وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

BADJI-MOKHTAR-ANNABA UNIVERSITY

UNIVERSITE DE BADJI MOKHTARE- ANNABA

جامعة باجي مختار- عنابة

Faculté des sciences de l'ingénieur

Département de l'électromécanique

MEMOIRE

Présenté en vue de l'obtention du diplôme de **MAGISTER**

ETUDE ET ANALYSE DE LA SURETE DE FONCTIONNEMENT DU FOUR PAR RESEAUX DE PETRI AU NIVEAU DE L' ACC « M'sila »

Option

Electromécanique

Par

MABROUK DEFDAF

Directeur de Mémoire **: Mr. HADJADJ A. E** MC U. ANNABA

DEVANT LE JURY

President:	**Mr. BENSAKER.B**	Prof	U.ANNABA
Examinateurs:	**Mr. KHERFANE.H**	M C	U.ANNABA
	Mr. SAAD.S	M C	U.ANNABA
	Mr. BENRETEM.A	M C	U.ANNABA

Année 2006

Remerciement

Avant tout, louange à dieu qui nous a aidé à réaliser ce modeste travail.

Nous tenons à exprimer nos sentiments et remerciements les plus distingués à

*Mr : **Hadjadj.A.E**. Maître de conférence à l'université de Annaba Qui a bien voulu nous guider dans ce travail.*

*Ainsi qu'à tous les membres de jury pour l'honneur qui' il me font en acceptant de participer au soutenance, en l'occurrence **:***

*Monsieur: **Bensaker.B***	*Prof*	*U ANNABA*
*Monsieur: **Kherfane.H***	*M C*	*U ANNABA*
*Monsieur: **Saad.S***	*M C*	*U ANNABA*
*Monsieur : **Benretem.A***	*M C*	*U ANNABA*

Et je remercie également tous les enseignants de l'institut d'électromécanique,

Et enfin à tous ceux qui nous ont aidé de près ou de loin dans notre travail.

Résumé

Dans le domaine industriel, les sociétés doivent expliquer des politiques de maintenance intégrées pour rester dans la tête de la pyramide. L'objectif de cette étude est l'intégration de la politique de maintenance du système de production pour améliorer sa sûreté de fonctionnement et sa productivité totale.

Notre but à travers ce travail est d'améliorer les performances d'un système de production qui assurent plusieurs critères dont les principaux sont : la disponibilité, Maintenabilité, le Coût et la productivité.

Les facteurs qui influencent chaque critère sont les attributs de base. Les moyens d'actions sont plusieurs politiques de maintenance disponible. Les réseaux de Petri nous donnent un meilleur outil pour faciliter l'analyse et le choix de la politique de maintenance qui doit être intégré.

Notre travail tombe sous une perspective totale qui consiste à concevoir et d'emporter un système d'assistance au choix de la politique de maintenance dans un système avec processus continu. La cimenterie de Hamam Delaa a été utilisée comme étude de cas.

ملّــخص

في المجال الصناعي كل المؤسسات يجب عليها أن تتبنى سياسة صيانة معينة. من أجل البقاء في قمة الهرم الصناعي و ضمان استمرارية العمل و تحسين الإنتاج.

في هذا العمل نطمح إلى تحسين سياسات الصيانة بواسطة تزويد هذه الأخيرة بوسائل تقنية تسمح بمعاينة نظم الصيانة,,إمكانية توّفرها, ومراقبة التكلفة والإنتاج. كما تسمح بالتحكّم في المؤثرات الجانبية على أنظمة الإنتاج, ومن بين هذه الوسائل شبكة بتري"**les réseaux de Petri**" التي تمكننا من اختيار نوع الصيانة المناسب لكل اختلال في نظام العمل بهدف تطوير الصيانة بشكل خاص و المؤسسة بشكل عام. اتخذنا من الشركة الجزائرية للاسمنت "**ACC**" بحمام الضلعة ميدانا لتطبيق هذه الطريقة.

Abstract

In the industrial domain, companies must account for integrated maintenance policies to remain in business. The objective of this work is the integration of the policy of maintenance and the production control with an aim of thus improving its dependability its total productivity. Our goal through this communication is to improve the performances of a system of production, which rest on several criteria whose principal ones are the Cost, the Availability, Maintainability and the Productivity.

The factors that influence each criterion are the basic attributes. The means of actions are the various policies of maintenance available. Networks of Petri give us a better tool to facilitate the analysis and the choice of the best policy to be integrated. Our work falls under a total prospect that consists to conceive and carry out a system of assistance to the choice of the policy of maintenance in a system with continuous lawsuit. The Algerian Cement company of Hamam Delaa was used as case study.

Sommaire

Remerciement…….. I

Résumé……. II

Sommaire……. III

Liste des tableaux…… 1.

Liste des figures…….. 2.

Introduction générale…… 5.

Chapitre N°1 : **La sûreté de fonctionnement**……. 6.

1-1 introduction…….. 7.

1-2 définition…….. 7.

1-3 le phasage des l'analyses des risques techniques avec le cycle de vie d'un produit….. 8.

1-3-1 L'identification du risque par la définition et l'analyse préliminaire des risque.. 8.

1-3-2 La classification hiérarchique des risques suivant leur importance ……. 9.

1-3-3 L'acceptation ou le traitement des risques après analyse de fiabilité …… 9.

1-3-4 L'Analyse des conséquences pour l'instrument……... 9.

1-4.la Maîtrise de la conception …… ……... 10.

1-4-1 par l'analyse de la valeur *(value analysis)*..... 10.

1-4-1-1 Les caractéristiques du besoin ……..... 10.

1-4-1-2.Les différentes phases de l'Analyse de la valeur (AV) ……..... 11.

1-4-2-L'analyse Pire Cas (Worst Case Analysis)……..... 12.

1-4-3-L'Analyse préliminaire de Risques (APR) ……..... 13.

1-4-4 La mesure du risque ……..... 15.

1-5-la liste des éléments critiques (critical item list*)*……..... 15.

1-5-1-definition……..... 15.

1-5-2-la méthodologie de l'analyse ……..... 16.

1-6-la fiabilité (reliability) ……..... 17.

1-7-Modélisation et évaluation des systèmes……..... 17.

1 -7-1- Principaux concepts……..... 17.

1-7-2Les méthodes de modélisation et de traitements ……..... 18.

Chapitre N°2 Les réseaux de Petri……. 26.

Introduction ……. 27.

2.1 Systèmes et modèles ……..... 27.

2.1.1 Notions générales sur les systèmes et modèles …….. . 27.

2.1.2 Un modèle, pour quoi faire ?..... 28.

2.2 Modèle de base …….. .. 33.

2.2.1 Eléments de base ……. 33.

2.2.2 Définition ……... 36.

2.2.3 Evolution d'un RdP……..... 37.

2.2.4 Réseaux de Pétri avec une structure particulière……. 42.

2.3 Structures fondamentales pour la modélisation des systèmes…..... 44.

2.3.1 Eléments de modélisation …… 44.

2.3.1.1 Parallélisme…… 44.

2.3.1.2 Synchronisation Mutuelle…… 45.

2.3.1.3 Partage de ressources……... 49.

2.3.1.4 Mémorisation…… 51.

2.3.1.5 Lecture……. 51.

2.3.1.6 Capacité limité ……. 52.

2.3.2 Modélisation structurée …… 53.

2.3.2.1 Approche par affinements successifs…….. 53.

2.3.2.2 Approche par compositions de RdPs……. 54.

2.4-Propriétés des Réseaux de Pétri (Ordinaires) ……..... 56.

2.4.1 -Notations et définitions ……... 56.

2.4.1.1 Séquence de franchissements ..... 57.

2.4.1.2 Couverture …… 57.

2.4.2. Propriétés …….. 58.

2.4.2.1. Réseau de Pétri borné et Réseau sauf……. 58.

2.4.2.2. Vivacité et blocage……..….... 58.

2.4.2.3 Conflits …….. 61.

2.5 Invariants …….. 62.

2.5.1 Composante conservative……... 62.

2.5.2 Composante répétitive…… 63.

2.6-Réseaux de Pétri colorés……..….. 64.

2.6.1. Introduction aux RdPs colorés à travers un exemple ……..…….. 65.

2.7-Réseaux de Pétri non autonomes ……. 68.

2.7.1 Réseaux de Petri synchronisés (RdPS) …… 68.

2.7.1.2 Définition d'un Réseau de Petri Synchronisé…… .. 69.

2.7.1.3 Propriétés des RdPs synchronisés……. 72.

Chapitre N°3 : Les réseaux de Petri comme un outil de modélisation de la maintenance… 79.

3-1. Introduction ……. 80.

3.2. RdP Stochastiques …… 80.

3.2.1 Définition des RdP Stochastiques…… 80.

3.2.2 Analyse d'un RdP stochastique ……..……. 81.

3.2.2.1 Générateur du processus de Markov …… 81.

3.2.2.2 Détermination des propriétés d'un modèle…….. 81.

3.2.2. 3 Probabilité d'état en régime permanent ……. 83.

3.2.2.4 Calcul des fréquences moyennes de franchissement ……... 84.

3.2.2.5 Calcul des marquages moyens des places……..... 84.

3.2.2.6 Les temps moyens de séjour …….. 85.

3.3. Du RdP au RdP Stochastique Généralisés synchronisé (RdPS^{2}G)

ou à Synchronisation Interne (RdPSGSynl) …….. 85.

3.3.1 Introduction …….. 85.

3.3.2 Classes des RdP stochastiques …… 86.

3.3.3 Description des RdPSGSyl et RdPS^{2}G …… 87.

3.3.4 Modélisation d'une machine à trois états par RdPSGSyl …… 88.

3.3.5 Exemple de synchronisation entre deux RdPS^{2}G …….. 90.

3.4 Modélisation des systèmes de production par réseaux de Pétri ……..... 90.

3.4.1 Modélisation des systèmes de production par réseaux de Pétri …….. 90.

3.4.2 Modèle RdP de référence du module machine ……. 91.

3.4.3 Interprétation du modèle ……... 92.

3.4.4 Module RdP de référence du module stock ……..… 95.

3.4.5 Modèle RdP de référence du module maintenance ……. 96.

Chapitre n°4 : Modélisation de la sûreté de fonctionnement des systèmes de production par réseaux de Pétri..... 100.

Introduction…… 101.

4.1 Pourquoi la modélisation……. 102.
4.2 Modélisation des systèmes de production …….. 102.
4.2.1 Définitions et hypothèses ……... 102.
4.2.2 Intégration de la fonction maintenance ……... 104.
4.3. Application industrielle……. 108.
4.3.1 Introduction.…..…..…..

Liste des tableaux

1-tableau. 1.1 Les différentes phases de l'Analyse de la valeur…….10.

2- Tableau 2.1: Notation des séquences de franchissement…….56.

3- Tab. 4.1. Différents cas possibles……114.

Liste des figures

Chapitre N°1

1-Fig. 1.1 : la probabilité en fonction de la sévérité……..…… 7.

2-Fig.1.2 :la courbe en baignoire……..…… 17.

3-Fig.1.3 : Exemple de représentation d'un sous-système électronique …… 19.

4-Fig.1.4 : Exemple de simulation de fiabilité: (a) sans et (b) avec redondance…….. 20.

5-Fig.1.5 : Exemple de symboliques……..... 23.

Chapitre N°2

1-Figure 2.1: Système……..... 27.

2-Figure 2.2: Système Réservoir…….. 28.

3- Figure 2.3: Rôle de la modélisation dans la conception des systèmes……..... 32.

4- Figure 2.4: Exemple de Graphe (gauche), et Graphe orienté (droite)……. 33.

5- Figure 2.5: Exemple d'un Réseau de Pétri…….. 34.

6- Figure 2.6: Atelier de coupe…….. 35.

7- Figure 2.8: Transition validée (gauche), non validée (droite)…….. 37.

8- Figure2.9: RdPs avant franchissement de *T*1 (gauche) et après franchissement de *T*1(droite).37.

9- Figure 2.10: Exemple d'évolution d'un RdP…… 39.

10- Figure 2.11: Quatre saisons…… 40.

11-Figure2.12: Opérations sur des entiers naturels, addition (à gauche) et soustraction (à droite)……. 41.

12- Figure 2.13: Opérations sur des entiers naturels : multiplication…….. 41.

13- Figure 2.14: Graphe d'états ou pas…… 42.

14- Figure 2.15: Graphe d'évènements ou pas ……. 42.

15- Figure 2.16: Conflit ou pas…… 42.

16- Figure 2.17: RdP qui n'est pas simple…… .. 43.

17- Figure 2.18: RdP impur équivalent a un RdP pur…… 44.

18- Figure 2.19: Parallélisme…… 44.

19- Figure 2.20: Parallélisme…… 45.

20- Figure 2.21: Parallélisme …….. 46.

21- Figure 2.22: RdP machine à remplir et à boucher ……..... 47.

22- Figure 2.23: Synchronisation mutuelle……..47.
23- Figure 2.24: RdP système magasin/consommateur……...48.
24- Figure 2.25: Sémaphore……..…...48.
25- Figure 2.26: Calculs parallèles……...49.
26- Figure 2.27: Partage de ressource…….....50.
27- Figure 2.28: Partage d'une mémoire par deux programmes……...50.
28- Figure 2.29: Mémorisation……51.
29- Figure 2.30: Lecture…….....51.
30- Figure 2.31: Atelier de coupe 2…….....52.
31- Figure 2.32: Capacité limitée…….....52.
32- Figure 2.33: Atelier suite…….....53.
33- Figure 2.34: RdP équivalent à *T*23……54.
34- Figure 2.36: Producteur magasin consommateur……..55.
35- Figure 2.37: Producteur magasin consommateur……..55.
36- Figure 2.38: Atelier de coupe simplifié…….....56.
37- Figure 2.39: RdP non borné…….....57.
38- Figure 2.40: RdP vivant……..……..59.
39- Figure 2.41: Conflit effectif ou pas……..……61.
40- Figure 2.42: RdP persistant……..……61.
41- Figure 2.43: Stock contenant deux types de pièces…….……64.
42- Figure 2.44: Machines a et b avec leurs stocks de sortie, RdP (gauche) et
RdP coloré (droite)……...66.
43- Chronogramme de la variable logique a Notation :↑ *a*(front montant) ,
↓ *a* (front descendant)……..... 68.
44- Figure 2.46: Atelier de coupe……69.
45- Figure 2.47: Franchissement d'une transition synchronisée……70.
46- Figure 2.48: Franchissement d'une transition synchronisée……71.
47- Figure 2.49: Franchissement d'une transition synchronisée……73.
48- Figure 2.50: Franchissement d'une transition synchronisée……74.
49- Figure 2.51: Franchissement d'une transition synchronisée……75.
50- Figure 2.52: RdP synchronise avec marquages instables…….....75.
51- Figure 2.53: RdP modélisant un stock avec son graphe de couverture……76.
52- Figure 2.54: RdP synchronise modélisant un stock…….....76.
53- Figure 2.55: Vivacité d'un RdP synchronisé…….....77.

54- Figure2.56: Vivacité d'un RdP synchronisé…….....78.

Chapitre N°3

1- Fig 3-1.exemple de modélisation……..……82.
2- Fig. 3-2. Modélisation d'un stock par RdP……88.
3- Fig. 3-3, Modélisation d'une machine à 3 étapes par un RdPSG…….....89.
4- Fig.3.4 Exemple de synchronisation entre deux RdPS^{2}G……91.
5- Fig .3.5 Modèle RDP de référence machine…….92.
6- Modèle RDP de référence du module stock…….95.
7- Fig 3-7. Modèle de RdP de référence d'une politique de MC……...96.
8- Fig.3-8- Modèle de RdP de référence d'une politique de MP…….97.
9- Fig .3-9 .Modèle de RDP de référence du module maintenance……..99.

Chapitre N° 4

1- Fig. 4.1**.** Un exemple de système de production…….104.

2- Fig. (4.2) : les temps d'intervention d'une maintenance corrective……..104.

3- Fig. 4.3. Les temps d'intervention d'une maintenance…….105.

4- Fig**.** 4.4. Intégration de la politique de maintenance dans sdp……...107.

5- Fig. 4.5 : vue général du four…….109.

6- Fig.4.6 : Présentation du système de production…….109.

7- Fig .4.7 Fonctionnement du système……..110.

8- Fig 4-8.modélisation par RdPS^2 de la MC et de la MP……111.

9- Fig.4.9 Modélisation par RdPS^2 le système retenu…….112.

10- Fig.4.10 Modèle de RDPS^2 du système retenu avec une MC pour S1,

et une MP pour S2 et F……..114.

Introduction générale

INTRODUCTION GENERALE

De nos jours les contraintes de la mondialisation et libération des marchés favorisées par un développement des systèmes de production accentuées par une avancée technologique dans les domaines de l'informatique, les télécommunications et les transports conditionnent la suivie de l'entreprise.

Le souci de toute entreprise est d'assurer sa fonction continuellement avec une meilleure qualité, un coût minimale et un maximum de sécurité ; pour atteindre cette perspective, les entreprises industrielles possèdent un service de maintenance.

La maintenance est définie comme étant, l'ensemble des actions permettant de maintenir ou de rétablir un bien dans état spécifique, ou en mesure d'assurer un service détermine. Le but est de bien maintenir, à coût global optimal, une disponibilité maximale. Selon l'importance et le prix des pièces on choisi une méthode de maintenance « maintenance préventive, maintenance préventive conditionnelle, maintenance préventive systématique, maintenance corrective ».

Le rôle du service de la maintenance, est de choisir une politique de maintenance adéquate en prenant en considération l'aspect technique, économique et financier, parmi les différentes méthodes en vue d'optimiser la sûreté de fonctionnement des systèmes de productions. Nous nous intéressons aux méthodes utilisent les réseaux de PETRI.

Dans le premier chapitre nous avons défini la sûreté de fonctionnement. L'analyse des risques et les différentes méthodes de la maîtrise et de conception. Nous avons étudié les outils qui sont entré dans la modélisation et l'évaluation des performances Des systèmes de production. Dans le deuxième chapitre nous avons essayé de donner toutes les informations qui définir les réseaux de Petri et leurs propriétés, pour utiliser comme un outil de modélisation de la maintenance dans la troisième chapitre.

Le but du dernier chapitre est le choix des différentes politiques de maintenance adéquate pour chaque partie du système de production choisi.

Introduction générale

Chapitre n°1

La sûreté de fonctionnement des systèmes de production

1.1. Introduction

La sûreté de Fonctionnement est une activité d'Ingénierie qualitative et quantitative. La part qualitative correspond à l'optimisation des études au Bureau d'Etudes; elle représente 70% environ de l'activité totale. Les 30% restants représentent la partie dite quantitative qui est consacrée à la maîtrise des risques avant fabrication à partir des architectures déjà élaborées. C'est donc la phase d'optimisation des architectures des systèmes et de leur mise en œuvre de façon à maximiser, à moindre coût, leur robustesse aux aléas.

La sûreté de Fonctionnement est donc une action de réduction de risques et, par voie de conséquences, du coût à l'achèvement. Elle s'exerce donc essentiellement pendant les premières phases des projets, jusqu'à la mise en production. Cette démarche est une partie de la démarche générale qui, depuis quelques années, est mise en œuvre pour contrôler la fabrication d'un produit ou d'un instrument donné, que l'on désigne sous le nom d'Assurance Produit.

1-2. Définitions :

Le risque est caractérisé par un grandeur à deux dimensions nommée « *criticité* » (fig.1.1).

- en abscisse : la « *sévérité* » des effets et des conséquences (parfois appelée aussi « *gravité* », ce dernier terme ne devant être considéré que comme un terme général).
- en ordonnée : « *la probabilité d'occurrence* », qui peut être quantifiée.

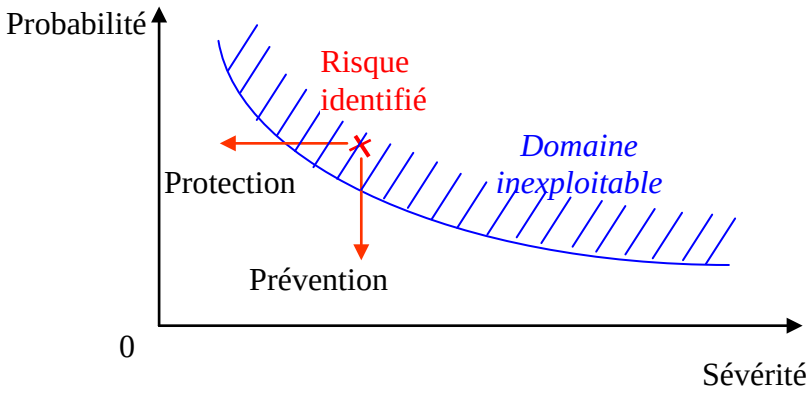


Fig. 1.1 la criticité **[3]**.

Ainsi, la SdF s'exerce à la fois sur la prévention et la protection.

1-3 Le phasage des analyses de risques techniques avec le cycle de vie d'un produit

C'est dés la conception d'un produit que débute la politique de gestion et de maîtrise des risques techniques liés à son utilisation. Le design est vérifié plusieurs fois lors de réunions ou de revues, avant la mise en fabrication.

Quatre étapes majeures pour la maîtrise des risques :

- **L'identification des risques après analyses**,
- **Le classement des risques en fonction de leur importance pour le projet,**
- **L'acceptation ou traitement,**
- **L'analyse des conséquences sur le projet.**

A noter que la maîtrise des risques, si elle accroît les coûts de conception, aura un impact compensateur par la réduction drastique des coûts de production, de mise au point et d'exploitation. **[1]**.

Trois techniques couramment utilisées pour identifier et formaliser le besoin :

- L'établissement du Cahier des Charges Fonctionnel (CdCF),
- l'Analyse de la valeur (AV),
- l'Analyse Fonctionnelle Interne (AFI).

1-3-1 L'identification du risque par la définition et l'analyse préliminaire des risques

Après l'étape d'expression et de formalisation du besoin, l'Analyse Préliminaire de Risques (APR), est la première étape de la politique de maîtrise des risques mise en œuvre dans une entreprise.

Elle s'appuie sur l'Analyse Fonctionnelle Interne (AFI) des différents sous-systèmes. En pratique, c'est l'établissement de la liste des pannes fonctionnelles possibles et des recommandations formulées pour le design. Cette liste préliminaire est établie en fin de phase A. **[2]**.

1-3-2.La classification hiérarchique des risques suivant leur importance :

Les risques issus de l'analyse préliminaire sont classés suivant leur importance. Les plus importants pour le projet constituent la liste des Eléments Critiques. Cette liste, établie en début de phase B, sera réduite au fur et à mesure de

la clôture des actions mises en œuvre pour réduire ces risques. La liste des Eléments Critiques accompagne le projet jusqu'à la mise en service de l'appareillage. **[3]**

1-3.3 L'acceptation ou le traitement des risques après analyse de fiabilité :

Des analyses comparatives de fiabilité sont faites à partir de différentes modélisations du design pour diminuer la probabilité de défaillance. Elles vont conduire à explorer la possibilité de redondances, qui sont le doublement des moyens matériels et/ou en logiciels de bord. Ces analyses permettent de décider de les traiter ou de les accepter.

1-3-4 L'Analyse des conséquences pour l'instrument

En fin de phase B, la caractérisation détaillée des effets de toutes les pannes possibles sur l'instrument et les actions menées pour y remédier ou en diminuer la sévérité est faite. La méthode utilisée est normalisée : c'est l'Analyse des Modes de Défaillances, de leurs Effets et Criticités (AMDEC). Elle est limitée dans un premier temps aux pannes fonctionnelles.

Elle constitue un auto-test de l'instrument avant sa mise en fabrication.

En pratique

Le niveau d'intervention sur les risques relève d'une décision du Projet en fonction des demandes des commanditaires mais aussi des ressources et des moyens dont il dispose.

1-4 la maîtrise de la conception

1-4-1 Analyse de la valeur

L'Analyse de la valeur (AV) est une méthode qui permet de tendre vers l'optimisation de la conception. Elle est pratiquée au niveau des sous-systèmes. Lui sont parfois associées des analyses complémentaires, telles que l'Analyse des Contraintes et l'étude du Pire des Cas ; C'est une méthode de travail normalisée par l'AFNOR, qui la définit comme une « méthode de compétitivité organisée et créative visant les satisfactions des utilisateurs par une démarche de conception à la fois fonctionnelle, économique et pluridisciplinaire ».

Cette démarche est :

- fonctionnelle, car elle impose d'exprimer le besoin en terme de finalité et non de solutions,
- économique, car elle permet d'intégrer très tôt les aspects coûts,
- pluridisciplinaire, car elle fait intervenir un groupe de travail destiné à établir un consensus autour des fonctions à développer, de leurs performances, des solutions, des coûts ;
- Elle favorise la créativité et permet un enrichissement mutuel des différentes personnes du groupe de travail.

L'objectif est de rendre compétitif un produit ou une réalisation :

- D'un point de vue fonctionnel, en termes de services rendus : c'est ce qui est aussi appelé fonctions d'usage.
- D'un point de vue technologique, en termes d'innovation et d'intégration: ce sont les fonctions de construction.
- En terme de coût (fonction coûts)
- La fonction "pertinence du besoin", qui est la "valeur ajoutée" à la fonction.

1-4-1-1 Les caractéristiques du besoin

- Le besoin doit être connu et justifié (juste nécessaire) et obtenu à la suite d'adéquations et d'itérations,

- Seule, sa finalité est exposée avant l'analyse, aucune solution n'étant formulée à ce stade,
- Se niveau d'exigences doit pouvoir être modulé, dans une certaine mesure, en favorisant le dialogue avec les sous-traitants.

1-4-1-2 Les différentes phases de l'analyse de la valeur (AV) :

L'AV se déroule suivant sept phases consécutives, distinctes. Le Tableau n°1 montre l'ordonnancement de la démarche.

Tableau n°1, Les différentes phases de l'Analyse de la valeur **[1]**.

Phases	*Activités de la phase*
Phase 1 Orientation de l'action	- Validation de l'action prévue, - Définition des objectifs et des limites de l'action, - Définition des contraintes et des moyens.
Phase 2 Recherche de l'information	Inventaire, mise en commun (et en forme) des besoins et informations dans les domaines: Economique, technique et réglementaire.
Phase 3 a)- Traduction des besoins connus en fonctions (avec prise en compte des coûts) : Expression Fonctionnelle de Besoin. --- b)- Recensement des fonctions. Résultats consignés dans le Cahier des Charges Fonctionnel --- c)- Travail sur les fonctions	Besoin connu et justifié --- -**Analyse des différentes fonctions** * *techniques* (innovation et intégration (construction), * *service rendu* (usage) converti en fonctions techniques,, * *coût*, * *pertinence du besoin* (valeur de la fonction) - **Recherche intuitive de fonctions**, analyses des insatisfactions des produits etc.. --- - Mise en forme des fonctions : formuler avec des verbes à l'infinitif, - Flexibilité, - Classement des fonctions (Hiérarchisation).
Phase 4 Recherche d'idées et de voies de solution (phase créatrice) par : Analyse Fonctionnelle Interne	- Exploration des solutions possibles (arborescence fonctionnelle), - Hiérarchisation des idées de solutions, - Sélection d'idées par sous-systèmes et conséquences, - Nouveaux besoins, - Identification des risques, - Reconstruction des risques au niveau supérieur.
Phase 5 Etude et évaluation des solutions	Etude technique des solutions retenues (faisabilité, coût, risques).
Phase 6 Bilan prévisionnel, Présentation des solutions, Décisions.	- Elaboration du bilan Présentation et justification des solutions,
Phase 7 Réalisation, suivi, bilan	Réalisation, suivi de la réalisation.

Phase 1 : *L'orientation de l'action* :

C'est la phase de validation de l'action avec la définition des objectifs, des moyens et de leurs limites.

Phase 2 : *La recherche d'informations* :

Pendant cette phase, on effectue l'inventaire, la mise en forme et la mise en commun des informations de nature économique, technique et réglementaire.

Phase 3 : *L'analyse des fonctions et des coûts* :

Cette phase est celle de l'expression du besoin, et sa traduction en terme de fonctions.

Le passage besoin/fonction se fait par la description des liens attendus entre le produit à concevoir ou à modifier, et son environnement.

Actions pratiques :

- Recenser les fonctions de service sous forme de verbe à l'infinitif,
- Caractériser leur possibilité de flexibilité et de modularité,
- Ordonner les fonctions en les classant suivant la logique pourquoi/comment,
- Les valoriser et les hiérarchiser selon leur importance,
- Valider la liste après justification.

Phase 4 : Recherche d'idées et de voies de solutions :

C'est la phase créatrice qui permet d'explorer toutes les solutions potentielles, de les classer et d'en faire une présélection.

Le document résultant de ces séances de travail en groupe, quand il est demandé par le projet, est **l'Analyse Fonctionnelle Interne (AFI).**

Phase 5: Etude et évaluation des solutions :

Cette phase comprend :

- L'évaluation, (effectuée toujours en groupe de travail), et, en retour, de
- La vérification des solutions par l'identification des risques.
- La reconstruction des fonctions au niveau supérieur à celui considéré
- La validation des solutions retenues.

Les trois dernières phases, qui sont liées entre elles par leur démarche, peuvent être conduites lors de la même séance de travail.

Phase 6: Bilan prévisionnel :

C'est la présentation et la justification des solutions retenues.

Phase 7 : *Mise en œuvre des solutions techniques retenues et suivi de réalisation* :

Cette phase s'étend jusqu'à la mesure des écarts par rapport à la spécification et comprend la traçabilité des résultats.

1-4-2- L'analyse Pire Cas

Cette analyse est l'évaluation des performances du produit par rapport au besoin. Elle prend en compte les dérives des paramètres des constituants dues au vieillissement pendant la durée de vie. Les causes sont les jeux mécaniques, les radiations, l'effet de la température, les variations extrêmes des signaux d'entrée et des charges de sortie sur les composants etc.

Beaucoup de ces dérives sont maintenant données par les constructeurs des composants. A charge aux concepteurs de calculer, à partir des données précédentes, les contraintes maximales attendues en fin de vie et de les comparer avec celles données dans les normes.**[1]**

Ceci permet de valider les marges du produit par rapport au besoin.

Trois méthodes peuvent être utilisées :

- L'étude analytique de la fonction de transfert du produit (ex: Calcul des dérives partielles au point de fonctionnement nominal ou détermination du domaine de variation),
- La simulation de la fonction de transfert du produit quand elle est plus complexe à traiter d'un point de vue analytique,
- Les essais, parfois destructifs, et l'analyse de leurs résultats.

A noter que ces analyses sont très lourdes et très coûteuses. Elles nécessitent d'être donc ciblées au plus juste.

1-4-3 l'analyse préliminaire de risques (APR) :

L'Analyse Préliminaire de Risques est la première étape de la politique de gestion de risques, l'Analyse de la valeur étant considérée comme une phase d'étude et non d'analyse de risques. **[1]**

C'est une analyse déductive dont les objectifs sont :

1. De forcer le projet à pratiquer une décomposition fonctionnelle de base, de tout le concept de l'instrument, y compris les softs, pendant la phase de design,
2. L'identification des erreurs et des non-conformités de design en comparaison aux spécifications d'origine,
3. L'identification très tôt dans le déroulement du projet, des modes de pannes possibles et en particulier des pannes à effet catastrophique sur le système, ces dernières sont traitées en priorité,
4. L'apport de modifications pour réduire le nombre d'éléments critiques et, plus généralement, pour réduire les risques de pannes.

Les résultats attendus de l'APR :

1. Une visibilité sur l'adéquation des spécifications déjà établies permettant la tolérance aux pannes,
2. Une première idée sur la nécessité ou pas de redonder des sous-systèmes,
3. Une première idée du fonctionnement en mode dégradé après une panne ou après une mise en sécurité pour danger.
4. Une visibilité sur les dangers entraînés par les pannes,
5. Une première justification des analyses de détail qui sont lourdes et coûteuses,
6. La mémorisation de la raison des choix techniques.

1-4-4 La mesure du risque

Le risque est évalué par l'analyste (la fonction analyste peut être partagée entre le chef de projet, l'ingénieur système..) qui estime sa « *sévérité* » en fonction

des conséquences de la défaillance de la fonction considérée, tant pour le système que pour l'expérience. Elle s'exprime par un nombre allant de 1 et 5 :

1. *« catastrophique »* quand il y a perte de l'instrument,
2. *« grave »* quand la conséquence est la perte du dispositif,
3. *« majeur »* lorsqu'il y a perte d'un sous-système,
4. *« significatif »*, pour la perte d'une fonction,
5. *« négligeable »* lorsque la défaillance n'entraîne pas de conséquences.

1-5- la liste des éléments critiques

Cette liste n'est pas effectuée suivant une norme définie. Elle peut être exigée par le chef commanditaires du Projet. C'est la deuxième étape de la politique de gestion des risques entreprise tout le long d'un projet.

1-5-1 Définition

Précédemment, la classification des risques a été donnée suivant les défaillances possibles lors du fonctionnement de l'appareillage :

Une autre manière d'aborder le traitement de risques est de spécifier les risques liés aux éléments en tant quels tels. C'est le but de cette liste.

Un élément est dit « *critique* » quand le risque qu'il entraîne est compris entre « catastrophique » et « significatif ».

De surcroît, un élément est « critique » quand il s'applique aux pièces :

1. non encore développées,
2. dont les propriétés ne peuvent être contrôlées directement sans dégradation,
3. localisées aux interfaces,
4. produites par des instituts non encore expérimentés dans les domaines concernés.

Il est aussi défini par deux critères :

1. la « catégorie critique » qui concerne :
   - A : la sécurité ou la probabilité de panne dans le temps,

- B : la possibilité pour l'élément de se fracturer,
- C : un élément dont la durée de vie est limité.

2. sa « criticité », répartie selon deux groupes : Majeure (M) ou mineure (m), suivant la sévérité de la panne résultant du non fonctionnement de l'élément.

1-5-2 La méthodologie de l'analyse

La liste est faite sous forme de colonnes dont le format est le suivant :

1. Numéro de ligne,
2. Code produit (arbre produit),
3. Catégorie critique,
4. Criticité,
5. Identification précise de la pièce en question,
6. Risques encourus,
7. Activités prévues pour rendre la pièce, si possible, non critique (plans de contrôle etc.),
8. Etat : Ouvert ou Fermé

1-6 La fiabilité

Les études de fiabilité constituent le moyen de quantifier les risques définis par l'APR et par la liste des éléments critiques. La détermination de la probabilité d'occurrence des risques concernés va permettre de statuer sur l'opportunité de les traiter ou de les accepter. C'est la troisième étape de la gestion de risques d'un projet.

1-6-1 Objectifs, méthodes et conditions

L'objectif est d'évaluer différentes architectures possibles en comparant leurs performances au moyen de données statistiques. Pour ce faire, la méthode employée doit être suffisamment pour décrire le fonctionnement du produit, mais, cependant, la plus simple possible pour que le projet puisse contrôler l'évaluation qui est faite. La méthode générique universelle pour faire ces études n'existe pas. Les limites sont d'une part l'utilisation abusive d'analyses quantitatives complexes pour justifier les risques qui sont difficiles à mesurer, et d'autre part, la tendance à rejeter toute

quantification qui peut conduire à des architectures incohérentes. Cela reste un outil très utile d'évaluation relative des différentes solutions techniques.

1-7 Modélisation et évaluation des systèmes

1 -7-1 Principaux concepts

- **La fiabilité R**

C'est l'aptitude d'un système à accomplir une fonction requise pendant un intervalle de temps donné. C'est la probabilité que le système ne soit pas défaillant sur l'intervalle (0, t).dans des conditions données, Elle est définie à partir du **taux de défaillance** λ qui varie avec le temps comme indiqué sur la courbe suivante de la fig1.2. (Courbe dite « en baignoire ».

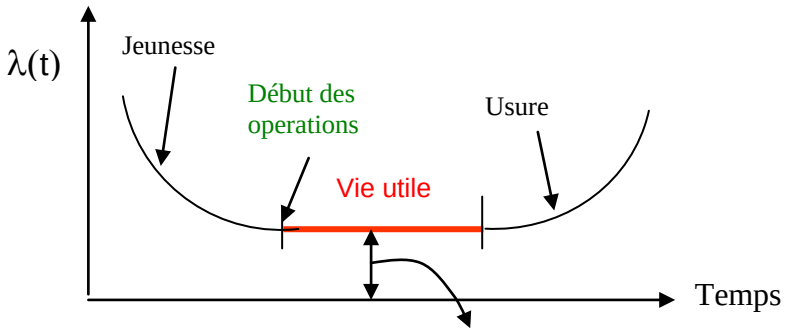


Fig.1. 2 Courbe "en baignoire". [3]

On montre que pour un système, dont ce taux de défaillance est constant dans le temps, c'est à dire pendant la période de vie utile, que la fiabilité est définie par [1] :

$$R=e^{-\lambda t}.$$

- **La Maintenabilité**

Dans des conditions données d'utilisation c'est l'aptitude d'un dispositif à être maintenu ou rétabli dans un état dans lequel, il peut accomplir sa fonction requise lorsque la maintenance est accomplie dans des conditions données avec les procédure et les remèdes prescrits.

- **La disponibilité**

Dans des conditions données d'utilisation et de maintenance c'est la caractéristique d'un dispositif exprimée par la probabilité qu'il soit apte à fonctionner à un instant donné.

- **La sécurité**

C'est l'aptitude d'un équipement à ne pas entraîner de dommages graves aux personnes, à l'environnement ou aux biens. Caractérisé par sa probabilité.

Remarque : Les quatre concepts que sont la **F**iabilité, la **M**aintenabilité, la **D**isponibilité, et la **S**écurité**)** sont des analyses qui sont souvent groupées, notamment dans les logiciels, sous le terme de **FDMS ou RAMS. [3]**

- **Le fonctionnement se caractérise par les paramètres suivants** :
  - **le MTTF** *(Mean Time To Failure)* : durée de bon fonctionnement avant la première défaillance,
  - **le MUT** *(Mean Up Time)* : durée moyenne de bon fonctionnement,
  - **le MDT** *(Mean Down Time)* : durée moyenne d'indisponibilité,
  - **le MTTR** *(Mean Time To Repare)* : durée moyenne de réparation,
  - **le MTBF** (*Mean Time Between Failure*) : durée moyenne entre deux défaillance consécutives.

1-7-2 Les méthodes de modélisation et de traitements :

L'évaluation repose sur l'emploi d'une méthode de modélisation couplée à une méthode de traitement.

1-7-2-1 Les Blocs Diagrammes de Fiabilité (BDF) :

Le BDF est une représentation des éléments qui participent à la réalisation des diverses fonctions d'un système, sous la forme de blocs rectangulaires, en série ou parallèle, liés entre eux. Le fonctionnement est assuré tant que la chaîne n'est pas rompue par la défaillance de certains blocs. La fiabilité de la chaîne est calculée et différentes redondances sont simulées pour augmenter sa fiabilité.

Les types de redondances sont :

- la redondance active M parmi N : les N éléments en redondance fonctionnent simultanément, sachant que seulement M éléments sont nécessaires pour assurer le service attendu.
- la redondance passive M parmi N : M-N éléments sont des éléments de rechange.

- les redondances chaude/froide : Elles caractérisent l'état énergétique d'un système.
- le cross-strapping : qui partage les circuits en éléments redondés individuellement. Simple en apparence, en fait, il introduit le ralentissement des informations et des risques de non-fonctionnement qui sont liés à l'activation du commutateur.

Limite de la méthode : La BDF est une méthode simple, dont la symbolique s'est récemment enrichie pour tenir compte des taux de réparation après panne, des taux d'utilisation pour les éléments actifs, de ressources supplémentaires quand la redondance est activée. La modélisation doit se faire avec soin pour tenir compte à la fois des pannes dites « *Avant* » qui sont des fonctionnements intempestifs et des pannes « *Retard* » ou absence de fonctionnement. [4].

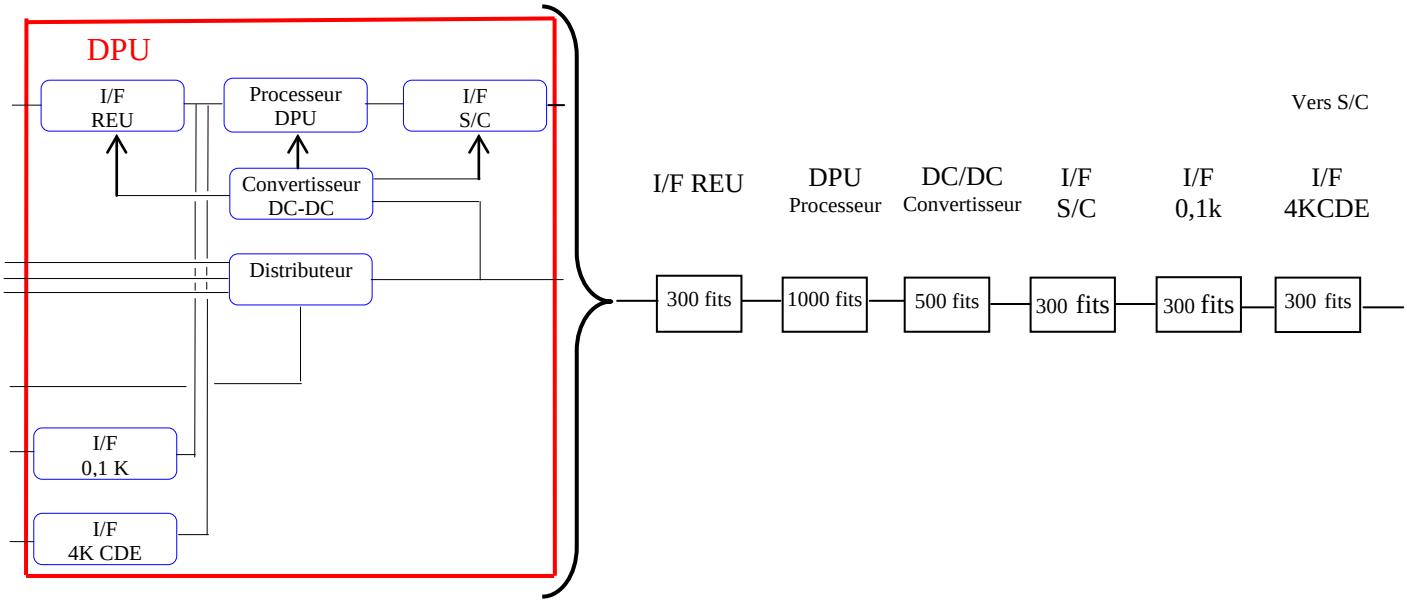


Fig. 1.3Exemple de représentation d'un sous-système électronique par la méthode des blocs diagrammes. [4]

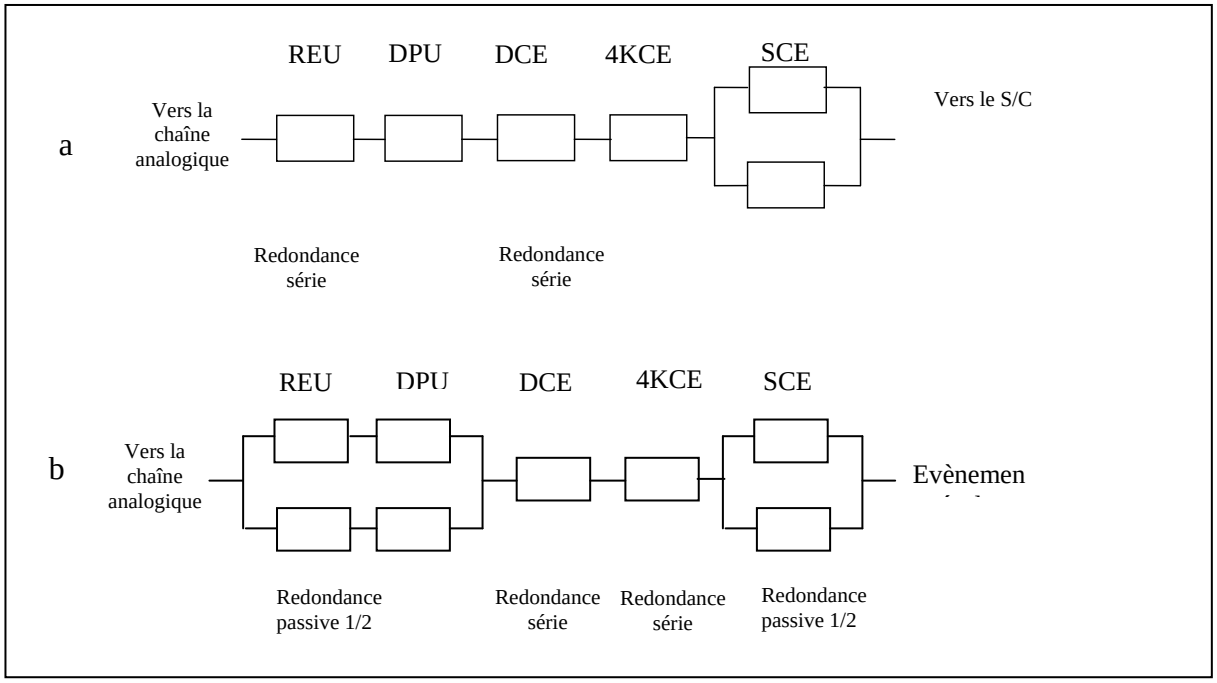


Fig1.4 : Exemple de simulation de fiabilité: (a) sans et (b) avec redondance [4]

1-7-2-2 Le graphe de Markov

Le traitement du graphe consiste à calculer le vecteur probabilité de trouver les différents états du système à t. Il est utilisé pour décrire le comportement dynamique d'un produit par la représentation matricielle des états du système.

Cette méthode est maintenant combinée avec la précédente dans des logiciels de simulation. Cependant dans ce cas, il faut que les taux de transition entre états soient constants, ce qui exclut le fonctionnement quand le taux de pannes varie avec le temps (jeunesse des dispositifs ou fin de vie avec usure). [1].

1-7-2-3 La détermination de λ

Les résultats des calculs de fiabilité dépendent des valeurs des taux de défaillance λ qui sont prises pour les calculs. Ces valeurs sont souvent tabulées. Ces tables indiquent parfois des valeurs différentes pour les mêmes composants électroniques, bien que les modèles prévisionnels soient maintenant recalés les uns par rapport aux autres. Un vaste champ de recherche s'est crée sous l'impulsion des industriels et est relayé par le monde universitaire et les écoles d'ingénieurs, sous forme de réseaux, afin d'optimiser les méthodes de détermination de λ. Les facteurs pris en compte sont :

- le retour d'expérience et le traitement statistique qui lui est associé,
- les essais de fiabilité (tests de vie, cyclage thermiques, essais de fatigue) sous contrainte accélérée, suivant des modèles et des lois pré-établies,
- la physique des défaillances dans laquelle le mécanisme de défaillance est modélisé par une loi physique analytique,
- les avis d'experts,
- la prise en compte de paramètres empiriques ou prévisionnels etc.

D'une façon générale, les méthodes bayésiennes font intervenir des combinaisons de données statistiques basées sur la probabilité totale des différentes causes de nature diverses. Elles sont de plus en plus employées en simulation et diagnostic.

Deux autres méthodes sont en développement :

- Les algorithmes génétiques,
- Les réseaux de neurones.

1-7-2-4 La simulation de Monte-Carlo

Elle est utilisée en SdF quand un système s'avère trop complexe pour pouvoir être traité par les 2 méthodes précédentes combinées. Son principe consiste à simuler un grand nombre de fois le comportement dynamique des composants d'un système afin d'évaluer ses caractéristiques de fonctionnement, en reconstituant l'état total.**[3]**

Les inconvénients :

- la précision est liée au nombre de simulations effectuées,
- le traitement est long et peut difficilement s'appliquer aux évènements rares
- la méthode peut faire l'objet de développements logiciels spécifiques contrairement aux méthodes précédentes qui utilisent des logiciels du commerce.

1-7-2-5 Les réseaux de Petri

Un réseau de Petri est constitué de places, transitions et arcs, qui vont représenter successivement les propriétés du système à modéliser lors de ses changements d'état, à travers les relations place/transition. Couplés à la simulation de Monte Carlo, ils permettent d'évaluer

la fiabilité/disponibilité de systèmes divers et notamment dans le domaine de l'automatique et de la productique en considérant des transitions déterministes ou aléatoires.

Le pouvoir de modélisation de cette méthode est très riche, mais demande en contrepartie une grande maîtrise du processus de modélisation de la part de l'analyste qui doit en être expert. **[3]**.

1-7-2-6 Les analyses de sécurité par arbres d'événements (ou arbre de causes, arbre de défaillances ou arbre de fautes)

Le but est de représenter graphiquement les combinaisons d'évènements de base qui entraînent la réalisation d'un événement (risque) indésirable.

Ces évènements de base peuvent être des pannes, des erreurs humaines, des conditions environnementales pour lesquelles des données probabilistes sont ou ne sont pas disponibles. Elles ont pour ordre le nombre d'évènements qui les constitue. La représentation des évènements par des portes logiques s'effectue par l'intermédiaire d'une symbolique synthétique. Le traitement mathématique permet de calculer la probabilité de l'arbre sommet lorsque des données probabilistes sont disponibles. Néanmoins, en pratique, cette méthode est délicate à appliquer pour des systèmes complexes.

La fig.1.3 ci-dessous montre un exemple d'arbre d'évènements conduisant à la perte d'un système. Les éléments sont représentés par des symboles (cercles, losanges, triangles, maison) auxquels sont associées des portes logiques : "et", "ou", "non-ou". On recherche la plus petite combinaison possible d'évènements de base conduisant à l'événement au sommet. Dans le cas de cette figure, les évènements de niveau immédiatement supérieur apparaissent si "d et non (g) et non (h)" se produisent ou de la même façon "e et non (g) et non (h)" et également "f et non (g) et non (h)" se produisent. Trois éléments sont à chaque fois mis en cause, la coupe est alors dite d'ordre trois; Pour un Point de Panne Unique, l'ordre est un.

Dans le cas général, toutes les coupes minimales sont déterminées lors de l'analyse. Elles peuvent être ensuite classées par ordre d'importance et par probabilité.

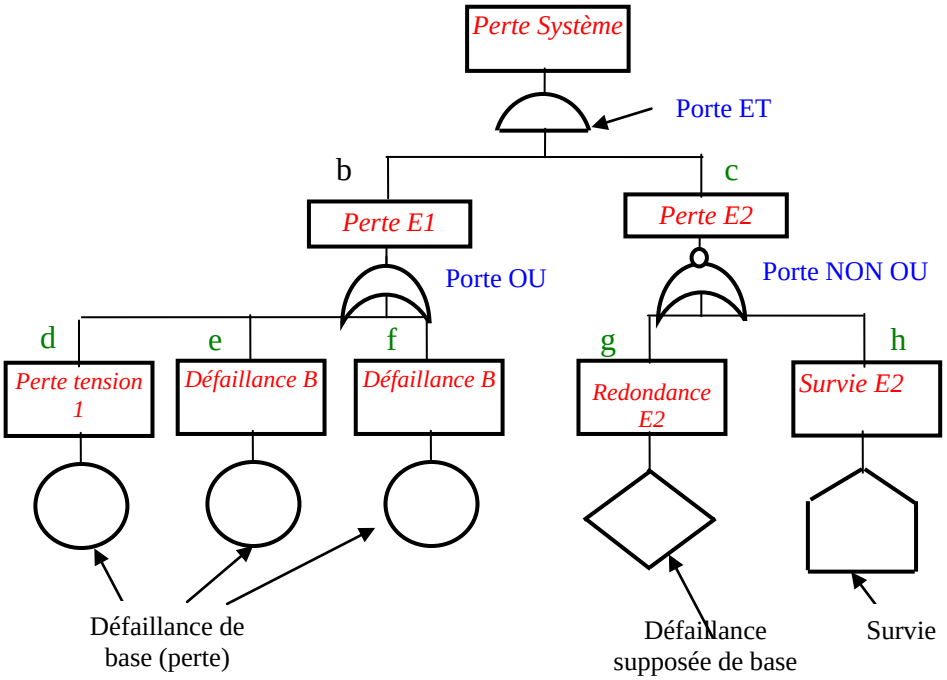


Fig.1.3 : Exemple de symboliques. **[3]**

- **Les règles de conception :**

  Les fonctions nominales et redondantes si elles doivent être implantées sur une même carte, doivent être séparées physiquement (éloignement sur la carte, séparation mécanique, drain thermique etc.), à moins que l'absence de risque de propagation de panne entre partie nominale et partie redondante ne soit démontré.

  Les mécanismes de détection des pannes ou de protection doivent être indépendants des fonctions surveillées ou protégées.

1-7-2-7 L'analyse des modes de défaillance, de leurs effets et criticités (AMDEC OU FMECA)

Cette analyse constitue la 4ème étape de l'action en réduction de risques. C'est l'analyse inductive de recherche des effets des pannes des composants sur les sous-systèmes et le système.

La *"criticité*" qui est la probabilité d'occurrence des pannes, n'est pas calculée lorsque l'analyse s'effectue au niveau fonctionnel, ce qui est généralement le cas, sauf demande expresse du Projet (pannes intrinsèques des composants). Comme pour les autres étapes de la politique de gestion des risques techniques, les pannes sont donc caractérisées par leur composante « *sévérité* ». On parle alors d'AMDE. En fait, le sigle AMDEC est généralement usité, même lorsque la probabilité d'occurrence n'est pas calculée. **[3]**

- **Méthodologie**

L'AMDEC se pratique, comme l'Analyse de la valeur, en groupe de travail dirigé par un animateur.

La méthode comprend 4 étapes que l'on va retrouver dans le formalisme :

1- Une revue aussi détaillée que possible, à partir de l'APR, des possibilités de pannes (dégradation dans le temps ou rupture brutale) pour chaque fonction de l'équipement et des interfaces,

2- Pour chaque panne identifiée, détermination des causes et des effets (dommages et interférences) sur les autres sous-systèmes en terme de « *sévérité* ».

3- La détermination des moyens de détection et de recouvrement de la fonction en question,

4- Des propositions d'action pour supprimer la panne.

Particularités :

- Pour les interfaces : l'analyse est détaillée jusqu'au niveau composant,
- L'AMDEC s'applique également aux logiciels et aux interfaces logiciels/matériel dés le début de l'écriture des logiciels et constitue une analyse spécifique complémentaire ;

- Les recommandations sont éditées sous forme de liste d'actions,
- Les recommandations proposées peuvent être rejetées après étude et d'autres propositions faites en retour. **[5]**.

Conclusion

Dans ce chapitre nous avons défini la sûreté de fonctionnement .les différents phases d'analyses des risques et les différentes méthodes de la maîtrise et de conception.

Nous avons étudié les outils qui sont entré dans la modélisation et l'évaluation des performances des systèmes de production, parmi ces derniers les réseaux de Petri qui est le sujet du prochain chapitre.

Chapitre n°2

Réseaux de Petri

Introduction :

Les systèmes technologiques, de plus en plus souvent d'une grande complexité, qui ont envahi notre quotidien. Ces systèmes sont l'oeuvre des ingénieurs. Pour l'ingénieur, se posent alors plusieurs problèmes importants :

Comment réussir à appréhender le comportement de ses systèmes afin de les concevoir, les réaliser et de les exploiter ? La description du comportement attendu du système constitue le cahier des charges. Celui-ci est en général défini par différents intervenants, intéressés par les aspects fonctionnels du produit, les besoins des consommateurs, les contraintes de coût, le marketing, etc.

Du fait de la complexité de plus en plus forte des systèmes technologiques, il apparaît de plus en plus nécessaire de disposer de méthodes et d'outils de conception, de réalisation et d'exploitation qui soient particulièrement efficaces. Au centre de ces méthodes et de ces outils, se trouve en général la modélisation.

Dans ce chapitre d'introduction, les notions de système et de modèle sont rappelées : la modélisation par Réseaux de Pétri est mise en perspective.

1.1 Systèmes et modèles

1.1.1 Notions générales sur les systèmes et modèles

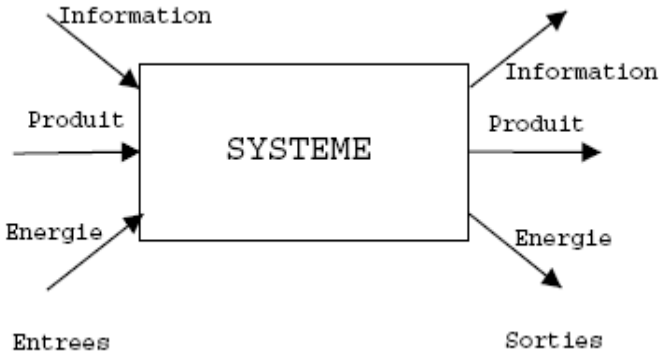


Figure 2.1: Système **[19]**

Un système est une portion de la réalité définie par une frontière organisée en fonction d'un but. En général, un système est constitué par un ensemble d'éléments en interaction dynamique. Il possède des entrées et des sorties. Elles sont caractérisées par des variables de flux. Exemple du Réservoir :

Le système Réservoir est représente Figure 2.2. Le réservoir rempli d'une hauteur *h* (*t*) de liquide est alimente par un débit d'entrée (t) de liquide en haut du réservoir. Le liquide s'échappe a la base par une vanne pour laquelle il est possible de modifier la section de l'ouverture en agissant sur la valeur de la variable *v* (*t*). Il s'échappe avec un débit de sortie (t).

variables d'entrée :

variables de sortie :

variables d'état :

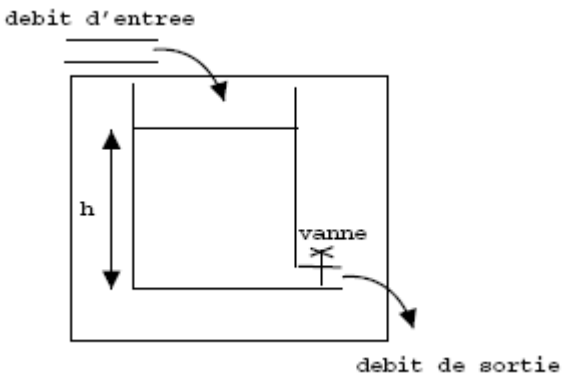


Figure 2.2: Système Réservoir. **[19]**

La variable de sortie, c'est-à-dire le débit qui s'échappe, peut s'exprimer en fonction de *h*(*t*) et de *v*(*t*):

$$d_{sortie}(t) = 2v(t)\sqrt{h(t)}. \qquad (1.1)$$

La variation de la hauteur d'eau est reliée aux débits d'entrée et de sortie :

$$S\frac{dh(t)}{dt} = d_{entree}(t) - d_{sortie}(t) \qquad (1.2)$$

Où :*S* est la section du réservoir.

Les équations (1.1) et (1.2) constituent le modèle du système Réservoir.

Les Réseaux de Pétri ont été inventes par Carl Maria Pétri au début des années soixante. des travaux ultérieurs ont permis de d´envelopper les Réseaux de Pétri comme un outil de modélisation des systèmes a variables d'entrée, de sortie et d'état discrètes. C'est aussi un outil de modélisation pour les systèmes a variables logiques puisque ceux-ci sont un cas particulier des systèmes a variables discrètes. Un caractère très intéressant est que les modèles Réseaux de Pétri sont sous la forme d'une représentation graphique. Ce point est important car le fait e représenter sous forme graphique un modèle plutôt que sous forme d'équations permet de le rendre lisible par des personnes dont la formation scientifique n'est pas forcement poussé. Le modèle Réseaux de Pétri a d'ailleurs donne naissance au Grafcet, un langage de spécification et de programmation d'automates industriels. Le caractère graphique est ici fondamental car ce langage doit être accessible a la fois a l'industriel, l'ingénieur, le technicien et l'ouvrier car c'est un outil graphique**.[6]**.

1.1.2 Un modèle, pour quoi faire ?

L'utilisation de modèles prend une part de plus en plus importante dans les projets technologiques mènes par les ingénieurs, que ce soit pour la définition de systèmes, leur conception, leur réalisation et même leur intégration (mise en oeuvre), leur maintenance et leur exploitation.

Par définition, un modèle est une représentation d'un système : il peut ainsi permettre de décrire de façon non équivoque un système technologique. De sa définition a son exploitation, un système technologique va être appréhende par différentes personnes (ingénieurs, etc..) sous des points de vue différents (conception, réalisation, maintenance, exploitation, etc..).

Le passage d'une personne à l'autre doit alors se faire sans perte d'information, ce que permet l'utilisation d'un modèle. Ce problème est suffisamment central pour qu'un énorme effort soit consacre au niveau de la définition et de la mise en oeuvre des normes et de standards industriels. Par exemple, la modélisation du fonctionnement demande à un automate industriel est possible par l'utilisation du Grafcet, qui est un outil de modélisation dérivent des Réseaux de Pétri. Elle a fait l'objet de plusieurs normes.

Lors de la conception d'un nouveau système technologique, le cahier des charges exprime le comportement attendu du système. La question fondamentale est de garantir que le système qui a été conçu (sur le papier) remplit le cahier des charges, voire possède un comportement "satisfaisant".

L'approche traditionnelle de la conception d'un système consiste à le concevoir sur le papier, à le réaliser et à faire des expériences sur le système correspondant à des scénarios types afin de vérifier si son comportement est satisfaisant et s'il est nécessaire de l'améliorer voire de le concevoir. Cette approche pose plusieurs problèmes. Dans certains cas, il est impossible de réaliser des expériences sur le système (par exemple, systèmes spatiaux). Parfois, cela peut être dangereux si des informations manquent sur son comportement possible. De fac¸on plus courante, une telle approche est longue et coûteuse, ce que permettent de moins en moins les contraintes économiques.

Une alternative est de définir le système technologique à l'aide d'un modèle. En plus de l'avantage vu précédemment, pour un scénario donné, un modèle permet en général de calculer numériquement les valeurs des variables d'état et de sortie, ce qui est plus court et plus économique que l'expérimentation .Cela est désigne par le terme de simulation. La simulation permet ainsi dans une certaine mesure de tester si le comportement du système est satisfaisant et de mettre en évidence certains problèmes. Elle ne remplace pas complètement l'expérimentation qu'il est nécessaire d'effectuer si à l'issue de la simulation le comportement du système semble satisfaisant. Le problème de la simulation est que, même si le modèle est bon, on ne peut tester qu'un nombre limité de scénarios. Si le choix des scénarios types n'est pas pertinent par rapport à l'ensemble des scénarios auxquels sera confronte le système durant son existence, il est difficile de prévoir si le comportement du système sera satisfaisant dans tous les cas. Une alternative est de parfois pourvoir garantir qu'à partir d'une propriété du modèle, le modèle étant suppose bon, le comportement du système sera (ou non) satisfaisant pour une famille de scénarios. On parle d'analyse. L'analyse d'un système repose sur l'étude des propriétés mathématiques de son modèle. **[7].**

Exemple d'analyse

On considère un système en temps discret d'entrée *u* et de sortie *y*, *u* et *y* étant des variables continues. Le modèle reliant ces deux variables est donne par une fonction de transfert écrite dans le domaine en Z :

$$Y(z) = F(z)U(z).$$

On veut garantir que pour toute variable d'entrée bornée c'est-à-dire telle qu'il existe $M > 0$ tel que :

$$\forall k \geq 0, \quad |u(k)| \leq M,$$

La variable de sortie y (k) est elle-même bornée. On pourrait essayer de simuler tous les scénarios possibles, c'est-à-dire de calculer les sorties y (k) pour toutes les entrées u (k) bornées. Or le nombre d'entrées possibles est infini, ce qui correspond à un nombre infini de scénarios... Une alternative est de calculer les racines du dénominateur de la fonction de transfert $F(z)$.

Pour garantir cette propriété, il suffit de vérifier si les racines sont de module strictement inférieur à un. Ainsi, si c'est le cas, sans faire la moindre simulation, on peut garantir que les sorties seront bornées pour toutes entrées bornées.

De plus, l'utilisation de la simulation n'aurait permis de vérifier que les sorties sont bornées que pour un nombre limite d'entrées et pour un intervalle de temps limiter.

Le rôle de la modélisation dans la conception des systèmes est résumé. (Figure 2.3).

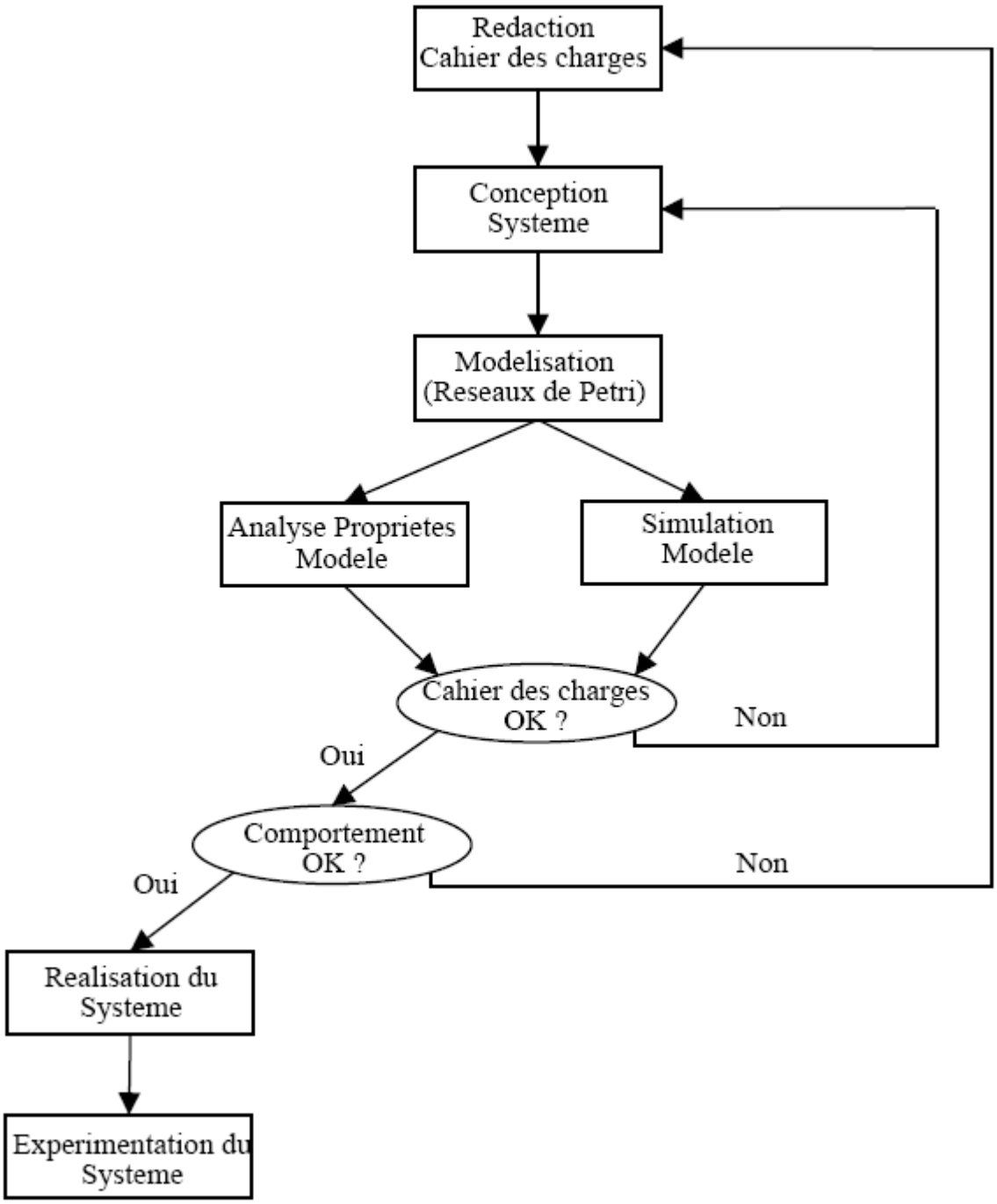


Figure 2.3: Rôle de la modélisation dans la conception des systèmes. **[6]**

2.2 Modèle de base

2.2.1 Eléments de base

Un graphe peut être défini par un ensemble d'éléments appelles noeuds ou sommets et un ensemble de relations appelées arrêtes ou arcs. Un exemple est donne Figure 2.4 : les noeuds sont constitues par les carres étiquettes A, B, C et D ; les arcs sont constitues par les droites étiquetées 1 (qui relie le sommet A au sommet B), 2 (qui relie le sommet A au sommet C), 3 (qui relie le sommet B au sommet C) et 4 (qui relie le sommet C au sommet D). Les arcs peuvent être orientes : on parle alors de graphe oriente. Les sommets peuvent être de plusieurs types.

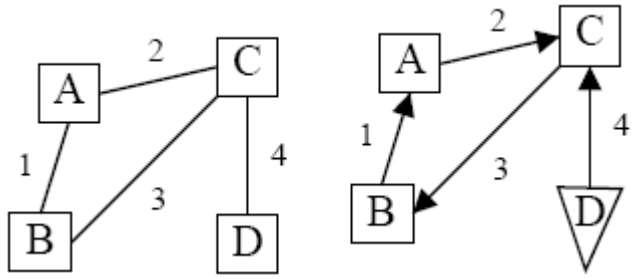


Figure 2.4: Exemple de Graphe (gauche), et Graphe orienté (droite)

Un Réseau de Pétri (RdP) est un graphe orienté comprenant deux types de sommets :

Les places ○

Les transitions ————

Ils sont relies par des arcs orientés. ↗ Un arc relie soit une place à une transition, soit une transition à une place jamais une place à une place ou une transition a une transition.

Tout arc doit avoir à son extrémité un sommet (place ou transition). Un exemple de Réseaux de Pétri est représenté Figure 2.5.

Chaque place et transition, un nom peut être associe : par exemple sur le RdP de la Figure 2.5, les places sont nommées P1, P2, P3 et P4 et les transitions T1, T2 et T3. T1 est reliée à P1 par un arc oriente de T1 vers P1 : on dit que P1 est en sortie de T1. P1 est reliée à T2 par un arc orienté de P1 vers T2 : on dit que T2 est en sortie de P1. De même, on peut dire que P1 est en entrée de T2. La place P3 est en entrée de T1.

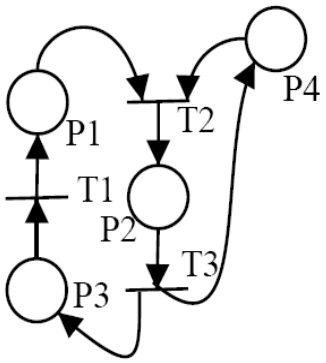


Figure 2.5: Exemple d'un Réseau de Pétri

Cas particuliers :

Transition source pas de place en entrée de la transition 

Transition puits pas de place en sortie de la transition 

Une place correspond à une variable d'état du système qui va être modélisé et une transition à *un* avènement et/ou une action qui va entraîner l'évolution des variables d'état du système.

A un instant donne, une place contient un certain nombre de marques ou jetons qui va évoluer en fonction du temps :

Il indique la valeur de la variable d'état à cet instant. Quand un arc relie une place à une transition, cela indique que la valeur de la variable d'état associée à la place influence l'occurrence de l'évènement associe à la transition. Quand un arc relie une transition à une place, cela veut dire que l'occurrence de l'évènement associe à la transition influence la valeur de la variable d'état associée à la place.

Exemple de l'atelier de coupe de bois :

Un atelier est constitué d'une machine de coupe et d'un stock. Quand une commande arrive et que la machine de coupe est disponible, la commande est traitée (de coupe). Une fois le traitement termine, la commande qui a été traitée est stockée.

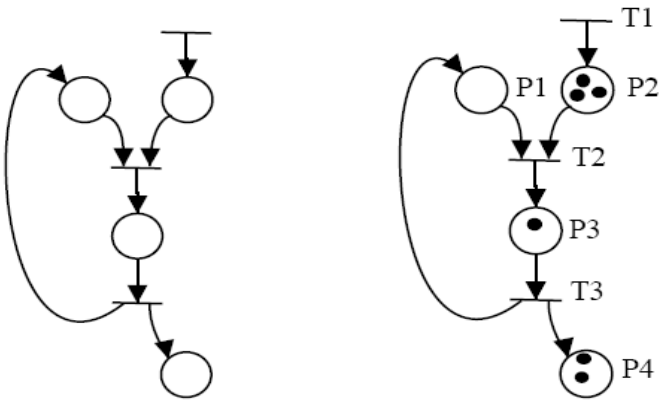


Figure 2.6: Atelier de coupe

Il faut noter les choses suivantes :

Chaque place contient un nombre entier (positif ou nul) de marques ou jetons. Elle indique la valeur de la variable d'état associée à la place. Par exemple, les 3 marques dans P2 représentent 3 commandes en attente.

Le nombre de marques dans une place peut s'interpréter comme le nombre de ressources disponibles.

Par exemple, dans la place P1, une marque indique qu'une machine est disponible, pas de marque indique que la machine n'est pas disponible. Ces ressources sont consommées ou/et produites au cours du temps. Par exemple, dans la place P2, le nombre de marques indique le nombre de commandes en attente d'être traitées par la machine de coupe, c'est-à-dire le nombre de "ressources" qui vont être consommées. Une marque dans la place P3 indique qu'une commande est en train d'être traitée par la machine de coupe. Le nombre de marques dans la place P4 indique le nombre de commandes qui ont été traitées et stockées. La fin de la coupe par

la machine se traduit par la suppression de la marque dans la place P3 et par la création d'une marque dans la place P1 et dans la place P4.

Les marques d'une place n'ont pas d'identité individuelle : elles sont indiscernables. Par exemple, chaque commande en attente dans la place P2 est traitée de la même façon que les autres.

On appelle marquage M d'un Réseau de Pétri le vecteur du nombre de marques dans chaque place : la i^{ieme} composante correspond au nombre de marques dans la i^{ieme} place. Il indique à un instant donné l'état du RdP. Par exemple, le marquage du RdP présente figure 2.6 est donne par :

$$M = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}.$$

On appelle marquage initial, note M_0, le marquage a l'instant initial ($t = 0$).

On peut maintenant donner une définition plus formelle des RdPs.

2.2.2 Définition :

On appelle Réseau de Pétri non marque le quadruplet ***Q =< P ; T ; I ; Q > ou***

P : est un ensemble fini non vide de places ;

T : est un ensemble fini non vide de transitions *;*

$P \cap T = \emptyset$ *;*

I (Ti) : est l'ensemble des places qui sont en entrée de la transition i *;*

Q (Ti) : est l'ensemble des places qui sont en sortie de la transition i.

On appelle Réseau de Pétri marqué R =< Q; M_0 > ou M_0 est le marquage initial.

Q définit la structure du RdP. Le marquage à un instant donné définit la valeur des variables d'état du RdP à un instant donné.

Dans l'exemple de l'atelier de coupe, on a :

P = {P1; P2; P3; P4} ;

T = {T1; T2; T3} ;

I(*T*1) = *{}*, *I*(*T*2) = *{P1; P2}*, *I*(*T*3) = *{P3}* ;

Q (*T*1) = *{P2}*, *Q* (*T*2) = *{P3}*, *Q* (*T*3) = *{P1; P4}*.

2.2.3 Evolution d'un RdP

L'évolution d'un RdP correspond à l'évolution de son marquage au cours du temps (évolution de l'état du système): il se traduit par un déplacement de marques ce qui s'interprète comme la consommation/ production de ressources déclenchée par des évènements ou des actions. Déterminer l'évolution d'un RdP correspond en fait à le simuler, terme plus généralement utilise en modélisation.

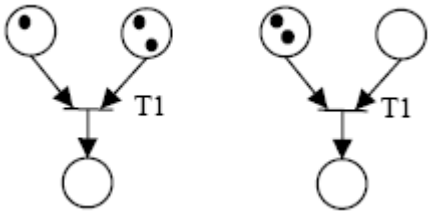


Figure 2.8: Transition validée (gauche), non validée (droite)

Transition validée Une transition est dite validée si toutes les places en amont (c'est-à-dire en entrée) de celle-ci possèdent au moins une marque. Une transition source est par définition toujours validée**.[6]**.

Deux exemples sont présentés Figure 2.8. Dans l'exemple de l'atelier de coupe, la transition *T*3 est validée ainsi que la transition *T*1 (transition source). La transition *T*2 n'est pas validée.

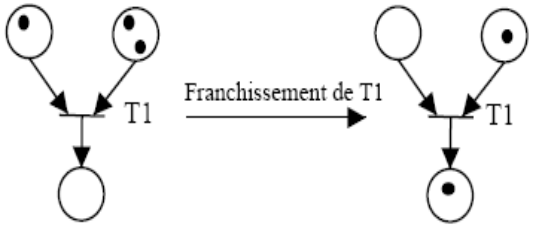


Figure 2.9: RdPs avant franchissement de *T*1 (gauche) et après franchissement de *T*1 (droite)

Franchissement ou tir Si la transition est validée, on peut effectuer le franchissement de cette transition : on dit alors que la transition est franchissable. Le franchissement consiste à :

retirer une marque dans chacune des places en entrée de la transition ;

ajouter une marque à chacune des places en sortie.

Un exemple de franchissement est présenté Figure 2.9. Dans l'exemple de l'atelier de coupe, le franchissement de *T*3 mène au marquage suivant :

$$M = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix}.$$

Lorsqu'une transition est validée, cela n'implique pas qu'elle sera immédiatement franchie. Cela veut dire que les conditions nécessaires à son franchissement sont effectivement réunies : l'action et/ou l'évènement associé à la transition sont alors possibles. Dans l'exemple de l'atelier de coupe, pour que la machine de coupe commence la commande (franchissement de la transition *T*2), il est nécessaire que la machine soit disponible (une marque dans la place *P*1) et qu'au moins une commande soit en attente (au moins une marque dans la place *P*2). Cela ne veut pas dire que la machine va commencer à traiter immédiatement la commande.

L'évolution du RdP se fait par le franchissement d'une seule transition à la fois. Quand plusieurs transitions sont simultanément franchissables, on ne peut pas savoir dans quel ordre elles seront effectivement franchies. L'évolution n'est donc pas unique.

le franchissement, une fois décidé, est instantané.

Dans l'exemple de l'atelier de coupe, les transitions *T*2 et *T*3 correspondent au début et au fin traitement de la commande par la machine de coupe.

Exemple d'évolution :

Un exemple d'évolution d'un RdP est présenté Figure 2.10

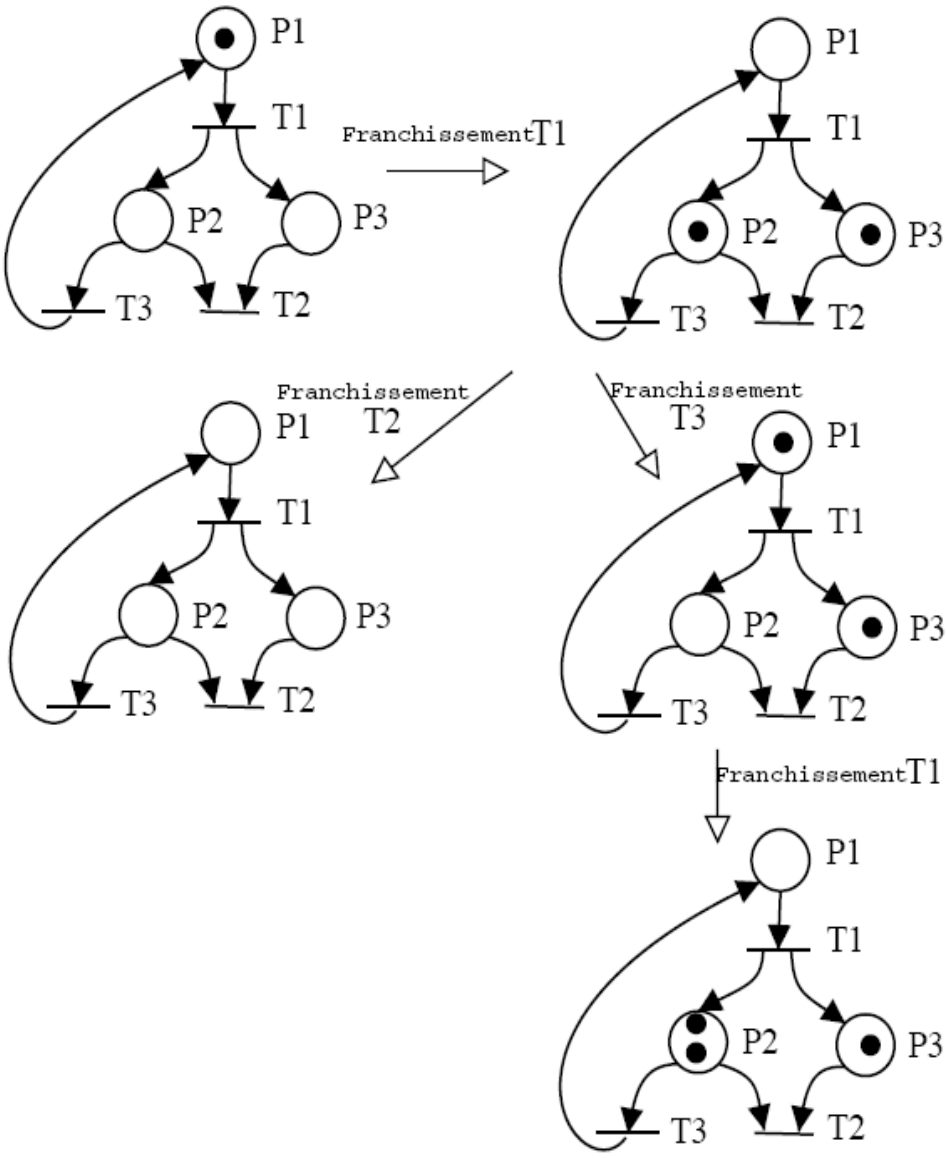


Figure 2.10: Exemple d'évolution d'un RdP

Notion de RdP autonome et non autonome :

Un RdP autonome d´écrit le fonctionnement d'un système de façon autonome, c'est-à-dire dont l'évolution est régi par ses propres lois. La succession des quatre saisons peut être ainsi modélisée par un RdP autonome**.[7].**

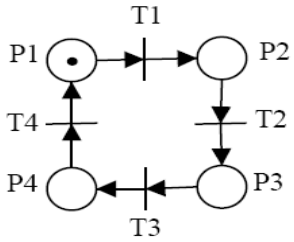


Figure 2.11: Quatre saisons

On suppose qu'à l'instant initial t = 0, la saison est l'été. On obtient alors le RdP représente Figure 2.11.

Il s'agit ici de donner une description qualitative du cycle des saisons. Si le franchissement d'une transition est conditionné par un évènement, un ordre extérieur ou encore par le temps, on parle alors de RdP non autonome. Le RdP décrivant le fonctionnement de l'atelier de coupe est-il autonome ? Si non, comment le rendre autonome ?

Modèle d'opérations sur deux entiers naturels :

Soient $n1$ et $n2$ deux entiers naturels. On veut modéliser l'addition de ses deux entiers par un RdP.

L'état du système est caractérisé par :

- Le nombre n_1 à l'instant initial (nombre de marques dans la place P_1)
- Le nombre n_2 à l'instant initial (nombre de marques dans la place P_2)
- La somme $n_1 + n_2$ à l'instant final (nombre de marques dans la place P_3)

L'état du système va évoluer quand :

Une marque est enlevée de $P1$ pour être placée dans $P3$ (franchissement de la transition $T1$).

Une marque est enlevée de $P2$ pour être placée dans $P3$ (franchissement de la transition $T2$).

On obtient alors le RdP représente Figure 2.12, gauche.

On veut maintenant modéliser la *soustraction* de ces deux entiers par un RdP. La soustraction est définie de la façon suivante : si $n_1 < n_2$ alors le résultat est $n_1 - n_2$, sinon le résultat est 0.

L'état du système est caractérisé par :

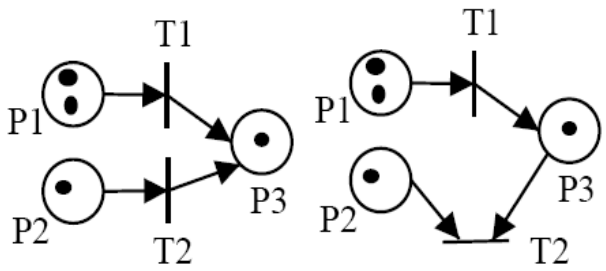


Figure 2.12: Opérations sur des entiers naturels, addition (à gauche)
et soustraction (à droite)

Le nombre n_1 à l'instant initial (nombre de marques dans la place *P*1)

Le nombre n_2 à l'instant initial (nombre de marques dans la place *P*2)

Le résultat de l'opération à l'instant final (nombre de marques dans la place *P*3)

L'état du système va évoluer quand :

Une marque est enlevée de P_1 pour être placée dans P_3 (franchissement de la transition *T*1)

Une marque est enlevée de P_2 et de P_3 (franchissement de la transition *T*2)

On obtient alors le RdP représenté Figure 2.12, droite.

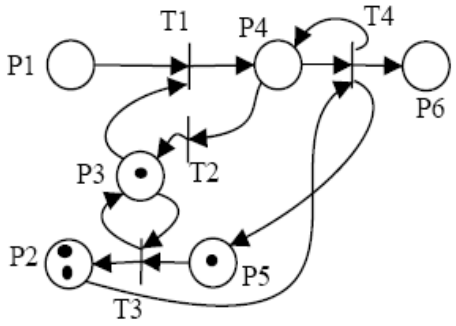


Figure 2.13: Opérations sur des entiers naturels : multiplication

On considère maintenant la multiplication de ces deux entiers. Le RdP obtenu est représenté Figure 2.13. A l'instant initial, la place *P*1 contient *n*1 marques et la place *P*2 *n*2 marques. A l'instant final, la place *P*6 contient *n*1 * *n*2 marques. Vérifier que ce modèle RdP représente bien la multiplication des deux entiers**.[8].**

2.2.4 Réseaux de Pétri avec une structure particulière

La structure d'un Réseau de Pétri est définie par le RdP non marque qui a été note *Q* dans la définition 2.2.2. Les RdPs avec une structure particulière ont des propriétés que n'ont pas forcement les RdPs en général.

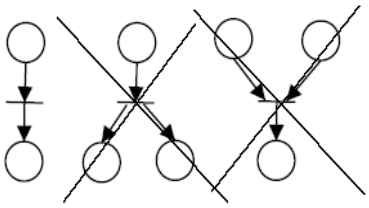


Figure 2.14: Graphe d'états ou pas

Graphe d'états : Un réseau de Pétri est un graphe d'états si et seulement si toute transition a exactement une place d'entrée et une place de sortie (voir Figure 2.14). Si le graphe d'états ne contient qu'un seul marque, on retrouve le graphe d'état classique qui a été introduit en licence pour la description et la conception des machines logiques séquentielles.

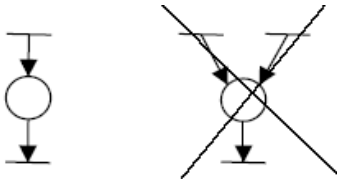


Figure 2.15: Graphe d'évènements ou pas

Graphe d'évènements : Un réseau de Pétri est un graphe d'évènements si et seulement si toute place a exactement une transition d'entrée et une transition de sortie (voir Figure 2.15).

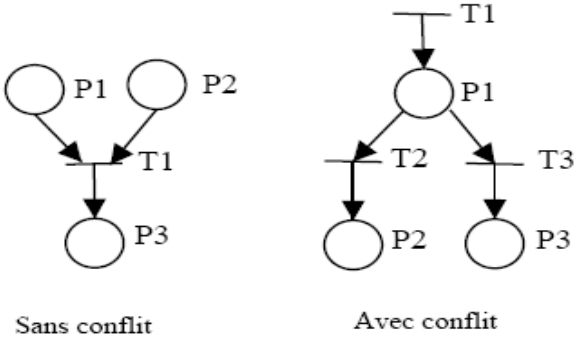


Figure 2.16: Conflit ou pas

RdP sans conflit Un réseau de Pétri est dit sans conflit si et seulement si toute place a au plus une transition de sortie (voir Figure 2.16). Un conflit (structurel) correspond à l'existence d'une place Pi qui a au moins deux transitions de sortie T_j , T_k, etc.. Notation $< Pi; \{T_j ; T_k; \ldots\} >$. Sur le RdP de droite de la figure 2.16, on a le conflit $< P1; fT2; T3g >$. Quand la place $P1$ contient une marque, les transitions $T1$ et $T2$ sont franchissables. Seule une des deux transitions peut être franchie : il est nécessaire de prendre une décision pour savoir laquelle des deux le sera effectivement. L'absence ou la présence d'un conflit est une propriété importante d'un réseau de Pétri.

RdP à choix libre : Un réseau de Pétri est dit a choix libre si et seulement si les transitions de sortie de tous ses conflits n'admettent qu'une seule place d'entrée.

RdP à choix libre étendu : Un réseau de Pétri est dit a choix libre étendu si et seulement si pour chaque conflit, toutes les transitions de sortie de celui-ci admettent les mêmes places d'entre.

Exemple : soit un réseau de Pétri `a choix libre étendu qui admet le conflit $<P1, \{ T2, T3 \} >$. Si $T2$ admet aussi pour place entrée $P2$ alors forcement $T3$ admet $P2$ comme place d'entrée.

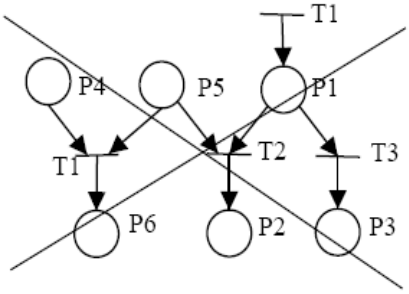


Figure 2.17: RdP qui n'est pas simple

RdP simple : Un réseau de Pétri est dit simple si et seulement si toutes ses transitions n'interviennent que dans un seul conflit au maximum. Le RdP représenté Figure 2.16, est simple ; celui représenté Figure 2.17 n'est pas simple.

RdP pur : Un réseau de Pétri est dit pur si et seulement s'il n'existe pas de transition ayant une place d'entrée qui est aussi place de sortie.

2.3 Structures fondamentales pour la modélisation des systèmes :

Les RdPs permettent de modéliser un certain nombre de comportements importants dans les systèmes :

Le parallélisme, la synchronisation, le partage de ressources, la mémorisation et la lecture d'information, la limitation d'une capacité de stockage. Dans cette section, sont présentées les différentes structures apparaissant dans un réseau de Pétri reproduisant ce type de comportements.

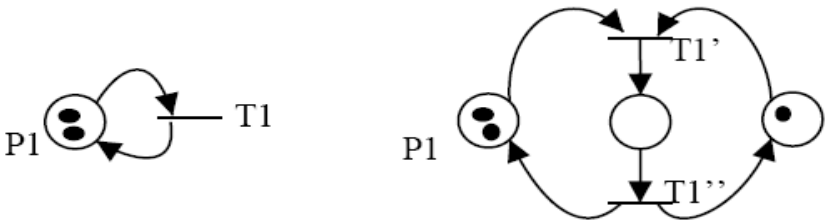


Figure 2.18: RdP impur équivalent a un RdP pur

2.3.1 Eléments de modélisation

2.3.1.1 Parallélisme

Le parallélisme représente la possibilité que plusieurs processus évoluent simultanément au sein du même système. On peut provoquer le départ simultané de l'évolution de deux processus à l'aide d'une transition ayant plusieurs places de sortie. Pour cela, le RdP doit contenir la structure présentée sur la Figure 2.19.

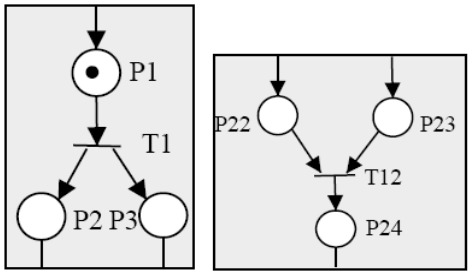


Figure 2.19: Parallélisme

Par convention, lorsqu'un carré grise apparaît dans une figure, cela indique que seule une partie du RdP a été représentée : le reste du RdP est supposé ne pas influencer l'évolution de cette partie. Le franchissement de la transition *T*1 met une marque dans la place *P*2 (ce qui marque le déclenchement du processus 1) et une marque dans la place *P*3 (ce qui marque le déclenchement du processus 2). Il est ensuite possible de synchroniser l'achèvement des deux processus, voir Figure 2.19, droite. La place *P*22 correspond à la fin processus 1 et la place *P*23 à la fin du processus 2. Le RdP évoluera par franchissement de la transition *T*12. Pour cela, il est nécessaire que les places *P*22 et *P*23 Contiennent chacune au moins un jeton, c'est-à-dire que les processus 1 et 2 soient termines. Le RdP total est représente Figure 2.20.

La machine à remplir et à boucher des bouteilles est composée de trois postes travaillant en parallèle.

Le poste 1 sert au transfert et au chargement. Dans on premier temps, on sort le vérin de transfert B pour à décaler le convoyeur d'une position vers la droite. Ensuite, le verni A sert au chargement d'une nouvelle bouteille vide.

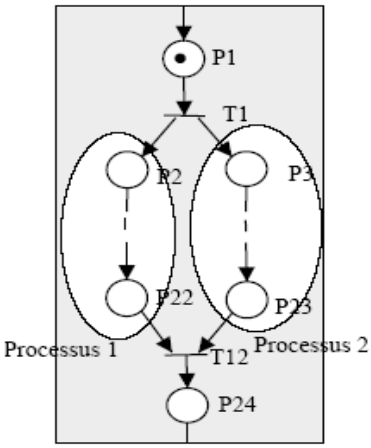


Figure 2.20.: Parallélisme

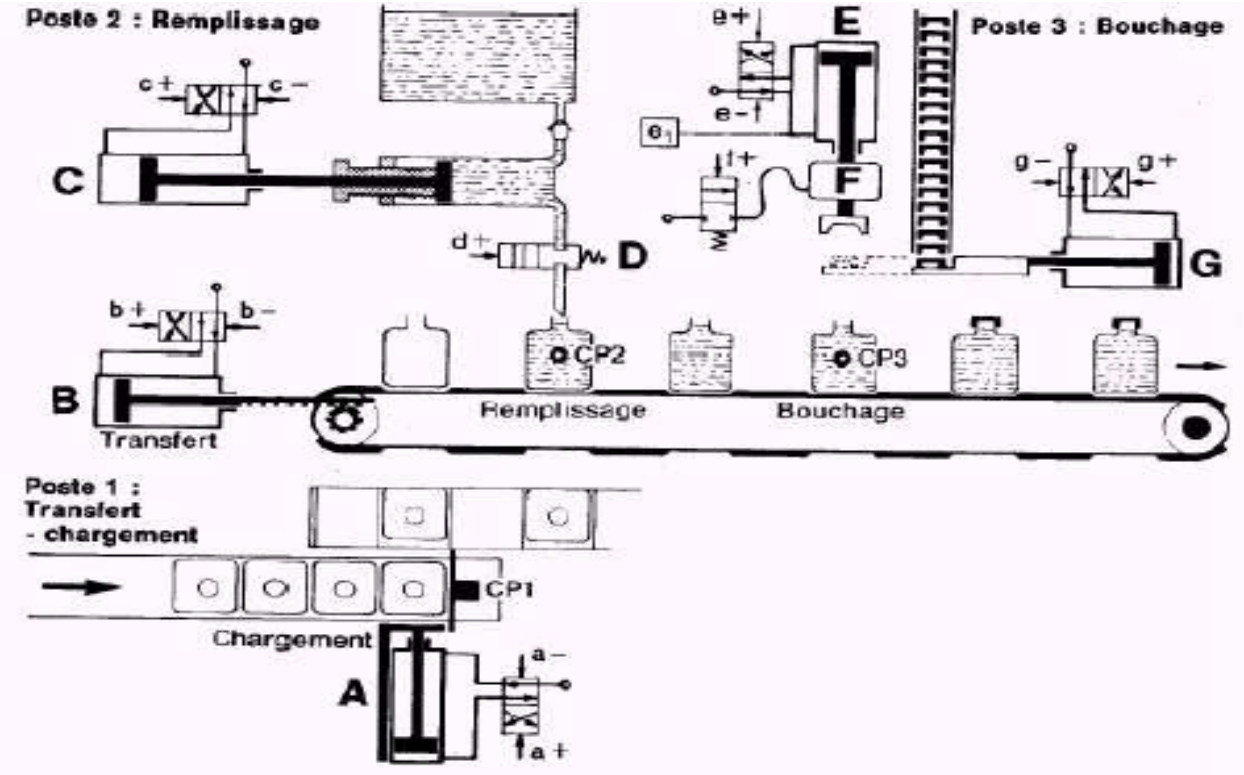


Figure 2.21: Parallélisme.**[19]**

Le poste 2 sert au remplissage des bouteilles à l'aide de la vanne D.

Le poste 3 est le poste de bouchage.

Les actions de chargement d'une bouteille, remplissage d'une bouteille et bouchage d'une bouteille sont effectuées en parallèle. Le transfert par le vérin B n'est effectué que lorsque ces trois opérations sont terminées.

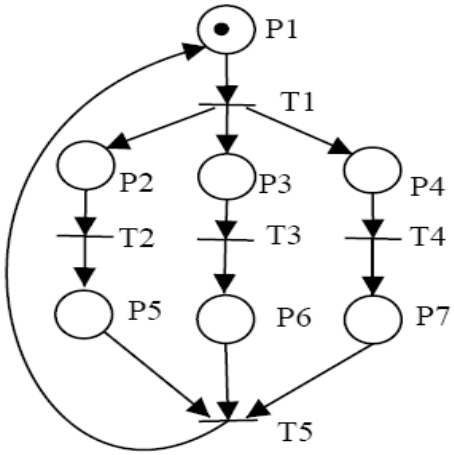


Figure 2.22: RdP machine à remplir et à boucher

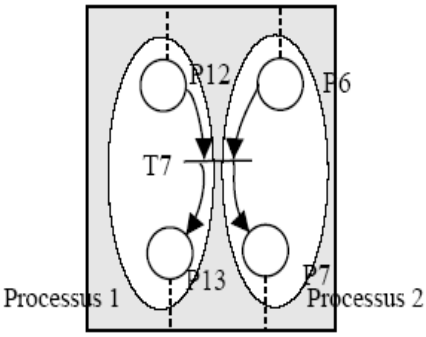


Figure 2.23: Synchronisation mutuelle

2.3.1.2 Synchronisation Mutuelle

La synchronisation mutuelle ou rendez-vous permet de synchroniser les opérations de deux processus. Un exemple est donné Figure 2.23. Le franchissement de la transition *T*7 ne peut se faire que si la place *P*12 du processus 1 et la place *P*6 du processus 2 contiennent chacun au moins une marque. Si ce n'est pas le cas, par exemple la place *P*12 ne contient pas de marque, le processus 2 est "bloqué" sur la place *P*6 : il attend que l'évolution du processus 1 soit telle qu'au moins une marque apparaisse dans la place *P*12.

Exemple On considère un système magasin/consommateur. Le magasin vend un seul type de produits entreposes dans un stock de capacité limite : son état est caractérise par le nombre de produits en stock et par le nombre d'emplacements libres dans le stock. Le nombre de produits disponibles dans le magasin augmente quand le magasin est livre et diminue quand le

consommateur effectue un achat. Le consommateur a deux états : soit il consomme, soit il va faire ses courses.

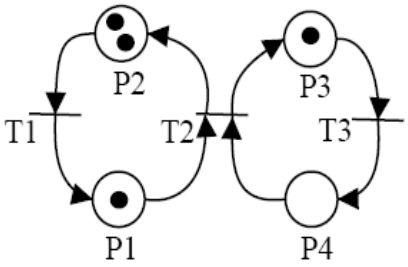


Figure 2.24: RdP système magasin/consommateur

On suppose qu'à l'instant initial, le magasin à deux emplacements de libre et un seul produit stocké et que le consommateur est en train de consommer. Le RdP obtenu est représente Figure 2.24.

Sémaphore : Les opérations du processus 2 ne peuvent se poursuivre que si le processus 1 atteint un Certain niveau dans la suite de ses opérations. Par contre, l'avancement des opérations du processus 1 ne dépend pas de l'avancement des opérations du processus 2. D'après Figure 2.25, le processus 2 ne peut franchir la transition *T*8 que si la place *P*0 contient au moins une marque. Une marque est ajoutée dans la place *P*0 lorsque l'évolution du processus 1 amène le franchissement de la transition *T*17. L'´évolution du processus 2 va donc dépendre de l'évolution du processus 1.

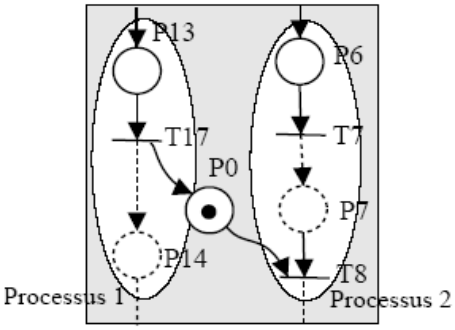


Figure 2.25: Sémaphore

Exemple :

On désire effectuer deux opérations :

$a \times b + e$ et $a \times b + c \times d$

On dispose de deux processeurs pouvant travailler en parallèle. Afin de gagner du temps, on décide que le premier processeur effectuera l'opération $a+b$ tandis que parallèlement le second effectuera l'opération $c \times d$. Quand le processeur 1 aura terminé le produit, il y ajoutera e. Quand

le processeur 2 aura terminé l'opération $c \times d$, si le processeur 1 a terminé le produit $a \times b$, il fera la somme des deux produits, sinon il attendra que le produit $a \times b$ soit termine pour pouvoir l'effectuer.

L'état du système est caractérise par :

Le processeur 1 effectue l'opération $a \times b$ (une marque dans la place $P1$)

Le processeur 2 effectue l'opération $c \times d$ (une marque dans la place $P2$)

Le résultat de $a \times b$ est disponible (une marque dans la place $P3$)

Le résultat de $c \times d$ est disponible (une marque dans la place $P4$)

Le processeur 1 effectue l'addition $(a \times b) + e$ (une marque dans la place $P5$)

Le processeur 2 effectue l'addition $(a \times b) + (c \times d)$ (une marque dans la place $P6$)

L'état du système va évoluer quand :

Fin de l'opération $a \times b$ (franchissement de la transition $T1$)

Fin de l'opération $c \times d$ (franchissement de la transition $T2$)

Début l'addition $(a \times b) + (c \times d)$ (franchissement de la transition $T3$)

A l'instant initial, le processeur 1 effectue l'addition $(a \times b) + e$, que le résultat de $a \times b$ est disponible et que le processeur 2 effectue l'opération $c \times d$. Le RdP obtenu est représente sur la Figure 2.26.

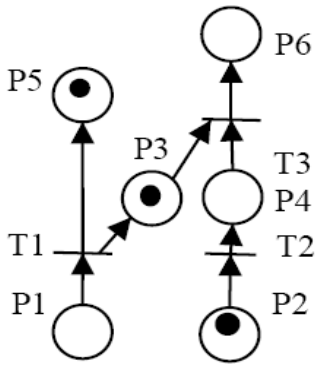


Figure 2.26: Calculs parallèles

2.3.1.3 Partage de ressources :

Cette structure va modéliser le fait qu'au sein du même système plusieurs processus partagent une même ressource. Figure 2.27, la marque dans la place P0 représente une ressource mise en commun entre le processus 1 et le processus 2. Le franchissement de la transition $T17$ lors de l'évolution du processus 1 entraîne la "consommation" de la marque présentée dans la

place *P*0. La ressource que constitue cette marque n'est alors plus disponible pour l'évolution du processus 2 puisque le franchissement de la transition *T*7 n'est plus possible. Lors de l'évolution du processus 1, lorsque la transition *T*18 est franchie, une marque est alors "redonnée" a la place *P*0 : la ressource redevient alors disponible pour l'évolution des deux processus.

Partage d'une mémoire par deux programmes informatiques, programme 1 et programme 2 partagent un espace mémoire unique. Quand un des deux programmes l'utilise, l'autre ne peut pas y avoir accès.

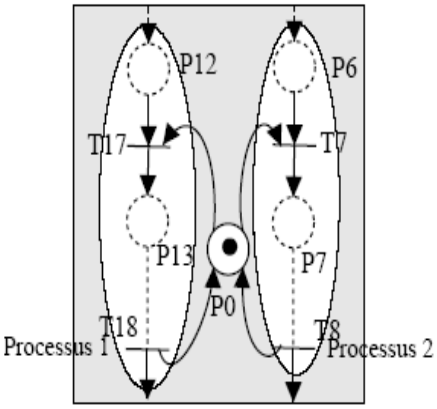


Figure 2.27: Partage de ressource

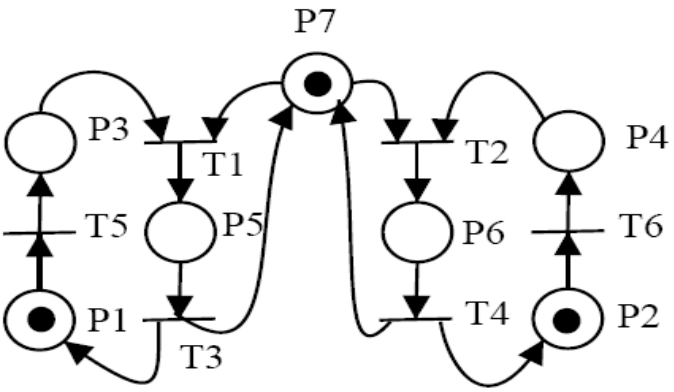


Figure 2.28: Partage d'une mémoire par deux programmes

A l'instant initial, les deux programmes n'ont pas besoin de la mémoire qui est donc disponible. On obtient alors le RdP représenté Figure 2.28.

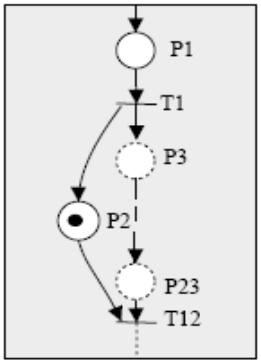


Figure 2.29: Mémorisation

2.3.1.4 Mémorisation :

Le franchissement d'une transition, c'est-à-dire de l'occurrence d'un évènement : Figure 2.29, le Franchissement de la transition *T*12 n'est possible que s'il y a une marque dans la place *P*2. Seul le franchissement de la transition *T*1 peut mettre une marque dans la place *P*2.
D'un nombre, par exemple de la quantité d'une ressource donnée dans un stock.

2.3.1.5 Lecture

Figure 2.30, le franchissement de la transition *T*1 est lié au marquage de P23. Lors du franchissement, son marquage n'est pas modifié. On fait alors "*une lecture*" de ce marquage.
On reprend le RdP de l'exemple de l'atelier Figure 2.6. On désire prendre en compte que l'atelier peut être ouvert ou fermé et que la machine de coupe ne peut traiter une commande que quand l'atelier est ouvert. Par suite, l'état du système est caractérisé par deux places supplémentaires :
Atelier de coupe ouvert (un jeton dans la place *P*5)
Atelier de coupe fermé (un jeton dans la place *P*6)
L'état du système évolue quand il y a fermeture de l'atelier de coupe (franchissement de la transition *T*4) ouverture de l'atelier de coupe (franchissement de la transition *T*5)
On obtient alors le RdP représenté Figure 2.31. Le franchissement de la transition *T*2 s'accompagne de la "lecture" de la place *P*5.

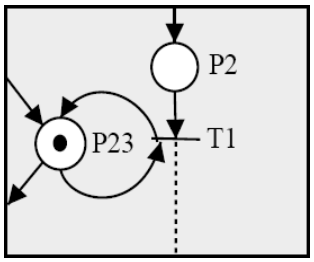


Figure 2.30: Lecture

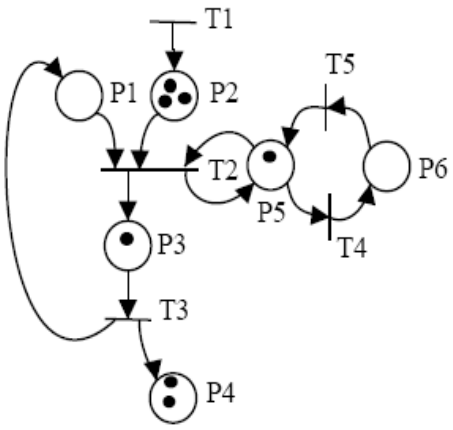


Figure 2.31: Atelier de coupe 2

2.3.1.6 Capacité limité :

Pour que la transition *T*3 soit franchissable, il est nécessaire que la place *P*5 contienne des marques. Dans la configuration représentée sur la figure, le marquage de *P*5 ne permet que deux franchissements successifs de *T*3. La transition *T*3 sera à nouveau franchissable si le franchissement de la transition *T*4 permet de mettre des marques dans la place *P*5. Au total, la place *P*4 ne pourra pas contenir plus de 3 marques. Cette partie de RdP peut modéliser un stock de capacité total égale a 3 : d'ou le nom capacité limité. Le marquage de *P*5 indique le nombre d'emplacements libres dans le stock, le marquage de *P*4 le nombre d'emplacements occupés. Le franchissement de la transition *T*3 s'interprété alors comme la mise d'un element dans le stock ; le franchissement de la transition *T*4 comme le retrait d'un élément du stock.

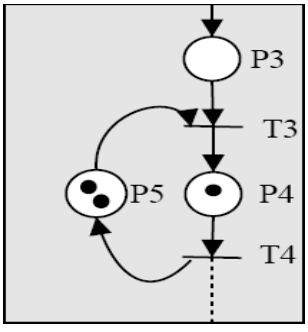


Figure 2.32: Capacité limitée

Une capacité limitée a été utilisée dans la modélisation de l'atelier de coupe par le RdP Figure 2.32.

Elle est constituée par l'ensemble transition *T*2, place *P*3, transition *T*3, place *P*1. Par contre, le stock des commandes effectuées est simplement représenté par la place *P*4 : on n à donc pas modéliser le fait que le stock peut être de capacité limité. Modifier le RdP de façon à prendre en compte que la capacité du stock est limitée par 4. **[6]**.

2.3.2 Modélisation structurée :

Lors de la construction du modèle RdP d'un système d'une grande complexité, il est nécessaire de procéder par étapes. Deux approches sont ainsi possibles.

2.3.2.1 Approche par affinements successifs :

Dans une première étape, le système est décrit par un RdP "simplifié". Pour cela, les transitions sont associées à des actions/évènements complexes. Dans une seconde étape, les transitions sont alors remplacées par les Réseaux de Pétri décrivant ces actions/évènements complexes. Dans l'exemple de l'atelier, on aurait pu modéliser de façon plus simple le système en considérant que le début de la découpe par la machine, la découpe elle-même et la fin de la découpe ne constituent qu'un seul et même évènement (complexe). L'état du système est alors simplement caractérisé par :

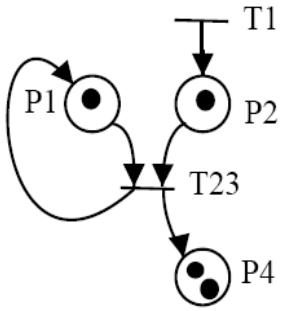


Figure 2.33: Atelier suite

La machine de coupe est en attente (une marque dans la place *P*1)

Le nombre de commande en attente (nombre de marques dans la place *P*2)

Le nombre de commande traitées et stockées (nombre de marques dans la place *P*4)

L'état du système va évoluer quand :

Arrivé d'une commande (franchissement de la transition *T*1)

La découpe de la commande par la machine de coupe s'est produite (franchissement de la transition *T*23) Le RdP correspondant est représenté Figure 2.33. La transition *T*23 est associée à

un évènement complexe : la découpe débute, une commande est dans la machine de découpe, la découpe est terminée. Par suite la transition *T*23 correspond au Réseau de Pétri représenté Figure 2.34. En remplaçant *T*23 par celui dans le RdP Figure 2.33, on obtient le RdP Figure 2.6.

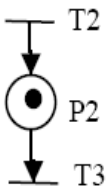


Figure 2.34: RdP équivalent à *T*23

2.3.2.2 Approche par compositions de RdPs :

Un système complexe peut être décomposé en sous systèmes. Chaque sous système est alors modélisé par un RdP. Le RdP du système complet est alors obtenu en assemblant les RdPs des différents sous systèmes. L'assemblage peut se faire selon deux approches :

Par fusion des places communes aux différents RdPs.

Par fusion des transitions communes aux différents RdPs.

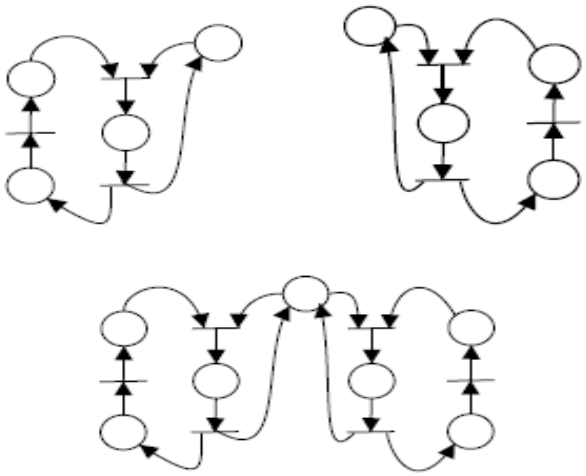


Figure 2.35: Exemple de fusion de places

Un exemple de la première approche est donné par l'exemple du partage de mémoire précédemment introduit. On modélise l'utilisation d'une mémoire par un programme par un RdP. En écrivant les RdPs pour les deux programmes et en fusionnant les deux places représentant la

disponibilité de la mémoire on obtient le RdP de l'utilisation de la mémoire par deux programmes, voir Figure 2.36.

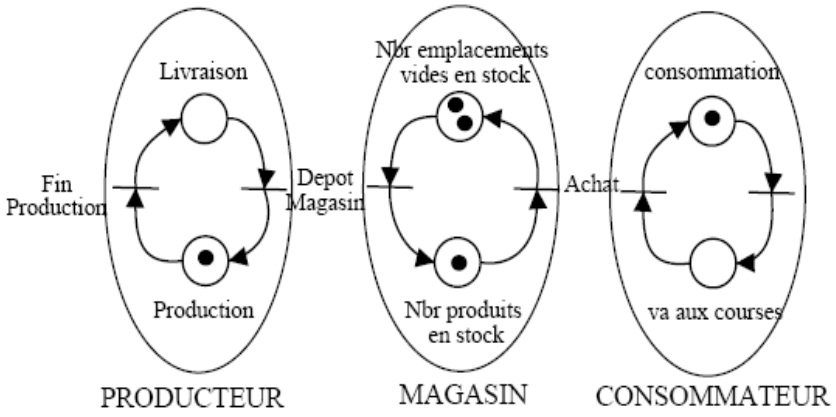


Figure 2.36: Producteur magasin consommateur

Un exemple de fusion de transitions est donne par le système producteur/magasin/consommateur. Il est constitue de trois sous systèmes qui peuvent chacun être modélisé par un RdP, voir Figure 2.37.

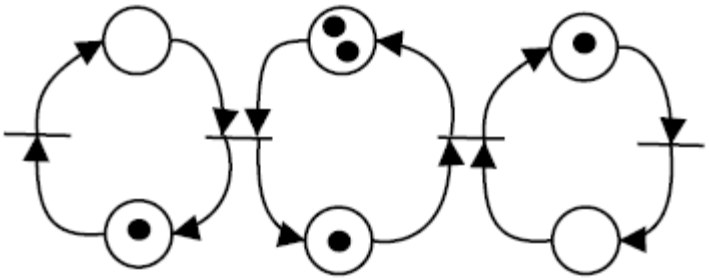


Figure 2.37: Producteur magasin consommateur.

2.4 Propriétés des Réseaux de Pétri (Ordinaires)

2.4.1 Notations et définitions

Le marquage d'un Réseau de Pétri à un instant donné est un vecteur colonne dont la valeur de la $i^{ième}$ composante est le nombre de marques dans la place P_i à cet instant.
Le franchissement d'une transition conduit à un changement du marquage. Le passage du marquage M_k au marquage M_l par franchissement de la transition T_j est noté : $M_k\, j\, T_j > M_l$. Le nombre de marques dans la place P_i pour le marquage M_k est noté $M_k(P_i)$.

A partir d'un même marquage, il peut être possible de franchir plusieurs transitions, menant ainsi à des marquages différents. L'ensemble des marquages accessibles à partir du marquage M_0 est l'ensemble des marquages obtenus à partir de M_0 par franchissements successifs d'une ou plusieurs transition(s). Cet ensemble est noté $^*M_0$. **[7]**

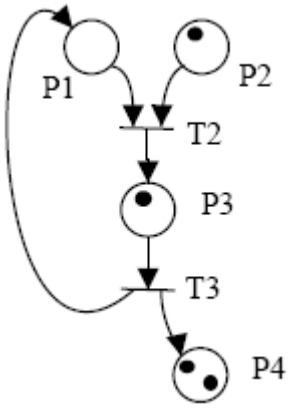


Figure 2.38: Atelier de coupe simplifié

Le RdP représenté Figure 2.38 représente une version simplifiée de l'atelier de coupe.

L'ensemble des marquages accessibles est donc défini par : $^*M0 = \{M1; M2; M3\}$.

Tableau 2.1: Notation des séquences de franchissement.

franchissement de la transition T_1 ou de la transition T_2	$T_1 + T_2 = T_2 + T_1$
franchissement de la transition T_1 puis de la transition T_2	$T_1T_2 \neq T_2T_1$
franchissement de la transition T_1 puis de la transition T_1	$T_1^2 = T_1T_1$
séquence de longueur 2	T_1T_2
séquence de longueur nulle	λ
répétition du franchissement de T_1 un nombre quelconque de fois	$T_1^* = (\lambda + T_1 + T_1^2 + \ldots)$

2.4.1.1 Séquence de franchissements :

Définition: Une séquence de franchissement est une suite de transitions qui sont successivement franchies pour passer d'un marquage à un autre.
Dans l'exemple de l'atelier précédent :

$$M_0 \mid S > M_3 \quad \text{avec} \quad S = T_3T_2T_3.$$

Les séquences de franchissement sont décrites à l'aide des notations présentées dans le tableau 2.1. Par exemple, le franchissement de la transition *T*1 suivi du franchissement de la transition *T*2 ou du franchissement de la transition *T*3 se note :

$$T_1(T_2 + T_3) = T_1T_2 + T_1T_3.$$

Le franchissement de la transition *T*1 suivi du franchissement de la transition *T*3 ou le franchissement de la transition *T*2 suivi du franchissement de la transition *T*3 se note :

$$(T_1 + T_2)T_3 = T_1T_3 + T_2T_3.$$

2.4.1.2 Couverture :

Définition : Un marquage M_k couvre un marquage M_i si, pour chaque place, le nombre de marques de M_k est supérieur ou égal au nombre de marques de Mi:

$$\forall i, M_k(P_i) \geq M_l(P_i).$$

Notation *:* $M_k \geq M_l$ La couverture est stricte si de plus *:*

$$\exists m, M_k(P_m) > M_l(P_m).$$

Propriété : Pour un Réseau de Pétri non marqué Q, soit L(Q;M0) l'ensemble des séquences de franchissement à partir du marquage initial M_0. Si $M'_0 \geq M_0$ alors $L(Q,M_0) \subset L(Q,M'_0)$.

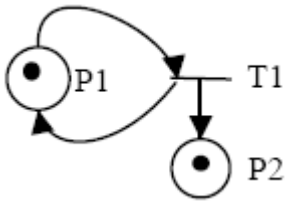


Figure 2.39: RdP non borné

2.4.2. Propriétés :

2.4.2.1. Réseau de Pétri borné et Réseau sauf :

Définition 1 : Une place P_i est bornée pour un marquage initial M_0 si pour tout marquage accessible à partir de M_0, le nombre de marques dans Pi reste borné. Elle est dite bornée si le nombre de marques dans Pi est toujours inférieur ou égal à k. Un RdP marque est (k) borne si toutes ses places sont (k) bornées.

Un RdP marque peut ne pas être borne : sur l'exemple représente figure 2.39, la transition T_1 admet la place P_1 comme unique place d'entrée. La place P_1 à une marque : la transition T_1 est franchissable. Comme P_1 est aussi place de sortie de T_1, le franchissement de T_1 ne change pas le marquage de P_1. La transition T_1 est donc franchissable en permanence et peut donc être franchie un nombre de fois infini.

Chaque franchissement de T_1 ajoutant une marque dans la place P_2, le marquage de celle-ci peut donc tendre vers l'infini. **[7]**.

Définition 2 : Un RdP marque est sauf ou binaire pour un marquage initial M_0 s'il est borné.

Dans le cas ou un RdP marque modélise un système logique, chaque place du RdP correspond à un élément du vecteur d'état du système. Celui-ci ne peut prendre comme valeur que 0 ou 1, soit zéro ou une marque dans la place correspondante. Tester si le système logique est cohérent revient alors à vérifier que son modèle RdP est sauf. [7].

Remarque : Il faut bien noter que les propriétés précédentes dépendent du marquage initial. Par exemple, pour le RdP représente Figure 2.39, avec :

$$^{*}M_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ N \end{bmatrix}$$

N : le RdP marque serait borne.

Propriété : Si un RdP marqué n'est pas borné pour le marquage initial M_0 alors il n'est pas borne pour e marquage initial $M_{0'} \geq M_0$.

2.4.2.2. Vivacité et blocage

L'évolution du marquage d'un RdP se fait par franchissement de transitions. Lorsqu'au cours de son évolution, certaines transitions ne sont jamais franchies, cela indique que l'événement associé à la transition ne se produit pas et que le marquage d'une partie du RdP

n'évolue pas. Cela indique que le sous système modélise par cette partie-la ne fonctionnera pas. Il y a donc un problème au niveau de la conception du système. L'idée est d'être capable de détecter systématiquement ce phénomène par l'analyse de propriétés du modèle RdP du système afin de disposer d'un outil d'aide à la conception des systèmes.[6].

Définition 1: Une transition T_j est vivante pour un marquage initial M_0 si pour tout marquage accessible M_k, il existe une séquence de franchissements à partir de M_k contenant T_j :

$$\forall M_k \in {}^*M_0, \quad \exists S, \quad M_k \mid S > \text{et } S = \ldots T_j \ldots .$$

Si une transition T_j est vivante alors, a tout instant, on sait que T_j peut être franchie dans le futur.

Dans le cas d'un RdP modélisant un système fonctionnant en permanence, si une transition n'est pas vivante et si une fonction du système est associée au franchissement de cette transition, cela veut dire qu'à partir d'un certain instant, cette fonction ne sera plus disponible dans le futur, ce qui peut traduire une erreur ou une panne.

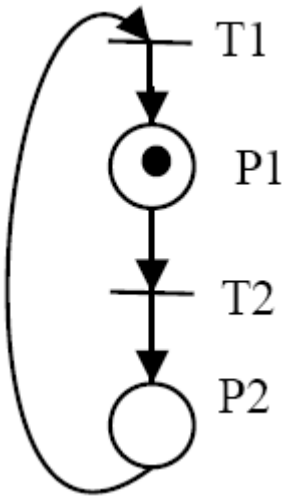


Figure 2.40: RdP vivant.

Définition 2 : Un RdP marque est vivant pour un marquage initial M_0 si toutes ses transitions sont vivantes pour ce marquage initial. Un RdP est dit conforme s'il est sauf et vivant.

Le RdP marque Figure 2.40 est vivant et conforme.

Définition 3 : Une transition T_j est quasi vivante pour un marquage initial M_0 s'il existe une séquence de franchissements à partir de M_0 contenant T_j :

$$\exists S, \quad M_0 \mid S > \text{et } S = \ldots T_j \ldots .$$

Un RdP marqué est quasi vivant pour un marquage initial M_0 si toutes ses transitions sont quasi vivantes pour ce marquage initial. **[7].**

Le RdP marqué Figure 2.38 est quasi vivant.

Définition 4 : Un blocage (ou état puits) est un marquage pour lequel aucune transition n'est validée.

Un RdP marque est dit sans blocage pour un marquage initial M_0 si aucun marquage accessible n'est un blocage.

Le RdP marque Figure 2.38 pour blocage le marquage :

$$M_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 4 \end{bmatrix}$$

Remarque : Il faut bien noter que, pour la bornitude, les propriétés précédentes dépendent du marquage initial.

Propriété 1 :

1. Si la transition T_j est quasi vivante pour un marquage initial M_0 alors elle est quasi vivante pour $M'_0 \geq M_0$.

2. Si la transition T_j est vivante pour un marquage initial M_0 alors elle n'est pas nécessairement vivante pour $M'_0 \geq M_0$.

3. Si un RdP marqué est sans blocage pour un marquage initial M_0 alors il n'est pas nécessairement sans blocage pour $M'_0 \geq M_0$.

Définition 5 : Un RdP marque a un état d'accueil Ma pour un marquage initial M_0 si pour tout marquage accessible M_k à partir de M_0, il existe une séquence de franchissements permettant d'atteindre le marquage Ma :

$$\forall M_k \in {}^*M_0, \quad \exists S_j, \quad M_k \mid S_j > M_a.$$

Si un RdP présente un état d'accueil, il est aisé de vérifier s'il est sans blocage et d'étudier sa vivacité

Propriété 2 : Soit un Réseau de Pétri < Q; M0 > présentant un état d'accueil M_a.

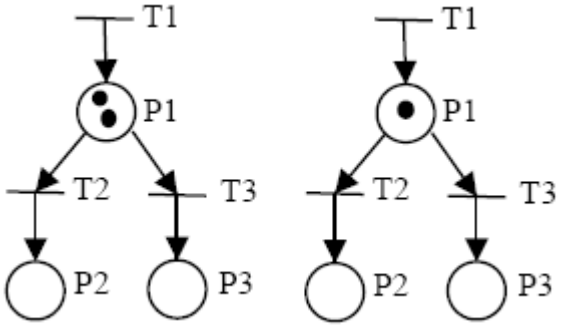
1. Il est sans blocage si et seulement s'il existe une transition franchissable à partir du marquage d'accueil Ma.

2. Une transition est vivante pour < Q; M0 > si et seulement si elle est quasi vivante pour <Q; Ma >.

Définition 6 : Un RdP est réinitialisable pour un marquage initial M0 si M0 est un état d'accueil.

2.4.2.3 Conflits :

Un conflit structurel a précédemment été défini comme l'existence d'une place Pi qui a au moins deux transitions de sortie T_j , T_k, etc.. Notation : < $Pi,\{T_j , T_{k,,}...\}$ >.



Sans conflit effectif .Avec conflit effectif

Figure 2.41: Conflit effectif ou pas

Définition 1 : Un RdP est persistant pour un marquage initial M_0 si pour tout marquage Mi accessible à partir de M_0, on a : si T_j et T_k sont validées par le marquage Mi alors T_jT_k (T_kT_j) est une séquence de franchissement à partir de Mi.

Si le RdP est persistant alors il n'est pas nécessaire d'effectuer un choix lors d'un conflit effectif.

Un exemple est donne Figure 2.42.

Lors qu'un conflit effectif se produit, il est nécessaire de choisir la transition qui va être effectivement franchie. [6].

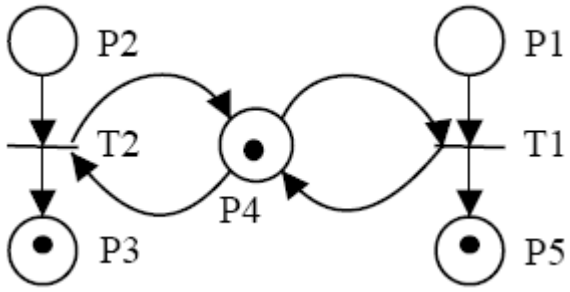


Figure 2.42: RdP persistant.

Définition 2 : Un RdP est persistant pour un marquage initialM_0 si pour tout marquage Mi accessible à partir de M_0, on a : si T_j et T_k sont validées par le marquage Mi alors T_jT_k (T_kT_j) est une séquence de franchissement `a partir de Mi.[6]

Si le RdP est persistant alors il n'est pas nécessaire d'effectuer un choix lors d'un conflit effectif. Un exemple est donne Figure 2.41.

2.5 Invariants

A partir d'un marquage initial, le marquage d'un RdP évolue par franchissements de transitions. En l'absence de blocage, le nombre de franchissements de transitions et le nombre de marques effectivement réalisées sont illimités. Il est donc difficile d'étudier les séquences de transition et les marquages accessibles simplement par exemple en entreprenant une énumération. On est donc amener à définir des invariants caractérise certaines propriétés des séquences de transitions et des marquages accessibles quelque soit l'évolution.

2.5.1 Composante conservative :

Lorsqu'on considère l'exemple des 4 saisons, modélise par le RdP représente Figure 2.11, on peut noter que la somme du nombre de marques présentes dans le RdP a un instant donne est toujours égal à un (conservation du nombre de marques) :

$$M(P_1) + M(P_2) + M(P_3) + M(P_4) = 1.$$

Cette égalité exprime qu'on ne peut avoir qu'une saison à la fois. D'autre part, elle implique que :

$\forall A_i \in \{1,2,3,4\}$, M ($P_i$) ≤ 1. Le RdP est donc sauf.

Dans l'exemple de l'atelier de coupe simplifie présente Figure 2.38, on a :

$$M(P_2) + M(P_3) + M(P_4) = 4 \qquad M(P_1) + M(P_3) = 1$$

M (P_2) est le nombre de commandes en attente, M (P_3) le nombre de commande traitée par la machine de coupe et M (P_4) celui qui ont été traitées et stockées. Le premier invariant indique donc que le nombre total de commandes dans l'atelier quelque soit sa forme reste constant. M (P_1) vaut 1 si la machine de coupe est disponible et M (P_3) vaut 1 si la machine de coupe traite une commande. Cet invariant indique donc que soit la machine de coupe est disponible, soit elle traite une commande. On peut interpréter cela comme une capacité limitée au niveau de la place P_3 , elle ne peut contenir qu'une marque au maximum.

Définition 1 : Soit R un Réseau de Petri et P l'ensemble de ses places. On a un invariant de marquage s'il existe un ensemble de places $P' \subset P$ et un vecteur d'entiers naturels appelé vecteur de pondérations q tels que :

$$\forall M \in {}^{*}M_0, \quad \sum_{P_i \in P'} q_i M(P_i) = constante$$

P_0 est appelé composante conservative. Un RdP est conservatif si et seulement si $P_0 = P$.
Le RdP 4 saisons est conservatif.

Remarque : La propriété "composante conservative" est indépendante du marquage initial M_0. Par contre, la valeur de la constante dépend de M_0.

2.5.2 Composante répétitive :

Il s'agit ici d'étudier le comportement cyclique de l'évolution de certains RdPs. Dans l'exemple des 4 saisons, les séquences franchissables a partir du marquage initial.

$$M_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Sont : T_1, T_1T2, $T_1T_2T_3$, $T_1T_2T_3T_4$, etc.. $T_1T_2T_3T_4$ est une séquence qui partant de M_0 ramène à l'état initial :

$$M_0 | \, T_1T_2T_3T_4 > M_0$$

Elle pourra donc être répétée indéfiniment.

Définition 1 : On appelle séquence répétitive stationnaire, une séquence de franchissements S telle que :

$$M_0 \mid S > M_0.$$

La séquence est dite complète si elle contient toutes les transitions du RdP. On appelle séquence répétitive croissante, une séquence de franchissements S telle que :

$$M_0 \mid S > M_0' \quad avec \quad M_0' > M_0.$$

On appelle séquence répétitive décroissante, une séquence de franchissements S telle que :

$$M_0 \mid S > M_0'' \quad avec \quad M_0'' < M_0.$$

On appelle composante répétitive l'ensemble T' des transitions de T apparaissant dans la séquence S.

Le RdP est dit répétitif si T = T'.

Propriété : Si S est une séquence répétitive pour la condition initiale M0 alors c'est aussi une séquence répétitive pour la marquage initial $M'_0 \geq M_0$.

2.6 Réseaux de Pétri colorés

La modélisation d'un système réel peut mener à des réseaux de Petri de taille trop importante rendant leur manipulation et/ou leur analyse difficile. La question est alors de modifier (étendre) la modélisation par RdP de façon à obtenir des modèles RdP de plus petite taille. Cette question a motivé l'introduction des RdPs généralisés. Une telle classe de modèles y a été désignée par le terme d'abréviation, nous introduisons une autre classe d'abréviation, les RdPs colores. Ils sont importants pour la modélisation de systèmes de production (au sens large). Ils ont été motives par le fait suivant.

Une taille trop importante peut découler du fait que l'on ne peut pas distinguer entre elles les différentes marques d'une place. Plusieurs marques dans une place peuvent modéliser un certain nombre de pièces identiques dans un stock. Si le stock contient plusieurs types de pièces, des places supplémentaires doivent être introduites pour sa modélisation.

Voir par exemple Figure 2.43. Le nombre de marques dans la place P_3 correspond au nombre de pièces de type 1 en stock. Le nombre de marques dans la place P_4 correspond au nombre de pièces de type 2 en stock. Le nombre de marques dans la place P_7 indique le nombre d'emplacements libres dans le stock. Si un stock est susceptible de contenir deux (respectivement n) types de pièces, il doit donc être modélise par au moins 3 (resp. $n + 1$) places. Peut-on imaginer une modification du modèle.

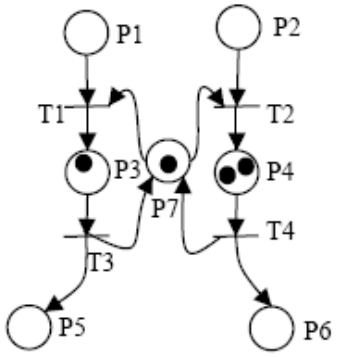


Figure 2.43: Stock contenant deux types de pièces.

RdP qui permette de la modéliser par un nombre de places indépendant du nombre de types de pièces stockées ? Intuitivement, si on est capable de distinguer les différentes marques les unes

des autres, on pourrait associer à chaque type de marques un type de pièces. Deux places seraient alors nécessaires pour modéliser le stock : une place dont le marquage indique le nombre de pièces stockées et une place dont le marquage indique le nombre d'emplacements libres**.[9]**
Pour distinguer les marques les unes des autres, on introduit la notion de couleur.

2.6.1 Introduction aux RdPs colorés à travers un exemple :

Exemple :

Un système de production est constitue d'une première machine avec son stock en sortie de capacité limitée à 3 produisant la pièce a et d'une seconde machine avec son stock en sortie de capacité limitée à 3 produisant la pièce b . L'état du système est caractérisé par :

- La première machine produit la pièce à (une marque dans la place *Pa*1)
- La première machine est en attente (une marque dans la place *Pa*3)
- Le nombre de pièces dans le stock de sortie de la première machine (nombre de marques dans la place *Pa*2)
- Le nombre de places libres dans le stock de sortie de la première machine (nombre de marques dans la place *Pa*4)
- La seconde machine produit la pièce b (une marque dans place *Pb*1)
- La seconde machine est en attente (une marque dans place *Pb*3)
- Le nombre de pièces dans le stock de sortie de la seconde machine (nombre de marques dans la place *Pb*2)
- Le nombre de places libres dans le stock de sortie de la seconde machine (nombre de marques dans la place *Pb*4)

L'état du système va évoluer quand se produit :

- le début de la production d'une pièce a par la première machine. (franchissement de *Ta*1)
- la fin de la production d'une pièce a par la première machine (franchissement de la transition *Ta*2)
- le retrait d'une pièce à du stock de la première machine (franchissement de la transition *Ta*3)
- le début de la production d'une pièce b par la seconde machine (franchissement de *Tb*1)
- la fin de la production d'une pièce b par la seconde machine (franchissement de la transition *Tb*2)

- le retrait d'une pièce b du stock de la seconde machine (franchissement de la transition *Tb*3)

Au départ, la première machine attend tandis que la deuxième machine produit une pièce b. Le stock de sortie de la première machine contient une pièce a et celui de la seconde deux pièces b. On obtient le RdP représenté Figure 2.44 gauche. Ce système est constitue de deux sous systèmes identiques (première machine avec son stock et seconde machine avec son stock) chacun produisant un type de pièces différent. Cela suggère l'idée que l'on pourrait superposer les RdPs représentant chacun des sous systèmes. Par contre, dans le RdP représentant le premier sous système, une marque dans une place fait référence à tout ce qui a trait à la pièce a : première machine occupée ou non, état du stock de la machine a. Dans le second RdP, une marque faite référence à la pièce b. Si on superpose les deux RdPs, il est donc nécessaire de différencier deux types de marque : une première que l'on baptise <a> qui correspond au marquage du premier RdP et une seconde baptisée <b> correspondant au marquage du second RdP. On parle alors de couleur1. L'ensemble des couleurs est noté $C = f< \text{a} >;< \text{b} >g$. On obtient alors le RdP colore représenté Figure 2.44, droite. Chaque transition est alors validée pour une couleur.

- La transition *T*1 est validée pour la couleur <a> mais pas pour la couleur <b> : le franchissement de *T*1 pour la couleur <a> consiste `a enlever une marque <a> dans la place *P*3 et à ajouter une marque <a> dans la place P1 ;

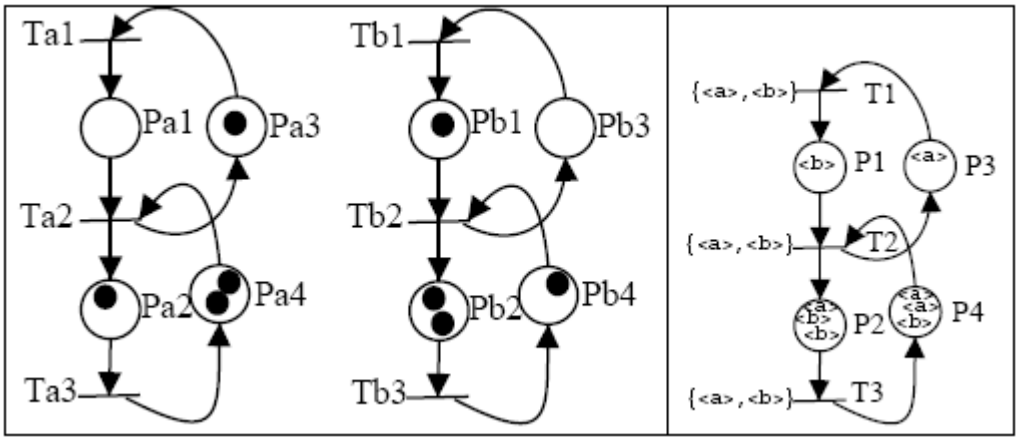


Figure 2.44: Machines a et b avec leurs stocks de sortie, RdP (gauche) et RdP coloré (droite).

- La transition T_2 est validée pour la couleur <b> mais pas pour la couleur <a> : le franchissement de T_2 pour la couleur <b> consiste à enlever une marque <b> dans les places P_1 et P_4 et à ajouter une marque <b> dans les places P_2 et P_3 ;

- La transition T_3 est validée pour les couleurs <a> et <b> : le franchissement de T_3 pour la Couleur <a> (respectivement <b>) consiste à enlever une marque <a> (resp. <b>) dans la place *P*2 et à ajouter une marque <a> (resp. <b>) dans la place P_4.

On associe à chaque transition l'ensemble des couleurs pour lesquelles le franchissement est envisage : par exemple pour T_1, l'ensemble *f*<a>, <b>*g*.

Le passage du RdP (Figure 2.44 gauche) au RdP colore (Figure 2.44 droite) est appelé pliage, le passage du RdP colore au RdP dépliage.

Le marquage d'un RdP coloré est maintenant défini pour chaque couleur. Par exemple, sur le RdP coloré représenté Figure 2.44 droite, le marquage :

- pour la couleur < a > est :

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix};$$

- pour la couleur <b> est :

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Le marquage peut être ainsi défini par une matrice ou chaque colonne correspond à une couleur :

$$M_0 = \begin{array}{c} \\ P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cc} <\mathtt{a}> & <\mathtt{b}> \end{array} \\ \left[\begin{array}{c|c} 0 & 1 \\ \hline 1 & 2 \\ \hline 1 & 0 \\ \hline 2 & 1 \end{array}\right] \end{array}$$

Il peut être aussi défini comme une application qui à une couleur donnée associe un marquage :

$$<\mathtt{a}> \mapsto \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad <\mathtt{b}> \mapsto \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Le marquage est donc une application de $C \rightarrow N^4$. Pour ne pas alourdir l'écriture, cette application est définie en utilisant des notations formelles :

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} < a > + \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} < b > = \begin{bmatrix} < b > \\ < a > + 2 < b > \\ < a > \\ 2 < a > + < b > \end{bmatrix}.$$

Pour une place donnée, le marquage est une application de $C \rightarrow$ N.
Quand il n'y a pas de couleur associée `a une marque, on parle d'une marque de couleur neutre. Elle est notée < . >. [10]

2.7 Réseaux de Pétri non autonomes

L'évolution du RdP va maintenant dépendre de l'occurrence d'événements externes ou du temps. Par simplicité, on se concentrera sur l'extension des RdPs ordinaires, même si cela peut s'appliquer aux RdPs généralisés.

2.7.1 Réseaux de Petri synchronisés (RdPS)

Un RdP synchronisé est un RdP ou à chaque transition est associée un événement. La transition sera alors franchie si elle est validée mais quand l'événement associe se produit.[11]

2.7.1.1 Evénements associes à une variable logique

Un évènement est un front montant ou un front descendant d'une variable logique. Un évènement n'a pas de durée: il est caractérisé par l'instant o`u il se produit (voir figure 2.45).

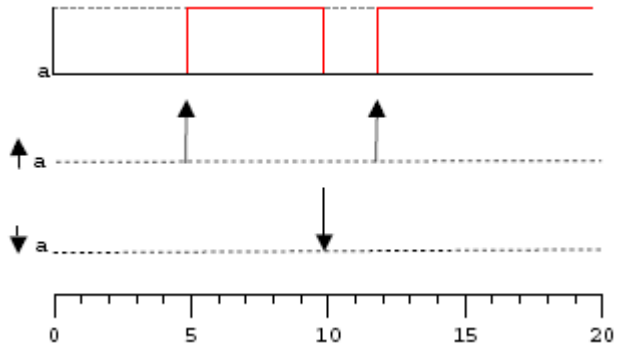


Figure 2.45: Chronogramme de la variable logique a Notation : ↑ *a* (front montant)
↓ *a* (front descendant).

- ↑*a.b* = (↑*a*)*:b* est un évènement qui se produit en même temps que ↑ *a* si *b* = 1 ; ici le . désigne « et ».
- ↑ *a* + *b* = (↑*a*) + *b* : ici le + désigne « ou ».

- ↑*a.* ↑*b* est un évènement qui se produit quand ↑ *a* et ↑ *b* se produisent simultanément. Cela n'est possible que si *a* et *b* ne sont pas indépendants, du fait de l'hypothèse suivante.

Hypothèse : Deux évènements indépendants ne se produisent jamais simultanément : ↑*a.* ↑*b* = 0. Si *a* et *b* sont indépendants.

Propriétés : Avec *e* l'évènement toujours occurrent :

$\uparrow a = \downarrow \overline{a}$	$\uparrow a.e = \uparrow a$	$\uparrow a. \uparrow a = \uparrow a$	$\uparrow a. \uparrow \overline{a} = 0$
$\uparrow a.a = \uparrow a$	$\uparrow a \uparrow \overline{a} = 0$	$\downarrow a.\overline{a} = \downarrow a$	$\downarrow a.a = 0$

$\uparrow (a.b) = \uparrow a.b + \uparrow b.a$	$\uparrow (a+b) = \uparrow a.\overline{b} + \uparrow b.\overline{a}$	$\uparrow (a.b) \uparrow (a.c) = \uparrow a.b.c$

Pour un système donné, un évènement est dit externe s'il correspond à un changement du monde extérieur au système.

2.7.1.2 Définition d'un Réseau de Petri Synchronisé

Exemple : atelier de coupe Sur le modèle RdP de l'atelier de coupe, il est naturel d'associer le franchissement de la transition T_1 à l'arrivée d'une nouvelle commande (voir Figure 2.46). Celle-ci correspond à un évènement extérieur note E_1.

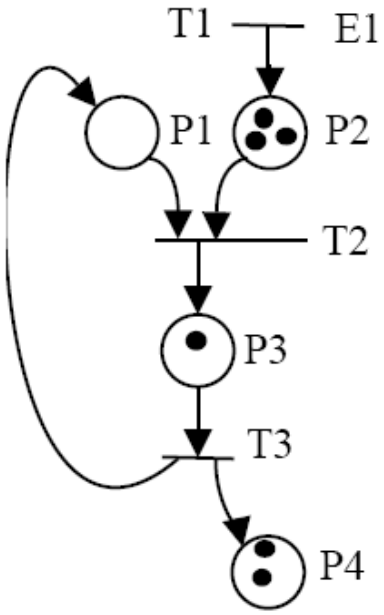


Figure 2.46: Atelier de coupe.

Définition : On appelle Réseau de Petri Synchronisé le triplet < R, E, Sync > ou

- R est un Réseau de Petri marqué ;
- E est un ensemble d'événements externes ;

- Sync : T ⟶ E ⋃ {e}.ou :

  - T est l'ensemble des transitions de R ;
  - e est l'évènement toujours occurrent. [6]

Le RdP est totalement Synchronisé si aucune transition n'est associée à e.

Dans un RdP synchronisé une transition validée n'est pas forcement franchissable. La transition est validée quand la condition sur les marquages est satisfaite. Elle deviendra franchissable quand l'événement externe associé à la transition se produit: elle est alors immédiatement franchie. Si en fonction du marquage de ses places d'entrée, plusieurs franchissements sont possibles, un seul se produira effectivement, celui dont l'événement associé se produit en premier. **[6]**.

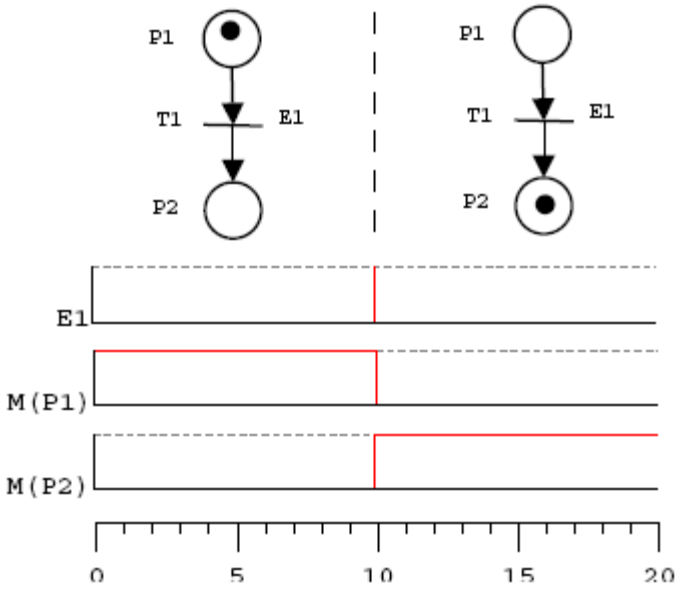


Figure 2.47: Franchissement d'une transition synchronisée

Exemples de franchissements de transition : Sur le RdP synchronisé représenté figure 2.47, au temps $t = 0$, la transition T_1 est validée. Le franchissement de la transition T_1 s'effectue au temps $t = 10$ quand l'événement $E1$ se produit.

Sur le RdP synchronisé représenté figure 2.48, au temps $t = 0$, la transition T_1 est validée. Son marquage est suffisant pour pouvoir franchir T_1 deux fois. Le franchissement de la transition T_1

s'effectue au temps t = 10 quand l'événement E_1 se produit. On impose qu'un seul franchissement de cette transition à la fois.

Sur le RdP synchronise représenté figure 2.49, au temps t = 0, la transition T_1 est validée. Le franchissement de la transition $T1$ s'effectue au temps t = 10 quand l'événement $E1$ se produit. L'événement E_1 est aussi[2] associe à la transition T_2. Comme la transition T_2 n'était pas validée au moment ou l'événement E_1 se produit, T_2 n'est pas franchie.

Sur le RdP synchronisé représenté figure 2.50, au temps t = 0, la transition T_1 est validée. Le franchissement de la transition T_1 s'effectue au temps t = 5 quand l'événement E_1 se produit. La transition T_2 est franchie au moment de la seconde occurrence de l'événement E_1 soit au temps t = 15.

Le marquage du RdP synchronise évolue donc dans le temps de la fac¸on suivante :

- Pour t allant de 0 à 5 :

$$M_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix};$$

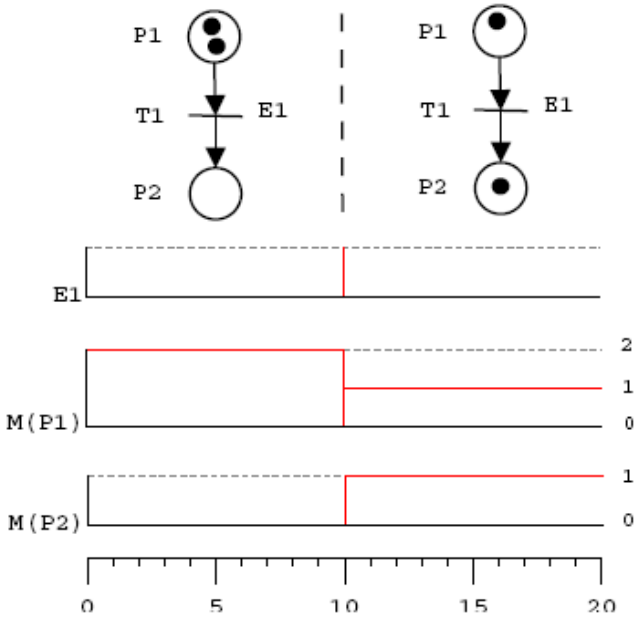


Figure 2.48: Franchissement d'une transition synchronisée.

- Pour *t* allant de 5 à 15 :

$$M_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

- Pour *t* allant de 15 à 20 :

$$M_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Le RdP synchronisé représenté figure 2.51 est similaire à celui figure 2.50 sauf que l'événement associé à la transition T_2 est *e* l'événement toujours occurrent. Après le franchissement de la transition T_1, la transition T_2 est validé. Comme l'événement toujours occurrent y est associé, la transition T_2 est alors immédiatement franchie. Le marquage M_2 a donc une durée nulle. On parle de marquage instable (à opposer à marquage stable). On peut définir un graphe des marquages stables : dans celui-ci, on passe directement du marquage M_1 au marquage M_3 par franchissement de la séquence T_1T_2 : on parle d'un franchissement itéré sur occurrence de l'événement E_1.

Il est possible de construire un modèle RdP synchronise dans lequel un marquage stable peut ne pas être accessible par le franchissement d'un nombre fini de transitions, voir Figure 2.52. Ici, après occurrence de l'événement E_1, il n'est pas possible d'obtenir un marquage stable. Nous supposerons que pour les RdPs synchronisés considérés, un marquage stable est forcement atteint après franchissement d'un nombre fini de transitions.

2.7.1.3 Propriétés des RdPs synchronisés :

Les notions de bornitude et de vivacité peuvent se généraliser aux RdPs synchronisés. Un RdP synchronisé est borné si, pour tout marquage stable et instable, il est borné. Une transition T_j est vivante si pour tout marquage accessible, il existe une séquence d'événements externes telle que T_j soit franchie. Si on considère le RdP autonome associé au RdP synchronisé, peut-on déduire les propriétés de l'un à partir de l'autre ?

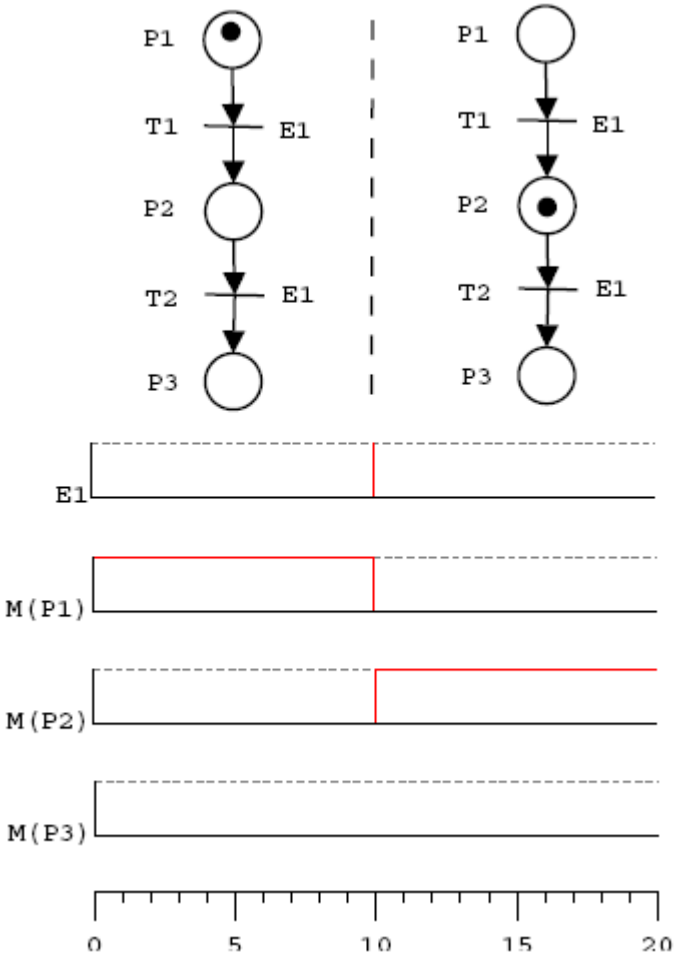


Figure 2.49: Franchissement d'une transition synchronisée

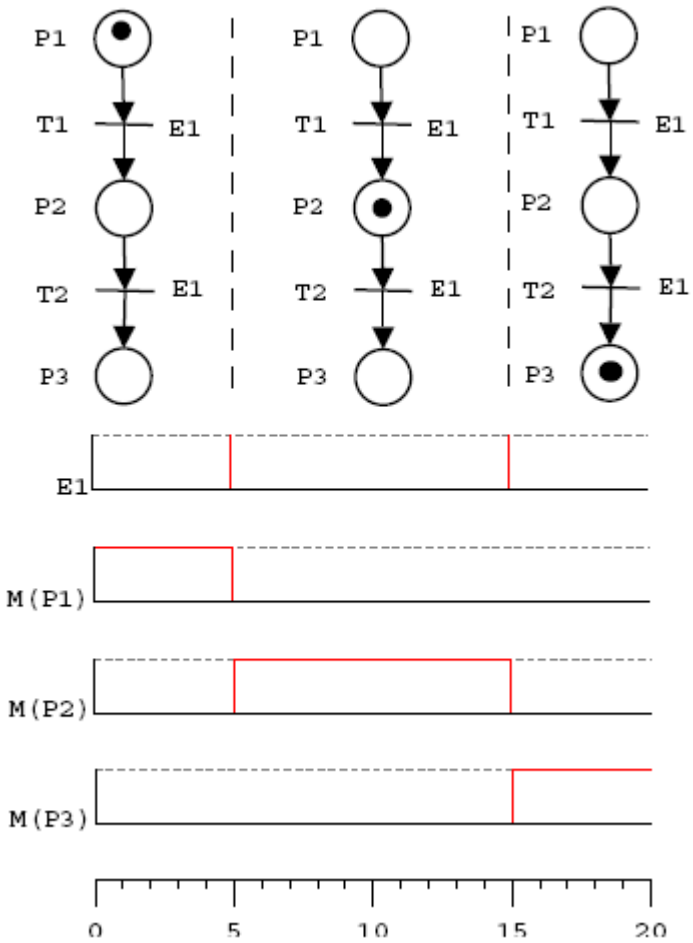


Figure 2.50: Franchissement d'une transition synchronisée.

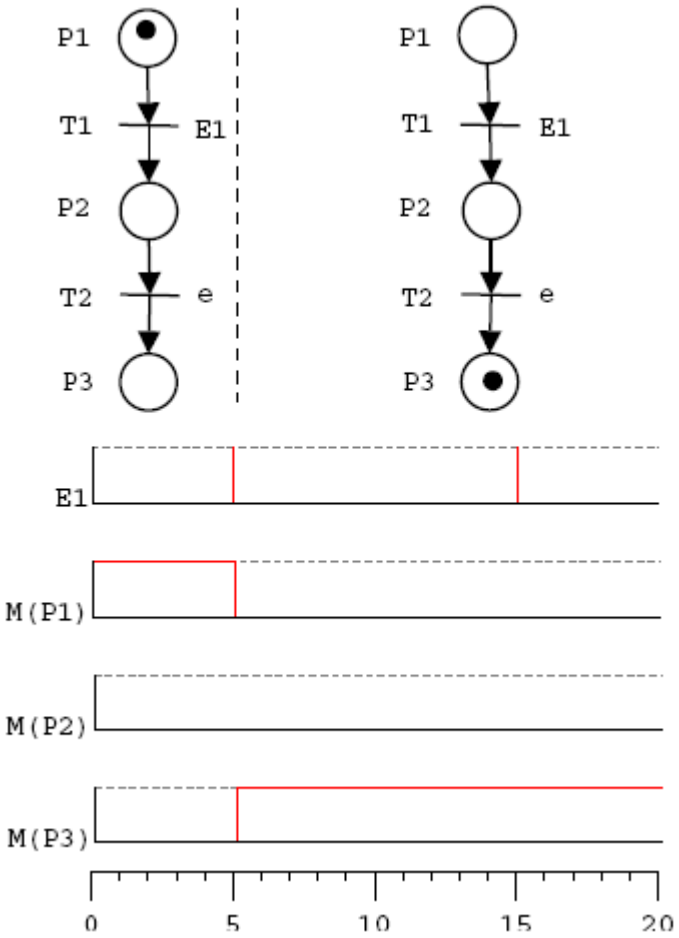


Figure 2.51: Franchissement d'une transition synchronisée.

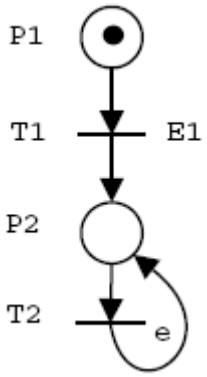


Figure 2.52: RdP synchronise avec marquages instables

Propriétés :

1. Un RdP synchronisé est borné pour un marquage initialM_0 si le RdP autonome associé est borné pour le marquage initial M_0.

2. La réciproque n'est pas forcement vrai.

Démonstration :

Le 1. Découle du fait que l'ensemble des marquages accessibles du RdP synchronisé est inclus dans l'ensemble des marquages accessibles du RdP autonome associé. Le *2.* Découle de l'exemple.

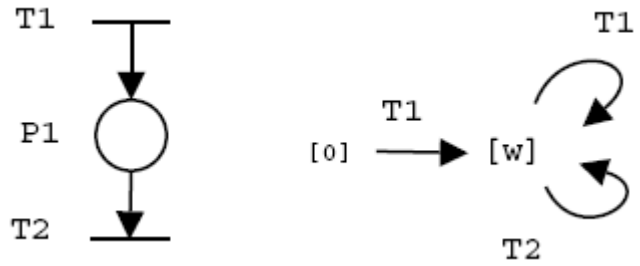


Figure 2.53: RdP modélisant un stock avec son graphe de couverture

Présenté Figure 2.53 et Figure 2.54. Le nombre de marques dans la place P_1 représente le nombre d'objets entreposés dans un stock. Le franchissement de la transition T_1 correspond à introduire un nouvel objet dans le stock. Le franchissement de la transition T_2 correspond à retirer un objet du stock. D'après le graphe de marquage Figure 2.53, ce RdP autonome n'est pas borné. D'autre part, il est associé au RdP synchronisé représenté Figure 2.54. Celui-ci est clairement borné puisque l'introduction d'un nouvel objet se produit sur occurrence de l'événement E_1. Si la place $P1$ a un nombre de marques non nul, la transition T_2 est validée : l'événement E_1 étant associée à T_2, sur son occurrence, une marque est alors ôtée de la place P_1. Le marquage de celle-ci est forcement borné. On a utilisé le fait que dans un RdP synchronisé, deux transitions validées associées à un même événement sont simultanément franchies sur occurrence de cet événement.

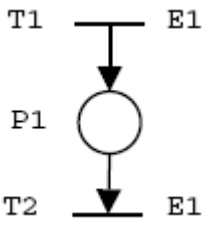


Figure 2.54: RdP synchronise modélisant un stock.

Propriété : Pour qu'un RdP synchronisé soit vivant pour un marquage initial M_0, il est ni nécessaire, ni suffisant que le RdP autonome associé soit vivant pour le marquage initial M_0.

Démonstration : Si on construit le graphe des marquages du RdP autonome associé au RdP synchronisé représenté Figure 2.55, on constate que pour le marquage initial :

$$M_0 = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

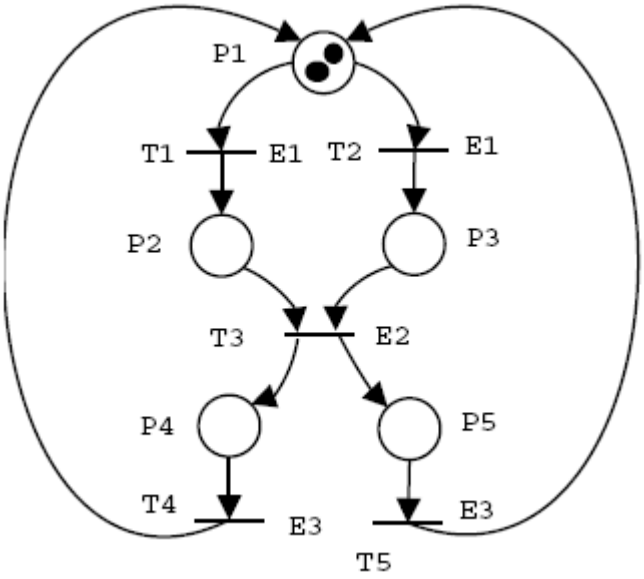


Figure 2.55: Vivacité d'un RdP (synchronisé)

On peut aboutir aux blocages :

$$M_{b_1} = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad M_{b_2} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Le RdP autonome n'est donc pas vivant. Pour le RdP synchronisé, partant du même marquage initial, par franchissement de T_1T_2 sur occurrence de E_1, on obtient :

$$M_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Puis par franchissement de la transition T_3 sur occurrence de E_2 :

$$M_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Et par franchissement de T_4T_5 sur occurrence de E_3, on revient au marquage initial. Le RdP synchronisé est vivant car pour une transition donne, il existe toujours un séquencement d'événements externes qui mène au franchissement de cette transition.

Par contre, le RdP synchronisé représenté Figure 2.56, n'est pas vivant pour le marquage initial représenté sur cette figure alors que le RdP autonome associé l'est.

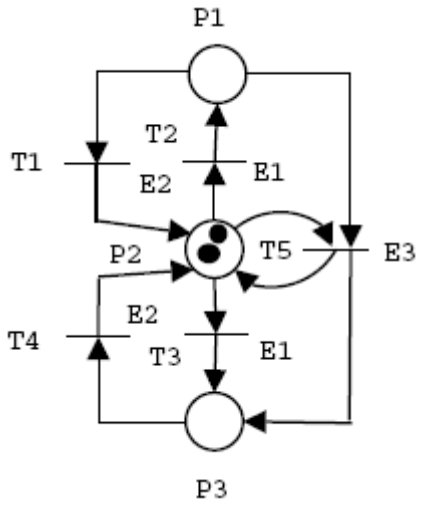


Figure2.56: Vivacité d'un RdP (synchronisé)

Conclusion

Dans ce chapitre nous avons essayé d'englober toutes les informations qui définir les réseaux de Petri et leurs propriétés, pour utiliser comme un outil de modélisation de la maintenance dans la 3ième chapitre.

Chapitre n° 3

Les réseaux de Petri comme un outil de modélisation de la maintenance.

3-1 Introduction

L'outil recherché pour la modélisation doit, d'une part, permettre de représenter les mécanismes particuliers comme le parallélisme, la synchronisation, le partage de ressources, etc..... et, d'autres part, autoriser sur le modèle les calculs de performances et de sûreté de fonctionnement désirés. De plus, il doit permettre de garder un maximum d'informations possibles sur les différents états des composants: machines, stocks, politiques de maintenance afin de pouvoir déduire les valeurs d'un grand nombre d'indicateurs.

Les RdP Stochastiques ont été introduits pour répondre à des problèmes informatiques liés à la sûreté de fonctionnement. Ces problèmes faisant intervenir des phénomènes aléatoires, on associe des temps de franchissement aléatoires, donc non déterministes distribués par une loi exponentielle aux transitions du réseau de Petri.

Du point de vue pratique, les RdPS autorisent la spécification du comportement d'un système synchronisé sous forme aisément utilisable par l'ingénieur de conception. Ils possèdent un très for pouvoir descriptif et leur principal avantage et que le nombre de places et de transitions n'augmente que très raisonnablement au fur et à mesure que la complexité du système croît. De même, ils peuvent en application de certaines technique simplificatrice basées sur la décomposition des systèmes en sous ensembles indépendants ou liés par des relations d'état simples, constituer un important relais dans la modélisation et la validation des systèmes représentés par leur graphes d'état, c'est à dire celui associé à un processus de Markov.

3.2 RdP Stochastiques

3.2.1 Définition des RdP Stochastiques

Un RdP stochastique est un 5-uplet RdPS = (P, T, E, μ, M_0). [7].

$P = \{P_1, P_2, ..., P_n\}$: ensemble fini et non vide de places.

$T = \{T_1, T_2, ...T_m\}$: ensemble fini et nom vide de transitions. A chaque T_i on associe un taux de franchissement μ_i.

E = ensemble des arcs

$\mu = \{\mu_1, \mu_2, \ldots, \mu_n\}$: ensemble des taux de franchissements

M_0 : Vecteur marquage initial

3.2.2 Analyse d'un RdP stochastique

Pour analyser un RdP stochastique, deux approches complémentaires peuvent être utilisées, les processus de Markov et les propriétés de conservation d'un RdP. Pour la première approche, elle consiste à construire le graphe des marquages accessibles du RdP autonome sous-jacent et à étiqueter chaque arc par un taux de franchissement qui dépend du taux associé à la transition et du marquage des places en amont de cette transition.

Aussi, les RdPS semblent les plus adaptés à notre étude puisqu'ils permettent d'obtenir de façon automatisée le graphe de Markov d'un système complexe. L'association d'un outil de modélisation, les RdPS et d'un outil de calcul, les processus de Markov, forme donc un moyen puissant d'analyse et d'évaluation des systèmes de production. [12].

3.2.2.1 Générateur du processus de Markov

Le générateur du processus de Markov associé à un RdP stochastique est une matrice carrée A de dimension LxL, ou L est le nombre fini d'états de la chaîne de Markov correspondante. Cette matrice est remplie de la manière suivante

- L'élément a_{rs} ($r \neq s$) est égal au poids de l'arc allant de l'état r vers l'état s et représente le taux de transition d'un état vers un autre, soit $a_{rs} = \mu_{rs}$.
- L'élément $a_{rr} = -\sum \mu_{rk}$; il représente le complément à zéro de la somme des autres éléments de la ligne ($\sum \mu_{rk} = \mu(r)$ est la somme des taux de sortie de l'état r) [18]

3.2.2.2 Détermination des propriétés d'un modèle

Le RdP stochastique suivant représente un ensemble de deux stations de production avec un nombre de serveurs infini chacune. Dans ces deux stations en série circulent un ensemble de 4 palettes. La station 1 modélisée par l'ensemble $\{P_1, T_1\}$ a une capacité infinie alors que la station 2 modélisée par $\{P_2, P_3, T_2\}$ à une capacité limitée à 3. Les taux de service des stations sont μ_1 et μ_2. On suppose que le blocage éventuel de la station 1 est un blocage avant service, c'est-à-dire que chaque serveur de cette station vérifie qu'il y a de la place dans le stock de la station 2 avant de commencer son service.

Ce RdP stochastique possède deux invariants de marquages moyens qui sont

$M^*(P_1) + M^*(P_2) = 4$

$M^*(P_2) + M^*(P_3) = 3$

Modélisation du système

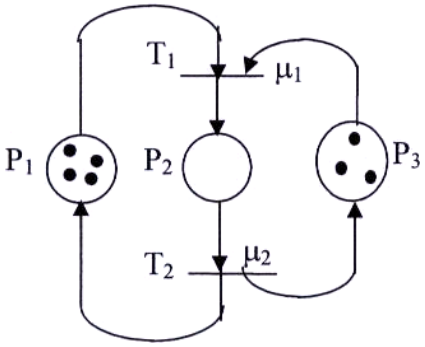
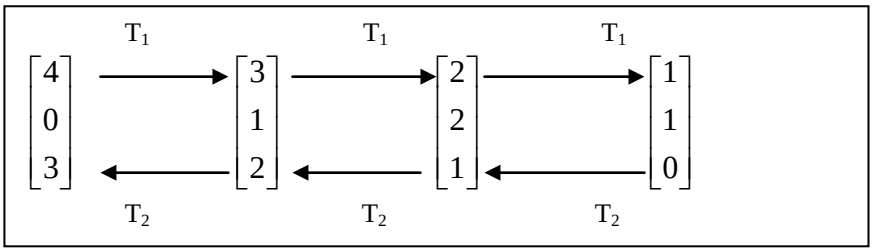
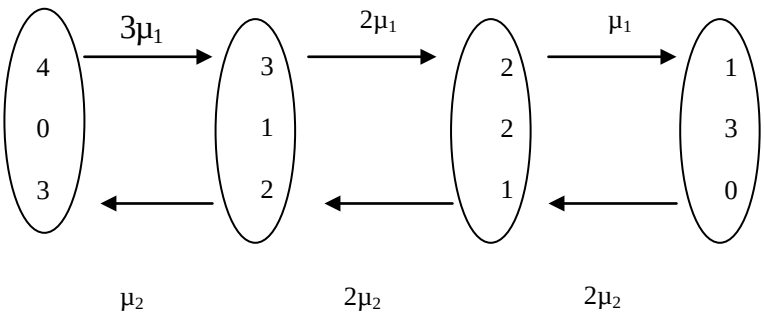


Fig 3-1.exemple de modélisation

- **Graphe des marquages**



- **Chaîne de Markov**



Etat x_1 Etat x_2 Etat x_3 Etat x_4

Détermination du générateur du Processus de Markov

$$A = \begin{matrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{matrix} \begin{bmatrix} -3\mu_1 & 3\mu_1 & 0 & 0 \\ \mu_2 & -(2\mu_1+\mu_2) & 2\mu_1 & 0 \\ 0 & 2\mu_2 & -(\mu_1+2\mu_2) & \mu_1 \\ 0 & 0 & 3\mu_2 & -3\mu_2 \end{bmatrix}$$

3.2.2. 3 Probabilité d'état en régime permanent

Soit P_r^* un vecteur ligne de dimension L où la ième composante, notée $P_r^*(M_k)$ ou P^*_{rk} représente la probabilité d'être dans le marquage M_k (état k)

Après la construction du générateur A du processus markovien, la résolution du système linéaire homogène

$$P_r^*. A = 0.$$

$$\sum_{k=}^{L} P_{rk}^{*} = 1$$

Permet d'obtenir les probabilités d'état en régime permanent Pour notre exemple avec $\mu_1 = 1$ et $\mu_2 = 2$ on obtient :

$$\begin{bmatrix} p_{r1}^* & p_{r2}^* & p_{r3}^* & p_{r4}^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -3 & 3 & 0 & 0 \\ 2 & -4 & 2 & 0 \\ 0 & 4 & -5 & 1 \\ 0 & 0 & 6 & -6 \end{bmatrix}$$

$$p_{r1}^* + p_{r2}^* + p_{r3}^* + p_{r4}^* = 1$$

La résolution de ce système donne les valeurs suivantes :

$P_{r1}^* = 8/27$; $P_{r2}^* = 12/27$; $P_{r3}^* = 6/27$; $P_{r4}^* = 1/27$

3.2.2.4 Calcul des fréquences moyennes de franchissement

Les fréquences moyennes f* de franchissement des transitions $T_j \in T$ sont calculées à partir de :

$f^*_j = \sum \mu_j(k) p^*_{rk}$ K / T_j est franchissable à partir de M_k

Pour notre exemple :

$$f_1^* = 3\mu_1 p_{r1}^* + 2\mu_1 p_{r2}^* + \mu_1 p_{r3}^* \rightarrow f_1^* = 2$$
$$f_2^* = \mu_2 p_{r2}^* + 2\mu_2 p_{r3}^* + \mu_2 p_{r4}^* \rightarrow f_2^* = 2$$

3.2.2.5 Calcul des marquages moyens des places

Les marquages moyens des places, se calculent comme suit :

$$M^*(p_i) = \sum_{k=1}^{L} M_k(p_i).p_{rk}^*.$$

Pour notre exemple :

$$M^*(p_1) = 4.p_{r1}^* + 3.p_{r2}^* + 2p_{r3}^* + p_{r4}^* = 3$$
$$M^*(p_2) = p_{r2}^* + 2p_{r3}^* + 3p_{r4}^* = 1$$
$$M^*(p_3) = 3p_{r1}^* + 2p_{r2}^* + p_{r3}^* = 2$$

On vérifie bien que les marquages moyens vérifient les lois de conservation des marquages qui sont

$M^*(P_1) + M^*(P_2) = 4$

Et

$M^*(P_2) + M^*(P_3) = 3$

3.2.2.6 Les temps moyens de séjour

Les temps moyens de séjour des marques dans les places $P_I \in P$ en régime permanent, c'est-à-dire D*(P_i) dont donné par la formule de LITTLE.[10].

$$D^*(p_i) = \frac{M^*(p_i)}{post_i F^*}$$

Avec : $F^* = \begin{bmatrix} f^* \\ f^* \end{bmatrix}$ f^* : Fréquence moyenne de franchissement.

Pour notre exemple :

$D^*(p_1) = M^*(p_1) \,/_{F_2^*} = 3/2$
$D^*(p_2) = M^*(p_2) \,/_{F_2^*} = 1/2$
$D^*(p_3) = M^*(p_3) \,/_{F_2^*} = 1$

3.3. Du RdP au RdP Stochastique Généralisés synchronisé (RdPS^{2}G) ou à Synchronisation Interne (RdPSGSynl)

3 .3.1 Introduction

La mise en application des RdPS a entraîné l'apport de notions nouvelles. En effet, la construction du modèle nécessite souvent l'utilisation de transitions immédiates (RdP autonomes) et des transitions stochastique (RdP non autonomes). Cette extension s'appelle

RdPS Généralisés (RdPSG). Les règles d'évolution débouchent sur deux types de marquages.

- Le premier dit instable lorsqu'il valide des transitions immédiates. Le temps de séjour dans ce marquage, étant infiniment petit, est considéré comme nul. Les règles d'évolution aussi bien pour la levée des conflits que pour le calcul du nouveau marquage sont les mêmes que celle des RdP autonomes.
- Le second type de marquage dit stable valide cette fois des transitions temporisées. La durée d'un marquage dépendra du tirage des temporisations stochastiques associées aux transitions validées. Les règles d'évolution sont similaires à celles des RdPS. L'orsqu'un marquage valide à la fois des transitions immédiates et des transitions temporisées, la priorité est donnée aux franchissements des transitions immédiates. On ne tient pas compte, dans ce cas, des transitions temporisées validées. Le marquage est considéré comme instable, et nous utilisons les règles d'évolutions des RdP Autonomes.

Remarques Sur un modèle

- les transitions immédiates sont représentées par un trait ——
- les transitions temporisées sont de deux types ;

Les transitions à temporisation déterministes représentées par un rectangle vide

Les transitions à temporisation aléatoires représentées par un rectangle Plein

Pour les systèmes complexes, le nombre de places et de transitions croît assez rapidement et l'interprétation des modèles graphiques devient moins lisible. Pour remédier à cet inconvénient, nous introduisons soit les RdP colorés, soit les RdP Synchronisés (RdPSy). En effet, et contrairement à la première famille, où l'on attribue des couleurs ou des informations à chaque marque dans une place, ce qui n'est pas notre cas puisqu'un SdP peut avoir des machines ayant des paramètres différents, donc des taux associés aux transitions qui sont différents, pour les RdPSy, le franchissement d'une transition est conditionné par l'occurrence d'un événement extérieur ; on est alors en présence d'une « synchronisation ». Cet événement est représenté à l'aide d'une expression logique de variables booléennes.

Aussi, comme notre système est une alternance de machines et de stocks. de plus chaque machine peut être associée à une ou plusieurs politiques de maintenance.

Etant donné que les modules machines et politiques de maintenance contiennent des paramètres aléatoires et afin de pouvoir tenir compte des marquages stables et instables, notamment dans les modules qui contiennent à la fois des transitions immédiates et stochastiques, les RdPSG sont préconisés.[12].

Si Chaque module est présenté par un RdPSG, il reste à établir les liens entre les différents modules. Aussi, l'idée de conditionner une transition par l'occurrence d'un événement extérieur (RdPSy) est nécessaire. Dans notre cas l'événement peut être :

- Extérieur, c'est à dire envoyé depuis la direction de la production,
- Intérieur, c'est à dire issu des autres modules à l'intérieur du même SdP Aussi, les réseaux de Pétri stochastiques généralisés synchronisé (RdPSG)pour le premier cas devant le(RdPGSyl) à synchronisations internes pour le second cas, sont les mieux adaptés pour notre cas d'application.

3.3.2 Classes des RdP stochastiques

De nombreuses classes de RdPS sont proposées pour t'analyse des performances des SdP. Les caractéristiques des différentes classes se situent essentiellement dans la nature des transitions utilisées, où des lois autres qu'exponentielle qui leurs sont associées. Parmi les classes existantes,

on cite

- *Réseaux de Pétri Stochastiques Généralisés* (RdPSG): le réseau se compose, en plus des transitions avec une temporisation aléatoire de la loi de distribution exponentielle, des transitions avec une temporisation nulle (transitions immédiates)
- *Réseaux de Pétri Stochastiques et déterministes* (RdPSD): cette classe de réseau contient des transitions immédiates, des transitions à temporisation déterministe et des transitions à temporisations stochastiques distribuées avec une loi exponentielle
- *Réseaux de Pétri Stochastiques Régénérateurs Markoviens* (RdPSRM): c'est une généralisation des RdPSG. Le réseau comporte des transitions immédiates, des transitions déterministes et des transitions à temporisations stochastiques distribuées avec une loi quelconque.
- *Réseaux de Pétri Stochastiques Généralisés à Synchronisation Internes* (RdPSGSnyl): ces réseaux permettent de réaliser une modélisation modulaire et fonctionnelle d'un système. Chaque fonctionnalité du système est décrite par un RdPSG et ses différents réseaux sont synchronisés entre eux par émission et réception de données.
- *Réseau de Pétri stochastique généralisé synchronisé* (RdPSGS), à chaque transition (immédiate, déterministe ou stochastique) est associé un événement, un signal ou encore message. Cet événement est externe dans le sens ou il correspond à un changement d'état du monde extérieur au réseau. Le franchissement de cette transition s'effectuera si la transition est validée (toutes les places amonts contiennent au moins une marque) et quand le signal (événement) associé se produira. La transition est alors franchissable et son franchissement durera d, unités de temps, Par convention, un signal est émis depuis une place est reçu par une transition.

3.3.3 Description des RdPSGSyl et RdPS^{2}G

L'approche par RdPSGSyl ne cherche pas à générer des systèmes décomposables mais des systèmes décomposés. L'application de cet outil sur des SdP permet alors une décomposition non pas structurelle mais fonctionnelle. Aussi nous donneras dans la suite le formalisme, le principe de base et quelques propriétés des RdPSGSyl et RdPS^{2}G utilisés dans notre application.

Prenons comme exemple un stock permettant à une machine amont de déposer une pièce et à une machine aval de retirer une pièce. Supposons que ce stock a une capacité égale à 3, c'est-à-dire qu'il est capable de contenir au maximum 3 pièces. Ce stock peut donc être modélisé par le RdP de la figure 3.4.

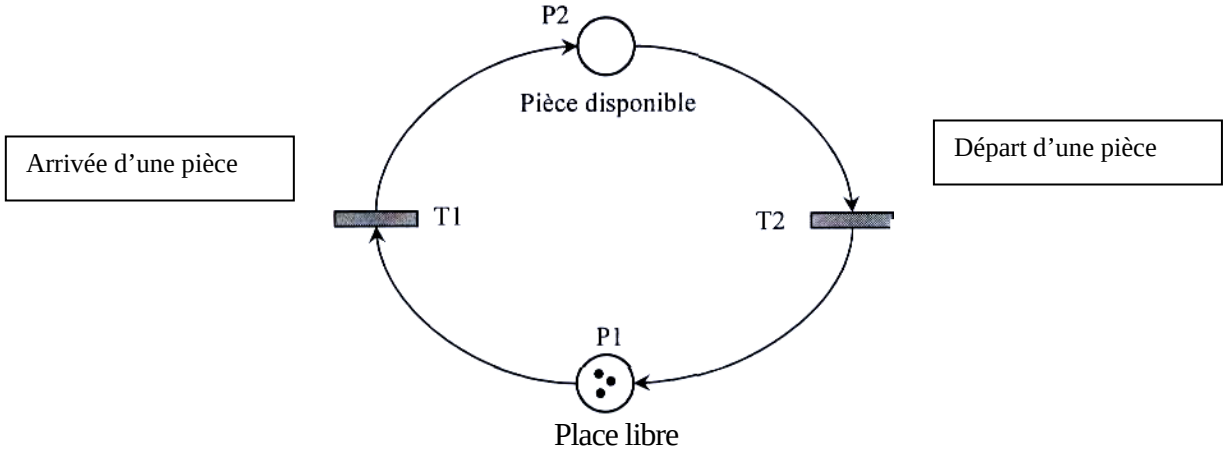


Fig. 3-2. Modélisation d'un stock par RdP

Le stock pouvant contenir au maximum 3 pièces, à l'état initial il dispose de 3 places libres (3 marquesP_1). Dés l'arrivée d'une pièce (T_1 franchissement) (depuis une machine amont par exemple), cette pièce est stockée (P_2). Une pièce est alors disponible dans le stock. Le départ d'une pièce (suite à un retrait effectué par une machine aval par exemple du stock (Ti) permet de libérer une place (P_1), etc.

3.3.4 Modélisation d'une machine à trois états par RdPSGSyl

Considérons le cas d'une machine a trois états : repos, marche et panne. Son fonctionnement peut être décrit par le RdPSG de la figure. 3.5. A l'état initial, la machine est supposée au repos (une marque dans la place P_1). Dès qu' une pièce est chargée (T_1), la machine peut commencer l'usinage de cette pièce (P_2). Si tout se passe bien (pas de défaillance), la machine sert la pièce produite (T_2) et se remet au repos (P_1) en attente d'une autre pièce. Par contre, si nous sommes en présence d'une défaillance (T_3), la machine tombe en panne (P_3) et va attendre d'être réparée (T_4) et remise à sa position initiale de repos (P_1).

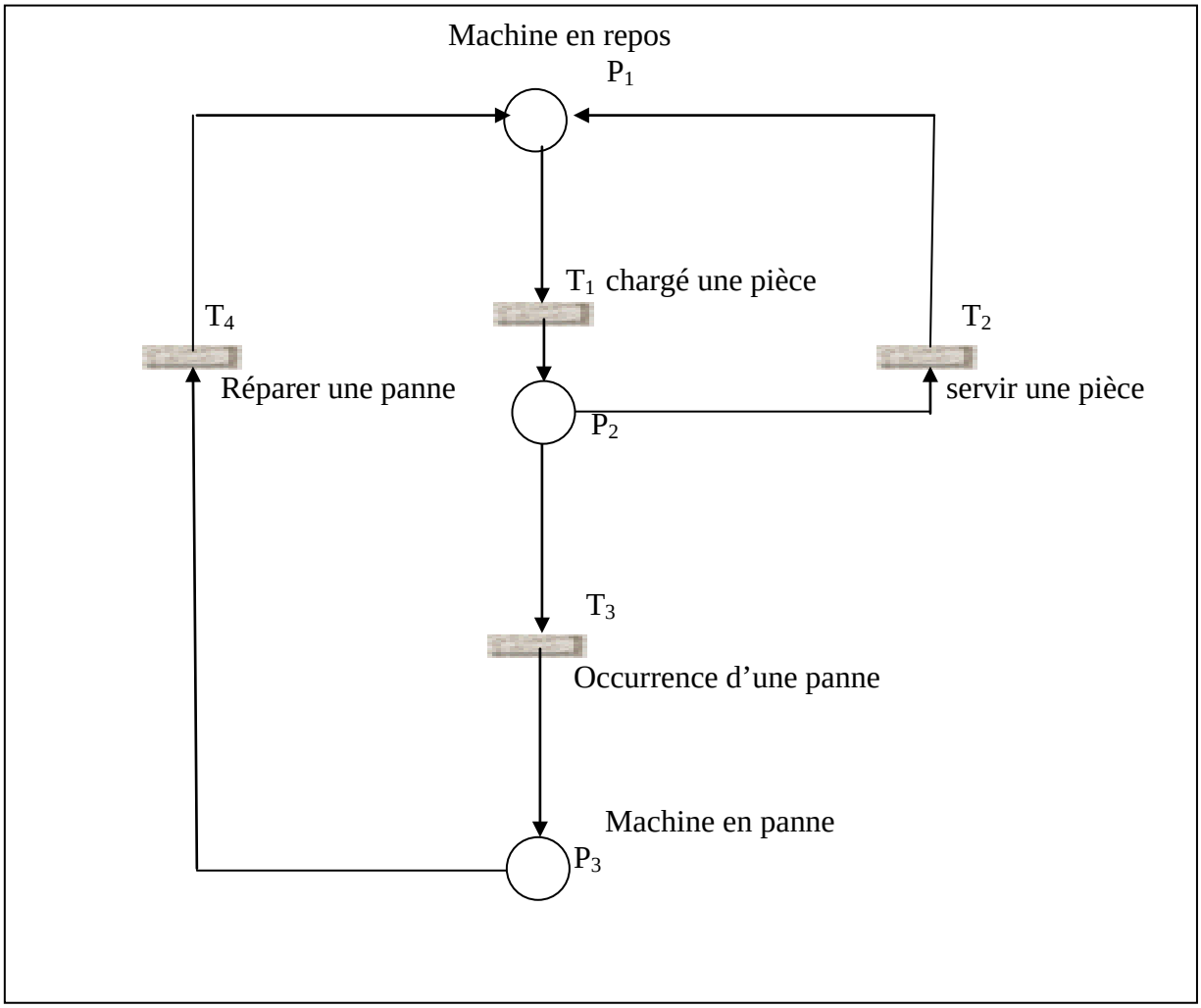


Fig. 3-3, Modélisation d'une machine à 3 étapes par un RdPSG.

Le modèle RdP du stock (fig.3.4) étant directement transformable en modèle RdPSG (fig. 3.4.a), plaçons le en amont de la machine fig. 3.5 cela a pour effet d'ajouter des contraintes sur chaque modèle afin de mettre en évidence les influences mutuelles, c'est-à-dire les synchronisations. La machine ne peut charger une pièce que si cette pièce est disponible dans le stock amont. Cela se traduit par l'envoi et la réception du signal **pds** (pièce disponible dans le stock amont) fig.3.6. De même, une pièce est effectivement retirée du stock amont si et seulement si la machine a bien chargée la pièce. Cela se traduit par l'émission et la réception du signal dum (début usinage machine aval) fig. 3.6. La machine devant envoyer le signal **dum** avant le démarrage effectif de l'usinage (P_{23}), la place P_{22} a été rajoutée afin de bien distinguer ces deux situations physiques (P_{22} et P_{23}). La transition immédiate T_{22} a été rajoutée pour assurer l'alternance des places et des transitions.

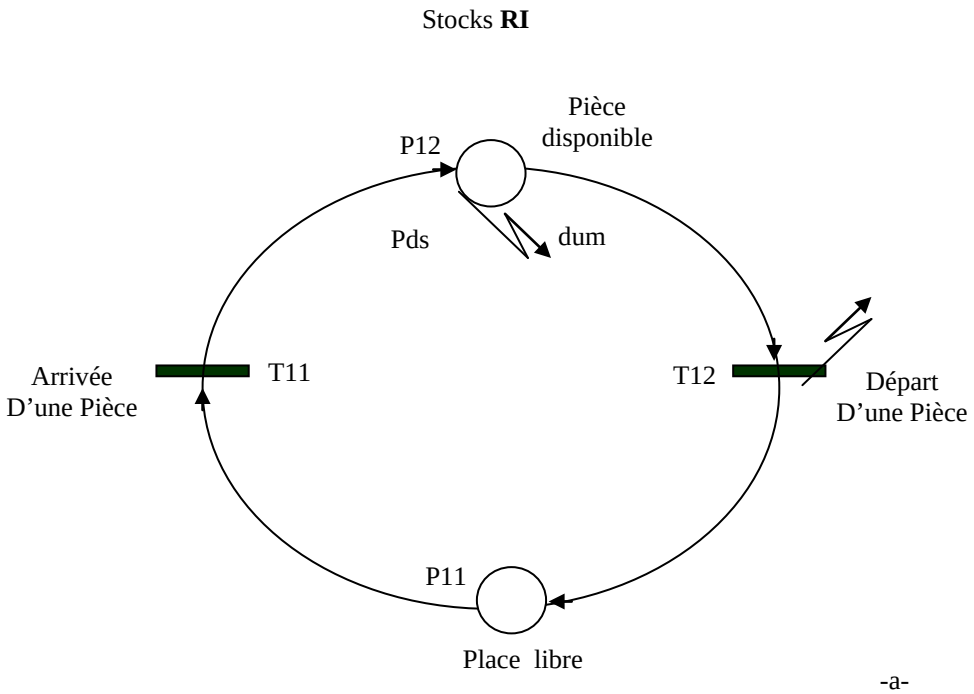
3.3.5 Exemple de synchronisation entre deux RdPS^{2}G

Si nous considérons la machine à part, son modèle fig.3. 4 est un RdPS^{2}G avec un signal provenant de l'extérieur qui est pds. De même, si le stock est considéré comme un RdPS G à part, il reçoit un signal provenant de l'extérieur qui est dum. Par contre, si le système à considérer est l'ensemble de la machine et du stock, les deux modèles de la fig.3.4 font partie du même modèle RdP. Les signaux pds et dum sont alors internes au modèle, qui est alors RdPSGSyl

3.4 Modélisation des systèmes de production par réseaux de Pétri

3.4.1 Introduction

Ce paragraphe utilise les RdPSGSyl afin de modéliser, d'une part, le fonctionnement de chaque module d'un SdP (machine, stock et politique de maintenance) et, d'autre part, les liens entre les différents modules. Dans le but de tenir compte des différentes politiques de maintenance intégrées et des liens d'un (ou plusieurs) stock(s) avec une (ou plusieurs) machine(s) en amont ou en aval, nous construisons des modèles RdPSG génériques de référence prenant en compte toutes les combinaisons possibles, que nous rencontrons dans les systèmes de production manufacturiers



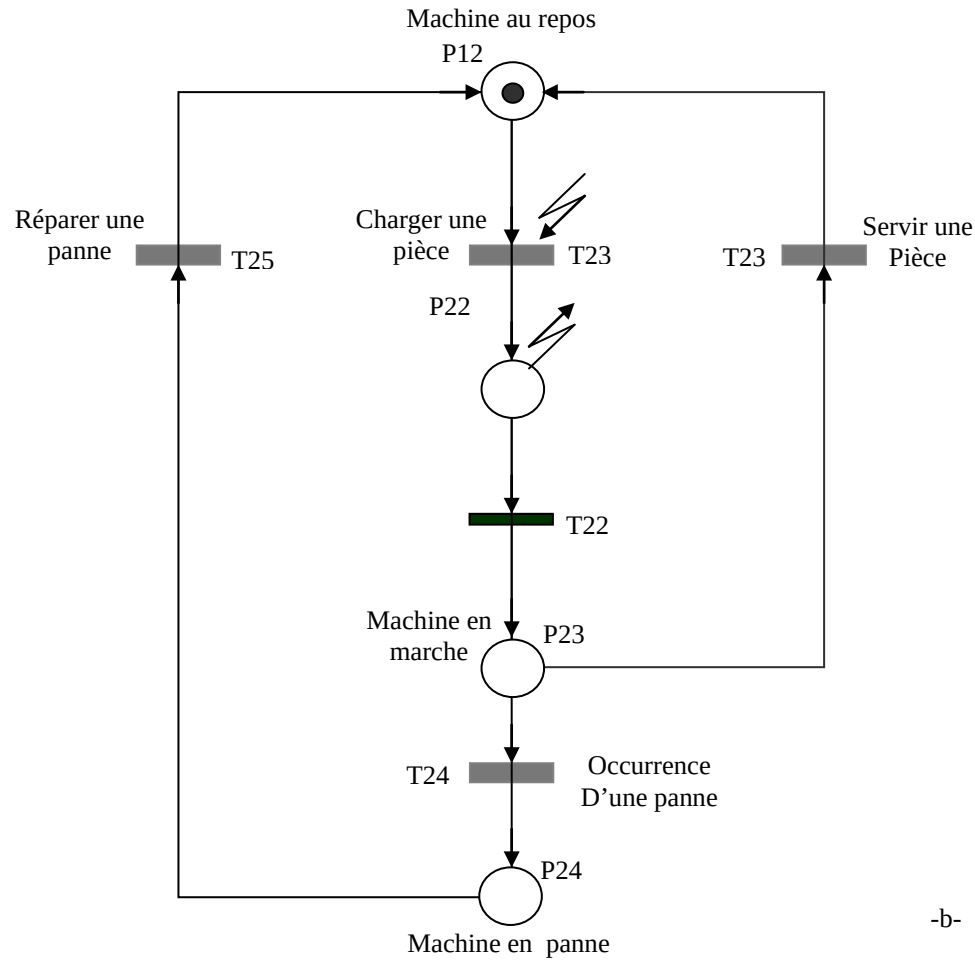


Fig.3.4 Exemple de synchronisation entre deux RdPS^{2}G

3.4.2 Modèle RdP de référence du module machine

Une machine M_1 figure.3.5 puisant les pièces à usiner dans un (ou plusieurs) stock(s) amont(s), et déposant les pièces finies dans un (ou plusieurs) stock(s) aval(s) est caractérisée par quatre paramètres : le taux moyen de chargement (ε_i) ,le taux moyen de service (δ_i), le taux moyen de panne (λ_i), et la taux moyen de réparation (μ_i)). Ce sont des paramètres de loi de probabilités distribuées exponentiellement

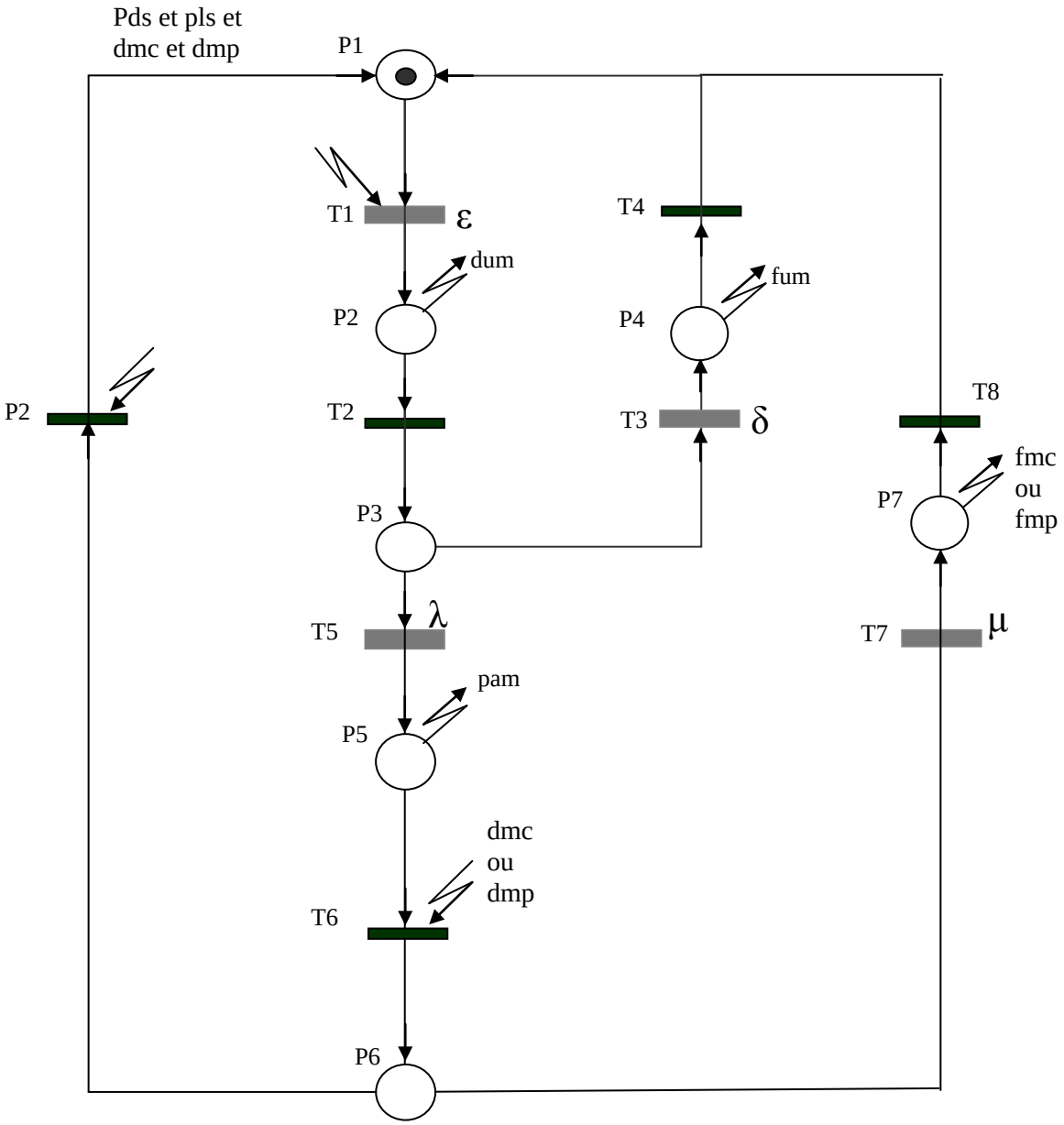


Fig .3.5 Modèle RDP de référence machine

Ou :

- dmc= début maintenance corrective (reçu depuis modèle maintenance associée) ;
- dmp=début maintenance préventive (reçu depuis modèle maintenance associée) ;
- dum= début usinage machine (émis pour modèle stock amont) ;
- fmc= fin maintenance corrective (émis depuis modèle maintenance associée) ;
- fmp= fin maintenance préventive (émis depuis modèle maintenance associée) ;
- fum= fin usinage machine (émis pour modèle stock aval) ;
- pam= panne machine (émis depuis modèle maintenance associée) ;
- pds = pièce disponible dans le stock (reçu depuis stock amont) ;
- pls= place libre dans stock (reçu depuis stock aval).

4.4.3 Interprétation du modèle

Une machine peut être au repos (P_1), en Marche (P_3), en panne (P_5), ou en arrêt pour maintenance (P_6). Une maintenance corrective (MC) ne peut être lancée qu'après l'occurrence d'une panne (T_6) alors qu'une maintenance préventive (MP), lorsqu'elle doit s'effectuer, arrête la machine si cette dernière se trouve au repos (T_9). Si la machine est en panne (P_5) alors qu'elle est associée uniquement à une politique de MP, elle attend l'occurrence d'une date de MP (T_6-dmp) pour avoir être réparée (T_7). Pour signaler la fin des taches de maintenance la machine émet un signal (fmc pour une MC ou fmp pour une MP) au modèle RdP de la politique de maintenance permettant à cette dernière de se libérer.

Initialement, la machine est au repos. La place P_1 contient une marque. Si tous les stocks amonts possèdent chacun au moins une pièce disponible (pds) et tous les stocks avals disposent chacun d'au moins d'une place disponible (pls), et si aucune procédure de maintenance n'est lancée que ce soit corrective (dmc) ou préventive (dmp), alors une pièce (depuis chaque stock amont) est autorisée à être chargée (T_1) dans la machine pour un éventuel usinage. Après franchissement de T_1, la marque tombe dans la place P_2 permettant d'envoyer un signal (dum) aux stocks amont afin de leur indiquer le retrait d'une pièce de chacun de ces stocks.

La marque arrive ensuite à la place P1 ici, soit l'usinage se déroule sans aucun incident et la pièce est qualifiée de « bonne » à la sortie de la machine ($T_3 \rightarrow P_4 \rightarrow T_4 \rightarrow P_I$), soit la machine est tombée en panne (suite à l'occurrence d'une défaillance) puis réparée ($T_5 \rightarrow P_5 \rightarrow T_6 \rightarrow P_6 \rightarrow T_7 \rightarrow P_7 \rightarrow T_8 \rightarrow P_1$). Dans ce cas, la pièce présente est considérée comme défectueuse ; elle est alors retirée du système et mise au rebut. Quand une pièce a été finie (usinage terminé), la machine envoie un signal (fum) à tous les stocks aval les prévenant du dépôt d'une pièce.

Remarques

- Quand on parle de ?pds, on fait abstraction à un « ET » de l'ensemble de tous les signaux pds émis par tous les stocks amonts de la machine M_i c'est-à-dire ET

? Pds (Sj). De même pour ?pls, cette S € M_i.

Notation : sous-entend un « ET » de l'ensemble de tous les signaux pls émis par tous les stocks en aval de la machine M_i, c'est-à-dire ET ? Pls (S_j). Un « ET » suppose que nous considérons Sj € M_j.

Implicitement des machines d'assemblage (ou de désassemblage) total, c'est-à-dire que la machine retire à la fois une pièce de chaque stock amont (ou dépose à la fois une pièce dans chaque stock aval).pour prendre en compte les machines qui n'ont pas besoin simultanément d'une pièce de chaque stock amont pour effectuer leur travail, il suffit de remplacer le ET par un OU.[10].

Formellement, ce modèle générique s'écrit $\mathbf{R}_{mach} = < P , T , [W] ? , M_0, \Delta , !S_y, ?S_y >$

Avec :

P = {P_1 P_2 P_3 P_4 P_5 P_6 P_7}

T = {T1 T2 T3 T4 T5 T6 T7 T8 T9} ;

$$[W] = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

M_0 = { 1 0 0 0 0 0 0} ;

Δ = {ε 0 δ 0 λ 0 μ 0 0} ;

!S_y= { 0, !dum , 0 , ! fum , !pam , 0 , !fmc OU !fmp} ;

?S_y={?pdsET?plsET , ?dmcET?dmp , 1 , 1 , 1 , 1 , ?dmc OU ?dmp, l , l , ?dmp }.

3.4.4 Module RdP de référence du module stock

Un stock S_j figure.3. 6 est défini par sa capacité η_j. Il est soit «non plein » (P_1), c'est-à-dire qu'il dispose au moins d'une place libre pour pouvoir stocker une nouvelle pièce, soit « non vide » (P_2), c'est-à-dire qu'il contient au moins une pièce à fournir, le nombre de marques ou jetons dans la place P_1 représente le nombre de places libres dans le stock .il est initialisé à sa capacité maximale (η_j). Quand une machine en amont du stock termine l'usinage d'une pièce (?fun), et si ce stock dispose d'une ou plusieurs places libres (une ou plusieurs marques dans P_1) alors la pièce finie est autorisée à rentrer dans le stock. La marque arrive alors dans la place P_2 et un signal (!pds) est envoyé à toutes les machines avals du stock. Ce signal annonce la présence d'au moins une pièce dans le stock. Dès qu'une machine aval retire une pièce de ce stock et la charge, elle lui envoi un signal !dum .lui confirmant le bon déroulement du retrait de la pièce. À la réception de ce signal, une marque passe de la place P_2 à la place P_1. Cela signifie qu'une place de plus s'est libérée dans le stock.

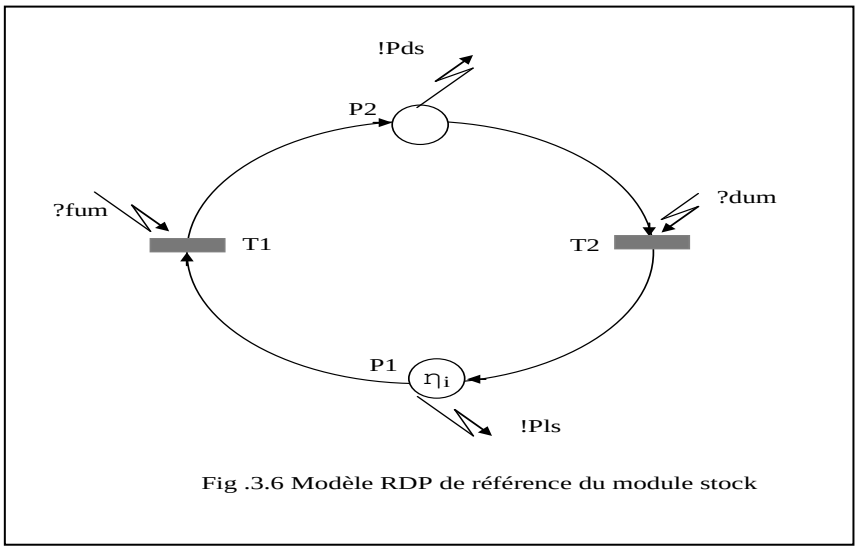


Fig .3.6 Modèle RDP de référence du module stock

Notation

?dum = début usinage machine
?fum = fin usinage machine
!Pls = place libre dans le stock
!Pds = pièce disponible dans le stock
Formellement, ce modèle générique s'écrit R_{stock} = < P, T, [W] ? M_0, Δ, ! S_y, ? S_y > ; avec :

P={P1 P2} ;

T={T1 T2} ;

$M_0 = \{\eta \quad 0\};$

$\Delta = \{0 \quad 0\};$

$!S_y = \{ !PLs, !Pds \};$

$?S_y = \{ ?fum , ?dum \};$

$$[W] = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

3.4.5 Modèle RdP de référence du module maintenance

Une politique de maintenance corrective (MC) s'exécute après l'occurrence d'une ou plusieurs défaillances, c'est-à-dire à la suite d'un signal interne qui est une combinaison logique de différents signaux provenant d'une (ou plusieurs) machines. A la réception de ce signal **Pam**, démarre la phase préparatoire de la maintenance (localisation, diagnostic, etc) la préparation dure une certain temps (T_1) après lequel les procédure de réparation ou dépannage peuvent être lancées (P_2). Le modèle MC envoie alors un signal (dmc) au modèle machine. En réponse, à la fin des actions, le modèle machine émet le signal (fmc),autorise alors le franchissement de la transition T_2 permettant de libérer le service maintenance(P_1),figure3.7.

Notations

P_1 : service de MC est au repos

P_2 : service de MC en action

TI : préparation de la politique de MC

T_2 : fin des actions de MC

fmc : fin maintenance corrective

dmc : début maintenance corrective

pam : panne machine.

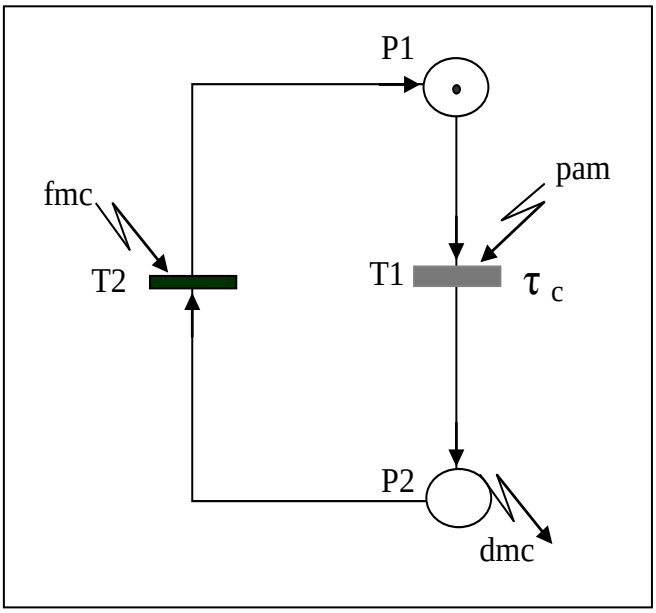


Fig. 3-7. Modèle de RdP référence d'une politique de MC

Ce modèle générique permet de générer les divers politiques de MC. En effet si nous considérons le cas d'une MC (différée) qui doit s'exécuter dans un atelier ou 3 machines M_1, M_3 et M_4 (d'un même atelier) sont en panne. Le signal pam sera remplacé par une combinaison logique de la

forme pam (M_1) ET pam (M_3) ET pam M_4. Le taux de franchissement de la transition T_1 spécifique à ce type de politique sera désigné par τ_{CF} • Précisons que la structure de ce modèle n'effectue pas la distinction du caractère provisoire (dépannage) ou définitif (réparation) des actions de maintenance. Ce caractère apparaît implicitement dans les valeurs du taux moyen (T_C et μ).[12].

Remarque *:*

Ce modèle est valable dans le cas d'une seule politique de maintenance par machine, pour pouvoir partager (à la fois) la même politique de maintenance entre plusieurs machines, il suffit de multiplier les arcs et les transitions de ce modèle ainsi que la place P_2 La place P_1 doit rester comme et unique ; quand elle contient une marque, le service MC est libre, sinon est occupé (il travaille sur une autre machine).
D'autre part, un modèle de maintenance préventive (MP) se lance suite à une information, que ce soit une occurrence d'une date de maintenance suivant un programme établi ou non, ou bien une indication de vieillissement d'une machine, ou encore une information provenant d'autres composants (stock a atteint sa capacité limite), etc. dans tous les cas, c'est un événement extérieur au modèle (odm) qui détermine le début de la MP Fig. 3.8.
L'occurrence de cette événement (T_1) autorise alors le démarrage de la phase préparatoire (P_2) de la maintenance (mobilisation des ressources , installation du programme , etc) qui dure un certain temps (T_2) après lequel les procédures d'entretien ou de réglages peuvent être lancées (P_3). Le modèle MP figure 3.9 envoi alors le signal (dmp) au modèle machine. En réponse, à la fin des actions, le modèle machine émet le signal (fmp) au modèle de la MP avant de se remettre à sa position initiale. La présence du signal (fmp) autorise le franchissement de la transition T_3 permettant ainsi de libérer le service maintenance (P_1).

Notation

P_1 : service MP est au repos

P_2 : service de MP en préparation

P_3 : service de MP en action

T_1 : occurrence d'une date MP

T_2 : préparation de la politique de maintenance.

T_3 : fin des actions de MP

dmp : début maintenance préventive.

fmp : fin maintenance préventive.

odm : occurrence date maintenance.

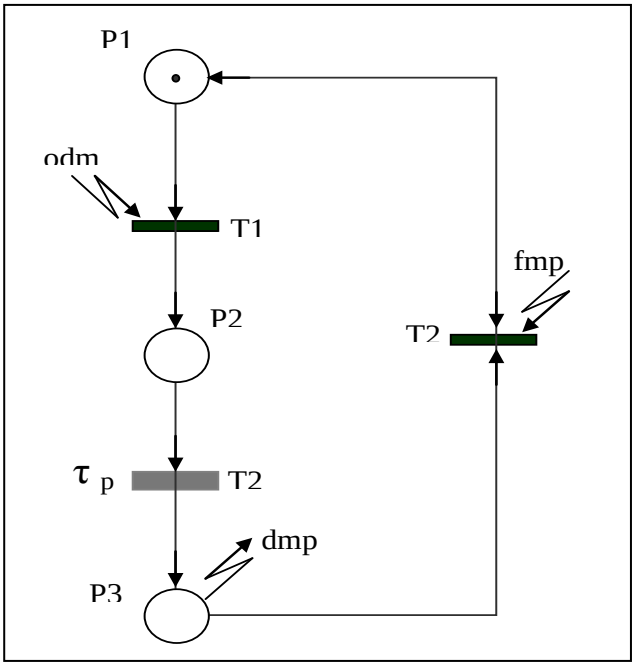


Fig.3-8- Modèle de RdP référence d'une politique de MP

Ce modèle générique permet de générer les divers politiques de maintenance préventive. Considérons une MPS (systématique) qui doit s'exécuter selon un échéancier établi préalablement, par exemple toutes les 3000heures. Le signal odm est un signal externe, provenant d'une horloge par exemple, ce signal est mit à un toutes les 1000 heures. De la même manière, pour une MPC (conditionnelle), le signal externe odm peut provenir par exemple, d'un compteur de pièces qui le met à 1 toutes les 500 pièces usinées. C'est ce signal qui constitue la principale différence entre une MC et une MP. De même que pour une MC, le taux de franchissement de la transition T_2 varie d'une politique à une autre. Il sera désigné par le nom de la politique: ξ_{ps} : désigne le taux correspondant à une politique de MPS, ξ_{psC} désigne celui de la MPC, etc.

Par conséquent une politique de maintenance mixte (MM) étant la combinaison de politique de MC et MP, peut se résumer au modèle générique de la figure 3.9. Ce modèle met en évidence les deux parties corrective et préventive. La place P_1 étant commune, permet de lancer une MC si une machine tombe en panne (T_1), et une MP à la suite d'une occurrence d'un événement extérieur (T_3 -odm). Une priorité est attribuée à la MC si les deux signaux pam et odm arrivent simultanément, ceci afin de résoudre le conflit entre les deux transitions T_1 et T_3 Formellement, ce modèle générique s'écrit

$R._{Mce}^{=} <P , T, [W] , M_0 , \Delta , !S_y, ? S_y>$

avec :

$P = \{ P1 \quad P2 \quad P3 \quad P4 \} ;$

$T = \{ T1 \quad T2 \quad T3 \quad T4 \quad T5 \} ;$

$M_0 = \{ 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \};$

$\Delta = \{ \tau_c \quad 0 \quad 0 \quad \tau_p \quad G \};$

$!S_y = \{0 \quad dmc \quad 0 \quad dmp\};$

$?S_y = \{ pma \quad fmc \quad odm \; ET \; pam \quad 1 \quad fmp \} ;$

$$[W]=\begin{bmatrix} -1 & 1 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

Ce modèle RdP de référence des machines fig.3.7, stock ; fig. 3.8 et politiques de maintenance fig.3.9, font l'objet de référence pour tous les composants de tout système de production. Chacun de ces modèles est un réseau qui dépend de certains taux de franchissement, recevant et émettant des signaux. Pour cela, il est utile de les représenter sous forme de boites noires permettant de montrer clairement les synchronisations et les paramètres nécessaire

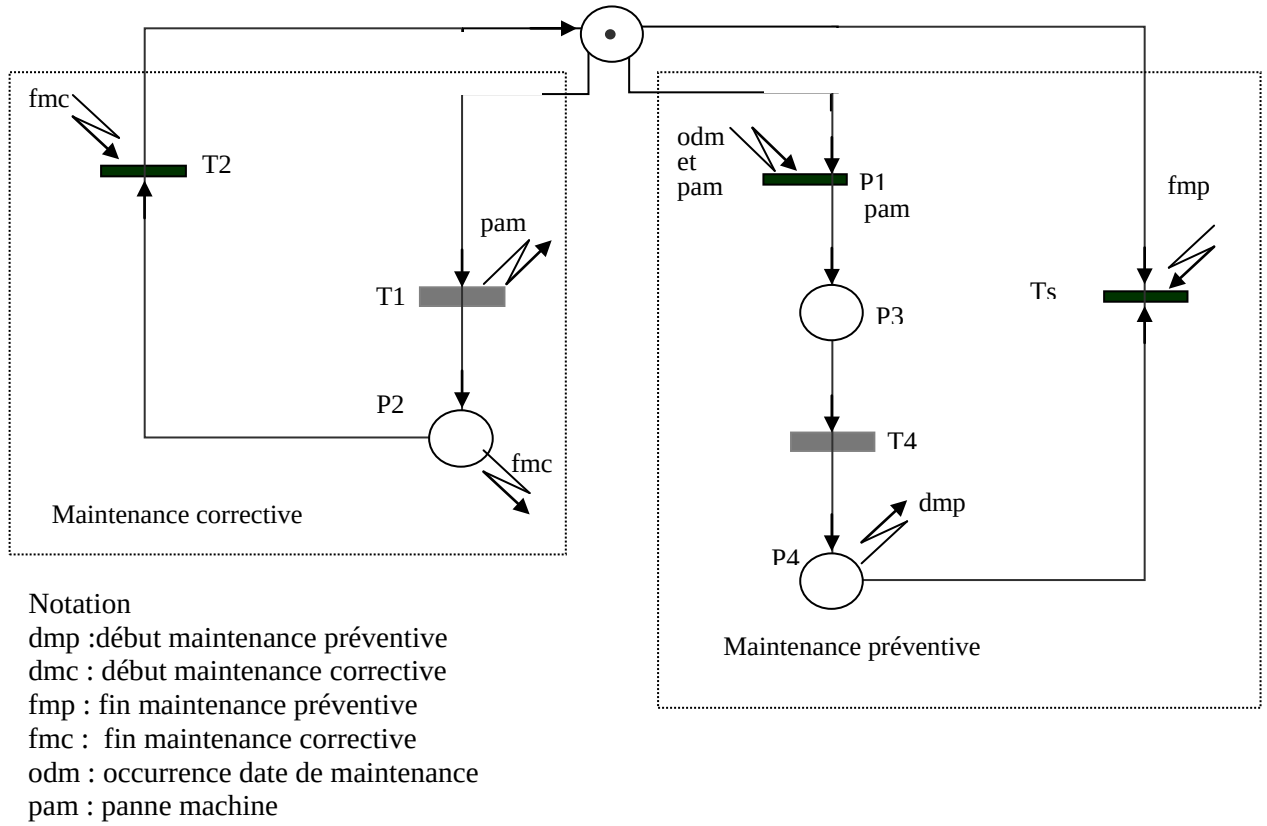


Fig .3-9 .Modèle de RDP de référence du module maintenance

Conclusion

Dans le présent chapitre nous avons élaboré quelques modèles de référence de la maintenance corrective, et de la maintenance préventive, et le modèle qui regroupe les deux en même temps. A pour but de développer des modèles qui jurent les systèmes de production dans le nouveau chapitre.

Chapitre n°4

Modélisation de la sûreté de fonctionnement des systèmes de production par réseaux de Petri

Introduction :

La conception ou la modification d'une installation industrielle peuvent se résumer en quatre phases : la spécification des fonctions qui la composent et de leurs interactions, l'analyse ou validation de la description obtenue, la simulation qui complète la connaissance du système projeté et permet un dimensionnement et une évaluation de ses performances, l'exploitation et la maintenance enfin. Chacune de ces phases repose sur l'utilisation d'un modèle.

Trop souvent, les outils de modélisation utilisés ne s'appliquent qu'à l'une ou l'autre de ces phases. Dès lors, le passage d'une étape à la suivante ou le retour en arrière, souvent nécessaire dans cette démarche de conception, entraînent une perte d'acquis et l'introduction d'erreurs, d'ambiguïtés pourtant levées dans la phase précédente.

La conception de systèmes qui, de plus en plus, doivent pouvoir s'adapter facilement aux exigences de la production suppose l'utilisation de modèles communs aux différentes étapes de la vie d'une application industrielle. Les réseaux de Petri se proposent de jouer ce rôle.

4.1 Pourquoi la modélisation ?

Pour une traduction du comportement du système perçu en général au travers d'états complexe et variables, en une représentation plus ou moins abstraite destinée à fournir un support pratique d'analyse.

C'est une étape très importante car elle représente l'unique passage entre ce que l'on croit comprendre et ce qui est réellement.

Lors de l'exploitation ou de la conception des systèmes quel qu'ils soient, ils présentent un certain nombre de problèmes, qu'il faut résoudre :

- Leur dimensionnement : les problèmes à résoudre concernant le nombre de machines, d'opérateurs,.... Qu'il faut prévoir.
- Comment prendre en considération les commandes prioritaires sans nuire aux systèmes (induire des perturbations) ?
- L'amélioration de leur productivité : utilisation des ressources (sans abuser ?).
- Les problèmes d'ordonnancement des flux dans les systèmes.
- Les problèmes de maintenance et leurs ordonnancements.

4.2 Modélisation des systèmes de production

Dans ce paragraphe nous énonçons un certain nombre d'hypothèses de travail concernant les systèmes de production, ainsi que les notations et le vocabulaire que nous allons employer. Nous détaillons aussi les paramètres des principaux composants (machines et stocks). Le principe de l'intégration de la fonction maintenance est ensuite abordé.

4.2.1 Définitions et hypothèses

Nous rencontrons dans les systèmes de Production (SdP) deux types de composants : les machines et les stocks (Figure 4.1). Une machine est représentée par un rectangle et un stock par un cercle. Les machines et les stocks sont reliés par des arcs orientés. Le nombre de machines (n) est fini et non nul. Le nombre de stocks (m) est également fini et non nul. Un arc relie soit une machine à un stock, soit un stock à une machine. Autrement dit, un SdP est un graphe biparti, c'est-à-dire qu'il y a alternance des machines et des stocks sur un chemin formé d'arcs consécutifs et tout arc doit obligatoirement avoir un composant à chacune de ses extrémités.

La Figure.4.1. Représente un système de production comportant 4 machines, 6 stocks et 10 arcs orientés. L'ensemble des machines d'un SdP sera noté M et l'ensemble des stocks S. pour l'exemple considéré, on a donc $M = (M_1, M_2, M_3, M_4)$ et $S = (Si, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6)$.

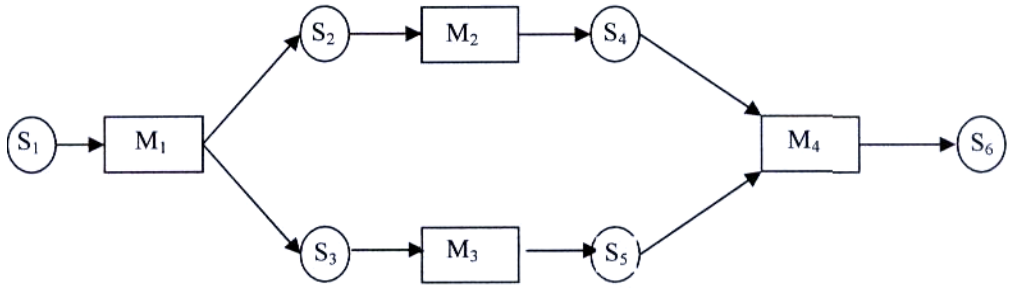


Fig. 4.1**.** Un exemple de système de production

On dira que la machine Mi est en amont ou est une entrée du stock Si s'il y a un arc orienté de M, vers S_j. On dira que la machine Mi est en aval ou est une sortie du stock S_j s'il y a un arc orienté de Sj vers M.. De façon similaire, on dira qu'un stock est en amont (entrée) ou en aval (sortie) d'une machine. Pour l'exemple de la Figure.4.1, la machine M_2 est en amont du stock S_4. Et la machine M_4 est en aval du stock S_5.[12].

Remarque

Une machine doit obligatoirement avoir au moins un stock amont et au moins un stock aval. Cela signifie que les extrémités d'un SdP doivent être inévitablement des stocks.

Formellement, un système de production (SdP) est un triplé a = <M, S, (A)> tel que :

M = (M_i, M_2,..., M_n) est un ensemble fini et non vide de machines ;

S = (S_i, S_2,..., S_m) est un ensemble fini et non vide de stocks ;

[A]: MX S---- {-1, 0, 1} est l'application d'agencement des machines et stocks.

A [M_j, S_j] est le poids de l'arc M_i-----S_j. Ce poids est à 1 si l'arc est sortant de la machine, à -1 s'il est entrant vers la machine (S_j----M_i,) et, à 0 si aucun arc relie M_j et S_j.

Pour l'exemple de la Figure 4.1, on a A[M_3, S_3] = 1, A[M_3, S_6) = 0 et A[M_3, S_3] = -1.

En résumé, le système de la Figure 4.1 est un triplet a = <M, S, (A) > avec :

M = (M_1,M_2,M_3,M_4); et S=(S_1,S_2,S_3,S_4,S_5,S_6).

$$[A] = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

Remarque

Afin de rendre plus lisibles les éléments d'une matrice, une case qui contient l'élément nul (0) est laissée vide.

Une machine (spécialisée, changement d'outil, robot,...) effectue des transformations de forme sur les produits eux-mêmes ou des transformations dans l'espace (transport des pièces).Après un éventuel délai de mise en marche (temps de chauffe ou de refroidissement de la machine, etc.) ou un temps variable de chargement des pièces à traiter, la machine peut effectivement démarrer les transformations sur un produit. Ce temps de mise en route de la machine Mi et de chargement d'une pièce est modélisé par un taux moyen noté ε_i.

4.2.2 Intégration de la fonction maintenance

Rappelons qu'une politique de maintenance peut être corrective (MC), préventive (MP) ou mixte (MM). Afin de pouvoir modéliser chaque politique, il est indispensable d'étudier, en détail, leur temps d'intervention. Commençons par observer le processus de déroulement d'une maintenance corrective (Figure 4.2).

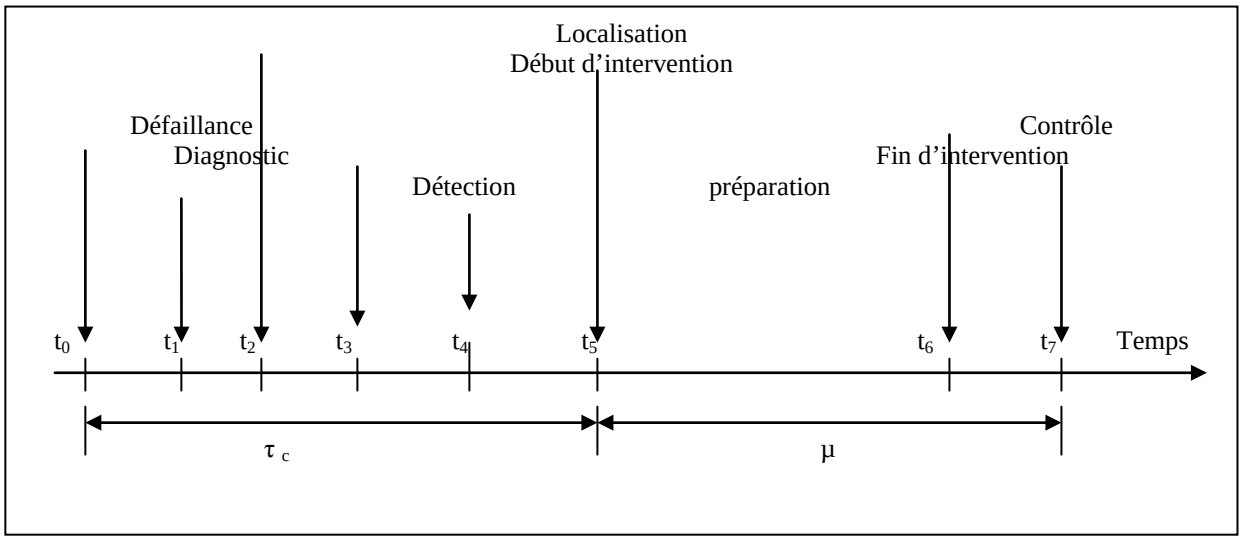


Fig. (4.2) : les temps d'intervention d'une maintenance corrective.

t_o : Date de la défaillance

t_1 : Détection de la défaillance

t_2 : Localisation, émission d'une alarme ; appel au service maintenance

t_3 : Prise en charge par les techniciens de maintenance (vérification de l'existence de la Défaillance, tests, Diagnostic, etc.)

t_4 : Préparation de l'intervention (procédures, approvisionnement, mobilisation, etc.)

t_5 : Date du lancement de l'intervention (dépannage, réparation, échange standard, etc.)

t_6 : Essais, réglages, contrôles, mise au point, etc.

t_7 : Date de remise en service.

Nous remarquons que depuis la date effective d'occurrence d'une défaillance jusqu'à la date du lancement de la MC (t_5) un certain temps est consacré à la détection, localisation, diagnostic et préparation de l'intervention corrective. Ce temps est variable d'une politique de MC à une autre, d'une première intervention à une autre. Ainsi, toujours pour des raisons d'homogénéité, nous modélisons ce temps par un taux moyen de préparation de MC (T_c) -constant - de distribution exponentielle, par exemple, si la durée (ou temps) moyenne entre les instants to et t_5 est de 30 minutes (ou 0,5 heure), nous dirons que le service de maintenance est capable de préparer :

$$T_C = \frac{\text{1 maintenance corrective}}{\text{0.5 Heure}} = 2 \text{ (maintenances correctives / heure)}$$

D'autre part, la durée de cette intervention correspond soit à la durée d'une réparation, soit celle d'un dépannage, etc. Dans tous les cas, cette durée (t_0 -t_5) correspond à la durée de l'exécution effective des taches permettant de remettre la machine en état. En d'autres termes, cela correspond aux temps techniques de réparation. Le taux moyen modélisant cette durée se confond alors avec le taux moyen de réparation (µ) décrit précédemment. Ces hypothèses ne sont pas forcément réalistes. Cependant, elles permettent de garder une homogénéité entre les différents paramètres définis.

En ce qui concerne les politiques de maintenance préventive, les temps d'intervention (Figure 4.2) sont légèrement différents



Fig. 4.3. Les temps d'intervention d'une maintenance

t_o : Date de début de maintenance préventive ; préparation de l'intervention (procédures, Approvisionnement, mobilisation, etc.)

t_1 : Date du lancement de l'intervention (réglages, révisions, inspection, contrôle, etc.)

t_2 : Date de remise en service.

Là aussi, un certain temps est consacré à la préparation de l'intervention préventive (t|- to). Pour les mêmes raisons que précédemment, nous modélisons ce temps par un taux moyen de préparation de MP (T_P) - constant - de distribution exponentielle. Il se mesure par un nombre de préparations de maintenance préventive pouvant être effectuées par heure. Pour les mêmes raisons aussi, la durée technique de l'intervention est confondue avec (u). Par contre, la différence de cette catégorie de maintenance par rapport à la précédente est l'occurrence d'une date de maintenance.

Dans le cas d'une politique de MC, la date d'occurrence dépend de celle d'une défaillance. Alors que l'occurrence d'une date de MP provient d'un programme, d'un échéancier établi, ou suite à un événement prédéterminé (vieillissement, etc.), ou encore suite à l'occurrence d'un événement externe (défaillance d'autres composants, etc.). Par exemple, nous fixons une intervention préventive toutes les 60 heures, cela signifie qu'après 60 heures de fonctionnement, la machine doit être arrêtée pour subir des actions préventives (qui en général durent moins longtemps que les actions correctives). Toujours pour des raisons d'homogénéité, nous modélisons l'occurrence de ces dates par un taux moyen d'occurrence de MP (β) qui se mesure par un nombre d'occurrence de MP par heure. Dans notre cas :

$$\beta = \frac{1 \text{ occurrence de MP}}{60 \text{ heures}} = 0.0167 \quad \text{(occurrences de MP /heure)}$$

En ce qui concerne une politique de maintenance mixte, vu qu'elle se construit par combinaisons de politiques de MC et de MP, elle utilise les mêmes paramètres. Ainsi, on peut définir, d'une manière formelle, une politique de maintenance.

Puisque les procédures de maintenance s'appliquent sur une machine, il est logique d'associer une politique de maintenance, au niveau du système de production, à une machine (Figure 4.4).

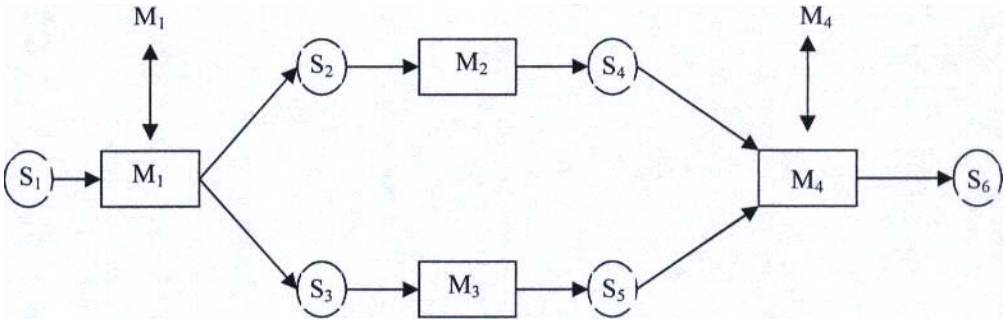


Fig. 4.4. Intégration de la politique de maintenance dans sdp

Définition 1

Une politique de maintenance M_i, est caractérisée par un doublé < type, taux > :

i = numéro de la machine sur laquelle est exécutée

Type = ensemble des informations nécessaires concernant le type de la maintenance ;

Taux = ensemble des paramètres utilisées (β_i ; T_{CI} ; T_{PI} ;...) selon le type choisi. Par exemple, si nous souhaitons exécuter une MP systématique (MPS) sur la machine Ml toutes les 60 heures et de durée moyenne de 30 minutes, nous définissons cette politique de maintenance comme suit ;

Mil = < (MP, Systématique), (p, = 0.0167 ; T_{PI} = 2)>.

Dans l'exemple ci-dessus, les politiques de maintenance M_1 et M_4 sont intégrées respectivement aux machines M_1 et M_4,». Autrement, aucune politique de maintenance n'est implantée sur les machines M_2 et M_3

Définition 2

On définit un SdP Maintenu**,** et on note s, un SdP intégrant des politiques de maintenance. Il est caractérisé par un doublé < s, M > ou encore par un quadruplé < M, S,[A],M>.

Pour l'ensemble de nos travaux, en ce qui concerne la fonction maintenance, nous effectuons l'hypothèse suivante :« une politique de maintenance au plus est associée à chaque machine ». Autrement dit, nous ne pourrons pas associer plus d'une politique (MC, MP ou MM) à une même machine. Si, par la suite, nous souhaiterons pouvoir le faire, il suffirait de construire de nouvelles politiques de MM.

4.3 Application industrielle

Introduction

L'objectif de cette application est l'intégration de la politique de maintenance à pour but d'améliorer sa sûreté de fonctionnement donc sa productivité globale. Notre but est d'améliorer les performances d'un système de production qui reposent sur plusieurs critères dont les principaux sont le Coût, la Disponibilité, la Fiabilité, la Maintenabilité et la Productivité. Les facteurs qui influent sur chaque critère sont les attributs de base et les moyens d'actions sont les différentes politiques de maintenance disponibles. Afin de faciliter l'analyse et le choix de la "meilleure" politique à intégrer. Notre travail s'inscrit dans une perspective globale qui consiste à concevoir et réaliser un système d'aide au choix de la politique de maintenance dans un système à processus continu. La Cimenterie de HAMAM DELAA, nous a servi de champ d'application privilégié.

4.3.1 Présentation du Système de Production

Notre application est illustrée sur un procédé industriel de fabrication du ciment. Cette installation fait partie de la cimenterie de HAMAM DELAA (ACC). Cette cimenterie d'une capacité de 10.000 t/jour (2 fours) est composée de plusieurs unités qui déterminent les différentes phases du processus de fabrication du ciment.

La carrière d'où sont extraites les matières premières (argile et calcaire), les stations de concassage destinées à réduire la taille des blocs de matières.

Le système de production retenu pour cette application est constitué de trois parties distinctes à savoir, la préparation de la matière première, sa transformation et son expédition. Nous avons effectué un découpage structurel sur le SdP afin de pouvoir le modéliser avec le type de maintenance qui lui est associé. En effet, on peut déduire que l'installation de cuisson est le système le plus important et le plus sensible aux défaillances d'où il est déterminant de la qualité du ciment à produire.

L'atelier de cuisson représente la partie centrale de la cimenterie. Il est composé de deux lignes de cuisson en tout point identiques et complètement indépendantes du point de vue fonctionnement. Une ligne est constituée de trois échangeurs : le préchauffeur à cyclones, le four rotatif et le refroidisseur à grille, la troisième partie de processus de production est l'expédition, le ciment est acheminé vers les silos de stockage par transport pneumatique.

Le four rotatif est la machine centrale à une usine de ciment. Une disponibilité élevée/haut est essentielle pour l'économie globale de l'usine. Ceci implique une fonction mécanique stable du four rotatif sur une période tant que possible.

L'arrêt spontané du four causera des dépenses pour les pièces de rechange et la réparation.

Ce sera également la cause pour la perte de production, il peut être difficile à rechercher que la gestion compétente, naturellement, prendra des précautions contre de telles situations et à cette fin présentez l'entretien préventif au système du four.

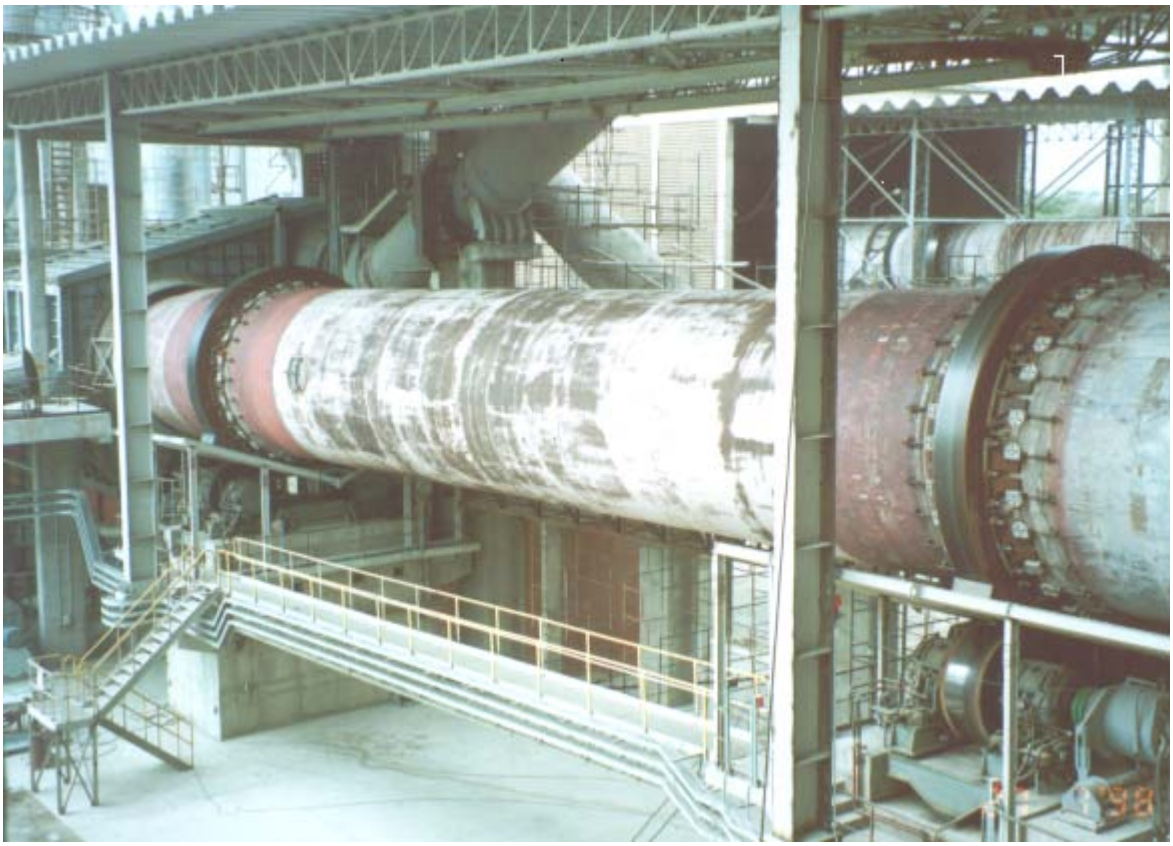


Fig. 4.5 : vue général du four.

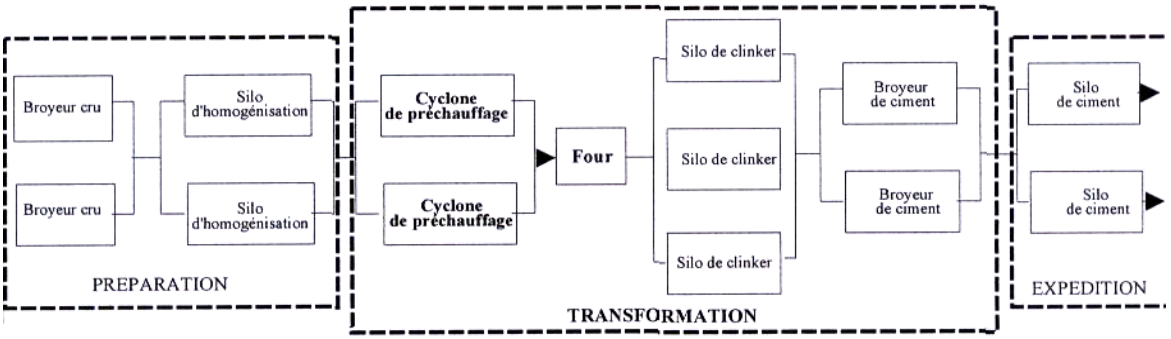


Fig.4.6 : Présentation du système de production.

4.3.2 Modélisation du système choisi par RdPS G

L'outil de modélisation utilisé, les RdPS^{2}G (les Réseaux de Pétri Stochastiques Synchronisés Généralisés). Ils permettent de réaliser une modélisation modulaire et fonctionnelle du système considéré. Chaque fonctionnalité du système est décrite par un RdPS^2, les différents signaux sont synchronisés entre eux par le biais d'émissions réceptions de données (fig.4.6).

4.3.2.1 Principe de fonctionnement

Sur notre système de production, nous avons effectué un découpage structurel et chaque machine est modélisée par les RdPS. Contrairement à un système manufacturier, notre système est continu et est constitué par un ensemble de machines travaillant en continu**.**

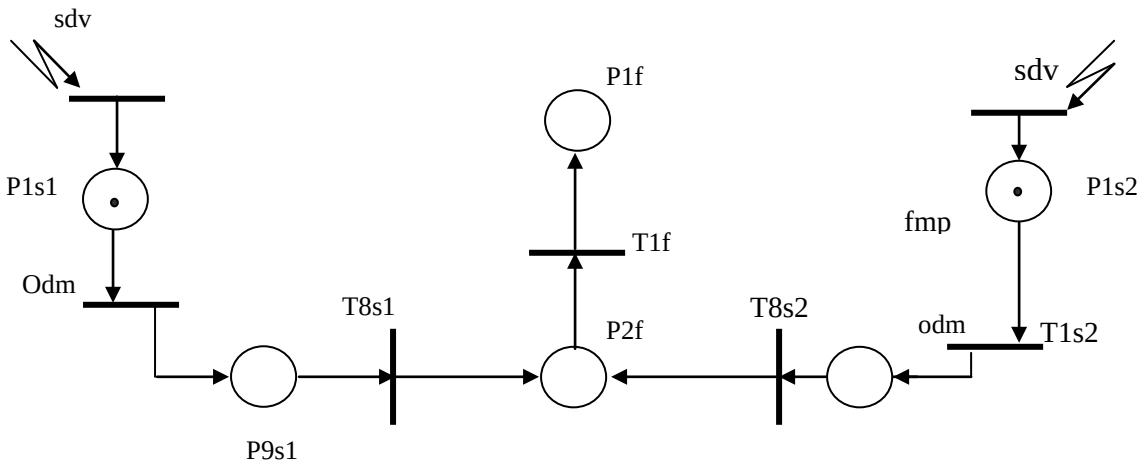


Fig .4.7 Fonctionnement du système

Identification des places :

P1s1 : place 1 du Silo 1

P2s2: place 2 du Silo 2

P1f : place 1 du Four

Le marquage des places P_1S1 et PiS_2 définit l'état de vidange des machines S_1et S_2. Une absence de marque des places signifie que les machines S_1 et S_2 se remplissent. La continuité de l'existence du marquage en P1S1 ou P2s2 est assurée par le signal sdv (signal de vidange). L'alimentation de la machine F par S1 ou S2 est assurée grâce à la capacité limitée à 1 de la place.

4.3.2.1 Prise en considération de la maintenance du four au niveau du modèle générique

En phase d'exploitation, les politiques de maintenance sont en parties liées à l'état du système où seules les MP et MC sont mentionnées. La MM peut être utilisé à tous les niveaux. Aussi, dans notre méthode, à chaque machine est associé le modèle de maintenance. En général, la MP attire plus l'attention des industriels, mais la MC ne doit pas être ignorée, elle doit être toujours présente dans le système de gestion de la maintenance d'un système de production.

Dans une première étape nous présentons notre modèle générique en incluant pour le four les deux types de maintenance MC et MP en effet afin de pouvoir modéliser chaque maintenance, il est nécessaire d'étudier leur temps d'intervention. Une politique de Maintenance peut être Corrective (MC), Préventive (MP) ou Mixte (MM). Elle est donc caractérisée par le type de maintenance et le temps moyen de préparation de la maintenance.

Ainsi la MC attend un signal de panne machine (pf) avant de préparer le système de maintenance, signalant qu'elle est prête. A la fin de la maintenance, un signal (fmf) est émis indiquant que de la machine est prête. La MP réagit suite à une occurrence de date d'intervention en préparant le système de maintenance. Le lancement et la fin de la maintenance suivent la même procédure que celle décrite pour la MC (fig4. 8).

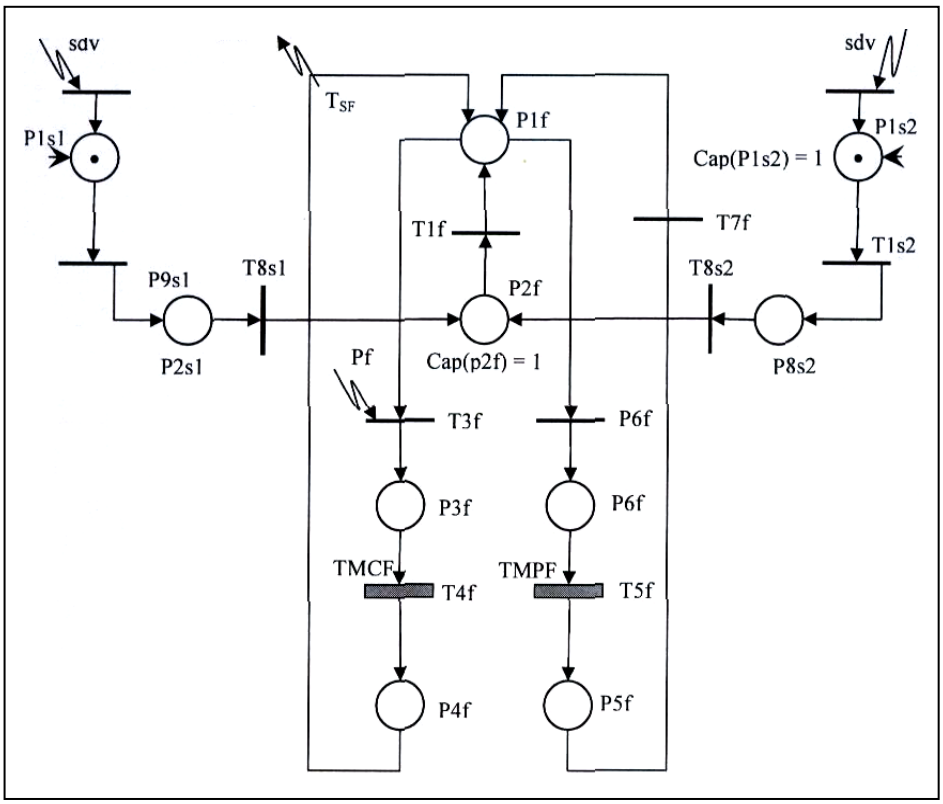


Fig. 4-8.modélisation par RdPS^2 de la MC et de la MP

4.3.3 Modélisation par RdPS G du système retenu avec la maintenance

D'une manière analogue que pour le four nous incluant dans la modélisation des deux cyclones S_1 et S_2 dans un premier temps les MC et MP. Ainsi Par rapport au modèle générique sans maintenance (fig.4.9), différentes places ont été rajoutées. Elles sont nécessaires pour l'envoie des signaux de synchronisation

Remarque

Dans le cadre de notre système, le temps de maintenance préventive, y compris la préparation, pour les machines S_1 et S_2, est égal au temps de remplissage.

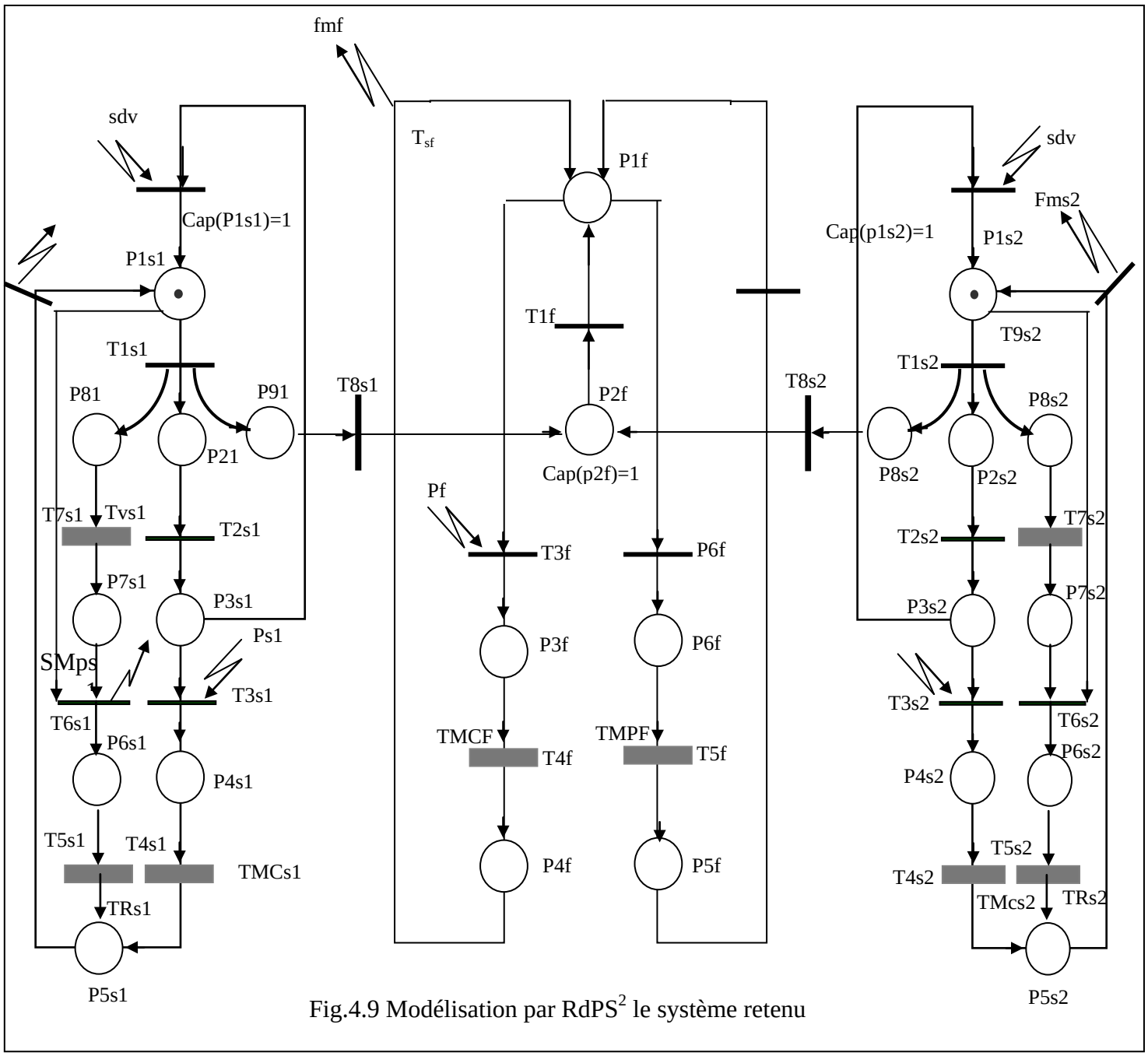


Fig.4.9 Modélisation par RdPS[2] le système retenu

TVS_1, Tvs_2 : Temps de vidange des Cyclones de Préchauffage S_1 et S_2.

TRS_1, TRS_2: Temps de remplissage des Cyclones de Préchauffage S_1 et S_2 .

$TMCs_1$, $TMCS_2$ Et TMC_F: Temps de Maintenance Corrective de S_I, S_2 et le Four

4.4 Résultats obtenus

4.4.1 Modèle de RdPS^2 du système retenu avec une MC pour S1, MP pour S_2 et le Four

Les modèles du système constitué par les deux cyclones de préchauffage et le four incluant une maintenance corrective curative pour S 1 et une maintenance préventive systématique pour S2 et le Four sont présentés.

4.4.2 Evaluation de la maintenance du système retenu

Dans ce paragraphe, il s'agit d'évaluer les indicateurs afin de pouvoir, non seulement trouver le meilleur cas à appliquer, mais classer par ordre de priorité les différents cas possibles suivant certains critères. Dans ce cadre, nous étudions l'influence de l'intégration des deux maintenances MC et MP, aux trois machine, les Cyclones de Préchauffage (SI et S2) et le Four (F). Nous supposons qu'une seule politique de maintenance par catégorie est disponible, c'est à dire une MC curative pour la catégorie MC, la MP systématique pour la catégorie MP et la MM permissive pour la catégorie MM. Ainsi pour le système sélectionné, nous avons quatre possibilités: soit aucune maintenance n'est associée à la machine, soit une des 03 précédentes politiques est associée. Ceci fait un total de 04 actions envisageables pour chaque machine. Nos obtenons ainsi pour nos 03 machine 4 = 64 scénarios possibles. L'objectif de la direction est d'atteindre 8 MP pour 2 MC. Ainsi pour ces deux types de maintenances 27 scénarios ont été identifiés et seul 16 cas sont possibles (tableau. 4.1) conformément aux objectifs de la direction.

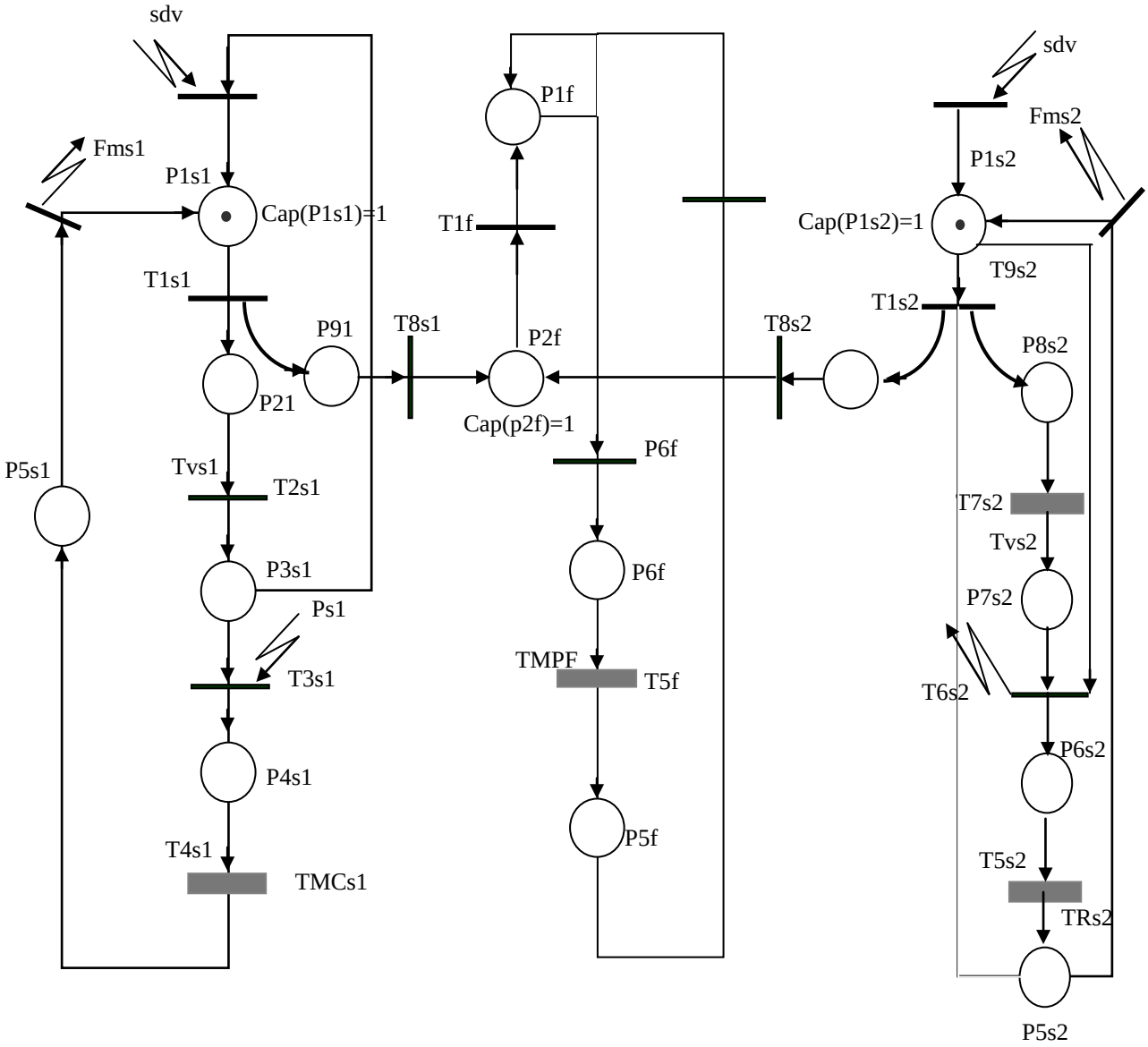


Fig.4.10 Modèle de RDPS^2 du système retenu avec une MC pour S1,et une MP pour S2 et F

Tab. 4.1. Différents cas possibles

Cas	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
S_1	-	-	-	MP	MC	MP	MC	MP	-	MC	MP	-	-	MP	MC	MP
S_2	-	MP	MC	-	-	MP	MP	MC	-	-	-	MC	MP	MP	MP	MC
F	-	MP	MP	MP	MP	-	-	-	MP	-	-	-	-	MP	MP	MP

Notre but est de réduire les taux de panne des Cyclones de Préchauffage et du four (F) et de diminuer les temps d'indisponibilité de ces machines. En se basant sur les valeurs des probabilités d'état, il apparaît clairement que les taux de pannes minimales pour SI, S2 et F sont obtenus dans les cas, 14, 15 et 16. Comme les arrêts pour maintenance son élevés pour les cas 14. Ainsi, 15 et 16 constituent donc les meilleurs cas.

En conclue sur la meilleure politique de maintenance à appliquer qui indique une haute fiabilité est obtenue lorsqu'une MP est appliquée à (S1) respectivement (S2), une MC appliquée à (S1) respectivement (S2), et une MP appliqué à F.

Conclusion

Le choix des politiques de maintenance dépend fortement des objectifs fixés par la direction de la production. Ces objectifs jouent en général le rôle d'un ou de plusieurs critères combinés. L'analyse des critères de choix a donc besoin d'un processus de décision permettant de choisir le type de maintenance à appliquer et surtout à quel moment et sous quelles conditions.

Conclusion générale

CONCLUSION GENERALE

Bien que les méthodes d'évaluation des critères de sûreté de fonctionnement soient diverses, les réseaux de Petri nous apportent un avantage qui est la prise en compte des dépendances fonctionnelle, ce qui permet une optimisation chiffrée de la maintenance.
Les réseaux de Petri permettent de modéliser des processus parallèles ou séquentiels mettant en oeuvre des opérations s'effectuant en même temps ou les unes après les autres. Répondu aux besoins de la modélisation des systèmes de production.

Une telle démarche nécessite que toute l'entreprise, à travers sa hiérarchie, fasse redescendre la connaissance et la volonté de prise en charge de la maintenance dans tout le corps actif de la société. Il correspond, comme nous l'avons souligné à plusieurs reprises, à un énorme effort de formation, de sensibilisation, d'information, de communication qui déclenche, chez chaque individu, une volonté de responsabilisation envers l'entreprise. En contrepartie, cette dernière devra veiller à ce que l'intérêt du travail soit accru, que s'élaborent des politiques d'appréciation des résultats obtenus, des rémunérations, de la promotion et de la concertation.

La recherche de l'accroissement des performances des systèmes de production devenus complexes conduit à transférer sur la fonction maintenance la responsabilité de garantir la disponibilité de tels systèmes. Aussi, on ne cessera, jamais de dire que la maintenance doit s'intégrer à toutes les démarches de l'entreprise pour affirmer son rôle qui est d'assurer une plus grande disponibilité et une pérennité des moyens de production.
Nous venons de montrer dans cette thèse l'intérêt de mettre en œuvre une stratégie de maintenance adaptée à nos entreprises et particulièrement la cimenterie de Hamam Adelaa (ACC).

L'utilisation des Réseaux de Pétri Stochastiques Généralisés Synchronisation Interne (RdPSGSyl) offrant à la fois une puissance de description des systèmes, et constituant une méthode formelle, systématique et structurée, et une richesse de traitement et d'interprétation des modèles résultants nous a permis de modéliser notre système (stock, machine, stratégie de maintenance).

Bibliographie

BIBLIOGRAPHIE

[1] : **A.Heurtel** ; La gestion des risques techniques et des risques de management .2003.

[2] : Ouvrage général : de l'Analyse de la valeur au management par la valeur Editions AFNOR 1998

[3] : **A. Villemeur** ; Sûreté de Fonctionnement des systèmes industriels, Edition Eyrolles, Paris 1987.

[4] : **P. Naim** et **A. Becker ;** Les réseaux bayésiens, Editions Eyrolles.

[5] : Recueils de données pour la détermination de λ et modèles de fiabilité ; MIL HDBK 217F du Département de Défense pour les composants militaires,

[6] : **G. Scorletti** et **G. Binet**, cours des Réseaux de Petri a l'Université de Caen.2005.

[7] : **René David** et **Hassane Alla** ; Du Grafcet aux réseaux de Petri, 1993.

[8] : **G.W. Brams**. Réseaux de Petri : Théorie et pratique. Masson, 1983.

[9] : **H.Alla, P.Ladet**, spécification et commande des ateliers flexibles- utilisation des réseaux de Petri colorés, vol .1, Edition Lavoisier, 1982.

[10] : **H.Alla**, réseaux de Petri colorés et réseaux de Petri continus : application à l'étude des systèmes à événement discrets, thèse d'état, INP.Gronoble, juin 1987.

[11] :**G.Berry, P.Coronne**, **G.Gonthier**, programmation synchrone des systèmes réactifs, 1987.

[12] : **Hacène Smadi**, implémentation et pérennisation du processus de mise en œuvre de la maintenance productive totale, thèse d'état, 2005.

[13]: The Maintenance and Production; Integration Approach.1999.

[14] : Cours de Technologie Spatiale Vol1 Editions Cépadues Toulouse 1998.

[15]: Handbook of Reliability Engineering Editions Springer.

[16] : **A. Pagès et M. Gougran** Fiabilité des systèmes, Edition Eyrolles Paris 1980.

[17]: MIL-STD-1629A Military Standard Procedures for performing a failure mode, effects and critically analysis, 2002.

[18]: **LE BAIL, HACENE ALLA, R.DAVID,** Asymptotic continuous Petri Nets: An efficient approximation of discrete event système.1992.IEEE International Conference on robotics and automation, Nice, 10-15 mai 1992.

[19]:**N.ZERHOUNI, H.ALLA**, Dynamic Analysis of manufacturing systems using continuous Petri Nets.IEEE: International Conference on robotics and automation. Cincinnati, Mai 1990.Vol.2 pp1070-1075.