Université Badji Mokhtar - Annaba

Faculté des sciences

Département de physique

Polycopié

"Electricité et Electromagnétisme"

Travaux dirigés corrigés

Première année Sciences et technologie (ST)
Sciences de la matière (MS)

CHELLI Samira

2025/ 2026

Avant-propos

Ce polycopié de travaux dirigés en physique II - électricité et magnétisme - est destiné aux étudiants en première année dans les domaines des Sciences et Technologies (ST) ainsi que des Sciences de la Matière (SM). Il est en accord avec le programme de première année du socle commun pour les deux domaines. Il est élaboré pour minimiser les problèmes propres au discours scientifique tout en préservant la rigueur indispensable.
Le programme d'électricité et de magnétisme du S2 comprend quatre chapitres principaux :

- Electrostatique
- Les conducteurs en équilibre électrostatique
- Electrocinétique
- Magnétisme

Le premier chapitre se focalise sur l'analyse de l'électrostatique dans le vide, domaine qui examine les interactions entre des particules fixes chargées électriquement. Et se concentre sur l'étude des forces électriques, des champs électriques et du potentiel électrique dans des contextes électrostatiques.

Les conducteurs sont des environnements où se trouvent des charges libres (qu'elles soient positives ou négatives) qui peuvent se mouvoir sous l'effet d'un champ électrique. Cette caractéristique leur attribue des propriétés électrostatiques particulières que nous expliquerons dans le deuxième chapitre. Nous expliquerons également les condensateurs et introduirons les concepts de capacité.

La troisième section traite de l'électrocinétique. Cette branche de la science examine les lois qui régissent le flux du courant électrique.
Dans le chapitre final, nous récapitulons certains principes fondamentaux du magnétisme tels que la force magnétique et l'induction magnétique. On mentionne aussi certaines lois bien connues en magnétisme telles que la loi de Biot et Savart ainsi que la loi de Faraday.

On souhaite à tous nos étudiants un parcours universitaire exceptionnel et une carrière pleine de succès.

CHELLI SAMIRA

SOMMAIRE

Exercices corrigés

Exercice 1

Deux charges identiques et positives (+q) sont disposées aux points A et B avec les coordonnées respectives (0, -a, 0) et (0, +a, 0). La charge mobile (+q) se trouve au point C (0,0, r).

1) Évaluer le champ électrique généré au point C.

2) Évaluez la force électrostatique F_e (C) exercée sur la charge mobile (+q) au point C.

3) Déterminer les emplacements de la charge mobile afin que F_e (C) atteigne son maximum.

4) Calculer la position d'équilibre.

5) Évaluer l'énergie potentielle électrostatique de ce système à son état d'équilibre.

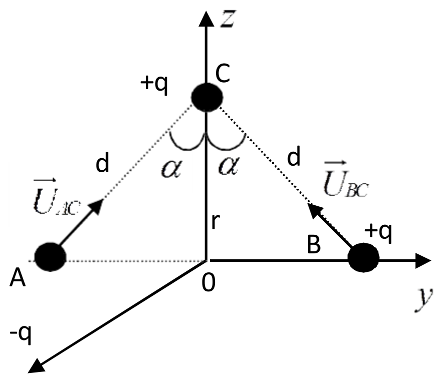
6) Démontrez qu'elle est à son minimum dans cette position.

Solution 1

1) Calcul de : $\vec{E}(C) = \overrightarrow{E_A}(C) + \overrightarrow{E_B}(C)$

$$\vec{E}(C) = Kq\left(\frac{\overrightarrow{u_{AC}}}{d^2} + \frac{\overrightarrow{u_{BC}}}{d^2}\right)$$

$$\vec{E}(C) = \frac{Kq}{d^2}[(sin\alpha\vec{\imath} + cos\alpha\vec{\jmath}) + (-\sin\alpha\vec{\imath} + \cos\alpha\vec{\jmath})]$$



$$= \frac{2Kq}{d^2}\cos\alpha\vec{k}$$

D'où : $\vec{E}(C) = 2Kq\frac{r}{r^2+a^2}\vec{k}$

2) Calcul de :

$$\vec{F_e}(C) = q\vec{E}(C) = 2Kq^2\frac{r}{r^2+a^2}\vec{k}$$

3) Calcul des positions de $\vec{F_e}(C)$:

$$\left.\frac{d\vec{F_e}(C)}{dr}\right|_{max} = \vec{0}$$

$$\Rightarrow 2Kq^2\left[(r^2+a^2)^{3/2} - 2r^2(r^2+a^2)^{1/2}\right]\vec{\jmath} = \vec{0}$$

$r_{max} = \pm {}^{a}/_{\sqrt{2}}$

4) Calcul de position d'équilibre :

$$\sum \vec{F} = \vec{0}$$

$\Rightarrow \vec{F}(C) = \vec{0} \;\Rightarrow\; r = 0$

5) Calcul de $\overrightarrow{E_p}$ du système :

$$E_p = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{2} q_1 V_1 = \frac{1}{2}[q_A V_A + q_B V_B + q_C V_C]$$

$$E_p = \frac{q}{2}[V_A + V_B + V_C]$$

$E_p = Kq^2 \left[\frac{1}{2a} + \frac{2}{d}\right]$ et $d = \sqrt{r^2 + a^2}$

$$E_p(r) = \frac{Kq^2}{2}\left[\frac{1}{a} + \frac{4}{(r^2 + a^2)^{1/2}}\right]$$

Donc : $E_p(0) = \frac{5Kq^2}{2a}$ à la position d'équilibre (r=0).

6)

$$\frac{dE_P}{dr} = \frac{Kr^2}{2}\left[-4.\frac{1}{2}.2r\frac{(r^2+a^2)^{-1/2}}{(r^2+a^2)}\right] = 0 \quad \Leftrightarrow \quad r = 0$$

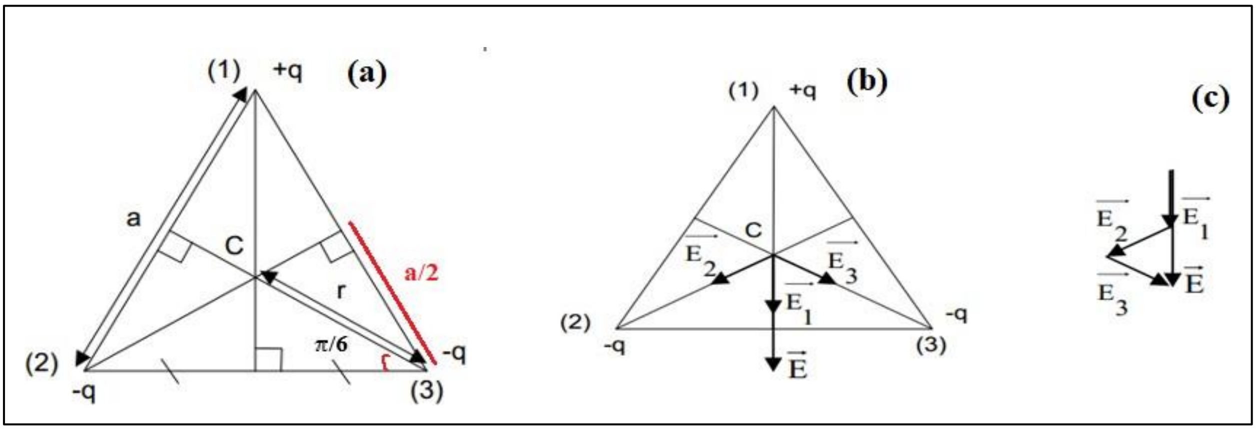
La valeur minimale de l'énergie à la position $r = 0$ est :

$E_p(min) = E_p(r = 0) = \frac{5Kq^2}{2a}$, identique au résultat obtenu en (5).

Exercice 2

Trois charges ponctuelles, soit +q, -q et –q, sont placées aux extrémités d'un triangle équilatéral dont les côtés mesurent (a). Identifier les propriétés du champ électrostatique au centre du triangle.
Données : q = 0,1nc et a = 10 cm.

Solution 2



Le centre C se trouve à une certaine distance :

$$r = \frac{a}{\sqrt{3}} \text{ car : } \cos\frac{\pi}{6}$$

$$\vec{E} = \overrightarrow{E_1} + \overrightarrow{E_2} + \overrightarrow{E_3}$$

$$E = E_1\cos(0) + E_2\cos(60) + E_3\cos(60)$$

$$E_2 = E_3 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}(1 + 2\cos 60)$$

A.N :

$$E = \frac{0{,}1}{4 \times 3{,}14 \times (8{,}854.10^{-12}).\frac{10^{-2}}{3}}(1 + 2\cos 60).$$

$$E = 540\ {}^{V}/_{m}$$

Exercice 3

Considérons une sphère métallique de rayon R dotée d'une charge totale Q. En état d'équilibre, quelle est la répartition des charges à l'intérieur du conducteur ? Il s'agit de déterminer l'expression pour la densité de charge surfacique σ (en C/m²). Quelle est la valeur du champ électrostatique à l'intérieur d'un conducteur ?

1) En utilisant le théorème de Coulomb, confirmez qu'à la surface du conducteur :

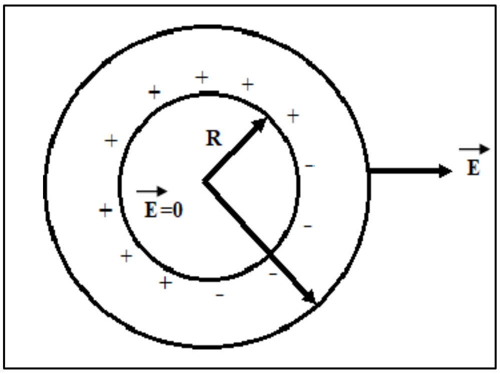
$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}$$

2) En appliquant le théorème de Gauss, trouver l'intensité du champ électrostatique généré à une distance r ($r \geq R$) du centre du conducteur :

Solution 3

1) En équilibre, les charges se répartissent de manière uniforme sur la surface :

$$\sigma = \frac{Q}{S} = \frac{Q}{4\pi R^2}$$



S représente la surface d'une sphère.

Dans un conducteur en équilibre, le champ électrostatique est absent.

À la surface (selon le théorème de Coulomb) :

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 r}\frac{Q}{R^3}$$

2) Prenons en compte une sphère fermée de rayon r comme surface. Le flux du champ électrostatique à travers cette surface est :

$$\Phi = E.S = E4\pi r^2$$

L'application du théorème de Gauss conduit à :

$$E.4\pi r^2 = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

Ainsi, l'intensité du champ électrostatique pour une distance $r \geq R$ est :

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}$$

Exercice 4

Une plaque métallique carrée de côté a et centrée en O est chargée de manière uniforme avec une densité surfacique de $\sigma > 0$. Formulez l'expression du champ électrique créé au point M, qui se trouve sur l'axe de symétrie perpendiculaire à la plaque et qui satisfait aux conditions suivantes :

$$OM = z = \frac{a}{2}$$

Solution 4

Le champ électrostatique élémentaire généré par la charge élémentaire concentrée autour du point P est donné par :

$$\overrightarrow{dE} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{r^2}\overrightarrow{u_p} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\sigma dS}{r^2}\overrightarrow{u_p}$$

Du fait de la symétrie, l'axe OZ porte le champ résultant :

$$dE_x = dE\cos\theta \Rightarrow E(M) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int\frac{\sigma dS}{r^2}\cos\theta$$

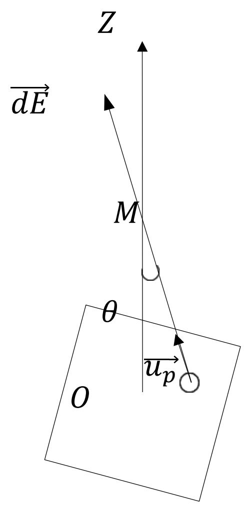
Cette expression évoque l'angle solide élémentaire $d\Omega = \frac{dS\cos\theta}{r^2}$ sous lequel, depuis le point M, la surface élémentaire dS est observée autour du point P :

$$E(M) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\Omega(M)$$

Le point M est se trouve à une distance de $\frac{a}{2}$, c'est-à-dire qu'il est situé au centre d'un cube dont la plaque en question représente l'une de ses faces.

Lorsque l'on observe l'ensemble de l'espace cubique (6 faces) depuis le point M, l'angle solide est de $\Omega = 4\pi$. Par conséquent, à une face correspond un angle solide :

$$\Omega(M) = \frac{4\pi}{6} = \frac{2\pi}{3}$$



En définitive, le champ électrostatique généré par la plaque au point M est :

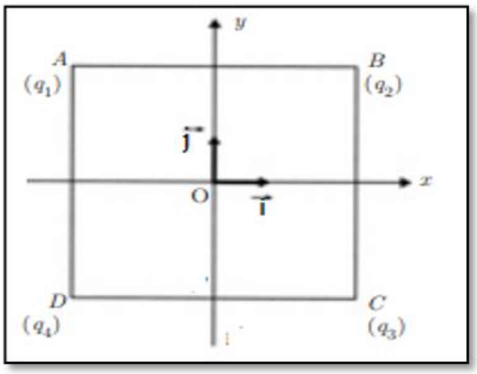
$$E(M) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2\pi}{3} \quad \Rightarrow \; E(M) = \frac{1}{6\,\varepsilon_0}$$

Exercice 5

Quatre charges ponctuelles sont disposées aux sommets ABCD d'un carré dont le côté mesure a = 1 m, et qui possède pour centre O, origine d'un système de coordonnées orthonormé Oxy. On indique :$q_1 = q = 10^{-8}\,C$, $q_2 = -2q$, $q_3 = 2q$ et $q_4 = -q$, avec : $K = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9\times10^9\,SI$.

1- Identifier le champ électrique $\vec{E}$ au point central O du carré. Indiquer la direction, le sens et l'intensité de $\vec{E}$

2- Exprimez le potentiel V généré en O par les quatre charges.



Solution 5

1) le champ au centre O du carré :

$$\vec{E} = \overrightarrow{E_{AO}} + \overrightarrow{E_{BO}} + \overrightarrow{E_{CO}} + \overrightarrow{E_{DO}} = \frac{KQ_A}{AO^3}\overrightarrow{AO} + \frac{KQ_B}{BO^3}\overrightarrow{BO} + \frac{KQ_C}{CO^3}\overrightarrow{CO} + \frac{KQ_D}{DO^3}\overrightarrow{DO}$$

$$= \frac{K}{\left(\frac{\sqrt{2}a}{2}\right)^3}\left[q\left(\frac{a}{2}\vec{\imath} - \frac{a}{2}\vec{\jmath}\right) - 2q\left(-\frac{a}{2}\vec{\imath} - \frac{a}{2}\vec{\jmath}\right) + 2q\left(-\frac{a}{2}\vec{\imath} + \frac{a}{2}\vec{\jmath}\right) - q\frac{a}{2}\vec{\imath} + \frac{a}{2}\vec{\jmath}\right]$$

$$\vec{E} = 2\sqrt{2}\,\frac{kq}{a^2}\,\vec{\jmath}$$

Le champ résultant est donc :

– dirigé suivant l'axe y'oy ;

– dans le sens positif de l'axe y'oy ;

– de norme : $|\vec{E}| = 2\sqrt{2}\,\frac{kq}{a^2}$

2)

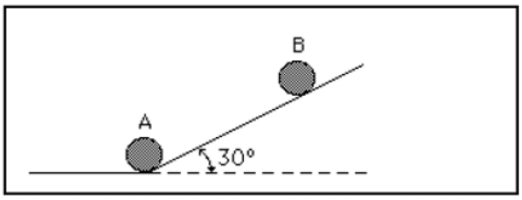
$$V = K\frac{Q_A}{AO} + K\frac{Q_B}{BO} + K\frac{Q_C}{CO} + K\frac{Q_D}{DO} = \frac{2kq}{a\sqrt{2}} \times (1 - 2 + 2 - 1)$$

$$V = 0\,Volt$$

Exercice 6

Deux masses ponctuelles $m_A = m_B = 30$ g, chacune porte une charge positive égale à 1µC, ils se trouvent en équilibre au point A et B, tel que A est fixe alors que B est mobile. On considère qu'il ya pas des frottements

- Calculer la hauteur entre la masse A et B lors de l'équilibre.



Solution 6

- L'équilibre se produira lorsque la somme des forces appliquées sur B sera nulle :

$$\sum \vec{F} = \vec{0}$$

$$\sum \vec{F} = \vec{P} + \vec{F_e} = \vec{0}$$

Nous avons sur l'axe OX :

$$m.g.\sin\theta = F_e = K\frac{q^2}{a^2} \qquad (1)$$

La hauteur entre la masse A et B : $h = a\sin\theta$, on remplace dans l'équation (1) :

$$h = \sqrt{\frac{Kq^2\sin\theta}{m.g}} = \sqrt{\frac{9\times10^9(1\times10^{-6})^2\sin\theta}{30\times10^{-3}\times10}} = 0{,}1225\ m.$$

La hauteur entre les masses A et B lorsqu'elles sont en équilibre est : 12,25 cm.

Exercice 7

Soient les charges ponctuelles q et -2q situées respectivement aux point $(a, 0,0)$ et $(4a, 0,0)$.

- Calculer le potentiel au point quelconque $M(x, y, z)$, et la surface équipotentielle $V = 0$.

Solution 7

1) Potentiel au point $M(x, y, z)$.

$$V = \frac{kq}{r} - 2\,\frac{kq}{r'} = kq\left(\frac{1}{r} - \frac{2}{r'}\right)$$

2) Surface équipotentielle $\Rightarrow$ $V = 0$

$$V = 0 \;\Rightarrow\; \frac{1}{r} - \frac{2}{r'} = 0 \;\Rightarrow\; \frac{1}{r} = \frac{2}{r'} \;\Rightarrow\; r = \frac{r'}{2}$$

$$r^2 = (x-a)^2 + (y-0)^2 + (z-0)^2 \;\Rightarrow\; r = \sqrt{(x-a)^2 + y^2 + z^2}$$

Ainsi : $r' = \sqrt{(x-4a)^2 + y^2 + z^2}$

$$r = \frac{r'}{2} \;\Rightarrow\; \sqrt{(x-a)^2 + y^2 + z^2} = \frac{\sqrt{(x-4a)^2+y^2+z^2}}{2}$$

$\Rightarrow$ $x^2 + y^2 + z^2 = 4a^2$ $\Rightarrow$ Surface équipotentielle.

Une sphère de centre (O, O, O) et de rayon 2a.

Exercice 8

Considérons deux charges ponctuelles situées sur un axe horizontal :

• La charge $q_1 = 2 \times 10^{-6}\ C$ placée à l'origine O_1

• La charge $q_1 = -3 \times 10^{-6}\ C$ placée à $d = 0{,}5\ m$ de O_1

On utilise la constante de Coulomb k=8.99×10^9 N·m^2/C^2

1) Déterminez la force électrostatique que q_1 applique sur q_2 (orientation, direction et intensité). Analysez le résultat.

2) Calculez le champ électrostatique $\vec{E}(M)$ généré par les deux charges à un point M positionné à x =1 m sur l'axe (après q_2). Déterminez l'intensité et l'orientation du champ combiné.

3) Identifiez le point d'équilibre sur l'axe où le champ électrostatique total devient nul. Pour valider le résultat, procédez au calcul du champ en ce point en prenant en compte les deux contributions.

Solution 8

1) La formule générale de la loi de Coulomb :

$$F = k\frac{|q_1 q_2|}{d^2}$$

A.N :

$$F = 8{,}99 \times 10^9 \times \left(\frac{|2 \times 10^{-6} \times (-3 \times 10^{-6})|}{(0{,}5)^2}\right) = 8{,}99 \times 10^9 \times 2{,}4 \times 10^{-11} = 215{,}76 \times 10^{-3}$$

$$= 0{,}216\ N$$

Orientation et nature : Étant donné que les charges possèdent des signes contraires, la force a un caractère attractif.

q_2 est attirée vers q_1 (une force orientée vers la gauche, soit dans le sens négatif de l'axe *x*).

La force F est : $F = 0{,}0216\ N$, dirigée selon l'axe négatif.

2) Le champ au point *M* est la superposition des champs créés par q_1 et q_2 :

$$\vec{E}(M) = \overrightarrow{E_1} + \overrightarrow{E_2}$$

$r_1 = 1\ m$ et $r_2 = 0{,}5\ m$

$$E_1 = k\frac{|q_1|}{r_1^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{2 \times 10^{-6}}{1^2} \approxeq 1{,}8 \times 10^4\ {}^{N}/_{C}$$

- ✓ La direction : q_2 positif (sens positif).

$$E_1 = k\frac{|q_1|}{r_1^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{2 \times 10^{-6}}{1^2} \approxeq 1{,}8 \times 10^4\ {}^{N}/_{C}$$

$$E_2 = k\frac{|q_2|}{r_2^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{3 \times 10^{-6}}{(0{,}5)^2} \approxeq 1{,}08 \times 10^5\ {}^{N}/_{C}$$

- ✓ La direction : q_2 négatif (sens positif).

- Champ résultant :

$$E_{Totale} = E_1 + E_2 = 1{,}26 \times 10^5 \ {}^{N}/_{C}$$

$$E(M) \approx 1{,}26 \times 10^5 \ {}^{N}/_{C}$$

3) Le point d'équilibre se situe entre q_1 et q_2 (ou en dehors selon les signes). Ici, $q_1 > 0$ et $q_2 < 0$, donc le point est entre eux.

Soit *x* la distance du point d'équilibre par rapport à q_1 ($0 \leq x \leq 0.5$). La condition est :

$$E_1(x) = E_2(x)$$

$$k\ \frac{q_1}{x^2} = \frac{k\ |q_2|}{(0{,}5 - x)^2} \quad \Rightarrow \frac{2}{x^2} - \frac{3}{(0{,}5 - x)^2}$$

Résolution de l'équation quadratique :

$$x = \frac{-2 \pm 2{,}45}{2}$$

$$\begin{cases} x_1 = \dfrac{0{,}45}{2} = 0{,}225\ m \\ x_2 = \dfrac{-4{,}45}{2} = -2{,}225\ m \end{cases}$$

La solution est : $x = 0{,}225\ m$ de q_1, soit à 0,275 m de q_2.

Exercice 9

Deux charges ponctuelles identiques de $q = +3\ \mu C$, sont placées aux points A (−0.05, 0, 0) m et B (0.05, 0, 0) m dans le vide (voir la figure).

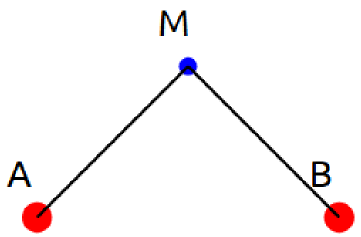
1) Énoncez la définition du champ électrique généré par une charge ponctuelle.

2) Évaluez le champ électrique $\vec{E}$ à la position M (0 ,0.05,0) m.

3) Calculez le potentiel électrique V en M en considérant V = 0 à l'infini.

4) Évaluez le travail W requis pour transporter une charge $q_0 = +1\ \mu C$ de l'infini jusqu'à M.

5) Évaluez la force $\vec{F}$ qui agit sur q_0 lorsqu'elle se trouve en M.



Solution 9

1) Le champ électrique créé par une charge ponctuelle q est défini par $E(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\ \overrightarrow{u_r}$

où r : est la distance au point considéré et $\overrightarrow{u_r}$ le vecteur unitaire radial.

2) Calcul de *E(M)* :

$\vec{E} = \overrightarrow{E_A} + \overrightarrow{E_B}$

A .N : $\frac{1}{4\pi.8,5.10^{-12}}\left(\frac{3.10^{-6}}{(0,707)^2}.\overrightarrow{u_{AM}} + \frac{3.10^{-6}}{(0,707)^2}.\overrightarrow{u_{BM}}\right) = 5,37.10^4\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\vec{\imath} + \frac{1}{\sqrt{2}}\vec{\jmath}\right).2.\vec{E}(M)$

$\Rightarrow\ \vec{E} = (-7,58\,\vec{\imath} + 7,58\,\vec{\jmath}).10^4\ \ {}^{V}/_{m}$

3) Potentiel en M :

$$V = V_A + V_B = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{3.10^{-6}}{(0,707)^2} + \frac{3.10^{-6}}{(0,707)^2}\right) = \frac{6.10^{-6}}{4\pi.8,5.10^{-12}.0,707} = 3,84.10^5\ V$$

$V(M) = 3,84.10^5\ V$

4) Le travail W :

$W = q_0.V(M)$

$W = 1.10^{-6}\,.3{,}84.10^{5} = 0{,}384\,J.$

5) La force sur q_0 :

$$\vec{F} = q_0\vec{E}(M) = 1.10^{-6}.(-7{,}58\,\vec{\imath} + 7{,}58\,\vec{\jmath}).10^{4}$$

$$\vec{F} = (-7{,}58\,\vec{\imath} + 7{,}58\,\vec{\jmath})\,N.$$

Exercice 10

Une particule d'électron de charge $q = -1{,}6\times10^{-19}\,C$, et de masse $m = 9{,}11\times10^{-31}$ kg pénètre dans un champ magnétique uniforme $B = 0{,}01T$ avec une vitesse perpendiculaire $v=2\times10^{6}$ m/s.

1) Décrire la force de Lorentz et son influence sur le chemin suivi.

2) Déterminer le rayon de l'orbite circulaire.

3) Identifier la fréquence de cyclotron et la période correspondante.

4) Déterminer l'énergie cinétique de la particule.

5) Assurez-vous que la trajectoire demeure non relativiste.

Solution 10

1) La force de Lorentz est :

$\vec{F} = q\,\vec{v}\times\vec{B}$, elle provoque un mouvement circulaire pour $\vec{v}\perp\vec{B}$.

2)

$$r = \frac{m.v}{|q|.B} = \frac{9{,}11\times10^{-31}\times2\times10^{6}}{1{,}6\times10^{-19}\times0{,}01} = 1{,}14\times10^{-3}\ m$$

$$r = 1{,}14\ mm.$$

3)

$$\omega = \frac{|q|.B}{m} \quad ; \quad f = \frac{\omega}{2\pi} \quad ; \quad T = \frac{1}{f}$$

$$\omega = \frac{1,6 \times 10^{-19} \times 0,01}{9,11 \times 10^{-31}} = 1,76 \times 10^{9} \ \ {rad}/{s}$$

$$f = 2,8 \times 10^{8} \ \ Hz$$

$$T = 3,5 \times 10^{-9} \ s$$

4)

$$K = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} \times 9,11 \times 10^{-31} \times (2 \times 10^{6})^2 = 1,82 \times 10^{-18} \ \ Joule$$

5)

Vitesse comparée à la vitesse de la lumière :

$C = 3 \times 10^{8} \ {m}/{s}$; $\frac{v}{c} = 0,0067 \ll 1$ $\Rightarrow$ le régime est non relativiste.

Exercice 11

Soit le système de trois charges électriques ponctuelles $q_A = q_B = q_C$ disposées aux points A,B et C sur le périmètre d'un cercle de rayon R et de centre O.

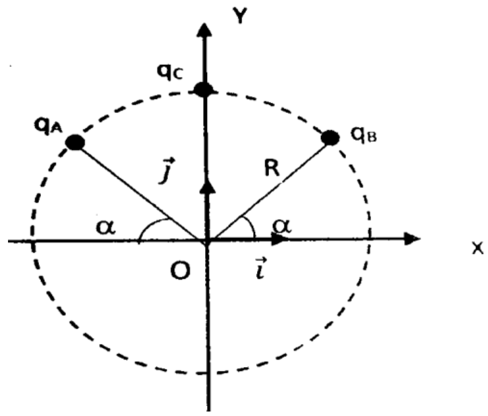
On donne : $q = 2.5 \times 10^{-5}\ C$; $\alpha = 30°$; $R = 0.5\ m$; $K = 9 \times 10^{9}\ (SI)$.

1) Déterminer le champ électrique crée au point O.

2) Calculer le potentiel V_0 crée au point O.

3) On place la charge q_0 au point O, déduire la force électrique.

4) Calculer l'énergie potentielle de la charge q_0. $q = 2 \times 10^{-5}\ C$.



Solution 11

1) Le champ $\overrightarrow{E_0}$:

$\overrightarrow{E_O} = \overrightarrow{E_A} + \overrightarrow{E_B} + \overrightarrow{E_C}$

Suivant (OX) : $E_{OX} = E_A \cos\alpha - E_B \sin\alpha$

Suivant (OY) : $E_{OY} = -E_A \sin\alpha - E_B \sin\alpha - E_C$

$$E_A = E_B = E_C = \frac{kq}{R^2}$$

$E_{OX} = 0$

$$E_{OY} - 2E_A \sin\alpha - E_C = -\frac{kq}{R^2}(2\sin\alpha + 1) \Rightarrow \overrightarrow{E_O} = -\frac{kq}{R^2}(2\sin\alpha + 1)\,\vec{j}$$

Le module est : $\left|\overrightarrow{E_O}\right| = +\frac{kq}{R^2}(2\sin\alpha + 1)$

A.N : $E_O = \frac{9\times10^9\times2.5\times10^{-5}}{(0.5)^2}\left(2.\frac{1}{2}+1\right) = 18\times10^5\ V/m$

2) Le potentiel :

$$V_O = V_A + V_B + V_C = \frac{kq}{R} + \frac{kq}{R} + \frac{kq}{R} = 3\ \frac{kq}{R}$$

A.N : $V_O = \frac{3\times9\times10^9\times2.5\times10^{-10}}{0.5} = 135\times10^4\ V$

3) La force électrique

$\overrightarrow{F_O} = q_O.\overrightarrow{E_O}$

$$\overrightarrow{F_O} = -\frac{kqq_O}{R^2}(2\sin\alpha + 1)\,\vec{j}$$

$\left|\overrightarrow{F_O}\right| = q_O.E_O = 2\times10^{-5}\times18\times10^5 = 36\ N$

4) L'énergie potentielle

$E_P = q_O.V_O = 2 \times 10^{-5} \times 135 \times 10^4 = 27\, Joule.$

Exercices supplémentaires

Exercice 1

La force électrostatique F_e entre deux ions identique séparés par une distance $r = \ 5.10^{-10}\ m$, vaut

$3.7 \times 10^{-9}\ N.$

- Quelle est charge portée par chaque ion ? Cette charge correspond à la perte de combien d'électron ?

On donne $K = 9.10^9\ (SI)$ et la charge d'électron $e = 1.667 \times 10^{-19}\ C.$

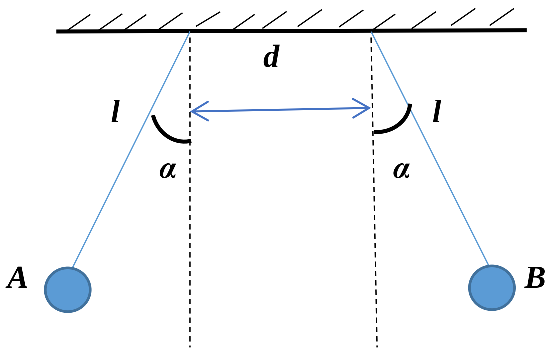
Exercice 2

Soient deux pendules semblables, constitués de deux sphère *A* et *B* de même masse *m* et deux fils isolants de même longueur *l*. Les deux pendules sont attachés au meme support en deux points différents et distants de *d*. Si la charge A est +q et celle de B est +q et si l'angle que font les fils avec la verticale est $\alpha = 2°$.

1) Calculer la distance qui sépare A et B et la valeur de la charge q'.
2) Les deux sphère A et B sont maintenant sur la même droite et entre les deux on place une troisième sphère C, identique au deux premières mais après l'avoir mis en contact avec A (C initialement neutre).

Déterminer la charge de C et sa position d'équilibre.

A.N : $d = 4\ cm\ ,\ l = 1\ m\ , m = 0.001\ Kg$ et $q = 2 \times 10^{-8}\ C.$



Exercice 3

On considère deux charges ponctuelles placées sur un axe horizontal :

• Charge q_1= +2,0 μC située à l'origine O (0)

• Charge q_2= −3,0 μC située à x=5,0 cm

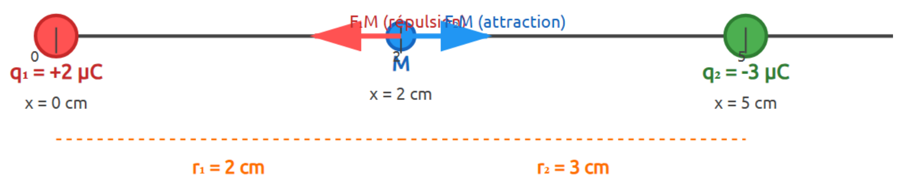
• Constante de Coulomb : $k=9\times10^9$ $N\cdot m^2\cdot C^{-2}$

On s'intéresse aux propriétés électrostatiques au point *M* situé sur l'axe à x = 2 cm.

1) Calculer la force électrostatique F_{1M} exercée par la charge q_1 sur une charge test q_{test} = +1,0 nC placée en *M*. Déterminer direction et sens de cette force.

2) Calculer la force électrostatique F_{2M} exercée par la charge q_2 sur la même charge test en *M*. Déduire la force nette $F_{net} = F_{1M} + F_{2M}$ (vectoriellement) et interpréter le résultat.

3) Déterminer le champ électrostatique total E_{total} au point *M* en calculant les contributions E_1 et E_2 de chaque charge. Vérifier la relation : $E_{total} = \frac{F_{net}}{q_{test}}$



Exercice 4

Considérez un système de trois charges ponctuelles :

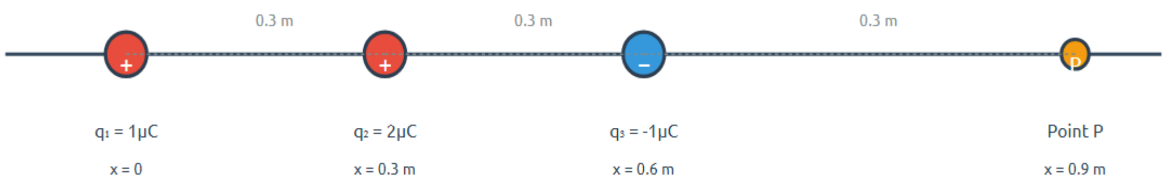
• $q_1 = 1\times10^{-6}$ C à l'origine
• $q_2 = 2\times10^{-6}$ C à x = 0.3 m
• $q_3 = -1\times10^{-6}$ C à x = 0.6 m

Constante : $k = 9\times10^{9}$ N·m²/C²

1) Calculez le potentiel électrostatique total en un point *P* situé à x = 0.9m (au-delà de q_3). Montrez le calcul détaillé pour chaque charge.

2) Calculez l'énergie potentielle électrostatique du système des trois charges (énergie de configuration). Interprétez le signe du résultat.

3) Déterminez le travail électrostatique nécessaire pour amener une charge test $q_{test} = 1\times10^{-6}$ C de l'infini jusqu'au point *P*. Comparez ce travail à l'énergie potentielle de la charge test au point *P*.



Exercice 5

Un fil de longueur *L* porte une densité linéaire de charge λ > 0 (figure ci-dessous).

1) Montrer que les composantes du champ électrique au point *P* situé à une distance *R* du fil sont données par : $E_x = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 R}(\sin\theta_2 - \sin\theta_1)$; $E_y = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 R}(\cos\theta_2 - \cos\theta_1)$

Où : E_x et E_y sont les composantes du champ, consécutivement parallèle et perpendiculaire au fil, et θ_1 et θ_2 les angles que font avec la perpendiculaire au fil les droites joignant le point *P* aux extrémités du fil.

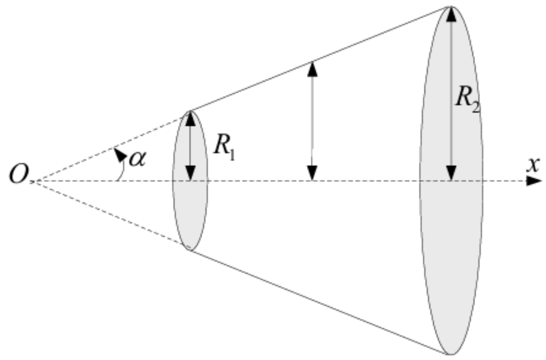
2) Trouver le champ quand le point *P* est équidistant des deux extrémités du fil.

3) En déduire le champ en un point de l'axe de symétrie d'un fil infiniment long. Les signes des angles θ_1 et θ_2 sont ceux indiqués sur la figure.

Exercice 6

On considère une portion de cône, de demi-angle au sommet et de rayons limites R_1 et R_2 $(R_1 < R_2)$. Ce système est chargé en surface avec la densité non uniforme : $\sigma = \frac{a\sigma_0}{r}$

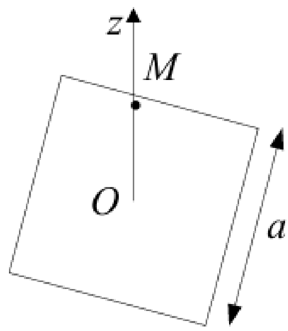
a est une constante homogène à une longueur et *r* est le rayon du cône en un point de son axe de symétrie. Déterminer le champ électrostatique au sommet *O* du cône.



Exercice 7

Une plaque métallique en forme de carré de côté a et de centre O est chargée uniformément d'une densité surfacique $\sigma > 0$.

- Ecrire l'expression du champ électrostatique crée au point M situé sur l'axe de symétrie perpendiculaire à la plaque et telle que : $OM = z = \frac{a}{2}$.



Chapitre II

Conducteur en équilibre électrostatique

Exercices corrigés

Exercice 1

Une sphère métallique vide S_1, avec un rayon interne R_{1i}=8 cm et un rayon externe R_{1e}=10 cm, est chargée positivement avec Q_1=1µC.

1) En se basant sur le théorème de GAUSS, déterminez le champ électrostatique E(r) à l'état d'équilibre dans chaque point de l'espace.

2) Montre que le champ électrostatique E(r) près de la sphère est équivalent à $\frac{\sigma_1}{\varepsilon_0}\vec{u}_r$

à partir de là, déduisez sa valeur.

3) Établir la valeur du potentiel V_{1S} à la surface de la sphère.

On place une seconde sphère S_2 de rayon R_2=2 cm, portant une charge Q_2=-1µC, au centre de la première sphère.

4) Déterminez la nouvelle répartition de charge sur les deux sphères en équilibre électrostatique.

5) Conclure que : $|\sigma_2| > |\sigma_{1i}| > |\sigma_{1e}|$.

6) Déterminez le champ électrostatique E(r) entre les deux sphères.

7) À partir de cela, on déduire $\Delta V = V_1 - V_2$, la différence de potentiel entre les deux sphères.

8) Évaluer la capacité C du condensateur sphérique constitué par ces deux sphères.

Solution 1

1)

a.) $r < R_{1i}$

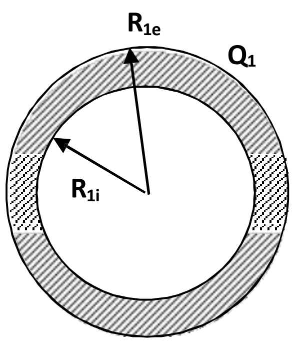
Qint = 0 $\Rightarrow \vec{E}.\overrightarrow{S_G} = 0$

$\overrightarrow{E_r} = \vec{0}$

b.) $R_{1i} < r < R_{2i}$

$\overrightarrow{E_{int}} = \vec{0}$, car la sphère est en équilibre électrostatique $Q_{int} = 0$

Pas de charge sur la surface interne de la sphère (figure 1)



c.) $r > R_{1e}$

GAUSS :

$$\vec{E}.\overrightarrow{S_G} = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0} = \frac{Q_1}{\varepsilon_0}$$

$E(r).4\pi r^2 = \frac{Q_1}{\varepsilon_0}$

$\Rightarrow \ \vec{E}(r) = \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\overrightarrow{u_r}$

2) Calcul du champ sur la surface externe

$\overrightarrow{E_S} = \vec{E}(r = R_{1e}) = \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 R_{1e}^2}\overrightarrow{u_r} = \frac{\sigma_1}{\varepsilon_0}\vec{u}_r$

$$\|\vec{E}\| = 9.10^5\ (V/m)$$

3) Calcul de potentiel sur la surface V_S

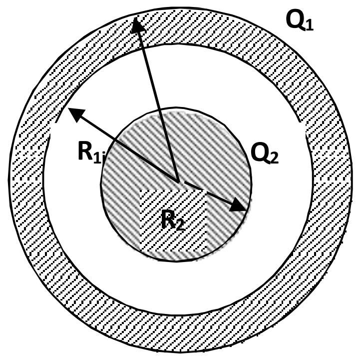
$$V_s = \frac{kQ}{R_{1e}} = 9.10^4\ Volt$$

4) S_2 porte une charge $Q_2 = -Q_1 = -1\mu C$ répartie sur sa surface

$$\sigma_2 = \frac{Q_2}{S_2} < O$$

La sphère concentre une charge Q_1 sur sa surface intérieure de rayon R_{1i}, sous l'influence globale de la surface 2 agissant sur la surface 1 (figure 2).

La charge sur la surface externe de S_1 est nulle



$Q_2 \pm 1\ \mu C\ ,\ Q_1 = Q_{1int} + Q_{1ext}$

$Q_{1int} = 1\ \mu C\ \Rightarrow Q_{1ext} = 0$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sigma_2 = \frac{-1}{4\pi R_2^2} \\ \sigma_{1int} = \frac{-1}{4\pi R_{1int}^2} \\ \sigma_{1ext} = 0 \end{cases}$$

$\sigma_2 = -2.10^{-4}\ C/_{m^2}$, $\sigma_{1int} = 12\ \mu C/_{m^2}$, $\sigma_{1ext} = 0$

5) On a : $|\sigma_2| > |\sigma_{1int}| > \sigma_{1ext}$

6) Calcul du champ électrostatique entre des deux sphères

GAUSS :

$\vec{E}.\overrightarrow{S_G} = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$; $Q_{int} = -Q_1 = -1\mu C$

$\vec{E}(r).4\pi r^2 = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0} \Rightarrow \vec{E}(r) = \frac{Q_{int}}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\overrightarrow{u_r}$

$$\vec{E}(r) = -\frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\overrightarrow{u_r}\ ; \quad \text{car}\ \ Q_{int} = -Q_1$$

7) Différence de potentiel ΔV ?

$$\int_{R_2}^{V(R_{1int})} dV = -\int_{R_2}^{V(R_{1int})} \vec{E}\,\overrightarrow{dr} = \int_{R_2}^{V(R_{1int})} \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\overrightarrow{dr}$$

$$V(R_{1int} - R_2) = \Delta V = \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0}\left[-\frac{1}{r}\right]_{R_2}^{R_{1int}} = \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_{1int}}\right]$$

$$\Delta V = \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{R_{1int} - R_2}{R_{1int}.R_2}$$

8) La capacité C ?

$$C = \frac{|Q_1|}{\Delta V} = 4\pi\varepsilon_0\frac{R_{1int}.R_2}{R_{1int} - R_2}$$

Exercice 2

Un cylindre creux et conducteur, possédant un rayon de 3 cm, a initialement une densité de charge linéaire de 9µC/m^{-1}. Ensuite, une tige fine avec une densité linéaire de charge 5µC/m^{-1} est entièrement insérée au centre du cylindre vide. La tige et le cylindre possèdent tous deux une longueur sans limite.

1) Quelle est l'intensité du champ électrique à proximité de la surface externe du cylindre avant l'insertion de la tige chargée ?

2) Quelle est la densité de charge linéaire présente sur la surface externe du cylindre creux une fois que la tige chargée y a été insérée ?

Solution 2

1) Appliquons le théorème de Gauss. Nous sélectionnons un cylindre comme surface de Gauss, dont le rayon est légèrement supérieur à celui du cylindre conducteur, de sorte que l'ensemble de la charge portée par le cylindre se trouve à l'intérieur de la surface Gauss.

$$E = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0\, S_G} = \frac{Q_{int}}{4\pi\varepsilon_0\, {R_G}^2}$$

$$E = 5,4.10^{6}\, Vm^{-1}$$

2) La densité linéaire correspond à l'addition des deux densités, celle relative au cylindre et celle concernant la tige :

$\lambda = 9 + 5 \quad \Rightarrow \quad \lambda = 14\ \mu C/m - 1$

3) On applique le théorème de Gauss. La surface de Gauss sélectionnée est un cylindre dont le rayon est légèrement supérieur à celui du cylindre conducteur, de sorte que l'ensemble de la charge portée par le cylindre et la tige se situe à l'intérieur de cette surface.

$$E = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0 S} = \frac{\lambda l}{2\pi r l \varepsilon_0} \quad \Rightarrow \quad E = \frac{\lambda}{2\pi r l \varepsilon_0} \quad \Rightarrow E = 8,4.10^{6}\, Vm^{-1}$$

4) Nous utilisons le théorème de Gauss. Nous sélectionnons un cylindre de Gauss avec un rayon de R=2 cm comme surface, de sorte que l'ensemble de la charge présente dans la tige se trouve à l'intérieur de cette surface Gauss.

$$E = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0 S} = \frac{\lambda_T l}{2\pi R l \varepsilon_0} \Rightarrow E = \frac{\lambda}{2\pi R l \varepsilon_0} \qquad ; \qquad E = 4,5.10^{6}\, Vm^{-1}$$

Exercice 3

Un condensateur ayant une capacité de 100 µF, est chargé avec une tension de U = 20 V.

On l'associe à un condensateur de capacité équivalente, mais qui n'est pas chargée au départ.

1) Calculez la tension qui se présente aux bornes de l'ensemble.

2) Faire le bilan énergétique avant et après connexion. Commenter ?

Solution 3

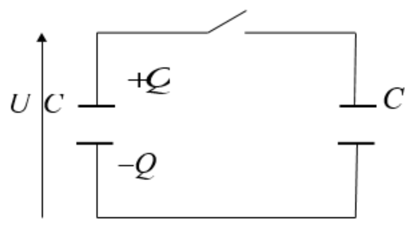
1) Suite à la connexion des deux condensateurs, la charge Q initialement détenue par le premier condensateur se répartit entre les deux, de sorte que chaque condensateur porte une charge équivalente à $\frac{Q}{2}$

La tension entre les deux bords du système est : $\frac{Q}{2} = CU' \Rightarrow U' = \frac{Q}{2C} \Rightarrow U' = 10\ V$

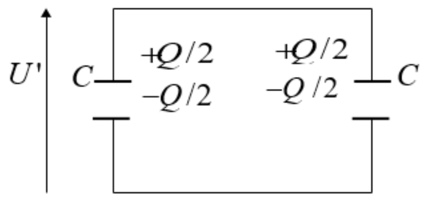
2) Recensement des sources d'énergie :

Avant liaison : $W = \frac{1}{2}CU^2 \Rightarrow W = 20\ \mu J$

Après liaison : $W' = \frac{1}{2}CU'^2 + \frac{1}{2}CU'^2 \Rightarrow W = 10\ \mu J$



Avant la liaison



Après la liaison

Remarque : L'écart entre les deux résultats est une perte de 10 µJ !! Cette déperdition d'énergie est toujours présente !!!

Interprétation : Quand les deux condensateurs sont connectés, le courant de décharge génère un champ magnétique : les 10 µJ se convertissent en radiation électromagnétique (c'est semblable à l'effet observé lors de la diffusion des ondes radio par les antennes émettrices).

Pour confirmer l'hypothèse, on installe une radio près du circuit : un crépitement distinctif se fait entendre, résultant de la captation d'ondes électromagnétiques produites lors de la fermeture du circuit. Pour la même raison, on peut percevoir à la radio ces crépitements lors de l'explosion d'un tonnerre.

Exercice 4

Un cylindre homogène en argent, de section $1.2 \times 10^{-5}\ m^2$ et de longueur (l) égale à 42 cm, est parcouru par un courant $I = 30\ A$, la différence de potentiel appliquée est $V = 0.5\ V$.

1) trouver la vitesse de dérive des électrons de conduction. Sachant que l'argent contient $n = 2.3 \times 10^{29}\ {e^-}/{m^3}$.

2) Calculer la mobilité μ des porteurs de charges libres pour l'argent.

Solution 4

1) La vitesse :

$$j = n.e.v \ \Rightarrow \ v = \frac{j}{n.e}$$

$$j = \frac{f}{s} = \frac{30}{1.2 \times 10^{-5}} = 25 \times 10^5\ {A}/{m^2}$$

$$\Rightarrow \ v = \frac{25 \times 10^5}{2.3 \times 10^{29} \times 1.6 \times 10^{-19}} = 6{,}79 \times 10^{-5}\ {m}/{s}$$

2) La mobilité :

$$v = \mu.E \ ; \ E = \frac{V}{l} = \frac{0.5}{42 \times 10^{-2}} = 1.19\ {V}/{m}$$

$$\mu = \frac{v}{E} = \frac{6.79 \times 10^{-5}}{1.19} = 5.76 \times 10^{-5}\ {m^2}/{V.s}$$

Exercice 5

Un conducteur cylindrique de cuivre, de section $S = 1\ mm^2$ et de longueur $L = 10\ m$, est parcouru par un courant constant de $5\ A$ (ampère).

1) Calculer le nombre d'électrons libres par unité de volume sachant qu'un atome de cuivre libère un électron.

2) Calculer la densité du courant et la vitesse de dérive des électrons libres.

On donne : La masse atomique de cuivre $M = 64\ g$, sa masse volumique $\rho_{Cu} = 8900\ {}^{Kg}/_{m^3}$ et le nombre d'Avogadro $N = 6.023 \times 10^{23}$.

Solution 5

1) Le nombre d'e^- :

$$n = \frac{\rho . N_A}{M} = \frac{8900 \times 6.023 \times 10^{23}}{64 \times 10^{-3}} = 8.37 \times 10^{28}\ \ {}^{e^-}/_{m^3}$$

2) Densité de courant :

$$j = \frac{I}{S} = \frac{5}{1 \times (10^{-3})^2} = 5 \times 10^6\ {}^{A}/_{m^2}$$

3) La vitesse :

$$v = \frac{j}{n.e} = \frac{5 \times 10^6}{8.37 \times 10^{28} \times 1.6 \times 10^{-19}} = 0.37 \times 10^{-3}\ {}^{m}/_{s}$$

Exercice 6

Deux conducteurs cylindriques de longueur L et de rayon *R*, R_i et R_e sont initialement neutre (voir la figure.1). Puis, le plus petit est porté au potentiel V et sa charge devient Q à l'équilibre.

1) a/ Représenter les charges sur chaque conducteur à l'état d'équilibre.

b/ Justifier.

2) Calculer le champ électrique entre ces deux conducteurs en fonction de Q.

3) Calculer les courants de circuit de la figure.2.

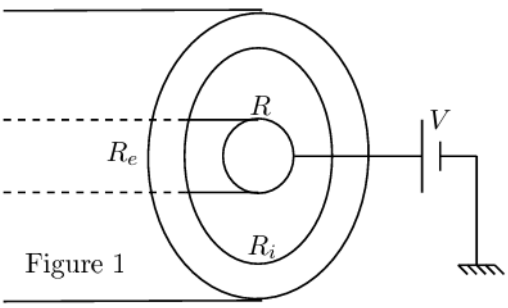


Figure 1

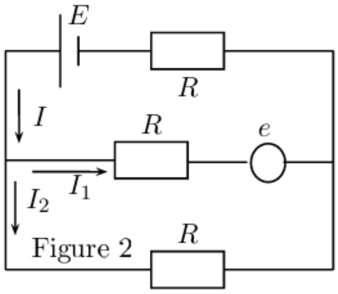


Figure 2

Solution 6

1) a/ $Q_i = -Q$ et $Q_e = Q$

1) b/ Q_i: influence totale. Q_e : conservation de la charge.

2) Gauss pour une surface cylindrique ;
S_G de rayon r et de longueur L où $(R < r < R_i)$

$ES_G = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$; $S_G = 2\pi rL$ et $Q_{int} = Q$

Donc, $E = \dfrac{Q}{\varepsilon_0 2\pi rL}$

3)
$E - R.I = R.I_1 + e = R.I_2$ et $I = I_1 + I_2$. Les deux premières équations deviennent :

$2.R.I_1 + R.I_2 = E - e$; $R.I_1 - R.I_2 = -e$

$$I_1 = \frac{(E - 2e)}{3R}$$

$$I_2 = \frac{(E+e)}{3R} \quad \Rightarrow \qquad I = \frac{(2E-2e)}{3R}$$

Exercice 7

Un conducteur cylindrique en cuivre possède une longueur L = 2 m, une section A = 4 mm^2 et une résistivité ρ=1,7×10^{-8} Ω·m.

1) Calculez la résistance du conducteur.

2) Une tension U = 220 V est appliquée aux bornes du conducteur. Calculez l'intensité du courant qui traverse le conducteur.

3) Calculez la puissance dissipée par effet Joule dans ce conducteur.

Solution 7

1) Résistance du conducteur :

$$R = \rho \frac{L}{A}$$

A.N : $\rho = 1.7 \times 10^{-8}\ \Omega\,, L = 2m\,,\ A = 4\ mm^2 = 4.\,10^{-6}\ m^2$

$$R = \ 1.7 \times 10^{-8} \times \frac{2}{4.\,10^{-6}} = 8.5 \times 10^{-3}\ \Omega$$

$$R = 8.5\ m\Omega = 0.0085\ \Omega$$

2) Intensité du courant :

(Loi d'Ohm) : $U = R.I \quad \Rightarrow I = \frac{U}{R}$

$$I = \frac{220}{8.5 \times 10^{-3}} = 25.88\ A \approx 25.9\ A$$

3) Puissance dissipée par effet Joule :

$$P = U.I = I^2.R = \frac{U^2}{R}$$

$$P = 220 \times 25.88 = 5.694\ Kw$$

Vérification avec une formule alternative :

$$P = \frac{U^2}{R} = \frac{220^2}{8.5 \times 10^{-3}} = 5?694\ Kw \approx 5.7\ Kw.$$

Exercice 8

Une sphère conductrice ayant un rayon $R = 8\ cm$ porte initialement une charge de $80\mu C$.

Par la suite, une charge ponctuelle de $-20\mu C$ est introduite au centre d'une cavité sphérique ayant un rayon $r = 2.5\ cm$ à l'intérieur de la sphère.

1) Quelle est la grandeur du champ électrique E près de la surface extérieure de la sphère conductrice ?

2) Quelle est la grandeur du champ électrique E près de la surface intérieure de la sphère conductrice (dans la cavité) ?

3) Quelle est la charge totale Q_i sur la surface intérieure de la cavité de la sphère conductrice ?

4) Quelle est la charge totale sur la surface extérieure de la sphère conductrice ?

Solution 8

1) On applique le théorème de Gauss : La charge intérieure est égale à la somme des charges à l'intérieur de la surface de Gauss qui est une sphère de rayon R_G un peu plus grand que le rayon de la sphère conductrice :

$$Q_{int} = 80 - 20 \ \Rightarrow\ Q_{int} = 60 \times 10^{-6}\ C$$

$$E = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0 S_G} = \frac{Q_{int}}{4\pi\varepsilon_0 R_G^2}$$

$E = 84.3 \times 10^6 \ V.m^{-1}$

2) La surface de Gauss, dans ce cas, entoure uniquement la cavité.

La charge intérieure est celle que porte la cavité, soit $-20\mu C$. D'où le champ près de la surface de la cavité :

$$E' = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0 S_G{}'} = \frac{Q_{int}}{4\pi\varepsilon_0 r_G^2}$$

$E' = 2.81 \times 10^6 \ V.m^{-1}$

3)

La charge sur la surface interne de la cavité est égale à la charge ponctuelle mais de signe opposé, et ce en raison de l'influence totale que produit la charge ponctuelle:

$q + Q_i = 0 \ \ \Rightarrow \ Q_i = 20\mu C.$

4) La charge à la surface externe plus la charge sur la surface interne de la cavité est égale à la charge que porte la sphère. La charge que porte la surface externe de la sphère est donc :

$Q_e + Q_i = 80\mu C \ , \ Q_e = 80 - 20$

$Q_e = 60\mu C$

Exercice 9

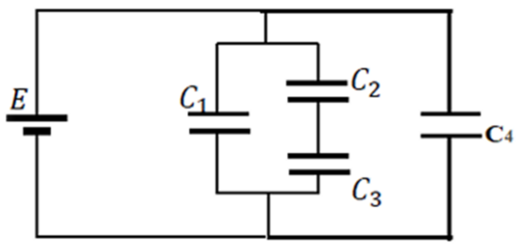
Un générateur de tension continue et quatre condensateurs sont assemblés comme indiqué sur la figure ci-dessous.

1) Calculer la capacité équivalente.

2) Quelles sont les charges Q_1, Q_2, Q_3 et Q_4 que portent chaque condensateur.

3) Calculer la tension aux bornes de chaque condensateur. On donne :

$E = 120\,V,\quad C_1 = 1\,\mu F\,, C_2 = 6\,\mu F\,, C_3 = 3\,\mu F\,, C_4 = 2\,\mu F$



Solution 9

1) La capacité équivalente entre A et B (pour la figure) :

C_2 et C_3 sont en série :

$$\frac{1}{C'} = \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} = \frac{1}{6} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6}$$

$$C' = 2\,\mu F$$

C_1, C' et C_4 sont en parallèle :

$C_{éq} = C_1 + C' + C_4 = 1 + 2 + 2 = 5\,\mu F$

La capacité équivalente est égale à : $5\,\mu F$

2) Calcul des charges Q_1, Q_2, Q_3 et Q_4 que portent chaque condensateur :

$Q_{tot} = C_{éq}.E = 120 \times 5 = 600\ \mu C$

$Q_{tot} = Q_4 + Q'$ et $Q' = Q_1 + Q_2 = Q_1 + Q_3$

Et on a aussi :

$$Q_2 = Q_3$$

On a aussi pour les tensions :

$$V_1 = V_2 + V_3 \qquad (1)$$

$$V_4 = E = 120\ V$$

Alors,

$Q_4 = C_4.V_4 = 120 \times 2 = 240\ \mu C$

$Q' = Q_{tot} - Q_4 = 600 - 240 = 360\ \mu C$

$$Q_1 + Q_2 = 360\ \mu C \qquad (2)$$

On peut écrire l'équation (1) comme :

$\frac{Q_1}{C_1} = \frac{Q}{C_2} + \frac{Q}{C_3} \quad et \quad Q_2 = Q_3$

$\frac{Q_1}{C_1} = Q_2\left(\frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}\right) = Q_2\left(\frac{C_3 + C_2}{C_2 C_3}\right)$

En remplaçons les valeurs des capacités :

$$Q_1 = \frac{1}{2}Q_2 = \frac{1}{2}Q_3 \qquad (3)$$

D’après les équations (2) et (3) :

$$\frac{1}{2}Q_2 = Q_2 = 360\ \mu C$$
$$\Rightarrow\ Q_2 = 240\ \mu C$$

$$Q_2 = Q_3 = 240\ \mu C$$

$$\text{et}\quad Q_4 = 240\ \mu C$$

3) La tension aux bornes de chaque condensateur :

$$V_1 = \frac{Q_1}{C_1} = \frac{120}{1} = 120\ V$$
$$V_2 = \frac{Q_2}{C_2} = \frac{240}{6} = 40\ V$$

$$V_3 = \frac{Q_3}{C_3} = \frac{240}{3} = 80\ V$$

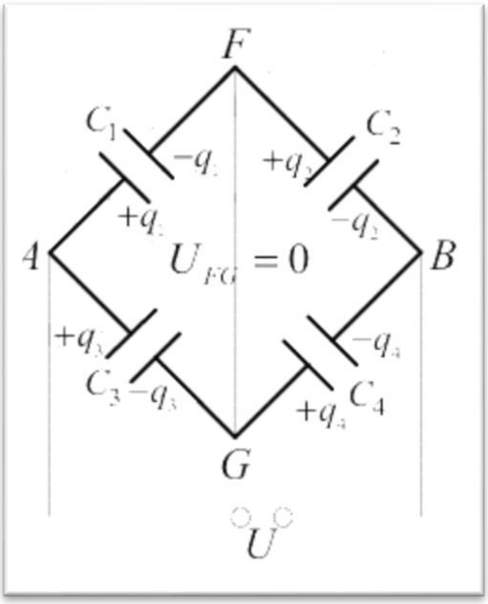
$$V_4 = \frac{Q_4}{C_4} = E = 120\ V$$

Exercice 10

Comme le montre la figure ci-dessous, quatre condensateurs sont disposés en groupe.

On applique une différence de potentiel *U* entre les points *A* et *B*, puis on connecte un électromètre *E* entre les points *F* et *G* afin de mesurer leur différence de potentiel. Montrer que l’électromètre indique zéro si : $\frac{C_1}{C_2} = \frac{C_3}{C_4}$

Cet outil sert de moyen pour évaluer la capacité d'un condensateur en fonction d'un condensateur de référence et du rapport entre deux capacités.



Solution 10

Si l'électromètre indique zéro, cela veut dire que les points *F* et *G* sont au même potentiel.

Nous voyons sur la figure ci-contre que :

$$U_{AF} = U_{GA} \;\Rightarrow\; \frac{q_1}{C_1} = \frac{q_3}{C_3} \qquad (1)$$

$$U_{BF} = U_{BA} \;\Rightarrow\; \frac{q_2}{C_2} = \frac{q_4}{C_4} \qquad (2)$$

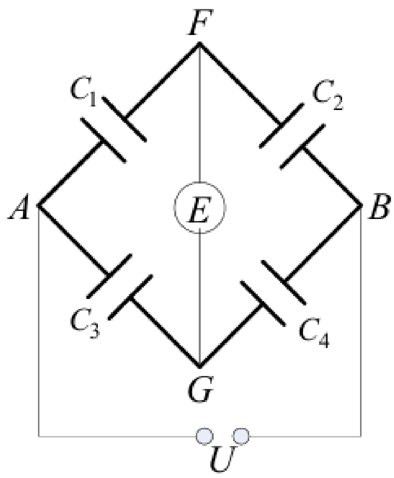
D'après le principe de la conservation de la charge, on a :

$$-q_1 + q_2 = 0 \;\Rightarrow q_1 = q_2$$

$$-q_3 + q_4 = 0 \;\Rightarrow q_3 = q_4$$

Dans l'équation (2), on remplace q_2 et q_4 respectivement par q_1 et q_3, on écrit donc :

$$\frac{q_1}{C_2} = \frac{q_3}{C_4} \qquad (3)$$



On divise les équations (3) et (1) membre à membre, on obtient :

$$\frac{(3)}{(1)} \Rightarrow \frac{C_1}{C_2} = \frac{C_3}{C_4}$$

Exercice 11

Un condensateur plan se compose de deux plaques métalliques rectangulaires *A* et *B* (voir figure ci-dessous), ayant une longueur *L* et une largeur *x*, qui sont séparées par une couche d'air dont l'épaisseur est de *2d*.

1) Déterminer la capacité du condensateur.

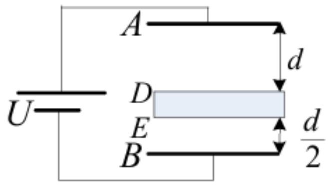
2) Déterminer la charge du condensateur lorsqu'il est soumis à une tension *U*.

3) On place une plaque de métal (voir figure-b ci-dessous), d'une épaisseur de *d/2* et initialement neutre, entre les deux armatures du condensateur.

Calculer et représenter les charges dispersées sur les surfaces.

On fournit :

$L = 12\ cm\ , x = 10\ cm\ , 2d = 4\ cm\ \ , U = 400\ V\ , \varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}$



Solution 11

1) Capacité du condensateur plan :

$$C = \varepsilon_0 \frac{S}{2d} = \varepsilon_0 \frac{x.L}{2d} \Rightarrow C = 2.65 \times 10^{-12}\ F$$

2) Charge du condensateur :

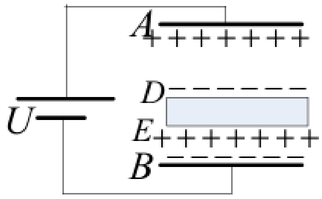
$$Q = C.V$$

$$et \quad C = \varepsilon_0 \frac{S}{2d} = \varepsilon_0 \frac{x.L}{2d}$$

$$\Rightarrow Q = \varepsilon_0 \frac{x.L}{2d}.V = 1.1 \times 10^{-9}\ C$$

Calcul des charges des faces : L'électrisation se produit par influence :

$$Q_E = -Q_B \;\; ; \quad Q_A = -Q_D$$



Et puisque la plaque interne est initialement électriquement neutre,

on a :

$$Q_D = -Q_E \Rightarrow Q_D = -Q_E = +Q_B = -Q_A = Q'$$

L'issue est que nous avons deux condensateurs disposés en série.
La capacité du condensateur équivalent est alors :

$$C_{éq} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$$

$$\begin{cases} C_1 = \dfrac{\varepsilon_0 . S}{d} \\ C_2 = \dfrac{\varepsilon_0 . s}{d/2} \end{cases} \Rightarrow \quad C_{éq} = \frac{2\varepsilon_0 . S}{3d}$$

Les charges que portent les quatre faces sont :

$$Q' = C_{éq} . V = 2\varepsilon_0 \frac{x . L}{3d}$$

$$Q' = Q_D = -Q_E + Q_B = -Q_A = 1.4 \times 10^{-9}\, C$$

Exercices supplémentaires

Exercice 1

Considérons un condensateur plan constitué de deux plaques conductrices parallèles de surface S, séparées d'une faible distance e, et chargées respectivement d'une densité de charge superficielle de $(+\sigma)$ et de $(-\sigma)$.

- Calculez la capacité de ce condensateur. (On suppose que $e << S$)

Exercice 2

Nous avons quatre condensateurs avec des capacités respectives de C_1=3 μF, C_2=6 μF, C_3=9 μF et C_4=12 μF, chargés sous les tensions suivantes : U_1=40V, U_2=30V, U_3=20V et U_4=10V.

1) Évaluer les charges Q_1, Q_2, Q_3 et Q_4 de ces condensateurs ;

2) Nous isolons ces condensateurs et les connectons en série à l'aide de fils conducteurs, comme le montre la figure adjacente :

2.a) Déterminer la capacité du condensateur équivalent à cette configuration ;

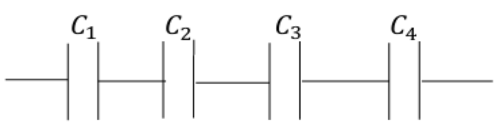
2.b) Dans une situation d'équilibre, déterminez les nouvelles charges (Q'_1, Q'_2, Q'_3, Q'_4) et tensions (U'_1, U'_2, U'_3, U'_4) pour ces condensateurs.

2.c) Évaluer l'énergie de ce système.

Exercice 3

Initialement, deux condensateurs ayant des capacités respectives C_1 et C_2, chargent les quantités Q_{1i} et Q_{2i}. On dispose de : C_1 = 0,4 nF, C_2 = 0,1 nF,

avec Q_{1i} = 8 nC et Q_{2i} = 3 n.



1) Évaluez l'énergie initiale E_i stockée dans le système constitué de deux condensateurs ;

2) Par la suite, ils sont connectés en parallèle à l'aide de fils conducteurs, comme le montre le diagramme ci-joint. En équilibre :

a. Déterminez la tension finale U ainsi que la charge de chaque condensateur $\left(Q_{1f}\ et\ Q_{2f}\right)$;

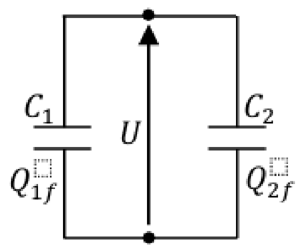
b. Déterminez l'énergie finale E_f stockée dans ce système ;

c. Étudier et comparer E_i et E_f, puis expliquer en quoi ils diffèrent.

Exercice 4

Imaginons un fil non conducteur, prenant la forme d'un quart de cercle avec un rayon R, qui est uniformément chargé avec une densité linéique λ positive (voir la figure ci-contre).

Identifier les deux éléments du champ électrique générés par le fil au point O.

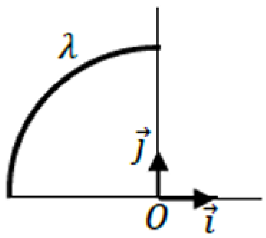


Exercice 5

On prend en compte trois résistances $R_1 = 30\ \Omega$, $R_2 = 50\ \Omega, R_3 = 70\ \Omega$, est un générateur de f.e.m $e = 40\ V$. On montre les résistances et la f.e.m comme indiqué la figure ci-contre.

1) Prouver que le courant fourni par le générateur est de 1 A.

2) calculer la différence de potentiel entre $V_A - V_B$.



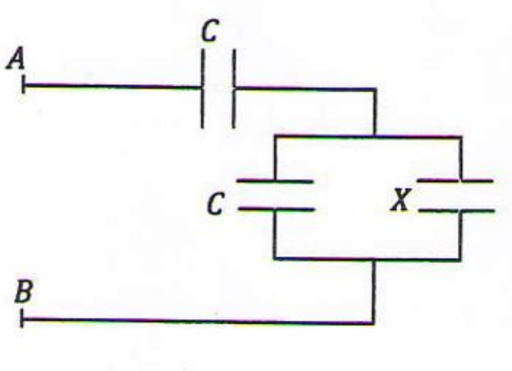
Exercice 6

La figure ci-contre illustre l'agencement de trois condensateurs.

On donne : $C = 3\ \mu F$.

1) Comment déterminer la capacité X pour que sa capacité équivalente soit X.

2) On met en œuvre une différence de potentiel entre A et B, où : $V = 400\ V$. Déterminez la charge et la tension pour chaque condensateur.



Chapitre III
Electrocinétique

Exercices corrigés

Exercice 1

Déterminez l'équation de la résistance électrique R pour les deux conducteurs suivants :
(A) le premier est situé entre deux cylindres concentriques de rayons R_1 et R_2, avec $(R_1 < R_2)$

(B) Le second se situe entre deux sphères concentriques ayant pour rayons R_1 et R_2, avec $(R_1 < R_2)$.

On présume que le flux de courant j est radiale dans les deux scénarios (figure 1).

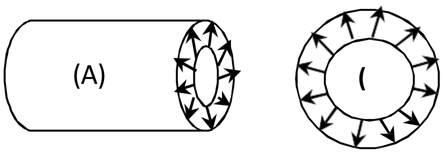


Figure 1

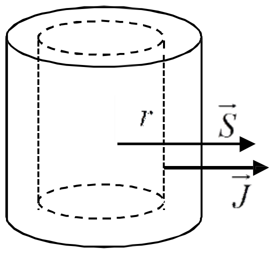


Figure 2

Solution 1

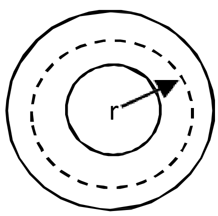
(A) $I = J.S$ et $R = \rho \frac{L}{S}$ (Figure 2)

avec : $S = 2\pi r L$

$$\Rightarrow R = \rho \int_{R_2}^{R_1} \frac{dr}{S} = \frac{\rho}{2\pi L} \int_{R_2}^{R_1} \frac{dr}{r}$$

$$\Rightarrow R = \frac{\rho}{2\pi L} Ln \frac{R_1}{R_2}$$

(B)



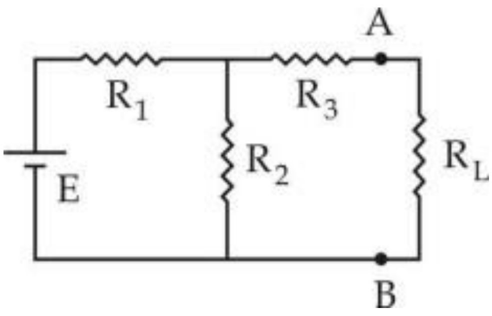
Avec: $S = 4\pi R^2$

$$R = \frac{\rho}{4\pi} \int_{R_2}^{R_1} \frac{dr}{r^2}$$

$$\Rightarrow R = \frac{\rho}{4\pi}\frac{(R_1 - R_2)}{R_1 R_2}$$

Exercice 2

Considérons le circuit illustré (E = 16 V, R1 = 2 Ω, R2 = 6 Ω, R3 = 10 Ω, RL = 4 Ω). Utilisez le théorème de Theremin pour déterminer la tension (V_L) et le courant (I_L) aux bornes de la résistance de charge RL.



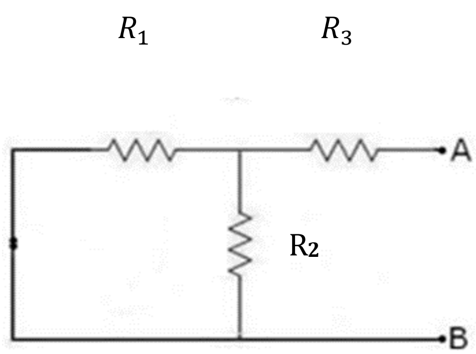
Solution 2

Pour trouver le circuit équivalent de Thévenin, procédez comme suit:

Pour trouver R_{Th}

La résistance de charge R_L est supprimée. La source de tension est raccourcie (court-circuitée) comme indiqué. La résistance équivalente entre AB = résistance de Thévenin R_{Th}.

$R_{Th} = \mathrm{R3} + (\mathrm{R1}//R2)$



$$R_{Th} = 10 + \frac{2 \times 6}{2 + 6}$$

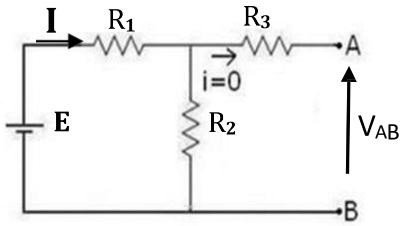
$$\boldsymbol{R_{Th} = 11,5\ \Omega}$$

Pour trouver E_{Th}

La résistance de charge RL est supprimée.

La tension entre AB = tension de Thévenin Eth.

nous avons:



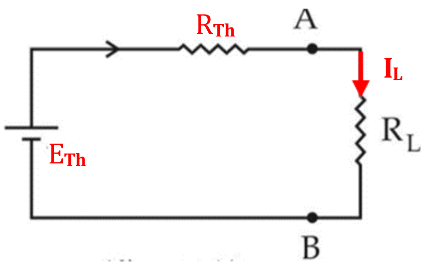
$V_{AB} - R_3 \times 0 - R_2 \times 1 = 0$

$E_{Th} = V_{AB} = R_2 \times 1$

Avec: $I = \frac{E}{R_1+R_2} = 2\ A$

$\boldsymbol{E_{Th} = 12\ V}$.

Maintenant, le circuit équivalent de Thévenin est:



Pour lequel:

$$I_L = \frac{E_{Th}}{R_{Th} + R_L} = \frac{12}{11,5 + 4}$$

$\boldsymbol{I_L = 0,774\ A.}$

et:

$V_L = I_L \times R_L = 0,774 \times 4\Omega$

$\boldsymbol{V_L = 3,096\ V}$

Exercice 3

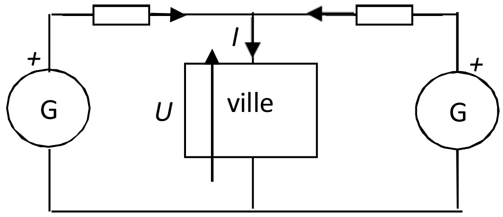
Deux générateurs fournissent une alimentation de 1,5 kV à une ville. Le premier générateur est 2,5 kW et son réseau de distribution présente une résistance interne d'1Ω. Le deuxième générateur est 2 kW et son réseau de distribution a une impédance interne de 0,5Ω.

1) Déterminer le courant fourni par chaque générateur.

2) Quelle est la tension mesurée à la sortie de chaque générateur ?

3) Estimer la puissance utilisée par la ville.

4) Déterminer l'efficacité de ce dispositif électrique.



Solution 3

1)

$$\begin{cases} e_1 I_1 = r_1 . I_1^2 + U . I_1 \\ e_2 I_2 = r_2 . I_2^2 + U . I_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I_1^2 + 1500 . I_1 - 2500 = 0 \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots . (1) \\ I_1^2 + 3000 . I_2 - 4000 = 0 \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (2) \end{cases}$$

La solution de l'équation (1) a donné :

$\boldsymbol{I_1 = 1,5\ A}$

D'après l'equation (2)

$\Rightarrow \boldsymbol{I_2 = 0,33\ A}$

2) Calcul de f.e.m:

$$e_1 = \frac{P_{f1}}{I_1} = \frac{2,5KW}{1,5A} = \boldsymbol{1,66\ KV}$$

$$e_2 = \frac{P_{f2}}{I_2} = \frac{2\ KW}{033\ A} = \boldsymbol{6,06\ KV}$$

3) Calcul de la puissance consommé par la ville:

$$P_C = U . I = U(I_1 + I_2) = \boldsymbol{2,745\ KW}.$$

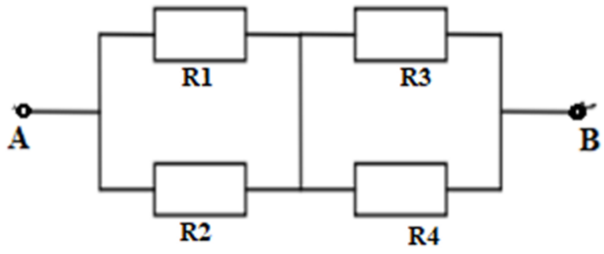
4) Calcul du rendement:

$$R = \frac{P_C}{P_f} = \frac{2,745\ \text{KW}}{4,5\ KW} = \boldsymbol{61}\%$$

Exercice 4

Calculer la résistance équivalente de l'ensemble des résistances montrées sur la figure suivante:

A.N: $R_1 = 10\ \Omega$, $R_2 = 8\ \Omega$, $R_3 = 15\ \Omega$ et $R_4 = 5\Omega$.



Solution 4

- les résistances R_1 et R_2 sont en parallèle :

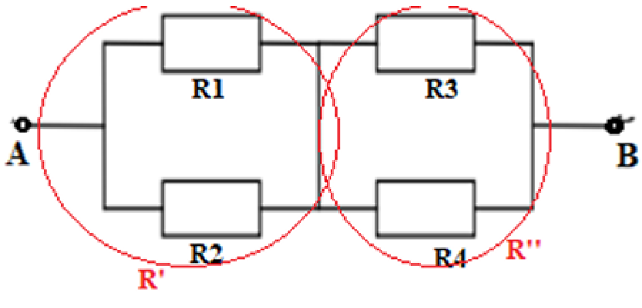
$$\frac{1}{R'} = \frac{1}{10} + \frac{1}{8} = 0.225$$

$$\Rightarrow \frac{1}{R'} = 0.225 \quad \Rightarrow R' = 4.44\ \Omega$$

- les résistances R_3 et R_4 sont en parallèle:

$$\frac{1}{R"} = \frac{1}{15} + \frac{1}{5} = \frac{4}{15}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{R"} = \frac{4}{15} \quad \Rightarrow R" = 3.75\ \Omega$$



- les résistances R'et R" sont en série, donc:

$$R_{éq} = R_1 + R_2$$

$$R_{éq} = 8.19\ \Omega$$

Exercice 5

Le schéma de la (figure 2) présente deux générateurs de f-e-m E et $2E$, deux récepteurs identiques de force contre-électromotrice e, ainsi que deux résistances identiques.

1) Identifier les courants I_1, I_2 et I_3 qui traversent les trois branches du circuit.

2) Sous quelles conditions ce circuit est-il opérationnel ?

3) Déterminez la valeur numérique de I_1, I_2 et I_3 pour E = 4V, e = 1V et R = 2Ω.

4) Effectuer un bilan énergétique

Figure 1

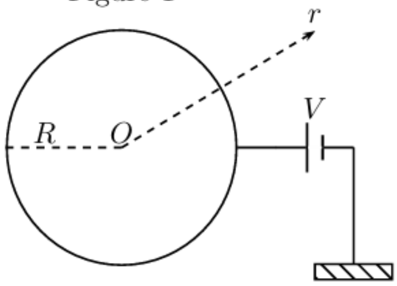
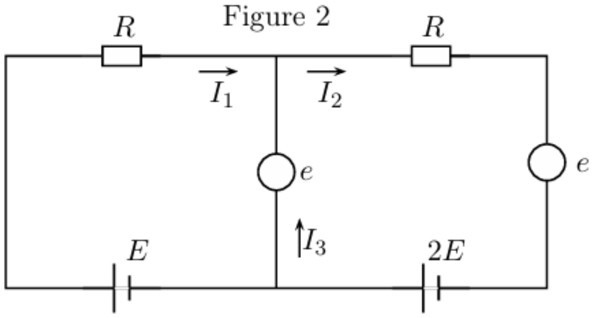


Figure 2



Solution 5

1) Noeud: $I_1 + I_3 = I_2$

Maille 1: $RI_1 - e - E = 0$

Maille 2: $RI_2 + e - 2E + e = 0$

$$I_1 = \frac{E+e}{R} \quad , \quad I_2 = \frac{2E-e}{R} \quad , \quad I_3 = I_2 - I_1 = \frac{E-3e}{R}$$

2) Condition $I_2 \geq 0$ et $I_3 \geq 0 \Rightarrow E \geq 3e$

3) $I_1 = 2.5\ A$, $I_2 = 3\ A$, $I_3 = 0.5\ A$

4) Bilan: $P_{fournie} = 2.E\ I_2 + E\ I_1 = 34\ W$

$P_{utilisée} = e.I_2 + e.I_3 = 3.5\ W$

$P_{dissipée} = R.I_1^2 + R.I_2^2 = 30.5\ W$

Exercice 6

Nous effectuons l'assemblage comme indiqué sur la figure ci-dessous. Le condensateur est, à l'origine, dans un état déchargé.

On donne : $E = 15\ V, R_1 = 50\ K\Omega,\ R_1 = R_2 = 100\ K\Omega,\ C = 20\ \mu F$

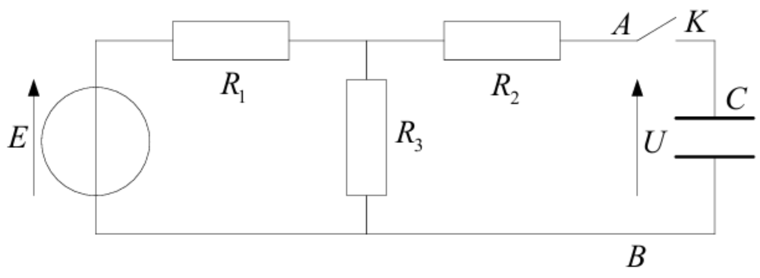
1) Identifiez les composants E_{Th} et R_{Th} du modèle de Thévenin équivalent pour le dispositif linéaire actif situé du côté gauche des bornes *A* et *B*, alors que l'interrupteur *K* est en position ouverte.

2) Évaluer :

a/ l'intensité *I* du courant lors de la fermeture de *K*.

b/ L'énergie du condensateur une fois sa charge terminée.

c/ le temps approximatif requis pour charger complètement le condensateur.



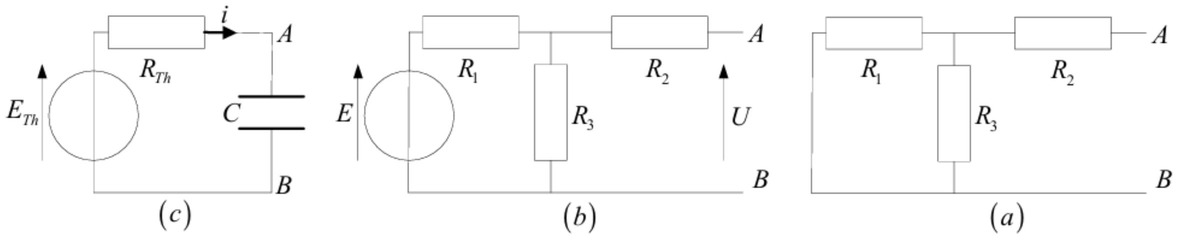
Solution 6

1) La figure (a) ci-dessous nous permet de calculer la résistance équivalente du circuit

$R_{éq} = R_{Th}$:

Les résistances R_1 et R_3 sont montées en parallèle, et leur résistance équivalente est en série avec R_2. D'où:

$R_{Th} = \frac{R_1 R_3}{R_1+R_3} + R,\ R_{Th} = 133.3\ K\Omega$



La figure (b) nous permet de calculer la force électromotrice du générateur de Thévenin :

$U = E_{Th}$. La résistance R_2 n'est parcourue par aucun courant. Soit i l'intensité qui circule dans R_1 et R_3:

$$\begin{cases} i = \dfrac{E}{R_1 + R_3} \\ U = R_3 . i \end{cases} \Rightarrow U = E_{Th} = R_3 . \frac{E}{R_1 + R_3}$$

$$E_{Th} = 30\ V$$

2) a) À l'instant où l'interrupteur est coupé, le courant produit par le générateur de Thévenin (figure(c)) a une certaine intensité:

$$i = \frac{E_{Th}}{R_{Th}}\ ,\ \ i = 0.075\ A$$

b) L'énergie W_E emmagasinée dans le condensateur à la fin de sa charge est égale à:

$$\begin{cases} W_E = \frac{1}{2}CU^2 \\ U = E_{Th} \end{cases} \Rightarrow W_E = \frac{1}{2}C.{E_{Th}}^2$$

$$W_E = 0.05\, Joule$$

c) Le temps requis pour charger le condensateur est approximativement cinq fois la constante de temps τ (une règle largement reconnue et validée):

$$\begin{cases} t = 5\tau \\ \tau = R_{Th}.C \end{cases} \Rightarrow t = 5.R_{Th}.C$$

$$t = 6.65\ s$$

Exercice 7

On envisage un circuit qui comporte trois mailles. La maille 1 est équipée d'une source $E_1=10\ V$ et d'une résistance $R_1=2\ \Omega$. La maille 2 intègre une source $E_2=6\ V$ et une résistance $R_2=3\ \Omega$. La résistance partagée $R_3=1\ \Omega$ est présente sur la maille 3. Les courants de circulation sont I_1, I_2 et $I_3 = I_1 - I_2$.

1) Mettez en œuvre la loi des mailles (loi de Kirchhoff des tensions) sur la première et deuxième maille.

Les deux équations sont les suivantes : $E_1 = I_1R_1 + (I_1 - I_2)R_3$ et $E_2 = I_2R_2 + (I_2 - I_1)R_3$

2) Structurer les deux équations en un système linéaire :

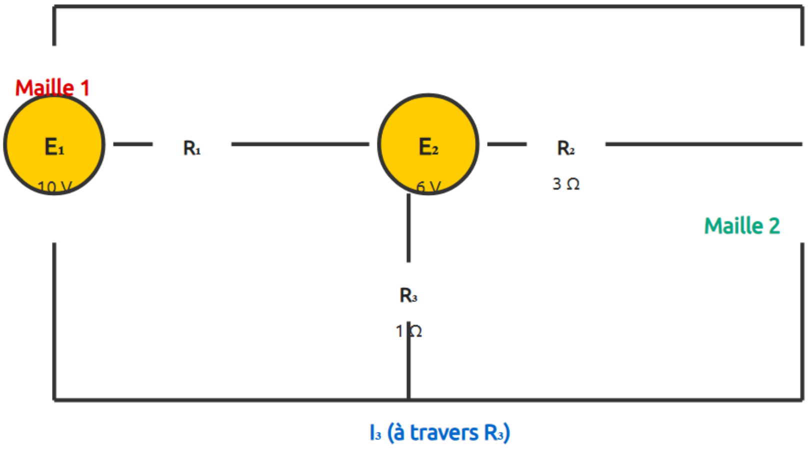
$$\begin{cases} (R_1 + R_3).I_1 - R_3I_2 = E_1 \\ -R_3I_1 + (R_2 + R_3)I_2 = E_2 \end{cases}$$

Trouvez les valeurs de I_1 et I_2 en résolvant ce système.

3) Déterminez le courant $I_3 = I_1 - I_2$ circulant dans la résistance R_3. Évaluer les puissances perdues à travers chaque résistance.

P_1, P_2 et P_3 sont définis respectivement comme $I_1^2 R_1$, $I_2^2 R_2$ et $I_3^2 R_3$.

Assurez-vous que la puissance totale fournie par les sources correspond à la puissance totale dissipée.



Solution 7

1) Equations de Kirchhoff:

Étape 1 : Application de la loi des mailles à la maille 1

En parcourant la maille 1 dans le sens de I_1:

$$E_1 = I_1 R_1 + (I_1 - I_2) R_2$$

$$10 = I_1 \times 2 + (I_1 - I_2) \times 1$$

$$10 = 2I_1 + I_1 - I_2$$

$$10 = 3I_1 - I_2 \qquad (1)$$

Étape 2 : Application de la loi des mailles à la maille 2

En parcourant la maille 2 dans le sens de I_2:

$E_2 = I_2 R_2 + (I_2 - I_1) R_3$

$6 = I_2 \times \ 2 + (I_2 - I_1) \times 1$

$6 = 3I_2 + I_2 - I_1$

$6 = -I_1 - 4I_2 \qquad (2)$

Résultat finale :

$\begin{cases} 3I_1 - I_2 = 10 \\ -I_1 - 4I_2 = 6 \end{cases}$

2) Résolution du système :

Étape 1 : Méthode par substitution

De l'équation (2):

$$I_1 = 4.I_2 - 6$$

Étape 2 : Substitution dans l'équation (1)

$3(4\ I_2 - 6) - I_2 = 10$

$12\ I_2 - 18 - \ I_2 = 10$

$11\ I_2 = 28$

$I_2 = \frac{28}{10} = 2.545\ A$

Étape 3 : Calcul de I_1

$I_1 = 4 \times 2.545 - 6 = 10.182 - 6 = 4.182\ A$

Vérification en (1): $3.(4.182) - 2.545 = 12.545 - 2.545 = 10$ (Vérifié)

Résultat final Question 2 : $I_1 = \frac{46}{11} \approx 4.18\ A$, $I_2 = \frac{28}{11} \approx 2.55\ A$

3) Courant I_3 et puissances

Étape 1 : Calcul du courant dans R_3

$I_3 = I_1 - I_2 = 4.182 - 2.545 = 1.636\ A$

Ou en fractions :

$$I_3 = \frac{46}{11} - \frac{28}{11} = \frac{18}{11} \approx 1.636\ A$$

Étape 2 : Calcul des puissances :

$$P_1 = I_1^2 R_1 = (4.182)^2 \times 2 = 34.98\ W$$

$$P_2 = I_2^2 R_2 = (2.545)^2 \times 3 = 19.43\ W$$

$$P_3 = I_3^2 R_3 = (1.636)^2 \times 1 = 2.676\ W$$

- Puissance totale dissipée:

$$P_{dissipée} = P_1 + P_2 + P_3 = 34.98 + 19.43 + 2.676 = 57.09\ W$$

- Puissance fournie par les sources:

$$P_{sources} = E_1 I_1 + E_2 I_2 = 10 \times 4.182 + 6 \times 2.545 = 41.82 + 15.27 = 57.09\ W$$

Vérification: $P_{dissipée} = P_{sources}$

Résultat finale:

$$I_3 = 1.636\ A$$

$$P_1 = 34.98\ W\ , P_2 = 19.43\ W\ , P_3 = 2.68\ W$$

Puissance totale fournie: *57.1 W* (égale à la puissance dissipée)

Exercice 8

Un câble de cuivre d'une longueur L = 2.0 m et d'un diamètre circulaire d = 0.50 mm affiche une résistivité ρ = 1.68 × 10−8 Ω·m.

Quel est le niveau de sa résistance électrique ?

Solution 8

On commence par déterminer le rayon r :

$$r = \frac{d}{2} = 0.25\ mm = 2.5 \times 10^{-4}\ m$$

La section vaut : $A = \pi r^2 = \pi.(2.5 \times 10^{-4})^2 \approx 1.96 \times 10^{-7}\ m^2$

$$R = \rho \frac{L}{A} = 1.68 \times 10^{-8}\ \Omega.m \times \frac{2}{1.96 \times 10^{-7}}$$

$$\Rightarrow\ R \approx 0.17\ \Omega$$

Exercice 9

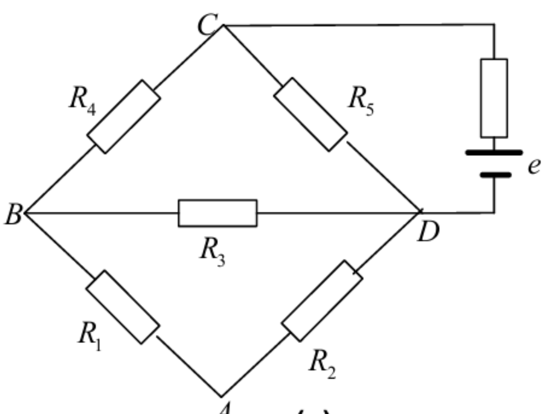
Le dispositif illustré ci-dessous possède une force électromotrice de e = 9,0 eV et une résistance de 0,50 Ω.

1) Déterminer le courant dans chaque résistance.

2) Quelle est la capacité de puissance du générateur ?

3) Quelle est la différence de potentiel entre les points A et C ?

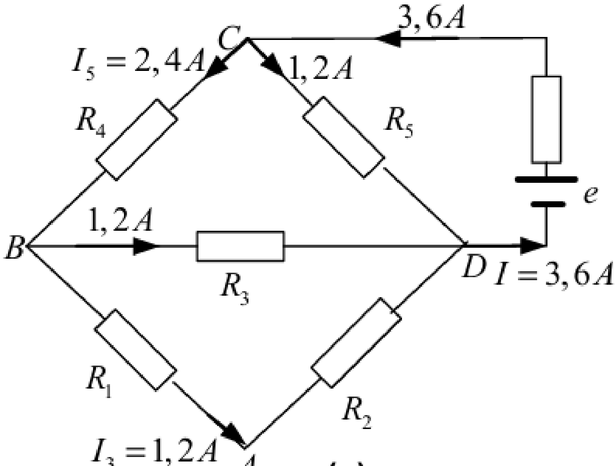
$R_1 = R_2 = R_4 = 1.0\ \Omega\ , R_3 = 2.0\ \Omega\, , R_5 = 6.0\ \Omega$



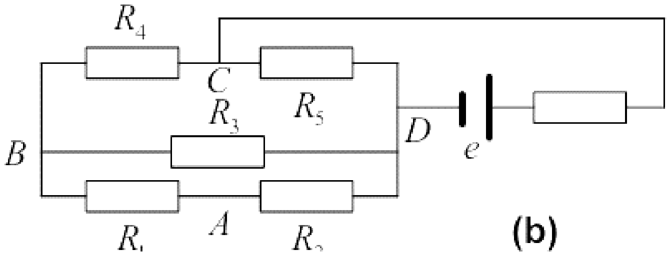
(a)

Solution 9

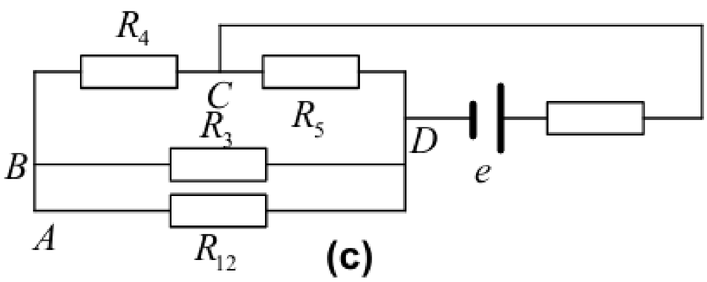
1)



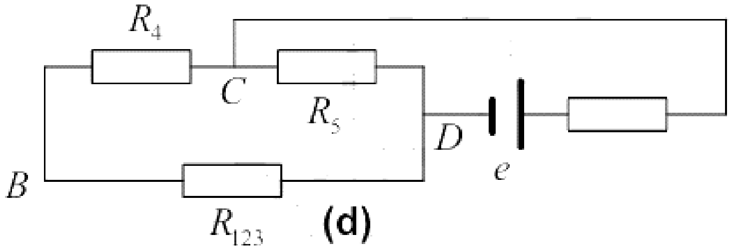
(a)



(b)



(c)



(d)

Tous les montages représentés ci-dessus sont équivalents au montage donné dans l'énoncé.

D'après la figure (b), on peut déduire la résistance équivalente des résistances en série R_1 et R_2 :

$$R_{12} = R_1 + R_2 \quad \Rightarrow \quad R_{12} = 2.0\ \Omega$$

De la figure (c), on en déduit la résistance équivalente des résistances R_{12} et R_3 montées en parallèle:

$$\frac{1}{R_{123}} = \frac{1}{R_{12}} + \frac{1}{R_3} \ \Rightarrow \ \frac{1}{R_{123}} = \frac{R_{12}.R_3}{R_{12} + R_3} = 2.0\ \Omega$$

D'après la figure (d), on peut déduire la résistance équivalente de R_{123} et R_4 disposées en série :

$$R_{1234} = R_{123} + R_4 \Rightarrow \ R_{1234} = 3.0\ \Omega$$

La résistance équivalente des résistances R_{1234} et R_5 disposées en parallèle :

$$\frac{1}{R_{12345}} = \frac{1}{R_{1234}} + \frac{1}{R_5} \ \Rightarrow \ \frac{1}{R_{1234}} = \frac{R_{1234}.R_5}{R_{1234} + R_5} = 2.0\ \Omega$$

On déduit la résistance équivalente de la résistance R_{12345} et de la résistance interne du générateur lorsqu'elles sont installées en série :

$$R_{éq} = R_{12345} + r = 2.5\ \Omega$$

2) Nous sommes désormais en mesure de déterminer l'intensité principale que fournit le générateur dans le circuit :

$$I = \frac{e}{R_{éq}} = 3.6\ A.$$

En passant par ordre par toutes les figures de (a) jusqu'à (d), on obtient les différentes intensités dans chaque branche du circuit:

$$U_{CD} = R_5.I_5 = -r.I + e \quad \Rightarrow \quad I_5 = \frac{r.I + e}{R_5} = \frac{-0.5 \times 3.6 + 9}{6} = 1.2\ A$$

En ce qui concerne la résistance R_{1234}, soit en d'autres termes à travers R_{123} et R_4, l'intensité est :

$$I_4 = I - I_5 = 2.4\ A$$

Dans la figure (c) : l'intensité passant par R_{12} est identique à celle traversant R_3, car ces deux résistances sont de même valeur :

$$I_3 = \frac{2.4}{2} = 1.2\ A$$

Dans la figure (a), nous avons illustré les valeurs ainsi que les directions des diverses intensités :

$$P = R_{éq}.I^2 = e.I = 32.4\ W$$

3) On peut calculer la différence de potentiel entre *A* et *C* en suivant n'importe quelle branche, la différence de potentiel requise est :

$$U_{AC} = R_2.I_3 + r.I - e = (1 \times 1.2) + (0.5 \times 3.6 - 9)$$

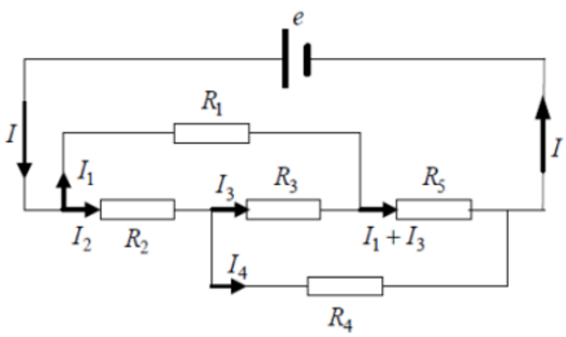
$$U_{AC} = -5\ V$$

Exercice 10

Le schéma présenté sur la figure adjointe illustre le montage.

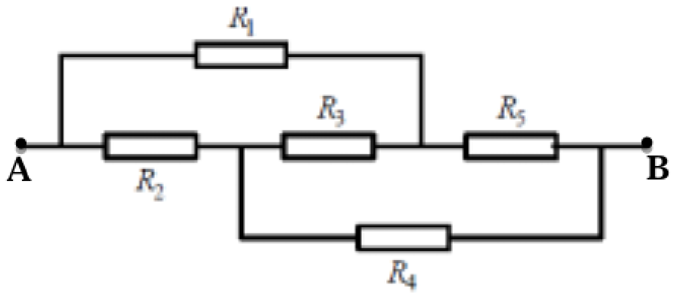
1) Établir les valeurs des courants qui passent à travers chaque résistance.

2) Déterminez la résistance équivalente de toutes



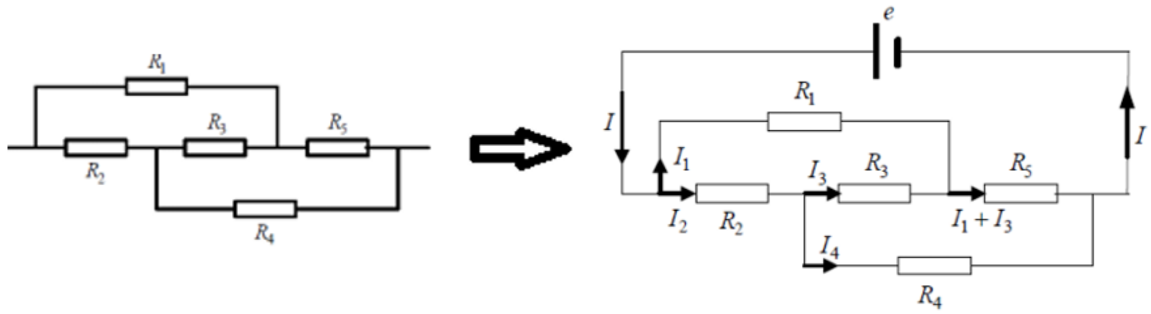
Les résistances illustrées dans le schéma ci-après.

A.N : $R_1 = R_4 = 12\ \Omega$, $R_2 = R_3 = R_5 = 6\ \Omega$ et e $= 18$ V.



Solution 10

1) les intensités des courants qui traversent chaque résistance:



On a :

$$e = R_1.I_1 + R_5.I_5$$

$$e = R_2.I_2 + R_3.I_3 + R_5.I_5$$

$$e = R_2.I_2 + R_4.I_4$$

Et puisque :

$I_2 = I_3 + I_4$ et $I_5 = I_3 + I_1$, on écrit :

$e = R_1.I_1 + R_5.(I_{3+}I_1)$

$e = R_2.I_2 + R_3.I_3 + R_5.(I_{3+}I_1)$

$e = R_2.I_2 + R_5.(I_{2+}I_3)$

Si l'on substitue les valeurs des résistances et de « e », on obtient :

$3\, I_1 + I_3 - 3 = 0 \qquad (1)$

$I_1 + I_2 + 2\, I_3 - 3 = 0 \qquad (2)$

$3\, I_2 - 2\, I_3 - 3 = 0 \qquad (3)$

De (1) : $I_3 = 3 - I_1$

De (2) : $I_1 + (3 - 2\, I_1) + 2(3 - 3I_1\,) - 3 = 0$

$\Rightarrow I_1 = \frac{6}{7}\, A$

$I_2 = \frac{9}{7}\, A$

$I_3 = \frac{3}{7}\, A$

$I_4 = I_2 - I_3 = \frac{6}{7}\, A$

$I_5 = I_3 + I_1 = \frac{9}{7}\, A$

2) la résistance équivalente:

$$R_{éq} = \frac{e}{I} = \frac{e}{I_1 + I_2} = \frac{e}{I_4 + I_5} = \frac{18}{\frac{15}{7}} = 8.4\ \Omega$$

Exercices supplémentaires

Exercice 1

Un générateur idéal est connecté en parallèle à deux résistances R_1 et R_2, dont la tension aux bornes est *U*.

- Démontrer que les courants passant à travers ces résistances sont, respectivement :

$I_1 = I\left(\frac{R_2}{R_1+R_2}\right)$ et $I_2 = I\left(\frac{R_1}{R_1+R_2}\right)$

Exercice 2

Un fil de tungstène d'un diamètre de 1,25 *mm* conduit un courant d'une intensité de 12,0*A*. Calculer le champ électrique à l'intérieur du fil en connaissant que la résistivité du tungstène est de $6{,}7\text{x}10^{-8}$ Ω·m.

Exercice 3

Un générateur, avec une force électromotrice de 50,0 *eV* et une résistance interne de 1,50 Ω, est branché en série à un moteur ayant également une force électromotrétique e' et associé à une résistance ohmique de 20,0 Ω qui est immergée dans un calorimètre.

1) Calculer, en fonction de *e'* et *r'* de l'intensité du courant *I* traversant le moteur, la puissance totale P_T dissipée par le moteur ainsi que la puissance P_J dissipée par effet Joule à travers ce dernier. Tirer l'expression de la puissance P_M convertie en puissance mécanique. (On dirigera la f.é.m. dans le sens inverse du courant *I*).

2) a) Le moteur est immobilisé, la puissance électrique transformée en puissance mécanique est inexistante. Dans le contexte du calorimètre, on évalue un transfert thermique de Q_1=18,00 KJ en une minute. Dans ce cas, calculez l'intensité *1* du courant et la force électromotrice.

Il s'agit donc de déduire *r'*.

b) Le moteur est opérationnel. Le transfert thermique se réduit désormais à Q_2=1,4 KJ en l'espace d'une minute. Déterminez l'intensité I_2 du courant et la nouvelle valeur de la f.e.m. du moteur.

3) Le moteur fonctionne après le retrait de la résistance ohmique R.

a) Définir le rendement η du moteur, qui correspond au ratio entre la puissance utile fournie au moteur et la puissance qui lui est transmise.

b) Le moteur est branché au générateur précédent. Il s'agit de définir le point de fonctionnement du circuit, c'est-à-dire : l'intensité I du courant traversant le moteur et la tension U aux bornes de celui-ci.

c) Évaluer le rendement η.

Exercice 4

Dans un conducteur de forme rectangulaire, ayant une largeur de $w = 2.5\ mm$ et une épaisseur $t = 0.4\ mm$, la densité de courant s'élève à $J = 4.0 \times 10^6\ A/m^2$.

Quelle est l'intensité totale du courant I ?

Exercice 5

Un conducteur en cuivre est employé comme élément majeur dans un circuit électrique. Le fil possède les attributs suivants :

Longueur : L = 50 m, Section transversale : $A = 3\ mm^2 = 3 \times 10^{-5}\ m^2$,

Résistivité du cuivre : $\rho = 1,49 \times 10^{-8}\ \Omega{\cdot}m$. Ce fil est branché à une source électrique d'une tension de $U = 14$ V.

1) Déterminer la résistance électrique R du fil conducteur en se basant sur l'équation de la résistivité. Analyse du résultat : comment la variation de la longueur et de la section influence-t-elle la résistance ?

2) Utilisez la loi d'Ohm pour calculer l'intensité du courant I qui passe à travers le fil.

Également, calculez la conductance G du fil (qui est l'inverse de sa résistance).

3) Utilisez la loi de Joule pour déterminer la puissance dissipée P par effet Joule dans le fil.

Veuillez également calculer l'énergie utilisée (en joules) si le circuit est en marche pendant 60 minutes.

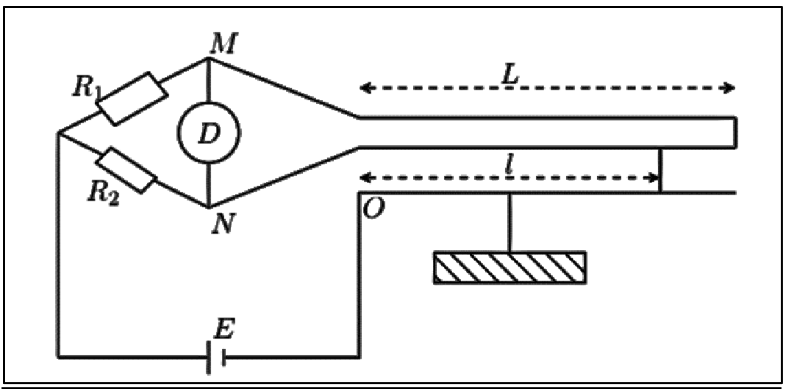
Exercice 6

Nous employons un « pont de Wheatstone » équipé d'un capteur D (voir illustration ci-dessous) afin d'identifier une anomalie dans un câble électrique enfoui, constitué de deux brins conducteurs de longueur L chacun et de résistance λ par unité de longueur. Pour ce faire, on connecte les fils à l'une des extrémités et on fixe le mécanisme de détection à l'autre extrémité.

Par exemple, le défaut à une distance l de O est causé par un contact accidentel du fil avec la gaine protectrice mise à la terre.

Déterminer la distance l en ayant connaissance de R_1 et R_2 à l'état d'équilibre du pont (le capteur de courant D signale $I_D = 0$.

A. N: $R_1 = 30\ \Omega$, $R_2 = 20\ \Omega$, $L = 15$ km.



Chapitre IV

Electromagnétisme

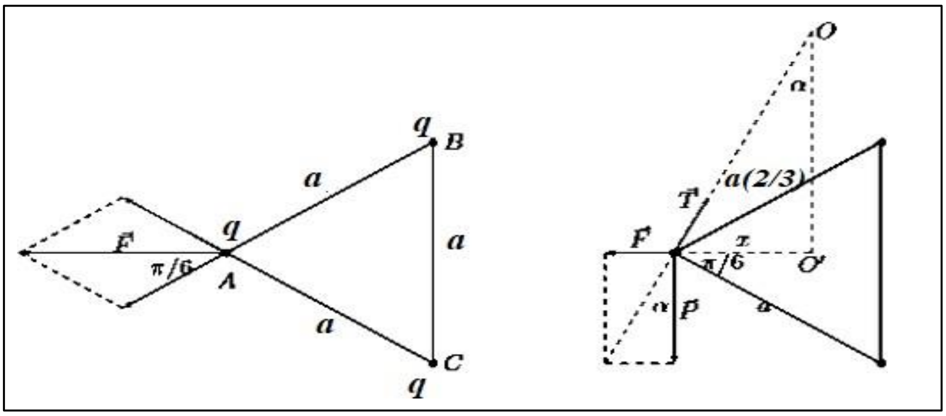
Exercices corrigés

Exercice 1

Trois petites sphères identiques (*A*, *B*, *C*) de poids m = 10 g chacune sont pendues à un point commun par l'intermédiaire de trois cordons distincts en soie ($AO=BO=CO$), chacun d'une longueur de l = 1m. Ces trois sphères de charge identique q sont donc placées au sommet d'un triangle équilatéral (ABC) dont chaque côté mesure a = 0.1m.

- Calculer la charge q.

A.N: $m = 10^{-3}$ kg, l = 1.0 m, a = 0.1 m.



Solution 1

La résultante des forces électriques sur l'une des charges :

$$\overrightarrow{F_A} = \overrightarrow{F_{BA}} + \overrightarrow{F_{CA}}$$

Puisque : $F_{BA} = F_{CA} k \frac{q^2}{a^2} \cos(\frac{\pi}{6})$ Alors : $F = 2K\frac{q^2}{a^2}\cos(\frac{\pi}{6})$ (1)

D'après le schéma, la projection de O est le point O' (centre du triangle ABC) à une distance x de A :

$$\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{x}{a\frac{3}{2}} \quad \text{donc :} \quad x=\frac{2}{3}a\,cos(\frac{\pi}{6}) \qquad (2)$$

Puisque l'angle α étant petit, on a :

$$\sin\alpha = \tan\alpha \Rightarrow \frac{x}{l} = \frac{F}{mg} \qquad (3)$$

En remplaçant les relations (1) et (2) en (3) : $\frac{2}{3}\frac{a}{l}cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{2k}{mg}\frac{q^2}{a^2}cos\left(\frac{\pi}{4}\right)$

Donc : $q = \sqrt{\frac{a^3mg}{3Kl}} = 6\times10^{-8}$ C.

Exercice 2

Deux sphères conductrices identiques, chacune ayant une masse de 10 *g*, sont chargées respectivement avec q_1 et q_2. On les connecte, puis on les sépare.

1) Évaluer les charges q'_1 et q'_2 dans les scénarios suivants :

a) $q_1 = +4\times10^{-8}$ C et $q_2 = 0$.

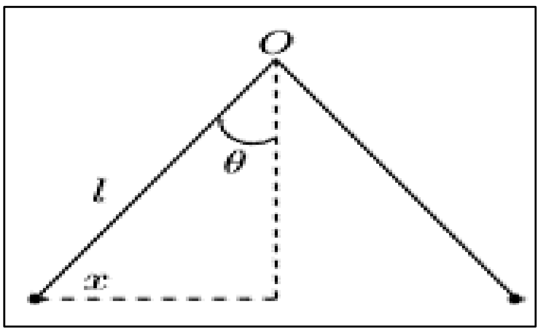
b) $q_1 = +3\times10^{-8}$ C et $q_2 = +\ 8\times10^{-8}$ C.

c) $q_1 = +3\times10^{-8}$ C et $q_2 = -8\times10^{-8}$ C.

2) Préciser chaque fois le sens du transfert d'électrons.

3) Les deux poids sont accrochés au même endroit O par deux cordelettes en Nylon de longueur l = 80cm (illustration ci-dessous). En mettant de côté le poids des fils, déterminez la distance 2x qui sépare les deux sphères pour les trois scénarios précédemment évoqués (on supposera que l'angle θ est assez faible et g = 10m/s²).

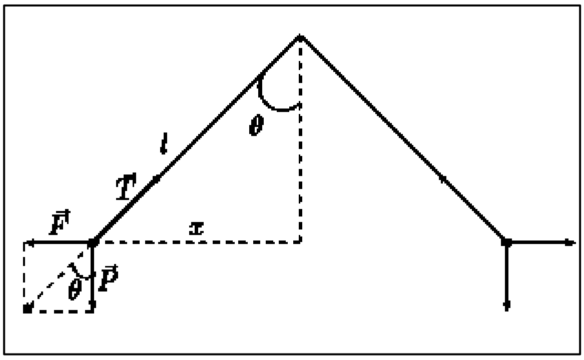
Données : l = 0.8m, K = 9×109 $C^{-2}m^3kg.s^{-2}$, m = 10^{-2} kg, g = 10m/s^2.



Solution 2

1) Comme les sphères sont identiques, elles porteront la même charge après le contact

$q_1' = q_2' = (q_1' + q_2')/2$



Système électriquement isolé ⇒ conservation de la charge : $q_1 + q_2 = q_1' + q_2'$,

Donc : $q_1' = q_2' = (q_1 + q_2)/2$

2) Le tableau suivant résume les résultats (en C) :

Cas	q1	q2	q1 + q2	q′1 = q′2
a	4×10^{-8}	0	4×10^{-8}	2×10^{-8}
b	3×10^{-8}	8×10^{-8}	11×10^{-8}	5.5×10^{-8}
c	3×10^{-8}	-8×10^{-8}	-5×10^{-8}	-2.5×10^{-8}

3) Les deux sphères portent la même charge et se repoussent donc par une force

$$F = k\frac{q_1' q_2'}{(2x^2)} = k\frac{(q_1')^2}{(2x)^2}$$

Géométrie : $\frac{x}{l} = \sin\theta$.

En appliquant la 2ème loi de Newton : $\sum \overrightarrow{F} = m.\vec{a}$ ⇔ $\vec{P} + \vec{T} + \vec{F} = 0$

On a : $tan\theta = \frac{F}{P}$ (L'angle étant petit, alors : $sin\theta = tang\theta$)

d'où : : $\frac{x}{l} = k\frac{(q_1')^2}{mg\ (2x^2)} \Rightarrow x = k\frac{l\ (q_1')^2}{4mgx}^{1/3}$

A.N : Cas a: x = 1.93 *cm*. Cas b: x = 3.79 *cm*. Cas c: x = 2.24 *cm*.

Exercice 3

Considérons une spire de rayon R traversée par un courant d'intensité I.

1) Déterminez le champ magnétique généré le long de l'axe OZ, à une distance Z du centre O, en

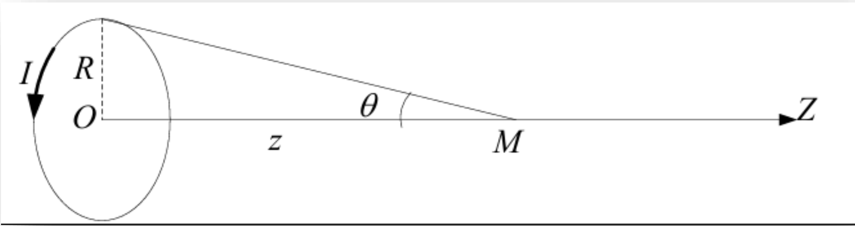
fonction de l'angle sous lequel on observe la spire (figure ci-dessous).

2) Identifiez l'expression : $B_Z = \frac{\mu_0.I}{2} \frac{R^2}{(R^2+Z^2)^{3/2}}$

3) Quelle serait la forme approximative de cette expression lorsque l'on s'éloigne considérablement de l'axe OZ ?

4) Établir l'expression du champ magnétique B_Z, en termes du moment magnétique M.

5) En déduire le champ magnétique B_O créé au centre O de la spire.



Solution 3

1) Selon la loi de Biot et Savart, le champ magnétique élémentaire $\overrightarrow{dB}$ généré par une longueur élémentaire dl de la spire traversée par un courant électrique de magnitude I est :

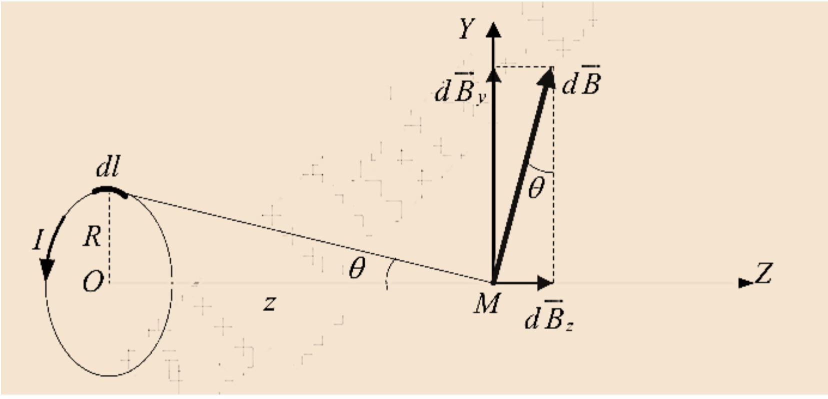
$$\overrightarrow{dB} = \frac{\mu_0.I}{4\pi R^3} \overrightarrow{dl} \wedge \vec{r}$$

On note que $\overrightarrow{dl} \perp \vec{r}$, ce qui comprend . $\left|\overrightarrow{dl} \wedge \vec{r}\right| = dl.r$, d'où :

$$dB = \frac{\mu_0.I}{4\pi R^3}.dl$$

Il est possible de décomposer $\overrightarrow{dB}$ en en deux éléments, $d\overrightarrow{B_Z}$ et $d\overrightarrow{B_Y}$. Ainsi, lors du processus d'intégration, toutes les composantes $d\overrightarrow{B_Y}$ s'éliminent mutuellement par paires à cause de la symétrie.

L'intégralité du champ est le résultat de toutes les composantes $d\overrightarrow{B_Z}$, ce qui fait que le vecteur $\overrightarrow{B_Z}$ résultant est en parallèle avec l'axe OZ.



En procédant par projection (voir figure), on obtient :

$$dB_Z = dB.\sin\theta \;\Rightarrow\; dB_Z = \frac{\mu_0.I}{4\pi R^2}\sin\theta\,.dl$$

Pour déterminer B_Z, nous intégrons l'expression précédente en fonction de la seule variable l, ce qui nous donne :

$$B_Z = \frac{\mu_0.I}{4\pi R^2}\sin\theta \oint dl$$

$$B_Z = \frac{\mu_0.I}{4\pi R^2}\sin\theta\,.2\pi R \;\Rightarrow\; B_Z = \frac{\mu_0.I}{2}\frac{R}{r^2}\sin\theta$$

Puisque $\sin\theta = \frac{R}{r}$, on peut donc obtenir l'expression finale du champ :

$$B_Z = \frac{\mu_0.I}{2R}\sin^3\theta \;\Rightarrow\; \overrightarrow{B_Z} = \frac{\mu_0.I}{2R}\sin^3\theta\;\overrightarrow{U_Z}$$

2) En substituant cette fois $\sin\theta\ par\ \frac{R}{r} = \frac{R}{(R^2+Z^2)^{1/2}}$, nous obtenons l'expression suggérée :

$$B_Z = \frac{\mu_0 . I}{2} \frac{R^2}{\left(R^2 + Z^2\right)^{3/2}}$$

3) On obtient la forme approximative de cette expression à des distances considérables de l'axe *OZ* en négligeant le rayon de la spire face à la distance *Z*, le résultat est :

$$B_Z \approx \frac{\mu_0 . I}{2} \frac{R^2}{Z^3}$$

4) Expression de B_Z en fonction du moment magnétique M:

$$\begin{cases} M = I.S \\ S = \pi R^2 \end{cases} \Rightarrow \quad M = I.\pi.R^2$$

$$B_Z = \frac{\mu_0 . I}{2} \frac{R^2}{(R^2 + Z^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0 . I}{2\pi} \frac{I\pi R^2}{(R^2 + Z^2)^{3/2}}$$

$$\Rightarrow \quad B_Z = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{M}{(R^2 + Z^2)^{3/2}}$$

5) Pour déterminer le champ magnétique généré au centre de la spire, on considère $z = 0$

$$B_O = \frac{\mu_0 . I}{2R}$$

Exercice 4

On envisage un cylindre à travers lequel circule un courant.

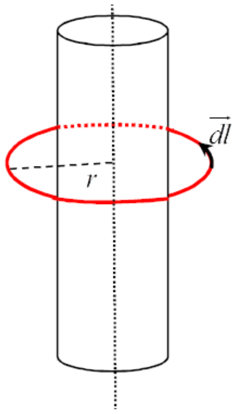
Par l'application du théorème d'Ampère :

1) Identifier le champ magnétique $\vec{B}$ généré à chaque point de l'espace.

2) Illustrer le champ en fonction de r la distance mesurée depuis l'axe.

Solution 4

1) On divise l'espace en deux partie :



- A l'intérieur du cylindre : $r \leq R$

Le théorème d'Ampère :

$$\oint \vec{B}.\vec{dl} = \mu_0.I$$

Puisque $\vec{B}$ est toujours tangentiel à la surface $\vec{B}//\vec{dl}$:

$$\oint \vec{B}.\vec{dl} = B\int dl = B \times l = B.(2\pi r) = \mu_0.I_{in}$$

I_{in}: est le courant qui traverse le cylindre de rayon r.

$I_{in} = J.S_{in} = J.(\pi r^2)$ (1)

Et : $I = J.S = J.(\pi R^2)$ (2)

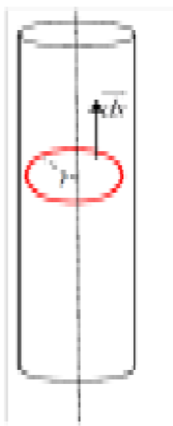
A partir les deux équations (1) et (2) :

$$I_{in} = \frac{I}{S}.S_{in} = I.\frac{\pi r^2}{\pi R^2} = I.\frac{r^2}{R^2}$$

$$B = \frac{\mu_0.I_{in}}{2\pi r} = \frac{\mu_0.I\frac{r^2}{R^2}}{2\pi r}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0.I.r}{2\pi R^2}\overrightarrow{U_\theta}$$

- A l'extérieur du cylindre : $r \geq R$



Selon Le théorème d'Ampère :

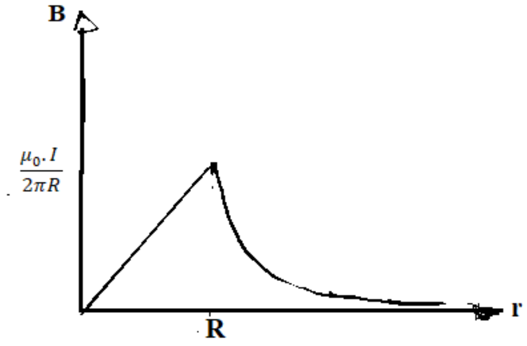
$$\oint \vec{B}.\vec{dl} = \mu_0.I$$

Étant donné que $\vec{B}$ est constamment tangent à la surface et uniforme :

$$B\int dl = B \times l = B.(2\pi r) = \mu_0.I$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0.I}{2\pi r}\overrightarrow{U_\theta}$$

2) Représentation du champ B en fonction de r :



$r \leq R : \; B = \left(\frac{\mu_0.I}{2\pi R^2}\right).r = \alpha.r$

$r \geq R : \; B = \left(\frac{\mu_0.I}{2\pi}\right).\frac{1}{r} = \frac{\beta}{r}$

Exercice 5

Une bobine de forme circulaire avec un rayon de $r = 0.1\ m$, (Voir la figure ci-dessous) comportant N =100 spires, est positionnée dans un champ magnétique uniforme qui est perpendiculaire au plan de la bobine. La variation du champ magnétique est décrite par la formule $B(T) = B_0 \sin(\omega t)$, où $B_0 = 0.5\ T$,

$\omega = 100\ \pi\ rad/s$ (ce qui équivaut à une fréquence de 50 Hz) et la résistance totale de la bobine est fixée à $R = 10\ \Omega$.

À l'instant où $B = {}^{B_0}/_{2}$, soit 0.25 T, un électron en mouvement dans la bobine a une vitesse de $v = 1 \times 10^6\ m/s$.

1) Effectuez le calcul :

a) La force de Lorentz F_L qui s'exerce sur l'électron.

b) L'accélération de l'électron résultant de cette force.

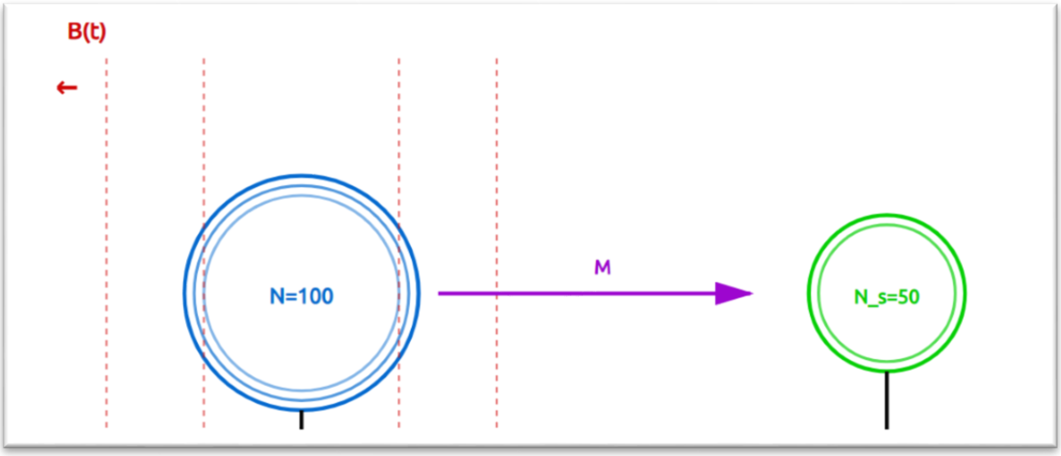
c) Le rayon de la trajectoire circulaire r_e est déterminé si l'électron se déplace de manière perpendiculaire au champ magnétique.

2) Calculer :

a) L'énergie magnétique à un instant donné $E_B(T)$, emmagasinée dans la bobine (en supposant une inductance de $L = 0.02\ H$).

b) L'énergie totale qui se dissipe durant une période complète T.

c) L'effort exercé par le champ magnétique sur le système au cours d'une demi-période.



Solution 5

1)

a) Force de Lorentz :

$F_L = |q| \times v \times B \times \sin\theta$

$\theta = 90° \Rightarrow \quad sin(90°) = 1$

Remplacement,

$F_L = 1.6 \times 10^{-19} \times 10^6 \times 0.25 \times 1$

$F_L = 4 \times 10^{-14}\ N$

b)

$a = \frac{F_L}{m_e}$ où : $m_e = 9.109 \times 10^{-31}\ kg$

$$a = \frac{4 \times 10^{-14}}{9.109 \times 10^{-31}} = 4.39 \times 10^{16}\ {}^{m}/_{s^2}$$

c)

$$r_e = \frac{m_e . v}{|q| \times B} = \frac{9.109 \times 10^{-31} \times 10^6}{1.6 \times 10^{-19} \times 0.25} = \frac{9.109 \times 10^{-25}}{4 \times 10^{-20}}$$

$r_e = 2.27 \times 10^{-5} = 22.77\ \mu m$

2) a) Énergie magnétique instantanée :

$$E_B(t) = \frac{1}{2} L_i^2(t)$$

Où : $i(t) = -15.71. cos(100\pi t)$

$$E_B(t) = \frac{1}{2} \times 0.02 \times (15.71)^2 \times cos^2(100\pi t)$$

$$E_B(t) = 2.468. cos^2(100\pi t) \; Joule.$$

b) Énergie totale dissipée pendant une période :

$E_{totale} = P_{moy} \times T$, où : $T = \frac{1}{f} = \frac{1}{50} = 0.02 \; s$

$$E_{totale} = 1234 \times 0.02 = 24.68 \; Joule$$

c) Travail pendant une demi-période :

$$W = P_{moy} \times \frac{T}{2} = 1234 \times 0.01 = 12.34 \; Joule$$

Exercice 6

Une ligne de tension droite est positionnée à une altitude de 12 mètres au-dessus du sol. Elle véhicule un courant de 300 A en direction occidentale.

Définissez le champ magnétique qu'elle génère et évaluez son intensité au sol, sous la ligne.

Faites une comparaison avec le champ magnétique de la Terre.

Solution 6

Selon la règle de la main droite : si le courant va vers l'ouest, le vecteur du champ magnétique généré par ce courant se dirige vers le sud. Pour un courant linéaire, l'intensité du champ magnétique est déterminée par l'application de la loi :

$$B = \frac{\mu_0 . I}{2\pi r}$$

$$\Rightarrow B = \frac{4.\pi \times 10^{-7} \times 300}{2\pi \times 12} \quad \Rightarrow \quad B = 5.10^{-6}\ T$$

$$\frac{B}{B_0} = \frac{5.10^{-6}}{5.10^{-5}} = 10^{-1}$$

Le champ généré par la ligne à haute tension ne constitue qu'un 10 % du champ magnétique terrestre.

Exercice 7

1) La troisième équation de Maxwell nous indique que $\overrightarrow{rot}\vec{E}$ est équivalente à :

a. $0.$

b. $-\frac{\partial B}{\partial t}$

c. $\frac{\rho}{\varepsilon_0}$

2) L'expression de conservation de la charge est formulée comme suit :

a. $div\,\vec{j} = \rho$

b. $div\,\vec{j} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$

c. $\vec{j} - \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$

3) L'équation de Maxwell $div\,\vec{B} = 0$ indique que :

a. Les trajectoires du champ magnétique $\vec{B}$ se dispersent

b. Le champ $\vec{B}$ est de type conservatif

c. Le champ $\vec{B}$ change en fonction du temps

4) Le symbole $\varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ fait référence à :

a. Un courant de conduction

b. Un courant de déplacement

c. Un courant de dérive

Solution 7

1) La 3e équation de Maxwell nous dit que $\overrightarrow{rot}\vec{E}$ est égale à : b. $-\frac{\partial B}{\partial t}$

2) L'équation de conservation de la charge s'écrit : b. $div\,\vec{j}+\frac{\partial \rho}{\partial t}=0$

3) L'équation de Maxwell $div\,\vec{B}=0$ signifie que : Le champ $\vec{B}$ est à flux conservatif

4) Le terme $\varepsilon_0\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ représente : Un courant de déplacement

Exercice 8

Soit, dans le vide, un champ électrique de composantes :

$E_x=0\,, E_y=0,\;\; E_Z=E_0.e^{(\alpha t-\beta x)}$

1) Déterminer sa divergence et son rotationnel.

2) Déduisez les éléments du champ magnétique $\vec{B}$ qui l'accompagne

3) Effectuer le calcul de $div\,\vec{B}$ et $\overrightarrow{rot}\vec{B}$.

4) Quelle doit être la relation entre α et β pour que les équations de Maxwell soient respectées ?

Solution 8

1) La divergence :

On a : $div\,\vec{E}=0$

Étant donné que nous sommes dans le vide, cela équivaut à 0.

Le rotationnel se compose de :

$$\overrightarrow{rot}\vec{E}=\begin{cases}\left(\overrightarrow{rot}\vec{E}\right)_x=\dfrac{\partial E_z}{\partial y}-\dfrac{\partial E_y}{\partial z}=0\\ \left(\overrightarrow{rot}\vec{E}\right)_y=\dfrac{\partial E_x}{\partial z}-\dfrac{\partial E_z}{\partial x}=\beta E_Z\\ \left(\overrightarrow{rot}\vec{E}\right)_z=\dfrac{\partial E_y}{\partial x}-\dfrac{\partial E_x}{\partial y}=0\end{cases}$$

$\vec{B}$ n'a pas de composante non nulle que B_y ($\vec{E}$ est suivant z, la direction de propagation suivant x)

La loi de Faraday donne :

$$\overrightarrow{rot}\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \Rightarrow \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -\beta E_Z$$

$$\overrightarrow{rot}\vec{E} = -\beta E_0 \, e^{(\alpha t - \beta x)}$$

$$B_y = -\frac{\beta}{\alpha} E_0 \, e^{(\alpha t - \beta x)}$$

D'où : $div\, \vec{B} = \frac{\partial E_y}{\partial y} = 0$

$$\overrightarrow{rot}\vec{B} = \begin{cases} \left(\overrightarrow{rot}\vec{B}\right)_x = \dfrac{\partial B_z}{\partial y} - \dfrac{\partial B_y}{\partial z} = 0 \\ \left(\overrightarrow{rot}\vec{B}\right)_y = \dfrac{\partial B_x}{\partial z} - \dfrac{\partial B_z}{\partial x} = 0 \\ \left(\overrightarrow{rot}\vec{B}\right)_z = \dfrac{\partial B_y}{\partial x} - \dfrac{\partial B_x}{\partial y} = \dfrac{\beta^2}{\alpha} E_0 \, e^{(\alpha t - \beta x)} = \dfrac{\beta^2}{\alpha} E_Z \end{cases}$$

Le théorème d'Ampère nous impose la nécessité de :

$\left(\overrightarrow{rot}\vec{E}\right)_z = \mu_0 \, \varepsilon_0 \, \frac{\partial E_z}{\partial t}$ soit $\frac{\beta^2}{\alpha} E_Z = \mu_0 \, \varepsilon_0 \, \alpha E_Z$

Pour que les équations de Maxwell soient respectées, il est nécessaire que :

$\alpha^2 = \mu_0 \, \varepsilon_0 \, \beta^2 = c^2 \beta^2$ Où c : est la vitesse de la lumière.

Exercice 9

Un fil droit et infini, traversé par un courant de force I = 5 A, est positionné suivant l'axe vertical (OZ). On positionne une charge ponctuelle de q = 2 mC à une distance r = 0.1 m du fil, qui se déplace à la vitesse $\vec{v} = 4 \ {}^{m}/_{s} \, . \vec{e}_x$

1) Déterminez le champ magnétique $\overrightarrow{B_r}$ engendré par le fil à une distance r (loi de Biot et Savart simplifiée). Fournissez la direction et le module.

2) Identifier la force de Lorentz $\vec{F}$ qui agit sur la particule en déplacement. Interpréter son orientation en relation avec les vecteurs $\vec{v}$ et $\vec{B}$.

3) Si la charge se déplace le long de l'axe du fil (direction OZ) à une vitesse identique, calculez la force de Lorentz modifiée. Faire une comparaison avec le précédent résultat.

Solution 9

1) Champ magnétique créé par le fil :

Formule générale (loi de Biot-Savart pour un fil infini) :

Données : $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\, T.\frac{m}{A}$; $I = 5\, A$; $r = 0.1m$

$$B = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 5}{2\pi \times 0.1} = 10^{-5}\, T$$

$B = 10^{-5}\, T = 10\, \mu T$ dirigé selon $\vec{e}_y$

2) Force de Lorentz :

$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$

Calcul du produit vectoriel :

$\vec{v} \times \vec{B} = (3\, \vec{e}_x) \times \left(-10^{-5}\vec{e}_y\right) = -3 \times 10^{-5}\, \vec{e}_z$

$\vec{F} = 2 \times 10^{-3} \times (-3 \times 10^{-5})\vec{e}_z = -6 \times 10^{-8}\, \vec{e}_z\, N$

Le module : $|\vec{F}| = 6 \times 10^{-8}\ N = 60\, nN.$

La force est perpendiculaire à la fois à $\vec{v}$ et $\vec{B}$, dirigée selon $-\vec{e}_z$ (vers le bas).

3) La force si la charge se déplace selon OZ :

Nouvelle vitesse : $\overrightarrow{v'} = 3\, \vec{e}_z\, {}^{m}/_{s}$

$\overrightarrow{v'} \times \vec{B} = (3\, \vec{e}_z) \times \left(-10^{-5}\vec{e}_y\right) = 3 \times 10^{-5}\, \vec{e}_x$

La force : $\vec{F} = 2 \times 10^{-3} \times 3 \times 10^{-5}\ \vec{e}_x = 6 \times 10^{-8}\ \vec{e}_x\ N$

Comparaison : Même module, mais orientation différente (basée sur +x au lieu de -z). Selon la loi de Lorentz, la force varie en direction en fonction du mouvement.

Exercice 10

Nous envisageons un solénoïde idéal et infini, qui possède *N* tours adjacents par mètre de longueur et qui comprend plusieurs couches. On désigne le rayon intérieur par R_1 et le rayon extérieur par R_2. On considère que le champ magnétique est inexistant à l'extérieur.

Dans une spire, l'intensité du courant se note *I*.

1) Fournir l'expression du champ magnétique à un point situé sur l'axe du solénoïde.

2) Démontrer que le champ à l'intérieur du solénoïde est uniforme.

3) Fournir l'expression du champ à l'intérieur des bobinages en fonction de la distance par rapport à l'axe.

4) Fournissez l'expression du flux magnétique traversant une section transversale du solénoïde.

Solution 10

1) Le champ magnétique généré par le solénoïde est aligné avec l'axe de la bobine. Il demeure constant lors d'une translation le long de (z' z), ou lors d'une rotation autour de cet axe.

Le contour *AFGHA* est sélectionné pour l'application du théorème d'Ampère.

Conformément au parcours *AF* : le champ est nul puisque qu'il se situe à l'extérieur du solénoïde (selon les informations fournies).

Selon les parcours *FG* et *AH* : le vecteur champ est orthogonal à ces deux itinéraires : la circulation du champ est inexistante.

$$GH = L : C = \int_G^H \vec{B}\,(r)\,\overrightarrow{dl} \Rightarrow C = B(r).L$$

Intensité des courants entrelacés :

La longueur L inclut NL tours. On trouve des spires $N(R_2 - R_1)$ dans l'épaisseur $R_2 - R_1$. Ainsi, l'intensité du courant traversant cet ensemble de bobines entrelacées est :

$$NL.N(R_2 - R_1) = N^2(R_2 - R_1)\,L.I$$

Nous utilisons le théorème d'Ampère :

$$C = B(r).L = \mu_0 N^2(R_2 - R_1)\,L.I$$

Au final, l'intensité du champ magnétique à un point de l'axe est équivalente à :

$$B(r) = \mu_0 N^2(R_2 - R_1)\,.I$$

2) Une délimitation semblable à la précédente, qui traverse P quel que soit son emplacement à l'intérieur du solénoïde, mène au même effet : le champ est homogène à l'intérieur du solénoïde. On suit les mêmes procédures que précédemment, lorsque le point M se situe dans les enroulements à une distance de l'axe. Il suffit d'échanger R_1 pour déduire :

$$B(r) = \mu_0 N^2(R_2 - r)\,.I$$

4) Le passage à travers une coupe transversale du solénoïde nécessite l'addition de deux flux :

- Le flux se produisant à l'intérieur du solénoïde, qui est équivalent à :

$$\begin{cases} \Phi_i = S.B \\ S = \pi R_1^2 \end{cases} \Rightarrow \Phi_i = \pi R_1^2 \mu_0 N^2(R_2 - R_1)\,.I$$

- Pour le flux traversant les bobinages, on sélectionne une couronne ayant un rayon et une épaisseur d, de sorte que sa surface élémentaire soit $dS = 2\pi rdr$. Nous incluons l'expression que nous avons dénichée dans 3), de R_1 à R_2. On arrive à obtenir :

$$\Phi_2 = \int_{R_1}^{R_2} \mu_0 N^2 (R_2 - R_1) \,.I.\, 2\pi rdr \Rightarrow \Phi_2 = \mu_0 \pi N^2 \,.I \left(\frac{1}{3} R_2^3 - R_2 R_1^2 + \frac{2}{3} R_1^3\right)$$

Le flux total est donc :

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 \Rightarrow \Phi = \frac{1}{3} \pi \mu_0 N^2 \, I(R_2^3 - R_1^3)$$

Exercices supplémentaires

Exercice 1

On considère une spire carrée de côté *a*, positionnée dans le plan (Oxy) et traversée par un courant à intensité stable.

1) Déterminer le champ magnétique à un point *M*.

Exercice 2

Nous envisageons un solénoïde de longueur infinie (C) qui renferme n spires par unité de longueur et à travers lequel circule un courant d'intensité *I*.

1) Évaluer le champ magnétique d'induction généré à un point spécifique de son axe.

2) Appliquez le théorème d'Ampère pour déterminer le champ d'induction généré par ce solénoïde à l'intérieur et à l'extérieur.

3) Déterminez le potentiel vecteur $\vec{A}(r)$ pour tout point *M* qui se trouve à une distance *r* de l'axe du solénoïde.

4) Dessinez les graphes $B(r)$ et $A(r)$.

Exercice 3

Un cylindre métallique de conductivité γ, avec un rayon a et une longueur L, est positionné à l'intérieur d'un solénoïde long qui partage le même axe que le cylindre, possède un rayon R et comporte n spires par mètre. Ce dernier est traversé par un courant de basse fréquence d'intensité $i(t) = I_0 \cos(\omega t)$.

1) Énoncer l'expression du champ magnétique généré par ce solénoïde à chaque point de l'espace.

2) On peut en conclure qu'inévitablement, un champ électrique $\vec{E}$ est généré. Identifier à l'intérieur du solénoïde.

3) Dérivez la densité de courant volumique $\vec{j}$ qui se manifeste dans le cylindre conducteur.

4) Calculer la puissance instantanée qui est perdue par effet Joule dans le conducteur. À l'intérieur du cylindre, identifiez le champ magnétique variable $\overrightarrow{B'}$ qui est supposé inexistant à l'extérieur du cylindre et qui est généré par la densité de courant volumique.

5- Déterminez le ratio des amplitudes des champs $\vec{B}$ et $\overrightarrow{B'}$.

Exercice 4

Deux courants électriques de 1A et 3A, orientés comme illustré sur le schéma, se rencontrent au point *O*.

- Quel est l'ampleur et la direction du champ magnétique au point *P*, qui se trouve dans le plan des deux courants, à 1m et 2m de distance des deux sources de courant comme précisé dans le

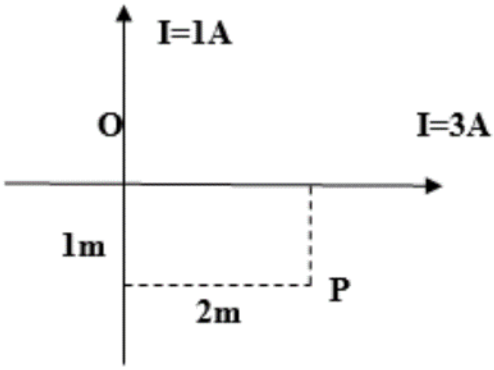


schéma ?

Exercice 5

Une particule de masse $2.10^{-3}\ kg$ porte une charge de $3.10^{-6}\ C$. Avec une vitesse initiale horizontale de $7.10^{2}\ m/s$.

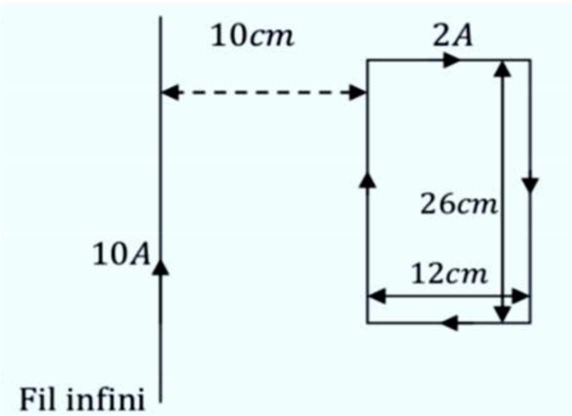
- Quelle est l'intensité et la direction du champ magnétique minimal qui maintiendra la particule sur une trajectoire horizontale en compensant l'effet de la gravité ?

Exercice 6

Dans le contexte illustré par la figure ci-dessous ;

1) Quelle est l'intensité de la force magnétique qui agit sur le cadre métallique ?

2) Quelle est la force exercée sur le fil supérieur dans la structure ?



Exercice 7

Un proton a une vitesse $\vec{v} = 2\vec{k} \times 10^6 \ {}^{m}/_{s}$ entre dans un champ magnétique, subit l'action d'une force $\vec{F} = 2 \times 10^{-13} \ \vec{\imath} \, N$.

1) Déterminer le champ magnétique $\vec{B}$.

Quand sa vitesse est suivant Oz il subit une force suivant Oy**,** Déterminer la direction du champ magnétique $\vec{B}$ dans ce cas.

BIBLIOGRAPHIE

BIBLIOGRAPHIE

[1] M.Berlin, J.P. Faroux et J. Renault, "Electromagnétisme 1, Electrostatique", Dunod, 1977.

[2] Y. Granjon, Exercices et Problèmes d’Electricité, Dunod, Paris, 2003.

[3] A. Fizazi, " Electricité et Magnétisme", OPU, 2012.

[4] BENDENIA Chahrazed, Polycopié Rappels de cours et exercices d’électricité, 2020-2021.

[5] Dr. BENSEHIL Ilhem, Polycopie de Travaux dirigés (Physique 2), 2023-2024.

[6] Dr Amar BENMOUSSA, Physique 2 cours et exercices corrigés, ESG2E, 2021.