement d'objets même très complexes, à condition qu'ils soient continus et décrits par une équation aux dérivées partielles linéaire : mouvement d'une corde

secouée par l'un de ses bouts, comportement d'un fluide arrivant à grande vitesse sur un obstacle, déformation d'une structure métallique, etc. [66]

La méthode des éléments finis est une manière numérique de résoudre certains des problèmes de physique. C'est une méthode qui permet de déterminer une solution approchée sur un domaine spatial, c'est-à-dire qui permet de calculer un champ (de scalaires, de vecteurs, de tenseurs) qui correspond à certaines équations et à certaines conditions imposées. La méthode consiste à découper le domaine spatial en petits éléments, également appelés mailles, et à rechercher une formulation simplifiée du problème sur chaque élément, c'est-à-dire à transformer le système d'équations quelconque en un système d'équations linéaires. Chaque système d'équations linéaires peut se représenter par une matrice. Les systèmes d'équations pour tous les éléments sont ensuite rassemblés, ce qui forme une grande matrice ; la résolution de ce système global donne la solution approchée au problème.

### 4.1. Principe de la méthode

Un certain nombre de problèmes physiques sont décrits par des équations aux dérivées partielles (ÉDP) sur un domaine spatial, un volume. Il s'agit d'une généralisation des équations différentielles aux fonctions de plusieurs variables. Par exemple, si l'on a une fonction de trois variables  $f(x_1, x_2, x_3)$ , l'équation suivante :

$$a_1 \frac{\partial f}{\partial x_1} + a_2 \frac{\partial f}{\partial x_2} + \frac{\partial f}{\partial x_3} + A = 0 \quad (3.23)$$

est une équation aux dérivées partielles. Cette équation est assortie de conditions aux limites : valeurs de la fonction ou de ses dérivées partielles en certains points.

Notons que :

- la fonction  $f$  peut être une fonction vectorielle,
- l'équation fait souvent intervenir des dérivées secondes  $\partial^2 f / \partial x_i^2$  ou  $\partial^2 f / \partial x_i x_j$  (voire d'ordres plus élevés),
- que les coefficients  $a_i$  et  $A$  ne sont pas nécessairement des constantes mais peuvent être des fonctions

La résolution exacte, analytique, de telles équations devient vite impossible manuellement. Par contre, si l'on découpe le domaine spatial en petites cellules, appelées « éléments finis » (EF), on peut résoudre simplement l'EDP sur chaque élément. [66]

### 4.2. Démarche générale :

La méthode des éléments finis (MEF) consiste donc à :

- découper le modèle spatial en éléments finis : c'est le maillage ;
- écrire une version simplifiée de l'EDP sur chaque élément fini ; notons que les conditions limites d'un élément ne sont pas connues, on ne connaît que les conditions globales ;
- rassembler les expressions des EDP locales pour appliquer les conditions aux limites du problème

On retrouve la démarche générale analyse-synthèse [67]. D'un point de vue pratique, la mise en œuvre de la méthode comporte les étapes suivantes :

**4.2.1. Analyse du problème :** définition de l'objectif du calcul, recherche des zones pouvant poser problème, éventuellement calcul manuel avec un modèle très simplifié pour avoir un ordre de grandeur du résultat.

**4.2.2. Définition du modèle de calcul :** la géométrie du système est dessinée avec un logiciel de dessin assisté par ordinateur (DAO). Si le modèle numérique existe déjà (par exemple pièce dessinée par un bureau d'étude), il faut simplifier la géométrie afin d'avoir un calcul :

- plus rapide (modèle « léger ») ;
- ne présentant pas de singularités : les singularités sont des points particuliers se comportant mal vis-à-vis de l'algorithme de calcul ; en ces point-là, les résultats sont en général éloignés de la réalité.

**4.2.3. Maillage :** découpage du modèle en éléments finis ; il convient de choisir des formes d'éléments adaptés, permettant d'avoir un maillage régulier, et de vérifier la qualité du maillage. Le maillage est fait par l'ordinateur suivant les paramètres définis par l'utilisateur.

**4.2.4. Calcul :** fait par l'ordinateur.

**4.2.5. Affichage des résultats :** vérification de leur cohérence et post-traitement.

### 4.3. Maillage :

Le maillage (meshing en anglais) consiste donc à découper l'espace en petits domaines appelés éléments finis [67]. Dans le cas général, on utilise des éléments volumiques (3D), mais on peut :

- utiliser des éléments surfaciques (2D) si l'épaisseur de la pièce étudiée est petite devant les autres dimensions (typiquement un rapport 1/10) ;
- utiliser des éléments linéiques (1D) si ses dimensions transverses de la pièce étudiée sont petites devant la longueur (typiquement un rapport 1/10).

On utilise plusieurs types d'éléments finis. Dans un premier temps, retenons qu'il y a principalement deux types d'éléments pour les coques et les volumes :

- les éléments carrés (coques) ou cubiques (volumes) : ils permettent un maillage régulier et efficace (on a une bonne précision avec peu d'éléments) ; comme il n'y a pas de raison que les formes soient régulières (en particulier que des côtés/arêtes soient parallèles), on parle plutôt de quadrilatères ou d'hexaèdres ;

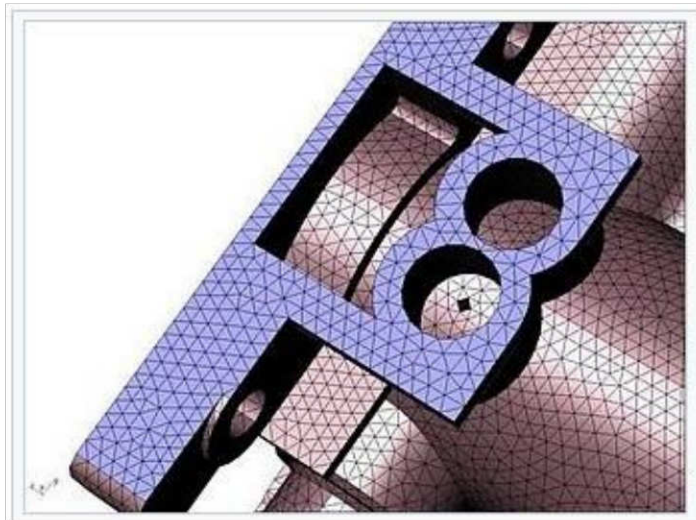


Fig 3.1 Pièce volumique maillée par des tétraèdres

- les éléments triangulaires (coques) ou tétraédriques (volumes) : ils permettent de s'adapter aux formes complexes.

Un élément fini est une maille ; il est défini par ses nœuds, c'est-à-dire les angles pour une figure plane, ou les sommets pour un volume. La MEF consiste à calculer les valeurs de la fonction  $f$  — solution des EDP — aux nœuds ; on ne recherche pas la valeur en tout point de l'espace, mais uniquement en certains points. La MEF est donc une discrétisation du problème.

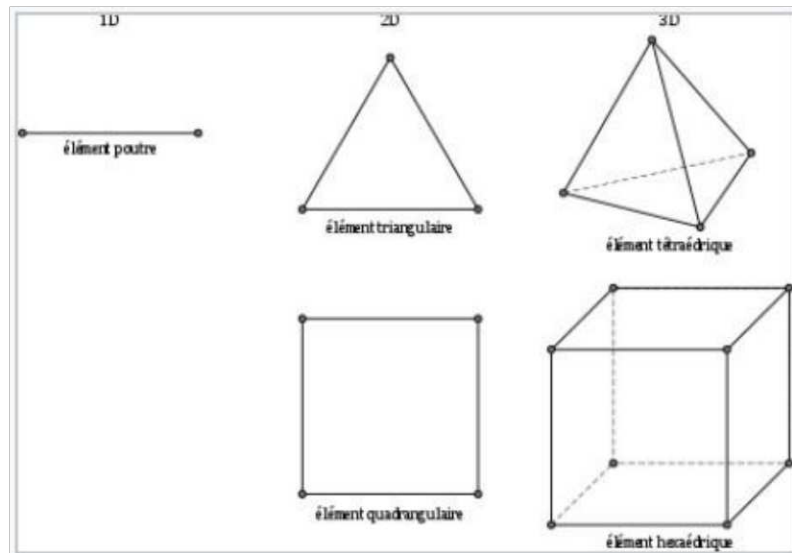


Fig 3.2. Exemples d'éléments finis linéaires

#### 4.4. Interpolation des fonctions :

Donc, on s'intéresse aux valeurs de la fonction  $f$  uniquement aux nœuds du maillage. La valeur aux autres points est ensuite déduite par interpolation polynomiale. Sauf cas exceptionnel, dans une interpolation, plus on s'éloigne des points connus, plus l'écart avec la valeur théorique est important. Donc, plus le maillage est grossier, plus l'erreur commise en dehors des nœuds est grande. [66]

Considérons un élément donné dont les nœuds sont numérotés de 1 à  $n$  ; on note  $f_i$  la valeur de la fonction au nœud  $i$ . Ce sont ces valeurs  $f_i$  que l'on veut déterminer par la MEF. Au sein de l'élément, on remplace donc la fonction par son interpolation, sous la forme :

$$f(x, y, z) \approx \sum_{i=1}^n N_i(x, y, z) \cdot f_i \quad (3.24)$$

où les  $N_i$  sont des fonction qui ne dépendent que de la forme de l'élément fini.

On utilise différents types d'éléments finis ; pour chaque type, on a un élément de référence, qui est l'élément fini dont les coordonnées des nœuds valent 0, 1 ou -1. On peut dire en quelque sorte que l'élément fini réel est l'élément fini de référence déformé et placé dans l'espace. Les fonctions  $N_i$  sont tabulées pour les éléments de référence ; on applique ensuite un changement de repère.

**La MÉF consiste à remplacer la fonction recherchée par son interpolation entre les nœuds. Les fonctions d'interpolation pour les éléments de référence sont connues.**

On écrit souvent cette opération d'interpolation sous la forme d'un produit matriciel : sur un élément fini donné,

$$f(x, y, z) \simeq \begin{pmatrix} N_1(x, y, z) & N_2(x, y, z) & \dots & N_n(x, y, z) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_n \end{pmatrix} \quad (3.25)$$

#### 4.5. Formulations intégrales :

Le système d'ÉDP peut s'écrire :

$$\begin{cases} R_1(f) = 0 \\ R_2(f) = 0 \\ \vdots \\ R_m(f) = 0 \end{cases} \quad (3.26)$$

Les fonctions  $R_i$  étant appelées « résidus ». Pour une fonction  $\psi_i$  arbitraire, dite «fonction de pondération », on a  $\psi_i R_i(f) = 0$  et donc a fortiori

$$W_i = \iiint_V \psi_i R_i(f) dV = 0 \quad (3.27)$$

Ceci constitue la forme intégrale forte. Les fonctions sont notées  $W$  par analogie avec les travaux virtuels. On choisit les fonctions de pondération de manière judicieuse afin de faciliter la résolution ; ce ne sont pas nécessairement des fonctions connues, elles peuvent contenir la fonction  $f$ .

Les ÉDP sont en général d'ordre 2. Les fonctions résidus contiennent donc des termes du type  $\partial^2 f / \partial x^2$ . À une dimension, on peut faire une intégration par parties :

Les ÉDP sont en général d'ordre 2. Les fonctions résidus contiennent donc des termes du type  $\partial^2 f / \partial x^2$ . À une dimension, on peut faire une intégration par parties :

$$\int_{x_1}^{x_2} \psi_i \frac{d^2 f}{dx^2} dx = - \int_{x_1}^{x_2} \frac{d\psi_i}{dx} \cdot \frac{df}{dx} dx + \left[ \psi_i \frac{df}{dx} \right]_{x_1}^{x_2} \quad (3.28)$$

Cette opération permet :

- de faire apparaître les conditions aux limites  $f'(x_1)$  et  $f'(x_2)$  ;

- de diminuer l'ordre de dérivation de 1.

Pour des intégrales de volume, l'équivalent de l'intégration par partie est le théorème de Green :

$$\iiint_v \psi_i \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} dV = - \iiint_v \frac{\partial \psi_i}{\partial x} \cdot \frac{\partial f}{\partial x} dV + \iint_S \psi_i \frac{\partial f}{\partial x} n_x dS \quad (3.29)$$

Où :

$v$  : est le domaine spatial considéré ;

$S$  : est la frontière de ce domaine ;

$n_x$  : est la composante selon  $x$  du vecteur  $\vec{n}$  normal à  $S$  et pointant vers l'extérieur.

Les conditions limites apparaissent dans l'intégrale sur la surface. Lorsque l'on applique le théorème de Green aux fonctions  $W_i$ , on obtient la « forme intégrale faible ».

**La forme intégrale faible permet de diminuer d'un degré l'ordre de dérivation et fait apparaître les conditions aux limites. Le choix de fonctions de pondération  $\psi_i$  judicieuses facilite la résolution.**

#### 4.6. Matrice de rigidité :

La méthode consiste donc à résoudre le système d'équations :

$$\begin{cases} W_1 = 0 \\ W_2 = 0 \\ \vdots \\ W_m = 0 \end{cases} \quad (3.30)$$

les fonctions  $W_i$  étant les formulations intégrales faibles des fonctions résidu pondérées (les fonctions résidu étant les fonctions originales du système d'ÉDP). Sur un élément fini  $j$  donné, on ne travaille pas sur la fonction  $f$  elle-même mais sur son interpolation linéaire

$$f \simeq \sum_k N_k \cdot f_k \quad (3.31)$$

La formulation intégrale faible fait de ce fait intervenir les intégrales des fonctions  $N_k$  qui sont connues. Ainsi, la fonction  $W_i$  est une fonction faisant intervenir (pour simplifier, on reprend la forme à une dimension) :

$$\sum_k f_k \left( - \int_{x_1}^{x_2} \frac{d\psi_i}{dx} \cdot \frac{dN_k}{dx} dx + \left[ \psi_i \frac{dN_k}{dx} \right]_{x_1}^{x_2} \right) \quad (3.32)$$

On obtient ainsi une équation matricielle de la forme :

$$F = K \cdot U \quad (3.33)$$

Où :

- $U$  est le vecteur contenant les valeurs de la fonction solution du système d'équations ( $W_i = 0$ ) aux nœuds de l'élément ( $U$  n'est pas la fonction  $f$ , en raison des fonctions de pondération choisies) ;
- $F$  est le vecteur contenant les valeurs représentant les actions extérieures sur l'élément fini (action des éléments voisins, actions à distance, et conditions limites si l'élément est à la surface) ;
- $k$  représente la loi de comportement de l'élément fini ; ses composantes sont connues et se calculent à partir de la forme de l'élément fini et des propriétés de l'espace (propriétés du matériau si c'est un milieu matériel).

Si l'élément fini a  $n$  degrés de liberté, alors l'équation s'écrit avec les composantes :

$$\begin{pmatrix} F_1 \\ \vdots \\ F_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [K_{11} & \dots & K_{1n}] \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ [K_{n1} & \dots & K_{nn}] \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} U_1 \\ \vdots \\ U_n \end{pmatrix} \quad (3.34)$$

La méthode des éléments finis a d'abord été développée pour la résistance des matériaux. Dans ce domaine,  $F_i$  est une composante d'une force qui s'exerce sur un nœud  $i$  et  $U_i$  est une composante du déplacement d'un nœud. On a un rapport évident avec la loi des ressorts

$$F = k \cdot \Delta l \quad (3.35)$$

Où :  $k$  est la raideur du ressort. De fait, la matrice  $K$  est appelée « **matrice de rigidité.** »

Comme indiqué précédemment, on ne connaît pas les conditions limites pour un élément fini quelconque. On connaît donc la matrice  $K$ , qui est caractéristique de l'ÉF, mais rien sur  $F$  ni sur  $U$ .

Lors de la synthèse, les vecteurs  $F$  locaux sont mis bout-à-bout pour former un vecteur global  $F_g$ , contenant toutes les composantes de tous les EF. De même, les vecteurs locaux  $U$  viennent former un grand vecteur global  $U_g$ , et les matrices de rigidité locales viennent former une matrice globale  $K_g$ . Cette opération est appelée « **expansion-assemblage** ».

On a ainsi un système linéaire de la forme :

$$F_g = k_g \cdot U_g \quad (3.36)$$

qui contient les conditions aux limites (valeurs imposées de  $F_g$  ou  $U_g$ ).

Habituellement, dans une équation matricielle comme celle-ci, soit l'on connaît entièrement  $U_g$  et l'on cherche  $F_g$ , soit l'on connaît entièrement  $F_g$  et l'on cherche  $U_g$ . Ici, c'est différent, puisque certaines composantes de  $U_g$  sont connues et d'autres pas ; et certaines composantes de  $F_g$  sont connues et d'autres sont inconnues.

Par exemple, en résistance des matériaux, au niveau des appuis, les déplacements  $U$  sont imposés (égaux à 0), et les actions des appuis  $F$  (forces) sont inconnues. Aux points d'application des forces de contact, les actions  $F$  sont connues mais pas les déplacements  $U$ . Mais on se retrouve globalement à résoudre un système linéaire. La MÉF fait donc une linéarisation du problème.

### 5. Modèle éléments finis

La méthode des éléments finis est utilisée pour résoudre numériquement des équations aux dérivées partielles dont on cherche une solution approchée fiable. Dans notre cas, celles-ci représentent le comportement physique d'un moteur électrique. Cette méthode numérique résout de manière discrète des équations différentielles. Il est nécessaire de donner pourtant des conditions aux bords permettant d'assurer existence et l'unicité d'une solution. Les résultats du modèle numérique vont servir à valider le modèle analytique, lequel sera expliqué au chapitre suivant. À partir de la courbe d'induction à l'entrefer, tout d'abord de l'approche numérique et puis du modèle analytique, nous pourrons savoir si les résultats de celui dernier sont fiables.

D'abord on commence par la définition de la géométrie. Nous réalisons un maillage du domaine, ce maillage permet de définir une discrétisation du domaine en éléments finis. On choisit le type et la taille des éléments à utiliser pour mailler cette géométrie. Avec les propriétés des matériaux ainsi entrés et les conditions de contour établies, le logiciel peut commencer l'analyse.

Les paramètres géométriques de la machine sont indiqués dans le tableau 3.1.

Tableau 3.1 Paramètres géométriques de la machine

Diamètre extérieur	60 mm
Diamètre intérieur du stator	40 mm
Diamètre extérieur du rotor	39.619 mm
Nombre d'aimants par pôle	01
Nombre de paires de pôles	02
Nombre d'encoches	36
Nombre de conducteurs en série par phase	156
Résistance statorique	0.378 $\Omega$
Puissance	990 W
Tension nominale	60 V
Courant nominal	5.5 A
Vitesse nominale	1500 tr/mn

### 6. Création de la géométrie

Le moteur synchrone à aimants permanents est décrit dans le logiciel à l'aide de points, de segments de droites et d'arcs en incluant toutes les parties (arbre du rotor, matériau amagnétique du rotor, tôle du rotor, aimants, entrefer, bobinage du stator, tôle du stator) comme l'indique la figure 3.3. Un enchaînement de procédures a été suivi pour réaliser cette étape :

- création d'un système de coordonnées (définition du centre du système, type de coordonnées de système, validation du système).
- insertion et identification des points suivant le type de coordonnées du système.
- création et identifications des segments et arcs.
- création et identifications des différentes faces (réelles, virtuelles). Pour pouvoir créer une face réelle, il faut connecter tous les segments et arcs qui la composent.

La géométrie du premier quadrant de notre machine est ainsi créée. De cette façon, on a utilisé la symétrie pour réduire la portion du modèle numérique à calculer.

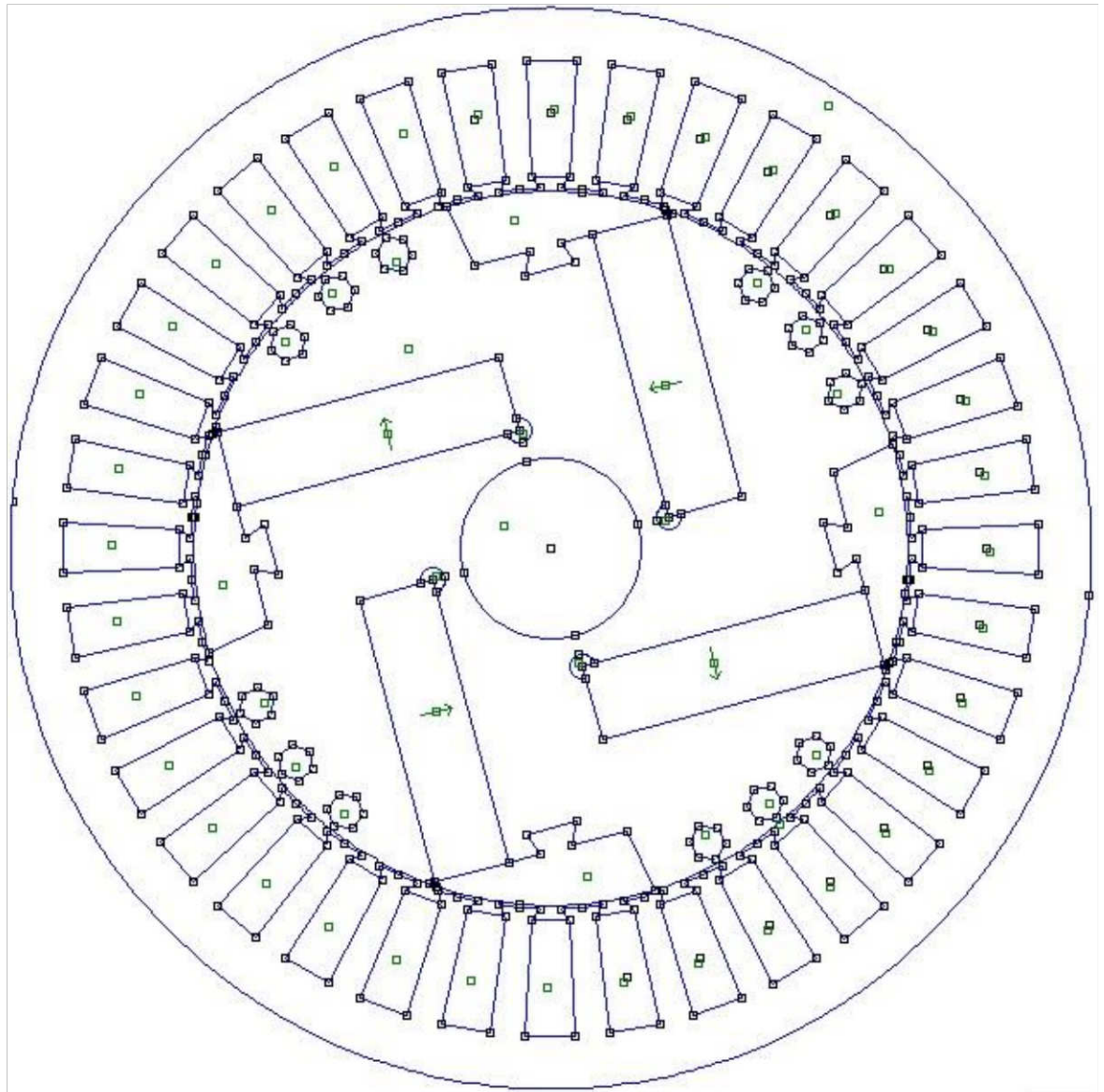


Figure 3.3 : Représentation de la géométrie

### 6.1. Création des matériaux

Cette étape consiste à définir les matériaux de la machine, en utilisant la banque des matériaux, on peut créer de nouveaux matériaux pour construire la machine Voyons maintenant la liste des matériaux :

- Air : perméabilité relative  $\mu_r = 1$
- Isolant :  $\mu_r = 0.001$  H/m

Cette perméabilité relative est définie entre la tôle en fer du rotor et l'arbre du rotor ainsi que dans les encoches. Le matériau isolant permet d'assurer qu'aucune ligne de flux ne s'échappe à l'arbre du rotor, dans les encoches il y a de l'air et du cuivre. Si on cherche une ressemblance entre le modèle analytique et le modèle numérique, il faut que ce modèle

numérique soit simplifié et qu'aucune ligne de champ ne puisse être déviée du parcours désiré.

- Tôle en fer avec une perméabilité infinie  $\mu_r = 10^7$  H/m. Cette perméabilité aussi élevée sert à négliger la consommation d'Ampères-tours dans la tôle fer. On préfère des modèles qui ne tiennent pas compte de la consommation de la tôle fer et résoudre des équations simplifiées. Cela sera utilisé dans les premières validations du modèle
- Tôle en fer avec des propriétés magnétiques linéaires  $\mu_r = 2000$  H/m. Nous utilisons la tôle en fer constante lorsqu'on veut vérifier la consommation d'Ampères tours dans la tôle fer. Cette linéarisation nous permettra travailler après avec un modèle analytique plus simple du fait que l'on évite la non linéarité des matériaux magnétiques.
- Aimants Permanents (SmCo)  $\mu_r = 1.1104$  H/m  
 Dans le cas des aimants, le champ coercitif  $H_c = 860 \cdot 10^3$  (A/m)

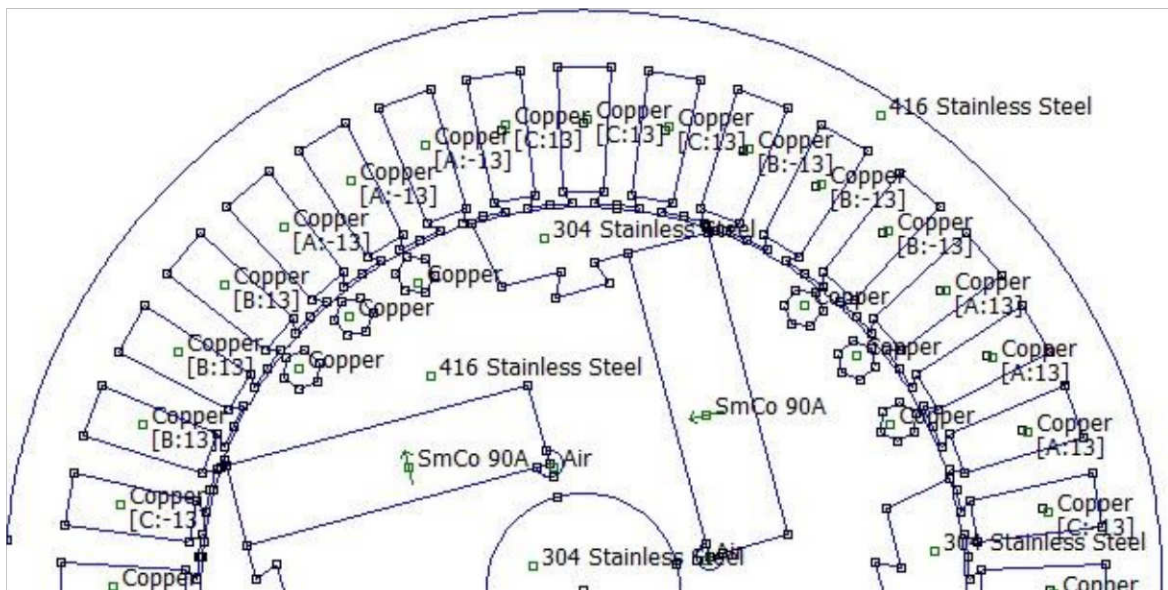


Figure 3.4 : Représentation de la géométrie avec les propriétés de la machine

### 6.2. Conditions aux limites

Concernant les conditions aux limites, la machine étant quadripolaire, il suffit donc de représenter un quart de la machine avec des conditions aux limites anticycliques sur les parties latérales. Pour la partie extérieure, une condition aux limites de Dirichlet sur la variable d'état est imposée. Pour représenter le mouvement de la machine, nous imposons des conditions aux limites de type anticycliques sur la totalité de l'entrefer comme le montre la figure (3.5).

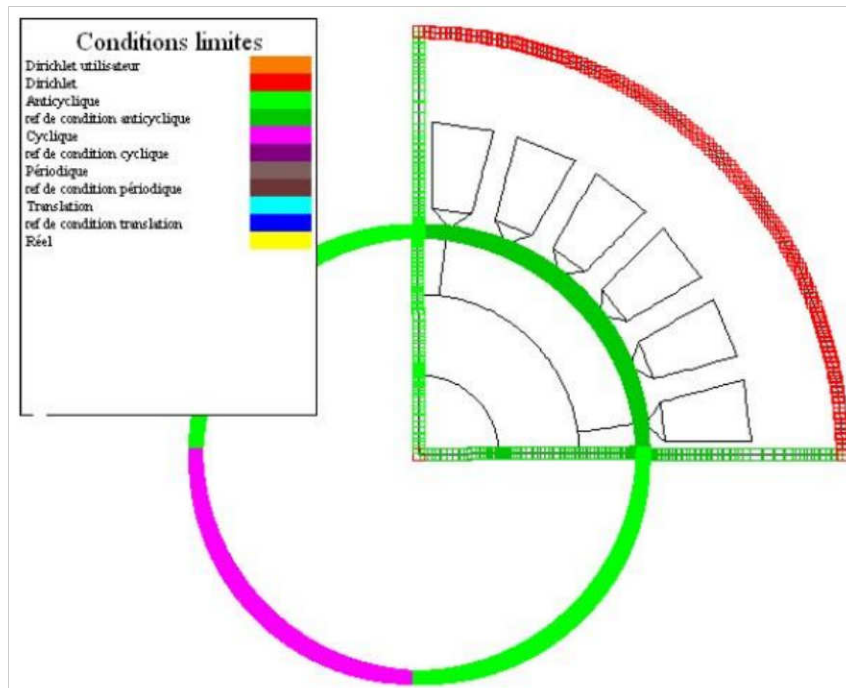


Figure 3.5: les conditions aux limites

### 6.3. Discrétisation de la géométrie : Le maillage

Les différentes procédures suivies pour discrétiser la géométrie sont :

- création d'un système de discrétisation
- discrétisation des segments et arcs (on impose la méthode utilisée par le logiciel pour le découpage)
- maillage des différentes faces (on spécifie la forme des éléments).
- Les différentes surfaces ainsi délimitées, sont ensuite découpées en éléments finis et constituent le maillage du problème figure (3.6).

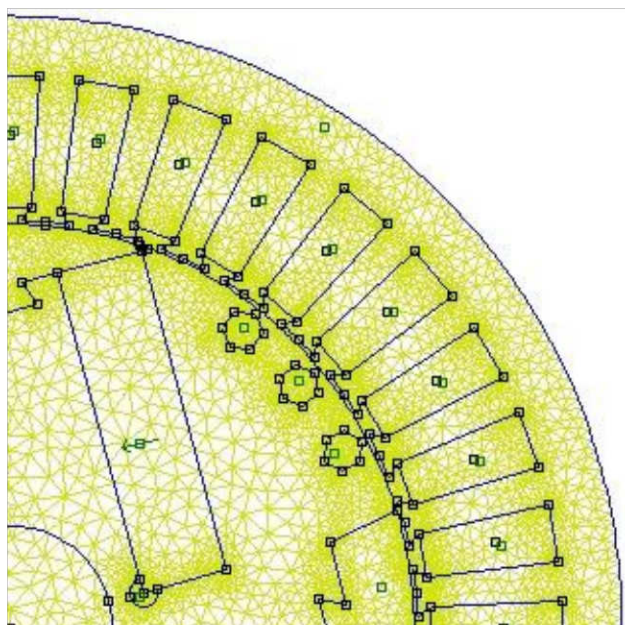


Figure 3.6 : Représentation du maillage

Pour étudier la variation des grandeurs électromagnétiques et mécaniques, il est impératif de mailler de façon très fine l'entrefer de la machine. La figure 3.8 nous montre un exemple de maillage de notre dispositif. Pour représenter le mouvement du rotor par rapport au stator, nous avons utilisé la bande de roulement. Cette technique est implémentée dans le logiciel flux2D et permet de faire une étude en magnéto évolutif sans pour autant effectuer un nouveau maillage de la machine à chaque position du rotor [37].

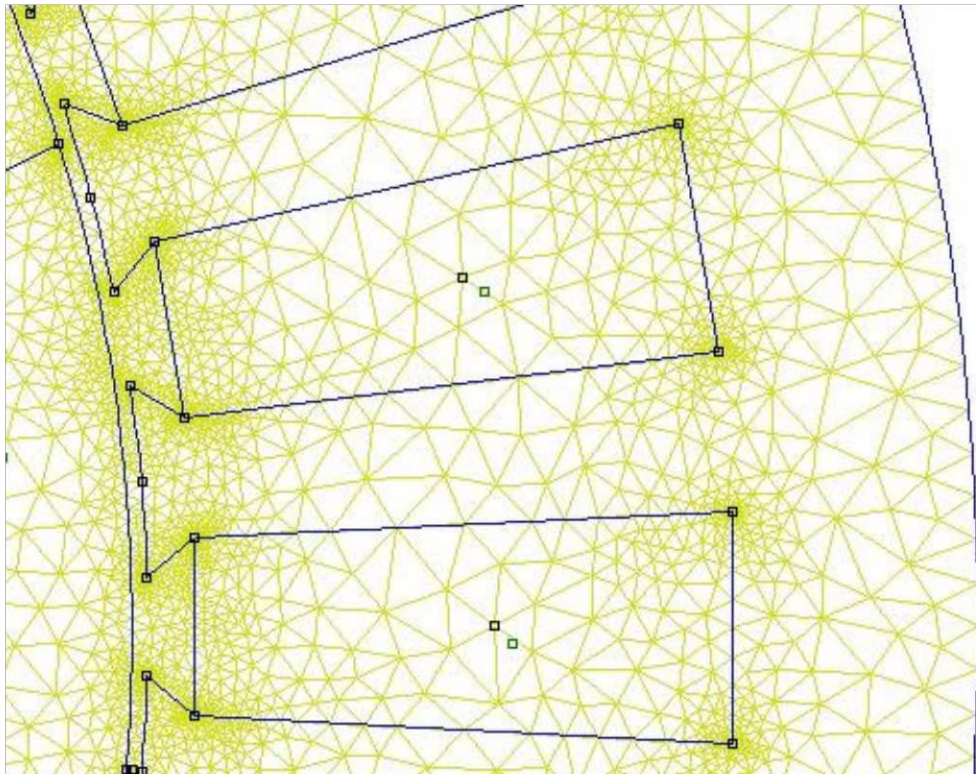


Figure 3.7 Maillage entrefer

#### 6.4. Calcul et résultats :

Le tableau suivant résume les différents résultats de calcul du logiciel FEMM

Tableau 3.1 Eléments du maillage

Elément de maillage	Nombre
Nœuds	63422
Nombre d'éléments d'excellente qualité	98.26%
Nombre d'éléments de bonne qualité	1.51%
Nombre d'éléments de qualité moyenne	0.23%

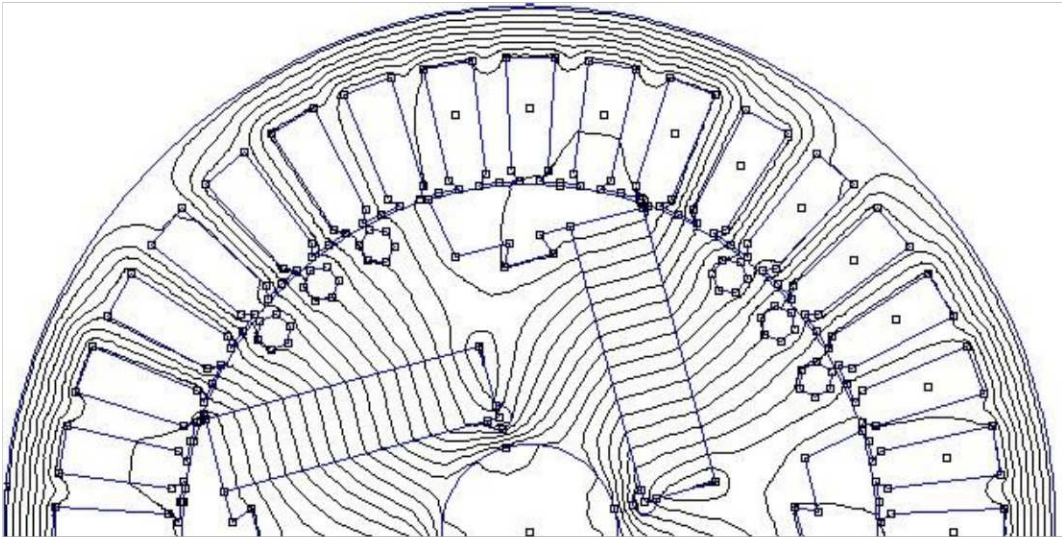


Figure 3.8 Répartition des lignes de champ à vide

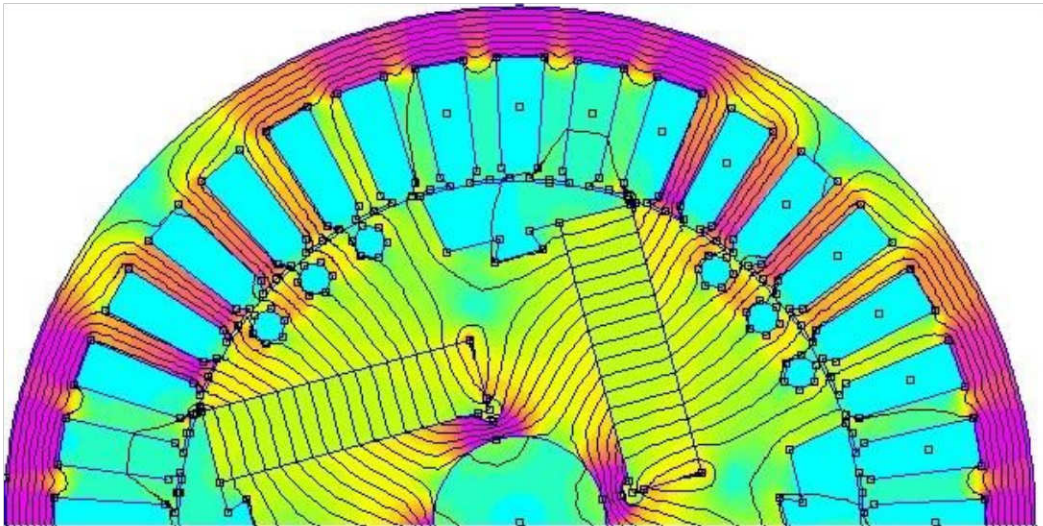


Figure 3.9 Niveau de la densité de flux à vide

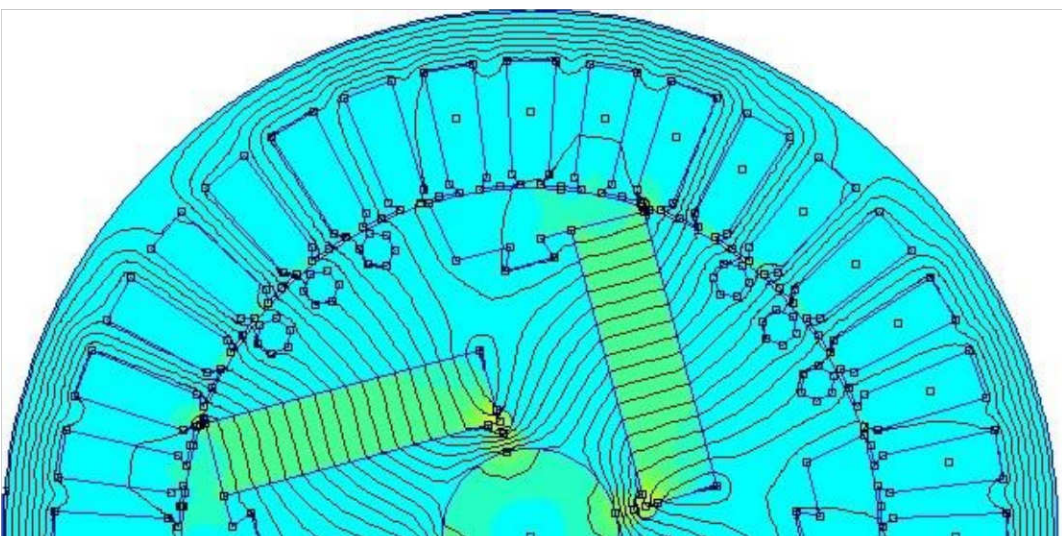


Figure 3.10 Niveau de l'intensité de champ à vide

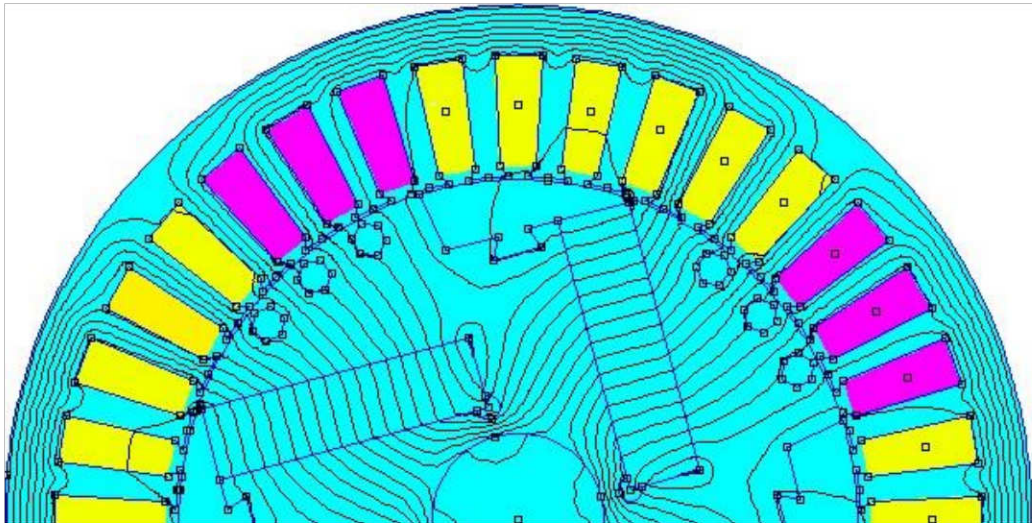


Figure 3.11 Niveau de la densité de courant à vide

### 7. Conclusion

Nous avons vu la démarche à suivre pour réaliser une analyse numérique d'une machine électrique avec le logiciel FEMM. Tout d'abord, on a défini la géométrie, avec les coordonnées de chaque point. Après, nous avons mis les propriétés des matériaux, une étape importante étant la définition des conditions de contour a été opérée avant de mailler cette géométrie en phase finale. On peut observer qu'il n'y a aucune ligne de champ magnétique qui échappe à l'arbre du rotor grâce au matériau isolant qu'on a mis entre la tôle du rotor et l'arbre du rotor. Le modèle numérique est ainsi fidèle au modèle de la machine synchrone.

# Chapitre IV

---

## Prédiction des tensions aux bornes du stator

### SOMMAIRE

---

1. Introduction .....	55
2. Calcul de la force électromotrice générée par l'induction magnétique .....	56
3. Calcul du flux magnétique .....	57
3.1. Solutions d'éléments finis du premier ordre .....	57
3.2. Flux dans la bobine .....	58
4. Solution de champ magnétostatique .....	60
4.1. Modélisation de mouvement .....	60
4.2. Post-traitement de la solution magnétostatique .....	61
5. Tension de bobinage .....	62
5.1. Densité de flux magnétique .....	62
5.2. Méthode du vecteur potentiel magnétique .....	64
5.3. Cohérence des deux méthodes .....	65
6. Résultats et discussion .....	65
6.1. Résultats de simulation .....	65
6.2. Résultats expérimentaux .....	68
6.3. Méthode proposée par rapport à TSFEM .....	69
7. Remarque .....	71
8. Conclusion .....	71

---

### 1. Introduction :

De nos jours, la méthode des éléments finis représente sans aucun doute l'état de l'art pour le calcul du champ magnétique dans les machines électriques [68]. De ce fait, les éléments finis sont l'outil idéal dans la conception de machine en raison de leur exactitude et la flexibilité de traiter n'importe quelle configuration géométrique [69-72]. Pour suivre la variation abrupte de la densité de flux magnétique dans la région de l'entrefer, des polynômes du premier ordre du potentiel vecteur magnétique sont employées pour décrire le comportement physique de la densité de flux magnétique [73], [74].

Bien que la solution numérique des problèmes de champ magnétique, en termes de densité de flux magnétique et potentiel vecteur magnétique, est aisément disponible dans les packages FEM, son post-traitement exige toujours une certaine habileté lorsqu'il s'agit de la prédiction de la performance en régime permanent. La dernière étape de la procédure de modélisation consiste en la validation du modèle FEM. Un moyen rapide d'évaluer la validité de la solution numérique consiste à comparer les formes d'onde de force électromotrice induites calculées dans les enroulements du stator avec soit la solution attendue ou les résultats expérimentaux. En effet, la formulation de la force électromotrice implique tous les paramètres physiques et électriques de la conception [75],[76]. Pour cette raison, une grande attention a été portée à son calcul par rapport aux machines à aimants permanents [77],[78].

Actuellement, le calcul de la force électromotrice semble ne plus être un problème critique car le couplage par flux de phase et la force électromotrice induite par la phase sont directement disponibles à partir du pas de temps de la méthode des éléments finis [73], [79-82]. Puisque la méthode des éléments finis transitoires prend beaucoup de temps, les solveurs magnétostatiques sont toujours utilisés pour dériver la force électromotrice induite. Cependant, cette approche, qui émule la méthode des éléments finis à pas de temps, prend toujours beaucoup de temps car le rotor doit être tourné par étapes finies, au moins par un pas de fente, pour dériver le flux magnétique sur un pas bipolaire. Pour réduire le temps de post-traitement, une technique basée sur les transformations Espace et Temps a été développée [83]. Bien que le potentiel vecteur magnétique et la densité du flux magnétique décrivent la même quantité de champ, leur mérite intrinsèque devrait être estimé en termes d'effort de calcul et de précision, par rapport à la procédure de post-traitement. En ce qui concerne l'effort de calcul, il suffit d'une seule exécution du problème de champ magnétique

pour dériver le signal de la f.é.m. induite de la densité du flux, alors que plusieurs exécutions sont nécessaires pour effectuer la même tâche à partir du potentiel magnétique.

En termes de précision, la méthode de densité de flux préserve la précision intrinsèque de la méthode des éléments finis puisque la solution numérique est utilisée telle quelle. En revanche, la méthode du potentiel vecteur magnétique repose sur la valeur moyenne du potentiel vecteur magnétique sur les encoches. On peut conclure qu'en lissant le potentiel vecteur magnétique, le flux magnétique, la fem et les inductances dont ils dérivent sont inévitablement affectés [74]. La question qui se pose est de savoir dans quelle mesure la précision de la solution numérique est préservée.

Ce travail, qui aborde cette question, est articulé en trois parties principales. La première aborde la procédure de calcul couramment utilisée du flux magnétique, basée sur le potentiel vecteur magnétique pour mettre en évidence son impact sur la précision de la solution numérique. La deuxième partie explique comment la méthode précédente a été modifiée pour tirer pleinement parti de la solution numérique non seulement pour correspondre à sa précision intrinsèque, mais aussi pour réduire le temps de post-traitement. Un programme TSFEM a été utilisé pour évaluer l'efficacité de la méthode proposée. Enfin, les résultats de la simulation ont été validés expérimentalement.

### **2. Calcul de la force électromotrice générée par l'induction magnétique :**

La génération de la force électromotrice, dans un seul conducteur des enroulements du stator, résulte du mouvement de balayage de la densité de flux magnétique de l'entrefer résultant sur ce conducteur. À condition que la vitesse relative du conducteur soit constante, la variation temporelle de la force électromotrice induite représente l'image de la distribution de densité du flux magnétique dans le volume d'entrefer. Par conséquent, en ce qui concerne le calcul de la force électromotrice, le concepteur ne s'occupe plus de la configuration physique du modèle, une fois que la distribution du champ est à portée de main. Une manière d'éviter de traiter la complexité de la forme d'onde de la distribution de densité de flux magnétique d'entrefer est de calculer le flux magnétique de phase et de dériver ensuite la force électromotrice induite.

Pour atteindre cet objectif, la loi de Faraday-Fleming (Flux Cutting Rule) est manipulée de manière à fournir une expression mathématique du flux magnétique par pôle en fonction des composantes harmoniques de la distribution de la densité de flux magnétique [75], [76].

Dans la procédure de conception classique, seule la connaissance du fondamental de la densité de flux magnétique d'entrefer est nécessaire dans la prédiction de la conception. Au début des années quatre-vingt, le besoin croissant d'outils de simulation d'entraînements alimentés par un convertisseur à semi-conducteur a conduit à la formulation de problèmes de circuit de champ couplé. En 1988, Arkkio a fourni une analyse complète d'un moteur à induction alimenté par onduleur dans lequel les modèles FEM source et moteur à induction sont résolus simultanément [79] exclusivement à partir d'une formulation du potentiel vecteur magnétique.

Cette approche est pleinement justifiée, en ce qui concerne la prédiction des performances transitoires, puisqu'elle fournit le seul moyen de programmer des problèmes de champ couplés. Dans cette approche, le flux magnétique reliant une bobine est trouvé à partir de la circulation du potentiel vecteur magnétique le long des côtés de la bobine active. Dans un problème de champ magnétique 2D, le potentiel vecteur magnétique réduit à sa composante  $z$  et le flux magnétique par unité de longueur à travers une seule bobine peut être trouvé à partir de la différence entre les valeurs du potentiel magnétique à chaque emplacement de la bobine. En fonction de la distribution du potentiel vecteur magnétique sur la fente et de la taille des éléments du maillage, le potentiel vecteur magnétique de valeur est trouvé en utilisant un processus de moyenne pondérée.

### 3. Calcul du flux magnétique

#### 3.1. Solution d'éléments finis du premier ordre :

Dans les problèmes de champ magnétostatique, la densité de flux magnétique est trouvée en résolvant l'équation de Poisson,

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( v_y \frac{\partial A}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( v_x \frac{\partial A}{\partial y} \right) = -J_z \quad (4.1)$$

La densité du champ magnétique est exprimée en termes de potentiel vecteur du champ magnétique.

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A} \quad (4.2)$$

La solution analytique de l'équation (4.1) est une surface continue définie par  $A(x, y)$ . Dans les problèmes bidimensionnels, le potentiel vecteur magnétique réduit à ses composantes  $z$ . La puissance de la méthode finie, en tant que méthode numérique, réside dans sa capacité à éviter la discrétisation directe de la dérivée partielle impliquée dans la relation (4.1) mais à fournir une formulation intégrale équivalente. La solution de domaine peut donc être divisée en sous-domaines en fonction de la

géométrie et de la nature du modèle. Chaque sous-domaine est subdivisé en éléments triangulaires où le comportement du potentiel vecteur du champ magnétique est approximé par un polynôme du premier ordre.

$$A^e(x, y) = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y \quad (4.3)$$

qui est généralement exprimée en termes de fonctions de forme comme :

$$A^e(x, y) = \sum_{n=i,j,k} N_n^e A_n^e = \frac{(a_n^e + b_n^e x + c_n^e y)}{2\Delta_e} A_n^e \quad (4.4)$$

où les coefficients  $a_n$ ,  $b_n$  et  $c_n$  sont liés aux coordonnées des sommets  $i, j, k$  de l'élément triangulaire et à la valeur nodale du potentiel  $A_n^e$ . La seule contrainte sur le choix du polynôme d'approximation est de se conformer au comportement physique de la densité de flux magnétique à l'interface des régions air-fer adjacentes, d'assurer la continuité de la variable de champ dans le domaine de solution et l'existence de sa dérivée.

La densité de flux magnétique est obtenue à partir de l'expression :

$$B_e = \frac{\partial A_e}{\partial y} \vec{i} - \frac{\partial A_e}{\partial x} \vec{j} = \sum_{n=i,j,k} \frac{c_n}{2\Delta} A_n^e \vec{i} + \sum_{n=i,j,k} \frac{b_n}{2\Delta} A_n^e \vec{j} \quad (4.5)$$

Puisque les premières dérivées du polynôme du premier ordre sont constantes, la densité magnétique est une distribution discrète dont les valeurs changent d'un élément à l'autre.

### 3.2. Flux dans une bobine :

Le flux magnétique à travers un enroulement à un tour complet des enroulements est calculé en appliquant le théorème de Stokes

$$\begin{aligned} \phi &= \int_{S(l)} \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_{S(l)} (\nabla \times \vec{A}) \cdot d\vec{S} = \oint_{l(S)} \vec{A}_z \cdot d\vec{l} \\ &= (A_z(\theta, r) - A_z(\theta + \pi, r))l \end{aligned} \quad (4.6)$$

Le flux magnétique par phase est ensuite évalué [74]

$$\psi_a = p \sum_{k=1}^g \psi_{coil} = p N_c l \sum_{k=1}^g \frac{l}{S} \left( \int_{S_1} A_z dS - \int_{S_2} A_z dS \right) \quad (4.7)$$

En circuit couplé, la dérivée de (4.7)

$$e_a = p N_c l \sum_{k=1}^g \frac{l}{S} \left( \int_{S_1} \frac{\partial A_z}{\partial t} dS - \int_{S_2} \frac{\partial A_z}{\partial t} dS \right) \quad (4.8)$$

fournit le lien entre le modèle d'éléments finis et les circuits d'excitation externes. Dans les relations précédentes, la position azimutale, à laquelle la distribution du potentiel vecteur du champ magnétique est évaluée, est imposée par les endroits où l'enroulement sur le stator.

En substituant (4.4) à (4.7)

$$\bar{A} = \frac{1}{S} \int A \, dS = \frac{1}{S} \sum_{e=1}^N \int_e A^e(x, y) dS_e = \frac{1}{S} \sum_{e=1}^N (\Delta_e \sum_{n=i,j,k} \frac{A_n^e}{3}) \quad (4.9)$$

En effectuant l'intégration en termes de coordonnées de zone, sur les éléments triangulaires de la fente et en utilisant la formule d'intégration d'Euler, le résultat final est écrit comme :

$$\bar{A}_s = \frac{\sum_{e=1}^N \Delta_e \bar{A}_n^e}{\sum_{e=1}^N \Delta_e} \quad (4.10)$$

La dernière relation peut être reconnue comme la valeur barycentrique du potentiel moyen du nœud, de l'élément triangulaire. La relation (4.7) peut être écrite en termes de (4.10)

$$\psi_a = p \sum_{k=1}^g \psi_{coil} = p N_c l \sum_{k=1}^g (\bar{A}_{s_k} - \bar{A}_{\bar{s}_k}) \quad (4.11)$$

où les indices  $s_k$  et  $\bar{s}_k$  se réfèrent aux côtés de départ et de retour de la même bobine. Pour prendre en compte le décalage angulaire entre les côtés de la bobine de l'enroulement de phase, la relation (4.11) doit être modifiée

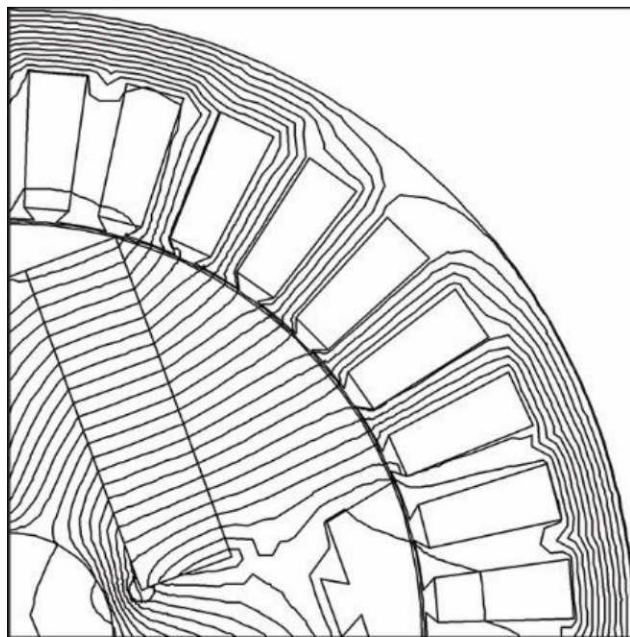
$$\psi_a(\theta) = p N_c l \sum_{k=1}^g (\bar{A}_{s_k}(\theta + (g-1)\gamma) - \bar{A}_{\bar{s}_k}(\theta + (g-1)\gamma + \pi)) \quad (4.12)$$

Par conséquent, la distribution initiale du potentiel vecteur du champ magnétique sur une fente est remplacée par sa valeur moyenne. La question qui s'impose est de savoir dans quelle mesure la précision de la solution de densité de flux magnétique calculée est affectée.

### 4. Solution de champ magnétostatique

#### 4.1. Modélisation de mouvement

La figure 1 montre la mise en œuvre du modèle FEM de la machine synchrone à aimants permanents sur un pas polaire en utilisant l'ensemble FEMM [84], [85], [86]. Cependant, la moitié du modèle est nécessaire pour simuler la rotation du rotor [85] en utilisant un programme Lua. Le but de ce programme est d'effectuer trois tâches. Le premier consiste à faire tourner mécaniquement la géométrie du rotor par un pas fini d'un degré mécanique et à faire varier la distribution du courant dans les enroulements du stator de façon à imposer une position relative constante entre les FMM statorique et rotorique. De cette manière, toute opération synchrone, pour un angle de charge interne donné, peut être simulée. Une fois le travail précédent réalisé, le programme Lua est utilisé pour exécuter le solveur FEMM magnétostatique. Enfin, la dernière tâche consiste à post-traiter la solution d'éléments finis afin de récupérer les variables électriques pertinentes en fonction de la position angulaire du rotor.



**Fig. 4.1** Densité de flux sur un pas polaire

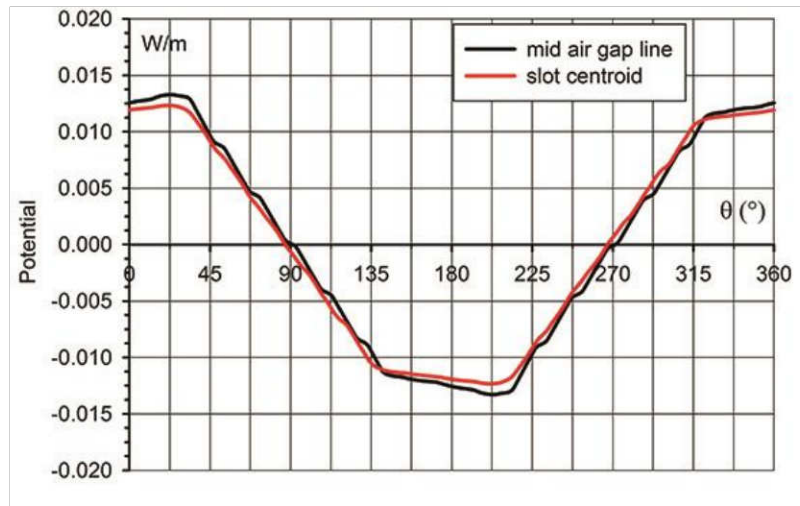


Fig. 4.2 Répartition du potentiel calculée sur un pas bipolaire

En conséquence, la distribution du potentiel vecteur du champ magnétique, le couplage par flux magnétique du bobinage du stator et le couple électromagnétique [85] sont écrits dans des fichiers pour un traitement ultérieur par une autre série de programmes dédiés. Les variables de champ pertinentes sont représentées sur les figures de 4.1 à 4.5. La fonction de ces programmes est décrite dans les sections suivantes. Bien que cette approche semble lourde et prend beaucoup de temps, elle suit les mêmes étapes que celles de la procédure TSFEM. Cependant, son objectif principal est non seulement de mettre en évidence les effets secondaires impliqués dans le calcul de la moyenne du potentiel magnétique dans la formulation TSFEM, mais aussi de se concentrer sur le mérite de la méthode proposée en préservant l'intrinsèque de la précision et en deuxième lieu, la réduction drastique de l'effort de calcul nécessaire pour traiter la solution numérique du problème du champ magnétique.

#### 4.2. Post-traitement de la solution magnéto-statique

Plusieurs post-traitements sont disponibles dans l'ensemble FEMM [85] pour extraire le flux magnétique reliant un enroulement de phase, un enroulement de bobine et le potentiel magnétique moyen sur une fente de la solution d'éléments finis. La force électromotrice induite est ensuite dérivée des ensembles de données tabulés représentant la variation du flux magnétique, du potentiel vecteur magnétique et de la densité du flux magnétique par rapport à la position angulaire. Pour effectuer cette tâche, leur contenu harmonique est trouvé. Chaque grandeur peut être représentée par des séries de Fourier discrètes, définies périodiquement sur un intervalle  $L$  par un ensemble de points régulièrement espacés

$$\theta_p = \frac{L}{2N}p, \quad p = 0, 1, \dots, 2N - 1 \quad (4.13)$$

où N est le nombre d'échantillons, peut être écrit comme :

$$F(\theta) = \frac{A_0}{2} + \sum_{k=1}^{N-1} \left( A_k \cos k \frac{2\pi}{L} \theta + B_k \sin k \frac{2\pi}{L} \theta \right) + A_N \cos \frac{2\pi}{L} N \theta \quad (4.14)$$

Avec :

$$\begin{aligned} A_k &= \sum_{p=0}^{2N-1} F(\theta_p) \cos \frac{2\pi}{L} k \theta_p, \quad k = 0, 1, \dots, N \\ B_k &= \sum_{p=0}^{2N-1} F(\theta_p) \sin \frac{2\pi}{L} k \theta_p, \quad k = 1, 2, \dots, N - 1 \\ H_k &= \sqrt{A_k^2 + B_k^2} \quad \phi_k = \arctan 2 \frac{A_k}{B_k} \end{aligned} \quad (4.15)$$

Le mérite de la représentation de Fourier des variables de champ est double. Premièrement, en augmentant le nombre d'échantillons, l'aliasing de signal (comme le repliement de spectre) peut être évité puisque le contenu harmonique du signal en cours de reconstruction est sous le contrôle du programmeur. Deuxièmement, le calcul de la dérivée ou l'intégration de la relation (4.14) peut être effectuée facilement en utilisant les coefficients de Fourier (4.15) précédemment calculés ; minimisant ainsi les erreurs d'arrondi.

## 5. Tension de bobinage

### 5.1. Densité de flux magnétique

La force électromotrice induite dans les côtés d'une bobine d'un enroulement de tours est trouvée selon la loi de Faraday-Fleming comme :

$$e_c = N_c B(\theta) l v \quad (4.16)$$

où la distribution de la densité de flux magnétique le long de la ligne d'entrefer, représentée sur la figure 4.3, a été obtenue à partir de la solution FEMM.

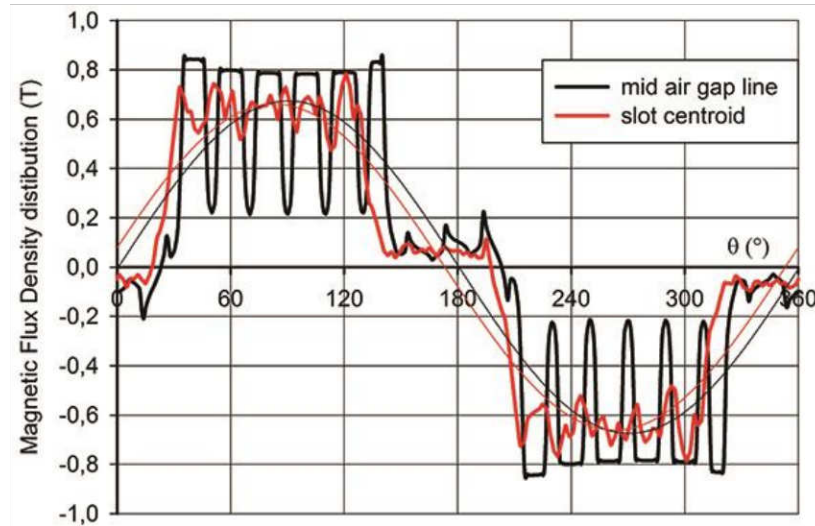


Fig. 4.3 Densité de flux magnétique calculée dérivée de la fig. 4.2

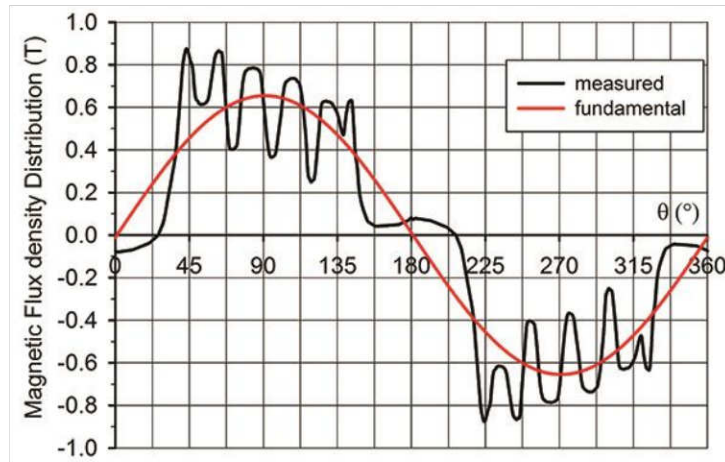


Fig. 4.4 Densité de flux magnétique mesurée

Le même tracé, également donné sous la forme d'un ensemble de valeurs tabulées, est résolu dans les séries de Fourier

$$B(\theta) = \sum_{k=1}^n B_{mk} \sin(k\theta + \psi_k) \quad (4.17)$$

La tension générée dans les enroulements du stator constituée de bobines par phase et par pôle est :

$$e_a = \sum_{k=1}^n E_{mk} \sin(k\theta + \psi_k + k(g-1)\frac{\gamma}{2}) \quad (4.18)$$

dont la valeur maximale est :

$$E_{mk} = 4pgN_c l v B_{mk} K_{dk} \quad (4.19)$$

Une méthode alternative de dérivation de la force électromotrice induite, basée sur la loi de Faraday-Fleming, est proposée par [87]. Le travail est très intéressant à bien des égards. Tout d'abord, il fournit un examen complet des travaux antérieurs portant sur le calcul de la force électromotrice dans les moteurs BLDC, sur deux décennies, en insistant sur leur limitation pour traiter l'effet de rainurage. Avant tout calcul, le flux magnétique dû aux champs de réaction magnétique et de l'induit doit être dérivé d'un modèle analytique basé sur la méthodologie développée par [78]. La dérivation de la force électromotrice induite est effectuée par un algorithme complexe qui consiste à faire correspondre le nombre de tranches avec la densité de flux magnétique subie par les conducteurs incorporés dans cette fente. En revanche, dans la méthode présentée ci-dessus, non seulement l'aspect physique de la règle de coupe de flux est souligné, mais incorpore implicitement l'effet de rainurage de la région d'entrefer.

### 5.2. Méthode du potentiel vecteur du champ magnétique

La dérivation du flux magnétique selon (4.7) est intéressante à bien des égards. Tout d'abord, les termes intégraux de la relation (4.7) sont facilement disponibles à partir du paquet FEMM. Deuxièmement, le flux, la fem et les inductances sont obtenus de manière directe grâce à une fonction de post-traitement dédiée intégrée dans le package FEMM [85]. Pour être cohérent avec la méthode décrite dans la section précédente, le flux magnétique a été calculé à partir de la distribution du potentiel vecteur du champ magnétique le long de la ligne d'entrefer moyenne représentée sur la figure 4.2. Cette distribution peut être représentée par une série discrète de Fourier.

$$A(\theta) = \sum_{k=1}^n A_{mk} \sin(k\theta + \zeta_k) \quad (4.20)$$

En utilisant la relation (18), le flux dans la phase est donné comme suit :

$$\psi(\theta) = \sum_{k=1}^n p N_c l A_{mk} g K_{dk} \sin(k\theta + \zeta_k + k(g-1)\frac{\gamma}{2}) \quad (4.21)$$

La force électromotrice induite est alors :

$$e_a = \frac{d\psi_a}{dt} = \sum_{k=1}^n k \omega \psi_{mk} \cos(k\theta + \zeta_k + k(g-1)\frac{\gamma}{2}) \quad (4.22)$$

dont la valeur maximale est :

$$E_{mk} = k4\pi f_1 N_t l K_{dk} A_{mk} \quad (4.23)$$

En effet, la dérivation de la tension induite est plus rapide en utilisant la densité de flux magnétique par rapport à l'approche de distribution du produit minimum viable (MVP). Ce dernier implique deux étapes, d'abord le flux magnétique doit être calculé selon (4.21) puis la fem est déduite en utilisant la relation (4.22).

### 5.3. Cohérence des deux méthodes

En assimilant la relation (4.17) et la relation (4.21), le potentiel vecteur magnétique peut être exprimé en termes de densité de flux magnétique

$$A_{mk} = \frac{\tau}{k} \frac{1}{\pi} B_{mk} \quad (4.24)$$

En multipliant les deux côtés par  $2l$

$$\tau l \frac{2}{\pi} B_{mk} = 2A_{mk} l \quad (4.25)$$

La dernière relation peut être reconnue à partir du théorème de Stokes

$$\phi = \int_{S(l)} \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_{l(S)} \vec{A}_z \cdot d\vec{l} \quad (4.26)$$

pour calculer le flux magnétique dû à l'harmonique d'ordre  $k$  reliant un seul tour dont la longueur du côté de la bobine  $l$  s'étend sur un pas polaire  $\tau_k$

## 6. Résultats et discussion

### 6.1. Résultats de simulation

De la discussion précédente, on peut comprendre que le calcul de la liaison de flux magnétique de phase peut être formulé de deux manières, à savoir, soit en termes de distribution MVP sur la zone de fente, soit en termes de distribution de points le long d'un contour prédéfini. Le premier, donné par la relation (4.7), repose sur une formulation intégrale, qui est utilisée à la fois dans le FEM transitoire et dans les solveurs FEMM statiques. La formulation intégrale nécessite la définition des dimensions de la machine et des paramètres des enroulements du stator lors de l'étape de traitement de préparation de la procédure de modélisation. Des fonctions de post-traitement sont disponibles pour récupérer le flux magnétique et la force électromotrice induite par phase. Cependant, la deuxième formulation est beaucoup plus difficile car la même tâche ne peut être réalisée qu'en utilisant un programme spécifique qui doit être développé par le concepteur. L'algorithme d'une telle fonction de post-traitement est décrit dans la sous-section 5-2. Puisque le MVP est défini comme une distribution

ponctuelle, comme indiqué sur la figure 4.2, la même fonction peut être utilisée pour calculer la liaison de flux magnétique soit à partir de la distribution de ligne d'entrefer ou de la valeur du MVP au centre de fente. Par conséquent, la liaison de flux magnétique peut être dérivée de quatre manières différentes comme illustré sur la figure 4.5.

À partir de l'inspection de la figure précédente, les résultats de simulation peuvent être classés en deux lots selon la méthode adoptée pour traiter le MVP. Le premier, qui comprend le graphique 1 et le graphique 2, a été dérivé de la distribution ponctuelle du MVP représenté sur la figure 4.2 en utilisant la relation (4.21). Le second, qui comprend les graphiques 3 et 4, a été obtenu respectivement à partir des paquets FEMM et TSFEM en utilisant des fonctions de post-traitement dédiées basées sur la relation (4.7).

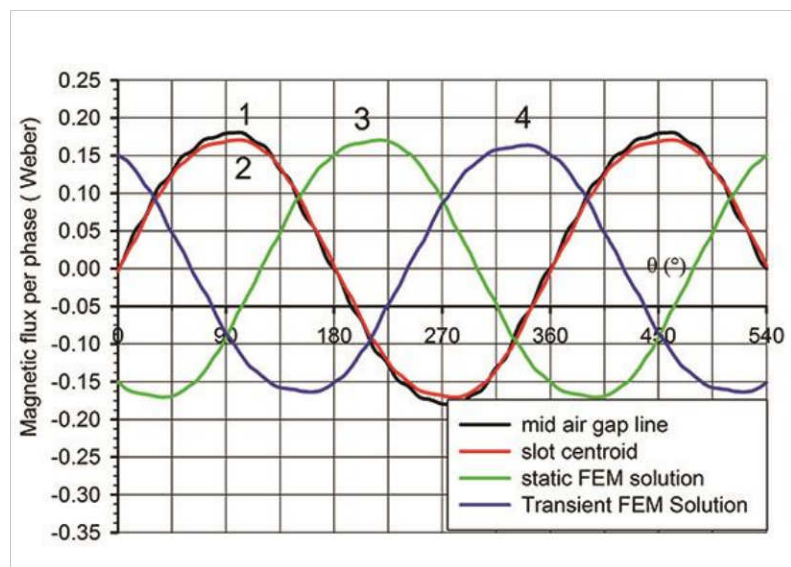


Fig. 4.5 Flux magnétique de phase Calculé : intégrale curviligne 1-2, intégration surface 3-4

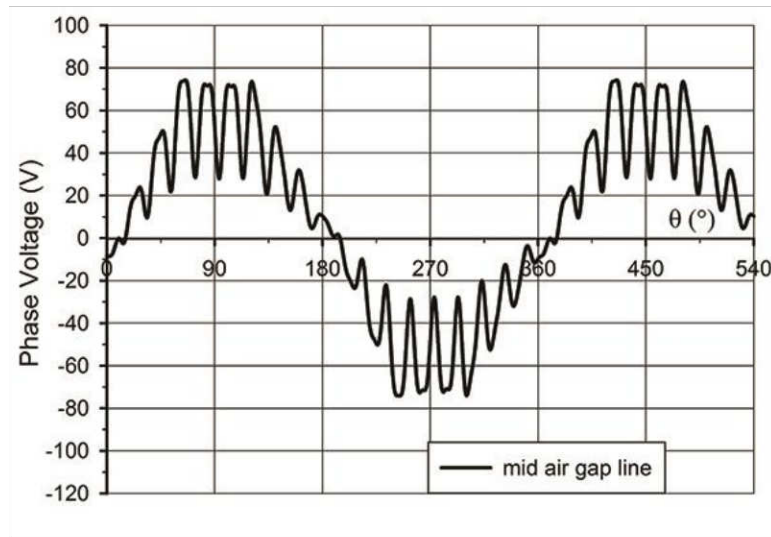


Fig. 4.6 FEM obtenue de la dérivée numérique du flux magnétique montrée dans le tracé 1 de la figure 4.5

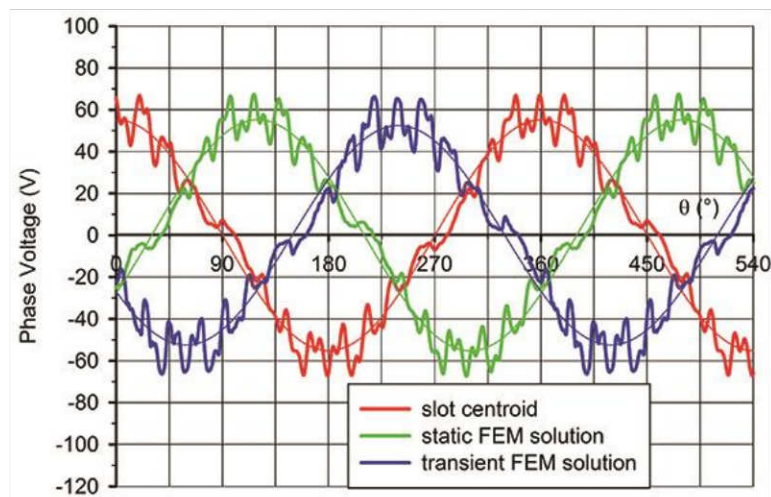


Fig. 4.7 FEM obtenue de la dérivée numérique des tracés 2,3 and 4 de la figure 4.5

Pour appréhender pleinement la valeur de chaque formulation, les tensions de phase induites, qui sont obtenues à partir des dérivées numériques de la liaison de flux magnétique calculée, sont montrées aux figures 4.6 et 4.7. Le flux correspondant et la tension de phase induite portent la même couleur. La tension de phase calculée représentée sur les figures 4.6 et 4.7 ne présente aucune similitude en termes d'amplitude et de forme d'onde de signal ; La différence saillante réside dans la prédiction des tensions harmoniques de la fente. Dans la figure 4.6, la variation de la perméance de l'entrefer est suivie fidèlement par la distribution MVP le long de la ligne d'entrefer en

vol alors que dans la figure 4.7, une telle variation est largement atténuée par le processus de moyenne du MVP.

### 6.2. Résultats expérimentaux

Deux méthodes ont été utilisées pour valider les résultats de la simulation. Le premier est basé sur la comparaison directe de la phase et de la tension de ligne calculées et mesurées dans les enroulements du stator représentés sur les figures 4.8, 4.9 et 4.10, 4.11. Sur chaque figure, les formes d'onde et les signaux filtrés sont représentés côte à côte afin de mettre en évidence l'effet des tensions harmoniques des dents. Dans la conception actuelle, l'ordre des premières harmoniques de fentes dominantes correspond aux 17ème et 19ème.

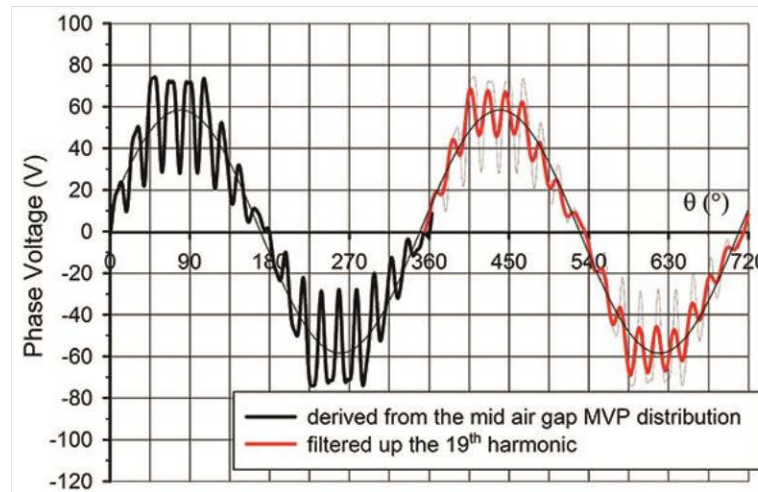


Fig. 4.8 Tension de phase calculée avant et après le filtrage

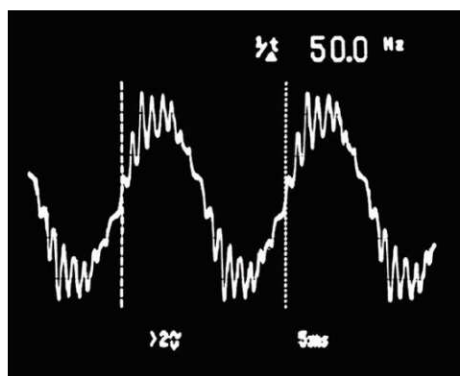


Fig. 4.9 Tension de phase mesurée

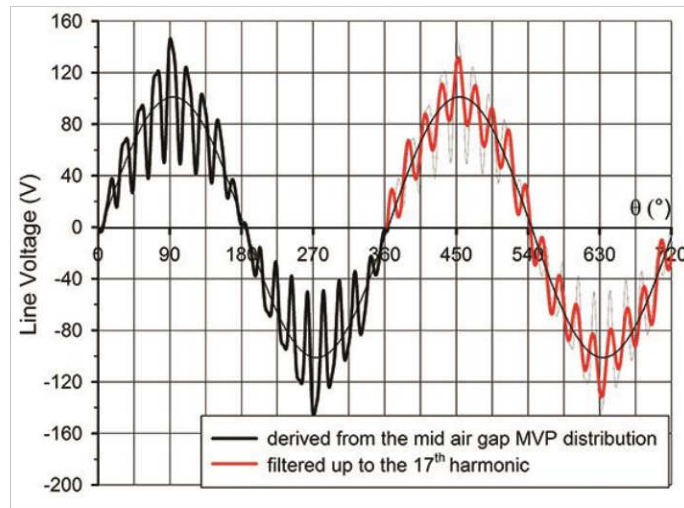


Fig. 4.10 Tension de ligne calculée avant et après le filtrage

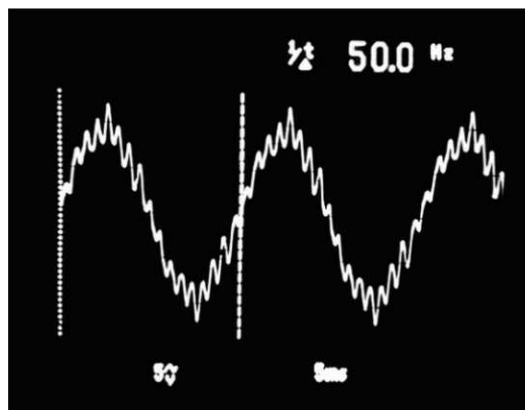


Fig. 4.11 Tension de ligne mesurée

La seconde est basée sur la reconstruction de la tension de ligne à partir de la distribution de densité de flux mesurée représentée sur la figure 4.4. La fondamentale est également montré pour évaluer quantitativement la précision des résultats de la simulation. On peut voir que la simulation et les résultats expérimentaux se ressemblent étroitement.

### 6.3. Méthode proposée par rapport à TSFEM

La méthode FEM aborde les aspects transitoires des problèmes de champs magnétiques couplés. Dans les problèmes de circuit de champ couplés alimentés en tension, l'équation directrice, qui traite simultanément les modèles FEM et d'excitation des sources [73], [79-82], est résolue en termes de potentiel vecteur du champ magnétique. Le courant dans l'enroulement du stator devient un inconnu supplémentaire tandis que dans la méthode proposée décrite ci-dessus une distribution

## CHAPITRE IV : PREDICTION DES TENSIONS AUX BORNES DU STATOR

de courant de stator est imposée. À vide, le champ d'entrefer n'est pas perturbé par la réaction de l'induit. Par conséquent, la liaison de flux magnétique et la force électromotrice induite à vide, calculées à partir du solveur statique ou transitoire, doivent être identiques. Cependant, ce n'est pas le cas selon les résultats de simulation présentés ci-dessus. Ceci est dû à l'effet du processus de calcul de la moyenne intégré dans le calcul de la force électromotrice en utilisant le solveur transitoire.

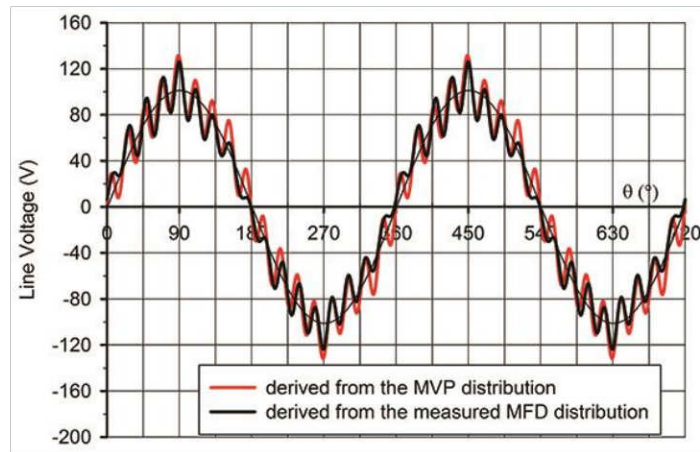


Fig. 4.12 Reconstruction de la tension de ligne à partir de la densité de flux magnétique mesurée

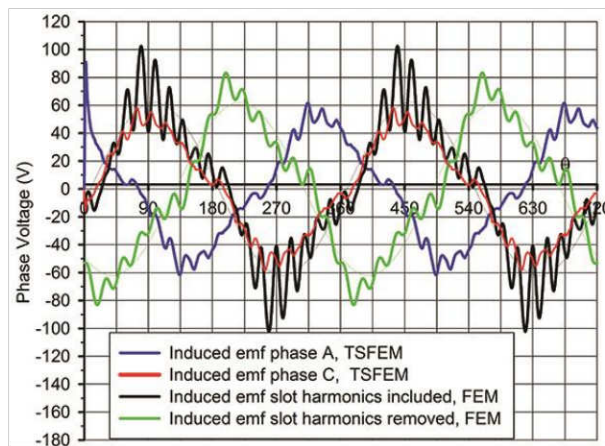


Fig. 4.13 Comparaison de la tension de phase à pleine charge extraite du Solviers statiques et TSFEM

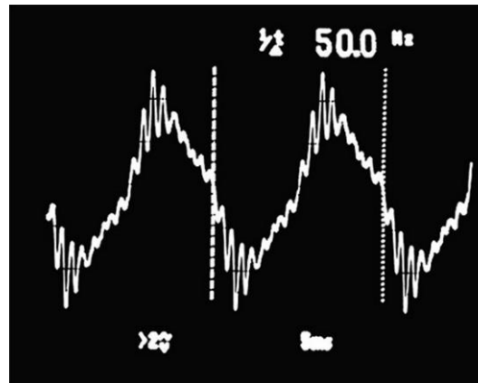


Fig. 4.14 Tension de phase à pleine charge mesurée à un facteur de puissance unitaire

### 7. Remarque :

Le temps de calcul requis par la méthode actuelle, basé sur les relations (4.20), (4.21) et (4.22) est simplement le temps d'exécution d'une solution d'éléments finis statiques et le temps système utilisé pour traiter les données avec le programme Lua Scripting. L'ensemble de la tâche nécessite moins de 2 minutes, ce qui est 10 fois plus rapide que ce qui est rapporté dans [83], [88].

### 8. Conclusion :

Une revue des techniques de calcul de la fem a été présentée et comparée en termes de précision et de rapidité de calcul. La différence entre la méthode proposée et le TSFEM réside dans la gestion du courant d'induit du stator. Dans la méthode proposée, une source de courant sinusoïdal variant dans le temps est utilisée comme entrée dans la procédure de modélisation tandis que dans le modèle TSFEM, une source de tension est utilisée à la place. En conséquence, les courants induits à l'intérieur d'un côté de bobine de l'enroulement de stator sont dérivés de la variation de gradient du potentiel vecteur du champ magnétique le long de ce conducteur. Par conséquent, les courants induits par l'induit sont également affectés par le processus de calcul de la moyenne du MVP.

On peut dire que, tant que le courant imposé n'entraîne pas un fort effet démagnétisant, l'approche proposée fournit encore une solution beaucoup plus fiable. Par conséquent, une méthode rapide et précise, qui évite une approximation plus poussée de la solution numérique du problème du champ magnétostatique, a été proposée et validée expérimentalement. Son mérite principal réside non seulement dans

## **CHAPITRE IV : PREDICTION DES TENSIONS AUX BORNES DU STATOR**

---

sa capacité à préserver la précision intrinsèque de la FEM, mais aussi dans la réduction du temps de post-traitement à un seul passage du problème du champ magnétostatique, en ce qui concern le calcul de la fem.

# Conclusion Générale

---

## SOMMAIRE

---

Conclusion .....	73
------------------	----

---

### **Conclusion :**

Dans une machine synchrone à aimant permanent, les performances de celle-ci sont tributaires des paramètres vitaux de cette dernière.

Dans le cadre de la prédiction des tensions aux bornes du stator de la machine synchrone à aimant permanent interne basée sur la solution FEM statique et transitoire, la résolution du problème du champ magnétostatique, formulé à l'aide de l'équation de Poisson, par la méthode des éléments finis a été présentée.

Le logiciel FEMM a été utilisé pour obtenir sa solution numérique dont l'analyse a exigé le développement des fonctions spécifiques de traitement. Pour répondre au besoin du thème de cette thèse, il a été nécessaire de développer une série de programmes de traitement pour analyser et valider les résultats de la solution numérique de l'équation de Poisson qui gouverne le champ magnétique dans la machine.

Après validation de la procédure de modélisation, une méthode de calcul de ces paramètres, qui s'inspire directement des équations de Maxwell a été proposée dont le bienfondé a été confirmé par l'analyse les diverses méthodes existantes.

La méthode proposée, comparativement, aux démarches proposées est plus fiable dans la mesure où les résultats de calculs sont confirmés directement à partir de la simulation.

# Bibliographie

---

- [1] O. AGLÉN : Loss calculation and thermal analysis of a high-speed generator. Proc of IEMDC, 2:1117–1123, 2003.
- [2] Encyclopedia Britannica: Electricity and Magnetism. Macropedia, Vol. 18, pp. 193-194, 1995.
- [3] T.C. Martin and J. Wetzler : The Electric Motor and its Applications. Book, W.J. Johnston, Publisher, 1887.
- [4] Nikolai Tesla : A New System of Alternate Current Motors and Transformers. *AIEE Transactions*, 1888.
- [5] A. Blondel : Synchronous motor and converter, Part III. Book, McGraw-Hill, New York, 1913.
- [6] R.H. Park : Two reaction theory of synchronous machines- Part I. *AIEE transactions*, Vol. 48, No. 2, 1929, pp.716-730.
- [7] F. Blaschke : The principle of field orientation as applied to the new Transvector closed-loop control system for rotating field machines. *Siemens Review XXXIX*, 1972, pp. 217-220.
- [8] R. Krishnan : Electronic Motor Drives Modeling, Analysis and Control. Book, Prentice Hall, February 2001.
- [9] R. Krishnan : Control and Operation of PM Synchronous Motor Drives in the Field-Weakening Region. *Conference Record, IEEE IECON*, 1993, pp. 745-750.
- [10] B. Chalmers : Variable-Frequency Synchronous Motor Drives for Electric Vehicles. *IEEE Transactions on Industry Applications*, Vol. 32, No. 4, July/August 1996, pp. 896-903.
- [11] G. Slemon : High-Efficiency Drives Using Permanent-Magnet Motors. *IECON Proceedings*, 1993, pp. 725-730.
- [12] M. Rahman : High Efficiency Permanent Magnet Synchronous Motors. *IEEE IAS Meeting*, 1979, pp. 561-564.
- [13] P. Pillay and R. Krishnan : Application Characteristics of PM Synchronous and BDCM Motor Servo Drives. Conf. Record, *IEEE IAS Annual Meeting*, Atlanta, Oct. 1987, pp. 380-390.
- [14] G. Slemon and Xiau Liu : Core Losses in Permanent Magnet Motors. *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 26, No. 5, September 1990, pp. 1653-1656.
- [15] T.J.E. Miller : Back EMF waveform and Core Losses in Brushless DC Motors. *IEE Proceedings- Electrical Power Applications*, Vol. 141, No. 3, May 1994, pp. 144-154.
- [16] G. Bertotti, A. Boglietti, et al : An Improved Estimation of Iron Losses in Rotating Electrical Machines. *IEEE Transactions on Magnetics* , Vol. 27, No. 6, November 1991, pp. 5007-5009.

- [17] S. Morimoto, et al : Rotor design optimization of a multi-layer interior permanent-magnet synchronous motor. *IEE Proceedings-Electrical Power Applications*, Vol. 145, No. 2, March 1998, pp. 119-124.
- [18] R.S. Colby and D.W. Novotny : Efficient Operation of PM Synchronous Motors. *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. IA-23Nov./Dec. 1987, pp. 1048-1054.
- [19] S. Morimoto, et al : Loss Minimization Control of Permanent Magnet Synchronous Motor Drives. *Transactions on Industry Applications*, Vol. 41., NO. 5, October 1994, pp. 511-517.
- [20] R. Schiferl and T.A. Lipo : Core Losses in Buried Magnet Permanent Magnet Synchronous Motors. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, Vol. 4, No. 2, June 1989, pp. 279-284.
- [21] T. Lipo, et al : Vector Control of a Synchronous Reluctance Motor Including Saturation and Iron Loss. *IEEE Transactions on Industry Applications*, Vol. 27, No. 5, September/October 1991, pp. 978-985.
- [22] J. Flecher, et al : Efficiency Aspects of Vector Control Applied to Synchronous Reluctance Motors. *Conference Proceedings, IEEE IAS meeting*, 1995, pp. 294-300.
- [23] F. Fernandez-Bernal, et al : Efficient Control of Reluctance Synchronous Machines. *IEEE IECON*, 1998, pp. 923-928.
- [24] N. Bianchi and S. Bolognani : Parameters and Volt-Ampere Ratings of a Synchronous Motor Drive for Flux Weakening Applications, *IEEE Transactions on Power Electronics*, Vol.12, No. 5, September 1997, pp. 895-903.
- [25] S. Morimoto and Y. Takeda : Generalized Analysis of Operating Limits on PM Motor and Suitable Machine Parameters for Constant-Power Operation, *Electrical Engineering in Japan*, Vol. 123, No. 3, 1988, pp. 55-63.
- [26] S. Morimoto, et al : Optimum Machine Parameters and Design of Inverter-Driven Synchronous Motors for Wide Constant Power Operation, *IEEE IAS annual meeting*, 1994, pp. 177-182.
- [27] T. Sebastian and G.R. Slemon : Operating Limits of Inverter-driven Permanent Magnet Motor Drives. *IEEE Transactions on Industry Applications*, Vol. IA-23, No. 2, March/April 1987, pp. 327-333.
- [28] S. Morimoto, et al : Wide-Speed Operation of Interior Permanent Magnet Synchronous Motors with High-Performance Current Regulators. *IEEE Transactions on Industrial Applications*, Vol. 30, July/August 1994, pp. 920-925.
- [29] Max Marty : Principes D'Electrotechnique. Livre, édition Dunod, Paris, 2005
- [30] A. Ivanov-Smolenski : Machines électriques Tome 2. Livre, Technique Soviétique, 1983.

- [31] M. Kostenko et L. Piotrovki : Machines électriques Tome 2. Livre, Technique Soviétique, 1979.
- [32] Pierre Mayé : Aide Mémoire Electrotechnique. édition Dunod , Paris, 2006 [5] Guy Chateigner, Michel Boës, Daniel Bouix, Jacques Vaillant et Daniel Verkindère. MANUEL DE GÉNIE ÉLECTRIQUE. édition Dunod, Paris, 2006
- [33] Liva Eric Radaorozandry : Conception et optimisation des machines synchrones avec des modèles analytiques en tenant compte de la saturation magnétique. Mémoire pour l'obtention du grade de maîtrise es sciences, université Laval, 2007.
- [34] René Le Doeuff Mohammed El-Hadi Zaim : Machines électriques tournantes. Lavoisier 2009.
- [35] Zhenwei WU : Conception Optimal d'une entrainement électrique pour la chaine de traction d'un véhicule hybride électrique. Thèse de doctorat, Université de Franche-Comté, 21 Mars 2012.
- [36] Jawad Ahmed FAROOQ : Etude du problème inverse en électromagnétiques en vue de la localisation des défauts de désaimantation dans les actionneurs à aimant permanents. Thèse de doctorat, Université BELFORT-MONTBELIARD ,5 décembre 2008.
- [37] D. A. Staton, T. J. E.Miller and S. E.Wood : Maximising the saliency ratio of the synchronous reluctance motor, IEE Proceedings Electric Power Applications, vol. 140, pp. 249-259, 1993.
- [38] J. Malan and M. J. Kamper : Performance of a hybrid electric vehicle using reluctance synchronous machine technology, IEEE Transactions on Industry Applications, vol. 37, pp. 1319-1324, 2001.
- [39] T. Matsuo and T. A. Lipo : Rotor design optimization of synchronous reluctance machine, IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. 9, pp. 359-365, 1994.
- [40] M. J. Kamper, F. S.Van der Merwe and S.Williamson : Direct finite element design optimisation of the cageless reluctance synchronous machine, IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. 11, pp. 547-555, 1996.
- [41] R. R. Moghaddam and F. Gyllensten, : Novel High-Performance SynRM Design Method: An Easy Approach for A Complicated Rotor Topology, IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. 61, pp. 5058-5065, 2014.
- [42] N. Bianchi, M. Degano and E.Fornasiero : Sensitivity Analysis of Torque Ripple Reduction of Synchronous Reluctance and Interior PM Motors, IEEE Transactions on Industry Applications vol. 51, pp. 187-195, 2015.
- [43] Csaba Szabo : Motor Revolution: Synchronous reluctance motor technology, ABB Australia, July 2014.
- [44] T. Lubin : Modélisation et commande de la machine synchrone à réluctance variable. Prise en compte de la saturation magnétique, Thèse de Doctorat, Université Henri Poincaré - Nancy 1, 2003.

- [45] S. Taghavi : Design of Synchronous Reluctance Machines for Automotive Applications, Thèse de Doctorat, Université de Concordia, Montréal, Canada, 2015.
- [46] BOUKAIS Boussad, Contribution à la modélisation des systèmes couples machines convertisseurs : Application aux machines à aimants permanents (BDCM-PMSM, Thèse de doctorat, Université Mouloud Mammeri, Tizi-ouzzou, Algérie, Février 2012
- [47] HAMACHE A. : Modélisation par Eléments finis d'une machine Synchrone à Aimants Permanents. Mémoire Magister 2011 Université Batna, Algérie.
- [48] Laurent GASC : Conception d'un actionneur à aimants permanents à faibles ondulations de couple pour assistance de direction automobile Approches par la structure et par la commande. Thèse de doctorat, L'INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE TOULOUSE, 15 novembre 2004.
- [49] Dhat .D, Touzout. G : Une présentation de la méthode des éléments finis, Edition Maloine, Paris 1984.
- [50] J.C Sabonnadière, J.L. Coulomb : Élément Finis et CAO, Edition Hermès Publishing. Paris 1986.
- [51] Bastos, J.P.A : Electromagnétisme et calcul des champs, Edition de l'ufsc, Florianopolis, 1989.
- [52] Silvester .P.P , Chari .M.VJC : Finite element solution for saturable magnetic fields problems, IEEE Trans. On Power Apparatus and System, Vol 89, pp.1642-1651.1970
- [53] Foggia A, Sabonnadière JC , Silvester P : Finite element solution of saturated travelling magnetic field problems, IEEE Tran On mag. Vol 26 n° 5 sept 1986.
- [54] Bigeon. J, Sabonnadière.JC, Coulomb JL: Finite Element analysis of an electromagnetic brake, IEEE Transaction on Magnet, Vol. MAO-19, No.6. pp.2632-2634, November 1983.
- [55] Rezine H. : Méthodes d'étude et modélisation des machines synchrones à rotor massif alimentée par onduleur de tension, Thèse de Docteur Ingénieur à l'INPT, Toulouse 1983.
- [56] Davat.B : Modélisation des dispositifs électromagnétiques, Thèse de Doctorat ès-Sciences Physique, INP, Toulouse 1984.
- [57] Han SY, Bigeon J, Sabonnadière JC : An upwind finite element method for electromagnetic field problems in moving media, International Journal for Numerical Methods in Engineering Vol.24. pp. 207 1-2086,1987.
- [58] Furukawa. T, Komiya. K, Muta. T : An upwind Galerkin Finite element analysis of linear induction motors, IEEE-Transaction on Magnet. Vol.MAO-, N.2, pp.662-665, March 1990.
- [59] Cédric : Vol4\_Resolution\_Exploitation\_des\_resultats\_2D, 2005.

- [60] Ren Z : Contribution à la Modélisation des Machines Electriques par Résolution Simultanée des Equations du Champ et des Equations du Circuit d’Alimentation, Thèse de Docteur de l’INPT, Toulouse, 1985.
- [61] Nakata T, Takahachi N : Numerical Analysis of Transient Magnetic Field in a Capacitor Discharge Impulse Magnetizer, WEB Trans, on Magnet Vol. MAO-22 n.5,pp.526-528 September 1986.
- [62] Preston TW : Electromagnetic analysis of Electrical Apparatus Using the Finite Element Method, Brazilian Conference on Applied Electromagnetic Field, Belo Horizonte, Mars 1992.
- [63] Sadowski, N. Carly B, Lefèvre. Y, Lajoie-Mazenk. M : Finite Element simulation of a permanent magnet synchronous machine feeding a rectified load, Proceedings of the International Workshop on electric and Magnetic Fields from Numerical Models to Industrial Application, pp.32.-32.5, Liège,Septembre 1992.
- [64] LADJABI Abdelkader : Pseudo-identification des paramètres des machines asynchrones à cage en vue d’une intégration dans des simulateurs en temps réel, Magister novembre 2001, USTO ORAN.
- [65] Lompard P, Meunier G : Coupling Between Magnetic Field and Circuit Equation in 2D, Proceeding of the International Workshop on Electric and Magnetic Fields from Numerical Models in Industrial Application, pp 7.1-7,6, Liege, September 1992.
- [66] DHATT G, TOUZOT G, LEFRANÇOIS E : Méthode des éléments finis, Edition Lavoisier 2005.
- [67] DAVEAU C : Méthode des éléments finis, Cours Université de Cergy-Pontoise, 2005.
- [68] Sykulski : Computational electromagnetics for design optimisation: the state of the art and conjectures for the future, Bulletin of the Polish Academy of Sciences Technical Sciences, vol. 57, no. 2, pp. 123–131, 2009.
- [69] J. Legranger, G. Friedrich, S. Vivier, and J. C. Mipo, “Combination of finite-element and analytical models in the optimal multidomain design of machines: Application to an interior permanent-magnet starter generator,” *IEEE Trans. Ind. Appl* , vol. 46, no. 1, pp. 232–239, 2010.
- [70] A.Mahmoudi, S. Kahourzade, N. A. Rahim, and W. P. Hew, “Design, analysis, and prototyping of an axial-flux permanent magnet motor based on genetic algorithm and finite-element analysis,” *IEEE Trans. Magn.* , vol. 49, no. 4, pp. 1479–1492, Apr 2013.
- [71] G. Sizov, D. Ionel, and N. Demerdash, “Modeling and parametric design of permanent magnet AC machines using computationally efficient - finite element analysis,” *IEEE Trans. Ind. Electron* , vol. 59, no. 6, pp. 2403–2413, Jun 2012.
- [72] P. Zhang et al., “Multi-objective tradeoffs in the design optimization of a brushless permanent magnet machine with fractional-slot concentrated windings,” *IEEE Trans. Ind. Appl* , vol. 50, no. 5, pp. 3285–3294, Sep.-Oct. 2014.

- [73] J. Bastos and N. Sadowski, *Electromagnetics and Calculation of Fields*. New York, USA: Marcel Dekker, Inc, 2003. [Online]. Available: [www.dekker.com](http://www.dekker.com)
- [74] N. Bianchi, *Electrical Machine Analysis Using Finite Elements*. USA: Taylor & Francis CRC Press, 2005.
- [75] M. Say, *Alternating current machines*, 5th edition. London: Pitman Publishing Ltd, 1982.
- [76] M. Kostenko and L. Piotroski, *Electric machines: Alternating current machines*. Moscow: Mir Publishers, 1963, vol. 2.
- [77] T. J. E. Miller and R. Rabinovici, "Back-emf waveforms and core losses in brushless dc motors," *IEEE Trans. Power App. Syst.*, vol. 141, no. 3, pp. 144–154, May 1994.
- [78] T. Sebastian and V. Gangla, "Analysis of induced emf waveforms and torque ripple in a brushless permanent magnet machine," *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. 32, pp. 195–200, Jan.-Feb. 1996.
- [79] A. Arkkio, "Analysis of induction motors based on the numerical solution of the magnetic field and circuit equations," Ph.D. dissertation, Department of Electrical and Communications Engineering Sähkö- jätietoliikennetekniikan osasto, Helsinki University of Technology, Dec 18, 1987. [Online]. Available: <http://urn.fi/urn:nbn:fi:tkk-001267>
- [80] M. A. Jabbar, H. N. Phyu, Z. Liu, , and B. Chao, "Modelling and numerical simulation of a brushless permanent-magnet dc motor in dynamic conditions by time-stepping technique," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 40, no. 3, pp. 763–770, May-Jun. 2004.
- [81] S. L. Ho, H. L. Li, W. N. Fu, and H. C. Wong, "A novel approach to circuit-field-torque coupled time stepping finite element modeling of electric machines," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 6, no. 4, pp. 1886–1889, Jul. 2000.
- [82] P. Zhou, W. N. Fu, D. Lin, S. Stanton, and Z. J. Cendes, "Numerical modeling of magnetic devices," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 40, no. 4, pp. 1803–1809, July 2004.
- [83] D. M. Ionel and M. Popescu, "Ultra-fast finite element analysis of brushless pm machines based on space-time transformations," in *2009 IEEE International Electric Machines & Drives Conference*, Miami, Florida, May 3-6, 2009, pp. 521–528.
- [84] ANSYS Maxwell. [Online]. Available: <http://www.ansys.com/>
- [85] D. Meeker, *Finite Element Method Magnetics Version 4.2: User Manual*, September 28 2009.
- [86] K. B. Baltzis, "The femm package: A simple, fast, and accurate open source electromagnetic tool in science and engineering," *Journal of Engineering Science and Technology Review*, pp. 83–89, 2008.
- [87] A. Proca, A. Keyhani, A. EL-Antably, and W. Lu, "Analytical model for permanent magnet motors with surface mounted magnets," *IEEE Trans. Energy Convers.*, vol. 18, no. 3, pp. 386–391, Sept. 2003.

- [88] Y.Wang, D. M. Ionel, and D. Staton, “Ultrafast steady-state multiphysics model for pm and synchronous reluctance machines,” *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. 51, no. 5, pp. 3639–3646, Sept 2015.