

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
République Algérienne Démocratique et Populaire
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
Ministère De l'Enseignement Supérieur Et De La Recherche Scientifique

BADJI MOKHTAR UNIVERSITY – ANNABA
UNIVERSITE BADJI MOKHTAR ANNABA



جامعة باجي مختار عنابة
Année 2023

Faculté des Science
Département de physique
THESE
Présenté en vue de l'obtention du diplôme de
DOCTORAT LMD
Option : Optique Non Linéaire
Par
DJEGHAB LAID

**Etude Et Optimisation Par L'analyse Numérique De
L'impact Des Limitations Physiques Dans Les Systèmes De
Transmission Multiplexé**

Directrice de thèse : HAMAIZI YAMINA

Professeur Univ.badji mokhtar Annaba

Devant le jury :

Président	GHERS MOKHTAR	Professeur	Univ. BMA, Annaba
Encadreur	HAMAIZI YAMINA	Professeur	Univ. BMA, Annaba
Examineurs	MERADJI HOCINE	Professeur	Univ. BMA, Annaba
	AZZOUZI FAÏÇAL	Professeur	Univ. MCM,Souk-ahrass
Membre invité	TRIKI HOURIA	Professeur	Univ. BMA, Annaba

ملخص

تعد الدراسة النظرية والمحاكاة العددية لديناميكية الانتشار الزمني عبر الألياف البصرية الأحادية النمط لنبضات شديدة القصر من درجة الفمتو ثانية موضوعاً في غاية الأهمية خاصة في مجال البحث العلمي لاسيما في تخصصات تطوير تكنولوجيا الألياف البصرية. يمثل هذا النموذج امتداداً لمعادلة شرودنجر التكميلية غير الخطية التي يتم فيها تضمين العديد من التأثيرات غير الخطية والتشتت عالية المستوى. مما يمكن أن يساعدنا على البحث عن أنواع مختلفة من الأمواج الانفرادية الضوئية التي يمكن أن تنتشر في وسط مادي دون أي تشوه ملحوظ على فهم الظواهر غير الخطية والعمليات الديناميكية التي تظهر في النظام الفيزيائي.

تجدر الإشارة أن مبدأ هذا البحث الذي قمنا به يقوم على فحص وجود استقرار وانتشار الأمواج الانفرادية الدورية في وسط لا خطي يتميز بضعف عدم التمرکز والذي تظهر به أنواع مختلفة من التأثيرات الفيزيائية التي نذكر منها تشتت سرعة المجموعة، التأثيرات الزمنية اللا خطية من الرتبة الثالثة والخامسة. من خلال دراستنا المعمقة للمعادلة اللا خطية لشرودنجر ذات الرتب العالية والمعروفة بوصفها لديناميكيات انتقال النبضات الضوئية فائقة القصر، حصلنا على فئة جديدة من الأمواج الدورية اللا خطية تحت تأثيرات فيزيائية مما جعلنا نتحصل على نتيجة تعتبر فريدة من نوعها وهي تشكل أمواج انفرادية رمادية غير خطية. بالإضافة إلى ذلك، قمنا بتحليل عددي لاستقرار الأمواج الانفرادية الرمادية ذات الزقزقة المتحصل عليها فيما يتعلق بالاضطرابات المختلفة الموجودة في الوسط. حيث أظهرت النتائج العددية أن الهياكل الزقزقة التي حصلنا عليها تظل دائماً مستقرة فيما يتعلق بالاضطرابات الأولية المحدودة، مثل السعة والضوء الأبيض. نظراً لقوة الأمواج الانفرادية الرمادية ذات زقزقة. من الجهة التجريبية، يمكن ملاحظة هذه النبضات الموضعية في أنظمة الاتصالات عن طريق الألياف البصرية.

الكلمات المفتاحية: الأمواج ذات زقزقة، معادلة شرودنجر غير الخطية ذات الترتيب العالي، الأمواج الانفرادية،

الألياف البصرية .

Abstract

The propagation of light pulses of a few femtoseconds duration in a single-mode optical fibre modelled by the higher-order non-linear Schrödinger equation is an important research topic, particularly in the field of optical telecommunications. The search for different types of optical solitons that can propagate in the material medium without any noticeable deformation can help us understand the non-linear phenomena and dynamic processes that occur in the physical system.

The objective of our work is to study the existence, propagation and stability properties of nonlinearly chirped periodic and solitary waves in an optical material characterised by weak non-locality and exhibiting different physical effects such as group velocity dispersion, space-time dispersion, and third and fifth order nonlinearities. By introducing a special ansatz, we have found a new class of chirped periodic waves in the presence of all physical processes. We will show that in the presence of the effect of non-linear dispersion, periodic and solitary waves acquire a non-linear chirp depending on the intensity of the wave. In addition, we have numerically analysed the stability of our chirped grey solitary waves with respect to the different perturbations present in the medium. The numerical results show that the chirped structures we obtained are always stable with respect to finite initial perturbations, such as amplitude and white noise. Due to the robustness of our chirped grey solitons, these localised pulses can be observed experimentally in fibre-optic systems.

Keywords : cherged wave, higher-order non-linear Schrödinger equation, solitons, fibre-optic.

Résumé

La propagation des impulsions lumineuses de durée de quelques femtoseconde dans une fibre optique monomode modélisée par l'équation de Schrödinger non-linéaire d'ordre supérieur constitue un sujet de recherche important en particulier dans le domaine des télécommunications optiques. Ce modèle représente une extension de l'équation de Schrödinger non-linéaire cubique dans laquelle sont inclus divers effets non-linéaires et dispersifs d'ordre élevé. La recherche de différents types de solitons optiques pouvant se propager dans le milieu matériel sans aucune déformation notable peut nous aider à comprendre les phénomènes non-linéaires et les processus dynamiques qui apparaissent dans le système physique.

L'objectif de notre travail est d'étudier les propriétés d'existence, de propagation et de stabilité des ondes périodiques et solitaires chirpées non-linéairement dans un matériau optique caractérisé par une faible non localité et présentant différents effets physiques tels que la dispersion de la vitesse de groupe, la dispersion spatio-temporelle, et les non-linéarités de troisième et cinquième ordre. En introduisant un ansatz spécial, nous avons trouvé une nouvelle classe d'ondes périodiques chirpées en présence de tous les processus physiques. Nous montrons également l'existence de nouvelles ondes solitaires grises. Nous démontrerons qu'en présence de l'effet de la dispersion non linéaire, les ondes périodiques et solitaires acquièrent un chirp non-linéaire dépendant de l'intensité de l'onde. De plus, nous avons analysé numériquement la stabilité de nos ondes solitaires grises chirpées vis-à-vis aux différentes perturbations présentes dans le milieu. Les résultats numériques montrent que les structures chirpées que nous avons obtenues restent toujours stables par rapport aux perturbations initiales finies, telles que l'amplitude et le bruit blanc. En raison de la robustesse de nos solitons gris chirpés, ces impulsions localisées peuvent être observées expérimentalement dans les systèmes à fibres optiques.

Mots clés : les ondes chirpées, l'équation de Schrödinger non-linéaire d'ordre supérieur, les Solitons, fibre optique.

Dédicace

Je dédie ce travail :

A ma mère et mon père : Sources de volonté et de générosité.

A ma femme : Source de tendresse et de soutien.

A mes enfants Younes et Abd Erahman sources d'amour et espoir.

A mon frère et mes sœurs.

A tous ceux qui m'ont donné la force et l'espoir pour continuer mon chemin et de devenir ce que je suis.

Remerciements

Je tiens, tout d'abord à remercier **ALLAH** qui m'a aidé et m'a donné la foi et le courage, la force et la patience d'accomplir ce travail.

Je remercie ma directrice de thèse professeur Hamaizi Yamina du département de physique à l'université Badji Mokhtar Annaba, je remercie sincèrement messieurs les membres de jury : Monsieur Ghers Mokhtar professeur à l'université Badji Mokhtar Annaba, d'avoir accepté de présider le jury, Monsieur Meradji Hocine, professeure à l'université de Badji Mokhtar Annaba, Monsieur Azzouzi Faiçal, professeur à l'université Mohamed Chrif Mssadia de Souk Ahrass, qui ont accepté d'examiner ce modeste travail qui par leurs remarques objectives, lui ont donné une valeur académique et un plus valorisant.

Je remercie Madame Triki Houria, professeur à l'université de Badji Mokhtar Annaba qui m'a toujours accordée généreusement de son temps et m'avoir aidé et partagé ses idées et sa grande expérience dans le domaine de la physique non linéaire.

J'adresse aussi mes profonds remerciements à Monsieur El Akrmi Abdessetar pour son aide et son soutien moral.

Je tiens à remercier particulièrement, Monsieur Kherouf Mohamed ingénieur principal au centre régional de télé conduite du réseau électrique THT SONELGAZ pour sa précieuse contribution à la lecture, la correction et aux ajustements apportés à mon mémoire.

Enfin un grand merci à mes parents à qui, je ne saurais jamais capable de les remercier, sans oublier mon épouse, Dr Bouasla Imen qui n'a jamais tardé pour me soutenir et me donner main forte pour bien réussir tout le long de notre vie.

Table des matières

ملخص	*
Abstract.....	**
Résumé.....	***
Dédicace.....	****
Remerciements.....	*****
Table des matières	*****
Table des figures	*****
Introduction générale.....	2
Organisation de la thèse	4
Bibliographie.....	5
Chapitre 1. Les Principes Fondamentaux De L'optique Non Linéaire.....	6
1.1. Introduction	7
1.2. Principe d'Interactions lumière – matériaux	7
1.2.1. La source de la non linéarité optique et les mécanismes de polarisation	7
1.2.1.1. Les phénomènes linéaires et non linéaires macroscopiques	7
1.2.1.2. Les différents mécanismes de polarisation	8
1.2.2. L'interaction non linéaire	9
1.2.2.1. Les différents types d'interactions non linéaires.....	10
a. Somme de fréquences.....	10
b. Différence de fréquences.....	10
c. Oscillation paramétrique.....	11
1.3. Les effets non linéaires du troisième ordre	12
1.3.1. La susceptibilité du troisième ordre et mélange à 4 ondes.....	12
1.3.2. Diffusions stimulées (Effet Brillouin stimulés et effet Raman).....	13
1.4. L'effet Kerr optique	14
1.5. La Dispersion d'un milieu physique	14
1.5.1 La dispersion du premier ordre	15
1.5.2. La dispersion du deuxième ordre	16
1.5.3. propriétés du paramètre de dispersion.....	17
1.5.3.1. La dispersion anormale	17
1.5.3.2. La dispersion normale	18
1.6. Conclusion.....	18
Bibliographie.....	19
Chapitre 2. Caractéristiques Et Limitations Physiques De La Fibre Optique.....	21
2.1. Introduction	22

2.2. Généralités sur la fibre optique	22
2.2.1. La dispersion	23
2.2.2. La non linéarité.....	25
2.2.3. L'atténuation	26
2.2.3.1. Origine et mécanisme de l'atténuation.....	27
2.2.3.2. Les pertes par diffusion Rayleigh.....	27
2.2.3.3. Les pertes par absorption.....	27
2.2.3.4. Les pertes extrinsèques (environnementale)	28
2.3. La dynamique de Propagation des impulsions lumineuses.....	28
2.4. Régime de propagation d'Impulsion lumineuse dans une fibre optique.....	30
2.4.1. Régime non linéaire	30
2.4.1.1. Auto modulation de la phase (SPM)	30
2.4.1.2. La modulation de phase croisée (XPM).....	31
2.4.1.3. Processus de mélange à quatre ondes.....	32
2.4.2. Le Régime dispersif	32
2.4.2.1. La Dispersion chromatique d'ordre 2 (GVD)	32
2.4.2.2. La Dispersion chromatique d'ordre 3 (TOD).....	35
2.5. Conclusion.....	37
Bibliographie.....	38
Chapitre 3. Les Solitons Optiques	39
3.1. Introduction	40
3.2. Les types de solitons	40
3.2.1. Les solitons spatiaux	40
3.2.2. Les solitons temporels.....	41
3.2.3. Les solitons spatiaux temporels (balle de lumière)	41
3.3. La dynamique de propagation des solitons temporels	42
3.3.1. Le soliton temporel noir	43
3.3.2. Le soliton temporel brillant	43
3.4. Les interactions entre les solitons voisins	44
3.5. Les solitons d'ordre supérieur	46
3.5.1. Les solitons d'ordre deux	47
3.5.2. Les solitons de troisième ordre.....	47
3.6. La propagation des solitons dans les différents milieux.....	47
3.6.1. Équation de Korteweg et de Vries.....	47
3.6.2. Équation de sine-Gordon.....	48
3.7. L'équation non linéaire de schrodinger d'ordre supérieur	49
3.8. Les solutions solitonique.....	50

3.8.1. Le soliton dipôle	50
3.8.2. Le soliton multipôles	50
3.8.3. Le soliton combiné	51
3.9. Conclusion.....	51
Bibliographie	52
Chapitre 4. Dynamique de Propagation Non Linéaire des Solitons Chirpés	54
4.1. Introduction	55
4.2. Définition d'un chirp	57
4.3. Principe de la phase stationnaire	57
4.4. Différents types de chirp	58
4.4.1. Chirp linéaire.....	58
4.4.2. Chirp non linéaire.....	58
4.4.3. Chirp en loi de puissance	58
4.4.4. Spectre d'un chirp	59
4.4.5. Définition du chirp temporel	59
4.4.6. Définition du chirp spectral.....	59
4.5. Classification des non linéarités	60
4.5.1. Non linéarité de loi de Kerr.....	60
4.5.2. Non linéarité de loi parabolique	60
4.5.3. Non linéarité de loi de puissance.....	61
4.6. Modèle de l'équation d'ondes progressives chirpées.....	61
4.7. Résultats et discussion.....	64
4.8 .Analyse de la stabilité	69
4.9. Conclusions	70
Bibliographie	71
- Conclusion Générale	75
Conclusion générale	77

Table des figures :

Figure 1.1 : Schéma de la déformation du nuage électronique d'une molécule soumise à un champ électrique oscillant. Où r est le déplacement. 7

Figure 1.2 : Principes des différents types d'interactions optiques non linéaires. 11

Figure 1.3 : processus de mélange à quatre ondes..... 13

Figure 1.4 : Propagation d'une onde dans le cas d'une dispersion anormale 17

Figure 1.5 : Propagation d'une onde dans le cas d'une dispersion normale. 18

Figure 2.1 : La figure représente (de gauche à droite) la coupe d'une fibre optique 23

Figure 2.2 : Evolution de l'atténuation en fonction de la longueur d'onde dans la fibre optique 28

Figure 2.3 : (a) Profil de chirpe à différentes distances de propagations obtenues par résolution de l'équation de Schrödinger non linéaire sans dispersion. (b). Profil d'intensité de l'impulsion gaussienne, initiale (solide) et après $5L_{NL}$ de propagation (cercle)..... 31

Figure 2.4 : Spectre d'un signal, de pompe à deux nouvelles longueurs d'onde créé par le processus de mélange à quatre ondes 32

Figure 2.5 : (a) représente un profil de deux dimensions d'une impulsion gaussienne, (b) représente l'évolution d'une impulsion gaussienne dans un milieu purement dispersif, pour une distance de $40 L_D$, (c) représente un profil d'un chirp. 35

Figure 2.6 : (A) Profil d'intensité pour une impulsion gaussienne, initialement (trait continu rouge) - après $3L_{D_3}$ de propagation (pointillés). (B) Développement d'un spectre de l'impulsion, initialement (trait continu) et après $3L_{D_3}$ de propagation (pointillés). (C) Développement d'une impulsion sous forme gaussienne dans une fibre optique purement dispersive de troisième ordre $5L_{D_3}$ 37

Figure 3.1 : Profil d'une impulsion sous trois effets : Auto focalisation, diffraction et le soliton spatial..... 41

Figure 3.2 : Propagation d'un soliton noir dans une fibre optique..... 43

Figure 3.3 : Propagation d'un soliton brillant dans une fibre optique. 444

Figure 3.4 : Courbes d'évolution d'une paire de solitons montrant les effets de l'interaction entre les solitons adjacents pour quatre choix différents. 466

Figure 3.5 : Evolution d'un soliton d'ordre 2 et d'un soliton d'ordre 3 respectivement..... 46

Figure 3.6 : Profile d'évolution de la solution Soliton de l'équation (3.18) de KdV où $\gamma = 0.5$, $\eta = 0.3$ et $c = 2$ 48

Figure 3.7 : Profile d'évolution du Sin Gordon où $\lambda=0,8$ 49

Figure 3.8 : Profile d'un soliton dipôle 500

Figure 3.9 : Profil de solitons multipôles, (a) : soliton sous forme W. (b) : soliton tri pôle en vert pointée et le soliton de cinquième ordre en rouge..... 511

Figure 4.1 : (a) Profil d'intensité de l'onde périodique chirpée (4.39) en fonction de x à t=0 et (b) son évolution pour les valeurs $\alpha=0.8$, $\beta=-2$, $\gamma=-0.5$, $\lambda =-2.25$, $\sigma=2$, $\omega=0.1$, $\omega=0.5$, $\mu =0.125$, $\delta=5.25$, $v =0.1$, et $k =0.25$ 66

Figure 4.2 : (a) : Profil d'évolution d'intensité de l'onde solitaire grise chirpée (4.41) avec les paramètres $\alpha=0,8$, $\beta=-2$, $\gamma=-0,5$, $\lambda =-2,25$, $\sigma=2$, $\omega=0,1$, $\omega=0,5$, $\mu =0,125$, $\delta=5,25$, $v =0,1$. (b) : profils de chirp de la solution grise pour différentes valeurs de σ : $\sigma=1,6$, $1,8$ et 2 68

Figure 4.3 : L'évolution numérique de (a) une impulsion initiale dont l'amplitude est 10% plus petite que la solution exacte, (b) la solution exacte sous la perturbation d'un bruit blanc dont la valeur maximale est 0.1. Les paramètres utilisés ici sont les mêmes que ceux de la figure 2(a). 69

- **Introduction Générale**
- **Organisation de la thèse**
- **Bibliographie**

Introduction générale

Durant les trois dernières décennies, les ondes solitaires et les solitons ont fait l'objet d'une importance particulière de la part des chercheurs et des investisseurs industriels. Les ondes solitaires et les solitons apparaissent dans de larges domaines : Supports de communications par fibres optiques, les ondes d'eaux profondes et peu profondes et les modèles biologiques. Les ondes solitaires sont des ondes permanentes qui découlent généralement d'équations différentielles non linéaires. Lors des collisions l'interaction de deux solitons d'une manière inélastique, les deux types d'ondes conservent leurs formes lorsqu'elles voyagent sur de grandes distances, ces ondes par leur importance ont attiré l'attention des physiciens, des mathématiciens et des ingénieurs et cela pour leurs stabilités, robustesses. Nous débutons notre introduction par un récit historique de la personne qui était la première à étudier et à observer les phénomènes des ondes solitaires et des solitons, J. Scott Russell [1, 2]. En 1834, J.S.Russell a mentionné que le mouvement brusque d'une barge crée une vague de grande amplitude capable de se propager sur de longues distances tout en conservant sa forme initiale [3]. Cependant, après une vingtaine d'année, les deux chercheurs Bazin et Darcy reprenaient les observations de J.S.Russell en considération, tout en montrant l'aptitude énorme des ondes hydrodynamiques à résister aux effets de la dispersion qui provoquaient l'étalement de la vague [4].

La modélisation mathématique nous permette à étendre l'application des ondes dits solitons à plusieurs tel que, la physique, la mécanique et la communication par fibre optique.

Dans notre présente étude, nous nous intéressons qu'aux solitons dans la communication par fibre optique pour leur grande importance d'amélioration de la performance de transmission dans ce type de support et dans les réseaux de télécommunications.

Les effets non linéaires ont, en effet, tenu un rôle très important dans la technologie optique actuelle grâce à l'invention du laser [5,6].

Plusieurs exemples de solitons optiques ont pu être exprimés, tel que les solitons spatiaux, les solitons temporel ainsi que les solitons spatiaux temporel pour lesquels la non linéarité contrebalance la diffraction naturelle d'un faisceau laser [7], la non linéarité de la fibre optique atténue ces derniers et affaiblit progressivement la puissance crête de l'impulsion lumineuse [8,9]. Cependant, concernant la portée des lignes de transmission, elles ont été résolues grâce à l'invention des amplificateurs à fibres optiques dopées aux ions de terres rares (Erbium Doped Fibre Amplifier). La dispersion qui décrit la déformation des signaux

optiques lors de leur propagation est considérée comme le principal facteur limitant à la fois la capacité et la portée des lignes de transmission, la phase d'amplification dégrade l'impulsion, en particulier pour des impulsions ultra-courtes de forte puissance. Suivant le régime de dispersion de la fibre optique des phénomènes très différents seront observés [10,11].

Les systèmes de télécommunication à haut débit par fibre optique introduisent des effets non linéaires d'ordre supérieurs qui limitent la capacité et la distance des liaisons optiques.

Pour apporter notre contribution, nous sommes amenés, dans un premier lieu, à faire une étude d'optimisation par l'analyse numérique de l'impact des limitations physiques dans les systèmes de transmission multiplexés par fibre optique, cette modélisation, nous amène à l'équation de Schrödinger non linéaire, celle-ci peut être utilisée comme l'équation gouvernante pour l'étude des impulsions lumineuse. Notons que cette équation n'a pas de solution analytique que dans deux cas extrêmes, le premier celui du régime de propagation purement linéaire et le second du régime non linéaire, qui nous permettent d'introduire le concept de propagation des impulsions lumineuses sous forme de solitons grâce à la compensation mutuelle entre ces deux effets.

Dans une deuxième partie de ce travail, nous avons élaboré l'étude de la dynamique de la propagation des solitons, ainsi, nous avons étudié l'existence et la propagation des ondes périodiques et solitaires chirpées dans un matériau optique faiblement non local présentant une non-linéarité de loi parabolique et une dispersion spatio-temporelle qui présente de divers types d'effets, y compris la dispersion intermodale, la dispersion non linéaire, le désaccord, la non linéarité spatio-temporelle et la loi parabolique obtenus à partir d'un ensemble d'équations de propagation non linéaire d'ordre élevé. La technique nous a permis de résoudre l'équation de propagation analytiquement où nous avons fourni des résultats indiquant que les ondes non linéaires que nous avons identifiées représentent de nouveaux types de structures localisées chirpées extrêmement robustes dans des milieux paraboliques caractérisée par une faible non-localité.

Organisation de la thèse

Ce manuscrit est organisé autour de quatre chapitres. L'introduction générale présente un aperçu de la façon dont la thèse est organisée pour élaborer une immense variété d'effets linéaires et non linéaires qui entravent le fonctionnement performant des systèmes de transmission optiques, nous avons introduit aussi le contexte, les objectifs et l'organisation de cette thèse. Dans le premier chapitre, nous avons présenté les applications potentielles, aussi l'origine physique de la non linéarité et certaines notions fondamentales de la polarisation non linéaire, nous avons également mentionné l'étude de quelques propriétés physiques du milieu de propagation tel que la dispersion qui se partage en deux régimes normal et anormal aussi l'effet dit effet Kerr optique qui présente un effet conjoint de l'effet de dispersion dans les systèmes de transmissions optiques.

Dans le deuxième chapitre nous avons montré comment la dispersion et la non linéarité agissent sur la dynamique de propagation de l'impulsion ainsi l'introduction de la modélisation de propagation d'un champ électrique dans une fibre optique par l'équation de Schrödinger non linéaire et les phénomènes physiques qui lui sont associés.

Le chapitre trois de ce travail a été consacré au concept des solitons qui représentent un phénomène important ainsi que les différents types de solitons optiques et leurs utilités dans les systèmes de transmission par fibre optiques. Selon des simulations numériques basées sur l'équation de Schrödinger non linéaire, nous avons montré la possibilité d'obtenir un équilibre parfait entre la dispersion chromatique d'ordre deux et la non linéarité (l'effet Kerr) au sein de la fibre optique, ce phénomène a été observé lors du régime de dispersion anormale lorsque le chirp généré par la dispersion chromatique d'ordre deux est contrebalancée par un chirp généré par l'auto modulation de phase.

Le chapitre quatre présente la modélisation théorique et la simulation numérique de la dynamique de propagation des solitons, aussi nous avons examiné l'existence et la stabilité des ondes périodiques et solitaires chirpées dans les matériaux non linéaires non local.

En étudiant l'équation SNL d'ordre élevé incorporant les termes de la dispersion de la vitesse de groupe, la dispersion spatio-temporelle, les non-linéarités de troisième et cinquième ordre, et la non-localité faible qui décrit la dynamique du champ dans ce système, nous avons montré qu'une classe d'ondes périodiques non linéairement chirpées est dérivée en présence de tous les processus physiques que nous avons cités auparavant.

Enfin, dans la conclusion générale, nous avons fourni une synthèse des résultats obtenus avec tous les détails par comparaison aux données publiées dans la littérature.

Bibliographie

- [1] Ablowitz, M.J. and Segur. H, Solitons and the Inverse Scattering Transform (Society for Industrial and Applied Mathematics. Philadelphia; 1981).
- [2] Drazin, P.G. and Johnson, R.S, Solitons an introduction (Cambridge University Press, Cambridge; 1989).
- [3] J.S. Russell. Report on waves, Technical Report In 14th meeting of the British association for the Advancement of Science, London; (1845.)
- [4] M.H. Bazin and M.H. Darcy, (Recherches hydrauliques, deuxième partie).
- [5] T. Maiman, (Stimulated optical radiation in Ruby masers Nature); vol 187, page: 493; (1960).
- [6] A.L. Schawlow and C.H. Townes, (Infrared and optical masers). Phys Rev, vol 112, page: 1940 – 1949,of (1958).
- [7] Y.S. Kivshar and G.I. Stegeman, (Spatial optical solitons, guiding light for futur technologies in Optics and Photonics News). Pages: 59-63; Février 2002.
- [8] L.F. Mollenauer, R.H. Stolen, and J.P. Gordon, (Experimental observation of picosecond pulse narrowing and solitons in optical fibers), Phys Rev, Lett of 1980, vol 45(13), page: (1095-1098).
- [9] V.E. Zakharov and S. Wabnitz, Optical solitons: (theoretical challenges and industrial perspectives), ed. EDP Sciences and Springer Verlag; (1999).
- [10] R.J. Mears, L. Reekie, L.M. Jauncey, and D.N. Payne, (Low noise erbium doped fibre amplifier operating at 1.54 um. Electron). Lett, vol 23 of (1987). page: 1026.
- [11] E. Desurvire, J.R. Simpson, and P.C. Becker, (High gain erbium doped travelling wave fiber amplifier). Opt Lett in vol 12(11) of (1987), pages: 888-890.

Chapitre 1

Les Principes Fondamentaux De L'optique Non Linéaire

Sommaire du chapitre

- Introduction
- Principe d'Interactions lumière – matériaux
- Effets non linéaires du troisième ordre
- L'effet Kerr optique
- La Dispersion d'un milieu physique
- Conclusion
- Bibliographie

1.1. Introduction

L'optique est le domaine de la physique qui étudie les propriétés et le comportement de la lumière, ainsi que l'interaction de cette dernière avec les matériaux. Lorsque la lumière devient de plus en plus intense, les caractéristiques optiques du matériau deviennent progressivement dépendantes de l'intensité du faisceau incident et on constate de nouvelles propriétés, caractérisant l'optique non linéaire. En général l'origine physique de cette propriété dépend des caractéristiques microscopiques des matériaux dans lesquels la lumière se propage.

L'objectif du premier chapitre est de définir les paramètres et les concepts qui seront élaborés plus tard pour comprendre l'origine de la non linéarité optique.

1.2. Principe d'Interactions lumière – matériaux

1.2.1. La source de la non linéarité optique et les mécanismes de polarisation

1.2.1.1. Les phénomènes linéaires et non linéaires macroscopiques

Généralement dans les phénomènes physiques, la définition de la réaction du matériau considéré comme linéaire, n'est qu'une approximation, seule la recommandation de contributions non linéaires permet d'expliquer profondément ses effets. Dans le domaine optique, la réaction non linéaire du milieu avec un champ électrique oscillant E appliqué apparaît lorsqu'on expose un matériau avec un faisceau laser intense. L'interaction de la lumière cohérente avec ce matériau produit ces propriétés non linéaires. Dans la lumière, les lasers sont capables d'avoir un champ suffisamment intense au point d'être capables de perturber l'interaction entre les électrons et le noyau (le champ inter-atomique), et de modifier la fréquence du faisceau traversant le milieu, sa phase, ou bien encore son état de polarisation (voir Figure 1.1).

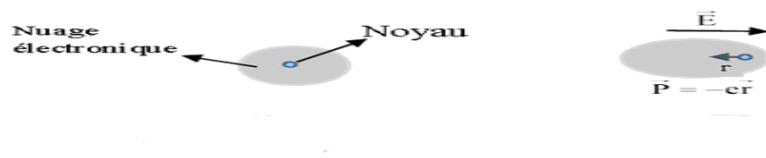


Figure 1.1 : Schéma de la déformation du nuage électronique d'une molécule soumise à un champ électrique oscillant. Où r est le déplacement.

Dans le cas inverse c.à.d. une excitation à faible champs extérieurs $E(\omega)$:

$$\mathbf{P} = \mathbf{P}_0 + \varepsilon_0 (\alpha \mathbf{E}(\omega) + \beta \mathbf{E}(\omega)\mathbf{E}(\omega)) + \dots \quad (1.1)$$

Où \mathbf{P} est la polarisation microscopique résultante, \mathbf{P}_0 est le moment dipolaire permanent, ε_0 est la permittivité du vide. α La polarisabilité linéaire (La susceptibilité diélectrique), β les polarisabilités de 2ème ordre [1-3].

Globalement le phénomène de la susceptibilité diélectrique du milieu est une valeur complexe tensorielle d'ordre $n+1$ comprenant $3(n+1)$ composantes, donc la partie réelle est présentée par l'indice de réfraction et la partie imaginaire est décrite par l'absorption linéaire du matériau. Le cas où le champ électromagnétique appliqué sur les matériaux est très fort, le résultat macroscopique de celui-ci n'est plus linéaire avec le champ exécuté.

Admettant que les bandes d'absorption des milieux sont loin des longueurs d'ondes, la polarisation macroscopique induite dans le matériau est représenté par :

$$\mathbf{P} = \mathbf{P}_0 + (\varepsilon_0 (\chi^1 \mathbf{E}(\omega) + \chi^2 \mathbf{E}(\omega)\mathbf{E}(\omega) + \chi^3 \mathbf{E}(\omega)\mathbf{E}(\omega)\mathbf{E}(\omega)) + \dots = \mathbf{P}_L + \mathbf{P}_{NL} \quad (1.2)$$

\mathbf{P}_{NL} La polarisation électronique non linéaire du milieu, le terme χ^1 Tenseur de susceptibilité linéaire. Les termes χ^2 et χ^3 sont respectivement les tenseurs de susceptibilités d'ordre 2 et d'ordre 3 des matériaux. Pour des raisons de symétrie, les effets non linéaires dépendent extrêmement de la symétrie du milieu. Lorsqu'on peut préciser, la non linéarité du second ordre χ^2 est nulle dans les milieux Centro-symétriques,

La susceptibilité d'ordre trois χ^3 est un tenseur dont la partie réelle est reliée à l'indice non linéaire et la partie imaginaire est reliée à l'absorption à deux photons [4-6].

1.2.1.2. Les différents mécanismes de polarisation

La polarisation ionique ou atomique est causé par les déplacements des ions ou des atomes, le temps d'établissement de cette polarisation est très court ($\sim 10^{-13}$ à 10^{-12} s).

La polarisation électronique est reliée au déplacement et à la déformation du nuage électronique, le temps d'établissement de cette polarisation est très court. ($\sim 10^{-15}$ s).

La polarisation inter faciale apparaît spécialement dans les matériaux hétérogènes, ce mécanisme induit un moment dipolaire macroscopique, le temps d'établissement de cette polarisation est un temps long ($> 10^3$ s).

La polarisation d'orientation : Si les molécules soumises au champ électrique possèdent un moment dipolaire permanent, cette polarisation est fortement dépendante de la température. Le temps d'orientation des dipôles est beaucoup plus important que dans les deux cas précédents ($\sim 10^{-9}$ à 10^5) s [7,8].

1.2.2. L'interaction non linéaire

La polarisation est égale à la somme de la polarisation linéaire et la polarisation non linéaire NL. La partie NL fait intervenir les susceptibilités NL optiques des tenseurs χ^n qui sont de rang $n+1$. Dans le cas d'une propagation d'une onde électromagnétique monochromatique, Le champ électrique est défini par :

$$E(t) = E_0 \cos(\omega t - kz) \quad (1.3)$$

$$\vec{P} = \varepsilon_0 (\chi^1 E(t) + \chi^2 E^2(t) + \chi^3 E^3(t)) \quad (1.4)$$

$$\vec{P} = \varepsilon_0 (\chi^1 E_0 \cos(\omega t - kz) + \chi^2 E_0^2 \cos^2(\omega t - kz) + \chi^3 E_0^3 \cos^3(\omega t - kz)) \quad (1.5)$$

Lorsqu'on utilise les relations entre les différentes fonctions trigonométriques on obtient :

$$\vec{P} = \varepsilon_0 \left(\chi^1 E_0 \cos(\omega t - kz) + \chi^2 E_0^2 \frac{1}{2} [1 + \cos(2\omega t - 2kz)] + \chi^3 E_0^3 \left[\frac{3}{4} \cos(\omega t - kz) + \frac{1}{4} \cos(3\omega t - 3kz) \right] \right) \quad (1.6)$$

L'équation (1.6) montre que l'interaction non linéaire du second ordre de deux champs à de nouvelles composantes fréquentielles dues à la polarisation NL ou 2ω est la génération de la seconde harmonique et 3ω est la génération du troisième harmonique [9].

Généralement, les phénomènes non linéaires du 2ème ordre peuvent être décrits par l'étude de l'interaction de deux ondes de fréquences différentes ω_1 et ω_2 qui génèrent une troisième onde de fréquence ω_3 . De même façon pour les phénomènes NL du troisième ordre, on considère trois ondes qui s'interagissent.

Pour résumer, les phénomènes optiques NL peuvent être considérés comme un fonctionnement d'interaction de plusieurs ondes.

1.2.2.1. Les différents types d'interactions non linéaires

a. Somme de fréquences

C'est l'interférence de deux ondes de fréquences respectives ω_1 et ω_2 dans un milieu non linéaire qui donnent naissance à une onde dont la fréquence $\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$ qui assure la relation de conservation de l'énergie (voir figure 1.2.a). Le résultat de la polarisation s'exprime sous la forme [10]:

$$P^2(\omega_3) = \varepsilon_0 \chi^2(-\omega_3, \omega_1, \omega_2) E(\omega_1) E(\omega_2) \quad (1.7)$$

Où $\omega_1 = \omega_2 - \omega_3$

Lorsque l'interaction des ondes est optimisée (Accord de phase), l'onde somme possède une intensité proportionnelle aux intensités respectives des faisceaux incidents ($I(\omega_1)$; $I(\omega_2)$) et au carré de la longueur de milieu non linéaire traversé :

$$I(\omega_3) \cong (\chi^{(2)})^2 I(\omega_1) I(\omega_2) L^2 \frac{\sin^2\left(\frac{\Delta k L}{2}\right)}{\left(\frac{\Delta k L}{2}\right)^2} \quad (1.8)$$

Où L c'est la longueur de milieu non linéaire traversé.

Donc le processus somme des fréquences est efficace, car les intensités incidentes sont plus élevées. En parallèle, le rapport de conversion ne peut atteindre 100%, parce que l'intensité de l'onde résultante devient alors suffisamment élevée pour dégager le processus de dissociation d'un photon de haute fréquence en double photons de plus basse fréquence, mais la somme des fréquences peut être exploitée pour produire un rayonnement laser accordable.

b. Différence de fréquences

Ce type d'interactions peut être utilisé pour générer une source cohérente accordable dans l'infrarouge par la différence des fréquences entre un laser à fréquence fixe ω_1 et un laser à fréquence variable de ω_2 (colorant), (voir figure 1.2.a). La génération par différence de fréquences, est décrite par une polarisation non linéaire de la forme :

$$P^{(2)}(\omega_1) = \varepsilon_0 \chi^{(2)}(-\omega_1, \omega_2, -\omega_3) E(\omega_1) E(\omega_2) \quad (1.9)$$

Avec $\omega_1 = \omega_2 - \omega_3$

Notons que La valeur entre la différence et la somme de fréquences est très importante, dans le premier cas, pour chaque photon émis à ω_1 , un photon de la fréquence la plus élevée est détruit et un photon à fréquence plus basse ω_2 est émis.

c. Oscillation paramétrique

Le phénomène d'oscillation paramétrique est un processus non linéaire d'ordre 2, basé sur la conversion d'une onde pompe vers deux ondes de fréquences inférieures, par mélange non linéaire, dans un milieu non linéaire. Le principe de ce type d'amplification se produit si une onde pompe intense de pulsation plus élevée ω_1 est présente dans un milieu non linéaire et qu'une onde signal de faible puissance et de pulsation ω_2 se propage dans ce même milieu, a cet effet la génération d'un champ complémentaire de pulsation $\omega_3 = \omega_1 - \omega_2$ se produit par mélange non linéaire d'ordre 2 entre les ondes pompe et signal (figure (1.3) (c)). Ce dispositif d'instrumentation laser est très important, il peut être disponible, à partir d'une seule onde cohérente et d'une source continûment accordable dans le visible ou le proche infrarouge. [11]

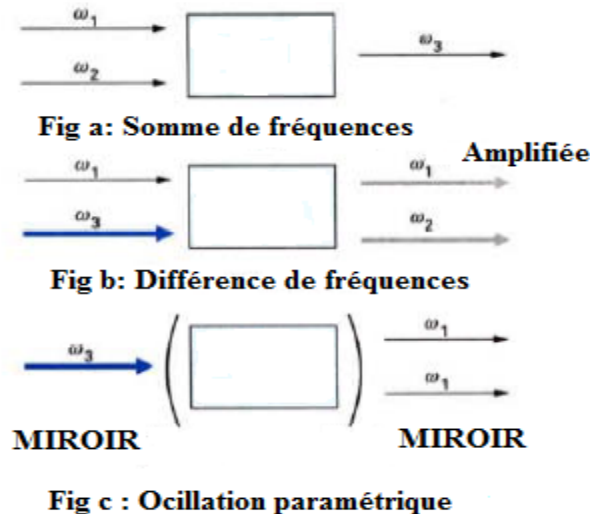


Figure 1.2 : Principes des différents types d'interactions optiques non linéaires.

1.3. Les effets non linéaires du troisième ordre

1.3.1. La susceptibilité du troisième ordre et mélange à 4 ondes

La polarisation cubique en amplitude du champ électrique offre plusieurs phénomènes optiques NL. La susceptibilité $\chi^{(3)}$ est un tenseur d'ordre 4, ou le nombre possible d'interactions est égal à 3^4 .

La susceptibilité $\chi^{(3)}$ est une grandeur complexe qui montre les effets optiques NL du troisième ordre au niveau macroscopique, elle est complexe et donnée par les expressions suivantes [12-15] :

$$\chi^{(3)} = \text{Re}(\chi^{(3)}) + i(\text{Im} \chi^{(3)}) \quad (1.10)$$

$\text{Re}(\chi^{(3)})$ Est la partie réelle de la susceptibilité du troisième ordre qui est responsable des variations NL de l'indice de réfraction, l'indice n_2 est relié à cette partie par la relation :

$$\text{Re}(\chi^{(3)}) = \frac{\epsilon n_0^2 c^2}{\pi} n_2 (m^2 / W) \quad (1.11)$$

$\text{Im}(\chi^{(3)})$ Est la partie imaginaire de la susceptibilité du troisième ordre qui est liée aux phénomènes d'ANL. Le coefficient β de l'ANL est relié à cette partie par la relation suivante :

$$\text{Im}(\chi^{(3)}) = \frac{\lambda \epsilon n_0^2 c^2}{4\pi^2} \beta (m/W) \quad (1.12)$$

A partir des expressions précédentes on peut obtenir la valeur absolue de $(\chi^{(3)})$ [16].

$$|\chi^{(3)}| = \sqrt{(\chi_{\text{Re}}^{(3)})^2 + (\chi_{\text{Im}}^{(3)})^2} \quad (1.13)$$

Lorsqu'un matériau dont la réponse NL du troisième ordre est exposé à trois ondes optiques de fréquence respective $\omega_1, \omega_2, \omega_3$, l'onde optique générée ou réponse optique serait de fréquence égale à la somme et/ou la différence des trois fréquences des ondes incidentes (Figure 1.3). Dans le cas où les ondes incidentes auront la même fréquence (mélange dégénéré), l'onde générée aurait une fréquence $\omega_4 = 3\omega$ (troisième harmonique)

Plusieurs types d'effets NL du troisième ordre peuvent être constatés, à titre d'exemple, l'effet Kerr optique, la diffusion de Raman stimulée, l'ANL, l'auto focalisation, etc.

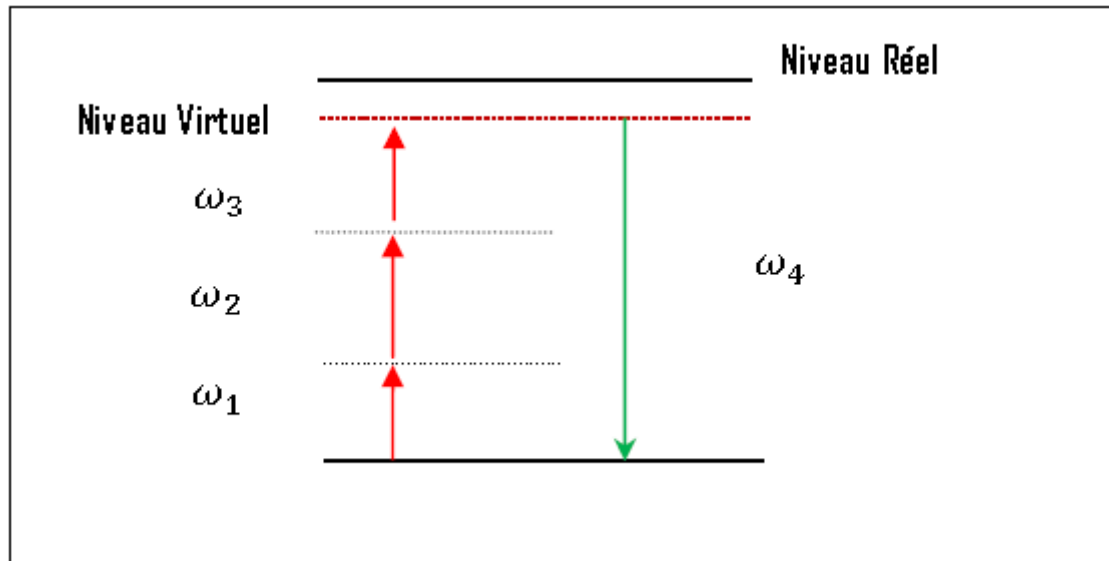


Figure 1.3 : processus de mélange à quatre ondes.

1.3.2. Diffusions stimulées (Effet Brillouin stimulés et effet Raman)

Les diffusions Raman et Brillouin stimulées sont deux processus de diffusion inélastique de la lumière, ces derniers sont utilisés dans les technique de communication à fibres optiques en faisant intervenir la partie imaginaire de la susceptibilité non linéaire de troisième ordre, ces effets coïncident avec l'excitation résonnante, par l'application d'un champ optique intense hypersonores pour la diffusion Brillouin (ondes acoustiques) et au niveau des vibrations moléculaires du milieu de propagation (La silice) pour la diffusion Raman (ondes optiques). L'étude de ces effets non linéaires nous a prouvé qu'ils transfèrent d'énergie vers d'autres ondes à plus basses fréquences optiques, décalées d'une quantité égale à la fréquence du phonon par rapport à la fréquence d'excitation (GHz pour le Brillouin et THz pour le Raman). Les valeurs de ce décalage peuvent spécialement varier d'une fibre optique à une autre en fonction du dopage. [17,18].

1.4. L'effet Kerr optique

L'effet Kerr optique correspond à la modification de l'indice de réfraction pour tous les matériaux présentant une susceptibilité non linéaire d'ordre trois, lors de son irradiation par un faisceau lumineux, le changement d'indice de réfraction est dû à l'émission de deux photons de même fréquence et à l'absorption de deux photons incidents. Dans le cas où la partie réelle est non nulle, cet effet correspond à l'existence dans un matériau d'une susceptibilité NL d'ordre trois. La modification de l'indice de réfraction d'un matériau qui prend une polarisation NL sous l'excitation d'une onde électromagnétique intense se traduit par [3, 12,19] :

$$n = n_0 + n_2 |E|^2 \quad (1.14)$$

Notons que, $|E|^2$ Est la moyenne temporelle quadratique du champ et n_2 représente le coefficient d'indice de réfraction non linéaire. Selon l'équation (1.14) nous remarquons que le responsable de la dépendance de l'indice de réfraction par rapport à la fréquence c'est bien la partie linéaire de la polarisation, alors que la partie non linéaire produit une dépendance de l'indice par rapport à l'intensité I. Si nous savons que $I = a|E|^2$, et $a = \frac{1}{2} \epsilon_0 c n_0$, on peut être écrit l'indice de réfraction par la relation suivante :

$$n = n_0 + \frac{n_2}{a} I \quad (1.15)$$

Lorsque n augmente (forte intensité), l'effet Kerr optique entraîne une propagation plus lente de la lumière et entraîne une propagation plus rapide lorsque n diminue. Les origines physiques de l'indice non linéaire peuvent être différentes selon le temps de réponse, par exemple [16] :

- Réorientation moléculaire.
- Déformation du nuage électronique.
- Effet Kerr thermique.

1.5. La Dispersion d'un milieu physique

le phénomène de la dispersion influence sur les ondes qui se propagent dans un milieu dispersif , dans lequel les longueurs d'onde ne se propagent pas à la même vitesse provoquant une déformation de l'impulsion ,la propagation de cette dernière dans un milieu dispersif dépend de l'ordre de dispersion du milieu .On retrouve ce phénomène dans tous les types

d'ondes, de son , des ondes mécaniques (vagues, séismes, etc.) et de la lumière, Dans le vide, tous les milieux sont dispersifs à des degrés divers.

1.5.1 La dispersion du premier ordre

Théoriquement la constante de propagation $\beta(\omega)$ de la dispersion du premier ordre est définie comme suit :

$$\beta(\omega) = \beta(\omega_0) + \beta_1(\omega - \omega_0) \tag{1.16}$$

Où : $\beta(\omega_0) = \frac{\omega_0}{v_p(\omega_0)}$ et $\beta_1 = \left(\frac{d\beta}{d\omega_0} \right) = \frac{1}{v_g(\omega_0)}$

v_g La vitesse de groupe

v_p La vitesse de phase

Considérons que l'excitation est représentée sous la forme suivante :

$$u(z, t) = A(z, t) e^{-j(\omega_0 t - \beta(\omega_0) z)} \tag{1.17}$$

À partir de la transformée de Fourier, l'amplitude complexe $A(z, t)$ peut être déterminée comme suit [20] :

$$A(z, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} A_0(t') dt' \int_{-\infty}^{+\infty} \exp \{ [-j(t - t') - j\beta_1 z] (\omega - \omega_0) \} d\omega \tag{1.18}$$

Lorsque $z=0$, l'amplitude complexe $A_0(t')$ obtient la relation suivante :

$$u(z = 0, t) = u_0(t) = A_0(t) e^{-j\omega_0 t} \tag{1.19}$$

À partir de l'équation (1.19), on peut montrer que l'amplitude complexe $A(z, t)$, suit l'équation d'évolution suivante :

$$\frac{\partial A}{\partial z} + \frac{1}{v_g} \frac{\partial A}{\partial t} = 0 \tag{1.20}$$

En finalité la solution de l'équation (1.20) est à la forme suivante :

$$A(z, t) = A\left(t - \frac{z}{v_g}\right) \tag{1.21}$$

Pour cette raison, l'amplitude complexe $A(z, t)$ se déplace avec une vitesse constante (v_g) dans l'espace du milieu de dispersion du premier ordre, autour du point $\beta(\omega)$ sans changement de forme.

1.5.2. La dispersion du deuxième ordre

La théorie nous a montré que les formes du paquet d'onde dans l'espace du milieu de dispersion du premier ordre sont très rapprochées et ne sont pas réellement exactes. Pour considérer la dispersion comme étant une conséquence réelle, il faudrait ajouter un deuxième terme dans la constante de propagation dont [21] :

$$\beta(\omega) = \beta(\omega_0) + \beta_1(\omega - \omega_0) + \frac{\beta_2(\omega - \omega_0)^2}{2} \quad (1.22)$$

Où : β_2 présente la vitesse de dispersion :

$$\beta_2 = \left[\frac{\partial^2 \beta}{\partial \omega^2} \right]_{\omega_0} = \frac{\partial}{\partial \omega} \left[\frac{1}{v_g(\omega_0)} \right]_{\omega_0} \quad (1.23)$$

Considérons que le milieu linéaire est soumis à une excitation du champ électrique sous la forme :

$$E(z, t) = E(z, t) e^{j(\omega_0 t - \beta(\omega_0) z)} \quad (1.24)$$

Donc, nous trouvons que l'amplitude complexe $E(z, t)$ vérifie l'équation différentielle suivante [22] :

$$i \frac{\partial E}{\partial Z} + \frac{1}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 E}{\partial T^2} = 0 \quad (1.25)$$

La présence du terme de la dispersion du deuxième ordre $\frac{1}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 E}{\partial T^2}$ dans l'équation (1.25) influe comme un type de terme complexe généralisé de propagation pour l'enveloppe de l'impulsion $E(z, t)$ dans le cadre temporel.

La dispersion chromatique présente un grand problème par rapport aux performances des systèmes de communications par fibre optiques, car l'impulsion qui se propage dans un milieu physique se trouve dans état déformé par effet de dispersion ou ces différentes composantes spectrales subit plusieurs types de déphasage, ceci donne un élargissement qui recouvre des impulsions successives conduisant à une malle formation de message envoyé au début.

1.5.3. Propriétés du paramètre de dispersion

Selon la relation (1.23), la forme de la dérivée deuxième de paramètre de dispersion β par rapport à la fréquence peut être écrite comme suit :

$$\beta_2 = \frac{\partial^2 \beta(\omega)}{\partial \omega^2} = \frac{4\pi c_0}{\omega^3} \frac{d^2 n(\lambda_0)}{d\lambda_0^2} = -\frac{1}{v_g} \frac{\partial v_g}{\partial \omega} \quad (1.26)$$

c_0 : La vitesse de la lumière dans le vide

λ_0 : La longueur d'onde de la lumière dans le vide,

$n(\lambda_0)$: L'indice de réfraction du milieu dispersif.

Lorsqu'on schématise la courbe de l'indice de réfraction du milieu dispersif en fonction de la longueur d'onde de la lumière dans le vide, on obtient des formes concaves.

Si : $\frac{d^2 n(\lambda_0)}{d\lambda_0^2} < 0$ la dispersion est anormale.

$\frac{d^2 n(\lambda_0)}{d\lambda_0^2} > 0$ la dispersion est normale.

1.5.3.1. La dispersion anormale

Dans ce type de dispersion, l'impulsion initial sera compressée au cours du temps, c'est à dire que la queue de l'impulsion à une fréquence plus petite que le front (compression d'impulsion, figure 1.4). L'association des effets non linéaires et la dispersion anormale durant la propagation des impulsions vont acheminer vers la formation des solitons optiques.

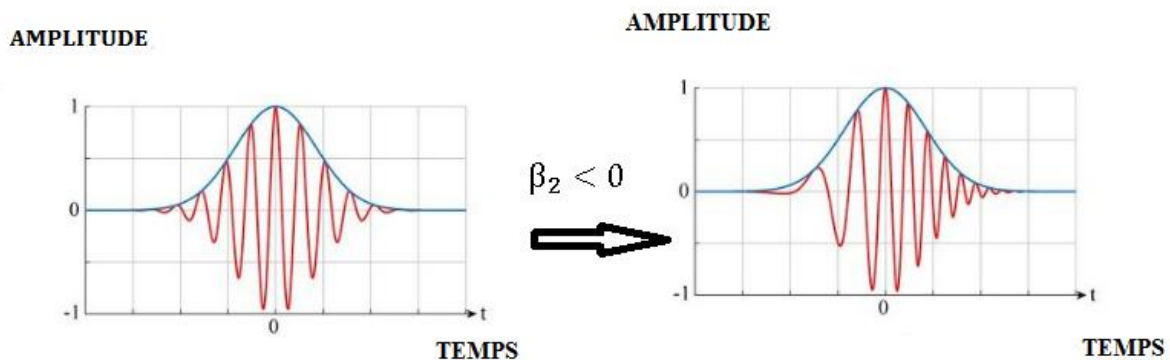


Figure 1.4 : Propagation d'une onde dans le cas d'une dispersion anormale.

1.5.3.2. La dispersion normale

La majorité des matériaux optiques présentent une dispersion normale ($\beta_2 > 0$) du spectre électromagnétique. Selon l'équation (1.26) la dispersion de la vitesse du groupe contient un signe positif vers les fréquences élevées (longueurs d'ondes courtes), dans ce cas l'impulsion initiale sera élargie pendant le temps de compression (figure 1.5).

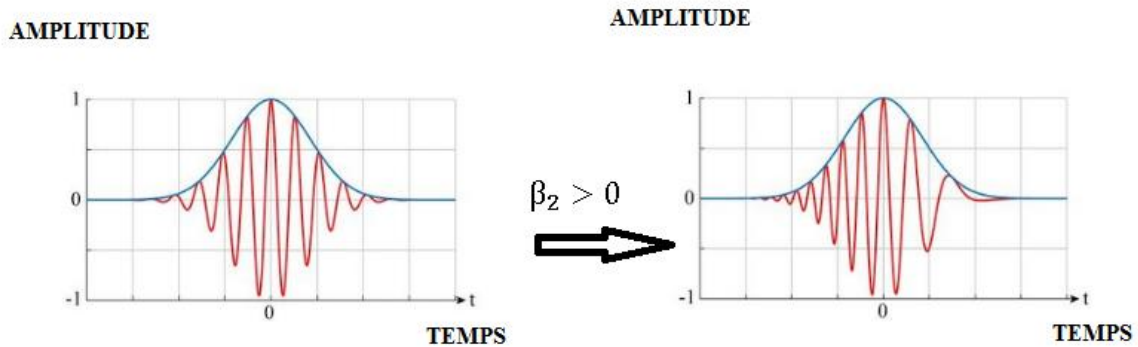


Figure 1.5 : Propagation d'une onde dans le cas d'une dispersion normale.

1.6. Conclusion

Dans ce premier chapitre, nous avons présenté brièvement certaine notion de base de l'optique non linéaire, ainsi que les propriétés et le phénomène de polarisabilité des matériaux. Lorsque les molécules ou les atomes sont exposés à des champs électriques intenses, ils changent de propriétés et de polarisation du milieu. Pour conclure, nous pouvons dire que la polarisation est la clé de toute définition de phénomènes optiques non linéaire puisque le changement de la polarisation dans le temps peut être la source de nouvelles démonstrations du champ électromagnétique.

Bibliographie

- [1] Y. R. Shen, *The Principles of nonlinear optics*, Wiley Interscience; 1984.
- [2] Christophe Humbert, *Développement d'une nouvelle spectroscopie optique non linéaire utilisant la génération de fréquence somme doublement résonnante Application à l'étude de couplage vibrationnelles et électroniques aux interfaces films minces-métaux*, Thèse de l'université de Bruxelles ; 2003.
- [3] Fabrice Raineri, *optique non linéaire dans les cristaux photoniques en semi-conducteurs III-V*, thèse de l'Université Paris Sud ; 2004.
- [4] N. T. Harrison, N. Tessler, C. J. Moss, K. Pichler, R. H. Friend, "Peak current density and brightness from poly(p-phenylenevinylene) based light-emitting diodes", *Optical Materials* 9, No. 1-4, page: 178-182; (1998).
- [5] A. Fuji, D. Chinn, M. N. Shkunov, S. V. Frolov, Z. V. Vardeny, K. Yoshino, "Polymer electroluminescent diodes with microcylindrical geometry", *Synth. Met.* 102, No. 1-3, page 1010-1011; (1999).
- [6] S. Taniguchi, T. Hino, S. Itoh, K. Nakano, N. Nakayama A. Ishibashi, M. Ikeda, "100 h II-VI blue-green laser diode", *Electron. Lett.* 32, page : 552-553 ; (1996).
- [7] Bonardet, Jean-Luc Fraissard, Jacques, *l'indispensable en liaison chimiques*, bibliothèque universitaire d'orsay, page 21.
- [8] Peres, Carles, Fleckinger, (*Electromagnetisme fondements et application*), Bibliothèque universitaire d'orsay, page 455-472.
- [9] Shekhar Guha and Leonel P. Gonzalez, (*Laser Beam Propagation in Nonlinear Optical Media*), CRC Press, Taylor and Francis Group; (2014).
- [10] Boyd, R.W. *non-linear optics of 1992*, New York Academic Press, USA.
- [11] M. Guignard, (*Verres et vitrocéramiques infrarouges à base de chalcogénures pour l'optique non linéaire du second ordre*), Thèse de doctorat, Univ de Rennes I of (2005).
- [12] Mansoor. Sheik-Bahae, A. Said, T.H. Wei, D. Hagan, & E. W. Van Stryland, *Sensitive measurement of optical nonlinearities using a single beam*. *IEEE Journal of Quantum Electronics*; 1990.
- [13] Eric W. Van Stryland & M. Sheik-Bahae, *Z-Scan Measurements of optical nonlinearities, Characterization Techniques and Tabulations for organic nonlinear Materials*, M. G. Kuzyk & C. W. Dirk, Eds. Marcel Dekker, Inc; 1998.

- [14] Xinyu Yang Weidong Xiang Haijun Zhao, Xiyan Zhang, Xiaojuan Liang, Shixun Dai & Feifei Chen, (Third-order nonlinear optical properties of Bi₂S₃ nanocrystals doped in sodium borosilicate glass studied with Z-scan technique), Materials Research Bulletin; 2011.
- [15] S. Pramodini, Deepika, Sandhya, AshokRao, P.Poornesh, Studies on thermally induced third-order optical nonlinearity and optical power limiting response of Azure Bunder CW He- Ne laser excitation, optics & Laser Technology; 2014.
- [16] R. Boyd, nonlinear optics Academic press, INC; 2007.
- [17] Y. Aoki, K. Tajima & I. Mito, (Input power limits of single-mode optical fibers due to stimulated scattering in optical communication systems), J. Light. Wave Tech vol. 6 P:710; (1988).
- [18] Govind P. Agrawal, (Nonlinear Fiber Optics), Academic Press, Optics and Photonics, New York, 3 editions of (2001).
- [19] George I. Stegeman, Mansoor Sheik-Bahae, Eric Van Stryland, & Gaetano Assanto, Large nonlinear phase shifts in second-order nonlinear-optical processes, optics Letters; 1993.
- [20] S.François , « Optique non linéaire». Édition ellipses p :6 ; (1999).
- [21] Katsunari Okamoto, «Fundamentals of optical waveguides». New York, Academic Press p.180; (2000).
- [22] H, Triki, « Dynamique de propagation non linéaire des solitons KVD », thèse doctorat, université Annaba ;2003.

Chapitre 2

Caractéristiques Et Limitations Physiques De La Fibre Optique

Sommaire du chapitre

- Introduction :
- Généralités sur la fibre optique
- Dynamique de Propagation des impulsions lumineuses
- Régime de propagation d'Impulsion lumineuse dans une fibre optique
- Conclusion
- Bibliographie

2.1. Introduction

Avant l'année 1970 la télécommunication était basée exclusivement sur les câbles coaxiaux et torsadés, et des réseaux satellitaires et hertziens. En 1964 Mr. CHARLES K.KAO, évoquait la possibilité d'exploiter la fibre optique introduite dans la transmission grâce à l'invention du laser en 1960, parallèlement avec la lumière laser dans le but de transporter des informations et des signaux lumineux sur de longues distances, mais la forte atténuation de la fibre optique à l'époque (Silice 1000db par km) bloquait l'utilisation du guidage de la lumière dans de telles distances. En 1984 et après la maîtrise des procédés de la confection de la fibre optique de haute qualité, l'atténuation diminuée pour les longueurs d'ondes proche 1550nm à 0.2 dB par km. [1,2]

Dans ce chapitre nous nous sommes concentrés sur les notions physiques et les caractéristiques de la propagation de l'impulsion lumineuse dans la fibre optique.

2.2. Généralités sur la fibre optique

La fibre optique est un support à haut débit dans système de transmission, il est composé de différent type de matériaux transparents, nous citons comme exemples les vers fluorés, la silice et les plastiques. Dans les domaines de la télécommunication, la fibre optique est fabriquée de la silice ultra pure SiO_2 pour réduire les phénomènes d'atténuation des signaux lumineux afin de pouvoir les propager sur de longues distances. La fibre optique est un guidage d'onde circulaire diélectrique composé de deux couches transparentes (figure 2.1), en premier lieu la gaine pour maintenir la lumière dans le cœur, et en secundo le cœur ou les signaux lumineux peuvent se propager. La différence entre l'indice de réfraction du cœur n_c dont la valeur est la plus élevée et l'indice de réfraction dans la gaine n_g qui est contrôlé par l'ajout (dopage) d'éléments chimique tel que le phosphore ou le germanium [3].

Dans notre travail, les fibres optiques utilisées sont des fibres monomodes avec des longueurs d'ondes symétriques à indice supposé homogène et constant dans la gaine et dans le cœur et variables d'une façon discontinue dans leur interface (Fibres à gradient d'indice).

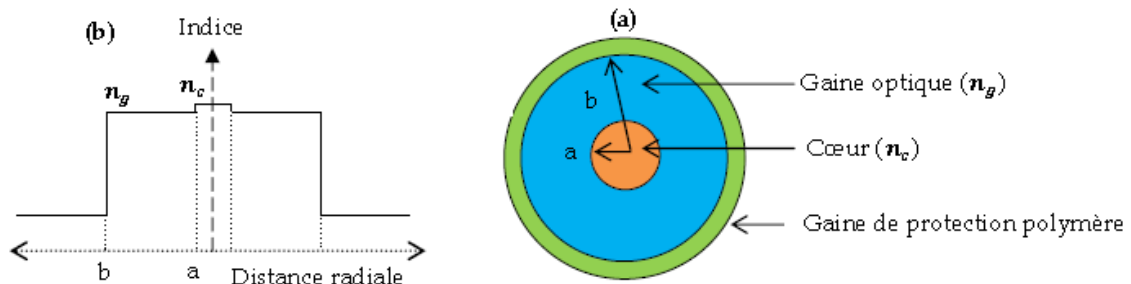


Figure 2.1 : La figure représente (de gauche à droite) la coupe d'une fibre optique montrant les différentes régions qui la compose : Cœur, gaine optique, gaine de protection et le profil d'indice de la fibre optique [3].

2.2.1. La dispersion

Généralement, la vitesse de propagation d'une onde électromagnétique dans un milieu diélectrique dépend de sa fréquence ω , ce phénomène est appelé la dispersion chromatique qui est lié aux fréquences de résonance, dont les radiations électromagnétiques sont absorbées par les matériaux, l'indice optique est représenté par l'équation de SELLMEIER suivante :

$$n^2(\omega) = 1 + \sum_{j=1}^m \frac{\omega_j^2 B_j}{\omega_j^2 - \omega^2} = 1 + \sum_{j=1}^m \frac{\omega_j^2 B_j}{\lambda^2 - \lambda_j^2} \tag{2.1}$$

Où : ω_j : la pulsation

λ_j : La longueur d'onde dans le vide } j^{ieme} résonance

B_j : L'amplitude

Sachant que cette équation (2.1) prend en considération les fréquences de résonance complètes des matériaux, on peut prendre l'exemple de la fibre optique en silice qui correspond à la somme de trois termes ($m=3$), déterminer par les résonances indiquées ci-dessous [3] :

m	λ_j (nm)	B_j
1	68.4043	0.6961663
2	116.2414	0.4079426
3	9896.161	0.8974794

En tenant compte que la vitesse de propagation de l'énergie est caractérisée par la vitesse de phase v_p est égale $\frac{c}{n(\omega)}$, les conséquences négatives d'étalement de l'impulsion engendré par le déplacement des différents fréquences présentées dans un spectre de l'impulsion dans la fibre optique sont les différentes vitesses des groupes, c'est ce que peut avoir comme influence la dispersion chromatique sur les systèmes de transmissions par fibre optique. Le développement en série de Taylor de la constante de propagation $\beta(\omega)$ autour de la pulsation porteuse ω_0 pour mettre en évidence les effets de dispersion est représenté comme suit [3] :

$$\beta(\omega) = \frac{\omega}{c} n(\omega) = \beta_0 + \beta_1(\omega - \omega_0) + \frac{1}{2} \beta_2(\omega - \omega_0)^2 + \frac{1}{6} \beta_3(\omega - \omega_0)^3 + \dots \quad (2.2)$$

$$\text{Ou : } \beta_0 = \beta(\omega) \text{ et } \beta_m = \left(\frac{\partial^m \beta}{\partial \omega^m} \right)_{\omega=\omega_0} \text{ pour } m=1.2.3\dots\dots$$

Les paramètres β_1 et β_2 sont représentés respectivement, par la vitesse de propagation d'énergie de l'impulsion (qui est caractérisé par la vitesse du groupe v_g), et le paramètre responsable de l'élargissement de l'impulsion. La relation entre ces deux paramètres avec l'indice optique et ses dérivés est représentée par la relation suivante [3,4] :

$$\beta_1 = \frac{1}{c} \left(n + \omega \frac{\partial n}{\partial \omega} \right) = \frac{1}{v_g} \quad (2.3)$$

$$\beta_2 \text{ (ps}^2 \text{ / m)} = \frac{1}{c} \left(2 \frac{\partial n}{\partial \omega} + \omega \frac{\partial^2 n}{\partial \omega^2} \right) = - \frac{1}{v_g^2} \frac{\partial v_g}{\partial \omega} \approx \frac{\omega}{c} \frac{\partial^2 n}{\partial \omega^2} \approx \frac{\lambda^3}{2\pi c^2} \frac{\partial^2 n}{\partial \lambda^2} \quad (2.4)$$

Le paramètre β_2 représente la relation qui dépend de la vitesse de groupe et de la fréquence d'onde, on l'appelle le coefficient de dispersion de la vitesse de groupe (GVD). La majorité des documents expriment le paramètre de la dispersion des matériaux en fonction de la longueur d'onde et du paramètre D qui remplace la dispersion d'ordre deux, défini par la relation suivante :

$$D = - \frac{2\pi c}{\lambda^2} \beta_2 \text{ (ps / km.nm)} \quad (2.5)$$

L'analyse de l'équation (2.5), permet de décrire deux régimes de propagation séparés par λ_0 , lorsque la longueur d'onde de dispersion est égale à zéro. Pour $D < 0$, le régime de dispersion est qualifié normale, la propagation des composantes spectrales de hautes fréquences est plus vite que celles des composantes spectrales de basses fréquences, mais

pour le deuxième cas où $D > 0$, ce processus est qualifié anormale, et la vitesse de propagation des composantes spectrale de plus hautes fréquences sont lente par rapport à celles de plus basses fréquences. Notons qu'on peut modifier les valeurs de λ_0 par le changement du profile d'indice optique, ou par la manipulation des différents paramètres, comme la quantité et la nature des matériaux dopant [3].

Le paramètre β_3 figuré dans l'équation (2.2), représente la dispersion chromatique d'ordre trois qu'on appelle la pente de la dispersion indiquée par la lettre (S), ce paramètre joue un rôle primordial au cours de la propagation des impulsions ayants un spectre très large [3], il se définit par :

$$S = \frac{\partial D}{\partial \lambda} \text{ (ps / km.nm}^2\text{)} \tag{2.6}$$

2.2.2. La non linéarité

Admettant que le milieu de propagation représenté par la fibre optique isotrope, et en plus que le champ électrique initial polarisé rectilignement. L'interaction onde - matière donne une polarisation qui peut être exprimé comme un développement en série de puissance. En général, cette série est considérée comme une somme de deux termes, l'un est proportionnel au champ incident dit linéaire P_L et l'autre dit non linéaire P_{NL} proportionnel à des ordres supérieurs de champ électrique E. La forme de polarisation résultante est représentée comme suit :

$$P = P_L + P_{NL} = \epsilon_0 \chi^{(1)} E + \frac{3\epsilon_0}{4} \chi^{(3)} |E|^2 E + \dots \tag{2.7}$$

Dans la relation (2.7), On remarque l'absence de tenseur de susceptibilité d'ordre deux $\chi^{(2)}$ à cause de slice amorphe qui est considérée comme un matériau centro-symétrique, dont les tenseurs de susceptibilité d'ordre un et d'ordre trois sont respectivement représentés par $\chi^{(1)}$ et $\chi^{(3)}$. On peut aussi écrire la relation (2.7) sous la forme :

$$P = \epsilon_0 [\chi^{(1)} + \epsilon_{NL}] E \tag{2.8}$$

Où : $\epsilon_{NL} = \frac{3\epsilon_0}{4} \chi^{(3)} |E|^2$. est la relation de Maxwell $D = P + E = n^2 P$ exprime l'étroite liaison entre la polarisation et l'indice de réfraction, donc pour trouver la formule de l'indice de réfraction n et en supposant que $n_0 = \sqrt{1 + \chi^{(1)}}$:

$$n^2 = 1 + \chi^{(1)} + \epsilon_{NL} = (n_0 + \Delta_{NL})^2 \approx n_0^2 + 2n_0 \Delta_{NL} \tag{2.9}$$

$$\text{Donc : } n_2 = \frac{3}{8n_0} \chi^{(3)} \quad \text{et} \quad n(\omega, |E|^2) = n_0(\omega) + n_2 |E|^2 \quad (2.10)$$

Où n_2 est l'indice de réfraction non linéaire.

A partir de la relation (2.10), nous constatons clairement que la partie linéaire de la polarisation, représente le phénomène de dispersion chromatique responsable de la dépendance de l'indice de réfraction par rapport à la fréquence, et pour la dépendance de l'indice de réfraction par rapport à l'intensité est bien la partie non linéaire qu'on appelle l'effet KERR optique. Particulièrement nous prenons le coefficient non linéaire γ dans l'équation de Schrödinger la partie non linéaire liée à n_2 par la relation suivante :

$$\gamma = \frac{2n_2\omega_0}{\varepsilon_0 c^2 n_0 A_{eff}} \quad (2.11)$$

Chaque fibre optique est définie par son aire effective, qui est calculée mathématiquement par [5] :

$$A_{eff} = \frac{(\iint_{R^2} |F(x, y)|^2 \partial x \partial y)^2}{\iint_{R^2} |F(x, y)|^4 \partial x \partial y} \quad (2.12)$$

La relation (2.12), montre que l'aire effective prend en considération la variation de l'intensité sur tous le long de la section traversée par l'intensité suite à la distribution $F(x, y)$.

2.2.3. L'atténuation

L'atténuation et la dispersion sont les deux contraintes importantes dans le domaine de télécommunication par fibres optiques, dont les pertes de la puissance des signaux optiques, sont causées par des différents phénomènes intrinsèques, telles que l'absorption par les impuretés métalliques résiduelles, la diffusion Rayleigh, les pertes produites par les conditions d'environnement, et l'absorption par l'ion hydroxyle OH^- .

Le phénomène d'atténuation représente une propriété correspondant à la diminution de puissance optique sur la longueur L . Si P_0 représente la puissance à l'entrée et P_T la puissance transmise de la fibre optique à une longueur L , on peut déduire le coefficient d'atténuation α par la loi Beer Lambert :

$$P_T = P_0 \exp(-\alpha L) \quad (2.13)$$

Où α représente l'atténuation de la fibre optique en (cm^{-1}), pour exprimer α en (dB), en utilisant la formule suivante :

$$\alpha_{db} = -\frac{10}{L} \log\left(\frac{P_T}{P_0}\right) = 4.343\alpha \quad (2.14)$$

2.2.3.1. Origine et mécanisme de l'atténuation

L'atténuation ou la perte de la puissance dans la fibre optique, est un problème causé essentiellement par trois phénomènes principaux, il s'agit des pertes intrinsèques provoquées par l'absorption et la diffusion de ce matériau et aussi des pertes qualifiées d'extrinsèques provoquées par les contraintes d'environnement. [6]

2.2.3.2. Les pertes par diffusion Rayleigh

Ce type de pertes est principalement due à la diffusion Rayleigh, qui décline avec la longueur d'onde en $\frac{1}{\lambda^4}$ où λ présente la longueur d'onde de la source lumineuse exploitée [5], cet effet est généré par la diffusion de la lumière par la matière, ensuite la lumière réémise dans toutes les directions, en conséquence une partie de l'énergie incidente est diffusée vers le sens opposé de la propagation (Rétro diffusée vers le début de la fibre optique), la courbe en pointillés bleu de la figure 2.2 (Perte par diffusion Rayleigh en fonction de la longueur d'onde) montre que la majorité de la puissance est perdu par l'effet de Rayleigh. Notons que le test d'évaluation des performances et les mesures d'atténuation (Réflectométrie) sont basés sur cette propriété.

2.2.3.3. Les pertes par absorption

Les phénomènes représentés ici sont soumis aux lois de l'échange d'énergie entre les électrons optiques des molécules et des atomes qui constituent les matériaux de la fibre optique, dans la silice pure qui absorbe de la lumière dans le visible, dans les proches infrarouges, dans l'ultraviolet. L'absorption est causée par les impuretés résiduelles des matériaux, tel que, les dopants et les ions hydroxyles des (OH^-). La courbe représentée en rouge sur la figure (2.2) ci-dessous traduit le résultat des deux types d'absorption, ou la somme de ces pertes forme ce qu'on appelle l'atténuation totale.

2.2.3.4. Les pertes extrinsèques (environnementale)

A part les pertes citées ci-dessus, il existe d'autres types de pertes contribuant aux pertes de la liaison optiques dites extrinsèque, comme l'épissurage, le pliage et les connexions de brassage. On peut citer aussi que la fibre optique subie des contraintes mécaniques dites d'enroulement (pliant), cette quantité importante diffusante de la lumière dans la gaine, crée une augmentation élevée de pertes si le rayon d'enroulement est trop petit.

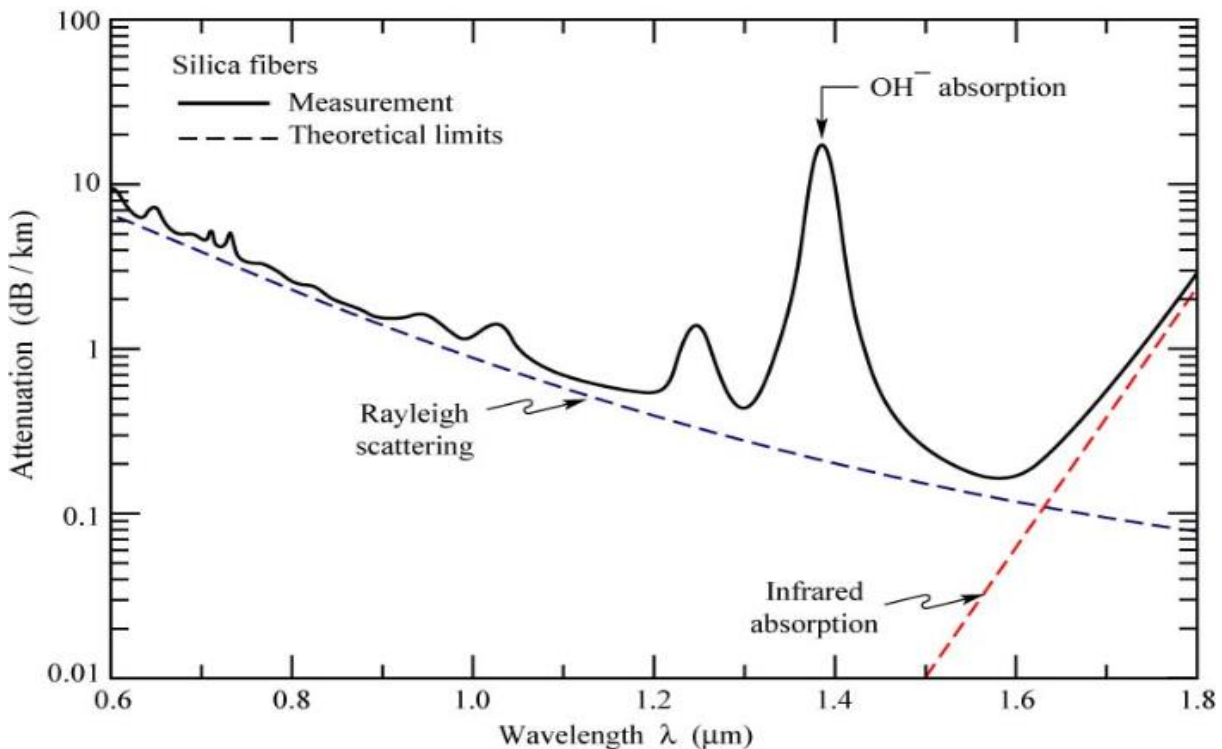


Figure 2.2 : Evolution de l'atténuation en fonction de la longueur d'onde dans la fibre optique [3]

2.3. La dynamique de Propagation des impulsions lumineuses

Le domaine de télécommunication basé essentiellement sur les systèmes de transmission à haut débit, n'empêche pas que ces systèmes heurtent à plusieurs limitations physiques, tel que les cinq altérations principaux suivantes : Le bruit causé par l'amplification de l'émission spontanée, l'atténuation de la puissance lumineuse, l'effet de dispersion de mode de polarisation, la non linéarité de la fibre optique, et la dispersion optique.

La propagation des signaux dans une fibre optique à base de silice, est gouvernée mathématiquement par la fameuse équation non linéaire de Schrödinger (2.15) [4] :

$$\frac{\partial E}{\partial z} + i\beta_2 \frac{\partial^2 |E|}{\partial t^2} = i\gamma |E|^2 E \quad (2.15)$$

Cette version de l'équation de Schrödinger représente la forme la plus simple, où elle ne prend pas en considération les termes des pertes, la dispersion et la non linéarité d'ordre supérieur, alors qu'on peut voir la version généralisée non linéaire de Schrödinger (2.16), qui représente une équation différentielle compliquée, en tenant compte des effets linéaires et non linéaires, cette équation peut être modifiée, simplifiée et adaptée pour la simulation numérique de tous les système de transmission optique [5] :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial z} A(z,t) = & -i \frac{\alpha}{2} A(z,t) - i \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} A(z,t) + \frac{\beta_3}{6} \frac{\partial^3}{\partial t^3} A(z,t) - i\gamma |A(z,t)|^2 A(z,t) \\ & + i\gamma T_R \frac{\partial}{\partial t} |A(z,t)|^2 A(z,t) + i \frac{2\gamma^2}{\omega_0} \frac{\partial}{\partial t} |A(z,t)|^2 A(z,t) \end{aligned} \quad (2.16)$$

Selon l'équation (2.15), nous remarquons l'apparition de plusieurs termes qui signifient respectivement, l'atténuation, la dispersion de second ordre, la dispersion de troisième ordre, la non linéarité, la diffusion Raman stimulée et le dernier terme qui représente l'auto-pentification.

La résolution de ce type d'équation est adaptée analytiquement par la méthode de formalisme du couplage et de l'amplitude phase et la méthode des transformés inverses. En appliquant la première méthode, on obtient deux solutions possibles [7,8] :

- Lorsque $\beta < 0$, le cas de la dispersion anormale ou la solution est d'une forme d'une sécante hyperbolique (La forme standard fondamentale d'un soliton brillant) représentée par l'amplitude suivante :

$$E(z,t) = \sqrt{a} \operatorname{sech} \left[\frac{a}{\sigma} (t - t_0) \right] \quad (2.17)$$

$$\text{Où : } a = \frac{2k}{\gamma} \quad \text{et} \quad \sigma = -\frac{\beta_2}{\gamma}.$$

σ : Représente la proportion positive entre la dispersion et la puissance initiale et le coefficient non linéaire du soliton.

- Lorsque $\beta > 0$, le cas de la dispersion normale, ou la solution est d'une forme d'une tangente hyperbolique (La forme standard fondamentale d'un soliton noir) représentée par l'amplitude suivante :

$$E(z,t) = \sqrt{\frac{k}{\gamma}} \tanh \left[\sqrt{\frac{k}{\beta_2}} (t - t_0) \right] \quad (2.18)$$

2.4. Régime de propagation d'Impulsion lumineuse dans une fibre optique

Pour étudier les différents effets qui constituent un obstacle durant la propagation des impulsions lumineuses à l'intérieur des fibres optiques, il faut d'abord séparer les deux régimes de propagation, le régime de propagation non linéaire et le régime de propagation dispersif. Afin d'éliminer les domaines de validité de chaque régime, nous allons tenir compte de la propagation d'une impulsion initiale en limite de Fourier de puissance crête P_0 et de largeur temporelle T_0 et nous allons déterminer les quantités de la longueur non linéaire L_{NL} et la longueur de dispersion L_D par :

$$L_{NL} = \frac{1}{\gamma P_0} \quad \text{Et} \quad L_D = \frac{T_0^2}{|\beta_2|}$$

2.4.1. Régime non linéaire

On considère la résolution de l'équation différentielle non linéaire de Schrödinger (2.15) dans un régime non linéaire et nous négligeons l'impact dispersif.

2.4.1.1. Auto modulation de la phase (SPM)

Parmi les effets non linéaires, on trouve l'auto modulation de phase, qui crée un déphasage temporel supplémentaire et qui équilibre l'effet de la dispersion, sans modifier le profil de puissance $P(t)$, cette manifestation est due à la dépendance de l'intensité d'onde porteuse de l'indice de réfraction [4], pour plus de détail sur la modulation SPM, on doit utiliser l'équation de Schrödinger non linéaire (2.15) dans laquelle le coefficient de la dispersion (β_2) est nul, alors l'équation se traduit par :

$$\frac{\partial E}{\partial z} = i\gamma |E|^2 E \quad (2.19)$$

Lorsque nous faisons l'intégration de cette équation, la solution va prendre la forme suivante :

$$E(z, t) = E(0, t) \exp(i\gamma |E(0, t)|^2 z) \quad (2.20)$$

L'équation (2.21) montre que, dans l'espace temporel, le module reste inchangé, par contre la phase sera affectée par elle-même et exprimé par un déphasage non linéaire qui est traduit par :

$$\phi_{NL} = \gamma |E(0, t)|^2 z \quad (2.21)$$

Admettant que l'impulsion est de type Gaussienne, la phase non linéaire va se maximiser vers le centre de l'impulsion ou $\phi_{NL \max} = \gamma |E(0,0)|^2$, c'est la puissance crête de l'impulsion [11,12]. On remarque dans l'équation (2.21), l'augmentation linéaire du déphasage non linéaire avec la distance de propagation, ce qui produit de nouvelles fréquences supérieures à la fréquence porteuse ω_0 dans le front descendant de l'impulsion et respectivement inférieur à ω_0 sur le front montant par l'effet non linéaire [10], cela entraîne un élargissement spectral de l'impulsion qui est suivie par des oscillations dans le spectre et causé par le phénomène d'interférence, dans ce cas, l'impulsion obtient un glissement de fréquence ou un chirp non linéaire défini par [4,5]

$$\delta\omega(t) = \omega(t) - \omega_0(t) = -\frac{\partial\phi_{NL}}{\partial t} = -\gamma z \frac{\partial |E(0,t)|^2}{\partial t} \quad (2.22)$$

La figure (2.3) montre un profil d'un chirp non linéaire en fonction du temps pour une impulsion sous forme Gaussienne.

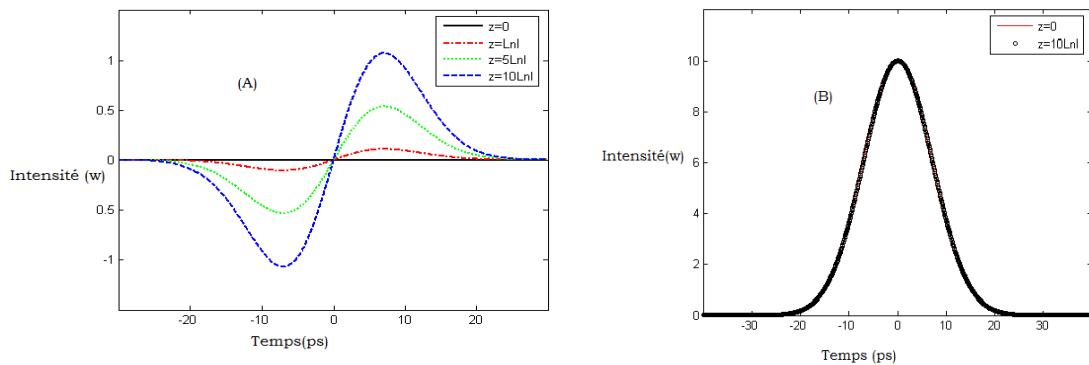


Figure 2.3 : (a) Profil de chirp à différentes distances de propagations obtenues par résolution de l'équation de Schrödinger non linéaire sans dispersion. (b). Profil d'intensité de l'impulsion Gaussienne, initiale (Solide) et après $5L_{NL}$ de propagation (Cercle).

2.4.1.2. La modulation de phase croisée (XPM)

Le principe physique de ce type de modulation est presque similaire au principe d'auto modulation de phase, seulement qu'elle est conditionnée par la présence de différentes ondes dans la fibre optique pour qu'elle se produise, mais il faut prendre en considération que ces différentes ondes peuvent avoir la même longueur d'onde, et qu'elles n'aient pas la même polarisation. La modulation de l'indice de réfraction vu par une onde se produit par sa propre intensité et par les intensités des autres ondes, donc l'indice de réfraction vu par la longueur d'onde λ pour un système de deux longueurs d'ondes est représenté comme suit [3] :

$$n = n_0 + n_2 [I(\lambda_1) + 2I(\lambda_2)] \tag{2.23}$$

Selon cette relation, nous remarquons que la modulation de phase croisée est importante (Deux fois) par rapport à la modulation de phase.

2.4.1.3. Processus de mélange à quatre ondes

Ce processus est essentiellement basé sur le principe d'extinction des deux photons de même ou de différentes fréquences, et de créer en même temps deux autres photons à des fréquences différentes. La figure (2.3) exprime l'effet de mélange à quatre ondes pour le spectre d'un signal et d'une pompe, aussi l'apparition des spectres de part et d'autre avec deux ondes à des longueurs d'ondes différentes [9].

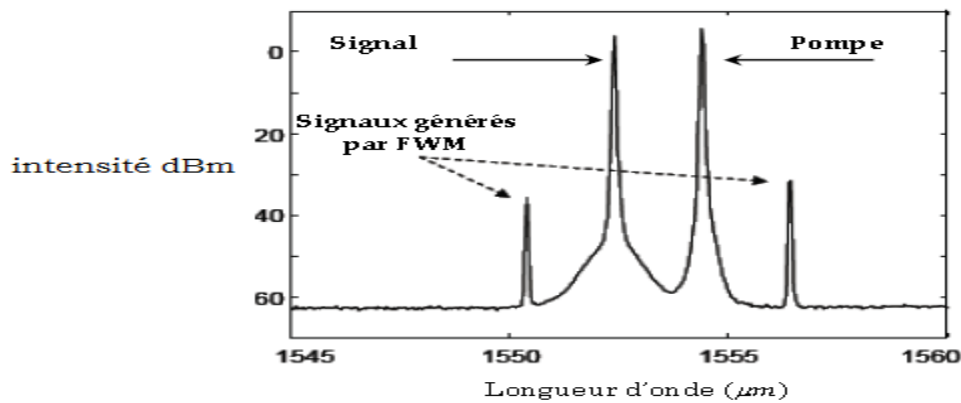


Figure 2.4 : Spectre d'un signal, d'une pompe à deux nouvelles longueurs d'onde créé par le processus de mélange à quatre ondes [9].

2.4.2. Le Régime dispersif

2.4.2.1. La Dispersion chromatique d'ordre 2 (GVD)

Considérons que les effets non linéaires sont négligés devant les effets dispersif ou $L_{NL} \gg L_D$, la modélisation de la propagation d'une onde lumineuse est présentée par l'équation (2.15) dans laquelle $\gamma = 0$ [3,4] :

$$\frac{\partial E}{\partial z} = -i \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} \tag{2.24}$$

Pour le domaine temporel, il est difficile de trouver une solution pour cette dernière équation, alors il faut l'exprimer dans le domaine fréquentiel :

$$\frac{\partial \tilde{E}}{\partial z} = i \frac{\beta_2 \omega^2}{2} \tilde{E} \quad (2.25)$$

Ou $\tilde{E}(z, \omega)$ traduit la transformée de fourrier du champ $E(z, t)$, alors que la solution simple de cette équation est représentée par :

$$\tilde{E}(z, \omega) = \tilde{E}(0, \omega) \cdot \exp\left(i \frac{\beta_2 \omega^2}{2} z\right) \quad (2.26)$$

Avec $E(0, \omega)$ qui représente le champ initial par la transformée de Fourier.

Selon l'expression (2.26), nous constatons que le module de $\tilde{E}(z, \omega)$ reste toujours constant le long de la propagation, ce qui montre que la dispersion n'a pas d'influence sur le spectre d'impulsion. Lorsqu'on utilise la transformation de fourrier, le champ électrique s'exprime par l'expression suivante :

$$E(z, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{E}(0, \omega) \cdot \exp\left(i \frac{\beta_2 \omega^2}{2} z - i \omega t\right) d\omega \quad (2.27)$$

Pour détailler les effets de la dispersion sur le développement temporel d'une impulsion, en tenant compte d'une impulsion Gaussienne d'un champ électrique, l'impulsion peut s'écrire sous la forme :

$$E(0, \omega) = \exp\left[-\left(\frac{t}{T_0}\right)^2\right] \quad (2.28)$$

T_0 Représente la demi - largeur à $\left[1/e\right]$ de l'intensité reliée avec sa largeur à mi-hauteur (FWHM) par cette expression [3] :

$$FWHM = 2\sqrt{\ln 2} T_0 \approx 1.66 \ln T_0 \quad (2.29)$$

Lorsqu'on utilise l'expression (2.27), l'évolution dans le domaine temporel de l'impulsion est :

$$E(z, t) = \frac{T_0}{\sqrt{T_0^2 - i\beta_2 z}} \cdot \exp\left(-\frac{t^2}{2(T_0^2 - i\beta_2 z)}\right) \quad (2.30)$$

Cette équation indique que l'impulsion préserve sa forme dans le long de sa propagation avec un élargissement en fonction de la distance z , en effet, l'impulsion lumineuse subit une décroissance de sa puissance crête tout en préservant sa forme. Afin de mettre en évidence le phénomène d'élargissement, nous pouvons réajuster l'expression (2.30) pour avoir :

$$E(z,t) = \frac{1}{\left[1 + \left(i \frac{\beta_2 z}{T_0^2}\right)^2\right]^{\frac{1}{4}}} \cdot \exp \left(-\frac{t^2}{T_0^2 \left[1 + \left(i \frac{\beta_2 z}{T_0^2}\right)^2\right]} + \frac{2i\beta_2 z t^2}{T_0^4 \left[1 + i\left(\frac{\beta_2 z t}{T_0^2}\right)^2\right]} - i \frac{1}{2} \arctan\left(\frac{\beta_2 z}{T_0^2}\right) \right) \quad (2.31)$$

Alors, quel que soit le signe de l'indice β_2 , l'augmentation de la largeur sera en fonction de la distance de propagation z selon :

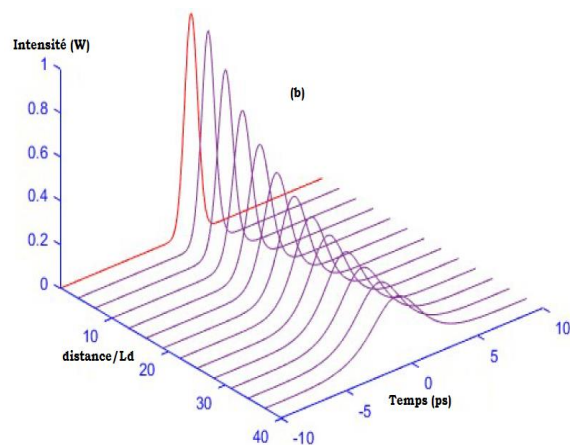
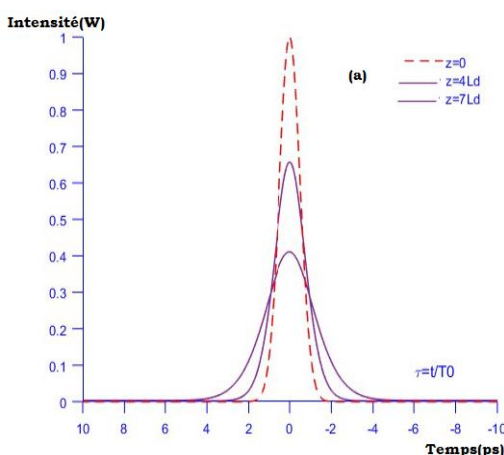
$$T_{z(z)} = T_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z}{L_D}\right)^2} \quad (2.32)$$

La dérivée temporelle de la phase, s'écarte donc de la fréquence de la porteuse d'une valeur qui varie linéairement le long de la propagation de l'impulsion qui augmente en fonction de la distance de propagation, ce qui donne un glissement de fréquence (chirp linéaire) déterminé par [3,13] :

$$\delta\omega = (z,t) = 2 \cdot \frac{\text{sgn}(\beta_2) \left(\frac{z}{L_D}\right)}{1 + \left(\frac{z}{L_D}\right)^2} \cdot \frac{t}{T_0^2} \quad (2.33)$$

Donc l'explication du chirp est le déplacement des différentes composantes spectrales de l'impulsion avec des différentes vitesses à travers la dispersion chromatique [3,4].

Dans le cas d'un régime de dispersion anormale ($\beta_2 < 0$), les composantes de plus basses fréquences se déplacent plus lentement que les composantes de plus hautes fréquences. Durant la propagation de l'impulsion lumineuse, les composantes de hautes fréquences vont donc s'accumuler sur le front montant de l'impulsion, alors que les composantes de basses fréquences vont s'accumuler sur le front descendant et le front montant de l'impulsion est plus rapide que le front descendant. Pour plus de démonstration sur le régime (GVD), la figure (2.4) affirme l'impact de la dispersion sur la dynamique de la propagation d'une impulsion Gaussienne sur une distance z ($z = 40L_D$) .



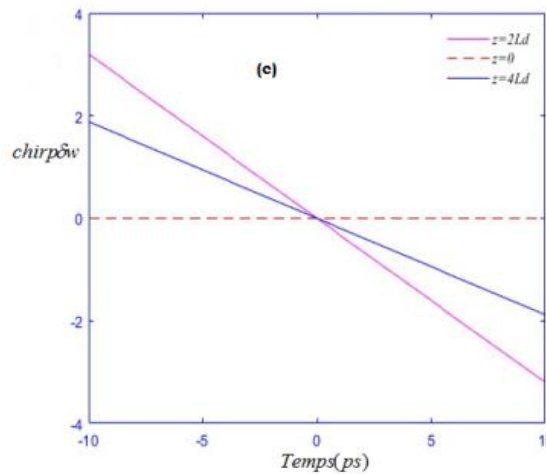


Figure 2.5 : (a) Représente un profil de deux dimensions d’une impulsion Gaussienne, (b) représente l’évolution d’une impulsion Gaussienne dans un milieu purement dispersif, pour une distance de $40 L_D$, (c) représente un profil d’un chirp.

2.4.2.2. La Dispersion chromatique d’ordre 3 (TOD)

Avant de parler de la dispersion de troisième ordre, il est impérativement nécessaire de confirmer que la dispersion de deuxième ordre représente pratiquement la partie dominante de la dispersion qui évoque un élargissement temporel de l’impulsion lumineuse. Des fois la nécessité exige d’introduire des termes d’ordre supérieur, ainsi que la dispersion de troisième ordre est nommée comme pente de la dispersion. Pour les impulsions ultras courtes (Par exemple FWHM $\langle 1$ ps), le terme significatif de la dispersion chromatique de deuxième ordre β_2 n’est plus considéré comme une constante, alors, il faut introduire le coefficient β_3 dans l’équation (2.24) [3].

$$i \frac{\partial E}{\partial z} = \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} + i \frac{\beta_3}{6} \frac{\partial^3 E}{\partial t^3} \tag{2.34}$$

La résolution de cette équation, nécessite d’abord de basculer cette équation vers le domaine fréquentiel, avec le changement de $\frac{\partial}{\partial t}$ par $i\omega$:

$$i \frac{\partial \tilde{E}}{\partial z} = \frac{\beta_2}{2} \omega^2 \tilde{E} + i \frac{\beta_3}{6} \omega^3 \tilde{E} \tag{2.35}$$

Après l’intégration et la transformation de fourrier inverse de l’équation (2.35), le champ de l’impulsion dans le domaine temporel en fonction de la distance z est représenté comme suit :

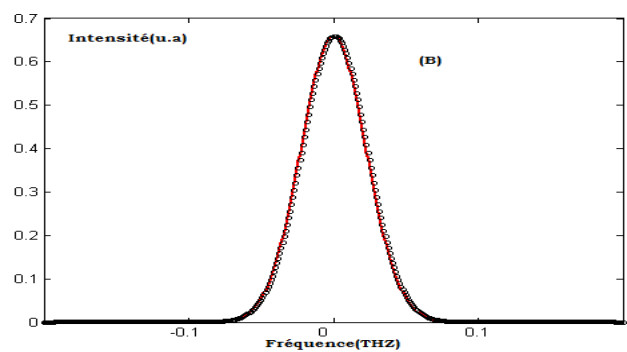
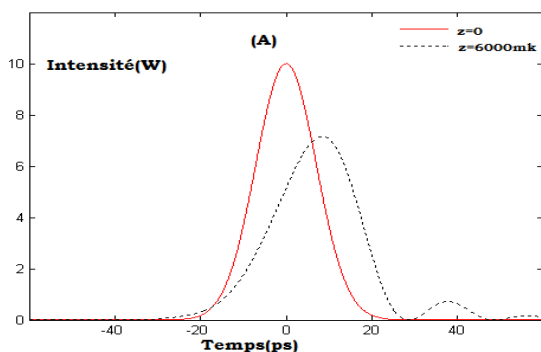
$$E(z,t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} E(0,z) \cdot \exp \left[i \left(\frac{\beta_2}{2} \omega^2 z + \frac{\beta_3}{2} \omega^3 z - \omega t \right) \right] \cdot d\omega \quad (2.36)$$

A cet effet, nous constatons que le module du champ électrique $\tilde{E}(z, \omega)$ reste inchangé durant la propagation, cela indique que la GVD et TOD ne modifient pas le spectre de l'impulsion au cours de la propagation mais changent uniquement la phase des composantes spectrales dans le but de comparer l'effet de la dispersion de deuxième et troisième ordre. Il est pratiquement nécessaire d'insérer une deuxième longueur de dispersion L_{D_3} qui correspond à la dispersion de troisième ordre est qui est représenté par :

$$L_{D_3} = \frac{T_0^3}{|\beta_3|} \quad (2.37)$$

Il faut mentionner que la dispersion d'ordre trois (TOD) jouera un rôle très important si $L_{D_3} \ll L_D$, pour une impulsion possédant un spectre très large, la dispersion de deuxième ordre est très faible. D'après la simulation suivante, on peut montrer le développement d'une impulsion Gaussienne propageant dans un milieu fibre purement dispersive, ne contient que la dispersion d'ordre trois, et sa largeur à mi-hauteur est de 10 ps, cette simulation est effectuée selon les paramètres suivants : $\beta_2 = 0$, $\beta_3 = 5 \text{ ps/km}$, $L_{D_3} = 200 \text{ km}$, $L_D = 0$, $L = 5 \text{ km}$.

Après avoir vérifié ces courbes, nous observons l'évolution d'une impulsion Gaussienne, ainsi que la déformation asymétrique de l'impulsion, par contre dans le cas de la dispersion de deuxième ordre, l'impulsion conserve sa forme Gaussienne initiale, aussi on remarque que la dispersion d'ordre trois produit une asymétrie de l'impulsion avec la naissance d'oscillation sur un des fronts de l'impulsion (figure 2.5 (a - c)). La figure (2.5.b) confirme le cas précédent de la dispersion d'ordre deux, ou le spectre de l'impulsion reste inchangé durant la propagation de l'impulsion, la disposition qui prouve ce que nous avons étudié théoriquement auparavant. En effet, les résultats de cette simulation nous permettent de constater la déformation de la série d'impulsion d'une séquence codée [8].



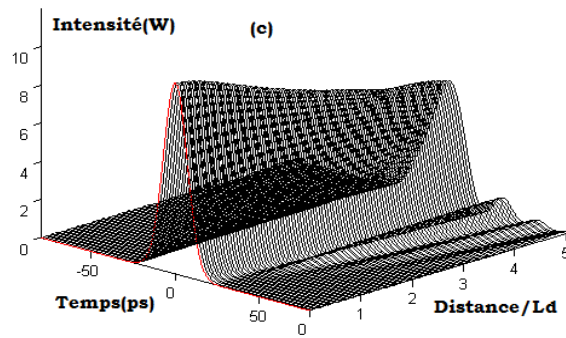


Figure 2.6 : (A) Profil d'intensité pour une impulsion gaussienne, initialement (Trait continu rouge) - après $3L_{D_3}$ de propagation (Pointillés). (B) Développement d'un spectre de l'impulsion, initialement (Trait continu) et après $3L_{D_3}$ de propagation (Pointillés). (C) Développement d'une impulsion sous forme Gaussienne dans une fibre optique purement dispersive de troisième ordre $5L_{D_3}$.

2.5. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons éclairci les principes de base qui caractérisent une impulsion lumineuse et les effets importants qui conduisent à sa propagation dans les fibres optiques. Pour annoncer le développement d'une impulsion, on a utilisé le modèle efficace et le plus simple présenté par l'équation non linéaire de Schrödinger, qui prend en considération la non linéarité et la dispersion exposée à une impulsion durant sa propagation ainsi que les solutions analytiques de l'équation non linéaire de Schrödinger qui nous permet d'avoir un cas exceptionnel parfaitement stable dit **Soliton** qui est le sujet de notre travail dans le prochain chapitre.

Bibliographie

- [1] Irène JOINDOT and Michel Joindot. telecommunications Technologies optiques. ACADEMIC PRESS, 200x.
- [2] K. C. Kao and G. A. Hockham. Dielectric surface waveguides for optical frequencies. Proc. IEE, 113 :1151.1158; 1966.
- [3] G. P. Agrawal, Nonlinear Fiber Optics, Academic Press, Optics and Photonics. New York, 3 edition ; (2001)
- [4] G. Millot & P. Tchofo-Dinda, Basic principles of nonlinear effects in optical fibers, in Encyclopedia of Modern Optics, Elsevier Science (2005).
- [5] Govind P. Agrawal. « Nonlinear Fiber Optics ». Academic Press, Inc; (1989).
- [6] John Crisp and Barry Elliott. « Introduction de Fiber Optics ». Newnes ;(2005).
- [7] Min Du, Andrew K. & Chan Charles K. Chui. « A novel approach to solving the nonlinear Schrödinger equation by the coupled amplitude-phase formulation ». IEEE J Quant Elec. 31, p :179 ; (1995).
- [8] H, Triki, « Dynamique de propagation non linéaire des solitons KVD ». Thèse doctorat, université Badji Mokhtar Annaba; (2003).
- [9] T.N. Nguyen, «Étude de composants optiques à base de fibres optiques non Linéaires ». Thèse Doctorat, Rennes1 ; (2008).
- [10] R. Grasser « Génération et propagation des réseaux périodiques de soliton spatiaux Dans un milieu de Kerr massif ». Thèse Doctorat, université Franche-Comté, France ; (2000).
- [11] J. Fatome, Propagation d'impulsions ultracourtes à 160 Gb/s dans des lignes de fibres optiques gérées en dispersion, Thèse de doctorat, université Bourgogne, France (2004).
- [12] G. Millot & P. Tchofo-Dinda, « Basic principles of nonlinear effects in optical fibers, in Encyclopedia of Modern Optics », Elsevier Science (2005).
- [13] Positive Ligth, « Chirped Pulses and the meaning of Fourier transform limited ». Technical note; (2002).

Chapitre 3

Les Solitons Optiques

Sommaire du chapitre

- Introduction
- Les types des solitons
- Dynamique de propagation des solitons temporels
- Les interactions entre les solitons voisins
- Les solitons d'ordre supérieur
- La propagation des solitons dans les différents milieux
- L'équation non linéaire de schrodinger d'ordre supérieur
- Les solutions solitonique
- Conclusion
- Bibliographie

3.1. Introduction

Il y environ deux cents ans, une onde localisée se propage sans se disperser a été mise en évidence par l'observation de *J. Scott Russell* un ingénieur de la navigation fluviale écossaise (1808-1882). Les solitons sont des ondes auto-piégées et localisées ne subissant aucun étalement lors de leur propagation dans un environnement dispersif. Les solitons existent en vertu d'un exact équilibre entre la dispersion (Ou la diffraction) qui tend à l'expansion de l'onde localisée et l'effet non-linéaire qui contrebalance l'effet dispersif (Diffusif). Des expériences de plusieurs chercheurs et dans divers domaines de sciences et technologies ont introduit à ces ondes traversant un milieu matériel et préservant leurs formes et leurs vitesses même après collisions le nom **soliton**, donnant un acronyme semblable à une particule, son impact a fait même la naissance de la télécommunication optique. L'amplitude, la position temporelle, la phase et la fréquence sont les quatre paramètres caractérisant les solitons. De ce qu'a été signalé, l'objectif de ce chapitre est de donner l'essentielle et les importantes caractéristiques de ces solitons.

3.2. Les types de solitons

La classification des solitons généralement catégorisée par la nature de formation au niveau des milieux de propagation. Il existe trois types de solitons : Les solitons spatiaux, les solitons temporelles et les solitons spatio-temporels.

3.2.1. Les solitons spatiaux

Ce type de solitons, résultent de la balance entre l'auto focalisation non linéaire (Phénomène produit dans les milieux Kerr) et la diffraction naturelle [1], en effet, la création des solitons spatiaux est basée sur deux notions : Le déphasage photo induit et la géométrie du guide d'onde [2]. Relativement les solitons spatiaux causés par la notion de déphasage photo induit, correspondent à un étalement des fronts d'onde par le chevauchement des ondes planes qui sont compensés par le déphasage photo induit, ce dernier dépend du profil d'intensité ce qui produit une auto focalisation, qui cause la création des solitons spatiaux [3]. L'autre description est causée par l'égalité entre l'angle critique de la réflexion totale θ_c (Qui produit l'auto focalisation pour les petits angles) et la diffraction qui est déterminée par l'angle de diffraction θ_D :

$$\theta_c = \theta_D \Leftrightarrow L_A = L_D \quad (3.1)$$

$$\text{Où : } \theta_c = \frac{r}{L_A} \quad , \quad \theta_D = \frac{r}{L_D}$$

r : Représente le rayon de l'ouverture.

L_D : La longueur de Rayleigh.

L_A : La longueur de l'auto focalisation

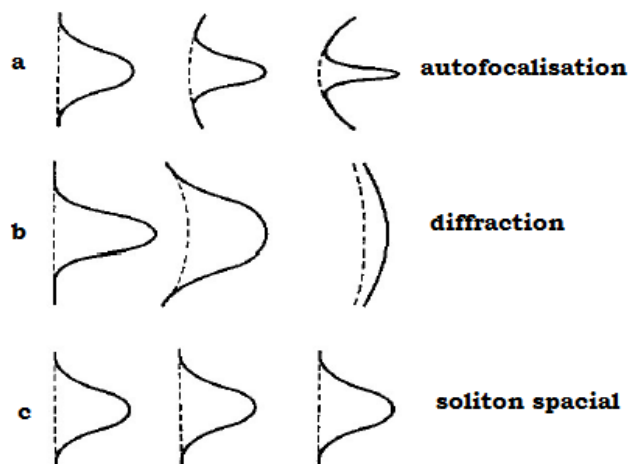


Figure 3.1 : Profil d'une impulsion sous trois effets : Auto focalisation, diffraction et le soliton spatial.

3.2.2. Les solitons temporels

Le soliton temporel est défini par des impulsions optiques, il ne subit pas de variation temporelle au cours de sa propagation, ce type de soliton résulte de l'équilibre parfait entre la dispersion chromatique du milieu et sa non linéarité. À cet effet, l'équilibre entraîne des bonnes caractéristiques d'ondes ainsi que la robustesse et la stabilité, qui produit un soliton fondamental. Le point essentiel dans ce cas, c'est bien que les deux longueurs L_D (Régime purement dispersif) et L_{NL} (Régime linéaire) sont égaux.

3.2.3. Les solitons spatiaux temporels (balle de lumière)

Généralement, ces solitons se propagent dans la géométrie complexe [4-6]. L'énergie lumineuse est confinée directement dans les trois dimensions de l'espace (Comme une bille). L'avantage des solitons spatiaux temporels est la capacité de transporter une grande puissance avec une faible énergie où le problème de sur échauffement n'est plus posé.

3.3. La dynamique de propagation des solitons temporels

Il est nécessaire d'abord de comprendre que la propagation des impulsions solitoniques optiques en régime de pico seconde est soumise à l'équation non linéaire de Schrödinger normalisée, dans ce contexte, on considère uniquement la dispersion, la perte et la non linéarité de la fibre optique. Dans un système de transmission par fibre optique, on peut la déterminer précisément par l'équation de propagation simplifiée [7-9] :

$$\frac{\partial}{\partial z} A(z,t) = -i \frac{\alpha}{2} A(z,T) - i \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2}{\partial T^2} A(z,T) + i\gamma |A(z,T)|^2 A(z,T) \quad (3.2)$$

A : L'amplitude de l'impulsion optique qui varie lentement,

T : Le temps exprimé dans un cadre référentiel qui se déplace avec une vitesse de groupe V_g ,

où $T = \left(t - \frac{z}{V_g} \right)$.

La transformation de $A(z,T) = \sqrt{P_0} \exp\left(-\frac{\alpha z}{2}\right) U(z,T)$ permet de réécrire l'équation

(3.2) sous l'expression suivante :

$$i \frac{\partial U}{\partial z} = \frac{\text{sgn}(\beta_2)}{2L_D} \frac{\partial^2 U}{\partial T^2} - \frac{\exp(-\alpha z)}{L_{NL}} |U|^2 U \quad (3.3)$$

Dans une fibre optique, la possibilité d'équilibre parfait entre la non linéarité Kerr et la dispersion chromatique pour les impulsions solitoniques est exprimée sous la forme :

$$E(z,t) = N \sqrt{P_s} \text{sech} \left(\frac{t}{T_s} \right) \exp \left(i \frac{P_s z}{2\gamma} \right) \quad (3.4)$$

Avec : P_s représente la puissance crête du soliton exprimée par :

$$P_s = \frac{|\beta_2|}{\gamma T_s^2} \quad (3.5)$$

T_s C'est la largeur de l'impulsion à $\left(\frac{1}{e} \right)$.

3.3.1. Le soliton temporel noir

Ce type de soliton existe en régime dispersif normal ($\beta_2 > 0$) où les basses fréquences sont plus rapides que les hautes fréquences. Créer un chirp contraire de la dispersion chromatique d'ordre deux compense l'effet de chirp de la dispersion, c'est à dire faire l'inversement du signe de la variation temporel de l'auto modulation de phase. En conséquence, l'impulsion résultante par l'insaturation d'équilibre est dite : Soliton fondamental noir, qui contient deux fronts de phase plane avec une intensité au centre, avec un déphasage π exprimé par un creux d'intensité (Figure 3.2), donc la forme de leur profile est sous la forme d'une fonction tangente hyperbolique représentée par [10,11] :

$$E_D(z,t) = \sqrt{P_D} \tanh\left(\frac{t}{T_D}\right) \exp\left(i \frac{P_D}{2\gamma} z\right) \quad (3.6)$$

Où la puissance creuse est déterminée par :

$$P_D = \frac{|\beta_2|}{\gamma T_D^2} \quad (3.7)$$

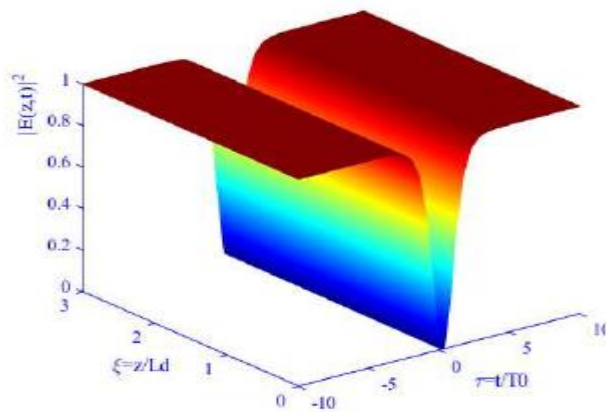


Figure 3.2 : Propagation d'un soliton noir dans une fibre optique.

3.3.2. Le soliton temporel brillant

Contrairement au soliton noir et pour le régime de dispersion anormal ($\beta_2 < 0$), il est possible d'arriver dans un équilibre parfait au milieu de la fibre optique entre la dispersion chromatique d'ordre deux et la non linéarité Kerr, dans ce cas , le champ généré par la SPM est contrebalancé le long de la fibre optique par le chirp lié à la GVD, en conséquence l'équilibre parfait entre ces deux effets permet de former un soliton brillant sous la forme d'une fonction sécante hyperbolique (Figure 3.3) exprimée par l'équation suivante [10,11]:

$$E(z, t) = \sqrt{P_0} \operatorname{sech} \left(\frac{t}{T_0} \right) \exp \left(i \frac{P_0}{2\gamma} z \right) \quad (3.8)$$

Lorsque l'ordre de soliton est $N=1$, pour l'équation (3.4), la puissance crête du soliton est représentée par :

$$P_0 = \frac{|\beta_2|}{\gamma T_0^2} \quad (3.9)$$

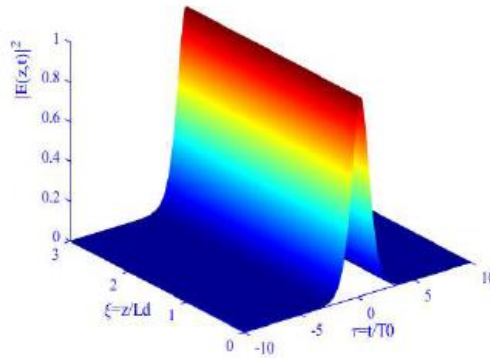


Figure 3.3 : Propagation d'un soliton brillant dans une fibre optique.

3.4. Les interactions entre les solitons voisins

La largeur d'impulsion T_0 est le paramètre essentiel pour la conception des systèmes de transmission d'ondes lumineuses composées de solitons. Notons que chaque impulsion de soliton occupe une section (Bit slot). Pratiquement la perturbation de soliton par la présence des impulsions au niveau du slot voisin provoque une création d'un champ optique combiné, qu'on appelle les interactions adjacentes des solitons [12].

La perturbation de soliton par la présence des impulsions voisines dans la fibre optique pousse ce soliton de changer sa position temporellement. La solution approximative pour le cas de deux solitons voisins, basé sur l'approche de quasi-particule (Entité associée à un phénomène d'excitation d'un système formé de nombreuse particules identiques en interaction), qui a été expliquée par Karpman et Solovev [13], donc on peut exprimer la forme généralisée pour une paire de solitons par la relation suivante :

$$u(t, q) = \exp(i\Omega) \{ A_1 \operatorname{sech} [A_1(t - q)] \exp(i\theta_1) + A_2 \operatorname{sech} [A_2(t - q)] \exp(i\theta_2) \} \quad (3.10)$$

Avec A_1 et A_2 qui représentent l'amplitude des deux solitons et la séparation normale entre ces deux solitons à l'intérieur de la fibre identifiée par $2q$ et une différence de phase relative :

$$\psi = \frac{\theta_1 - \theta_2}{2} \quad (3.11)$$

On peut dire que la dynamique des deux solitons est tout à fait causée par la force d'interaction qui dépend de leur séparation. Il est possible d'écrire la forme normale de l'amplitude des deux solitons dans le cas temporel lumineux par l'expression suivante [12] :

$$u(0,t) = \sec h(\tau - q_0) + \rho \sec h[\rho(\tau + q)] \exp(i\theta) \quad (3.12)$$

Avec θ représente la phase relative, ρ est l'amplitude relative et q_0 est la séparation initiale liée au débit binaire exprimé par [12] :

$$B = \frac{1}{2q_0T_0} \quad (3.13)$$

En plus de la séparation initiale, le phénomène d'interaction des solitons optiques dépend aussi de l'amplitude relative et la phase. Notons que l'expression de la séparation (q) à n'importe quelle distance pour le cas particulier $\rho = 1, q_0 \gg 1$ est exprimée par :

$$\exp[2(q - q_0)] = \frac{1}{2} [1 + \cos(4\xi) e^{-q_0}] \quad (3.14)$$

Où ξ est la distance normalisée le long de la fibre optique $q(\xi)$.

L'étude de l'expression (3.14) prouve que le long de la fibre optique $q(\xi)$ change périodiquement avec une période d'oscillation :

$$\xi_p = \frac{\pi}{2} \exp(q_0) \quad (3.15)$$

La figure (3.4) présente l'évolution de deux solitons, lorsqu'elle a plusieurs valeurs de ρ et θ ce qui génère quatre types d'interactions : Interaction attractive, interaction par collision, interaction de glissement et l'interaction par répulsion [14].

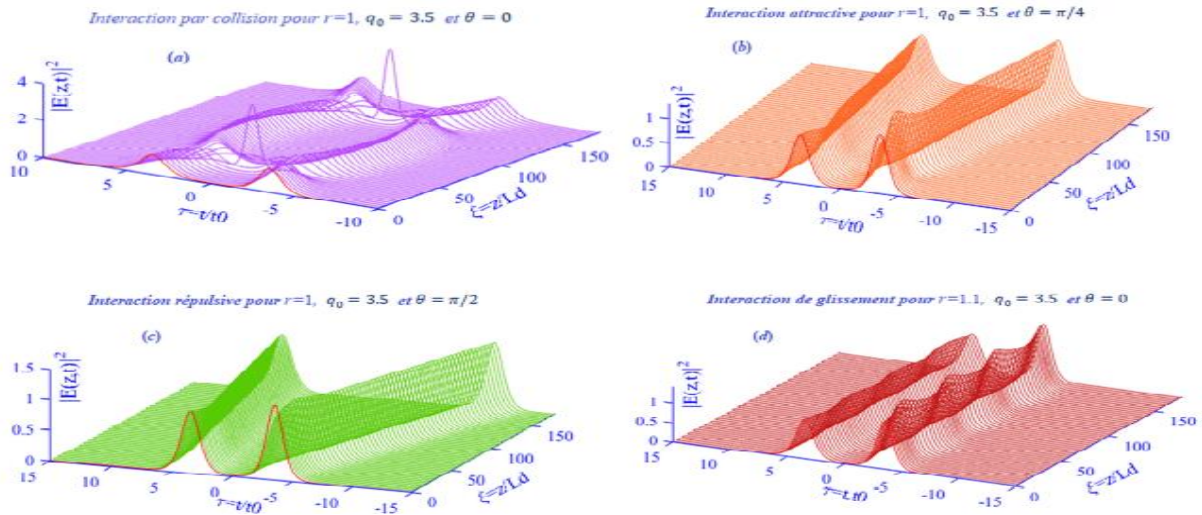


Figure 3.4 : Courbes d'évolution d'une paire de solitons montrant les effets de l'interaction entre les solitons adjacents pour quatre choix différents.

3.5. Les solitons d'ordre supérieur

Pour obtenir un soliton d'ordre supérieur (N), il est nécessaire que sa puissance fondamentale P_s soit inférieure à la puissance P_{SN} et la propagation de ce soliton n'est plus identique à lui-même sur le long de la fibre quelle que soit (z) [15]. Après une distance L_S (Période du soliton) le soliton se retrouvera à la forme initiale c'est-à-dire à une forme identique :

$$L_S = \frac{\pi}{2} L_D = \frac{\pi}{2} * \frac{T_0^2}{2\gamma|\beta_2|} \tag{3.16}$$

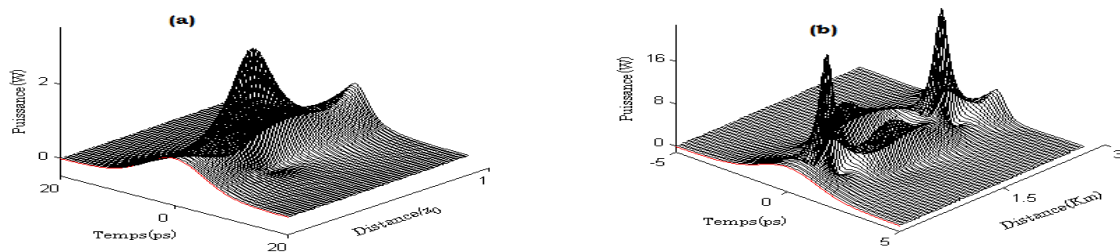


Figure 3.5 : Evolution d'un soliton d'ordre 2 et d'un soliton d'ordre 3 respectivement.

3.5.1. Les solitons d'ordre deux

La simulation du comportement d'un soliton sur une période permet à ce soliton de rattraper périodiquement sa forme initiale après qu'il a subi à une compression qui résulte d'une déformation par rapport à sa forme initiale en phase et en amplitude. A cet effet nous remarquons un pic central et deux creux satellitaires sur les côtés [16] (Figure 3.4-a).

3.5.2. Les solitons de troisième ordre

La figure (3.4-b) montre l'évolution d'un soliton de troisième ordre, selon cette figure, nous constatons la compression temporelle du soliton d'ordre trois en premier lieu où la puissance crête dépasse de 16w après une distance de 600m de propagation au sein de la fibre optique. Après une distance $z = \frac{L_S}{2}$, nous remarquons un éclatement de l'impulsion ce qui conduit à l'apparition de deux impulsions distinctes. Au de la, les deux impulsions se rassemblent à une distance L_S , l'impulsion revient identiquement à l'état initial, c'est ce qu'on appelle l'équilibre entre les deux forces, attractive et répulsive (Figure3.4-b).

3.6. La propagation des solitons dans les différents milieux

Le soliton est une conséquence naturelle de la science et la technologie, il décrit des solutions déterminées par les équations différentielles gouvernantes. La dynamique des ondes qui se propagent dans les différents milieux présente des effets non linéaires, tel que : l'hydrodynamique, la physique de la matière condensée, l'optique non linéaire...etc. en effet, les types d'équations deviennent enveloppées. La quasi-totalité des solitons sont présentés par les équations de Korteweg et Vries qui caractérisent la propagation dans les milieux de non linéarité et la faible dispersion comme dans l'eau, l'équation de Sin Gordon représente les milieux dynamiques comme les systèmes d'une succession de N pendules et l'équation de Schrodinger non linéaire représente la propagation des impulsions dans la fibre optique.

3.6.1. Équation de Korteweg et Vries

En 1895, Diedrik Korteweg et Gustav Vries ont dérivé l'équation différentielle non linéaire qui représente la propagation des ondes sur une surface d'un bassin d'eau non profond, cette équation non linéaire et dispersive a été exprimée par Korteweg et Vries selon la forme suivante :

$$u_t + cu_x + \eta uu_x + \gamma u_{xxx} = 0 \tag{3.17}$$

Où : c représente la vitesse d'onde, η est le coefficient non linéaire et γ représente le coefficient de la dispersion. Dans l'équation (3.17), la non linéarité est représentée par uu_x , et la dispersion par u_{xxx} , les deux scientifiques néerlandais Korteweg et Vries remarquent que l'équilibre délicat entre la dispersion et la faible non linéarité définit la formulation du soliton, où l'équation de Korteweg et Vries possède une solution présentée par une onde solitaire (Figure 3.5) exprimée par [17] :

$$u(x,t) = \frac{3c}{\eta} \operatorname{sech}^2 \left[\frac{\sqrt{c/\gamma}}{2} (x - x_0 - ct) \right] \tag{3.18}$$

Avec : x_0 la constante d'intégration arbitraire.

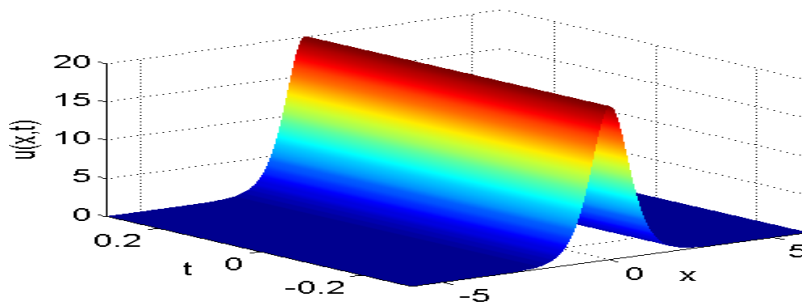


Figure 3.6 : Profil d'évolution de la solution Soliton de l'équation (3.18) de KdV où $\gamma = 0.5$, $\eta = 0.3$ et $c = 2$.

3.6.2. Équation de sine-Gordon

L'équation de Sin Gordon est une équation aux dérivées partielles hyperboliques non linéaires en 1 + 1 dimensions impliquant l'opérateur d'Alembert et le sinus de la fonction inconnue, elle a été introduite à l'origine par Edmond Bour (1862), cette équation a attiré beaucoup d'attention dans les années 1970 en raison de la présence de solutions de soliton. L'équation de sine-Gordon est décrite normalement par la forme suivante [18] :

$$u_{\sigma\eta} = \sin u \tag{3.19}$$

L'équation Sine Gordon apparaît dans quelques domaines d'applications physiques, tel que le mouvement d'une pendule rigide attachée à un fil étiré et les dislocations dans les cristaux. De plus, l'équation de Sin Gordon peut être exploitée pour décrire la propagation d'impulsions optiques ultracourtes dans les lasers. La solution d'un soliton de l'équation Sin Gordon sous sa forme (3.18) est :

$$u(x,t) = \arctan \left[\exp \frac{x - \lambda t}{\sqrt{1 - \lambda^2}} \right] \tag{3.20}$$

Où : $-1 < \lambda < 1$

L'équation (3.20) présente une solution dite Kink dont (u) augmente de 0 à 2π , lorsque (x) augmente de $-\infty$ vers $+\infty$. La figure (3.6) exprime la solution de Sin Gordon.

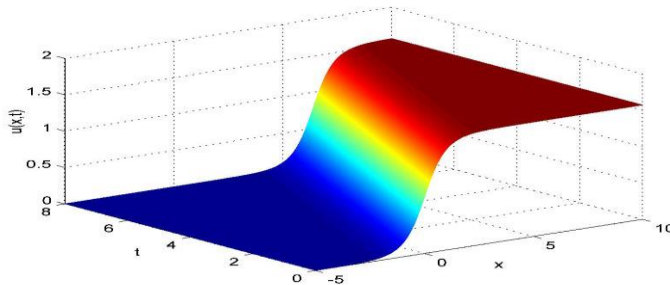


Figure 3.7 : Profile d'évolution du Sin Gordon où $\lambda=0,8$.

3.7. L'équation non linéaire de Schrodinger d'ordre supérieur

Comme on a déjà vu au pare avant, l'équation de Schrodinger non linéaire standard régisse la propagation des impulsions optiques pour les durées de picoseconde, alors que les impulsions concernées par les durées de femtoseconde, l'équation NLS cubique est inapte et ne peut pas représenter la dynamique de propagation, c'est le cas des termes d'ordre supérieur qui ne peuvent pas être négligés, par contre l'équation non linéaire de Schrodinger d'ordre supérieur peut présenter ce cas, notons que la forme de cette équation pour les milieux dispersifs qui sont caractérisés par une grande saturation de l'effet Kerr ainsi que les milieux cubiques – quantique sont présentés par [19,20] :

$$iE_z + \sum_{n=2}^4 (i) \frac{a_n}{n!} \frac{\partial^n E}{\partial t^n} + i \sum_{n=1}^N \alpha_n |E|^{2n} E + i \sum_{n=2}^N \beta_{n-1} \left(|E|^{2n-2} E \right)_t + i \sum_{n=2}^N \gamma_{n-1} \left(|E|^{2n-2} \right)_t E \tag{3.21}$$

Dispersion non linéaires termes de raidissement termes Raman

3.8. Les solutions solitonique

Mathématiquement, les équations de Schrodinger non linéaire d'ordre supérieur ne sont pas intégrables à cause de la présence des termes dispersifs et non linéaires d'ordre supérieur. Afin d'avoir des solutions solitoniques, dans ce qui suit, nous allons présenter quelques fonctions d'essais de type d'onde solitaire.

3.8.1. Le soliton dipôle

Ce modèle de soliton représente un soliton exceptionnel, car il possède deux courbes symétriques et une intensité nulle au centre de l'impulsion (Figure 3.5). On remarque aussi une présence d'un déphasage de π [21]. Le soliton dipôle étudié par Choudhuri et Porseziane [22] à travers l'utilisation de la fonction d'amplitude complexe suivante :

$$A(z,t) = i\beta + \lambda \operatorname{sech}[\eta(t - \chi z)] \tanh[\rho(t - \chi z)] \quad (3.22)$$

Si nous regardons attentivement dans cette équation nous remarquons qu'elle est sous forme d'un produit entre deux solitons, l'un est brillant et l'autre est noir.

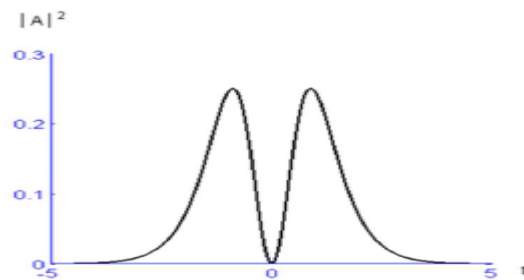


Figure3.8 : Profil d'un soliton dipôle

3.8.2. Le soliton multi pôles

Ce type de soliton est la conséquence de la superposition de trois solitons brillants, noir et dipôle (Figure3.6). L'expression complexe d'un soliton multipôles s'exprime comme suit [23]:

$$A(z,t) = i\beta\lambda \tanh[\eta(t - \chi z)] + i\rho \operatorname{sech}[\eta(t - \chi z)] + \lambda \operatorname{sech}[\eta(t - \chi z)] \tanh[\rho(t - \chi z)] \quad (3.23)$$

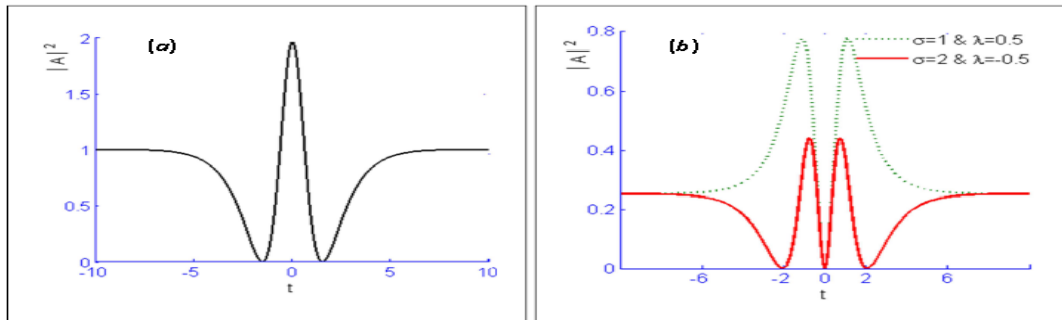


Figure 3.9 : Profil de solitons multi pôles, (a) : soliton sous forme W. (b) : soliton tri pôle en vert pointée et le soliton de cinquième ordre en rouge.

3.8.3. Le soliton combiné

Ce type de soliton se présente comme une enveloppe complexe sous forme d'une superposition de solitons noirs et de solitons brillants, verrouillés longitudinalement [24]. L'équation correspondante à ce type d'enveloppe complexe s'exprime par :

$$A(z,t) = i\beta + \lambda \tanh[\eta(t - \chi z)] + i\rho \operatorname{sech}[\eta(t - \chi z)] \quad (3.24)$$

3.9. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons mis en évidence les concepts et applications du soliton optique qui représentent un sujet très important dans le domaine de communication par fibre optique en raison de leur indéniable élégance, leur capacité de propagation sur de très longues distances et aussi à cause des propriétés expérimentales et mathématiques notables pour des systèmes ayant des solutions de type soliton. Afin d'étudier la propagation des solitons dans un milieu optique en régime de picoseconde, nous avons d'abord abordé les principaux effets (Effets non linéaires et dispersion chromatique) aussi le rapport entre les deux longueurs L_D et L_{NL} qui décrivent l'ordre de soliton N. En effet la propagation des informations dans la fibre optique se fait grâce à des solutions particulières de l'équation NLS.

Nous avons présenté aussi dans ce chapitre, les différents types de solitons (Temporels, spatiaux et spatiaux temporels) ainsi que le fameux phénomène des interactions des solitons et nous avons évoqué aussi l'évolution d'une impulsion modélisée par l'équation de NLS d'ordre supérieur avec quelques fonctions d'enveloppes complexes qui permettent de déterminer les différentes formes de solitons.

Bibliographie

- [1] William E. Torruellas, ZuoWang, David J. Hagan, Eric W. Vanstryland, George I. Stegeman, Lluís Torner, & Curtis R. Menyuk. Observation of two dimensional spatial solitary waves in a quadratic medium. *Phys. Rev. Lett.* 74 :5036; 1995.
- [2] A. Kamagaté, « Propagation des solitons spatio-temporels dans des milieux dissipatifs, Thèse de doctorat », université Bourgogne, France (2010).
- [3] G. I. Stegeman and M. Segev, (Optical spatial solitons and their interactions), *Universality and Diversity, Sci.* 286 1518-1523; (1999).
- [4] Dmitry V. Skryabin and William J. Firth. Generation and stability of optical bullets in quadratic nonlinear media. *Optics Comm.*, 148 :79.84, 1998.
- [5] J. A. Armstrong, N. Bloembergen, J. Ducuing, and P. S. Pershan. Interactions between light waves in a nonlinear dielectric. *Phys. Rev.*, 127 :1918; 1962.
- [6] N. Bloembergen and Y. R. Shen. Quantum-theoretical comparison of nonlinear susceptibilities in parametric media, lasers, and raman lasers. *Phys. Rev.*, 133 :A37; 1964.
- [7] Govind P. Agrawal. *Nonlinear Fiber Optics*. Academic Press, Inc, 1989.
- [8] H. Haus and W. S. Wong. Soliton in optical communications. *Rev. Mod. Phys.*, 68 :432.444; 1996.
- [9] A. Hasegawa and Y. « Kodma. Soliton in Optical Communication ». Clarendon Press; 1995.
- [10] G. P. Agrawal, (Nonlinear fiber optics), Academic Press, Optics and Photonics, New York, 5 editions ;(2013).
- [11] C. Finot, « Similaritons dans les amplificateurs Raman à fibre optique », Thèse de doctorat, université Bourgogne, France (2005).
- [12] G. P. Agrawal, (Nonlinear Fiber Optics), Academic Press, Optics and Photonics, New York, 3 editions ;(2001).
- [13] V. Ikmarpman and V.V Sollve's. *Physica 3D*, 487(1981).
- [14] S. R. P. Pavani, Optical solitons, ECEN 6016– Nonlinear/Crystal Optics (2006) 1-34.
- [15] G.P. Agrawal, (Effect of intrapulse stimulated Raman scattering on soliton-effect pulse compression in optical fibers), *Opt. Lett.* 15, p: 224; (1990).
- [16] M. Nakazawa, « Random evolution and coherence degradation of a high-order optical

- soliton train in the presence of noise », *Opt. Lett.*, 24, p: 318; (1999).
- [17] Triki Houria, « Dynamique de propagation non linéaire des solitons KdV », thèse de Doctorat, Annaba ; 2003.
- [18] P.G. Drazin, R.S. Johnson, « Solitons: an introduction », Cambridge University Press ; (1989).
- [19] Yi-F. Chen, K.Beckwitt, F. W. Wise, B. G. Aitken, J.S. Sanghera & I. D. Aggarwal, Measurement of fifth, and seventh order nonlinearities of glasses, *Opt. Soc. Am. B* 23(2006)347-352, V. Lorient, O.Faucher, and B. Lavorel, Measurement of high order Kerr refractive index of major air components, *Opt. Soc. Am.* 17 (2009) 13429-13434.
- [20] H. Triki, K. Porsezian and P Grelu, Chirped soliton solutions for the generalized nonlinear Schrödinger equation with polynomial nonlinearity and non-Kerr terms of arbitrary order, *J. Opt.* 18 1-9; (2016).
- [21] F. Ye, Y. V. Kartashov, and L. Torner, Stabilization of dipole solitons in nonlocal nonlinear media, *Phys. Rev. A* 77 (2008) 1-7.
- [22] A. Choudhuri, and K. Porsezian, Dark-in-the-bright solitary wave solution of higher-order nonlinear Schrödinger equation with non-Kerr terms, *Opt. Commun.* 285 (2012) 364-367.
- [23] H. Triki, F. Azzouzi and Ph. Grelu, Multipole solitary wave solutions of the higher-order nonlinear Schrödinger equation with quintic non-Kerr terms, *Opt. Commun.* 309 (2103) 71-79.
- [24] Z. Li, L. Li, H. Tian, and G. Zhou, New types of solitary wave solutions for the higher-order nonlinear Schrödinger equation, *Phys. Rev. Lett.* 84 (2000) 4096-4099.

Chapitre 4

Dynamique de Propagation Non Linéaire des Solitons Chirpés

Sommaire du chapitre

- Introduction
- Définition d'un chirp
- Le principe de la phase stationnaire
- Les différents types de chirp
- Classification des non linéarités
- Modèle de l'équation d'ondes progressives chirpées
- Résultats et discussion
- Analyse de la stabilité
- Conclusions
- Bibliographie

4.1. Introduction

Les solitons optiques sont des paquets d'ondes ou impulsions localisées qui peuvent conserver leur forme tout en se déplaçant sur une très longue distance. La formation de ces paquets d'ondes non dispersés se produit lorsque l'élargissement de l'impulsion dû à la dispersion de la vitesse du groupe est équilibré par la compression causée par la non-linéarité de Kerr [1-5]. La découverte des solitons a été d'abord prédite théoriquement [6,7], puis démontrée expérimentalement [8]. Depuis lors, l'intérêt pour l'étude de ces ondes localisées s'est développé surtout pour leurs applications potentielles dans le domaine de communication optique [9-12]. Comme on a mentionné auparavant, l'équation gouvernant l'évolution d'une impulsion lumineuse de largeur de quelques picosecondes, régit par les effets de la dispersion de la vitesse de groupes et l'auto-modulation de phase est l'équation de Schrödinger non linéaire (SNL) standard, ce modèle est complètement intégrable en utilisant la méthode des transformés inverses (IST) [13]. Il convient de noter que le modèle SNL admet deux types de solutions exactes, prenant la forme d'un solitons brillant et noir, qui se forment dans les régimes de dispersion normale et anormale, respectivement [14]. Ces solitons fondamentaux sont des impulsions non chirpées car le chirp produit par la dispersion de la vitesse du groupe est contrebalancé par le chirp produit par la non-linéarité de Kerr [15]. Cependant, pour des durées d'impulsion encore plus courtes (De quelque femtoseconde) et des puissances crête plus élevées, les effets d'ordre supérieur entrent en jeu et la prise en compte de leurs contributions devient nécessaire. L'inclusion de ces effets additionnels dans l'équation de l'enveloppe conduit à la famille des équations SNL d'ordre élevé, qui génèrent des impulsions solitoniques applicables au régime subpicoseconde ou femtoseconde. L'étude de la propagation des solitons femtosecondes dans des fibres optiques est particulièrement intéressante en raison des avantages qu'ils présentent pour la transmission sur de longues distances avec les commutations rapides et les débits élevés [16,17]. Récemment, les efforts des chercheurs se sont tournés vers l'étude de la formation des solitons non-linéairement chirpés dans les fibres optiques et les guides d'ondes [18-21], ces solitons sont très utilisés pour le processus de compression ou d'amplification efficace des impulsions [22]. En particulier, les impulsions chirpées sont utiles dans la conception de dispositifs optiques tels que les amplificateurs à fibre optique, les compresseurs d'impulsions optiques et les liaisons de communication basées sur les ondes solitaires [19-23], dans ce contexte, des résultats importants ont été obtenus en faisant l'étude de la propagation des solitons chirpés non linéairement dans des matériaux optiques présentant différents types d'effets d'ordre supérieur

tels que la non-linéarité quantique et les processus d'auto-approfondissement [18-21], cependant, la dynamique de propagation non-linéaire des solitons chirpés sous l'influence de la dispersion spatio-temporelle, la dispersion non-linéaire et de la non-localité faible n'a pas été étudiée auparavant. Soulignons que des études précédentes ont montré qu'en plus de la dispersion de la vitesse du groupe, l'effet de la dispersion spatio-temporelle sur la dynamique des ondes est significatif et ne doit pas être négligé [24,25], [26,27].

Dans ce chapitre, nous avons présenté les résultats de nos calculs théorique et numérique obtenues en faisant l'étude de la dynamique de propagation non linéaire des ondes périodiques et solitaires chirpées non-linéairement, dans une fibre optique présentant des effets d'ordre supérieur. Nous avons considéré principalement que l'équation SNL qui est d'ordre élevé incorpore les termes de la dispersion de la vitesse de groupe, la dispersion spatio-temporelle, les non-linéarités de troisième et cinquième ordre, et la non-localité faible, ce modèle permet de modéliser la propagation d'une impulsion lumineuse ultracourte de durée de quelques femtoseconde dans une fibre optique. En particulier, nous avons démontré qu'en présence de l'effet de la dispersion non linéaire, les ondes périodiques et solitaires acquièrent un chirp non-linéaire dépendant de l'intensité de l'onde.

Pour structurer ce chapitre, nous avons présenté la définition et les différents types du chirp. Ensuite, nous avons discuté des différentes lois de non linéarité qui apparaissent dans un milieu matériel non-linéaire telles que la loi Kerr, la loi de puissance, la loi parabolique, et la loi double puissance. Puis, nous avons présenté l'équation de SNL d'ordre élevé décrivant la propagation d'une impulsion femtoseconde dans un milieu optique caractérisée par une faible non-localité et présentant les non-linéarités cubique-quantique et la dispersion spatio-temporelle. Nous avons présenté également la solution générale de l'onde progressive chirpée du modèle étudié et le chirp associé aux impulsions existantes. Nous avons montré également l'existence de nouvelles ondes périodiques et solitaires chirpées dont le chirp de fréquence associée inclue une contribution non-linéaire directement proportionnelle à l'intensité de l'onde optique et une autre inversement proportionnelle à l'intensité. A la fin, nous avons analysé la stabilité de nos structures chirpées sous l'effet des perturbations initiales finies (e.g. la perturbation de l'amplitude, les bruits aléatoires, et les légères violations des conditions paramétriques).

4.2. Définition d'un chirp

D'une manière générale, on fait correspondre au terme « chirp » tout signal complexe dont l'expression est comme suit :

$$x(t) = a(t) \exp(i\phi(t)) \quad (4.1)$$

Où $a(t) \geq 0$ est une amplitude positive dont l'évolution est lente par rapport aux oscillations de la phase $\phi(t)$. Nous pouvons traduire ceci simplement par les deux conditions heuristiques dans l'évolution lente suivantes :

$$\left| \frac{a'(t)}{a(t)\phi'(t)} \right| \ll 1 \quad \text{et} \quad \left| \frac{\phi''(t)}{\phi'^2(t)} \right| \ll 1 \quad (4.2)$$

Où « ' » et « '' » sont les dérivées première et seconde, respectivement.

Notons que la première condition assure que, l'amplitude est quasi-constante sur l'échelle d'une pseudo-période $T(t) = 2\pi / |\phi'(t)|$. En d'autres termes, l'amplitude $a(t)$ ne subit pas de changement relatif appréciable, tandis que la deuxième condition impose que la pseudo-période $T(t)$ est elle-même lentement variable d'une oscillation à une autre oscillation.

4.3. Principe de la phase stationnaire

L'argument du principe de la phase stationnaire peut être formulé, comme suit ou I est une intégrale oscillante de la forme suivante :

$$I = \int_{\Omega} b(t) e^{i\phi(t)} dt \quad (4.3)$$

Où $b(t) \gg 0$ et $\phi(t)$ sont C^1 alors que $\text{supp } \phi(t)$ est restreint à un intervalle $\Omega \subset \mathbb{R}$ dans lequel $b(t)$ est intégrable. En supposant que $b(t)$ varie lentement par rapport aux oscillations contrôlées par $\phi(t)$, les valeurs positives et négatives de l'intégrale tendent à s'annuler, ce qui a pour conséquence que la principale contribution à I ne provient que du voisinage des points où la dérivée de la phase est nulle.

4.4. Différents types de chirp

Le chirp résultant de la propagation des impulsions lumineuses dans les milieux matériels est de différents types dits linéaire, non-linéaire et de type loi de puissance.

4.4.1. Chirp linéaire

Un chirp est de type linéaire s'il admet une représentation du type de l'expression (4.1) dans laquelle la phase $\phi(t)$ est un polynôme quadratique en t comme suit :

$$\phi(t) = 2\pi \left(\frac{\alpha}{2} t^2 + \beta t + \gamma \right) \quad (4.4)$$

Où α, β et γ sont des constantes réelles avec $\alpha \neq 0$. Un tel signal voit sa fréquence varier linéairement avec le temps, comme on peut le vérifier en examinant sa « fréquence instantanée » définie par la relation $f_x(t) = 1/2\pi \phi'(t)$. Dans le cas important, il devient simple de prouver qu'un chirp linéaire d'amplitude gaussienne $\exp(-\pi\delta t^2)$ devient presque analytique (S'annule presque pour les fréquences négatives) dans la limite de la bande étroite où $(\alpha^2 + \delta^2)/\delta\beta^2 \rightarrow 0$. Ceci provient d'un calcul direct selon lequel :

$$|\tilde{X}(f)| = C \exp\left(-\frac{\pi\delta}{\alpha^2 + \delta^2} (f - \beta)^2\right) \quad (4.5)$$

Où $\tilde{X}(f)$ est la transformée de Fourier de $x(t)$. On voit que la fréquence centrale d'un chirp linéaire d'amplitude Gaussienne est β , tandis que sa largeur de bande est proportionnelle à $(\delta + \alpha^2/\delta)^{1/2}$, sous la condition de bande étroite.

4.4.2. Chirp non linéaire

Un chirp $\delta\omega$ est dit non-linéaire s'il dépend de l'intensité de l'onde optique tel que :

$$\delta\omega = -\sum_{n=1}^N C_n I^{n-1} = (C_1 + C_2 I + C_3 I^2 + \dots) \quad (4.6)$$

4.4.3. Chirp en loi de puissance

Un chirp est dit un chirp en loi de puissances s'il admet comme représentation le modèle général suivant [45,46] :

$$x(t) = (t_0 - t)^{-\alpha} \exp i.2\pi d(t_0 - t)^\beta \quad (4.7)$$

Où α et β sont des paramètres réels et $t < t_0$. Les différents types de formes d'ondes qui peuvent être obtenues, sont en fonction des paramètres α et β , comme par exemple lorsque

$(\alpha, \beta) = \left(-\frac{1}{4}, \frac{5}{8}\right)$, le chirp est dans le cas d'approximation Newtonienne de la partie spirale

entre les ondes gravitationnelles, cependant pour $(\alpha, \beta) = \left(\frac{3}{2}, -1\right)$ le chirp est représenté par

la fonction de Riemann, à titre d'exemple, nous remarquons que lorsque $t = 0$, on a un chirp de divergence d'amplitude lorsque $\alpha < 0$, si $\beta < 0$ la divergence est en phase et on a une divergence de la fréquence instantanée lorsque $\beta < 1$.

4.4.4. Spectre d'un chirp

Lorsque le dérivé de $\dot{\phi}^2(t)$ est une fonction dite monotone, on peut approcher le spectre comme suit :

$$S(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} a(t) \exp i(\phi(t) - 2\pi f t) dt \quad (4.8)$$

Où la phase stationnaire d'un chirp $\tilde{S}(f)$:

$$|\tilde{S}(f)|^2 \propto \frac{a^2(t)}{|\ddot{\phi}(t_s)|} \quad (4.9)$$

Où (t_s) est tel que $\dot{\phi}(t_s) = 2\pi f$.

La courbe de 'fréquence instantanée' ϕ met en correspondance bijective un temps et une fréquence. Le spectre s'en déduit en pondérant les fréquences visitées par les durées de résidence $\dot{\phi}(t_s)$.

4.4.5. Définition du chirp temporel

Il représente la fréquence instantanée de l'impulsion (Sa "couleur" instantanée), également appelée "Glissement de fréquence" ou plus usuellement "Chirp temporel". Il est défini comme l'opposée de la dérivée temporelle de la phase telle que [47] :

$$\delta\omega(t) = -\frac{d\phi(t)}{dt} \quad (4.10)$$

4.4.6. Définition du chirp spectral

Comme on a déjà vu au pare avant, la notion du chirp temporel et du chirp spectral sont équivalents dans le domaine spectral.

Le chirp spectral est donné par :

$$\delta T(\omega) = \frac{d\tilde{\phi}(\omega)}{d\omega} \quad (4.11)$$

4.5. Classification des non linéarités

La forme générale de l'équation de SNL décrivant la propagation d'une impulsion lumineuse dans une fibre optique est donnée par :

$$iq_t + \frac{1}{2}q_{xx} + F(|q|^2)q = 0 \quad (4.12)$$

Où $q(x, t)$ est le profil d'impulsion qui dépend des coordonnées x et t . Dans l'équation (4.12), le premier terme représente le terme d'évolution temporelle, le second terme est lié à la dispersion de vitesse de groupe et le troisième terme caractérise la non linéarité de loi Kerr qui est modélisé par la fonction F .

4.5.1. Non linéarité de loi de Kerr

Ce type de non linéarité est connu aussi par la non-linéarité cubique, cette non-linéarité résulte de la propagation d'une impulsion dans une fibre optique soumise à une réponse non linéaire de troisième ordre [48-50] , ainsi, on a :

$$F(u) = u \quad (4.13)$$

Où $u = |q|^2$.

Dans ce cas, l'équation SNL est complètement intégrable par la méthode des transformés inverses « Inverse Scattering Transform ».

4.5.2. Non linéarité de loi parabolique

Ce type de non linéarité est causé par la manifestation d'une non linéarité d'ordre cinq qui est lié à la susceptibilité $\chi^{(5)}$ du milieu matériel, elle se produit particulièrement dans les matériaux optiques ayant un indice de réfraction de forme $n = n_0 + n_2|E|^2 + n_4|E|^4$, où n_0 est l'indice de réfraction linéaire du milieu de propagation, alors que n_2 et n_4 représentent respectivement les coefficients non-linéaires du troisième et du cinquième ordre. Les coefficients n_2 et n_4 sont respectivement proportionnels à $\chi^{(3)}$ et à $\chi^{(5)}$ tels que $n_2 = 3\chi^{(3)}/8n_0$ et $n_4 = 5\chi^{(5)}/16n_0$. Généralement, selon le milieu de propagation et la

fréquence choisie, les coefficients n_2 et n_4 peuvent être négatifs ou positifs, dans ce cas, on trouve que :

$$F(u) = C_1u + C_2u^2 + C_3u^3 + \dots \quad (4.14)$$

4.5.3. Non linéarité de loi de puissance

En général, la loi de puissance s'applique pour les semi-conducteurs avec des faibles valeurs [51,52]. Pour ce type de non linéarité, $F(u)$ est donnée par :

$$F(u) = u^n \quad (4.15)$$

Où n est le paramètre de non-linéarité qui représente la force de non linéarité. Il est à noter que pour éviter le problème de la stabilité de l'onde solitaire, il est nécessaire de choisir la valeur de n compris entre $0 < n < 2$.

4.6. Modèle de l'équation d'ondes progressives chirpées

La propagation d'une impulsion dans un milieu optique faiblement non local possédant des non-linéarités cubique-quantique et une dispersion spatio-temporelle est régie par l'équation SNL d'ordre supérieur [28] :

$$iq_t + \alpha q_{xx} + \beta q_{xt} + \gamma |q|^2 q + \lambda |q|^4 q + \delta q + i\sigma |q|^2 q_x + i\varepsilon q_x + \mu(|q|^2)_{xx} q = 0 \quad (4.16)$$

Où q est le profil de l'onde dépendant du temps t est la distance x . Les coefficients $\alpha, \beta, \gamma, \lambda, \delta, \sigma, \varepsilon$, et μ représentent la dispersion de la vitesse de groupe, la dispersion spatio-temporelle, la non-linéarité cubique, la non-linéarité quantique, la dispersion non-linéaire, la dispersion intermodale, et la non localité faible respectivement.

Il convient de souligner que le paramètre de non-localité μ dans l'équation (4.16) peut être déterminé par une fonction $R(x)$ décrivant la réponse du milieu, il est donné par la

relation [29,30] : $\mu = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 R(x) dx$, ce paramètre influe sur la variation de l'indice de

réfraction n , qui, dans le cas d'un milieu cubique-quantique ayant une faible non-localité, prend la forme suivante [30] : $\Delta n(I) = \gamma I + \lambda I^2 + \mu \partial_x^2 I$

Où $I = |q|^2$ étant l'intensité lumineuse, ainsi, la modification de l'indice de réfraction $\Delta n(I)$ inclut la contribution non locale $\mu \partial_x^2 I$, ce qui donne lieu au dernier terme de l'équation de l'enveloppe (4.16).

L'équation SNL d'ordre supérieur (4.16) constitue une généralisation importante du modèle standard qui incorpore, en plus de la dispersion de la vitesse de groupe et le terme de non-linéarité cubique, les termes de non-localité faible, la non-linéarité quantique [30], la dispersion spatio-temporelle (L'effet de couplage espace-temps [31]) et la dispersion non linéaire, ces termes additionnels apparaissent comme des corrections à l'approximation de l'enveloppe d'onde lentement variable [32] lorsqu'on considère la propagation d'impulsions lumineuses ultracourtes. En particulier, le terme de dispersion spatio-temporelle q_{xt} dans l'équation (4.16) ne doit pas être négligé dans le régime (femtoseconde) des impulsions très courtes, pour lesquelles l'enveloppe de l'impulsion ne peut contenir que quelques cycles optiques [32]. Nous devons souligner que des solutions de type solitons optiques combinés et non chirpés du modèle (4.16) ont été obtenues sous certaines conditions paramétriques dans la Réf [28], Cependant dans la présente étude, nous nous sommes concentrés sur l'existence et les propriétés de propagation des ondes périodiques et solitaires avec chirp non-linéaire pour l'équation (4.16) en présence de tous les processus physiques. Notons que le chirp est très utile dans le processus de compression des impulsions lumineuses et pour trouver des applications potentielles dans les systèmes de communication optique [33-36]. Pour obtenir les solutions exactes d'ondes chirpées pour le modèle (4.16), nous considérons une solution de la forme [37] :

$$q(x,t) = U(\xi) \exp[i(\theta(\xi) + \omega t)] \quad (4.17)$$

Où l'amplitude réelle $U(\xi)$ et la modification de phase $\theta(\xi)$ sont des fonctions de la coordonnée de déplacement $\xi = x - vt$ avec v étant la vitesse de l'onde. De plus, ω représente la fréquence d'oscillation de l'onde.

En substituant l'équation (4.17) dans le modèle (4.16) et en séparant les parties réelles et imaginaires, on obtient :

$$(\alpha - \beta v)U_{\xi\xi\xi} + (\delta - \omega)U + (v - \beta\omega - \varepsilon)U\theta_{\xi}^2 + \gamma U^3 + \lambda U^5 - \sigma U^3\theta_{\xi} + \mu U(U^2)_{\xi\xi} = 0 \quad (4.18)$$

$$\text{et } (\alpha - \beta v)(U\theta_{\xi\xi} + 2U_{\xi}\theta_{\xi}) - (v - \beta\omega - \varepsilon)U_{\xi} + \sigma U^2 U_{\xi} = 0 \quad (4.19)$$

Où les indices indiquent les dérivées partielles. Nous pouvons multiplier l'équation (4.19) par $U(\xi)$ et intégrer sur ξ pour obtenir :

$$\theta_{\xi} = -\frac{\sigma}{4(\alpha - \beta v)}U^2 + \frac{A}{2(\alpha - \beta v)U^2} + \frac{v - \beta\omega - \varepsilon}{2(\alpha - \beta v)} \quad (4.20)$$

Où A est une constante d'intégration qui sera déterminée ultérieurement, cette équation indique que la phase des ondes non-linéaires qui se propagent dans le milieu matériel prend une forme non triviale, ce qui entraîne l'émergence des ondes avec un chirp de fréquence non-linéaire, ainsi, le chirp associée à ces ondes peut être exprimé comme suit :

$$\Delta\omega(x,t) = \frac{\sigma}{4(\alpha - \beta v)} U^2 - \frac{A}{2(\alpha - \beta v)U^2} + \frac{\beta\omega - v + \varepsilon}{2(\alpha - \beta v)} \quad (4.21)$$

La relation (4.21) montre que le chirp de fréquence comprend deux contributions non-linéaires qui dépendent de l'intensité de l'onde $|q(x,t)|^2 = |U(\xi)|^2$. La première contribution non linéaire qui est directement proportionnelle à l'intensité de l'onde et est liée au paramètre de dispersion non-linéaire σ . Dans le cas où l'effet de dispersion non-linéaire est négligeable ($\sigma=0$), les ondes non-linéaires non chirpées peuvent être obtenues en choisissant la constante d'intégration $A=0$. Nous discutons ici le cas général où l'effet de dispersion non-linéaire a une influence sur la dynamique des ondes qui se propagent ($\sigma \neq 0$) et prenons $A \neq 0$.

En substituant l'équation (4.20) à l'équation (4.18), nous obtenons l'équation différentielle suivante :

$$U_{\xi\xi} + \frac{\mu}{(\alpha - \beta v)} U(U^2)_{\xi\xi} + \frac{3\sigma^2 + 16\lambda(\alpha - \beta v)}{16(\alpha - \beta v)^2} U^5 + \frac{2\gamma(\alpha - \beta v) - \sigma(v - \beta\omega - \varepsilon)}{2(\alpha - \beta v)^2} U^3 + \frac{(v - \beta\omega - \varepsilon)^2 - 4(\alpha - \beta v)(\omega - \delta) - \sigma A}{4(\alpha - \beta v)^2} U - \frac{A^2}{4(\alpha - \beta v)^2 U^3} = 0 \quad (4.22)$$

Cette dernière équation décrit la dynamique de l'amplitude de l'onde au cours de sa propagation dans le milieu non-linéaire faiblement non local.

En multipliant l'équation d'amplitude (4.22) par la fonction $dU/d\xi$, on peut l'intégrer une fois par rapport à ξ pour obtenir :

$$(U_{\xi})^2 + \frac{\mu}{2(\alpha - \beta v)} \left((U^2)_{\xi} \right)^2 + \frac{3\sigma^2 + 16\lambda(\alpha - \beta v)}{48(\alpha - \beta v)^2} U^6 + \frac{2\gamma(\alpha - \beta v) - \sigma(v - \beta\omega - \varepsilon)}{4(\alpha - \beta v)^2} U^4 + \frac{(v - \beta\omega - \varepsilon)^2 - 4(\alpha - \beta v)(\omega - \delta) - \sigma A}{4(\alpha - \beta v)^2} U^2 + \frac{A^2}{4(\alpha - \beta v)^2 U^2} + 2\Gamma = 0 \quad (4.23)$$

Où Γ est la deuxième constante d'intégration.

En faisant maintenant la transformation $F = U^2$, on peut réécrire l'équation (4.23) sous la forme suivante :

$$(F_{\xi})^2 + aF(F_{\xi})^2 + bF^4 + cF^3 + dF^2 + 8\Gamma F + R = 0 \quad (4.24)$$

Avec les paramètres :

$$a = \frac{2\mu}{\alpha - \beta v}, \quad b = \frac{3\sigma^2 + 16\lambda(\alpha - \beta v)}{12(\alpha - \beta v)^2}, \quad c = \frac{2\gamma(\alpha - \beta v) - \sigma(v - \beta\omega - \varepsilon)}{(\alpha - \beta v)^2} \quad (4.25)$$

$$d = \frac{(v - \beta\omega - \varepsilon)^2 - 4(\alpha - \beta v)(\omega - \delta) - \sigma A}{(\alpha - \beta v)^2}, \quad R = \frac{A^2}{(\alpha - \beta v)^2}.$$

En substituant l'amplitude de l'onde $U = F^{1/2}$ dans l'équation (4.17), nous trouvons que la solution générale de l'onde progressive de l'équation SNL d'ordre supérieur (4.16) prend la forme suivante :

$$q(x, t) = \pm F^{1/2}(\xi) \exp[i(\theta(\xi) + \omega t)] \quad (4.26)$$

Où $\theta(\xi)$ peut être déterminé explicitement à partir de l'équation (4.20) comme suit :

$$\theta(\xi) = -\frac{\sigma}{4(\alpha - \beta v)} \int_{\xi_0}^{\xi} F(\xi) d\xi + \frac{A}{2(\alpha - \beta v)} \int_{\xi_0}^{\xi} \frac{1}{F(\xi)} + \frac{v - \beta\omega - \varepsilon}{2(\alpha - \beta v)} (\xi - \xi_0) + \theta_0 \quad (4.27)$$

Où $F(\xi)$ est la solution exacte de l'équation différentielle non linéaire (4.24). Ici, la constante arbitraire ξ_0 peut être choisie librement et θ_0 représente la phase initiale.

L'équation différentielle non linéaire (4.24) sera maintenant résolue pour obtenir les solutions exactes de l'équation SNL d'ordre supérieur (4.16), cependant, les solutions de l'équation différentielle non linéaire (4.24) ne peuvent pas être obtenues directement facilement en raison de l'existence de termes non linéaires de puissance couvrant de 0 à 4 et coexistant avec un autre terme non linéaire $F(F_\xi)^2$. Dans ce qui suit, nous utiliserons un ansatz approprié pour obtenir des solutions analytiques de type ondes périodiques qui sont chirpées non-linéairement en présence de tous les effets d'ordre supérieur, comme il est décrit par le modèle (4.16). En particulier, la fonction elliptique de Jacobi « dn » est utilisée pour déterminer les solutions d'ondes périodiques présentées ci-dessous. Une onde solitaire localisée "grise" possédant un chirp non-linéaire est également déterminée dans la limite spéciale des ondes longues.

4.7. Résultats et discussion

Pour trouver les solutions périodiques exactes de l'équation (4.24), nous introduisons pour la première fois l'ansatz suivant :

$$F(\xi) = S - Pdn^2(\eta(\xi - \xi_0), k) \quad (4.28)$$

Où S , P et η sont les paramètres de l'onde à déterminer, et $dn(\xi, k)$ est la fonction elliptique de Jacobi du troisième type de module k prenant des valeurs comprises entre $0 < k < 1$. Notons que le choix de cet ansatz spéciale est dicté par l'application du principe d'équilibre homogène [38] à l'équation (4.24).

En introduisant l'ansatz susmentionné dans l'équation (4.24), puis en mettant les coefficients de $dn^n(\eta(\xi - \xi_0), k)$ où n prend les valeurs 0, 2, 4, 6 et 8 égales à zéro, on peut trouver les équations algébriques suivantes :

$$bS^4 + cS^3 + dS^2 + 8\Gamma S + R = 0 \quad (4.29)$$

$$P[4P\eta^2(1-k^2)(1+aS) + 4bS^3 + 3cS^2 + 2dS + 8\Gamma] = 0 \quad (4.30)$$

$$P^2[4\eta^2(2-k^2)(1+aS) + 4P\eta^2(1-k^2) + 6bS^2 + 3cS + d] = 0 \quad (4.31)$$

$$P^2[4\eta^2(1+aS) + 4aP\eta^2(2-k^2) + 4bSP + cP] = 0 \quad (4.32)$$

$$P^3[4a\eta^2 + bP] = 0 \quad (4.33)$$

Ces équations algébriques peuvent être résolues pour obtenir les paramètres d'onde P , S et η comme suit :

$$P = -\frac{4a\eta^2}{b} \quad (4.34)$$

$$S = \frac{1}{3b} \left[\frac{b-ac}{a} - 4a(2-k^2)\eta^2 \right] \quad (4.35)$$

$$\eta = \frac{1}{2a} \left[\frac{a^2c^2 + abc - 2b^2 - 3bda^2}{4k^2 - 4k + 1} \right]^{1/4} \quad (4.36)$$

Ainsi que les constantes d'intégration :

$$\Gamma = \frac{2a}{b}\eta^4(1-k^2)(1+aS) + \frac{S}{8} \left\{ \frac{S}{3} \left[16a\eta^2(2-k^2) - \frac{4b+5ac}{a} \right] - 2d \right\} \quad (4.37)$$

$$R = \frac{16a}{b}\eta^4S(k^2-1)(1+aS) + S^2 \left\{ S \left[\frac{b+ac}{a} - 4a\eta^2(2-k^2) \right] + d \right\} \quad (4.38)$$

En substituant ces résultats dans l'équation (4.17), on obtient une solution exacte de type onde périodique non linéairement chirpée pour le modèle NLS (4.16) sous la forme suivante :

$$q(x,t) = \pm [S - Pdn^2(\eta(\xi - \xi_0), k)]^{1/2} \exp[i(\theta(\xi) + \omega t)] \quad (4.39)$$

Le chirp associé à cette onde périodique peut être déterminé comme suit :

$$\Delta\omega(x,t) = \frac{\sigma}{4(\alpha - \beta v)} [S - Pdn^2(\eta(\xi - \xi_0), k)] - \frac{A}{2(\alpha - \beta v) [S - Pdn^2(\eta(\xi - \xi_0), k)]} + \frac{\beta\omega - v + \varepsilon}{2(\alpha - \beta v)} \quad (4.40)$$

La figure (4.1 (a)) montre le profil d'intensité de la solution d'onde périodique chirpée (4.39) pour les valeurs des paramètres : $\alpha=0,8$, $\beta=-2$, $\gamma=-0,5$, $\lambda =-2,25$, $\sigma=2$, $\varepsilon=0,1$, $\omega=0,5$, $\mu =0,125$, $\delta=5,25$, et $v =0,1$. Ici, le module elliptique k est pris comme $k =0,25$, tandis que la position initiale ξ_0 de la solution d'onde non linéaire au temps $t=0$ est fixée à zéro.

La figure (4.1 (b)) montre l'évolution de cette onde périodique dans le système. A partir de cette figure, on voit que la structure périodique présente un comportement oscillatoire superposé à un arrière-plan constant, et est principalement de nature positive. Il convient de noter que les ondes non linéaires périodiques sont utilisées comme des trains d'impulsions lumineuses dans les fibres optiques.

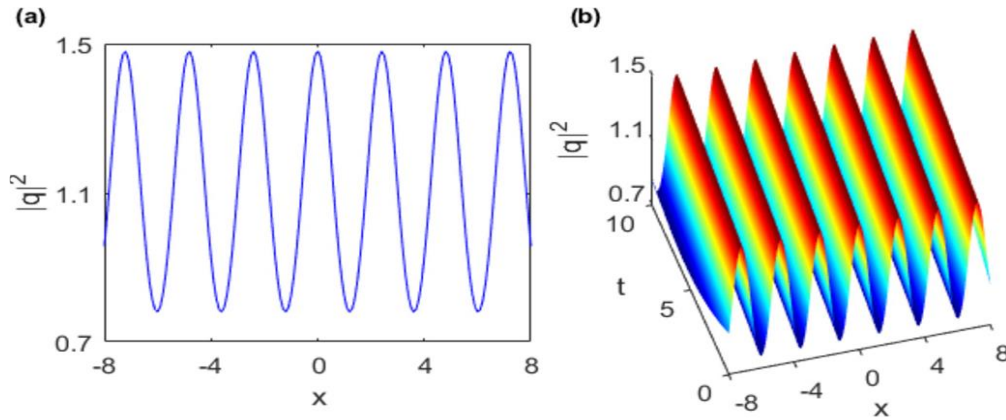


Figure 4.1 : (a) Profil d'intensité de l'onde périodique chirpée (4.39) en fonction de x à $t=0$ et (b) son évolution pour les valeurs $\alpha=0.8$, $\beta=-2$, $\gamma=-0.5$, $\lambda =-2.25$, $\sigma=2$, $\varepsilon=0.1$, $\omega=0.5$, $\mu =0.125$, $\delta=5.25$, $v =0.1$, et $k =0.25$.

Si l'on considère la limite des ondes longues où $k \rightarrow 1$, la solution de l'onde périodique chirpée (4.39) dégénère en une solution d'onde solitaire chirpée de la forme suivante :

$$q(x,t) = \pm [S_0 - P_0 \sec h^2(\eta_0(\xi - \xi_0))]^{1/2} \exp[i(\theta(\xi) + \omega t)] \quad (4.41)$$

Avec : $S_0 > P_0$ et $\eta_0 > 0$

Les paramètres de cette onde solitaire P_0 , S_0 et η_0 sont donnés par :

$$P_0 = \frac{4a\eta_0^2}{b} \quad (4.42)$$

$$S_0 = \frac{1}{3b} \left(\frac{b-ac}{a} - 4a\eta_0^2 \right) \quad (4.43)$$

$$\eta_0 = \frac{1}{2a} \left[a^2c^2 + abc - 2b^2 - 3bda^2 \right]^{1/4} \quad (4.44)$$

De plus, les constantes d'intégration Γ et R sont égales à :

$$\Gamma = \frac{S_0}{8} \left[\frac{S_0}{3} \left(16\eta_0^2 - \frac{4b+5ac}{a} \right) - 2d \right] \quad (4.45)$$

$$R = S_0^2 \left[S_0 \left(\frac{b+ac}{a} - 4a\eta_0^2 \right) + d \right] \quad (4.46)$$

Par conséquent, l'intensité de l'onde solitaire correspondante est :

$$|q(x,t)|^2 = S_0 - P_0 \operatorname{sech}^2[\eta_0(x - vt - \xi_0)] \quad (4.47)$$

Ici, nous avons supposé que les conditions de contrainte $a > 0$ et $a^2c^2 + abc - 2b^2 - 3bda^2 > 0$ sont satisfaites pour que le paramètre η_0 dans l'équation (4.44) soit réel et positif. La condition $b < 0$ est également nécessaire pour que le paramètre P_0 donné par l'équation (4.42) soit positif ($P_0 > 0$), aussi, la positivité de S_0 requiert également $b - ac < 0$ dans l'équation (4.43).

En analysant la solution d'onde solitaire chirpée (4.41), nous pouvons observer que son amplitude peut s'approcher d'une valeur non nulle lorsque la variable de distance ($|x|$) tend vers l'infini ($|x| \rightarrow \infty$), en outre, il est évident que cette classe de solution localisée n'a pas de paramètres libres et que ses caractéristiques, y compris le fond, la largeur et l'amplitude, sont uniquement déterminées par les paramètres du système.

L'évolution du profil d'intensité du soliton chirpé (4.41) est représentée sur la figure (4.2 (a)) pour les valeurs $\beta = -2$, $\alpha = 0,8$, $\lambda = -2,25$, $\gamma = -0,5$, $\epsilon = 0,1$, $\sigma = 2$, $\omega = 0,5$, $\mu = 0,125$, $\delta = 5,25$, $v = 0,1$, et $\xi_0 = 0$.

Dans la figure citée ci-dessus, nous signalons que la structure localisée apparaît comme une onde solitaire grise sur un fond d'onde continue.

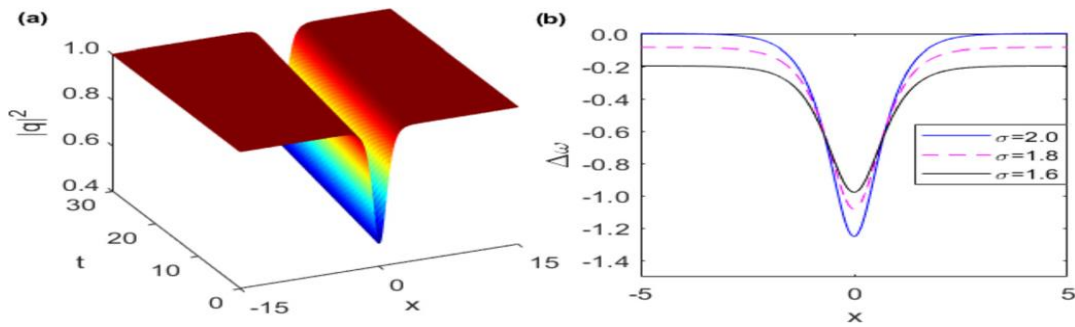


Figure.4.2 : (a) : Profil d'évolution d'intensité de l'onde solitaire grise chirpée (4.41) avec les paramètres $\alpha=0,8$, $\beta=-2$, $\gamma=-0,5$, $\lambda =-2,25$, $\sigma=2$, $\epsilon=0,1$, $\omega=0,5$, $\mu =0,125$, $\delta=5,25$, $\nu =0,1$. (b) : profils de chirp de la solution grise pour différentes valeurs de σ : $\sigma=1,6$, $1,8$ et 2 .

Le chirp de fréquence associée à cette impulsion solitaire grise peut être obtenu comme :

$$\Delta\omega(x,t) = \frac{\sigma}{4(\alpha - \beta\nu)} \left[S_0 - P_0 \operatorname{sech}^2(\eta_0(\xi - \xi_0)) \right] - \frac{A}{2(\alpha - \beta\nu) \left[S_0 - P_0 \operatorname{sech}^2(\eta_0(\xi - \xi_0)) \right]} + \frac{\beta\omega - \nu + \epsilon}{2(\alpha - \beta\nu)} \quad (4.48)$$

L'équation (4.48) montre que le coefficient de dispersion non linéaire σ affecte les deux termes de chirp dépendant de l'intensité explicitement et implicitement par son apparition dans la constante A. Dans le cas où $A=0$, le chirp de fréquence $\Delta\omega$ variera comme étant directement proportionnel à l'intensité de l'onde optique et son amplitude peut être ajustée en faisant varier le coefficient σ . On remarque qu'en l'absence de dispersion non linéaire, le chirp de fréquence sera réduit à une fonction linéaire de x si A est fixé à zéro. Nous pouvons donc en déduire que la non-linéarité du chirp de l'impulsion est essentiellement liée à l'effet de dispersion non linéaire. Il est intéressant d'étudier numériquement l'impact du processus de la dispersion non-linéaire sur le chirp de fréquence associée aux ondes localisées. La figure (4.2 (b)) illustre le profil du chirp de fréquence $\Delta\omega$ à travers l'impulsion de l'onde solitaire grise à $t = 0$ pour différentes valeurs du coefficient σ : 1,6, 1,8, 2. Ici, nous avons pris les mêmes valeurs de paramètres que celles de la figure (4.2 (a)). Nous observons que l'amplitude du chirp de fréquence augmente continuellement avec la diminution du coefficient de dispersion non-linéaire σ , ce paramètre influence également l'intensité de fond de l'onde solitaire gris chirpée. Nous pouvons donc conclure que le paramètre de dispersion

non linéaire σ permet de contrôler d'une manière efficace l'amplitude du chirp lorsque l'impulsion se propage dans le guide d'ondes optique.

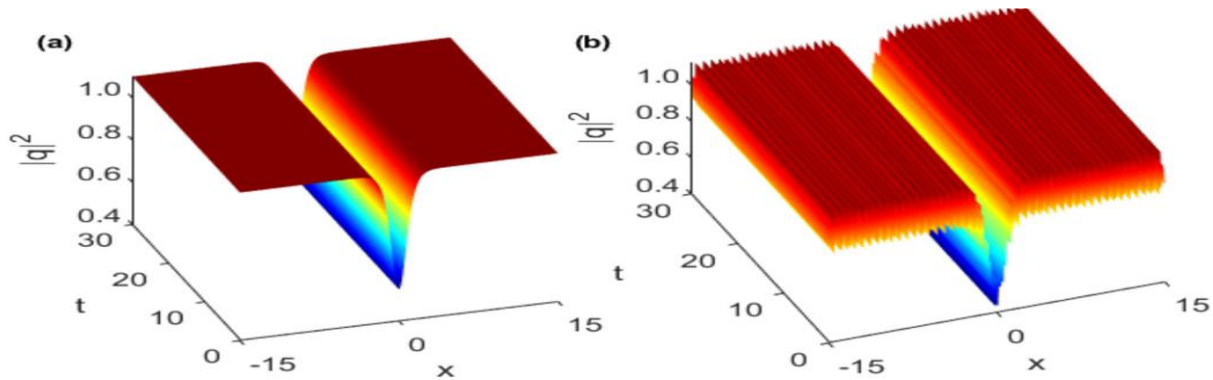


Figure 4.3 : L'évolution numérique de (a) une impulsion initiale dont l'amplitude est 10% plus petite que la solution exacte, (b) la solution exacte sous la perturbation d'un bruit blanc dont la valeur maximale est 0.1. Les paramètres utilisés ici sont les mêmes que ceux de la figure 2(a).

4.8. Analyse de la stabilité

Après avoir obtenu les ondes solitaires grisé chirpées de l'équation de SNL (4.16), il est important d'étudier leur stabilité par rapport à des perturbations finies. En effet, seuls les solitons stables ou faiblement instables peuvent être observés expérimentalement et utilisés dans des applications pratiques [39]. Il est donc nécessaire d'étudier la stabilité de ces impulsions chirpées sous l'effet des perturbations initiales finies, qui peuvent être une légère violation des conditions paramétriques, une perturbation de l'amplitude et des bruits aléatoires [40]. Il convient de noter que des résultats importants ont été obtenus en faisant l'étude théorique des propriétés de stabilité des impulsions solitaires dans les milieux possédant une non-linéarité cubique [41], en outre, il a été constaté que les non linéarités concurrentes apparaissant dans les milieux cubiques quantiques non-linéaires peuvent stabiliser les solutions de soliton [42]. L'équation d'enveloppe (4.16) inclue de telles non-linéarités cubique-quantique, en plus d'une dispersion non linéaire et d'une faible non localité. Il n'est donc pas raisonnable de dire que les solutions d'impulsion solitaire présentées ici sont stables, cependant, une analyse détaillée est nécessaire pour répondre strictement à la question de la stabilité de ces solutions chirpées. Dans ce qui suit, nous analysons la stabilité des impulsions chirpées vis-à-vis aux différentes perturbations finies en utilisant des simulations numériques.

Ici, nous avons effectué deux types de simulations numériques directes avec une perturbation d'amplitude et un bruit blanc initial [43,44], pour étudier la stabilité de l'onde

solitaire grise chirpée (4.39) en comparaison avec à la figure (4.2.a). Tout d'abord, nous avons perturbé l'amplitude (10 %) de la distribution initiale. Les résultats numériques sont présentés sur la figure (4.3.a) dans laquelle l'amplitude de la distribution initiale est perturbée. Les paramètres utilisés sont les mêmes que ceux de la figure (4.2.a). On voit clairement que la perturbation de l'amplitude n'a pas pu influencer le caractère principal de la solution. Deuxièmement, nous avons ajouté un bruit blanc (10 %) à l'impulsion initiale. La figure (4.3.b) présente l'évolution numérique de l'onde solitaire grise chirpée sous l'influence d'une perturbation de 10% d'un bruit blanc. On a remarqué que l'onde solitaire chirpée peut se propager de manière stable dans le milieu non linéaire sous l'influence de la perturbation du bruit blanc additif, par conséquent, les ondes solitaires obtenues présentaient une stabilité structurelle par rapport aux petites perturbations initiales, cette propriété joue un rôle important dans les applications technologiques des solitons dans la télécommunication par fibre optique.

4.9. Conclusions

Dans ce chapitre, nous avons étudié l'existence et la propagation des ondes périodiques et solitaires chirpées dans un matériau optique faiblement non local présentant une non-linéarité de loi parabolique et une dispersion spatio-temporelle. Nous avons constaté qu'une famille d'ondes périodiques de type dn^2 peut être formée dans le milieu non-linéaire en présence de tous les processus physiques. Il a été aussi démontré que ces ondes périodiques présentent un chirp non-linéaire dépendant de l'intensité de l'onde optique. Nous avons également montré que cette propriété de chirp de fréquence résulte de l'effet de la dispersion non-linéaire. Une classe de solutions d'ondes solitaires grises chirpées a été identifiée pour la première fois dans le système. Nous avons discuté numériquement la stabilité de nos solutions de type onde solitaire chirpée grise vis à vis d'une perturbation de l'amplitude et le bruit blanc dont la valeur maximale prise est d'environ 0,1. Les résultats numériques ont montré que les solutions que nous avons obtenues restent toujours stables par rapport aux perturbations initiales finies, telles que l'amplitude et le bruit blanc. En raison de la robustesse de nos solitons gris chirpés, ces impulsions localisées peuvent être observées expérimentalement dans les matériaux non linéaires non locaux présentant une dispersion spatio-temporelle, la non-linéarité de la loi parabolique et la dispersion non-linéaire, ainsi, nos résultats pourraient offrir une possibilité d'utiliser ces impulsions chirpées dans les systèmes à fibres optiques.

Bibliographie

- [1] S. Chen, D. Shi, L. Yi, Timing jitter of femtosecond solitons in single-mode optical fibers: a perturbation model, *Phys. Rev. E* 69 (2004) 046602.
- [2] Q. Zhou, Z. Huang, Y. Sun, H. Triki, W. Liu, A. Biswas, Collision dynamics of three-solitons in an optical communication system with third-order dispersion and nonlinearity, *Nonlinear Dyn.* 111 (2023) 5757–5765.
- [3] Y. Zhong, H. Triki, Q. Zhou, Analytical and numerical study of chirped optical solitons in a spatially inhomogeneous polynomial law fiber with parity-time symmetry potential, *Commun. Theor. Phys.* 75 (2023) 025003.
- [4] Q. Zhou, Y. Sun, H. Triki, Y. Zhong, Z. Zeng, M. Mirzazadeh, Study on propagation properties of one-soliton in a multimode fiber with higher-order effects, *Results Phys.* 41 (2022) 105898.
- [5] Q. Zhou, Influence of parameters of optical fibers on optical soliton interactions, *Chin. Phys. Lett.* 39 (2022) 010501.
- [6] A. Hasegawa, F. Tappert, Transmission of stationary nonlinear optical pulses in dispersive dielectric fibers. I. Anomalous dispersion, *Appl. Phys. Lett.* 23 (1973) 142.
- [7] A. Hasegawa, F. Tappert, Transmission of stationary nonlinear optical pulses in dispersive dielectric fibers. II. Normal dispersion, *Appl. Phys. Lett.* 23 (1973) 171.
- [8] L.F. Mollenauer, R.H. Stolen, J.P. Gordon, Experimental observation of picosecond pulse narrowing and solitons in optical fiber, *Phys. Rev. Lett.* 45 (1980) 1095.
- [9] Y.S. Tao, J.S. He, Multisolitons, breathers, and rogue waves for the Hirota equation generated by the Darboux transformation, *Phys. Rev. E* 85 (2012) 026601.
- [10] M. Li, B. Tian, W.-J. Liu, H.-Q. Zhang, P. Wang, Dark and antidark solitons in the modified nonlinear Schrödinger equation accounting for the self-steepening effect, *Phys. Rev. E* 81 (2010) 046606.
- [11] K. Porsezian, K. Nakkeeran, Optical solitons in presence of Kerr dispersion and self-frequency shift, *Phys. Rev. Lett.* 76 (1996) 3955.
- [12] S. Kivshar, G.P. Agrawal, *Optical Solitons: From Fibers to Photonic Crystals*, Academic, San Diego, 2003.
- [13] V.E. Zakharov, A.B. Shabat, Exact theory of two-dimension self-focusing and one-dimensional self-modulation of waves in nonlinear media, *Sov. Phys. JETP* 34 (1972) 62–69.

- [14] S. Loomba, R. Pal, C.N. Kumar, Bright solitons of the nonautonomous cubic-quintic nonlinear Schrödinger equation with sign-reversal nonlinearity, *Phys. Rev. A* 92 (2015) 033811.
- [15] A. Goyal, V.K. Sharma, T.S. Raju, C.N. Kumar, chirped double-kink and fractional-transform solitons in an optical gain medium with two-photon absorption, *J. Mod. Opt.* 61(4) (2014) 315–321.
- [16] A. Choudhuri, K. Porsezian, Higher-order nonlinear Schrödinger equation with derivative non-Kerr nonlinear terms: a model for sub-10-fs-pulse propagation, *Phys. Rev. A* 88 (2013) 033808.
- [17] P. Wong, W.-J. Liu, L.-G. Huang, Y.-Q. Li, N. Pan, M. Lei, Higher-order-effects management of soliton interactions in the Hirota equation, *Phys. Rev. E* 91 (2015) 033201.
- [18] S. Zhang, L. Yi, Exact solutions of a generalized nonlinear Schrödinger equation, *Phys. Rev. E* 78 (2008) 026602.
- [19] Alka, A. Goyal, R. Gupta, C.N. Kumar, T.S. Raju, Chirped femtosecond solitons and double-kink solitons in the cubic-quintic nonlinear Schrödinger equation with self-steepening and self-frequency shift, *Phys. Rev. A* 84 (2011) 063830.
- [20] C. Rogers, K.W. Chow, Localized pulses for the quintic derivative nonlinear Schrödinger equation on a continuous-wave background, *Phys. Rev. E* 86 (2012) 037601.
- [21] A. Mecelti, H. Triki, F. Azzouzi, X. Wei, A. Biswas, Y. Yıldırım, H.M. Alshehri, Q. Zhou, New chirped gray and kink self-similar waves in presence of quintic nonlinearity and self-steepening effect, *Phys. Lett. A* 437 (2022) 128104.
- [22] K. Senthilnathan, K. Nakkeeran, Q. Li, P.K.A. Wai, Pedestal free pulse compression of chirped optical solitons, *Opt. Commun.* 285 (2012) 1449–1455.
- [23] V.I. Kruglov, A.C. Peacock, J.D. Harvey, Exact self-similar solutions of the generalized nonlinear Schrödinger equation with distributed coefficients, *Phys. Rev. Lett.* 90 (2003) 113902.
- [24] M. Wadati, H. Segur, M.J. Ablowitz, A new Hamiltonian amplitude equation governing modulated wave instabilities, *J. Phys. Soc. Jpn.* 61 (1992) 1187–1193.
- [25] A.S. Fokas, On a class of physically important integrable equations, *Physica D* 87 (1995) 145–150.
- [26] L. Lenells, A.S. Fokas, On a novel integrable generalization of the nonlinear Schrödinger equation, *Nonlinearity* 22 (2009) 11–27.

- [27] M. Savescu, H. Bhrawy, A.A. Alshaery, E.M. Hilal, K.R. Khan, M.F. Mahmood, A. Biswas, Optical solitons in nonlinear directional couplers with spatio-temporal dispersion, *J. Mod. Opt.* 61 (2014) 441–458.
- [28] Q. Zhou, Q. Zhu, Combined optical solitons with parabolic law nonlinearity and spatio-temporal dispersion, *J. Mod. Opt.* 62(6) (2015) 483–486.
- [29] W. Królikowski, O. Bang, Solitons in nonlocal nonlinear media: exact solutions, *Phys. Rev. E* 63 (2000) 016610.
- [30] E.N. Tsoy, Solitons in weakly nonlocal media with cubic-quintic nonlinearity, *Phys. Rev. A* 82 (2010) 063829.
- [31] S. Chen, Y. Ye, J.M. Soto-Crespo, Ph. Grelu, F. Baronio, Peregrine solitons beyond the threefold limit and their two-soliton interactions, *Phys. Rev. Lett.* 121 (2018) 104101.
- [32] J. Lenells, Exactly solvable model for nonlinear pulse propagation in optical fibers, *Stud. Appl. Math.* 123 (2009) 215–232.
- [33] Nisha, N. Maan, A. Goyal, T.S. Raju, C.N. Kumar, Chirped Lambert W-kink solitons of the complex cubic-quintic Ginzburg-Landau equation with intrapulse Raman scattering, *Phys. Lett. A* 384 (2020) 126675.
- [34] D. Grischkowsky, A.C. Balant, Optical pulse compression based on enhanced frequency chirping, *Appl. Phys. Lett.* 41 (1982) 1–3.
- [35] W.J. Tomlinson, R.H. Stolen, C.V. Shank, Compression of optical pulses chirped by self-phase modulation in fibers, *J. Opt. Soc. Am. B* 1 (1984) 139–149.
- [36] G.P. Agrawal, M.J. Potasek, Effect of frequency chirping on the performance of optical communication systems, *Opt. Lett.* 11 (1986) 318–320.
- [37] X. Bingzhen, W. Wenzheng, Traveling-wave method for solving the modified nonlinear Schrödinger equation describing soliton propagation along optical fibers, *Phys. Rev. E* 51 (1995) 1493–1498.
- [38] A.-M. Wazwaz, *Partial Differential Equations and Solitary Waves Theory*, Higher Education Press, Springer-Verlag, Beijing and Berlin–Heidelberg, 2009.
- [39] A. Choudhuri, H. Triki, K. Porsezian, Self-similar localized pulses for the nonlinear Schrödinger equation with distributed cubic-quintic nonlinearity, *Phys. Rev. A* 94 (2016) 063814.
- [40] A. Choudhuri, K. Porsezian, Dark-in-the-bright solitary wave solution of higher-order nonlinear Schrödinger equation with non-Kerr terms, *Opt. Commun.* 285 (2012) 364–367.

- [41] B.A. Malomed, Solitary pulses in linearly coupled Ginzburg-Landau equations, *Chaos* 17 (2007) 037117.
- [42] M. Quiroga-Teixeiro, H. Michinel, Stable azimuthal stationary state in quintic nonlinear optical media, *J. Opt. Soc. Am. B* 14 (1997) 2004–2009.
- [43] J.-d. He, J. Zhang, M.Y. Zhang, C.Q. Dai, Analytical nonautonomous soliton solutions for the cubic-quintic nonlinear Schrödinger equation with distributed coefficients, *Opt. Commun.* 285 (2012) 755–760.
- [44] R. Yang, L. Li, R. Hao, Z. Li, G. Zhou, Combined solitary wave solutions for the inhomogeneous higher-order nonlinear Schrödinger equation, *Phys. Rev. E* 71 (2005) 036616.
- [45] L. Djeghab et al; “Propagation of chirped gray solitons in weakly nonlocal media with parabolic law nonlinearity and spatio-temporal dispersion” *Physics Letters A* /Vol. 475/ July (2023) 128859
- [46] L.S. Finn And D.F. Chernoff, Observing binary inspiral in gravitational radiation: One interferometer,” *Phys. rev. D*, **47** (6), pp. 2198–2219, 1993.
- [47] G.V. Grigoryan, I.T. Lima, T. Yu, V.S. Grigoryan, and C.R. Menyuk, Using colour to understand light transmission, *Optics & Photonics News*, 11(2000), p. 44.
- [48] M. J. Ablowitz & P. A. Clarkson, *Solitons, Nonlinear Evolution Equations and Inverse Scattering*, (Cambridge University Press, New York, 1991).
- [49] A. Biswas, Perturbation of solitons with non-Kerr law nonlinearity, *Chaos, Solitons and Fractals*. 13, Issue 4, 815–823. (2002).
- [50] A. Biswas, Quasi-stationary optical solitons with power law nonlinearity, *J. Phys.* A.36, Issue 16, 4581–4589. (2003).
- [51] R. Kohl, A. Biswas, D. Milovic, and E. Zerrad, *Optics and Laser Technology* 40, 647, (2008).
- [52] A. Biswas and S. Konar, *Introduction to non-Kerr law optical solitons*, CRC Press Boca Raton, FL, USA (2006).

- Conclusion Générale

Conclusion générale

Dans l'introduction de cette thèse, nous avons déterminé le cadre, l'organisation et les objectifs de ce manuscrit. L'objectif principal de notre travail comme on l'a déjà mentionné, est d'exprimer la modélisation théorique et la simulation numérique de la dynamique de la propagation des solitons, ainsi que d'examiner l'existence et la stabilité d'ondes périodiques et solitaires chirpées dans un milieu non linéaire, qui présente divers types d'effets. Pratiquement l'étude de la dynamique de propagation spatio-temporelle des solitons d'ordres supérieurs devient, à partir de la résolution des modèles de l'équation Schrödinger, non linéaire d'ordre supérieur qui présente en elle-même une extension de l'équation de Schrödinger non linéaire standard de termes d'ordres supérieurs de la dispersion et de la non linéarité, la raison qui pousse au changement de la nature d'équation gouvernant la propagation qui devient non intégrable, en conséquence, les solutions et les résultats obtenus correspondants peuvent se faire aux moyens de techniques semi analytiques, ou d'une approche seulement numérique.

L'objectif principal du premier chapitre de ce travail est de préparer rapidement une présentation de quelques notions de bases en optique non linéaire, certaines applications de l'absorption non linéaire, aussi nous avons présenté la dispersion qui est un paramètre décrivant la déformation (Ou l'étalement temporel) des impulsions optiques lors de leur propagation à l'intérieur de la fibre optique.

Le deuxième chapitre intitulé « caractéristiques et limitations physiques de la fibre Optique » est consacré au support de communication (La fibre optique).

Une vue générale de quelques limitations physiques, particulièrement les effets linéaires et non linéaires, qui sont les principaux effets influents dans l'amélioration ou la limitation des performances des systèmes de transmission optiques, ces limitations ont été introduites dans ce chapitre d'une manière détaillée. En effet, les propriétés physiques linéaires les plus importantes utilisées dans la classification des fibres optiques sont la dispersion et l'atténuation (Les pertes). L'effet majeur de ces deux propriétés de propagation s'interprète par un élargissement temporel des impulsions lumineuses, qui résultent d'un phénomène qu'on appelle le phénomène d'interférence entre les impulsions voisines.

Pour l'évolution de la fibre optique et pour minimiser son atténuation et sa dispersion, des efforts immenses sont encore nécessaires à entreprendre et à envisager.

Dans le troisième chapitre intitulé « les solitons optiques », nous avons présenté les cas auxquels la propagation de l'impulsion lumineuse se fait sans dégradation, seulement, pour le bon et le parfait équilibre entre les effets linéaires et non linéaires, ce qui nous a donné

une catégorie extraordinaire de solutions d'ondes avec une certaines évolutions d'équations différentielles non linéaires (Equation de Schrodinger non linéaire) dites solitons.

Dans le cas d'un régime de dispersion normal, les résultats obtenus montrent qu'en partant d'une impulsion lumineuse libre de toute altération et sous l'action de la dispersion chromatique, l'impulsion s'étale dans le domaine temporel avec la création d'un chirp négatif sur le bord d'attaque et d'un chirp positif dans le cas d'un régime de dispersion anormal.

Sous l'action de la non-linéarité, l'impulsion s'élargie dans le domaine spectral avec une création d'un chirp négatif sur le bord d'attaque. Sous l'action combinée des deux effets, seulement le régime de dispersion anormal est exploité. Le chirp positif créé par la dispersion est compensé par le chirp négatif induit par la non-linéarité pour la formation d'un soliton.

Les solitons sont utilisés dans les systèmes de transmissions à haut débit et de longues distances dans les réseaux télécoms pour leurs propriétés physiques extraordinaires (Forme, vitesse, stabilité contre les collisions mutuelles et conservation de leurs identités).

Dans le quatrième chapitre, intitulé « Dynamique de la propagation non linéaire des solitons chirpés », nous avons identifiés pour la première fois dans les systèmes de transmission optiques, une classe de solutions d'ondes solitaires grises chirpées, ces impulsions localisées peuvent être observées expérimentalement dans les matériaux non linéaires et non locaux présentant une dispersion spatio-temporelle avec la non-linéarité de la loi parabolique, et la dispersion non-linéaire. On a considéré principalement l'équation SNL d'ordre élevé comme un modèle qui permet de modéliser la propagation d'une impulsion lumineuse ultracourte de durée de quelques femtoseconde dans une fibre optique et d'analyser la stabilité des ondes solitaires chirpées sous l'effet des perturbations.

La dynamique de propagation non linéaire des solitons chirpés est actuellement bien maîtrisée, l'étude d'autres problèmes plus compliqués, tels que l'étude de la dynamique évolutive des impulsions des solitons chirpés, dans un tel système non autonome est très intéressant.