

وزارة العليم العالی و البحث العلی

BADJI MOKHTAR -ANNABA
UNIVERSITY
UNIVERSITE BADJI MOKHTAR
ANNABA



جامعة باجي مختار
-عناية-

Faculté des sciences de l'ingénieur
Département de Génie Mécanique

THESE

Présentée en vue de l'obtention du diplôme de DOCTORAT

**Etude dynamique d'un palier compliant lubrifié à l'aide de
fluide réfrigérant**

Option

Construction mécanique

Par

BOUCHEHIT Bachir

JURY

Président	Amar HAIAHEM	Pr.	U. Annaba
Directeur de thèse	Ali Rachedi Mahieddine	Pr.	P.E.S.T. Annaba
Co-directeur de thèse	BOU-SAID Benyebka	Pr.	INSA de Lyon
Examineur	Mohamed Rafik SARI	Pr.	U. Annaba
Examineur	Mustapha LAHMAR	Pr.	U. Guelma

Année universitaire 2016-2017

Dédicaces

à ma très chère femme

à mon très chère enfant Dheb-Khalil

à ma petite fille Afnane

à mes chers parents

à ma belle-mère "El-Hadja"

à mes frères et mes sœurs

à mes beaux-frères et ma belle sœur

à tous ceux qui me sont chers....

Remerciements

Tout d'abord, je tiens à exprimer toute ma gratitude et ma sympathie à Mr B. BOU-SAID mon co-directeur de thèse et chef de l'équipe TMI au sein du laboratoire LaMCoS de l'INSA de Lyon où le présent travail a été effectué. Il m'a initié, moi et bien d'autres, à l'art de la Lubrification, Calcul numérique, Biomécanique, Dynamique et la Rhéologie. Il m'a non seulement encouragé et conseillé, mais j'ai aussi bénéficié de sa constante disponibilité et de ses remarques pertinentes tout au long de ce travail. Également j'associe à ces remerciements monsieur M. ALI RACHEDI mon directeur de thèse, Professeur à l'EPST de Annaba pour sa disponibilité et sa participation à ce projet.

Je tiens à remercier aussi Mr A. HAIHEM le directeur de l'université de BADJI MOKHTAR de Annaba pour m'avoir fait l'honneur d'accepter la présidence du jury.

Mes remerciements vont aussi à Mr M. R. SARI professeur à l'université de Annaba et à Mr M. LAHMAR professeur à l'université de Guelma pour avoir accepté de faire partie du jury comme examinateurs.

Je remercie aussi mes tous amis et collègues.

Je termine en remerciant toutes les personnes, qui de près ou de loin m'ont fait confiance et ont participé à ce modeste travail à leur façon.

Résumé

Depuis plusieurs années à nos jours, les paliers à gaz sont utilisés avec succès sur une large gamme de turbo-machines. Certains de ces systèmes sont utilisés dans des environnements de contrôle de l'environnement par gaz réfrigérant. Dans ce travail, nous présentons un modèle théorique et numérique qui tient compte de la transition du lubrifiant vapeur / liquide, la transition de l'écoulement laminaire / turbulent et les variations 3D de la viscosité et de la température dans le fluide et les solides pour les deux situations statiques et dynamiques. Ce modèle comporte : la résolution de l'équation de Reynolds généralisée pour les fluides compressibles à viscosité variable en 3D, la description des effets de la turbulence en utilisant l'approche phénoménologique de Elrod, en utilisant un champ de viscosité turbulente 3D, la résolution de l'équation d'état non linéaire du lubrifiant, capable de décrire la transition vapeur / liquide et une approche thermique local afin d'obtenir une estimation 3D de la température du fluide, grâce à l'équation d'énergie pour film mince. La prise en compte également des effets thermiques dans les solides. Dans cette étude, nous avons montré l'importance d'une description précise des paramètres du film fluide, dont les variations influencent largement le comportement du palier. Parmi les principales théories, il y a : lubrifiant compressible, avec un comportement non-linéaire près de la transition vapeur / liquide, la transition vapeur / liquide et le calcul des paramètres équivalents du mélange, un écoulement turbulent du fluide pour le palier GFB à grande vitesse en utilisant un modèle 3D de la viscosité turbulente, un comportement 3D pour la viscosité, en particulier les variations inter-films (dépendant de la température), et un comportement 3D pour la température, en particulier dans le sens transversal du film afin d'être compatible avec la viscosité, mais également dans la direction axiale afin de tenir en compte du gradient de température potentiel qui modifie considérablement le profil 3D de la température du palier. Ces deux comportements statiques et dynamiques du palier compliant GFB sont analysés.

Mots-clés : palier à gaz, écoulement diphasique, turbulence, THD

Abstract

For years now, gas bearings are successfully used over a large panel of turbo-machineries. Some of these systems are bound to be run in controlled environments such as refrigerating gas. In this work we present a theoretical and numerical model which takes into account the vapor/liquid lubricant transition, the laminar/turbulent flow transition and both temperature and viscosity 3D variations in the fluid and the solids for both static and dynamic situations. This model involves: the resolution of the generalized Reynolds equation for compressible fluids with 3D variable viscosity, the description of the turbulence effects by the phenomenological approach of Elrod, using a 3D eddy viscosity field, the resolution of a non-linear equation of state for the lubricant, able to describe the vapor/liquid transition and a local thermal approach to obtain a 3D estimation of the fluid temperature, thanks to the thin-film energy equation. The thermal effects in solids are also taken into account. In this study, we showed the importance of an accurate description of the film parameters, which variations largely influence the bearing behaviour. Among the principal theories, there are: compressible lubricant, with an appropriate non-linear behaviour when close to the vapor/liquid transition, vapor/liquid transition and calculation of the mixture equivalent parameters, turbulent flow for high-speed GFBs with a 3D eddy viscosity mode, a 3D behaviour for viscosity, particularly the cross-film variations, (temperature dependent) and a 3D behaviour for temperature, particularly in cross-film direction in order to be consistent with viscosity, but also in the axial direction in order to account for potential temperature gradient which considerably modifies the bearing 3D temperature profile. Both static and dynamic behaviours of GFBs are analysed.

Keywords : Gas bearing, two phase flow, turbulence, THD

ملخص

مند القدم الي يونا هذا، تستخدم محامل الغاز بنجاح على مجموعة كبيرة من آلات توربو. بعض من هذه الأنظمة تستعمل في أنظمة مراقبة البيئة بغاز التبريد. في هذا العمل نقدم نموذج نظري و عددي يأخذ بعين الاعتبار تحول مائع التشحيم من غاز الى سائل، إنتقال تدفق مائع التشحيم من صفحي الى مضطرب وتغير بثلاث أبعاد للزوجة المائع ودرجة حرارة مائع التشحيم والمواد الصلبة لكل من الحالات الساكنة و الديناميكية. ويتضمن هذا النموذج حل للمعادلة العامة لرينولدز للموائع القابلة للإنضغاط ذات لزوجة متغيرة بثلاث أبعاد وصف أثار اضطراب التدفق باستخدام نهج الطواهر لالروود، إستخدام مجال اللزوجة المضطربة بثلاث أبعاد، حل معادلة الحالة الغير الخطية لموائع التشحيم، قدرة على وصف الإنتقال من غاز إلى سائل وتقريب حراري محلي للحصول على قيمة تقريبية لدرجة حرارة المائع بثلاث أبعاد، بفضل معادلة الطاقة لطبقة رقيقة. تؤخذ التأثيرات الحرارية في المواد الصلبة في هذه الدراسة بعين الاعتبار. لقد أظهرنا في هذه الدراسة أهمية وجود وصف دقيق لخاصيات سمك مائع التشحيم، تغير هذه الخاصيات يؤثر بشكل كبير على السلوك الوظيفي للحامل. ومن بين النظريات الرئيسية، نكر: مائع التشحيم قابل للإنضغاط، مع سلوك غير خطي على مقربة منطقة الإنتقال من غاز إلى سائل، الإنتقال من غاز إلى سائل وحساب الخاصيات التقريبية للمركب، تدفق مضطرب لمائع تشحيم الحامل المرن ذو السرعة العالية بإستعمال نموذج للزوجة المضطربة بثلاث أبعاد، سلوك بثلاث أبعاد للزوجة، ولا سيما تغيرات بين شريط مائع التشحيم (مرتبطة بدرجة الحرارة)، وسلوك حراري بثلاث أبعاد، ولا سيما في الاتجاه العرضي لشريط مائع التشحيم لتكون متوافقة مع اللزوجة، ولكن أيضا في الاتجاه المحوري لتمثيل التدرج في درجة الحرارة المحتملة التي تغير كثيرا من منحى درجة حرارة الحامل. سيتم تحليل سلوك كلتا الحالتين الساكنة و الديناميكية للحامل المرن.

كلمات البحث: محامل غازية، تدفق بمرحلتين، تدفق مضطرب، الترموهيدروديناميك

Table des matières

Résumé.....	i
Abstract	i
Table des matières	iii
Liste des notations et abréviations.....	vi
Table des illustrations.....	x
Introduction	1
Etat de l'art.....	7
1.1. Introduction	9
1.2. Lubrification hydrodynamique des paliers à feuilles	9
1.2.1. Approximation palier court	10
1.2.2. Nécessité des méthodes numériques	11
1.2.3. Equation de Reynolds Généralisée (GRE)	11
1.2.4. Modèle de Reynolds.....	12
1.3. Effet thermiques	12
1.3.1. Etude thermique du film lubrifiant	13
1.3.1.1. Modèle thermique global.....	13
1.3.1.2. Approche locale du problème thermique	13
1.3.2. Paramètres constants du film lubrifiant.....	14
1.3.3. Gradient axial de température	14
1.3.4. Approximation de Couette	15
1.3.5. Équations de l'énergie en 3D	15
1.3.6. Variations thermiques suivant l'épaisseur du film	15
1.3.7. Transfert de chaleur dans le coussinet.....	17
1.3.8. Transfert de chaleur dans l'arbre.....	17
1.3.9. Conditions aux limites.....	18
1.3.9.1. Continuité à l'interface film- coussinet et film-arbre	18
1.3.9.2. Recirculation du lubrifiant.....	18
1.4. Equation d'état	19
1.5. Les principales caractéristiques de la turbulence	20
1.5.1. Modèles de turbulence.....	21
1.5.1.1. Modèle de Constantinescu.....	21
1.5.1.2. Modèle de Ng, Pan et Elrod	21
1.5.1.3. Modèle de Hirs (Bulk flow theory)	22
1.5.1.4. Choix d'un modèle	22
1.5.2. Modélisation de la transition laminaire turbulent.....	22
1.6. Méthodes numériques.....	22
1.6.1. Méthode des volumes finis	23
1.6.2. Méthode des éléments finis	23

1.6.3.	Méthode des différences finies	24
1.7.	Modèles de déformation de la feuille ondulée et coefficients dynamiques des paliers à feuilles 24	
1.7.1.	Modèle ressort/amortisseur	25
1.7.2.	Modèle poutre courbe et droite.....	26
1.7.3.	Modèle coque et plaque.....	26
1.8.	Conclusion.....	27
	Modèles théoriques.....	29
2.1.	Introduction	31
2.2.	Palier en régime THD turbulent	31
2.2.1.	Portance hydrodynamique	31
2.2.2.	Equation de Reynolds généralisée.....	32
2.2.3.	Equation de l'énergie	39
2.2.4.	Equation de la chaleur dans le coussinet	42
2.2.5.	Equation de la chaleur dans l'arbre	42
2.3.	Calcul de la viscosité.....	43
2.4.	Equation d'état	43
2.4.1.	Equation d'état de Peng-Robinson modifiée.....	44
2.4.2.	Formule de Clapeyron.....	45
2.4.3.	Modèles de transition Vapeur/Liquide	45
2.5.	Modélisation de la turbulence dans les films minces	47
2.5.1.	Equations de conservation.....	49
2.5.1.1.	Equation de conservation de la masse	49
2.5.1.2.	Equations de conservation de la quantité de mouvement.....	49
2.5.1.3.	Equation de conservation de l'énergie.....	50
2.5.2.	Modèle 3D de viscosité turbulente	52
2.5.3.	Modèle de conduction turbulente	53
2.5.4.	Transition de l'écoulement laminaire au turbulent.....	53
2.6.	Géométrie des paliers à feuilles.....	54
2.6.1.	Géométrie de base d'un palier à lobes.....	56
2.6.2.	Caractéristiques statique du palier.....	58
2.7.	Conditions aux limites thermiques	62
2.7.1.	Interface film-coussinet	63
2.7.2.	Interface coussinet-extérieur	63
2.7.3.	Interface film-arbre.....	64
2.7.4.	Interface arbre-extérieur	64
2.7.5.	Température à l'entrée du lobe.....	64
2.8.	Modélisation linéaire.....	65
2.8.1.	Coefficients dynamiques	66
2.8.2.	Seuil de stabilité	69

2.9.	Méthode de résolution et programmation.....	71
2.9.1.	Maillage du film fluide.....	72
2.9.2.	Équation de Reynolds généralisée.....	72
2.9.3.	Équation de chaleur dans l'arbre.....	73
2.9.4.	Équation de chaleur dans le coussinet.....	74
2.9.5.	Équation de l'énergie dans le film mince.....	75
2.9.6.	Équation d'état.....	76
2.9.7.	Viscosité turbulente.....	76
2.10.	Algorithme de résolution.....	77
2.11.	Conclusion.....	80
	Résultats et discussions.....	81
3.1.	Caractéristiques et conditions de fonctionnement.....	82
3.2.	Comportement statique et dynamique du gaz et du palier pour des conditions de fonctionnement sévères.....	83
3.2.1.	Champs de pression.....	83
3.2.2.	Les champs de température.....	87
3.2.3.	Le comportement du lubrifiant dans la direction transversale.....	92
3.2.4.	Épaisseur de film minimale.....	96
3.2.5.	Débit d'alimentation.....	96
3.2.6.	Couple de frottement.....	98
3.2.7.	Température maximale du film.....	98
3.2.8.	Coefficients dynamiques.....	100
3.3.	Conclusion.....	102
	Conclusion et perspectives.....	105
	Références bibliographiques.....	107
	Annexe A: Changement de variables géométriques.....	121
	Annexe B: Modélisations géométriques.....	123
	Annexe C: Equation géométrique pour un palier à lobe aligné [Nic72].....	123
	Annexe D: Méthode de résolution de l'équation de Reynolds.....	127
	Annexe E: Méthode de résolution de l'équation d'énergie.....	129
	Annexe F: Calcul des coefficients de la formule de Clapeyron.....	133

Liste des notations et abréviations

Lettres latines :

a [m]	Précharge géométrique.
a_p [-] :	Coefficient dans l'équation d'état de PENG-ROBINSON.
a_w [-] :	Pression de cohésion dans l'équation de VAN DER WAALS.
B [-]	Coefficient dans l'équation d'état de PENG-ROBINSON.
b_w [-] :	Covolume dans l'équation de VAN DER WAALS.
$[C]$ [$N.s.m^{-1}$] :	Matrice coefficients d'amortissement dans le repère global (O_a, \vec{x}, \vec{y}).
C_a [$N.m$] :	Couple de frottement dans le coussinet.
C_b [m] :	Jeu d'assemblage.
C_c [$N.m$] :	Couple de frottement dans l'arbre.
$C_i, i=1,3$:	Constantes dans la formule de CLAPEYRON.
$[C_i]$ [$N.s.m^{-1}$] :	Matrice des coefficients de d'amortissement dans le repère local ($O_a, \vec{x}_i, \vec{y}_i$)
$[c_i]$ [$N.s.m^{-1}$] :	Matrice coefficients d'amortissement dans le repère ($O_a, \vec{r}_i, \vec{t}_i$)
C_L [m] :	Jeu de fabrication du palier.
c_{min} [$m.s^{-1}$] :	Vitesse du son dans le mélange.
c_p [$J.kg^{-1}.K^{-1}$] :	Chaleur spécifique du fluide.
c_v [$m.s^{-1}$] :	Vitesse du son dans la phase vapeur.
E [GPa]	Module de YOUNG.
e_b [μm] :	Excentricité du palier.
e_i [μm] :	Excentricité du lobe.
f [-]	Coefficient de frottement
F_0 [$m^2.s.kg^{-1}$] :	Coefficient viscosité intégral.
F_1 [s] :	Coefficient viscosité intégral.
F_2 [m.s] :	Coefficient viscosité intégral.
E_{ct} [$N.m$] :	Création d'énergie turbulente.
E_{dt} [$N.m$] :	Dissipation d'énergie turbulente.
h [m] :	Epaisseur du film.
h_1, h_2 [m] :	Hauteur des surfaces 1 et 2 du contact.
h_a [$W.m^{-2}.K^{-1}$] :	Coefficient globale d'échange de l'arbre.
h_c [$W.m^{-2}.K^{-1}$] :	Coefficient globale d'échange du coussinet.
$[K]$ [$N.s.m^{-1}$] :	Matrice des coefficients de raideur dans le repère global (O_a, \vec{x}, \vec{y}).
k_a [$W.m^{-1}.K^{-1}$] :	Coefficient de conduction thermique de l'arbre.
k_c [$W.m^{-1}.K^{-1}$] :	Coefficient de conduction thermique du coussinet.
k_f [$W.m^{-1}.K^{-1}$] :	Coefficient de conduction thermique du fluide.
$[K_i]$ [$N.s.m^{-1}$] :	Matrice des coefficients de raideur dans le repère local ($O_a, \vec{x}_i, \vec{y}_i$).
$[k_i]$ [$N.s.m^{-1}$] :	Matrice des coefficients de raideur dans le repère ($O_a, \vec{r}_i, \vec{t}_i$).
L [m] :	Largeur du palier.
l [m] :	Rayon de la feuille ondulée.
\mathcal{M} [$kg.mol^{-1}$] :	Masse molaire.
$2M$ [kg] :	Masse du rotor.
m [-] :	Pré-charge géométrique sans dimension.
M_c [kg]	Masse critique.
m_p [-] :	Coefficient dans l'équation d'état de PENG-ROBINSON.
nl :	Nombre des lobes.
N_a :	Nombre de point de maillage de l'arbre dans la direction radiale.

N_c :	Nombre de point de maillage du coussinet dans la direction radiale.
N_y :	Nombre de point de maillage du film fluide dans la direction radiale.
N_z :	Nombre de point de maillage du film fluide dans la direction axiale.
N_θ :	Nombre de point de maillage du film fluide dans la direction circonférentielle.
p [Pa] :	Pression.
p_{amb} [Pa] :	Pression ambiante.
p_{att} [Pa] :	pression attractive.
p_{cr} [Pa] :	Pression critique.
p_{rep} [Pa] :	Pression répulsive.
p_{sat} [Pa] :	Pression de vapeur saturante.
Q_E [$m^3.s^{-1}$] :	Débit à l'entrée du lobe.
$[Q_i]$ [-] :	Matrice de passage dans le repère (O_a, \vec{x}, \vec{y}) .
Q_S [$m^3.s^{-1}$] :	Débit à la sortie du lobe.
Q_A [$m^3.s^{-1}$] :	Débit axiale.
Q_0 [$m^3.s^{-1}$] :	Débit du fluide d'alimentation froid
\mathcal{R} [$J.mol^{-1}.K^{-1}$] :	Constante des gaz parfait.
R_a [m] :	Rayon de l'arbre.
R_b [m] :	Rayon du cercle inscrit du coussinet.
R_c [m] :	Rayon externe du coussinet.
$[R_i]$ [-] :	Matrice de passage dans le repère $(O_a, \vec{x}_i, \vec{y}_i)$
R_L [m] :	Rayon du lobe.
S [m] :	Pas de la feuille ondulée.
Su [-] :	Nombre de SUTHERLAND.
T [K] :	Température du fluide.
t [s] :	Temps.
T_a [K] :	Température de l'arbre.
T_{amb} [K] :	Température ambiante.
T_c [K] :	Température du coussinet.
T_{cr} [K] :	Température critique.
t_h [m] :	Epaisseur de la feuille ondulée.
$\mathcal{T}a_{cr}$ [-] :	Nombre de Taylor critique.
tol_T :	Critère de convergence de la température du fluide à l'interface.
tol_{T_a} :	Critère de convergence de la température de l'arbre.
tol_{T_c} :	Critère de convergence de la température du coussinet.
tol_p :	Critère de convergence de la pression.
tol_ρ :	Critère de convergence de la masse volumique.
u, v, w [$m.s^{-1}$] :	Composantes du vecteur vitesse circonférentielle, radiale et axiale.
U_1, V_1, W_1 [$m.s^{-1}$] :	Vitesse de la première surface du contact.
U_2, V_2, W_2 [$m.s^{-1}$] :	Vitesse de la deuxième surface du contact.
W [N] :	Charge supporté par le palier.
W_i [N] :	Charge supporté par chaque lobe.
W_r, W_t [N] :	Composantes de la charge W dans le repère (r, t)
W_{r_i}, W_{t_i} [N] :	Composantes de la charge W_i dans le repère (r_i, t_i)
y^+ [-] :	Distance du mur sans dimension.

Lettres grecques :

$\alpha [K^{-1}]$	Coefficient de dilatation thermique à pression constante.
$\alpha_f [m^2.s^{-1}]$	Diffusivité thermique du fluide.
$\alpha_i [-]$	Coefficient d'asymétrie.
$\alpha_t [-]$	Compliance de la feuille ondulée.
$\alpha_v [-]$	Taux de vapeur dans le mélange.
$\beta_i [rd]$	Amplitude circonférentielle pour chaque lobe.
$\gamma [Hz]$	Fréquence.
$\gamma_{ad} [-]$	Index adiabatique.
$\gamma_c [Hz]$	Fréquence critique.
$\gamma_i [rd]$	Amplitude circonférentielle de chaque rainure.
$\delta_l [m]$	Echelle de longueur visqueuse.
$\varepsilon_b [-]$	Excentricité relative du palier.
$\varepsilon_i [-]$	Excentricité relative du lobe.
$\theta [rd]$	Coordonnée circonférentielle.
$\theta_{Li} [rd]$	Coordonnées angulaire du début de lobe.
$\theta_s [rd]$	Abscisse de fin de l'arc actif.
$\vartheta [cSt]$	Viscosité cinématique.
$\kappa [-]$	Constante de VON KARMAN.
$\lambda [-]$	Pourcentage du fluide recyclé.
$\mu [Pa.s]$	Viscosité dynamique moléculaire.
$\mu^d [Pa.s]$	Diffusivité thermique turbulente.
$\rho [kg.m^{-3}]$	Masse volumique du fluide.
$\tau [Pa]$	Contrainte de cisaillement.
$\nu [-]$	Coefficient de POISSON.
$\Phi [N.m]$	Taux de chaleur par dissipation.
$\phi [rd]$	Angle de calage pour le palier.
$\phi_e [rd]$	Angle de calage pour chaque lobe.
$\psi_i [rd]$	Position ligne des centres par rapport à la ligne de la charge.
$\Omega [tr/mn]$	Vitesse de rotation de l'arbre.
$\Omega_c [tr/mn]$	Vitesse critique de rotation.
$\omega_a [-]$	Facteur de relaxation pour calcul température de l'arbre.
$\omega_c [-]$	Facteur de relaxation pour calcul température du coussinet.
$\omega_t []$	Déformation élastique de la feuille ondulée.
$\omega_\rho [-]$	Coefficient dans l'équation d'état de PENG-ROBINSON.

Indices, Exposants :

.*	Exposant des valeurs équivalentes (laminaire + turbulent).
. ^t	Exposant pour régime turbulent.
. ₀	Indice pour valeur de référence (à l'alimentation).
. _ℓ	Indice pour la phase liquide.
. _v	Indice pour la phase vapeur.
~	Grandeurs sans dimension.
:	Dérivée première.
.'	Valeur fluctuante.
-	Valeur moyenne.

Nombres sans dimension :

$N_d = \frac{\mu_0(R_a\Omega)^2}{k_0T_0}$	Nombre de dissipation.
$Pe = \frac{\rho_0 c_p \Omega C_L^2}{k_0}$	Nombre de PECLET.
$Pr^t = \frac{\mu^t}{\mu^d}$	Nombre de PRANDL
$\Lambda = \frac{\mu_0\Omega}{p_0} \left(\frac{R_a}{C_L}\right)^2$	Nombre de compressibilité
$\Re_l = \frac{\rho R_a \Omega h}{\mu}$	Nombre de REYNOLDS local
$Ta_l = \Re_l \sqrt{\frac{h}{R_a}}$	Nombre de TAYLOR local
$H_s = \frac{\mu U}{p}$	Nombre de Hersey

Repères :

(r_i, t_i, z) :	Repère intermédiaire.
(r, t, z) :	Repère intermédiaire.
(r, θ, z) :	Coordonnées cylindriques
(x, y, z) :	Coordonnées cartésiennes (x colinéaire a la direction de la charge W).
(x_i, y_i, z) :	Repère intermédiaire (x_i dans la direction de la charge de chaque lobe W_i)

Sigles :

THD :	ThermoHydroDynamique
GRE :	General Reynolds Equation
GFB :	Gas Foil bearing
ACM	Air Cycle Machine
CFD	Computational Fluid Dynamics

Table des illustrations

Figure 1 : Courbe de STRIBECK montrant les différents régimes de lubrification.	1
Figure 2 : Pack de conditionnement d'air.	2
Figure 3 : Schématisation d'un palier à feuilles MITI.	3
Figure 4 : Schématisation d'un palier à trois lobes asymétriques.	4
Figure 2. 1 : Schéma d'un palier cylindrique.	32
Figure 2. 2 : Système d'axes et cinématique du contact.	33
Figure 2. 3 : Equilibre d'un élément du fluide.	33
Figure 2. 4 : Palier développé dans son repère adimensionné.	34
Figure 2. 5 : Vitesse et densité d'une masse fluide.	36
Figure 2. 6 : Palier à lobes (rainures d'alimentation).	37
Figure 2. 7 : Illustration de la condition de SOMMERFELD.	38
Figure 2. 8 : Illustration de la condition de GÜMBEL.	38
Figure 2. 9 : Illustration de la condition de REYNOLDS.	39
Figure 2. 10 : Domaines de référence utilisés dans les calculs thermiques.	41
Figure 2. 11 : Diagramme de phase pour un mélange liquide/vapeur.	46
Figure 2. 12 : Photographies vortex de TAYLOR à droite et schéma de principe à gauche d'écoulements obtenus dans le système de Couette cylindrique.	54
Figure 2. 13 : Schématisation d'un palier à feuilles (a) Garrett (b) MITI.	55
Figure 2. 14 : Schématisation d'un palier à feuilles MITI à trois lobes.	56
Figure 2. 15 : Schématisation d'un palier à lobes.	57
Figure 2. 16 : Segment de la feuille ondulée [HES83].	58
Figure 2. 17 : Géométrie d'un palier à lobe.	59
Figure 2. 18 : Schéma de la rainure d'alimentation.	61
Figure 2. 19 : Conditions aux limites utilisées pour la résolution de l'équation de l'énergie.	62
Figure 2. 20 : Systèmes de coordonnées.	66
Figure 2. 21 : Schématisation du palier pour l'étude de la stabilité.	69
Figure 2. 22 : Représentation des raideurs et amortissements apportés d'un palier.	70
Figure 2. 23 : Maillage du film fluide.	72
Figure 2. 24 : Schéma de discrétisation de l'arbre.	73
Figure 2. 25 : Schéma de discrétisation du coussinet.	74
Figure 2. 26 : Organigramme de résolution du problème THD à excentricité imposée.	78

Figure 2. 27 : Organigramme de résolution dans le cas d'une charge imposée.	79
Figure 3. 1 : Schématisation d'un palier à trois lobes déformables.....	82
Figure 3. 2 : (a) Champ de pression G.F.B (1) . Chargement 15 N , Vitesse de rotation 120 000 tr/min , Précharge m = 0, 2 . (R : $\varepsilon = 0,85, \phi = 14,79^\circ$), (F : $\varepsilon = 0,90, \phi = 12,28^\circ$). (b) Champ de pression G.F.B (1) . Chargement 15 N , Vitesse de rotation 180 000 tr/min , Précharge m = 0, 2 . (R : $\varepsilon = 0,73, \phi = 20,21^\circ$), (F : $\varepsilon = 0,81, \phi = 15,6^\circ$).....	83
Figure 3. 3 : Pression à mi-longueur G.F.B (1) . Chargement 15 N , Précharge m = 0, 2	84
Figure 3. 4 : Epaisseur du film G.F.B (1) . Chargement 15 N , Précharge m = 0, 2	84
Figure 3. 5 : (a) Champ de pression (Flexible) G.F.B (1) , Vitesse de rotation 120 000 tr/min , Précharge m = 0, 2 . (W = 5 N : $\varepsilon = 0,61, \phi = 33,74^\circ$), (W = 15 N : $\varepsilon = 0,90, \phi = 12,28^\circ$). (b) Champ de pression (Flexible) G.F.B (1) , Vitesse de rotation 180 000 tr/min , Précharge m = 0, 2 . (W = 5 N : $\varepsilon = 0,47, \phi = 48,10^\circ$), (W = 15 N : $\varepsilon = 0,81, \phi = 15,6^\circ$).....	85
Figure 3. 6 : Pression à mi-longueur (Flexible) G.F.B (1) , Précharge m = 0, 2	85
Figure 3. 7: (a) Champ de pression (Flexible) G.F.B (1) . Chargement 10 N , Vitesse de rotation 120 000 tr/min . (m = 0, 2 : $\varepsilon = 0,81, \phi = 16,78^\circ$), (m = 0, 5 : $\varepsilon = 0,99, \phi = 0,91^\circ$).....	86
Figure 3. 8 : (a) Pression à mi- longueur (Flexible) G.F.B (1) . Chargement 10 N	86
Figure 3. 9: (a) Champ de pression (Flexible). Chargement 10 N , Vitesse de rotation 120 000 tr/min , Précharge m = 0, 2 . (G.F.B (1) : $\varepsilon = 0,81, \phi = 16,78^\circ$), (G.F.B (2) : $\varepsilon = 0,25, \phi = 62,88^\circ$). (b) Champ de pression (Flexible). Chargement 10 N , Vitesse de rotation 180 000 tr/min , Précharge m = 0, 2 . (G.F.B (1) : $\varepsilon = 0,69, \phi = 25,82^\circ$), (G.F.B (2) : $\varepsilon = 0,16, \phi = 61,03^\circ$).....	87
Figure 3. 10 : (a) Pression à mi-longueur (Flexible). Chargement 10 N , Précharge m = 0, 2	87
Figure 3. 11 : Champ et gradient de température à mi-épaisseur du film, G.F.B (1) , Chargement 15 N , Vitesse de rotation 120 000 tr/min , Précharge m = 0, 2 ((a) : $\varepsilon = 0,85, \phi = 14,79^\circ$), ((b) : $\varepsilon = 0,9, \phi = 12,28^\circ$).	88
Figure 3. 12 : Température du film à mi-épaisseur et à mi-longueur, G.F.B (1) , Chargement 15 N , Vitesse de rotation 120 000 tr/min , Précharge m = 0, 2	88
Figure 3. 13 : (a) Température à mi-épaisseur du film (Flexible), G.F.B (1) , Vitesse de rotation 120 000 tr/min , Précharge m = 0, 2 . (b) Température à mi-épaisseur du film (Flexible), G.F.B (1) , Vitesse de rotation 180 000 tr/min , Précharge m = 0, 2	89
Figure 3. 14 : Température du fluide à mi-épaisseur et à mi-longueur (Flexible) G.F.B(1) , Précharge m = 0, 2	89
Figure 3. 15 : (a) Température à mi-épaisseur du film (Flexible), G.F.B (1) , Chargement 10 N , Vitesse de rotation 120 000 tr/min . (b) Température à mi-épaisseur du film (Flexible), G.F.B (1) , Chargement 10 N , Vitesse de rotation 180 000 tr/min	90
Figure 3. 16 : Température du fluide à mi-épaisseur et à mi-longueur (Flexible) G.F.B (1) . Chargement 10 N	90
Figure 3. 17 : (a) Température à mi- épaisseur du film (Flexible). Chargement 10 N , Vitesse de rotation 120 000 tr/min , Précharge m = 0, 2 . (b) Température à mi- épaisseur du film (Flexible). Chargement 10 N , Vitesse de rotation 180 000 tr/min , Précharge m = 0, 2	91

Figure 3. 18 : Température du fluide à mi-épaisseur et à mi-longueur (Flexible). Chargement 10 N , Précharge m = 0,2	91
Figure 3. 19 : (a) Champ et de gradients de température à mi-longueur, G.F.B (1) , Chargement 15 N , Vitesse de rotation 120 000 tr/min , Précharge m = 0,2 . (b) Champ et de gradients de température à mi-longueur, G.F.B (1) , Chargement 15 N , Vitesse de rotation 180 000 tr/min , Précharge m = 0,2	92
Figure 3. 20 : (a) Champ et de gradients de température à mi-longueur (Flexible), G.F.B (1) , Vitesse de rotation 120 000 tr/min , Précharge m = 0,2 . (b) Champ et de gradients de température à mi-longueur (Flexible), G.F.B (1) , Vitesse de rotation 180 000 tr/min , Précharge m = 0,2	93
Figure 3. 21 : (a) Champ et de gradients de température à mi-longueur (Flexible), G.F.B (1) , Chargement 10 N , Vitesse de rotation 120 000 tr/min . (b) Champ et de gradients de température à mi-longueur (Flexible), G.F.B (1) , Chargement 10 N , Vitesse de rotation 180 000 tr/min	93
Figure 3. 22 : (a) Champ et de gradients de température à mi-longueur (Flexible). Chargement 10 N , Vitesse de rotation 120 000 tr/min , Précharge m = 0,2 . (b) Champ et de gradients de température à mi-longueur (Flexible). Chargement 10 N , Vitesse de rotation 180 000 tr/min , Précharge m = 0,2	94
Figure 3. 23 : (a) Distance à partir du mur à mi-longueur (sans dimension), G.F.B (1) , Chargement 15 N , Vitesse de rotation 120 000 tr/min , Précharge m = 0,2 . (b) Distance à partir du mur à mi-longueur (sans dimension), G.F.B (1) , Chargement 15 N , Vitesse de rotation 180 000 tr/min , Précharge m = 0,2	94
Figure 3. 24 : (a) Distance à partir du mur à mi-longueur (sans dimension) (Flexible), G.F.B (1) , Vitesse de rotation 120 000 tr/min , Précharge m = 0,2 . (b) Distance à partir du mur à mi-longueur (sans dimension) (Flexible), G.F.B (1) , Vitesse de rotation 180 000 tr/min , Précharge m = 0,2 . 95	95
Figure 3. 25 : (a) Distance à partir du mur à mi-longueur (sans dimension) (Flexible), G.F.B (1) , Chargement 10 N , Vitesse de rotation 120 000 tr/min . (b) Distance à partir du mur à mi-longueur (sans dimension) (Flexible), G.F.B (1) , Chargement 10 N , Vitesse de rotation 180 000 tr/min	95
Figure 3. 26 : (a) Distance à partir du mur à mi-longueur (sans dimension) (Flexible). Chargement 10 N , Vitesse de rotation 120 000 tr/min , Précharge m = 0,2 . (b) Distance à partir du mur à mi-longueur (sans dimension) (Flexible). Chargement 10 N , Vitesse de rotation 120 000 tr/min , Précharge m = 0,2	96
Figure 3. 27 : Epaisseur de film minimale en fonction de la vitesse de rotation de l'arbre, précharge m = 0,2	97
Figure 3. 28 : Débit en fonction de la vitesse de rotation de l'arbre, précharge m = 0,2	97
Figure 3. 29 : Couple de frottement sur l'arbre en fonction de la vitesse de rotation, précharge m = 0,2	98
Figure 3. 30 : Couple de frottement sur le coussinet en fonction de la vitesse de rotation, précharge m = 0,2	99
Figure 3. 31 : Température maximale du film en fonction de la vitesse de rotation.....	99
Figure 3. 32 : Coefficients de raideur pour la palier G.F.B (1) en fonction de l'excentricité relative, Vitesse de rotation 80 000 tr/min , précharge m = 0,4	100
Figure 3. 33 : Coefficients d'amortissement pour la palier G.F.B (1) en fonction de l'excentricité relative, Vitesse de rotation 80 000 tr/min , précharge m = 0,4	101

Figure 3. 34 : Coefficients raideur pour la palier G.F.B (2) en fonction de l'excentricité relative, Vitesse de rotation 80 000 tr/min, précharge $m = 0,4$ 101

Figure 3. 35 : Coefficients d'amortissement pour la palier G.F.B (2) en fonction de l'excentricité relative, Vitesse de rotation 80 000 tr/min, précharge $m = 0,4$ 102

Figure 3. 36 : Masse critique en fonction de l'excentricité relative, Vitesse de rotation 80 000 tr/min, précharge $m = 0,4$ 102

Introduction

La lubrification à gaz et plus spécialement à air est un sujet qui a connu un premier essor dans les années 50 et 60 quand elle était utilisée pour la réalisation des guidages des gyroscopes [CON69]. Les paliers aérodynamiques fonctionnent sur les mêmes principes que ceux lubrifiés à huile. Leur particularité vient de la très faible viscosité du gaz, à la fois avantage et inconvénient à laquelle s'ajoute la compressibilité. La lubrification à l'aide d'un gaz permet de limiter la puissance dissipée par frottement fluide. En effet, la viscosité dynamique du gaz est environ 100 fois plus faible qu'une huile peu visqueuse.

En 1902, STRIBECK, après avoir réalisé de nombreuses expériences sur différents types de contacts lubrifiés, décrit ce qui deviendra par la suite un invariant des problématiques de lubrification. Il représente l'évolution qualitative du coefficient de frottement en fonction de l'épaisseur de film, proportionnelle au ratio $\frac{\text{Viscosité} \cdot \text{Vitesse}}{\text{Charge}}$, sur une courbe portant désormais son nom (figure 1). Notre étude s'inscrit dans la zone de lubrification établie : la lubrification aérodynamique. Cela signifie que l'épaisseur du film est grande devant la rugosité des surfaces et l'alimentation est suffisante pour qu'il y ait séparation totale des surfaces. Le lubrifiant se définit par sa viscosité qui dépend de la vitesse, de la charge et de la température de fonctionnement.

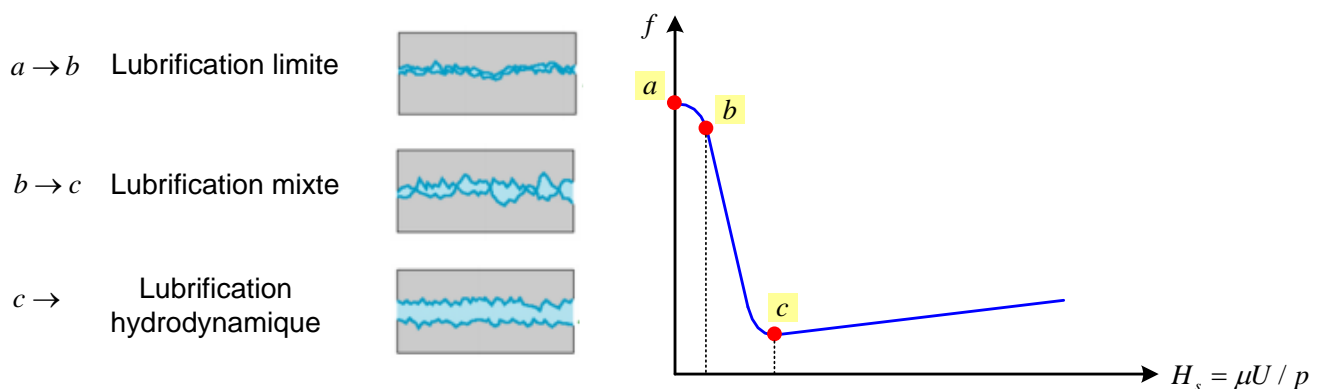


Figure 1 : Courbe de STRIBECK. Évolution du coefficient de frottement en fonction du nombre de Hersey H_s qui permet l'identification de trois régimes de lubrification

La réduction des masses et volumes embarqués ‘‘machines de grande précision et de petite taille’’ est une question centrale dans le domaine des transports, en particulier dans le secteur aéronautique, un guidage aérodynamique semble mieux adapté que des éléments technologiques classiques qui ne permettent plus de répondre à certaines exigences, dont entre autres, la durée de vie. Il est à l’heure actuelle possible d’améliorer les performances des turbomachines, notamment en augmentant les vitesses de rotation et en diminuant le diamètre des arbres avec de très faibles jeux. De cette façon, il est alors possible de concevoir des turbomachines qui seront à la fois plus compactes et plus efficaces.

Les machines pour recycler l’air font parties des turbomachines à haute vitesse et sont des éléments centraux du système de contrôle de l’environnement de l’avion (figure 2). De nos jours, la plupart des systèmes de contrôle de l’environnement installés sur les avions civils et militaires utilisent des paliers à feuilles. Ce système est celui qui est responsable du contrôle du refroidissement, du chauffage et de la mise en pression au sein de l’appareil. La solution la plus appropriée au fonctionnement de ces turbomachines est la lubrification de ces paliers par ce même gaz.



Figure 2 : Pack de conditionnement d’air.

La structure déformable du palier à feuilles est constituée d’un empilage de feuilles lisses et ondulées (raidisseurs), figure 3. Parmi les technologies employées avec succès, l’une d’elles se démarque par des résultats particulièrement intéressants et par une modélisation ‘‘simple’’. Il s’agit de la technologie des paliers à empilage de feuilles de type MITI comme le montre la figure (3), [HES82]. De nombreuses études numériques et expérimentales se sont intéressées aux caractéristiques statiques et dynamiques de ce type de paliers [HES83], [IOR95], [DEL97B], [DEL98], [DEL99], [SUR79].

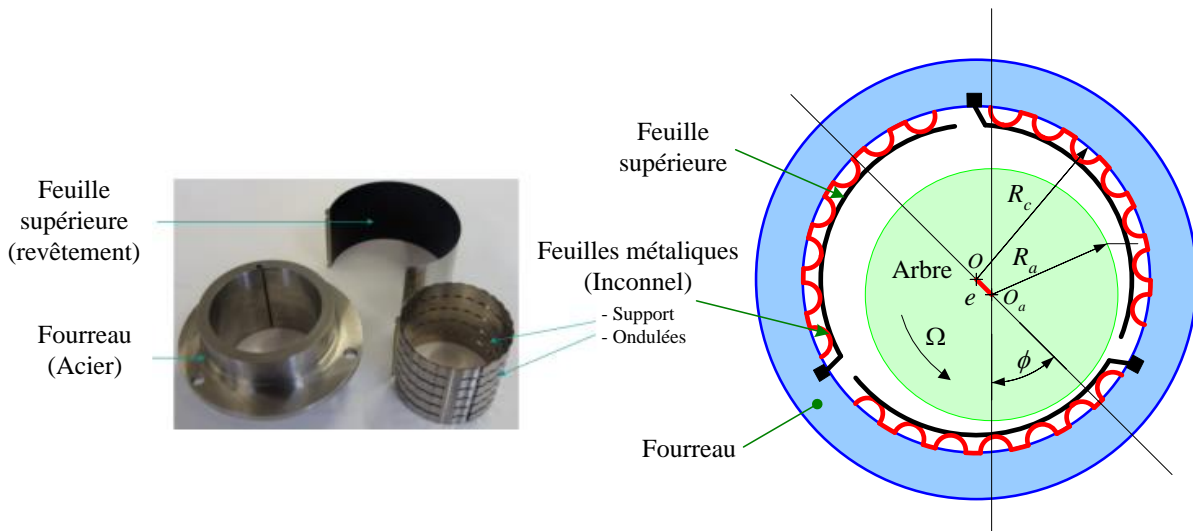


Figure 3 : Schématisation d'un palier à feuilles MITI.

En comparaison avec des paliers lubrifiés à l'huile, les paliers à feuilles sont capables de travailler à des températures plus extrêmes (depuis les milieux cryogéniques jusqu'à 700°C [DEL97A]) En revanche, la mauvaise gestion des aspects thermiques des paliers à feuilles est l'un des deux facteurs de base qui limitent les performances des paliers à feuilles [DYK06].

Les modèles de lubrifiants actuels ont été développés en faisant les hypothèses de fluides isothermes et iso-visqueux. Les paliers à feuilles lubrifiés à l'aide d'un gaz réfrigérant nécessitent le développement d'un modèle THD (Thermo-HydroDynamique), ce modèle est à la fois théorique et numérique.

Afin de pallier la diminution du diamètre et de travailler à iso-performances, les machines tournantes modernes sont donc obligées de fonctionner à des vitesses plus élevées, pour lesquelles les roulements rencontrent des problèmes liés au régime dynamique. En effet, l'augmentation de la vitesse de rotation est accompagnée par l'augmentation très importante des charges dynamiques. De plus, étant soumis à des réductions de poids, les rotors fonctionnent souvent en régime sur-critique. Les roulements, ayant des capacités d'amortissement presque nulles, supportent mal les charges dynamiques et ont alors une durée de vie limitée. Le palier à air ou gaz est donc un candidat pour son remplacement. De plus, la conception des machines tournantes devient plus simple parce que l'absence d'un lubrifiant polluant et la disponibilité quasi-permanente du gaz éliminent la nécessité d'un système d'alimentation et des étanchéités dont la fiabilité et la durée de vie sont des problèmes permanents. Le comportement dynamique est donc reconnu comme étant essentiel pour l'intégration des paliers à gaz dans les machines tournantes. A cause de l'importance accordée dans ce travail aux aspects dynamiques, il est opportun d'expliquer plus en détail les grandes lignes qui gouvernent le comportement dynamique des paliers à gaz et leur stabilité.

Les paliers non cylindriques à lobes discontinus, à précharge géométrique, ont été développés pour remédier aux problèmes de stabilité des paliers lisses. L'étude des caractéristiques statiques et dynamiques des paliers à lobes est analogue à celle des paliers lisses. Cependant, un grand nombre de paramètres intervient dans la définition géométrique du palier. La capacité de charge et la stabilité du palier ne dépendent plus seulement de l'excentricité relative du palier et du nombre de compressibilité mais également du nombre de lobes, de leur amplitude, de la précharge géométrique relative et de l'asymétrie (figure 4).

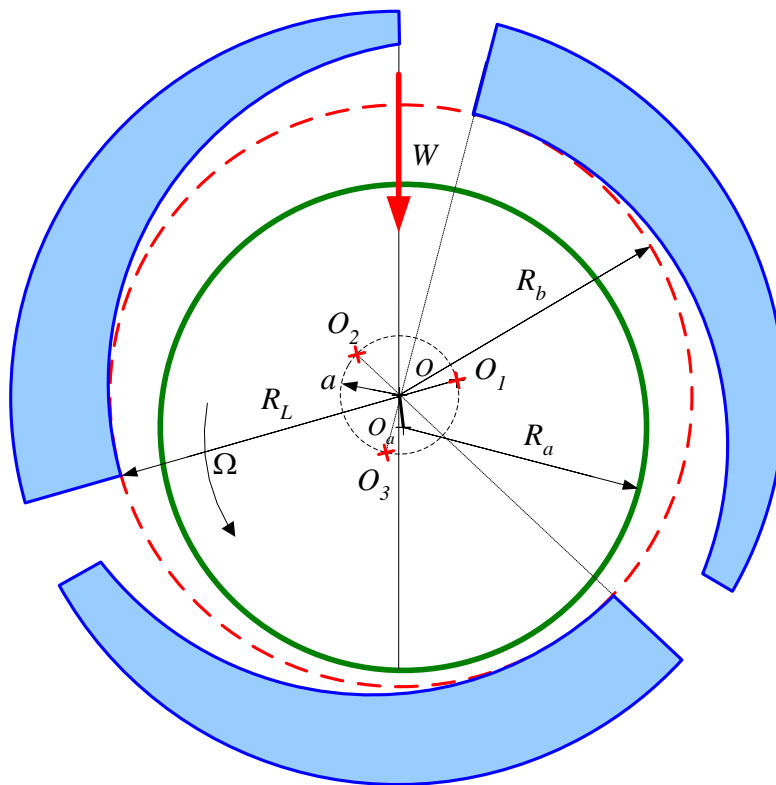


Figure 4 : Schématisation d'un palier à trois lobes asymétriques.

Les courbes de stabilité de ce type de paliers sont élaborées à partir d'une approche linéaire du comportement du palier autour de sa position d'équilibre, [KLI86], [FRE90]. Elles montrent de façon générale que, pour les fortes charges, le palier est généralement toujours suffisamment stable et le choix des paramètres géométriques dépend alors de la capacité de charge souhaitée. Dans le cas de faibles charges, la précharge géométrique est notamment adaptée pour obtenir le niveau de stabilité souhaité [STE91].

Après avoir mentionné les avantages de la lubrification à gaz, il est nécessaire de souligner les difficultés liées à sa mise en œuvre et les problèmes soulevés par l'intégration des paliers à gaz dans les machines tournantes. Les machines fonctionnant avec des paliers à gaz sont donc de conception plus simple mais, comme la viscosité du gaz est très faible, pour générer des pressions suffisantes dans le film à gaz, elles doivent fonctionner à des vitesses de rotation élevées et avec des jeux de l'ordre de quelques dizaines de μm . Ceci met en exergue

les problèmes de fabrication car le respect des tolérances dimensionnelles et de forme est souvent un aspect crucial.

La faible viscosité du gaz est aussi responsable de la capacité de charge réduite et du faible amortissement qui caractérisent les paliers à gaz. La capacité de charge va limiter d'abord la taille des machines tournantes susceptibles d'utiliser des paliers à gaz.

Un inconvénient lié à l'utilisation des gaz comme lubrifiants est le fait que l'onctuosité inhérente à un lubrifiant liquide comme par exemple l'huile est maintenant absente et le contact qui a lieu au démarrage et à l'arrêt est caractérisé par un régime de frottement sec et/ou mixte pouvant mener à une usure rapide. Ainsi, les paliers aérodynamiques sont réalisés à partir d'un matériau comme le graphite, le bronze, la céramique ou sont protégés par un revêtement à faible coefficient de frottement pour limiter l'usure du palier durant les phases transitoires du démarrage et de l'arrêt.

Le travail présenté dans ce mémoire de thèse s'inscrit dans la continuité des travaux réalisés par Mathieu GARCIA [GAR12]. Cette thèse réalisée au Laboratoire de Mécanique des Contacts et des Structures - INSA de Lyon a permis de mettre au point des algorithmes numériques pour l'analyse ThermoHydrodynamique de paliers rigides lubrifiés par un fluide réfrigérant. Le présent travail vise à compléter cette analyse THD en hypothèse adiabatique par la prise en compte des effets thermiques dans les solides, la déformation des feuilles et une étude dynamique en calculant les coefficients dynamiques et la masse critique.

Chapitre

1

Etat de l'art

Ce premier chapitre est dédié à une étude bibliographique ayant pour objectif la présentation des différentes études théoriques et expérimentales, relatives à la modélisation de la lubrification et des effets thermiques dans les paliers à feuilles. Nous présenterons aussi les objectifs de notre travail.

Sommaire

1.1.	Introduction	9
1.2.	Lubrification hydrodynamique des paliers à feuilles	9
1.2.1.	Approximation palier court	10
1.2.2.	Nécessité des méthodes numériques.....	11
1.2.3.	Equation de Reynolds Généralisée (GRE)	11
1.2.4.	Modèle de Reynolds	12
1.3.	Effet thermiques	12
1.3.1.	Etude thermique du film lubrifiant	13
1.3.1.1.	Modèle thermique global.....	13
1.3.1.2.	Approche locale du problème thermique.....	13
1.3.2.	Paramètres constants du film lubrifiant	14
1.3.3.	Gradient axial de température	14
1.3.4.	Approximation de Couette	15
1.3.5.	Équations de l'énergie en 3D	15
1.3.6.	Variations thermiques suivant l'épaisseur du film	15
1.3.7.	Transfert de chaleur dans le coussinet.....	17
1.3.8.	Transfert de chaleur dans l'arbre	17
1.3.9.	Conditions aux limites.....	18

1.3.9.1.	Continuité à l'interface film- coussinet et film-arbre	18
1.3.9.2.	Recirculation du lubrifiant.....	18
1.4.	Equation d'état	19
1.5.	Les principales caractéristiques de la turbulence	20
1.5.1.	Modèles de turbulence.....	21
1.5.1.1.	Modèle de Constantinescu.....	21
1.5.1.2.	Modèle de Ng, Pan et Elrod	21
1.5.1.3.	Modèle de Hirs (Bulk flow theory)	22
1.5.1.4.	Choix d'un modèle	22
1.5.2.	Modélisation de la transition laminaire turbulent.....	22
1.6.	Méthodes numériques.....	22
1.6.1.	Méthode des volumes finis	23
1.6.2.	Méthode des éléments finis	23
1.6.3.	Méthode des différences finies	24
1.7.	Modèles de déformation de la feuille ondulée et coefficients dynamiques des paliers à feuilles 24	
1.7.1.	Modèle ressort/amortisseur	25
1.7.2.	Modèle poutre courbe et droite.....	26
1.7.3.	Modèle coque et plaque.....	26
1.8.	Conclusion.....	27

1.1. Introduction

Les paliers Hydrodynamiques sont largement utilisés depuis des temps immémoriaux comme des éléments de machine. Les premières étapes de la compréhension du phénomène de lubrification datent du 19^{ème} siècle avec les travaux de HIRN [HIR54] en 1854. Ensuite, en 1883, deux investigations expérimentales menées par BEAUCHAMP TOWER [TOW83] en Angleterre et PETROV [PET83] en Russie mirent en évidence le fait que les surfaces rigides des solides en contact dans un palier hydrodynamique étaient complètement séparées par un film fluide. Ainsi, il a été établi que les forces de frottement dans de tels mécanismes sont gouvernées par les effets hydrodynamiques et non pas par le contact direct entre les solides. C'est à partir des travaux de TOWER qu'OSBORNE REYNOLDS définit le phénomène fondamental de portance hydrodynamique. En 1886, REYNOLDS [REY86] établit sa fameuse équation qui est désormais la base de toutes les théories actuelles de la lubrification, dont la formulation mathématique s'appuie sur les équations de NAVIER-STOKES. Elle exprime la relation entre la pression à l'intérieur du film lubrifiant, la géométrie et la cinématique des parties en mouvement. La solution de cette équation, basée sur la théorie des écoulements visqueux laminaires, confirme les observations antérieures de TOWER et PETROV. Cette équation, qui constitue un support théorique pour les résultats expérimentaux de TOWER, est devenue la base de la théorie de la lubrification hydrodynamique moderne. Au début du 20^{ème} siècle, MICHELL [MIC05] et KINGSBURY [KIN97] firent un premier pas vers la compréhension du phénomène de lubrification dans les paliers hydrodynamiques. Depuis plus d'un siècle, de nombreuses améliorations lui ont été apportées, aussi bien par des études théoriques que par des études expérimentales. Des travaux présentent ces améliorations, notamment l'étude des phénomènes thermiques, des déformations des surfaces, des états de surfaces ou encore les défauts de fonctionnement comme le mésalignement ou l'usure.

1.2. Lubrification hydrodynamique des paliers à feuilles

Le travail théorique de REYNOLDS [REY86] est considéré comme la base de la théorie de la lubrification hydrodynamique travail à partir duquel REYNOLDS obtient par un raisonnement heuristique l'équation qui porte son nom. L'idée de ce travail est d'utiliser l'hypothèse de film mince (c'est-à-dire que la distance séparant les deux surfaces entre lesquelles circule le fluide est très petite devant les dimensions des surfaces) pour simplifier les équations de NAVIER-STOKES en négligeant les variations de la pression dans la direction transverse aux deux surfaces, ainsi que certains termes dans l'équation de l'hydrodynamique.

De nombreuses améliorations ont été apportées aux travaux de REYNOLDS, les recherches scientifiques se concentrent sur le développement de modèles analytiques puisque les ordinateurs n'existaient pas encore. Résoudre l'équation de REYNOLDS et ses conditions aux limites ne peut être réalisée analytiquement. Par conséquent, elle peut se faire en utilisant des hypothèses simplificatrices.

En 1904, SOMMERFELD [SOM04] utilise un changement de variables judicieux et présente une solution analytique à l'équation de REYNOLDS dans le cas du palier infiniment long $\partial p / \partial z = 0$. Cependant, les conditions aux limites proposées ne tiennent pas compte de la rupture du film dans le palier, la pression ainsi obtenue est négative dans la zone divergente. Ces conditions aux limites ne sont valables que pour les paliers fonctionnant à de très faibles charges ou avec des pressions d'alimentation très élevées [FRE90].

En 1914, GÜMBEL [GUM14] stipule que l'huile se rompt lorsque sa pression devient négative, en prenant comme référence la pression ambiante et non le zéro absolu. Pour prendre en compte la rupture de film, GÜMBEL néglige donc lors de la résolution de l'équation de REYNOLDS les pressions en deçà de la pression atmosphérique. Autrement dit : $p = p_{amb}$ lorsque $p < p_{amb}$. En négligeant les pressions négatives, la solution finale de GÜMBEL représente la moitié de celle de SOMMERFIELD. C'est la raison pour laquelle la condition de GÜMBEL est communément désignée par le vocable Demi-SOMMERFELD. En procédant ainsi, GÜMBEL introduit une discontinuité dans le débit. Bien que physiquement inacceptable, ceci n'a pas empêché son application fréquente dans les modélisations.

SWIFT [SWI32] puis STIEBER [STI33] présentent indépendamment, des conditions aux limites à la sortie du film plus représentatives de la réalité. Ils écrivent que dans la zone divergente du palier le film se rompt le long d'une frontière déterminée par les conditions supplémentaires suivantes : le long de la frontière, la pression prend la valeur de la pression saturante du fluide et le gradient de pression s'annule. Ces conditions qui respectent la continuité du débit à la sortie du film, sont dites conditions aux limites de REYNOLDS et sont universellement utilisées aujourd'hui pour le calcul des paliers soumis à des charges constantes. Une méthode numérique de résolution de l'équation de REYNOLDS utilisant ces conditions, a été proposée par CHRISTOPHERSON [CHR 41].

1.2.1. Approximation palier court

Lorsque le rapport L/D de la longueur au diamètre du palier est faible, on peut négliger le gradient de pression circonférentiel devant le gradient de pression axial. Cette hypothèse émise pour la première fois de MICHELL [MIC29] a été reprise et développée par OCVIRK et DUBOIS [OCV53]. Elle est entièrement justifiée pour les paliers dont le rapport L/D est inférieur ou égal à 1/4, alors que la plupart des paliers utilisés aujourd'hui dans l'industrie sont sous cette limite, en raison des problèmes de défaut d'alignement. En pratique cette hypothèse est encore utilisée pour des rapports L/D de 0,5 car l'erreur commise reste faible sur le couple et le débit, elle est d'un ordre de grandeur acceptable sur la charge mais très importante sur la valeur du maximum de pression dans le film. Ces erreurs diminuent lorsque l'excentricité décroît.

Ces modèles analytiques simplifiés qui utilisent l'approximation du palier court et long étaient très populaires et sont encore utilisés dans certains travaux théoriques récents. BROWN et al. [BRO00], YANG et al. [YAN01], KEOGH et KHONSARI [KEO01], TAYLOR [TAY04] et SONG et al. [SON05] ont utilisé l'approximation du palier court pour leurs œuvres, tandis que DENG

et BROWN [DEN08] et WANG et KHONSARI [WAN08] ont appliqué l'approximation du palier long. RAISON et NARANG [REA82] ont combiné les deux méthodes au moyen d'une technique de pression moyenne afin d'obtenir des résultats qui seraient valables pour toute la gamme de largeurs de palier. Des approches similaires ont été faites par RAO et al [RAO00], [RAO01] concernant le problème dynamique.

Avec une telle approximation on peut trouver une solution analytique simplifiée. Malheureusement, les approches purement analytiques manquent souvent de précision dans de nombreuses applications et leur utilisation implique souvent une simplification excessive du problème. Cela est particulièrement vrai pour traiter des problèmes assez complexes tels que la rupture du film et la prise en considération des conditions d'alimentation en lubrifiant.

1.2.2. Nécessité des méthodes numériques

Comme nous l'avons vu précédemment, le problème de la lubrification hydrodynamique doit être formulé de manière approchée afin d'obtenir une solution purement analytique. Dans certains cas, ces approximations sont justifiées et donnent des résultats satisfaisants. Toutefois, des phénomènes complexes tels que la rupture du film lubrifiant ou des effets thermiques ne peuvent pas être décrits avec précision. Avec le développement des ordinateurs et des outils numériques, les scientifiques commencent à utiliser des méthodes numériques sur ordinateur afin de résoudre ce type de problèmes.

Les premiers modèles informatiques sont développés par RAIMONDI et BOYD [RAI58] et PINKUS [PIN58], bien que les méthodes numériques aient été utilisées auparavant par exemple dans CHRISTOPHERSON [CHR41]. Après ces travaux pionniers, les auteurs tentent de décrire la réalité aussi précisément que possible, en gardant à l'esprit moins de simplifications ce qui signifie généralement des coûts de calcul plus élevés. Les progrès dans les capacités de calcul par l'informatique vont enfin permettre aux auteurs d'ajouter le comportement thermique, élastique et dynamique du problème de lubrification hydrodynamique.

1.2.3. Equation de Reynolds Généralisée (GRE)

Lorsque DOWSON, en 1962, publie un document introduisant une forme généralisée de l'équation de REYNOLDS, il explique que son travail vient du manque d'une théorie générale en lubrification en film mince lorsque les paramètres du fluide sont soumis à une forte variation suivant l'épaisseur du film [DOW62].

DOWSON [DOW62] présente en 1962 un travail qui représente une avancée considérable dans l'étude des phénomènes thermiques. Il modifie l'équation de REYNOLDS classique afin de prendre en compte les variations de viscosité et de masse volumique à travers l'épaisseur du film fluide. La solution simultanée de cette équation et l'équation de l'énergie en prenant compte des conditions aux limites constitue le modèle ThermoHydroDynamique (THD). C'est l'équation de Reynolds généralisée qui, couplée avec l'équation de l'énergie par l'intermédiaire

de la viscosité et la masse volumique du lubrifiant, permet l'étude locale des phénomènes thermiques en lubrification hydrodynamique.

1.2.4. Modèle de Reynolds

Le modèle de REYNOLDS est basé sur l'équation de REYNOLDS dans les conditions SWIFT STIEBER (à la fois la pression et le gradient de pression sont mis à zéro à la limite de rupture), résolu en utilisant l'algorithme développé par CHRISTOPHERSON [CHR41]. Cet algorithme utilise une discrétisation en différences finies et le processus itératif de GAUSS-SEIDEL. Aux nœuds localisés à l'intérieur de la région de rupture du film, la pression est réglée à la pression de référence à chaque itération jusqu'à ce que la convergence soit atteinte.

Ce modèle a été très populaire au cours des dernières décennies et il est encore utilisé dans certains travaux récents, c'est un modèle numérique simple capable de donner des résultats satisfaisants concernant le profil de la pression dans les paliers lisses [KHO86], [BON86], et également utilisé pour les paliers à patins [KNI90], [FIL97].

Récemment, plusieurs auteurs ont utilisé les conditions de REYNOLDS dans leurs modèles [BRI03], [SIR04] et [MAJ04]. Malheureusement, ce modèle général ne donne pas de bons résultats concernant le débit ou la conservation de la masse dans un lubrifiant à deux phases, le point critique étant l'interface liquide-gaz.

1.3. Effet thermiques

Le modèle isotherme, qui fût utilisé durant de nombreuses années, ne donne de bons résultats que dans des cas simples, pour lesquels l'énergie dissipée est faible et l'augmentation de température est trop faible pour induire une variation de la viscosité du lubrifiant. Cette observation, mise en évidence par des études expérimentales, conduit naturellement à étudier les phénomènes thermiques.

L'importance des effets thermiques en lubrification hydrodynamique a été mise en évidence dès les premières études scientifiques, cependant la prise en compte de ces effets pour le calcul des mécanismes est récente. Cependant, grâce aux progrès réalisés récemment, on commence aujourd'hui à résoudre dans la plupart des cas, les équations qui régissent les phénomènes thermiques en lubrification.

La possibilité d'utiliser de l'air et plus généralement des gaz comme lubrifiant a été mise en évidence par HIRN avant 1854 [HIR54], l'importance de ces effets a surgi au moment où KINGSBURY [KIN33] a réalisé une étude expérimentale et théorique dans laquelle il a conclu que les effets thermiques étaient responsables des écarts importants entre les observations expérimentales et les prédictions théoriques pour la capacité de charge des paliers.

La gestion thermique est nécessaire lors de la conception des applications à haute température utilisant GFB (Gaz Foil Bearing), tels que les moteurs à turbine à gaz [DYK04]. HORI et KATO [HOR08] expliquent que la production de chaleur dans le film lubrifiant et

l'élévation de température associée sont les facteurs les plus importants dans les paliers lisses, en particulier pour des vitesses de rotation élevées parce que la perte de puissance est presque entièrement convertie en chaleur.

L'augmentation de la température moyenne ainsi que la pression maximale dans le palier peut être très préjudiciable sur les propriétés statiques tels que la capacité de charge, l'épaisseur minimale du film, etc. [MA96]. Cette augmentation de la température génère aussi des déformations de l'arbre, des feuilles et du coussinet. En outre, dans le cas particulier de l'écoulement à deux phases, la pression de vapeur dépend fortement de la température locale du lubrifiant.

1.3.1. Etude thermique du film lubrifiant

1.3.1.1. Modèle thermique global

La première consiste à évaluer, à partir de la théorie isotherme, l'énergie dissipée dans le film, ce qui permet de calculer une température moyenne de fonctionnement ; c'est la méthode communément utilisée pour le calcul des caractéristiques d'un mécanisme [SWI37]. Dans cette théorie simplifiée, le lubrifiant est isovisqueux, la viscosité apparente est estimée de la température moyenne à partir d'un bilan énergétique global. Actuellement, l'approche isovisqueuse est utilisée avec des résultats acceptables pour un nombre limité de conditions de fonctionnement [TAN00] [YU01] [STA01] [STA02] [TAL02] [JOH04] [BOE04]. L'approche isovisqueuse est parfois un choix raisonnable lorsqu'elle est utilisée avec d'autres complexités théoriques pour lesquelles l'approche THD rendrait le problème presque insolvable ou avec des coûts de calcul excessifs. C'est également une option raisonnable dans les études préliminaires et de première approche. Toutefois, l'approche isovisqueuse ne fournit pas de réponse satisfaisante dans les cas où des prédictions précises sont nécessaires, en particulier lorsque des vitesses élevées (GFB) et des charges importantes sont présentes [BOU04]. Dans de telles conditions, la grande quantité de chaleur produite par la dissipation visqueuse induit des gradients de température qui sont trop élevés pour être négligés. En outre, l'approche isovisqueuse pourrait dangereusement sous-estimer les paramètres de performance critiques tels que l'excentricité de l'arbre [BOU04].

1.3.1.2. Approche locale du problème thermique

La seconde consiste à résoudre simultanément dans le film l'équation de l'énergie et l'équation de REYNOLDS généralisée qui permet de tenir compte de la variation de viscosité à travers l'épaisseur du film. Il faut également tenir compte des transferts de chaleur dans les matériaux ainsi que des conditions aux limites qui dépendent de l'implantation du palier dans la machine.

En 1949, COPE [COP49] considère que la température et la viscosité ne sont pas constantes le long de la direction circonférentielle qui est la direction principale d'écoulement, il fait intervenir l'équation de l'énergie sous forme simplifiée pour obtenir la température dans le film et par conséquent les variations de viscosité à travers le film. Quelques années plus tard,

GUILINGER et SAIBEL [SAI58] ZIENKIEWICZ [ZIE57] et HUNTER et ZIENBIEWICZ [HUN60] sont les premiers à présenter une méthode pour résoudre simultanément l'équation de REYNOLDS et l'équation d'énergie dans le film. De plus, ces auteurs tiennent compte de façon approchée de la variation de température suivant l'épaisseur du film.

DOWSON [DOW62] présente en 1962 un travail qui représente une avancée considérable dans l'étude des phénomènes thermiques. Il modifie l'équation de REYNOLDS classique afin de prendre en compte les variations de viscosité et de masse volumique à travers l'épaisseur du film fluide. C'est l'équation de REYNOLDS généralisée qui, couplée avec l'équation de l'énergie, permet l'étude locale des phénomènes thermiques en lubrification hydrodynamique. La résolution de ces équations est basée sur des méthodes de calcul numérique (différences finies ou éléments finis), ce qui nécessite l'application de conditions aux limites particulières sur la température.

Pendant les années 1970, plusieurs auteurs soulignent la nécessité d'un modèle qui tient compte de la variation de la température suivant l'épaisseur du film [MCC70] [SEI72]. Dans la pratique, la plupart des travaux qui suivent consistent soit à l'amélioration des conditions aux limites pour les transferts de chaleur entre le fluide, l'arbre et le coussinet ou la prise en compte de plus de phénomènes dans le modèle (comme la rupture du film, la turbulence, les effets d'inertie, etc.). Après cela, des auteurs mettent en œuvre une analyse de THD plus complexe où les propriétés lubrifiantes sont étudiées dans des conditions de fonctionnement sévères [BOU04] et / ou des environnements inhabituels, tels que le gaz cryogénique [BRA87].

1.3.2. Paramètres constants du film lubrifiant

Le réglage des paramètres du fluide comme étant des constantes, telles que la viscosité, la densité ou la chaleur spécifique permet des simplifications importantes dans la résolution des équations de la mécanique des films minces. Cependant, lorsque l'on travaille à grande vitesse de rotation (GFB), il a été démontré par CHUN [CHU04] que la variabilité de la densité, de la viscosité et de la chaleur spécifique étaient obligatoires afin de prédire avec précision la charge et la perte de puissance par frottement. SHARMA et al. [SHA03] ont trouvé dans leur étude d'un palier lisse hybride que les variations de la viscosité due à l'élévation de température ont une influence significative sur les performances statiques et dynamiques du système.

1.3.3. Gradient axial de température

En se référant à la littérature, le gradient thermique axial est généralement faible par rapport aux valeurs significatives (gradients de température radiales et circonferentielles) et la plupart du temps, une analyse thermique 2D donne des résultats réalistes pour les paliers standards. L'analyse thermique 2D est utilisée lorsque l'on traite un problème plus complexe comme par exemple le comportement thermique transitoire [FIL97], [KUC00], [TOU03], ou lorsque le but de l'étude est de donner une estimation rapide des paramètres paliers [JAN04], [WAN11].

Cependant, SAN ANDRES et KIM [SAN10] en utilisant un modèle thermique 3D pour palier à feuilles GFB, dans lequel les calculs sont en bon accord avec les données expérimentales, montrent que le gradient thermique axial augmente avec la vitesse de rotation de l'arbre et ne peut plus être négligé à très grande vitesse. L'étude d'un gaz réfrigérant comme lubrifiant est l'une des causes de l'utilisation d'un modèle 3D qui permet de localiser avec précision la phase liquide.

1.3.4. Approximation de Couette

Afin de simplifier le couplage, dû aux termes de pression, entre les équations de REYNOLDS (GRE) et de l'énergie, MCCALLION et al [MCC70] propose l'approximation de COUETTE, qui consiste à négliger tous les termes de transfert de chaleur par convection associés à la pression dans l'équation de l'énergie et en considérant seulement le flux entraîné par glissement comme étant responsable du transfert de chaleur par convection.

Bien que cette hypothèse simplifie considérablement le temps et le coût de calcul, les résultats obtenus en utilisant cette simplification par exemple le profil du champ de température ne sont pas satisfaisants [SAL01]. D'autres auteurs ont également utilisé l'approximation de Couette [PIN79] [SMI81] [MA94].

1.3.5. Équations de l'énergie en 3D

Les simplifications précédentes ne sont pas toujours possibles lorsqu'on traite un problème THD avec des phénomènes assez complexes à prendre en compte. Les méthodes numériques ainsi que le développement des performances des ordinateurs permettent aux scientifiques de mettre en œuvre des modèles THD en 3D afin de ne pas négliger le gradient thermique axial [PEN06] [SIN08] [SAN09].

DOBRICA et FILLON [DOB06] confirment que l'algorithme 3D est obligatoire si l'on veut prédire le comportement thermique axial avec précision. MICHAUD et al. [MIC07] constatent que l'épaisseur minimale du film est surestimée dans un modèle 2D. En outre, les analyses des déformations thermo-élastiques nécessitent la prise en compte des variations de température dans les trois directions [FIL08].

1.3.6. Variations thermiques suivant l'épaisseur du film

L'équation de REYNOLDS généralisée GRE tient compte dans les fonctions intégrales de la variation de la viscosité locale à travers l'épaisseur du film. Le but du problème THD est de résoudre à la fois l'équation de REYNOLDS généralisée GRE et l'équation de l'énergie dans le film lubrifiant itérativement, où les coordonnées radiales apparaissent explicitement et ne peuvent pas être ignorées.

Les premiers modèles thermiques ne tiennent pas compte des phénomènes thermiques qui se produisent à travers l'épaisseur du film. Ces modèles qui ne tiennent pas compte de la

direction radiale, comme ceux de KNIGHT et BARRET [KNI83] ou GUPTA et al [GUP90], sont intéressants en raison de leur simplicité, mais révèlent une précision insuffisante pour de nombreuses applications pratiques. Dans leur étude théorique, RAJALINGHAM et al [RAJ94] ont mis en évidence l'importance de considérer les phénomènes thermiques qui se produisent à travers l'épaisseur du lubrifiant.

HANSEN et TONNESEN présentent en 1984 avec LUND [LUN84A] [LUN84B] une étude théorique sur les effets thermiques dans les paliers. La variation de la viscosité dans le film est évaluée par un polynôme d'ordre quatre ce qui permet de trouver une solution approchée de l'équation de l'énergie. Ils observent une bonne corrélation entre leurs travaux et leurs précédentes expérimentations [TON81] pour la température et la pression.

KHONSARI et BEAMAN [KHO86] publient en 1986 une étude THD dans laquelle ils tiennent compte de la cavitation et du mélange de fluide dans la rainure. Deux types de conditions aux limites sont étudiées, arbre isotherme et surface intérieure du coussinet adiabatique. Ils montrent que les gradients de température suivant l'épaisseur du film sont beaucoup plus importants que ceux que l'on peut observer suivant la direction circonférentielle.

VIJAYARAGHAVAN [VIJ96] développe une méthode où les propriétés à travers l'épaisseur du film, telles que la viscosité, sont déterminées uniquement en certains points. Leurs distributions à travers l'épaisseur du film ont été exprimées par des polynômes de LEGENDRE, qui donnent une bonne corrélation de la température avec les données expérimentales.

Plus récemment, GANDJALIKHAN et MOAYERI [GAN02] ont proposé une étude THD tridimensionnelle de palier comportant une rainure d'alimentation axiale, de dimension finie et fonctionnant en régime laminaire établi. Ils utilisent une méthode basée sur la technique CFD, en résolvant l'équation de Navier-Stokes complète ainsi que l'équation de l'énergie et en considérant les transferts thermiques à travers le coussinet et l'arbre. Ils tiennent compte également du phénomène de cavitation grâce à un modèle tridimensionnel qui donne un mélange homogène équivalent au lieu de proportions locales de fluide et de gaz. Les vitesses, la pression et la température suivant les directions circonférentielle, axiale et suivant l'épaisseur du film sont calculées. Ils comparent leurs résultats avec plusieurs résultats expérimentaux de la littérature. Ils concluent que le modèle utilisé pour la cavitation donne de bons résultats et confirment que la température de l'arbre ne varie que faiblement suivant la direction circonférentielle et très peu axialement. Ils montrent également que l'étude bidimensionnelle surestime la température maximale et plus largement la pression maximale par rapport à l'étude tridimensionnelle.

De toute évidence, les modèles qui traitent les phénomènes qui se produisent à travers l'épaisseur du film avec plus de détails (BONCOMPAIN et al, [BON86]; KHONSARI et BEAMAN, [KHO86]; MA et TAYLOR, [MA94]; PARANJPE et HAN, [PAR94]; VIJAYARAGHAVAN, [VIJ96]; HATAKENAKA et TANAKA, [HAN02]; COSTA et al, [COS03]) montrent une meilleure corrélation avec les résultats expérimentaux. Ceci est la raison pour laquelle le modèle que nous proposons considère également l'influence de la viscosité à travers l'épaisseur de film.

1.3.7. Transfert de chaleur dans le coussinet

Des travaux expérimentaux ont montré qu'une partie non négligeable de l'énergie dissipée à l'intérieur du film lubrifiant est transférée au coussinet. Les expériences élaborées par MA et TAYLOR [MA96] sur paliers lisses ont montré que la variation de la température dans le film (coussinet) est considérable dans le voisinage de l'emplacement de la température maximale pour les conditions de fonctionnement à charge imposée et à grande vitesse de rotation. C'est la raison pour laquelle de nombreux auteurs utilisent l'équation de LAPLACE à 1D, 2D ou même 3D pour décrire le transfert de chaleur par conduction à l'intérieur du coussinet.

L'approche la plus utilisée est la résolution de l'équation de LAPLACE en 2D (direction radiale et circonférentielle), où la température est considérée indépendante de la direction axiale. L'utilisation du modèle 2D est justifié par des travaux expérimentaux qui montrent que le gradient de température axiale est négligeable dans la plupart des cas. Ainsi une approche 3D est nécessaire seulement dans des cas spécifiques comme celui d'une géométrie non symétrique ou pour des paliers mésalignés.

Dans un palier à feuilles (GFB), la structure est beaucoup plus complexe que dans les paliers lisses. L'augmentation de la température peut engendrer des dilatations thermiques des éléments d'appui et changer l'élasticité de la feuille ondulée ce qui affecte les performances du palier [SIM08] ainsi que les coefficients dynamiques du palier [SAN11]. Par conséquent, pour un calcul précis de la température du film lubrifiant, nous utilisons un modèle de transfert de chaleur pour le coussinet. Comme le transfert de chaleur le long de la direction axiale est nettement inférieur à celui de la direction radiale et circonférentielle, la conduction thermique dans la direction axiale est ignorée afin de simplifier les calculs.

1.3.8. Transfert de chaleur dans l'arbre

L'étude expérimentale réalisée par DOWSON, et al [DOW66] a mis en évidence les transferts de chaleur dus à l'écoulement du fluide ainsi que la faible variation circonférentielle de température dans l'arbre à cause de sa grande vitesse de rotation ce qui justifie l'hypothèse d'un arbre isothermique considérée par de nombreux auteurs.

Certains d'entre eux ont imposé une température pour l'arbre comme GUPTA et al, [GUP90]; KNIGHT et GHADIMI, [KNI92], tandis que d'autres ont obtenu la température de l'arbre en l'égalant à la température moyenne de la surface du coussinet [SAF74] [GET90], ou par le biais de la résolution de l'équation de la chaleur 1D [LEE10] ou 2D [BON86] [FEN13]. C'est cette dernière démarche que nous avons utilisée, en considérant que la variation de la température suivant la direction circonférentielle est négligée à cause de la grande vitesse de rotation de l'arbre.

1.3.9. Conditions aux limites

1.3.9.1. Continuité à l'interface film- coussinet et film-arbre

A la place d'une condition de type adiabatique, c'est DOWSON qui publie en 1964 avec HUDSON [DOW64] un travail sur un blochet dans lequel ils imposent une condition d'égalité de flux thermique à l'interface film/coussinet. Ceci implique la résolution de l'équation de la chaleur, dite équation de LAPLACE, dans le coussinet. De plus, il faut imposer de nouvelles conditions sur les autres frontières du coussinet. Le problème ThermoHydroDynamique ainsi posé n'admet plus de solution analytique.

DOWSON, HUDSON, HUNTER et MARCH [DOW66] effectuent deux ans plus tard une étude expérimentale (rainure le long de la ligne de charge) dans laquelle ils mesurent pour la première fois le champ de pression et les champs de température dans le coussinet et l'arbre. Cette étude a mis en évidence les transferts de chaleur dus à l'écoulement du fluide ainsi que la faible variation circonférentielle de température dans l'arbre.

FITZGERALD et NEAL [FIT92] réalisent une série de mesures expérimentales sur palier à deux rainures circonférentielles, ils concluent que le flux thermique à travers le coussinet et l'arbre est loin d'être négligeable pour une large gamme de conditions de fonctionnement, ce qui rend les approches isotherme et adiabatique imprécises et irréalistes dans de nombreuses situations. Nous considérerons la mise en continuité du flux thermique à l'interface film-coussinet et film-arbre en utilisant l'équation de FOURIER [BON86].

1.3.9.2. Recirculation du lubrifiant

Traditionnellement, l'analyse des performances des paliers hydrodynamiques est basée sur la résolution numérique de l'équation de REYNOLDS et de l'équation de l'énergie simplifiée [FRE90]. Si de nombreuses recherches ont été réalisées sur les performances et la définition géométrique des paliers en utilisant les équations de base de la mécanique des films minces visqueux [FRE90], très peu d'entre elles traitent du mécanisme particulier de l'écoulement dans les zones d'alimentation où il y a mélange entre le fluide frais et le fluide recyclé, et encore moins de leur dimensionnement.

Pour décrire le comportement ThermoHydroDynamique de ces paliers, les équations de la mécanique des films minces visqueux doivent être résolues pour des conditions aux limites réalistes. La distribution réelle de la température dans la section d'entrée du palier est très difficile à connaître, parce qu'elle dépend du mélange entre le fluide recyclé et le fluide frais d'alimentation, qui a lieu dans la zone d'alimentation [BON85] [BOU87]. Dû à la profondeur de cette zone, l'équation de REYNOLDS n'est plus applicable et il faudrait utiliser une modélisation avec les équations de NAVIER-STOKES.

Ainsi, la distribution de température dans la section d'entrée du palier est obtenue en résolvant l'équation de conservation du débit et l'équation de conservation du flux thermique, si on néglige les échanges au niveau des parois [SMA66]. Certains auteurs déterminent la température à la section d'entrée du palier en utilisant des profils uniformes de température ou

non uniformes, en appliquant la conservation du flux de chaleur et des conditions aux limites afin d'éliminer les discontinuités [KHO86] [HES86] [MA92].

MITSUI, HORI et TANAKA [MIT83] réalisent une étude théorique et expérimentale du refroidissement du fluide au niveau de la rainure d'alimentation. Ils mesurent les températures aux surfaces du coussinet et de l'arbre, ainsi que les températures d'entrée et de sortie du film. Ils introduisent alors un coefficient de mélange obtenu expérimentalement qui varie entre 0.4 et 0.8 qui peut être utilisé dans les calculs THD pour prédire la température d'entrée du fluide au niveau de la rainure.

HESHMAT et PINKUS [HES86] ont réalisé une série de tests approfondis dont ils dérivent un ensemble d'équations empiriques et un coefficient de mélange (formule empirique) pour estimer la température d'entrée pour les deux types de paliers, butée et paliers lisses.

BONCOMPAIN [BON84] et BONCOMPAIN et al [BON86] proposent un profil non uniforme de la température dans la section d'entrée. Afin d'éliminer les discontinuités, ils choisissent une variation parabolique (polynôme du troisième degré) selon l'épaisseur du film. La conservation du flux de chaleur et les conditions aux limites en température aux surfaces de l'arbre et du coussinet permettent d'obtenir un système de trois équations qui après résolution donne la température de la section d'entrée.

L'utilisation d'un profil non uniforme qui représente la variation suivant la direction radiale de la température à la section d'entrée au lieu d'un profil uniforme empêche les discontinuités de la température au niveau des interfaces [BON84]. MISTRY et al [MIS93] et plus tard COSTA [COS00], constatent que l'utilisation d'un profil de température non uniforme dans la section d'entrée a peu d'effets sur la température maximale. L'utilisation de profils uniformes peut être responsable de la faible corrélation de température dans la section d'entrée avec l'expérience. MISTRY et al [MIS93] a constaté que le profil de température choisi pour la section d'entrée peut affecter légèrement l'emplacement de la température maximale dans le coussinet.

CHUN et HA [CHU01] ont analysé l'effet de la recirculation du fluide dans les rainures pour un écoulement turbulent se produisant dans les paliers lisses qui tournent à grande vitesse. Ils concluent que l'effet de la recirculation doit être inclus dans l'analyse.

1.4. Equation d'état

Les équations d'état sont au centre de la thermodynamique des fluides. Depuis de nombreuses décennies, des générations de scientifiques se succèdent, tentant d'en créer de nouvelles ou d'améliorer celles déjà existantes. L'histoire des équations d'état [LEV02] commence véritablement en 1962, lorsque BOYLE, suite à ses expériences sur l'élasticité de l'air, propose la forme hyperbolique des isothermes dans le plan (p, v) . Ce résultat sera d'ailleurs confirmé par MARIOTTE. En février 1981, GAY-LUSSAC démontre expérimentalement qu'à pression p constante, le volume v d'un gaz dépend linéairement de la température T . Ces

deux découvertes vont permettre d'établir une loi fondatrice de la thermodynamique connue sous le nom d'équation d'état des gaz parfaits et qui relie la pression p d'un gaz au volume v qu'il occupe, à sa température T et à sa quantité de matière. Cependant, cette équation d'état révèle assez rapidement ses limites. Au milieu du XIX^{ème} siècle, REGNAULT montre que les gaz s'éloignent du comportement prédit par l'équation des gaz parfaits quand ils sont soumis à certaines conditions de température et de pression. Il devient alors rapidement certain que cette loi est un cas limite uniquement valable à haute température et faible pression. De plus, elle ne permet pas de représenter les liquides, ni les transitions de phases.

Le 14 juin 1873, le Hollandais VAN der WAALS expose son travail de thèse sur la continuité des états liquide et gazeux [VAN73]. Il présente notamment une nouvelle équation d'état qui est une version modifiée de la loi des gaz parfaits et qui prend en compte les attractions que les molécules d'un fluide exercent les unes sur les autres. En particulier, cette équation est capable de représenter l'état liquide, ainsi que les transitions liquide/gaz [BON64]. Dans ces approches, on suppose que les molécules du fluide sont des sphères dures. Cette équation possède par ailleurs, la particularité de pouvoir être exprimée comme un polynôme de degré 3 du volume v . Si l'on se fixe la température, la pression et la quantité de matière du fluide, son volume est obtenu par résolution de l'équation polynomiale de degré 3. C'est pour cette raison que l'équation de VAN der WAALS est appelée équation d'état cubique.

Plus généralement, les équations d'état appelées cubiques regroupent toutes les équations d'état qui sont sous forme polynomiale d'ordre 3. La densité est l'inconnue et la pression est l'un des paramètres. L'équation de VAN DER WAALS appartient à cette catégorie, en fait c'est la première de son genre. Plusieurs formes d'équations d'état permettent de décrire le comportement des fluides, mais certaines d'entre elles sont plus appropriées pour décrire le gaz réfrigérant.

En 1976, PENG et ROBINSON [PEN76] proposent une nouvelle équation en modifiant la dépendance en volume de la partie attractive. Ces changements permettent d'améliorer le calcul des volumes de liquide et d'obtenir de meilleures représentations de l'équilibre liquide/vapeur que l'équation de REDLICH-KWONG-SOAVE pour de nombreux mélanges. L'équation de PENG et ROBINSON, avec l'équation de REDLICH-KWONG-SOAVE, fait indiscutablement partie des équations d'état cubiques les plus populaires. Elle est très répandue dans le monde de la recherche et de l'industrie et offre généralement une très bonne précision. Nous avons choisi l'équation de PENG-ROBINSON modifiée [PEN76] qui donne les meilleurs résultats en termes de précision et adéquation au modèle numérique dans notre étude [GAR12].

1.5. Les principales caractéristiques de la turbulence

Dans ce paragraphe, nous présentons les principales caractéristiques de la turbulence, les modèles simples utilisés en lubrification, la définition et la modélisation de la zone de transition. De nombreux ouvrages traitent de la turbulence. On peut citer certains ouvrages intéressants [HIN59] [SCH93] [WIL94].

La turbulence est un phénomène irrégulier dans l'espace et dans le temps. Elle diffuse de façon importante des quantités comme la température, la quantité de mouvement. La turbulence est un phénomène tridimensionnel où existent des tourbillons d'échelles de plus en plus fines. Des macros tourbillons et des tourbillons de plus petites dimensions peuvent être dégagés dans un écoulement turbulent.

En turbulent, les variables peuvent être décomposées en une valeur moyenne et une partie fluctuante

1.5.1. Modèles de turbulence

Dans le cadre des films minces, plusieurs modèles ont été développés. Seuls les modèles dits à "0 équation", c'est-à-dire qui n'introduisent pas d'équation différentielle supplémentaire, seront présentés. Ils sont plus faciles à mettre en œuvre et leur efficacité a été démontrée dans de nombreuses études.

1.5.1.1. Modèle de Constantinescu

CONSTANTINESCU [CON59] est le premier auteur à proposer un modèle de turbulence pour les problèmes de lubrification. Sa théorie est basée sur le modèle de longueur de mélange de PRANDTL. Selon PRANDTL la viscosité turbulente peut être considérée comme une fonction de la longueur de mélange et du gradient de la vitesse suivant l'épaisseur du film. La longueur de mélange est analogue au libre parcours moyen de la théorie cinétique des gaz, elle est proportionnelle à la distance à la paroi.

En supposant que l'écoulement comporte trois couches, deux couches laminaires près des parois où la viscosité turbulente est négligée devant la viscosité dynamique et une couche turbulente où la viscosité turbulente est prépondérante, CONSTANTINESCU a pu exprimer le champ des vitesses dans le film.

1.5.1.2. Modèle de Ng, Pan et Elrod

NG et PAN [NG64], [NG65] propose d'utiliser la formulation de REICHARDT [REI51] avec le taux de cisaillement local et avec deux coefficients. Ils linéarisent ensuite la viscosité turbulente en supposant que l'écoulement est un écoulement de COUETTE dominant. Cette hypothèse a été retenue principalement dans le but d'étudier des paliers hydrodynamiques.

En 1967, ELROD et NG [ELR67] étendent aux écoulements de POISEUILLE et mixtes. La viscosité turbulente ne dépend plus uniquement du nombre de REYNOLDS mais aussi des gradients de pression.

En intégrant les composantes de la vitesse suivant l'épaisseur, CONSTANTINESCU [CON73] obtient des coefficients qui dépendent du nombre de REYNOLDS. Ces coefficients traduisent la moyenne de la viscosité turbulente suivant l'épaisseur.

1.5.1.3. Modèle de Hirs (Bulk flow theory)

En 1973, HIRS [HIR73] propose de modéliser la turbulence dans les films minces en s'appuyant sur des caractéristiques globales de l'écoulement. Sa méthode est basée sur des observations expérimentales de BLASIUS. Dans le cas d'un écoulement de POISEUILLE en conduite, BLASIUS montre que le taux de cisaillement sur la paroi inférieure est une fonction de la vitesse moyenne d'écoulement. Le principal avantage de cette modélisation est qu'elle ne nécessite aucun calcul sur le profil de vitesse.

La théorie de HIRS est intéressante car elle repose sur des constantes expérimentales faciles à mesurer. Cependant, elle ne fait intervenir que des vitesses moyennes qui ne permettent pas de remonter aux champs des vitesses dans le fluide.

1.5.1.4. Choix d'un modèle

Le film fluide séparant les faces d'une GFB est le siège d'un écoulement de COUETTE circonférentiel et d'un écoulement de POISEUILLE radial. Le modèle de HIRS permet de traiter ce genre de problème mais est inadapté au calcul du champ de température. L'utilisation du modèle D'ELROD et NG permet de représenter la turbulence dans les deux équations de l'énergie en 3D et GRE. Il s'impose donc.

1.5.2. Modélisation de la transition laminaire turbulent

La plupart des mécanismes lubrifiés opèrent en régime laminaire. Cependant, pour des applications spécifiques, l'augmentation des vitesses conduit à un régime d'écoulement non laminaire. En fait, le passage d'un régime laminaire à un régime turbulent ne s'effectue pas brutalement, une zone de transition entre le laminaire et le turbulent existe. Beaucoup d'études ont été effectuées sur cette zone en lubrification et deux approches ont été considérées. Une première approche est de caractériser cette zone par un nombre de REYNOLDS minimum et un nombre de REYNOLDS maximum ; elle est beaucoup utilisée en lubrification car sa mise en œuvre dans les calculs est aisée. Par contre, les valeurs données à ces bornes diffèrent suivant le type de mécanisme étudié et aussi les auteurs. FRENE [FRE78] a utilisé pour caractériser cette zone les tourbillons de TAYLOR. Les tourbillons de TAYLOR forment des tores régulièrement superposés suivant la direction des génératrices de l'arbre et du coussinet, l'apparition de ces tourbillons est liée aux forces d'inertie engendrées par la rotation de l'arbre.

En lubrification, Taylor [TAY23], DI PRIMA [DI63] ont étudié l'écoulement entre deux cylindres coaxiaux. En 1972, DI PRIMA et STUART [DI72] par une théorie de stabilité non locale étudient le cas de cylindres excentrés.

1.6. Méthodes numériques

En vue du passage d'un problème exact (continu) au problème approche (discret), on dispose de plusieurs techniques concurrentes : les différences finies, les éléments finis et les

volumes finis. Chacune de ces trois méthodes correspond à une formulation différente des équations de la physique :

- loi de conservation et calcul des flux pour la méthode des volumes finis (MVF).
- minimisation de l'énergie ou principe des travaux virtuels pour les éléments finis (MEF)
- équilibre des forces en chaque point pour les différences finies (MDF)

Ces méthodes numériques communément utilisées pour la résolution des équations de REYNOLDS et d'énergie.

1.6.1. Méthode des volumes finis

La technique des Volumes Finis, sur laquelle la plupart des codes commerciaux reposent, est tout particulièrement adaptée à la mécanique des fluides car cette technique est basée sur des bilans de flux sur les surfaces des volumes.

La méthode des volumes finis intègre, sur des volumes élémentaires de forme simple, les équations écrites sous forme de loi de conservation. Elle fournit ainsi de manière naturelle des formulations discrètes conservatives et est donc particulièrement adaptée aux équations de la mécanique des fluides : équation de conservation de la masse, équation de conservation de la quantité de mouvement, équation de conservation de l'énergie. Sa mise en œuvre est simple si les volumes élémentaires sont des rectangles (ou des parallélépipèdes rectangles en dimension 3). Cependant la méthode des volumes finis permet d'utiliser des volumes élémentaires de forme quelconque, donc de traiter des géométries complexes, ce qui est un avantage sur les différences finies. Il existe une grande variété de méthodes selon le choix de la géométrie des volumes élémentaires et des formules de calcul des flux. Par contre, on dispose de peu de résultats théoriques de convergence.

Récemment, la méthode de volume fini (MVF) a également gagné en popularité dans le domaine de la tribologie [SCH87] [VER95] [DUR08] [AUS09] [MIN11] [XIO12] [WOL13] [DAN16].

1.6.2. Méthode des éléments finis

La méthode des éléments finis est largement utilisée aujourd'hui pour analyser le comportement des systèmes physiques décrits par une équation aux dérivées partielles. Lorsqu'il existe de brusques variations de géométrie, on peut utiliser une discrétisation à mailles variables mais on perd alors beaucoup dans la simplicité de mise en œuvre [BOU85]. Par contre, la méthode des éléments finis convient très bien à ce type de problème. L'application à la lubrification des techniques de résolution par éléments finis, apparaît au milieu des années 1960 [TAN66]. Deux formulations se distinguent : une approche de type 'variationnel' et une de type projectif.

La première 'variationnel' est utilisée pour des problèmes où une grandeur physique doit être rendue extrême (minimale ou maximale) comme par exemple l'énergie de déformation

en élasticité ou l'énergie totale pour un fluide incompressible. En 1959 HAYS utilise cette méthode à l'étude d'un patin de REYLEIGH. ARGYRIS et SCHARPE ainsi que REDDY [RED69] l'utilisent pour le calcul d'un palier lubrifié en régime incompressible. OH et HUEBNER [OH73] présentent la première étude d'un palier élastique. C'est également l'approche utilisée par GOENKA [GOE84A], [GOE84B], KUCINSCHI [KUC 00].

La formulation de type projectif ou approche de GALERKIN, est basée sur le théorème propre aux espaces de HILBERT qui dit que dans un tel espace seul le vecteur nul est orthogonal à tous les vecteurs de l'espace. Cette dernière approche a été utilisée par des nombreux chercheurs dont RHODE et OH [RHO75], BOU-SAID [BOU85], MCIVOR et FENNER [MCI88], [MCI89], HUITRIC [HUI93] pour des joints à faces radiales, ABSI [ABS94] pour des paliers à chevrons et GUINES [GUI94] pour des paliers lisses en régime dynamique.

1.6.3. Méthode des différences finies

La méthode des différences finies MDF a été l'une des premières méthodes utilisées pour résoudre les problèmes de lubrification hydrodynamique. Cette méthode repose sur des principes simples et permet de résoudre des problèmes HD ou THD complexes d'une manière efficace et précise comparable à d'autres méthodes. D'ailleurs, il n'y a pas de doute que MDF est très pratique lorsqu'on travaille avec des géométries simples. Enfin, MDF est relativement facile à mettre en œuvre. Par conséquent, un grand nombre d'études récentes utilisent MDF pour résoudre les problèmes HD ou THD [CHA02] [BOU03] [BRU05] et [AHM10].

En 1972, NICOLAS [NIC72] compare ces deux méthodes avec les résultats analytiques exacts et tire les conclusions que la méthode des différences finies est bien adaptée, de par sa simplicité de mise en œuvre, aux problèmes à géométrie simple où on peut utiliser un pas de discrétisation constant. Cette méthode perd la facilité de mise en œuvre quand on veut utiliser un pas de discrétisation variable. En revanche, la méthode des éléments finis présente la même difficulté pour une discrétisation à pas constant où variable et présente les avantages d'inclure les conditions aux limites sur les dérivées de la pression dans la fonctionnelle et donne, en général, des résultats plus précis que la méthode des différences finies.

Toutes ces raisons, ainsi que l'expertise accumulée par les chercheurs ont conduit au choix de la méthode MDF pour le présent travail.

1.7. Modèles de déformation de la feuille ondulée et coefficients dynamiques des paliers à feuilles

Le terme "palier à feuilles" a été inventé par BLOK et Van ROSSUM [BLO53]. Ils constatent qu'une épaisseur de film plus grande d'un palier à feuilles peut améliorer la fiabilité opérationnelle et fournir une solution pour les problèmes liés à la dilatation thermique de l'arbre et du palier. Après les essais réalisés par LICHT et CALIF [LIC70] sur des paliers à feuilles, ils concluent que les paliers à feuilles sont recommandés pour les turbomachines qui tournent à grande vitesse.

L'expérience a prouvé, depuis la fin des années 1960 que les paliers à feuilles sont beaucoup plus fiables que les roulements à billes utilisés précédemment dans les machines ACM (Air Cycle Machine). Ainsi, les paliers à feuilles ont été utilisés presque dans tous les nouveaux ACM, pour les avions civils et militaires [AGR97].

La structure souple est formée d'une feuille lisse et d'une feuille ondulée. L'essentiel des travaux portent sur la modélisation de la feuille ondulée dont le comportement est complexe.

1.7.1. Modèle ressort/amortisseur

Les premières approches ont consisté à définir les bumps (ondulations) comme des ressorts indépendants. Afin d'illustrer ces propos nous pouvons citer les premiers modèles de HESHMAT et al. [HES83] utilisant alors cette méthode simple qui négligeant les frottements. Dans ce modèle simple, le déplacement élastique est proportionnel à la différence de pression locale, à un coefficient de conformité structurelle qui dépend du matériau de la feuille et son épaisseur et à la configuration géométrique. IORDANOFF [IOR99] détermine quant à lui les raideurs pour les bumps ayant soit deux extrémités libres (avec frottement), soit une extrémité soudée et une libre (avec frottement). La raideur du premier bump est donc différente de celle des autres bumps. Par la suite, d'autres modèles furent développés avec amortisseurs et/ou une variation temporelle des coefficients et/ou la considération d'une interdépendance des ressorts entre eux [LEL07], [FEN10].

PENG et CARPINO [PEN93] [PEN94] présentent une formulation par différences finies pour calculer les coefficients de rigidité et d'amortissement linéarisés pour palier à feuilles. Le lubrifiant est considéré comme un gaz parfait, le comportement du fluide ainsi que le modèle de prise en compte de l'amortissement structurel sont insérés dans l'équation de REYNOLDS. La méthode de perturbation est utilisée pour obtenir les équations des coefficients dynamiques linéarisés. Dans cette étude analytique ils ont montré que l'amortissement dans les paliers à air augmente lorsque le film d'air se raidit. Ils ont remarqué que lorsque le film d'air est souple, la charge est faible ou la vitesse de rotation est peu élevée, les paliers rigides offrent plus d'amortissement que les paliers à feuilles. Par contre, pour des charges et des vitesses de rotation élevées, quand le film d'air est raide, les paliers à feuilles fournissent plus d'amortissement que leurs homologues rigides grâce à l'amortissement généré par le frottement entre les feuilles de la structure déformable.

Ces approches ont tendance à sous-estimer la raideur de la structure totale et son amortissement. Par ailleurs, la rigidité est souvent considérée constante ou du moins le comportement est considéré réversible. De plus ces types de modèle ne permettent pas de prendre en compte les effets de bord qui ont leur importance dans un palier de longueur finie (pression atmosphérique aux extrémités).

Ces modèles simples sont couramment utilisés de nos jours et restent intéressants en termes de temps de calcul pour une première approche, particulièrement lorsque l'objectif est de travailler sur les autres composants du palier [SAN10] ou sur le comportement statique du rotor [KIM09].

1.7.2. Modèle poutre courbe et droite

Les modèles de type ressorts n'étant pas suffisamment proches de la réalité quant à la déformation de la structure, de nouveaux travaux ont été développés.

Le modèle de WALOWIT et ANNO [WAL75] qui modélise un bump comme une poutre courbe isolée a été amélioré par KU et HESHMAT [KU92]. Cette nouvelle modélisation prend en compte les plaques qui composent la feuille ondulée comme des poutres droites. Ainsi ils peuvent considérer l'interaction entre les poutres courbes et le frottement sec des feuilles entre elles. Ce type de modèle, montre une grande fiabilité quant à l'évaluation de la capacité de charge et permet de visualiser le phénomène de whirl [IOR08]. Il est aussi couramment utilisé dans les récents travaux comme [PAR08] [WAL02] pour des caractérisations à vitesse élevée ou pour d'autre fluide que l'air.

La rigidité est surévaluée et malgré la prise en compte du frottement sec la structure se comporte de manière réversible (phénomène d'hystérésis). De plus, comme pour les ressorts on ne peut tenir compte des effets de bord. Cependant, ce modèle a montré l'importance des phénomènes d'interaction entre les différents éléments de la feuille ondulée.

1.7.3. Modèle coque et plaque

Dès 1994, M. CARPINO modélise le bump comme une coque mince isolée et démontre l'importance des effets de membrane et de flexion sur le comportement du rotor en statique [CAR94A], [CAR94B], [CAR94C]. Récemment, de nouveaux travaux sur un modèle 3D considérant la feuille ondulée comme une série de coques et de plaques avec prise en compte du frottement sec a été développé par D.H. LEE pour l'étude statique du comportement du rotor [LEE08]. Grâce à une approche variationnelle et la MEF, la structure flexible a été modélisée comme une structure mince soumise à la pression d'un fluide compressible, laminaire isotherme [BAR11] [BAR13].

Ce modèle est pertinent pour l'évaluation de la déformée de la structure, cependant il présente des inconvénients majeurs. En effet, l'hypothèse de petits déplacements implique une matrice de rigidité constante ignorant ainsi les effets de flambage des structures minces et sur évaluant la souplesse de la structure. De plus, les effets de membrane et de flexion ne sont pas couplés et les possibles effets de cisaillement de la structure sont négligés. En effet, le découplage des phénomènes influe grandement sur le comportement de la coque.

1.8. Conclusion

Nous avons montré dans ce chapitre l'importance d'une description précise des paramètres du film, dont les variations influencent le comportement du palier. Parmi les principaux modèles qui ont été utilisés dans ce présent travail, nous pouvons citer :

- Dans une première approche nous avons choisi le modèle simple de HESHMAT [**HES83**] pour modéliser le comportement des feuilles. Ce modèle ne tient pas compte de la déformation thermique des bumps et de la feuille supérieure. Néanmoins LEE et al [**LEE10**] utilisant un modèle plus complexe qui inclut l'effet thermique sur les bumps et la feuille supérieure montrent que la variation maximale de la température entre la feuille supérieure et la surface supérieure du coussinet est de 10%.
- Le champ de pression dans les paliers à feuilles s'obtient en résolvant l'équation de REYNOLDS généralisée [**DOW62**] en régime permanent, pour des fluides turbulents, compressibles et avec une viscosité qui varie à travers l'épaisseur de film. Les conditions aux limites imposées pour la pression sont : la valeur de la pression connue à chaque extrémité du palier et au niveau de la gorge d'alimentation éventuelle, nous ramenons les dépressions à la pression ambiante (REYNOLDS).
- Lorsque la pression est suffisamment proche de la pression de vapeur saturante, qui est la pression pour laquelle la transition liquide/vapeur se produit, la loi des gaz parfait n'est plus valable. Le fluide réfrigérant compressible est décrit par une loi de comportement non-linéaire appropriée, au voisinage de la transition liquide/vapeur. Nous avons choisi l'équation d'état de PENG-ROBINSON modifiée [**PEN76**] qui est l'équation d'état la mieux adaptée à ce modèle.
- Nous utilisons la formule de CLAPEYRON pour prédire la pression de vapeur saturante, la transition liquide/vapeur et le calcul des paramètres équivalents du mélange.
- Nous avons également intégré un modèle de mélange liquide/vapeur à notre modèle [**ODY03**]. Une transition sinusoïdale, fonction de la pression locale, de la pression de vapeur saturante et de la vitesse du son minimale dans le mélange permet de décrire les valeurs des paramètres équivalents du mélange.
- Un écoulement turbulent pour les paliers à feuilles à haute vitesse, avec un modèle de viscosité tourbillonnaire tridimensionnelle calculé grâce à une version modifiée de la formule empirique de REICHARDT. Les coefficients empiriques sont basés sur les mesures des contraintes de cisaillement et des vitesses dans un conduit [**REI51**] et adaptées aux données expérimentales [**Ng64**]. Ce modèle donne de bons résultats prédictifs pour les paliers et fournit un modèle 3D de la viscosité tourbillonnaire. En cela, il tient compte de la turbulence dans les équations de REYNOLDS et de l'énergie.
- Un comportement tridimensionnel de la température, en particulier concernant les variations selon l'épaisseur de film afin d'être cohérent avec le modèle de viscosité (moléculaire et tourbillonnaire), mais également dans la direction axiale, afin de prendre en compte les gradients de température potentiels, qui modifient considérablement le champ de température tridimensionnel du palier.
- Le modèle inclut la variation de la température dans le coussinet et l'arbre. La température dans le coussinet est calculée par résolution de l'équation de LAPLACE en négligeant la variation suivant la direction axiale. La température de l'arbre est obtenue

par résolution de l'équation de LAPLACE en négligeant la variation suivant la direction circonférentielle.

Chapitre

2

Modèles théoriques

Dans ce second chapitre, nous présentons les équations utiles pour résoudre le problème THD en statique et en dynamique linéaire ainsi que les méthodes de résolution numérique.

Sommaire

2.1.	Introduction	31
2.2.	Palier en régime THD turbulent	31
2.2.1.	Portance hydrodynamique	31
2.2.2.	Equation de Reynolds généralisée.....	32
2.2.3.	Equation de l'énergie	39
2.2.4.	Equation de la chaleur dans le coussinet	42
2.2.5.	Equation de la chaleur dans l'arbre	42
2.3.	Calcul de la viscosité.....	43
2.4.	Equation d'état	43
2.4.1.	Equation d'état de Peng-Robinson modifiée.....	44
2.4.2.	Formule de Clapeyron	45
2.4.3.	Modèles de transition Vapeur/Liquide	45
2.5.	Modélisation de la turbulence dans les films minces	47
2.5.1.	Equations de conservation.....	49
2.5.1.1.	Equation de conservation de la masse	49
2.5.1.2.	Equations de conservation de la quantité de mouvement.....	49
2.5.1.3.	Equation de conservation de l'énergie.....	50
2.5.2.	Modèle 3D de viscosité turbulente	52
2.5.3.	Modèle de conduction turbulente	53
2.5.4.	Transition de l'écoulement laminaire au turbulent.....	53

2.6.	Géométrie des paliers à feuilles.....	54
2.6.1.	Géométrie de base d'un palier à lobes.....	56
2.6.2.	Caractéristiques statique du palier.....	58
2.7.	Conditions aux limites thermiques.....	62
2.7.1.	Interface film-coussinet.....	63
2.7.2.	Interface coussinet-extérieur.....	63
2.7.3.	Interface film-arbre.....	64
2.7.4.	Interface arbre-extérieur.....	64
2.7.5.	Température à l'entrée du lobe.....	64
2.8.	Modélisation linéaire.....	65
2.8.1.	Coefficients dynamiques.....	66
2.8.2.	Seuil de stabilité.....	69
2.9.	Méthode de résolution et programmation.....	71
2.9.1.	Maillage du film fluide.....	72
2.9.2.	Équation de Reynolds généralisée.....	72
2.9.3.	Équation de chaleur dans l'arbre.....	73
2.9.4.	Équation de chaleur dans le coussinet.....	74
2.9.5.	Équation de l'énergie dans le film mince.....	75
2.9.6.	Équation d'état.....	76
2.9.7.	Viscosité turbulente.....	76
2.10.	Algorithme de résolution.....	77
2.11.	Conclusion.....	80

2.1. Introduction

Le présent chapitre décrit les modèles théoriques qui ont été utilisés pour l'analyse statique et dynamique des paliers à feuilles lubrifiées par un fluide réfrigérant.

Les principaux objectifs des modèles théoriques sont :

- Développer un code de calcul qui pourrait constituer le noyau d'un futur outil de conception de palier qui fournissant des résultats théoriques fiables dans un laps de temps compatible avec les exigences de conception. A partir des données géométriques du palier (diamètre, jeu, largeur, les dimensions et positions des rainures), les conditions de fonctionnement (vitesse, la charge / excentricité), le modèle devrait fournir une estimation des caractéristiques statiques et dynamiques tels que, champ de pression, champ de température, débits, le couple de frottement sur l'arbre et le coussinet, perte de puissance, coefficients de raideur et d'amortissement et la carte de stabilité du palier.
- Mise en œuvre d'une approche thermo-hydrodynamique basée sur la résolution de l'équation de REYNOLDS généralisée et l'équation de l'énergie ainsi que la résolution des équations de LAPLACE pour le coussinet et l'arbre.
- Calcul de la densité du fluide dans les trois zones (gaz, liquide, transition) en utilisant l'équation d'état de PENG-ROBINSON.
- Prise en compte des conditions aux limites en pression et température dans les rainures d'alimentation.
- Prise en compte de l'effet de la turbulence, par calcul de la viscosité et la conductivité turbulente.

2.2. Palier en régime THD turbulent

2.2.1. Portance hydrodynamique

Un palier est un ensemble rotor - coussinet. Le coussinet soutient le rotor en compensant sa masse et ses vibrations pour tous les mouvements radiaux (Figure 2.1 (b)). Entre l'arbre et le coussinet de type cylindrique non coaxiaux (Figure 2.1 (a)), le jeu diamétral rempli de lubrifiant donne lieu à une possible génération de pression et ainsi de portance. Lorsque certaines conditions de fonctionnement (vitesse de rotation, jeu radial, viscosité, charge supportée, etc.) sont réunies, l'axe de l'arbre est excentré par rapport à celui du coussinet, créant un espace convergent-divergent, l'arbre est alors en sustentation (portance aérodynamique). Le film de lubrifiant dans le convergent est de l'ordre de 3 à 10 μm et il possède en général une pression suffisante pour supporter le poids du rotor ainsi que toutes les sollicitations extérieures. Les forces générées dans le film permettent au rotor de se maintenir dans sa position d'équilibre, en fonctionnement permanent. Le champ de pression peut être obtenu à partir de la résolution de l'équation des films minces visqueux [BOU85].

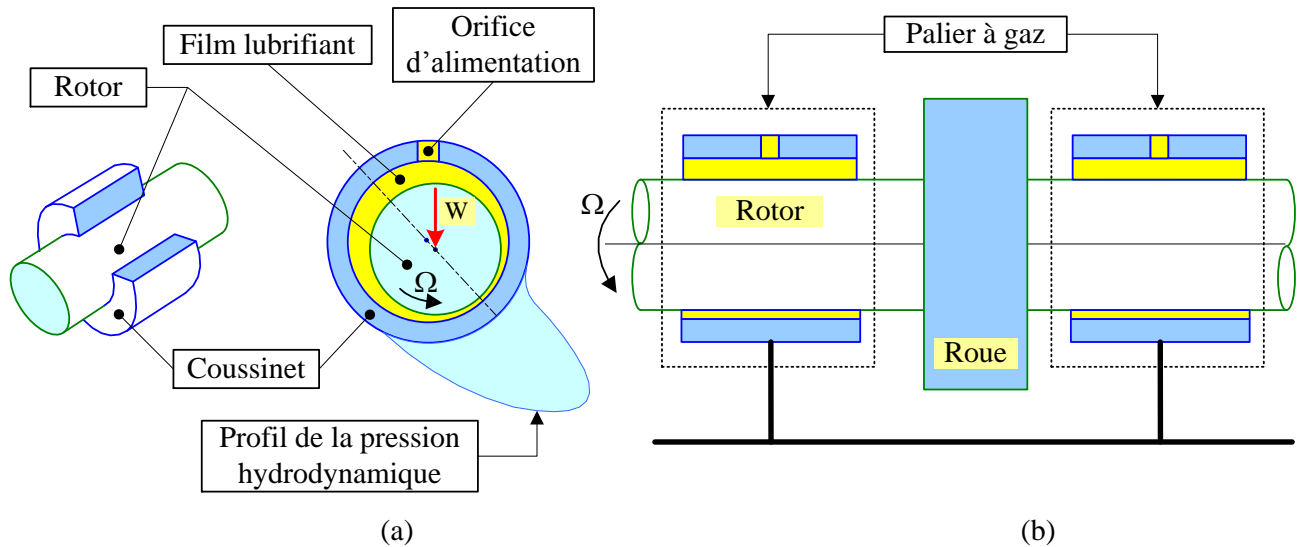


Figure 2. 1: Schéma d'un palier cylindrique.

2.2.2. Equation de Reynolds généralisée

L'équation des films minces visqueux (ou équation de REYNOLDS) est déduite des équations de NAVIER-STOKES et de continuité. La forme particulière en film mince du domaine occupé par le fluide lubrifiant permet d'obtenir une équation aux dérivées partielles du second ordre dont l'inconnue principale est pression.

On considère les hypothèses simplificatrices suivantes :

- i. Le domaine fluide est continu avec un comportement Newtonien;
- ii. Les forces de volume et d'inertie sont négligeables en comparaison avec les forces de pression et de viscosité ;
- iii. Le coussinet et l'arbre sont parfaitement cylindriques, homogènes et alignés;
- iv. La pression hydrodynamique est constante à travers l'épaisseur du film (mécanique des films minces visqueux) ;
- v. L'effet de la courbure de palier est négligé ($C_L \ll R_c$);
- vi. Pas de glissement entre le fluide et les interfaces solides;
- vii. Le régime d'écoulement est complètement hydrodynamique, pas de contact entre les surfaces;
- viii. Les surfaces sont considérées parfaitement lisses, on néglige la rugosité;
- ix. Sous l'action de la pression hydrodynamique l'arbre et le fourreau sont considérés non-déformables.

Considérons l'écoulement du fluide entre deux surfaces parallèles comme le montre la figure (2.2). La surface inférieure se déplace à une vitesse U_1 et la surface supérieure à une vitesse U_2 .

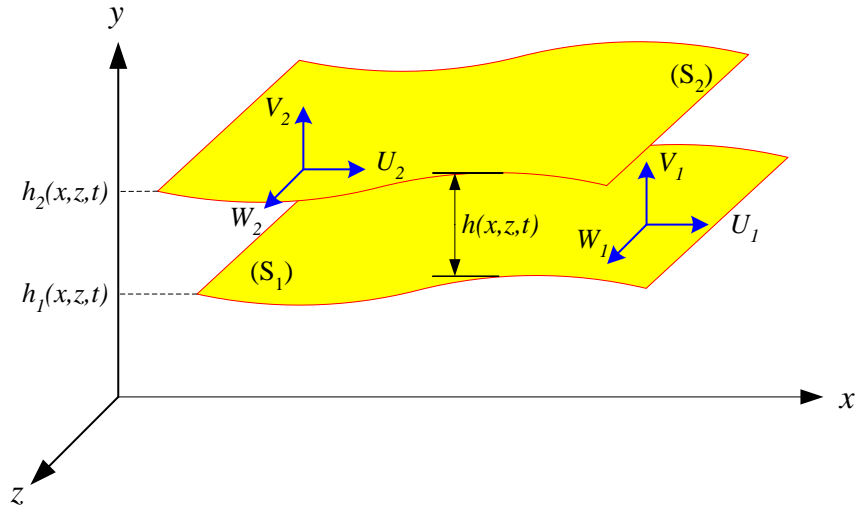


Figure 2.2 : Système d'axes et cinématique du contact.

Compte tenu de ces hypothèses, l'équilibre d'un élément fluide infiniment petit, de dimension (dx, dy, dz) , est représenté sur la figure (2.3).

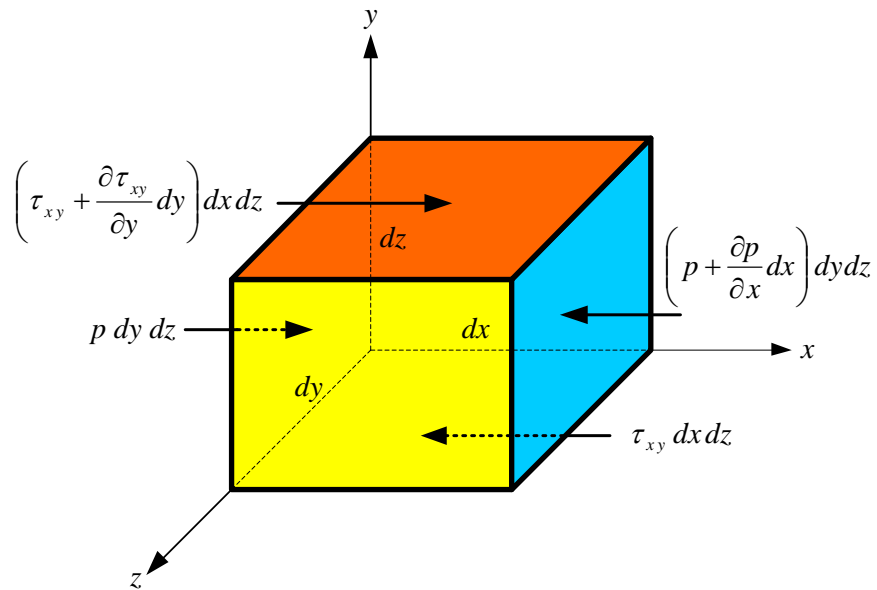


Figure 2.3 : Equilibre d'un élément du fluide.

L'écriture de l'équation d'équilibre des forces en présence suivant x de l'élément infiniment petit permet d'obtenir :

$$p \, dy \, dz - \left(p + \frac{\partial p}{\partial x} dx \right) dy \, dz - \tau_{xy} \, dx \, dz + \left(\tau_{xy} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} dy \right) dx \, dz = 0$$

ce qui donne :

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y}$$

On obtient une équation similaire en z , et la variation de pression suivant y est quasi nulle suite à l'hypothèse (iv) ce qui donne :

$$\begin{cases} \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu^* \frac{\partial u}{\partial y} \right) \\ \frac{\partial p}{\partial y} \approx 0 \\ \frac{\partial p}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu^* \frac{\partial w}{\partial y} \right) \end{cases} \quad (2.1)$$

Il est commode d'appliquer aux équations du système une transformation qui permet d'adimensionner les différentes grandeurs qui apparaissent dans les équations et qui transforme le domaine occupé par le film en un parallélépipède rectangle (figure 2.4).

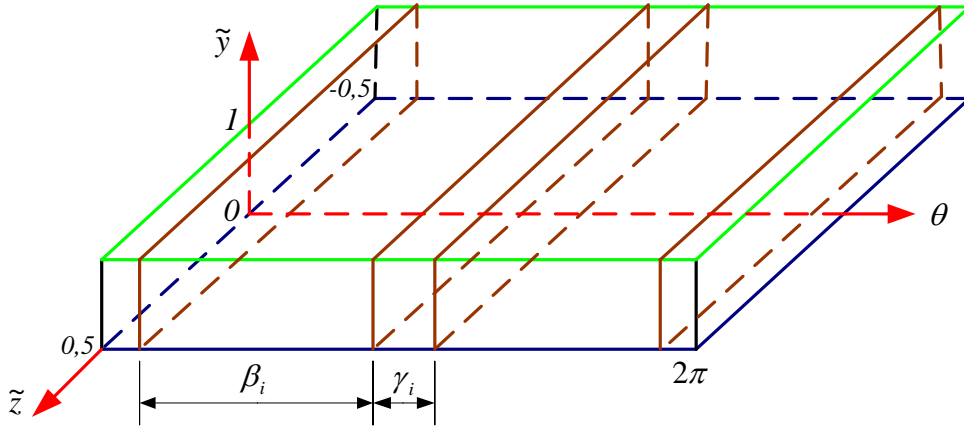


Figure 2. 4 : Palier développé dans son repère adimensionné.

Le système de coordonnées qui définit le domaine de référence normalisé est représenté par le repère $(O, \theta, \tilde{y}, \tilde{z})$.

avec :

$$\begin{cases} 0 \leq \theta \leq 2\pi \\ 0 \leq \tilde{y} \leq 1 \\ -1/2 \leq \tilde{z} \leq 1/2 \end{cases} \quad (2.2)$$

Les coordonnées du domaine de référence ainsi que les variables non-dimensionnelles sont obtenues par la transformation suivante :

$$\begin{aligned} x &= R_a \theta, & y &= h \tilde{y} = C_L \tilde{h}(\theta) \tilde{y}, & z &= L \tilde{z} \\ p &= p_0 \tilde{p}, & \rho &= \rho_0 \tilde{\rho}, & \mu^* &= \mu_0 \tilde{\mu}^* \\ u &= R_a \Omega \tilde{u}, & v &= C_L \Omega \tilde{v}, & w &= R_a \Omega \tilde{w}, & t &= \tilde{t} / \Omega \end{aligned} \quad (2.3)$$

Dans ces expressions R_a , h , C_L et L sont respectivement le rayon de l'arbre, l'épaisseur du film, le jeu d'usinage et la largeur du palier ; p , μ^* , ρ , Ω , (u, v, w) et t définissent respectivement, la pression, la viscosité équivalente, la masse volumique, la vitesse de rotation de l'arbre, les composantes du vecteur vitesse dans le film et le temps.

La dérivation composée permet de calculer les dérivées en \tilde{x}_i d'une fonction à partir de ses dérivées en x_i .

$$\frac{\partial}{\partial x_i} [f(\theta, \tilde{y}, \tilde{z})] = \frac{\partial f}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial x_i} + \frac{\partial f}{\partial \tilde{y}} \frac{\partial \tilde{y}}{\partial x_i} + \frac{\partial f}{\partial \tilde{z}} \frac{\partial \tilde{z}}{\partial x_i} \quad (2.4)$$

D'où la transformation qui nous permet de calculer les dérivées d'une fonction en variables (x, y, z) à partir de ses dérivées en $(\theta, \tilde{y}, \tilde{z})$ (**Annexe A**):

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{R_a} & -\frac{1}{R_a} \frac{\tilde{y}}{\tilde{h}} \frac{\partial \tilde{h}}{\partial \theta} & 0 \\ 0 & \frac{1}{C \tilde{h}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial \theta} \\ \frac{\partial}{\partial \tilde{y}} \\ \frac{\partial}{\partial \tilde{z}} \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

Il est alors possible d'écrire les expressions des composantes suivant θ ($x = R_a \theta$) et \tilde{y} de la vitesse sans dimension en un point quelconque du fluide en fonction des composantes du gradient de pression, du coefficient de compressibilité Λ et des fonctions intégrales de la viscosité en ce point :

$$\begin{cases} \tilde{u} = \frac{\tilde{h}^2}{\Lambda} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \theta} \left(\int_0^{\tilde{y}} \frac{1}{\tilde{\mu}^*} \tilde{y} d\tilde{y} - \tilde{y} \int_0^{\tilde{y}} \frac{1}{\tilde{\mu}^*} d\tilde{y} \right) + \frac{1}{\tilde{F}_0} \int_0^{\tilde{y}} \frac{1}{\tilde{\mu}^*} d\tilde{y} \\ \tilde{v} = -\frac{\tilde{h}}{\tilde{\rho}} \int_0^{\tilde{y}} \left[\left(\frac{\partial(\tilde{\rho}\tilde{u})}{\partial \theta} - \tilde{\rho} \frac{\tilde{y}}{\tilde{h}} \frac{\partial \tilde{h}}{\partial \theta} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{y}} \right) + \left(\frac{R_a}{L} \right) \frac{\partial(\tilde{\rho}\tilde{w})}{\partial \tilde{z}} \right] d\tilde{y} \\ \tilde{w} = \left(\frac{R_a}{L} \right) \frac{\tilde{h}^2}{\Lambda} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{z}} \left(\int_0^{\tilde{y}} \frac{1}{\tilde{\mu}^*} \tilde{y} d\tilde{y} - \tilde{y} \int_0^{\tilde{y}} \frac{1}{\tilde{\mu}^*} d\tilde{y} \right) \end{cases} \quad (2.6)$$

La loi fondamentale de la mécanique classique concernant la conservation de la masse, traduit le fait que la masse d'un système matériel que l'on suit dans son mouvement reste constante (figure 2.5). Cette équation peut être décrite par sa forme différentielle suivante :

$$\begin{aligned} & \left[\rho u + \frac{1}{2} \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} dx \right] dz + \left[\rho w + \frac{1}{2} \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} dz \right] dx - \left[\rho u - \frac{1}{2} \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} dx \right] dz \\ & - \left[\rho w - \frac{1}{2} \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} dz \right] dx \end{aligned}$$

Ceci doit équaler le taux de masse "débit massique"

$$-\frac{\partial \rho}{\partial t} dx dz$$

après simplification on obtient :

$$-\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0$$

Si on en introduit la densité suivant y :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0 \quad (2.7)$$

ρ est la masse volumique du fluide réfrigérant.

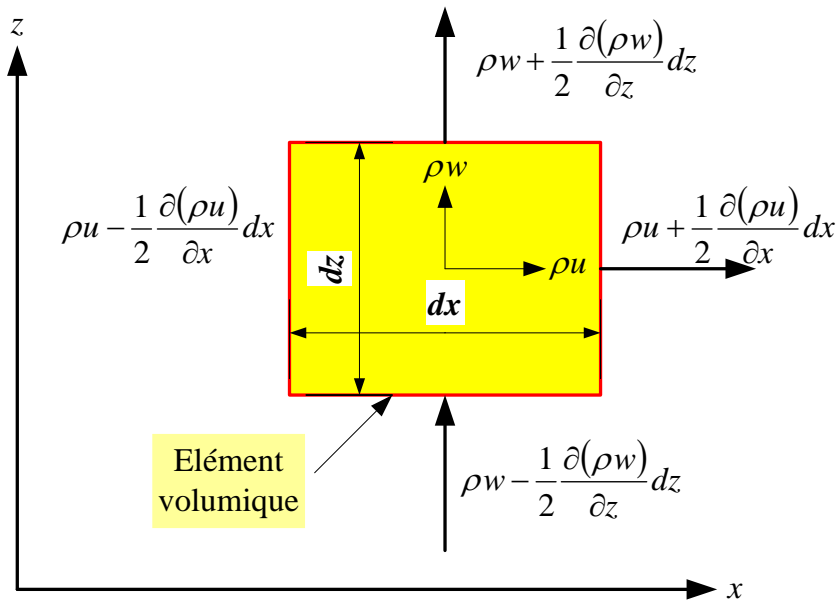


Figure 2.5 : Vitesse et densité d'une masse fluide.

L'équation de conservation de la masse (sans dimension) au sein du fluide s'écrit :

$$\frac{\partial(\tilde{\rho}\tilde{u})}{\partial\theta} + \frac{\tilde{\rho}}{\tilde{h}} \frac{\partial\tilde{v}}{\partial\tilde{y}} + \left(\frac{Ra}{L}\right) \frac{\partial(\tilde{\rho}\tilde{w})}{\partial\tilde{z}} = 0 \quad (2.8)$$

où la masse volumique est une fonction $\tilde{\rho}(\theta, \tilde{z}, t)$ du point et du temps, pour notre étude on considère que la masse volumique ne varie pas suivant \tilde{y} .

En intégrant cette équation à travers de l'épaisseur du film et en utilisant les expressions (2.6) de \tilde{u} et \tilde{w} , on obtient l'équation de REYNOLDS généralisée simplifiée GRE [DOW62]:

$$\frac{\partial}{\partial\theta} \left(\tilde{\rho}\tilde{h}^3\tilde{F}_2 \frac{\partial\tilde{p}}{\partial\theta} \right) + \left(\frac{Ra}{L}\right)^2 \frac{\partial}{\partial\tilde{z}} \left(\tilde{\rho}\tilde{h}^3\tilde{F}_2 \frac{\partial\tilde{p}}{\partial\tilde{z}} \right) = \Lambda \left[\frac{\partial}{\partial\theta} \tilde{\rho}\tilde{h} \left(1 - \frac{\tilde{F}_1}{\tilde{F}_0} \right) + \frac{\partial(\tilde{\rho}\tilde{h})}{\partial\tilde{t}} \right] \quad (2.9)$$

avec :

$$\left\{ \begin{array}{l} \tilde{F}_0 = \int_0^1 \frac{1}{\tilde{\mu}^*} d\tilde{y} \\ \tilde{F}_1 = \int_0^1 \frac{1}{\tilde{\mu}^*} \tilde{y} d\tilde{y} \\ \tilde{F}_2 = \int_0^1 \frac{1}{\tilde{\mu}^*} \tilde{y}(\tilde{y} - \tilde{y}) d\tilde{y} \\ \tilde{y} = C_L \tilde{h} \frac{\tilde{F}_1}{\tilde{F}_0} \\ \Lambda = \frac{\mu_0 \Omega}{p_0} \left(\frac{R_a}{C_L} \right)^2 \end{array} \right. \quad \text{Nombre de compressibilité} \quad (2.10)$$

Les conditions aux limites pour la pression sont: une pression donnée aux deux extrémités et dans la gorge d'alimentation (si elle existe). En ce qui concerne la transition liquide / vapeur, il y a une transition claire pour les valeurs physiques telles que la densité, la viscosité et la conductivité. Notre modèle assure leur continuité d'une phase à l'autre. Nous prenons également en compte dans ce GRE les effets d'écoulement turbulent grâce à une viscosité équivalente qui combine la viscosité moléculaire et la viscosité turbulente.

Conditions aux limites

Suivant la direction axiale

Le palier est alimenté en gaz réfrigérant les espaces circonférentiels entre les lobes appelés "rainures d'alimentation" (figure 2.6).

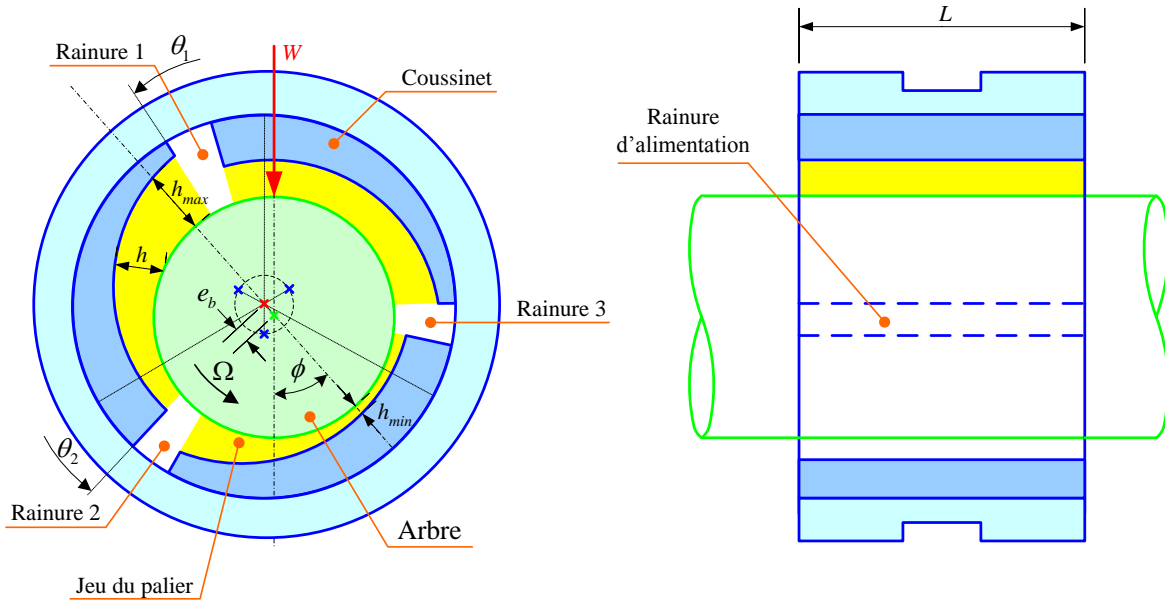


Figure 2. 6 : Palier à lobes (rainures d'alimentation).

De façon générale on peut imposer les conditions aux limites sur les pressions:

- à l'entrée et à la sortie des lobes, au niveau des rainures, $p(\theta_1, z) = p(\theta_2, z) = p_0$
- sur la face à $z = -L/2$, $p(\theta, 0) = p_{amb}$
- sur la face à $z = +L/2$, $p(\theta, L) = p_{amb}$

Suivant la direction circonférentielle

Les conditions aux limites les plus usuelles sont présentées dans ce qui suit.

Conditions de SOMMERFELD :

SOMMERFELD suppose que le film lubrifiant est continu, il n'y a pas de "rupture" possible, c'est à dire que la pression reste toujours positive. Cette condition est acceptable seulement pour des paliers ayant des pressions d'alimentation ou environnantes très élevées (très supérieures à la pression de vapeur saturante) ou pour des paliers tournant à faible vitesse, car les pressions dans le film peuvent devenir négatives. Le champ de pression obtenu après résolution est conservé sans modification. Ce type de condition est présenté graphiquement sur la figure (2.7).

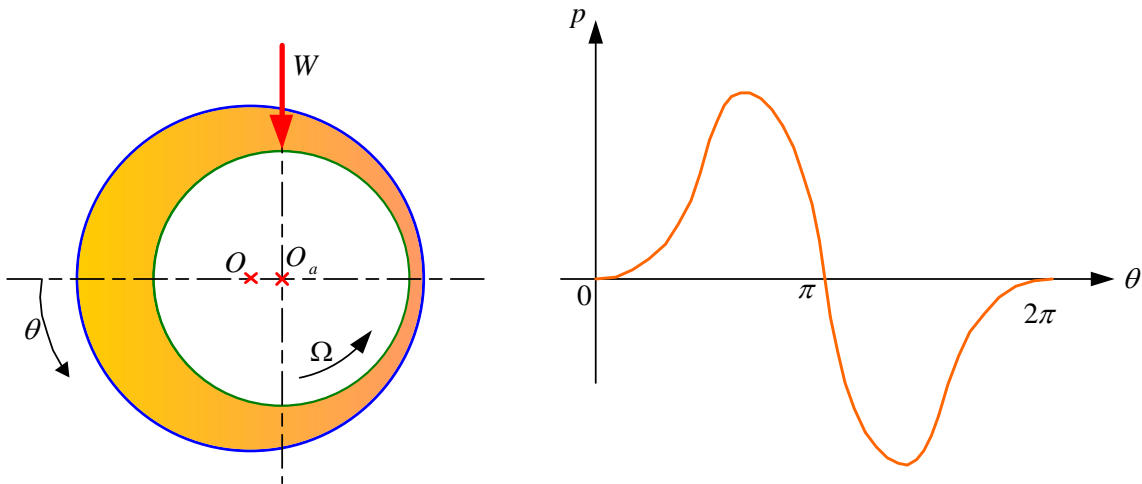


Figure 2. 7 : Illustration de la condition de SOMMERFELD.

Conditions de GÜMBEL :

Cette condition (appelée aussi demi-SOMMERFELD) suppose qu'il y a "rupture" du film lubrifiant, c'est à dire que la pression peut s'annuler. Elle consiste à négliger, dans la solution de SOMMERFELD, les pressions négatives. Elle est représentée graphiquement dans la figure (2.8).

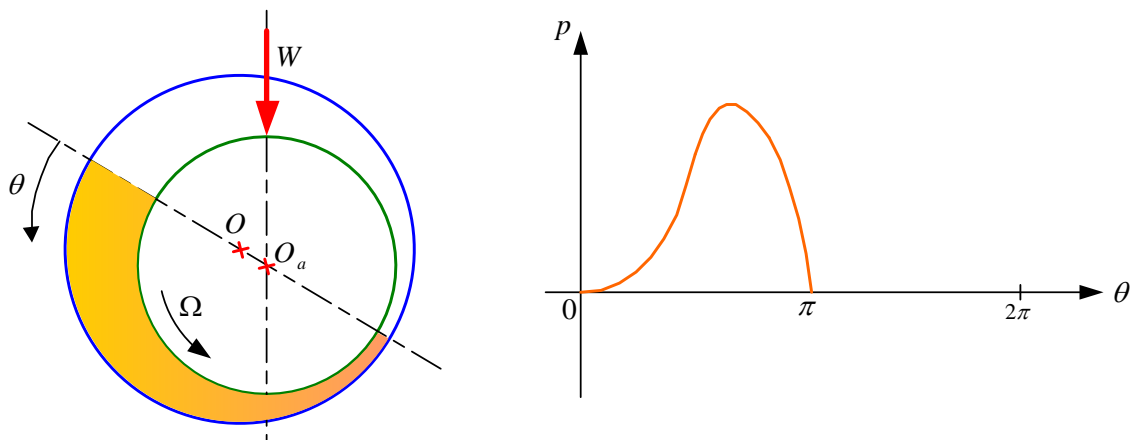


Figure 2. 8 : Illustration de la condition de GÜMBEL.

Conditions de REYNOLDS :

La condition de conservation du débit au travers de la frontière de rupture est satisfaite grâce aux conditions aux limites, pour une abscisse circonférentielle donnée la pression et son gradient s'annulent. Ce sont les conditions les plus proches de la réalité. La figure (2.9) présente graphiquement les trois types de conditions aux limites.

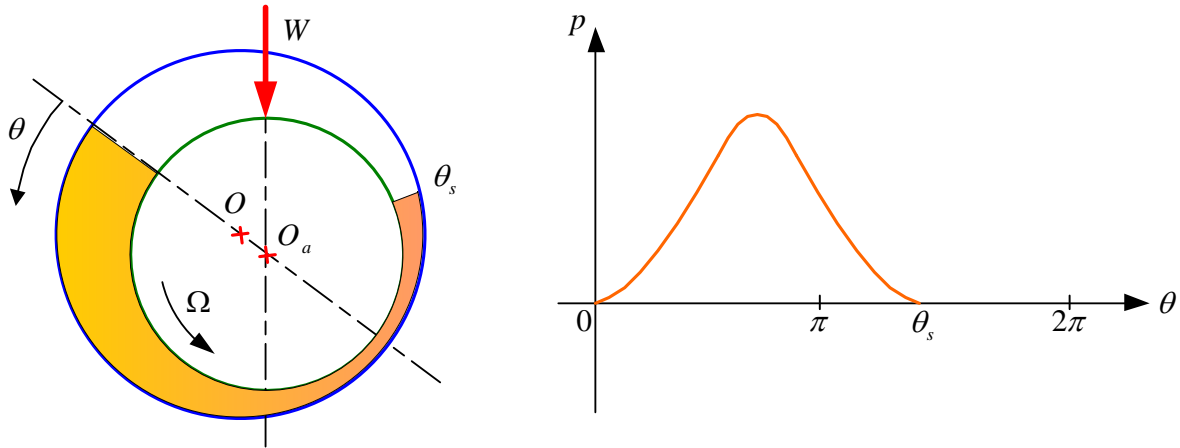


Figure 2. 9 : Illustration de la condition de REYNOLDS.

Contrairement à la lubrification hydrodynamique, dans notre étude le gaz ne produit pas de phénomènes de cavitation. Ainsi, il peut donc exister des zones où la pression est inférieure à la pression ambiante pour des profils rigides. Par contre, dans le cas du coussinet déformable ceci est corrigé par le soulèvement des feuilles jusqu'à obtenir l'équilibre des forces sur les feuilles supérieures [HES83].

Nous avons choisi de considérer des conditions d'écoulement de type REYNOLDS.

2.2.3. Equation de l'énergie

La présence de gradients de vitesses provoque l'apparition de contraintes de cisaillement au sein du fluide. Ces contraintes sont responsables de la génération de chaleur par dissipation visqueuse. Cette chaleur se propage à travers le fluide principalement par conduction et convection (transport de chaleur dû à un mouvement fluide). L'équation de l'énergie en régime permanent régit ces phénomènes dans le domaine fluide (figure 2.10). Elle s'écrit [FRE90]:

$$\rho c_p \left[u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + w \frac{\partial T}{\partial z} + \frac{\partial T}{\partial t} \right] = \frac{\partial}{\partial x} \left(k_f^* \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k_f^* \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k_f^* \frac{\partial T}{\partial z} \right) + T \alpha \left[u \frac{\partial p}{\partial x} + w \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial p}{\partial t} \right] + \Phi \quad (2.11)$$

$$\frac{\Phi}{\mu^*} = 2 \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \right] + \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 \quad (2.12)$$

La signification des différents termes de cette équation est la suivante :

$$\begin{array}{ll}
 \rho c_p \left[u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + w \frac{\partial T}{\partial z} + \frac{\partial T}{\partial t} \right] & \text{Taux de chaleur emmené par convection} \\
 \frac{\partial}{\partial x} \left(k_f^* \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k_f^* \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k_f^* \frac{\partial T}{\partial z} \right) & \text{Taux de chaleur emmené par conduction} \\
 \Phi & \text{Production de taux de chaleur par dissipation} \\
 & \text{visqueuse} \\
 T \alpha \left[u \frac{\partial p}{\partial x} + w \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial p}{\partial t} \right] & \text{Taux de chaleur développé par compression} \\
 & \text{réversible qui est nul dans le cas d'une} \\
 & \text{évolution isovolume.}
 \end{array}$$

avec, ρc_p , k_f^* et μ^* les propriétés physiques du fluide monophasique ou diphasique (le produit de la densité et la chaleur spécifique, le coefficient de conduction équivalente et de la viscosité dynamique équivalente) et T la température du fluide.

En plus des changements de variables définis en (2.3), on posera :

$$\begin{cases} T = T_0 \tilde{T} \\ k_f = k_0 \tilde{k}_f \end{cases} \quad (2.13)$$

En l'écrivant sous forme adimensionnée, elle devient :

$$\begin{aligned}
 P_e \tilde{\rho} \left[\tilde{u} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{\theta}} + \left(\tilde{v} - \frac{\tilde{u} \tilde{y}}{\tilde{h}} \frac{\partial \tilde{h}}{\partial \tilde{\theta}} \right) \frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{y}} + \left(\frac{R_a}{L} \right) \tilde{w} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{z}} + \frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{t}} \right] &= \frac{1}{\tilde{h}^2} \frac{\partial}{\partial \tilde{y}} \left(\tilde{k}_f^* \frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{y}} \right) + \\
 \frac{N_d \mu^*}{\tilde{h}^2} \left[\left(\frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{y}} \right)^2 + \left(\frac{\partial \tilde{w}}{\partial \tilde{y}} \right)^2 \right] + \alpha_0 T_0 \frac{N_d \tilde{\alpha}}{\Lambda} \tilde{T} &\left[\tilde{u} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{\theta}} + \left(\frac{R_a}{L} \right) \tilde{w} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{z}} + \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{t}} \right]
 \end{aligned} \quad (2.14)$$

où les deux nombres sans dimensions P_e , N_d et le coefficient de dilatation thermique sont définis par :

$$\begin{cases} P_e = \frac{\rho_0 c_p \Omega C_L^2}{k_0} & \text{Nombre de Peclet} \\ N_d = \frac{\mu_0 (R_a \Omega)^2}{k_0 T_0} & \text{Nombre de dissipation} \\ \alpha = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p \end{cases} \quad (2.15)$$

Afin d'être en mesure de résoudre l'équation numériquement nous supposons que le coefficient de dilatation thermique à pression constante peut être calculé en utilisant la loi des gaz parfaits comme une première approximation. Le coefficient de dilatation thermique à pression constante est donné par :

$$\alpha = \frac{\mathcal{M} p}{\rho \mathcal{R} T^2} \quad (2.16)$$

où \mathcal{R} la constante des gaz parfaits et \mathcal{M} la masse molaire.

La densité en utilisant l'hypothèse de la loi des gaz parfaits s'écrit:

$$\rho_0 = \frac{\mathcal{M} p_0}{\mathcal{R} T_0} \quad (2.17)$$

ρ_0 , p_0 et T_0 représentent les valeurs de référence respectivement de la masse volumique, la pression et la température.

L'hypothèse de la loi des gaz parfaits nous permet d'écrire le coefficient de dilatation thermique dans la phase vapeur ($\alpha = 0$ dans la phase liquide) comme suit :

$$\begin{cases} \tilde{\alpha} = \frac{\tilde{p}}{\tilde{\rho} \tilde{T}^2} \\ \alpha_0 = \frac{1}{T_0} \end{cases} \quad (2.18)$$

L'hypothèse des gaz parfaits est valable pour ce cas, elle donne de très bonnes approximations loin de la valeur de pression de vapeur. Au voisinage de la zone de transition, les conditions de compressibilité deviennent moins importantes en amplitude, car le fluide à un comportement liquide.

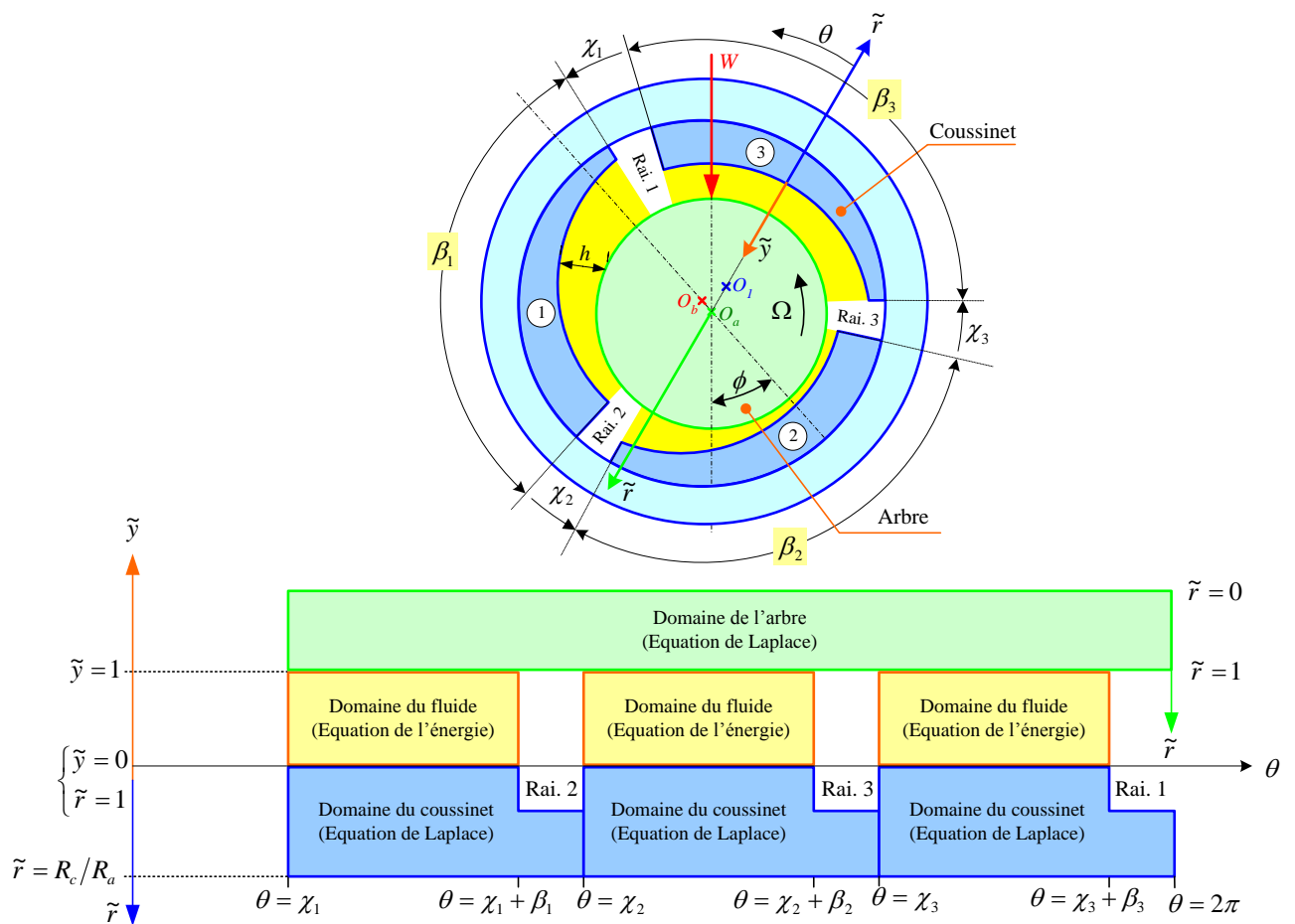


Figure 2. 10 : Domaines de référence utilisés dans les calculs thermiques.

2.2.4. Equation de la chaleur dans le coussinet

L'équation de LAPLACE en régime permanent est une forme particulière de l'équation de l'énergie (conduction contenant les termes seulement de diffusion). Les phénomènes thermiques au sein du coussinet sont régis par transfert de chaleur par conduction (figure 2.10).

Le corps du coussinet est supposé cylindrique, homogène et isotrope. Dans le domaine fluide, le film est mince en comparaison avec le rayon de courbure, le développement de la géométrie nous a permis de traiter le problème avec un système de coordonnées cartésiennes. Toutefois, pour le coussinet ce n'est pas le même cas si on compare l'épaisseur du coussinet avec le rayon de courbure et donc la courbure du coussinet doit être conservée.

Par conséquent, le domaine de référence du coussinet est représenté en coordonnées cylindriques. Il vient :

$$\frac{\partial^2 T_c}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_c}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T_c}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 T_c}{\partial z^2} = 0 \quad (2.19)$$

où θ et z sont les coordonnées angulaires et axiales (qui coïncident avec celles définies précédemment pour le domaine fluide), r est la coordonnée radiale et T_c la température dans le coussinet.

En tenant compte du fait que le gradient de température dans la direction axiale est négligé et en effectuant une transformation sans dimension, on obtient:

$$\frac{\partial^2 \tilde{T}_c}{\partial \tilde{r}^2} + \frac{1}{\tilde{r}} \frac{\partial \tilde{T}_c}{\partial \tilde{r}} + \frac{1}{\tilde{r}^2} \frac{\partial^2 \tilde{T}_c}{\partial \theta^2} = 0 \quad (2.20)$$

avec :

$$\begin{cases} T_c = T_0 \tilde{T}_c \\ r = R_a \tilde{r} \end{cases} \quad R_a \leq r \leq R_c$$

R_c : représente le rayon externe du coussinet.

C'est une équation aux dérivées partielles elliptique qui peut être discrétisée par un schéma aux différences finies centrées.

2.2.5. Equation de la chaleur dans l'arbre

Au sein de l'arbre, les transferts thermiques sont aussi régis par l'équation de LAPLACE. En accord avec les résultats expérimentaux de DOWSON [DOW66], on peut admettre que la température de l'arbre T_a en rotation rapide est indépendante de la coordonnée angulaire θ , dans ces conditions, l'équation de la chaleur en régime permanent s'écrit :

$$\frac{\partial^2 T_a}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_a}{\partial r} + \frac{\partial^2 T_a}{\partial z^2} = 0 \quad (2.21)$$

L'équation de la chaleur dans l'arbre s'écrit sous la forme sans dimension :

$$\frac{\partial^2 \tilde{T}_a}{\partial \tilde{r}^2} + \frac{1}{\tilde{r}} \frac{\partial \tilde{T}_a}{\partial \tilde{r}} + \left(\frac{R_1}{L}\right)^2 \frac{\partial^2 \tilde{T}_a}{\partial \tilde{z}^2} = 0 \quad (2.22)$$

avec :

$$\begin{cases} T_a = T_0 \tilde{T}_a \\ r = R_a \tilde{r} \end{cases} \quad 0 \leq r \leq R_a$$

C'est une équation aux dérivées partielles elliptique qui peut être discrétisée par un schéma aux différences finies centrées.

2.3. Calcul de la viscosité

De toutes les propriétés physiques à considérer en lubrification hydrodynamique, la viscosité est la plus importante. Dans les systèmes hydrauliques, et d'une manière générale, chaque fois qu'un lubrifiant est employé, c'est principalement la viscosité qui conditionne les pertes par frottement, le rendement mécanique, la capacité de charge, l'épaisseur du film d'huile, et dans beaucoup de cas l'existence de l'usure.

Les variations de température ont un impact direct sur la viscosité du lubrifiant. Pour le gaz réfrigérant, nous avons utilisé une formulation explicite de SUTHERLAND qui donne la viscosité moléculaire en fonction de la température [SUT93] [RAN10]:

$$\tilde{\mu} = \tilde{T}^{1.5} \cdot \frac{1 + (Su/T_0)}{\tilde{T} + (Su/T_0)} \quad (2.23)$$

Le nombre de SUTHERLAND Su est une constante qui dépend de la composition du lubrifiant, dont la valeur peut être trouvée dans la littérature.

Cette formulation est valide de 0 à 555°K et donne une bonne approximation à basse pression (sous 30 bars l'erreur est inférieure à 10%).

2.4. Equation d'état

La première équation d'état reliant les propriétés macroscopiques d'un système est la loi des gaz parfaits. Celle-ci postule que l'énergie d'interaction entre les molécules est nulle. De ce fait, son écriture est simple :

$$p \left(\frac{\mathcal{M}}{\rho}\right) = \mathcal{R} T \quad (2.24)$$

Dans cette équation, valable pour une mole de gaz, p est la pression, T la température, \mathcal{R} la constante des gaz parfaits, \mathcal{M} la masse molaire et ρ la masse volumique. L'utilisation de cette équation se limite à la phase gazeuse et au domaine des basses pressions.

C'est en 1873 que JOHANNES DIDERIK VAN DER WAALS exposa sa célèbre équation d'état dans sa thèse intitulée "de la continuité des états liquides et gazeux" [VAN73]. Il proposa ainsi la première équation d'état fournissant une description quantitative des phases vapeur et liquide. Pour un corps pur, l'équation s'écrit :

$$p = p_{rep} - p_{att} = \frac{\mathcal{R} T}{\left(\frac{\mathcal{M}}{\rho}\right) - b_w} - \frac{a_w}{\left(\frac{\mathcal{M}}{\rho}\right)^2} \quad (2.25)$$

Avec a_w la pression de cohésion qui représente l'interaction entre les molécules du gaz et b_w le covolume qui représente le volume intrinsèque de la molécule, ces deux constantes sont obtenues expérimentalement.

L'équation d'état de VAN DER WAALS définie par la relation (2.25), a donc donné naissance à de nombreuses autres équations englobées sous l'appellation "équations d'états cubiques". La plupart de ces modifications consistent, en fait en un raffinement de la partie attractive de l'équation d'état de VAN DER WAALS. Signalons que la partie répulsive de l'équation fut, elle aussi, sujette à diverses modifications qui pour la plupart donnèrent naissance à des équations non-cubiques.

Dans les paliers lubrifiés par un gaz compressible, la pression (calculée par résolution de l'équation de REYNOLDS) est liée à la densité, la température et la viscosité. Cette relation est souvent décrite par la loi des gaz parfaits. Cependant, lorsque la pression est proche de la valeur pour laquelle le fluide change de phase de vapeur à liquide, la loi des gaz parfaits n'est plus valide. Par conséquent, nous utilisons une équation d'état non linéaire en mesure de décrire la variation de la densité en fonction de la pression et la température, ainsi que le changement de phase (vapeur / liquide).

Pour notre cas nous avons choisi l'équation PENG-ROBINSON modifié [PEN76], elle nous permet de bien décrire le comportement du gaz réfrigérant, et en termes de précision et adéquation au modèle numérique dans notre étude comparative elle a donné les meilleurs résultats [GAR12].

2.4.1. Equation d'état de Peng-Robinson modifiée

L'équation d'état de PENG-ROBINSON est du type cubique elle s'écrit sous forme d'un polynôme du 3^{ème} degré où la densité est l'inconnue et la pression est l'un des paramètres [PEN76]. Le terme d'attraction a été conçu dans le but de mieux présenter les volumes liquides des substances à molécules non sphériques. La forme de cette équation est :

$$p = \frac{\mathcal{R} T}{\left(\frac{\mathcal{M}}{\rho}\right) - B} - \frac{a_p}{\left(\frac{\mathcal{M}}{\rho}\right) \left(\frac{\mathcal{M}}{\rho} + B\right) + B \left(\frac{\mathcal{M}}{\rho} - B\right)} \quad (2.26)$$

avec :

$$\begin{cases} \mathcal{R} = 8.314462175 \\ a_\rho = 0.457135528921 \frac{\mathcal{R}^2 T_{cr}^2}{p_{cr}} \left[1 + m_\rho \left(1 - \left(\frac{T}{T_{cr}} \right)^{0.5} \right) \right]^2 \\ m_\rho = 0.378893 + 1.4897153 \omega_\rho - 0.17131848 \omega_\rho^2 + 0.0196554 \omega_\rho^3 \\ B = 0.0777960739039 \frac{\mathcal{R} T_{cr}}{p_{cr}} \end{cases} \quad (2.27)$$

Afin de pouvoir résoudre l'équation d'état pour obtenir la densité, nous la mettons sous une forme polynômiale du 3^{ème} degré qui s'écrit comme suit :

$$\begin{aligned} (p B^3 + \mathcal{R} T B^2 - a_\rho B) \left(\frac{\rho}{\mathcal{M}} \right)^3 + (-3 p B^2 - 2 \mathcal{R} T B + a_\rho) \left(\frac{\rho}{\mathcal{M}} \right)^2 \\ + (p B - \mathcal{R} T) \left(\frac{\rho}{\mathcal{M}} \right) + p = 0 \end{aligned} \quad (2.28)$$

où p est la pression, \mathcal{R} constante des gaz parfaits, T la température locale, B et m_ρ sont des coefficients constants (pour un fluide donné) alors que a_ρ est un coefficient qui dépend de la température, \mathcal{M} la masse molaire, p_{cr} la pression critique, T_{cr} la température critique et ω_ρ est un facteur qui caractérise le fluide qui peut être trouvé dans REFPROP ou une autre base de données de fluide.

2.4.2. Formule de Clapeyron

La formule de CLAPEYRON décrit le comportement thermodynamique d'un gaz, et plus précisément sa transition à partir d'une phase vapeur à une phase liquide, ce qui donne une relation entre la température et la valeur de la pression de vapeur. L'approximation de DUPRE nous permet de prédire la pression de vapeur saturante à une température donnée [LOB01] :

$$\ln(p_{sat}(T)) = C_1 - \frac{C_2}{T} - C_3 \ln(T) \quad (2.29)$$

avec C_1 , C_2 et C_3 sont trois constantes pour un gaz donné. Leurs valeurs peuvent être obtenues grâce à trois couples température-pression de saturation qui dépendent du gaz $(T_i, p_{sat}(T_i))$. La résolution de ces trois équations à trois inconnues nous permet de trouver les trois constantes.

2.4.3. Modèles de transition Vapeur/Liquide

Pour un ensemble de conditions de fonctionnement donné, la pression dans les zones à basse pression peut se trouver sous la pression de vapeur alors que dans certaines zones de haute pression on peut dépasser cette limite. Dans ce cas, une partie du lubrifiant peut passer de la phase vapeur à la phase liquide. C'est une difficulté numérique. Les fortes variations de la densité sont difficiles à simuler car elles génèrent de fortes perturbations dans le processus itératif de résolution.

VAN ODYCK a utilisé un modèle de mélange vapeur / liquide [ODY03] pour décrire deux phases définies par l'équation (2.30) pour calculer la masse volumique dans la zone de mélange, schématisée (figure 2.11) et permettant une implémentation aisée dans un code de calcul. Une transition sinusoïdale, fonction de la pression locale, de la pression de vapeur minimale et la vitesse du son dans le mélange c_{min} donne :

$$\rho = \begin{cases} \rho_\ell & \text{si } p > p_{sat} + \Delta p \\ \rho_v & \text{si } p < p_{sat} - \Delta p \\ \rho_v + \Delta\rho \left[1 + \sin\left(\frac{p - p_{sat}}{\Delta\rho c_{min}^2}\right) \right] & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.30)$$

$$\mu = \begin{cases} \mu_\ell & \text{si } p > p_{sat} + \Delta p \\ \mu_v & \text{si } p < p_{sat} - \Delta p \\ \mu_v + \Delta\mu \left[1 + \sin\left(\frac{p - p_{sat}}{\Delta\mu c_{min}^2}\right) \right] & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.31)$$

$$k_f = \begin{cases} k_\ell & \text{si } p > p_{sat} + \Delta p \\ k_v & \text{si } p < p_{sat} - \Delta p \\ k_v + \Delta k_f \left[1 + \sin\left(\frac{p - p_{sat}}{\Delta k_f c_{min}^2}\right) \right] & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.32)$$

avec p_{sat} est la pression de vapeur saturante, ρ_ℓ la masse volumique du liquide, ρ_v la masse volumique de la vapeur à pression de vapeur saturante.

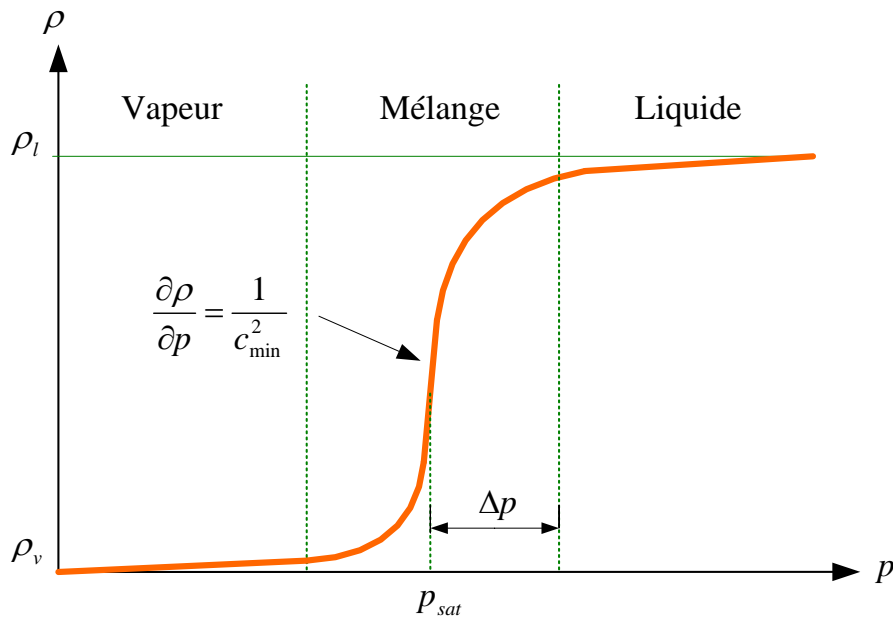


Figure 2. 11 : Diagramme de phase pour un mélange liquide/vapeur.

$$\begin{cases} \Delta\rho = \frac{1}{2}(\rho_\ell - \rho_v) \\ \Delta\mu = \frac{1}{2}(\mu_\ell - \mu_v) \\ \Delta k_f = \frac{1}{2}(k_\ell - k_v) \\ \Delta p = \frac{\pi}{2} c_{min}^2 \Delta\rho \end{cases} \quad (2.33)$$

Il fournit, pour un ratio $(\rho_\ell/\rho_v) \gg 1$, une vitesse du son minimale :

$$c_{min} \approx 2 c_v \sqrt{\frac{\rho_v}{\rho_\ell}} \quad (2.34)$$

avec c_v est la vitesse minimale du son dans la phase vapeur [BOH88].

$$c_v = \sqrt{\frac{\gamma_{ad} p}{\rho}} \quad (2.35)$$

La fraction de phase, représentant le taux de vapeur dans le mélange, peut alors être définie :

$$\alpha_v = \frac{\rho - \rho_v}{\rho_\ell - \rho_v} \quad (2.36)$$

2.5. Modélisation de la turbulence dans les films minces

Le phénomène de turbulence a été analysé dès 1883 par O. REYNOLDS à partir d'observations réalisées à l'aide d'un procédé, devenu de nos jours très classique, de visualisation par filets colorés de l'écoulement dans des conduites rectilignes de section circulaire. L'expérience a été répétée depuis et elle montre que suffisamment loin de l'entrée de la conduite et à faible nombre de REYNOLDS, les lignes de courant sont parfaitement parallèles à l'axe de la conduite. Dans ce cas, l'écoulement est stationnaire et il est dit laminaire. A plus grand nombre de REYNOLDS, des instabilités apparaissent sous forme d'ondes, l'écoulement est devenu alors instationnaire tout en restant parfaitement organisé, il n'est pas encore turbulent. A très grand nombre de REYNOLDS, l'écoulement devient complètement irrégulier, il est dit turbulent. La turbulence n'est donc pas une propriété du fluide, mais un régime d'écoulement.

Selon HINZE [HIN59]: Un écoulement turbulent est un écoulement irrégulier où la vitesse, la pression, la température, etc., varient de façon aléatoire dans le temps et dans l'espace. C'est la définition la plus acceptée.

Le calcul des écoulements turbulents relève principalement de la résolution des équations de la mécanique des fluides, considérés comme milieux continus, qui permet de

décrire l'évolution des champs de vitesse et température. Cependant, pour des problèmes complexes, un tel calcul sur ordinateur revient très cher. Ainsi, il devient nécessaire de recourir à des techniques permettant de simuler numériquement les écoulements turbulents. La technique la plus courante, dans les applications de type industriel, consiste en une description statistique de l'écoulement. La vitesse, la température, la pression, etc., sont alors décomposées en une composante moyenne et une fluctuation turbulente. Le nouveau système d'équations obtenu régit donc le comportement de l'écoulement moyen. Cependant, la non linéarité des équations de conservation, gouvernant l'écoulement du fluide, fait apparaître des inconnues supplémentaires sous forme de corrélations entre les composantes fluctuantes. La fermeture du système est alors réalisée au moyen d'hypothèses reposant principalement sur une représentation aussi correcte que possible des propriétés caractéristiques de la turbulence. Ces hypothèses forment un modèle de turbulence.

Lorsque le nombre de REYNOLDS d'un écoulement devient élevé, des structures tourbillonnaires de différentes tailles apparaissent au sein du fluide. Les particules décrivent alors des trajectoires imprévisibles. Pour étudier de tels écoulements, il est alors nécessaire de décomposer les grandeurs caractéristiques F en une partie fluctuante f' et une valeur moyenne \bar{F} . Soit :

$$F = f' + \bar{F}$$

Les moyennes respectent les règles suivantes :

$$\begin{cases} \overline{F + G} = \bar{F} + \bar{G} \\ \overline{FG} = \bar{F}\bar{G} \\ \frac{\partial \bar{F}}{\partial \xi} = \frac{\partial \bar{F}}{\partial \xi} \end{cases}$$

Pour la suite, il est supposé que le milieu est continu, que le fluide est Newtonien et incompressible. Donc, dans le cadre de cette étude, seules la pression p , les composantes de la vitesse u_i et la température T présentent une partie fluctuante :

$$\begin{cases} p = \bar{p} + p' \\ u_i = \bar{u}_i + u'_i \\ T = \bar{T} + T' \end{cases} \quad (2.37)$$

Il faut maintenant mettre les équations de conservation sous une nouvelle forme de façon à ne faire intervenir que les valeurs moyennes des grandeurs physiques (2.37). Ceci fera l'objet du paragraphe suivant, avant que soient abordés les modèles de turbulence propres à la lubrification.

2.5.1. Equations de conservation

2.5.1.1. Equation de conservation de la masse

Nous avons fait l'hypothèse d'écoulement incompressible pour le modèle turbulent comme une première approximation afin de simplifier l'ensemble du modèle THD turbulent. Même si cette hypothèse perd les informations concernant le comportement du fluide, la validation de nos résultats ainsi que la littérature sur les écoulements turbulents dans GFB confirme que l'hypothèse est possible sans être trop préjudiciable. La conservation de la masse, pour un fluide incompressible, se traduit par :

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} + \frac{\partial u'_i}{\partial x_i} = 0$$

En moyennant cette équation, il vient les deux résultats suivants :

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2.38)$$

$$\frac{\partial u'_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2.39)$$

qui traduisent respectivement la conservation de la masse pour l'écoulement moyen et l'écoulement fluctuant.

2.5.1.2. Equations de conservation de la quantité de mouvement

L'introduction de la loi de comportement d'un fluide Newtonien dans les équations de conservation de la quantité de mouvement conduit aux équations de NAVIER-STOKES :

$$\rho \left(\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) = - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (2.40)$$

Afin de décrire l'écoulement turbulent en utilisant un modèle statistique, il faut isoler la perturbation de la turbulence qui modifie l'écoulement en moyenne. Ici, les forces de volume (pesanteur) ont été négligées. Une fois moyennées, les équations 2.40 prennent la forme suivante :

$$\rho \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \right) = - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \rho \overline{u'_i u'_j} \right] \quad (2.41)$$

Comme nous pouvons le voir, cette opération nous permet d'isoler l'influence de la turbulence à un terme fluctuant unique $\overline{u'_i u'_j}$. Le terme entre crochets représente le tenseur des contraintes de cisaillement d'un écoulement turbulent τ_{ij} . Le terme complètement à droite est le tenseur des tensions de REYNOLDS τ_{ij}^t . Il introduit 6 inconnues supplémentaires. La résolution du problème est alors impossible sans introduire de nouvelles équations. En 1877, BOUSSINESQ

propose une relation entre les tensions de REYNOLDS et le gradient des vitesses moyennes [HIN59] :

$$\tau_{ij}^t = -\rho \overline{u'_i u'_j} = \mu^t \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.42)$$

Comme conséquence, la somme des contributions laminaires et turbulentes donne la contrainte totale :

$$\tau_{ij}^* = \tau_{ij} + \tau_{ij}^t \quad (2.43)$$

Grâce à l'approximation de BOUSSINESQ appliquée aux équations de NAVIER pour film mince, les relations entre les gradients de pression et des gradients de contrainte de cisaillement s'écrivent :

$$\begin{cases} \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu^t \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right) \\ \frac{\partial p}{\partial y} \approx 0 \\ \frac{\partial p}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial \bar{w}}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu^t \frac{\partial \bar{w}}{\partial y} \right) \end{cases} \quad (2.44)$$

avec μ est la viscosité moléculaire, μ^t la viscosité turbulente et $\mu^* = \mu + \mu^t$ représente la viscosité équivalente. Le problème consiste alors à déterminer l'expression de la viscosité turbulente μ^t .

2.5.1.3. Equation de conservation de l'énergie

La conservation de l'énergie dans un fluide Newtonien incompressible s'exprime de la manière suivante :

$$\rho c_p \left[u_i \frac{\partial T}{\partial x_i} + \frac{\partial T}{\partial t} \right] = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(k_f \frac{\partial T}{\partial x_i} \right) + \mu \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.45)$$

où ρ , c_p , μ et k_f sont respectivement la masse volumique, la capacité calorifique, la viscosité dynamique et le coefficient de conductivité thermique du fluide. Le membre de gauche représente la quantité de chaleur transportée par convection, le premier terme de droite, la quantité de chaleur évacuée par conduction et le dernier terme, la quantité de chaleur générée par dissipation visqueuse.

L'équation (2.45) doit être moyennée dans le cas d'un écoulement turbulent :

$$\rho c_p \left[\bar{u}_i \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_i} + \overline{u'_i \frac{\partial T'}{\partial x_i}} + \frac{\partial \bar{T}}{\partial t} \right] = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(k_f \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_i} \right) + \Phi \quad (2.46)$$

Φ : représente la fonction de dissipation :

$$\Phi = \mu \left[\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) + \overline{\frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \left(\frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u'_j}{\partial x_i} \right)} \right] \quad (2.47)$$

Par analogie avec ce qui a été proposé par BOUSSINESQ pour les équations de NAVIER-STOKES, il est possible d'introduire un coefficient de diffusivité thermique turbulente [HIN59]:

$$-\rho \overline{u'_i T'} = \mu^d \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_i}$$

Ce terme permet de prendre en compte le caractère diffusif de la turbulence qui favorise les échanges en raison du mouvement fluctuant. Introduisons le nombre de PRANDTL turbulent Pr^t qui est le rapport entre la viscosité turbulente μ^t et la diffusivité thermique turbulente μ^d :

$$Pr^t = \frac{\mu^t}{\mu^d}$$

L'équation de l'énergie se met alors sous la forme suivante :

$$\rho c_p \left[\bar{u}_i \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_i} + \frac{\partial \bar{T}}{\partial t} \right] = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(k_f \left(1 + \frac{\mu^t}{\rho Pr^t \alpha_f} \right) \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_i} \right) + \Phi \quad (2.48)$$

où α_f est la diffusivité thermique du fluide. Le problème consiste à déterminer le nombre de PRANDTL.

La fonction de dissipation Φ (équation 2.47) utilisée dans l'équation de l'énergie représente la quantité de chaleur générée par le cisaillement du fluide dû au champ de vitesse moyen (premier terme) et au champ de vitesse fluctuant (deuxième terme). Pour résoudre le problème, il faut exprimer le second terme de la fonction de dissipation en fonction du champ de vitesse moyen. Selon HINZE [HIN59], la fonction de dissipation d'énergie turbulente E_{dt} et la fonction de création d'énergie turbulente E_{ct} s'expriment :

$$\begin{cases} E_{dt} = -\vartheta \overline{\frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \left(\frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u'_j}{\partial x_i} \right)} \\ E_{ct} = -\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \overline{u'_i u'_j} \end{cases} \quad (2.49)$$

En tenant compte de l'hypothèse de BOUSSINESQ 2.42 dans l'expression de E_{ct} , il vient :

$$E_{ct} = \frac{\mu^t}{\rho} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.50)$$

Lorsque la turbulence est homogène, c'est à dire que l'énergie turbulente est constante dans toutes les directions, la création et la dissipation d'énergie s'annulent, soit :

$$E_{ct} + E_{dt} = 0$$

Dans le cas de la lubrification, l'hypothèse de turbulence homogène est généralement vérifiée dans directions parallèles aux parois. Cependant, cette hypothèse n'est plus valide suivant l'épaisseur du film. En effet, le mouvement turbulent est nul à la paroi. De nombreux auteurs ont quand même retenu cette hypothèse afin de simplifier la résolution de l'équation de l'énergie [SAF74], [SUG79], [SOU91], [BOU95], [BRU01]. La fonction de dissipation prend alors la forme :

$$\Phi = \mu \left[\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) + \frac{E_{ct}}{\vartheta} \right] = \mu \left(1 + \frac{\mu^t}{\mu} \right) \left[\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (2.51)$$

VOHR, dans une discussion sur l'article de SAFAR et SZERI [SAF74], fait remarquer que cette hypothèse n'est pas juste. Il propose d'intégrer l'équation de l'énergie suivant l'épaisseur afin de conserver la forme simplifiée 2.51 de la fonction de dissipation sans faire l'hypothèse de turbulence homogène au travers du film [BRU01]. Cependant, cette formulation globale ne permet pas le calcul de la température au travers du film [BRU01].

2.5.2. Modèle 3D de viscosité turbulente

Il existe de nombreuses approches en mécanique des fluides. Dans le cadre des films fluides minces, il est préférable de s'orienter vers un modèle simple qui ne nécessite pas la résolution d'équation de transport (d'énergie cinétique turbulente ou d'une autre grandeur) mais se basent uniquement sur des grandeurs locales. NG, ELROD et PAN [NG64] ont proposé une expression de la viscosité turbulente basée sur les travaux de REICHARDT [REI51]:

$$\tilde{\mu}^t = \kappa \left[\tilde{y}^+ - \tilde{\delta}_l \tanh \left(\frac{\tilde{y}^+}{\tilde{\delta}_l} \right) \right] \quad (2.52)$$

avec :

$$\begin{cases} \mu^* = \mu + \mu^t \\ y^+ = \frac{y}{\vartheta} \sqrt{\frac{|\tau|}{\rho}} \\ |\tau| = \mu \sqrt{\left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2} \end{cases} \quad (2.53)$$

où κ est la constante de KARMAN et vaut 0.4 alors que $\tilde{\delta}_l$ est une échelle de longueur visqueuse qui vaut 10.7 [NG64].

2.5.3. Modèle de conduction turbulente

Le terme conducteur dans l'équation d'énergie correspond au transfert de chaleur dû à la conductivité du fluide. En cas de régime laminaire, la conductivité est une propriété intrinsèque de fluide et le transfert de chaleur par conduction est le résultat du gradient de température moyen. En régime turbulent, la fluctuation de vitesse génère un transfert de chaleur supplémentaire.

Par conséquent, le terme conducteur turbulent peut être écrit comme la somme des termes conducteurs laminaires et turbulents et encore, uniquement en fonction de la température moyenne. Si nous fixons que $k_f^* = k_f + k_f^t$

$$k_f^t = \frac{\mu^t k_f}{\rho Pr^t \alpha_f} \quad (2.54)$$

où α_f est la diffusivité de transfert de chaleur:

$$\alpha_f = \frac{k_f}{\rho c_p} \quad (2.55)$$

Le nombre de PRANDTL turbulent Pr^t est le rapport entre l'impulsion diffusivité turbulente et le transfert de chaleur de diffusivité turbulente. D'après l'analogie REYNOLDS il est souvent supposé en lubrification $Pr^t = 1$ [HIN59].

2.5.4. Transition de l'écoulement laminaire au turbulent

La transition entre le régime laminaire et turbulent est un phénomène complexe. Différents régimes peuvent exister simultanément à différents endroits à l'intérieur du palier.

Certaines formules dans les théories de la turbulence utilisent le nombre de REYNOLDS (équation (2.56)) qui est le rapport entre les forces d'inertie et les forces de viscosité.

Avec \Re_l nombre de REYNOLDS local sur le diamètre de l'arbre:

$$\Re_l = \frac{\rho R_a \Omega h}{\mu} \quad (2.56)$$

Fondamentalement, un palier peut être décrit comme un cylindre rotatif (l'arbre) à l'intérieur d'un cylindre creux (le coussinet). La théorie dit que pour deux cylindres de ce genre, le vortex de TAYLOR peut se développer lorsque le nombre de TAYLOR local $\mathcal{T}a_l$ atteint la valeur $\mathcal{T}a_{cr}$, limite entre les régimes vortex de TAYLOR et le régime laminaire. Lorsque $\mathcal{T}a_l$ atteint $2\mathcal{T}a_{cr}$, transition entre le régime des tourbillons de TAYLOR et le régime turbulent, l'écoulement devient turbulent (figure 2.12).

Le nombre de TAYLOR local dépend du rapport entre le nombre de REYNOLDS local et l'épaisseur du film sur le rayon du palier. Il peut être écrit sous la forme:

$$\mathcal{T}a_l = \frac{\rho R_a \Omega h}{\mu} \sqrt{\frac{h}{R_a}} = \mathfrak{R}_l \sqrt{\frac{h}{R_a}} \quad (2.57)$$

Pour le nombre critique TAYLOR, nous choisissons d'utiliser la relation empirique [FRE90]:

$$\mathcal{T}a_{cr} = 63.3 \varepsilon_i^2 - 38 \varepsilon_i + 41.2 \quad (2.58)$$

La valeur 41.2 provient de l'expérimentation (c'est une valeur empirique) et est la valeur limite lorsque le rapport de ε_i excentricité est nul.

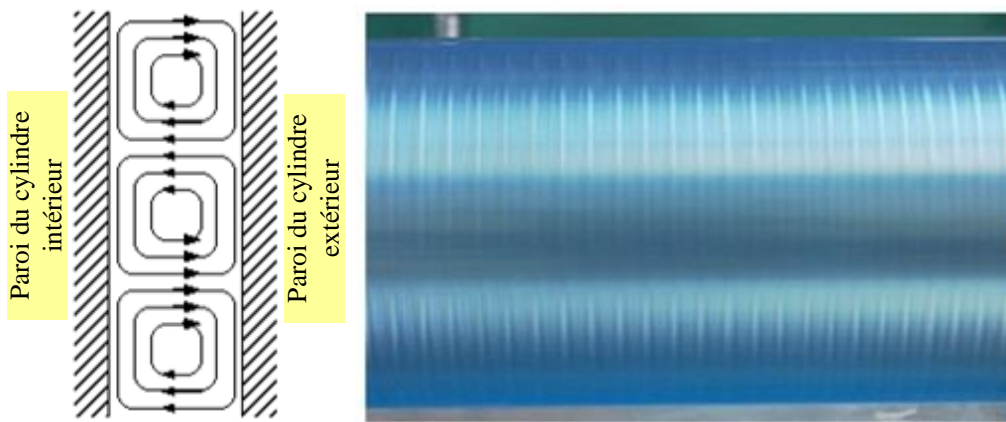


Figure 2.12 : Photographies vortex de TAYLOR à droite et schéma de principe à gauche d'écoulements obtenus dans le système de Couette cylindrique.

Cette théorie suppose que coexistent les trois régimes (laminaire, des vortex de TAYLOR, turbulent) en même temps. Lorsque le régime est laminaire, la viscosité turbulente est nulle. Quand le régime est turbulent, on calcule la viscosité turbulente grâce à la formule (2.52). Entre ces deux situations, on applique une transition sinusoïdale de la viscosité turbulente, en fonction du nombre de TAYLOR local:

$$\tilde{\mu}^t = \kappa \left[\tilde{y}^+ - \tilde{\delta}_l \tanh \left(\frac{\tilde{y}^+}{\tilde{\delta}_l} \right) \right] \sin \left(\frac{\mathcal{T}a_l - \mathcal{T}a_{cr} \pi}{\mathcal{T}a_{cr}} \right) \quad (2.59)$$

2.6. Géométrie des paliers à feuilles

Le développement des paliers à feuilles a commencé au début des années 70 pour assurer le guidage en rotation d'arbres de turbines à gaz. L'un des objectifs de l'époque était de valider leur tenue thermomécanique à des températures élevées.

Un alésage déformable présente plusieurs avantages, notamment la réduction de contraintes de cisaillement dans le fluide par la possibilité d'un jeu plus important et ainsi la limitation des pertes de puissance. Il présente aussi une plus grande stabilité et portance aérodynamique.

Actuellement, les domaines d'application sont plus étendus mais concernent toujours le guidage des arbres tournant à des vitesses de rotation très élevées, supportant des charges modérées et soumis à des contraintes thermiques parfois sévères. On distingue deux familles de paliers à feuilles (figure 2.13) :

- paliers de type Garrett [HES 95],
- paliers de type MITI [HES 82], [HES 83], [HES 94].

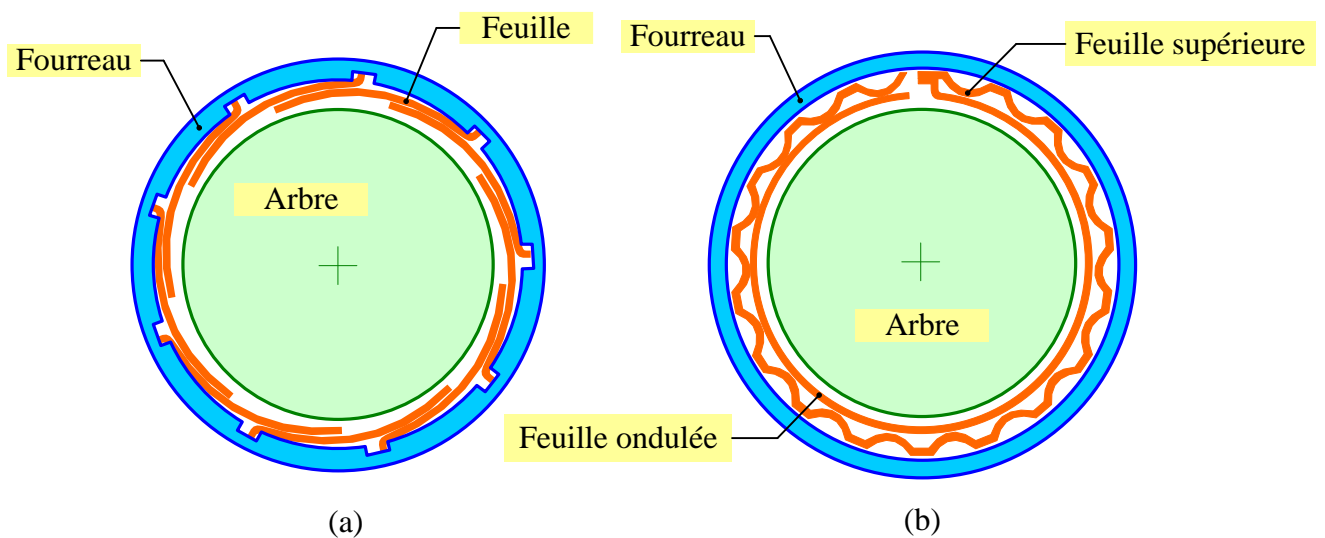


Figure 2. 13 : Schématisation d'un palier à feuilles (a) Garrett (b) MITI.

Parmi les technologies employées avec succès, l'une d'elles se démarque par des résultats particulièrement intéressants et par une modélisation simple. Il s'agit de la technologie des paliers à empilage de feuilles de type MITI [HES 82]. De nombreuses études numériques et expérimentales s'intéressent aux caractéristiques statiques et dynamiques de ce type de paliers.

Les paliers utilisant la technologie de type MITI ont connu plusieurs variantes. En effet, le nombre de lobes, de feuilles supérieures et de feuilles de raidisseurs peut être adapté en fonction des performances souhaitées. Ainsi, pour les cas où l'on a une charge statique élevée, de direction constante, le palier mono-lobes sera préféré. Par contre, les paliers à trois lobes (figure 2.14) sont utilisés pour des mécanismes tournant à de très hautes vitesses et soumis à des efforts de balourd.

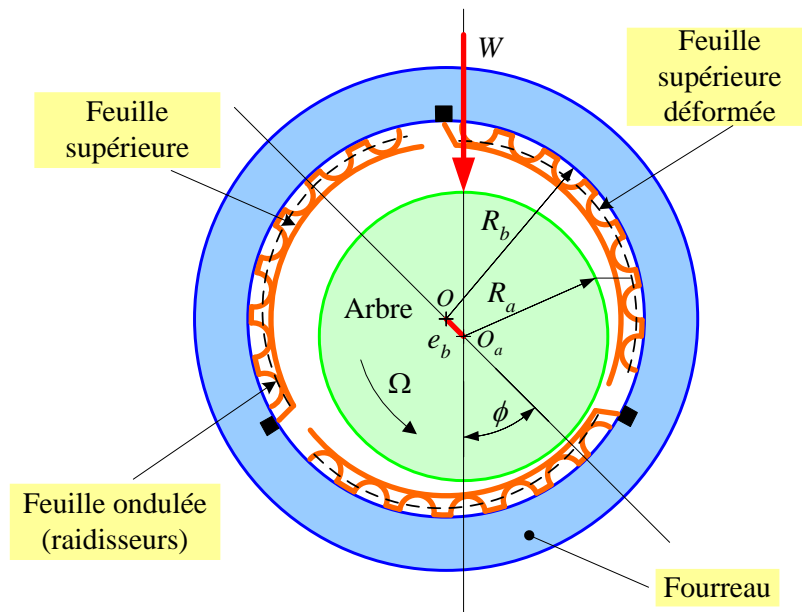


Figure 2. 14 : Schématisation d'un palier à feuilles MITI à trois lobes.

2.6.1. Géométrie de base d'un palier à lobes

La figure (2.15) représente la section droite d'un palier à trois lobes où le rotor est excentré sous l'effet de la charge statique W . Le coussinet est constitué de trois lobes d'amplitude circonférentielle β_i , de longueur axiale L , de rayon de courbure R_L et de centre de courbure O_{Li} . Les centres de courbure O_{Li} des lobes sont situés sur un cercle de rayon a et de centre O , centre géométrique du palier. Le palier est dit préchargé géométriquement d'une valeur a . Le rôle de cette précharge géométrique est de créer des espaces convergents - divergents répartis autour de l'arbre même lorsque celui-ci n'est pas excentré dans le palier. L'obtention de l'expression de l'épaisseur de film de gaz dans le palier, impose donc la définition des grandeurs suivantes :

- le nombre de lobes nl ,
- l'amplitude circonférentielle β_i et axiale L des lobes,
- l'amplitude circonférentielle de la rainure γ_i ,
- les rayons R_L des lobes, R_a de l'arbre et R_b du cercle inscrit au coussinet,
- la précharge géométrique a , qui correspond à la distance entre le centre géométrique du palier et le centre de courbure du lobe considéré,
- la position des lobes vis-à-vis d'une direction fixe arbitraire (O, x) (direction de la charge) caractérisé par les coordonnées angulaires θ_{Li} et ψ_i , où θ_{Li} positionne le début du lobe (i) par rapport à la ligne de la charge et ψ_i repère sa ligne des centres en position centrée O_iO ,

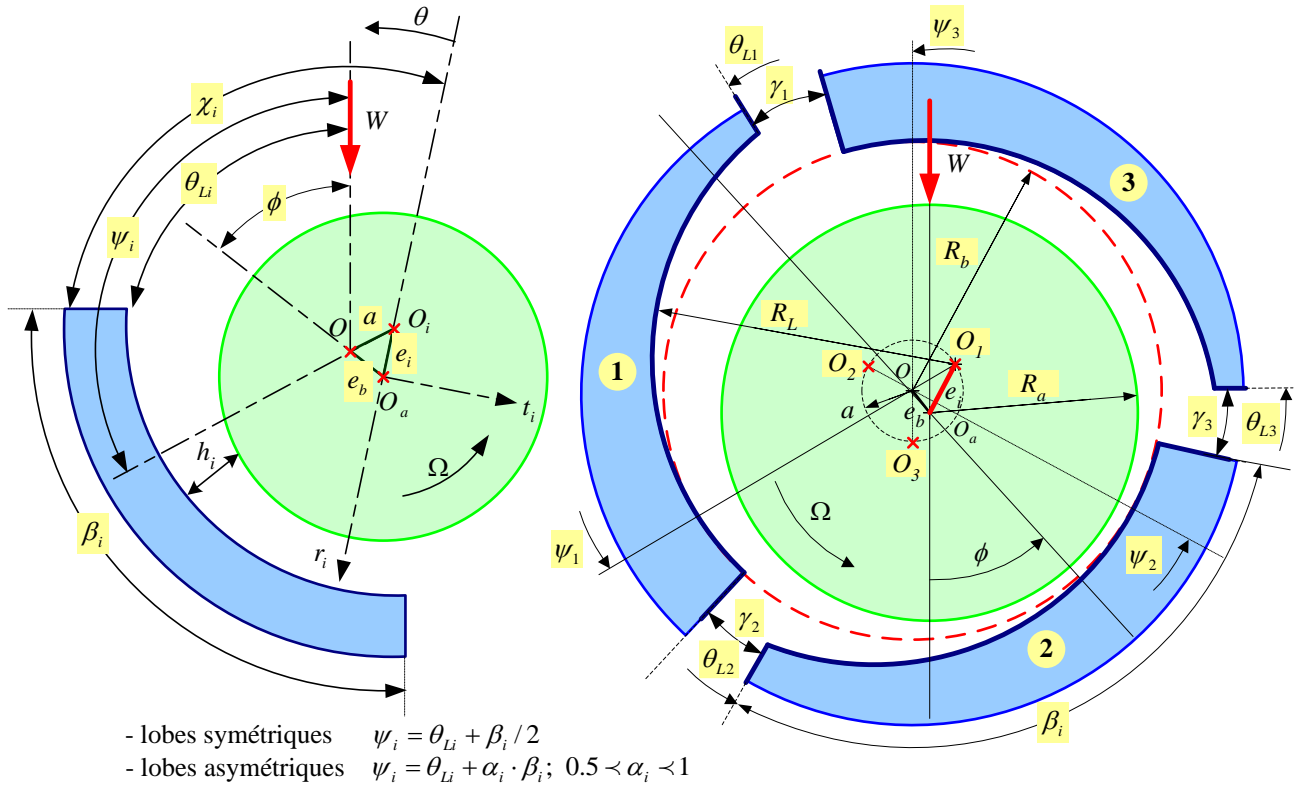


Figure 2.15 : Schématisation d'un palier à lobes.

La connaissance de ces grandeurs permet de définir :

- le jeu radial d'assemblage : $C_b = R_b - R_a$
- le jeu radial d'usinage : $C_L = R_L - R_a$
- le coefficient de précharge géométrique sans dimension $m = 1 - (C_b/C_L)$
- l'excentricité relative $\varepsilon_b = e_b/C_b$, avec e_b distance OO_a
- l'excentricité relative pour chaque lobe $\varepsilon_i = e_i/C_L$, avec e_i distance O_iO_a

Si $m = 0$ le palier n'est pas préchargé, c'est un palier circulaire, tandis que la valeur $m = 1$ représente le cas limite où il y a contact permanent entre l'arbre et chacun des lobes. Le coefficient d'asymétrie α_i est donné par :

$$\alpha_i = \frac{\psi_i - \theta_{Li}}{\beta_i} \quad (2.60)$$

qui caractérise le rapport de l'amplitude de la région convergente à celle du lobe. Si $\alpha_i = 0.5$ le lobe est symétrique, si $\alpha_i = 1$ toute la région est convergente.

Ainsi, nous obtenons l'expression du champ de hauteur sans dimension pour chaque lobe (**Annexe B**) :

$$\tilde{h} = 1 + \varepsilon_i \cdot \cos(\theta) \quad (2.61)$$

Déformation mécanique du profil :

Contrairement aux paliers rigides, le champ des hauteurs de film à gaz n'est plus indépendant du champ de pressions généré dans le palier. Les différents secteurs vont se déformer sous l'effet des efforts hydrodynamiques créés par le convergent. Ce problème de déformation élastique doit donc être considéré pour la résolution de l'équation de REYNOLDS.

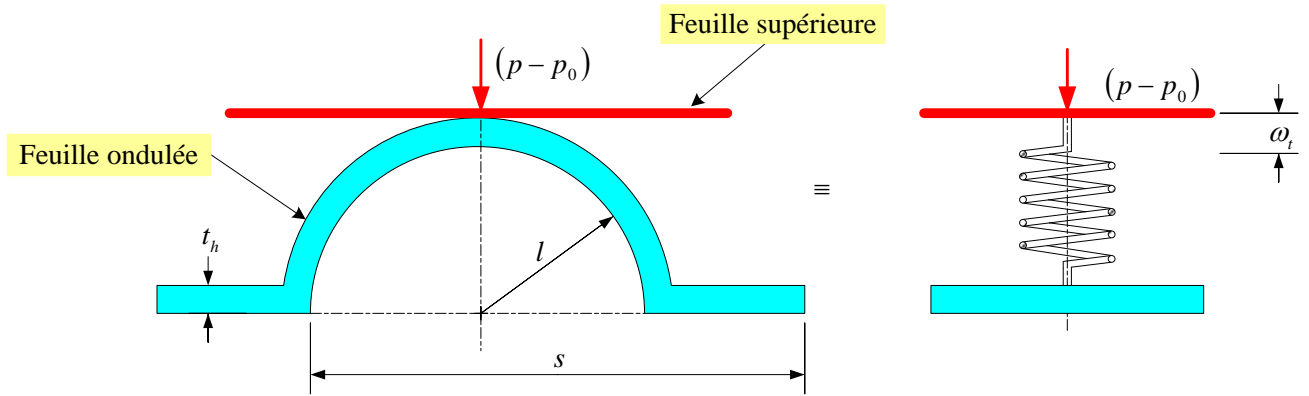


Figure 2.16 : Segment de la feuille ondulée [HES83].

La variation de l'épaisseur du film sans dimensions qui dépend de l'excentricité ε_i et la déformation élastique de la feuille ondulée $\tilde{\omega}_t$ est donné par (figure 2.16):

$$\tilde{h} = 1 + \varepsilon_i \cos\theta + \tilde{\omega}_t \quad (2.62)$$

où $\tilde{\omega}_t$ représente la déformation élastique sans dimension de la feuille ondulée sous une pression hydrodynamique. Cette déformation $\tilde{\omega}_t$ [AND08] dépend de la compliance sans dimension de la feuille ondulée $\tilde{\alpha}_t$ et la pression moyenne suivant l'épaisseur du film :

$$\tilde{\omega}_t = \tilde{\alpha}_t(\tilde{p} - 1) \quad (2.63)$$

La compliance sans dimension de la feuille ondulée est donnée par [HES83]:

$$\tilde{\alpha}_t = \frac{2 p_0 S}{C_L E} \left(\frac{l}{t_h} \right)^3 (1 - \nu^2) \quad (2.64)$$

2.6.2. Caractéristiques statique du palier

Le calcul des caractéristiques statiques du palier c'est-à-dire la portance, le débit de fuite dans le palier, le couple résistant et l'élévation de la température se font pour une excentricité de fonctionnement et une direction de la charge imposée [FRE90]. Ces différentes caractéristiques dépendent bien entendu de la géométrie du palier et des propriétés mécaniques de la structure déformable, mais aussi des conditions de fonctionnement.

Charge portante et angle de calage :

La position du centre de l'arbre est caractérisée par l'excentricité globale e_b , $\varepsilon_b = e_b/C_b$ et l'angle de calage ϕ (figure 2.17). La connaissance de ces deux paramètres permet de déterminer la position relative de chaque lobe vis-à-vis de l'arbre. Pour chacun des lobes, on définit les paramètres suivants :

- l'excentricité pour chaque lobe en variables adimensionnées :

$$\varepsilon_i = \frac{e_i}{C_L} = \sqrt{\varepsilon_c^2 + m^2 + 2 m \varepsilon_c \cos(\psi_i - \phi)} \quad (2.65)$$

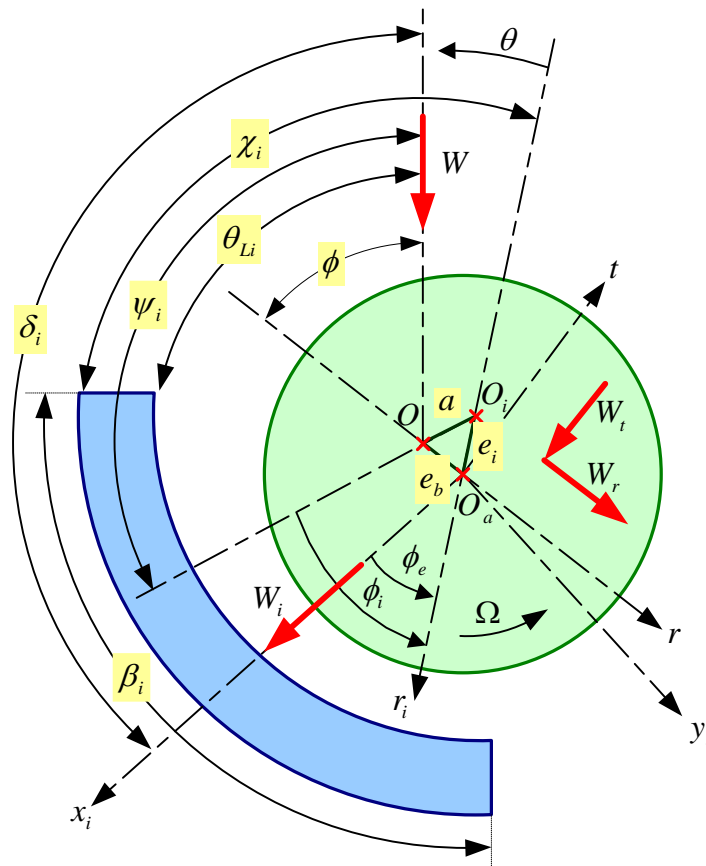


Figure 2.17 : Géométrie d'un palier à lobe.

- l'angle ϕ_i qui caractérise l'angle que fait la ligne des centres du lobe ($O_i O_a$) avec la droite ($O_i O$) :

$$\begin{cases} \sin \phi_i = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_i} \sin(\psi_i - \phi) \\ \cos \phi_i = \frac{\varepsilon_i^2 - \varepsilon_c^2 + m^2}{2 m \varepsilon_i} \end{cases} \quad (2.66)$$

avec :

$$\varepsilon_c = \frac{C_b}{C_L} \varepsilon_b \quad (2.67)$$

- l'angle χ_i qui caractérise le début du lobe dans le repère local :

$$\chi_i = \pi + \theta_{Li} - \phi_i - \psi_i \quad (2.68)$$

- pour le calcul de l'angle de calage global, on introduit l'angle δ_i que fait la charge \vec{W}_i avec la ligne de charge globale \vec{W} (Figure 2.17) :

$$\delta_i = \pi - \chi_i + \theta_{Li} - \phi_e \quad (2.69)$$

Comme l'excentricité ε et l'angle de calage ϕ ne sont pas indépendants, ce dernier est déterminé de façon itérative selon le processus suivant :

- 1) à partir d'une valeur estimée de l'angle de calage $\phi_{estimé}$ on calcule, à partir des relations (2.65) et (2.66) l'excentricité relative ε_i et l'angle ϕ_i relatifs à chaque lobe.
- 2) le champ de pression relatif à chaque lobe est ensuite calculé à partir de l'équation de REYNOLDS (2.9) écrite pour le régime stationnaire. La variable angulaire θ appartenant à l'intervalle $\chi_i \leq \theta \leq \chi_i + \beta_i$.
- 3) la charge portante \tilde{W}_i de chaque lobe dans le repère (\vec{r}_i, \vec{t}_i) ainsi que sa direction caractérisée par l'angle ϕ_e sont ensuite calculées par intégration du champ de pression.

$$\begin{cases} \tilde{W}_{r_i} = -\tilde{W}_i \cos \phi_e = \int_{-1/2}^{1/2} \int_{\theta_1^i}^{\theta_2^i} (\tilde{p} - 1) \cos \theta \, d\theta \, d\tilde{z} \\ \tilde{W}_{t_i} = \tilde{W}_i \sin \phi_e = \int_{-1/2}^{1/2} \int_{\theta_1^i}^{\theta_2^i} (\tilde{p} - 1) \sin \theta \, d\theta \, d\tilde{z} \\ \tilde{W}_i = \sqrt{\tilde{W}_{r_i}^2 + \tilde{W}_{t_i}^2} \\ \phi_e = \arctg \left(-\frac{\tilde{W}_{t_i}}{\tilde{W}_{r_i}} \right) \end{cases} \quad (2.70)$$

- 4) la charge globale \tilde{W} est obtenue en sommant les charges relatives à chacun des lobes. Pour le calcul de l'angle de calage global, on utilise l'angle δ_i (équation 2.69). on obtient alors en projection sur les axes (\vec{r}, \vec{t}) :

$$\begin{cases} \tilde{W}_r = \tilde{W} \cos \phi = -\sum_{i=1}^n \tilde{W}_i \cos(\delta_i - \phi_{estimé}) \\ \tilde{W}_t = -\tilde{W} \sin \phi = -\sum_{i=1}^n \tilde{W}_i \sin(\delta_i - \phi_{estimé}) \\ \phi = \arctg \left(-\frac{\tilde{W}_t}{\tilde{W}_r} \right) \end{cases} \quad (2.71)$$

Le processus itératif est arrêté lorsque la différence entre l'angle de calage calculé ϕ et l'angle estimé $\phi_{estimé}$ est inférieure à une valeur fixée à l'avance.

Couple de frottement fluide :

Le calcul du couple de frottement fluide s'effectue sur l'une ou l'autre des parois du contact (rotor ou coussinet) par intégration de la contrainte de cisaillement.

L'expression de la contrainte de cisaillement correspondante est :

$$\tau_{xy} = \mu^* \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\mu_0 R_a \Omega}{C_L} \frac{\tilde{\mu}^*}{\tilde{h}} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{y}} \quad (2.72)$$

Selon que l'on se place à $y = 0$ ou $y = h$, le couple calculé est celui exercé sur le coussinet ou sur l'arbre.

$$\begin{cases} C_c = \int_{\theta_1^i}^{\theta_2^i} \int_{-L/2}^{L/2} R_a \tau_{xy}(y=0) R_a d\theta dz \\ C_a = \int_{\theta_1^i}^{\theta_2^i} \int_{-L/2}^{L/2} R_a \tau_{xy}(y=h) R_a d\theta dz \end{cases} \quad (2.73)$$

La détermination du couple de frottement fluide est intéressante pour calculer la puissance dissipée dans les paliers.

Calcul des débits :

De façon générale, les débits à l'intérieur du palier sont calculés à partir des composantes \tilde{u} et \tilde{w} de la vitesse d'écoulement dans le film. Les expressions des débits dans les sens circonférentiel et axial sont les suivantes (figure 2.18) :

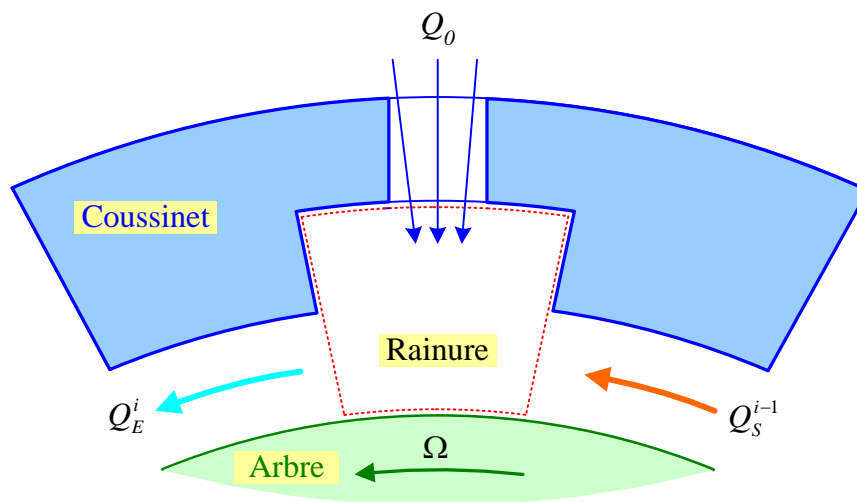


Figure 2. 18 : Schéma de la rainure d'alimentation.

à l'entrée du lobe i

$$\tilde{Q}_E^i = \int_{-1/2}^{1/2} \int_0^{\tilde{h}(\theta_1^i)} \tilde{u}(\theta_1^i, \tilde{y}, \tilde{z}) d\tilde{y} d\tilde{z} \quad (2.74)$$

à la sortie du lobe i

$$\tilde{Q}_S^{i-1} = \int_{-1/2}^{1/2} \int_0^{\tilde{h}(\theta_2^{i-1})} \tilde{u}(\theta_2^i, \tilde{y}, \tilde{z}) d\tilde{y} d\tilde{z} \quad (2.75)$$

dans la direction axiale

$$\tilde{Q}_A^i = 2 \int_{\theta_1^i}^{\theta_2^i} \int_0^{\tilde{h}(\theta)} \tilde{w}(\theta, \tilde{y}, 1/2) R_a d\theta d\tilde{y} \quad (2.76)$$

Le débit d'alimentation en lubrifiant (l'écoulement du lubrifiant introduit dans le palier à travers chaque rainure) est un paramètre de conception important. Le calcul de ce paramètre est important non seulement parce qu'il peut aider au choix du système d'alimentation en fluide, mais aussi parce qu'il affecte profondément l'efficacité de la lubrification et le refroidissement du palier.

2.7. Conditions aux limites thermiques

Dans un palier, il y a production de chaleur à l'intérieur du film par dissipation visqueuse. Le problème se pose alors de savoir comment cette chaleur est évacuée du palier.

Du point de vue de la mécanique des milieux continus, on distingue trois modes de transmission de chaleur.

- la conduction qui obéit à la loi de FOURIER
- la convection qui obéit à la loi de NEWTON
- le rayonnement qui obéit à la loi de STEFAN-BOLTZMANN

Une combinaison de ces trois modes de transfert peut avoir lieu simultanément sur les différentes interfaces rencontrées dans le palier (figure 2.19).

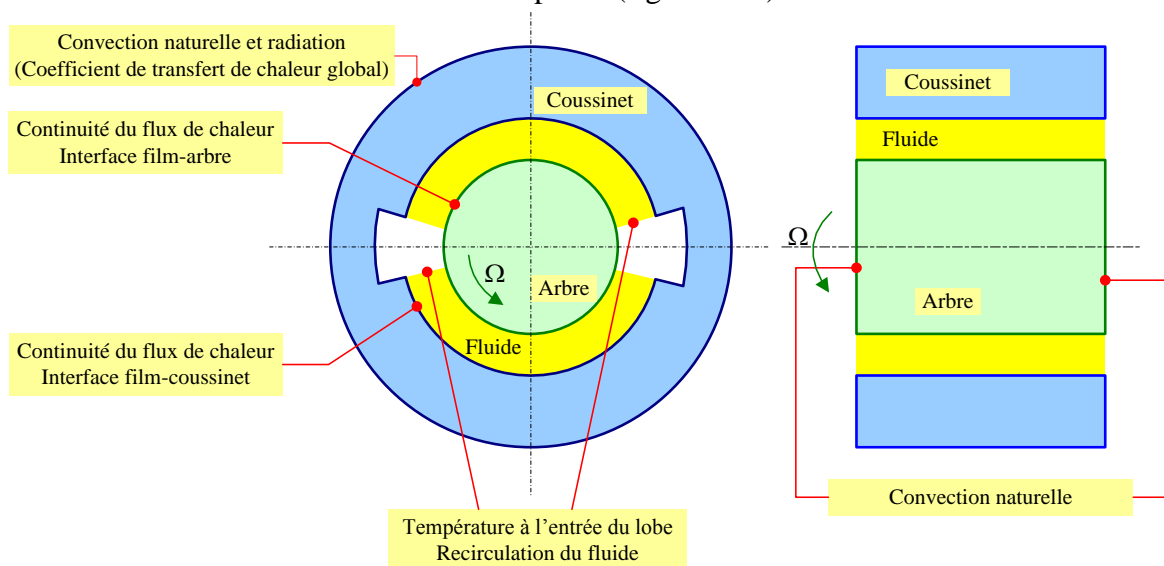


Figure 2. 19 : Conditions aux limites utilisées pour la résolution de l'équation de l'énergie.

2.7.1. Interface film-coussinet

Le champ de température dans le domaine fluide T , et le champ de température au niveau du coussinet T_c possèdent une frontière commune. À cette frontière on applique aux températures une condition de continuité du flux de chaleur:

$$\left\{ \begin{array}{l} T|_{y=0} = T_c|_{r=R_a} \rightarrow \tilde{T}|_{\tilde{y}=0} = \tilde{T}_c|_{\tilde{r}=1} \\ k_f^* \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0} = -k_c \frac{\partial T_c}{\partial r} \Big|_{r=R_a} \rightarrow \frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{y}} \Big|_{\tilde{y}=0} = -\frac{k_c C_L \tilde{h}}{k_f^* R_a} \frac{\partial \tilde{T}_c}{\partial r} \Big|_{\tilde{r}=1} \end{array} \right. \quad (2.77)$$

où k_f^* , R_a , C_L , \tilde{h} et k_c sont respectivement le coefficient de conduction équivalent du fluide (monophasé ou diphasique), le rayon de l'arbre, le jeu d'usinage, l'épaisseur du film sans dimension et le coefficient de conduction du coussinet.

2.7.2. Interface coussinet-extérieur

La surface extérieure du coussinet est en contact avec l'air ambiant et échange avec ce dernier de la chaleur. Ce flux de chaleur s'effectue principalement par convection et rayonnement. On regroupe alors ces deux phénomènes dans le coefficient global d'échange h_c et l'on peut écrire sur la surface externe :

$$k_c \frac{\partial T_c}{\partial r} \Big|_{r=R_c} = -h_c (T_c|_{r=R_c} - T_{amb}) \quad (2.78)$$

Soit sous forme sans dimension :

$$\frac{\partial \tilde{T}_c}{\partial \tilde{r}} \Big|_{\tilde{r}=R_c/R_a} = -\frac{h_c R_a}{k_c} (\tilde{T}_c|_{\tilde{r}=R_c/R_a} - \tilde{T}_{amb}) = -Bi_c (\tilde{T}_c|_{\tilde{r}=R_c/R_a} - \tilde{T}_{amb}) \quad (2.79)$$

où k_c , h_c , R_a , R_c , \tilde{T}_{amb} , $\tilde{T}_c|_{\tilde{r}=R_c/R_a}$ et Bi_c sont respectivement le coefficient de conduction du coussinet, le coefficient global d'échange que l'on considère comme constant, le rayon de l'arbre, le rayon externe du coussinet, la température ambiante sans dimension, la température de paroi sans dimension et le dernier terme représente le nombre de BIOT qui caractérise l'échange thermique.

sur les flasque on écrira :

$$\frac{\partial \tilde{T}_c}{\partial \tilde{z}} \Big|_{\tilde{z}=\pm 1/2} = -\frac{h_c L}{k_c} (\tilde{T}_c|_{\tilde{z}=\pm 1/2} - \tilde{T}_{amb}) \quad (2.80)$$

avec L la largeur du palier.

2.7.3. Interface film-arbre

Pour cette interface, la condition la plus réaliste est la condition de continuité du flux de chaleur transmis par conduction. Cependant, l'arbre étant en rotation rapide, ce flux est indépendant de la coordonnée angulaire θ , on doit donc intégrer le flux de chaleur sortant du film sur une couronne de rayon égal au rayon de l'arbre et de largeur dz , il vient ainsi [BON85] [BON86]:

$$k_a \frac{\partial T_a}{\partial r} \Big|_{r=R_a} 2 \pi R_a dz = -k_f^* dz \int_0^{2\pi} \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=h} R_a d\theta \quad (2.81)$$

Ce qui s'écrit encore sous la forme sans dimension :

$$\frac{\partial \tilde{T}_a}{\partial \tilde{r}} \Big|_{\tilde{r}=1} = -\frac{1}{2\pi} \frac{R_a k_f^*}{C_L k_a} \int_0^{2\pi} \frac{1}{\tilde{h}} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{y}} \Big|_{\tilde{y}=1} d\theta \quad (2.82)$$

où k_f^* , R_a , C_L , \tilde{h} et k_a sont respectivement le coefficient de conduction équivalent du fluide (monophasé ou diphasique), le rayon de l'arbre, jeu d'usinage, épaisseur du film sans dimension et le coefficient de conduction de l'arbre.

2.7.4. Interface arbre-extérieur

La condition utilisée aux extrémités de l'arbre est du type convection, même si le choix de la valeur du coefficient de convection pose quelques problèmes. On écrira alors :

$$k_a \frac{\partial T_a}{\partial z} \Big|_{z=\pm L/2} = -h_a (T_a|_{z=\pm L/2} - T_{amb}) \quad (2.83)$$

Soit sous forme sans dimension :

$$\frac{\partial \tilde{T}_a}{\partial \tilde{z}} \Big|_{\tilde{z}=\pm 1/2} = -\frac{h_a L}{k_a} (\tilde{T}_a|_{\tilde{z}=\pm 1/2} - \tilde{T}_{amb}) = -Bi_a (\tilde{T}_a|_{\tilde{z}=\pm 1/2} - \tilde{T}_{amb}) \quad (2.84)$$

où k_a , h_a , L , \tilde{T}_{amb} , $\tilde{T}_a|_{\tilde{z}=\pm 1/2}$ et Bi_a sont respectivement le coefficient de conduction de l'arbre, le coefficient de convection que l'on considère comme constant, la largeur du palier, la température ambiante sans dimension, la température de paroi sans dimension et le dernier terme représente le nombre de BIOT qui caractérise l'échange thermique.

2.7.5. Température à l'entrée du lobe

L'alimentation du palier se fait par une rainure axiale débouchante. Une partie du lubrifiant entrant dans le film convergent n'est pas évacuée latéralement mais fait le tour du palier en s'échauffant et se mélange avec le lubrifiant froid d'alimentation, c'est le phénomène

de recirculation. La température effective du fluide entrant dans le film convergent est généralement supérieure à celle du lubrifiant d'alimentation (figure 2.18).

L'étude de l'écoulement dans la rainure d'alimentation est très complexe. On peut cependant la simplifier l'étude pour rendre compte du phénomène de recirculation en écrivant au niveau de la rainure d'alimentation qu'il y a conservation du débit et de la quantité de chaleur [BON85].

En supposant qu'une partie du fluide issue du lobe précédent est recyclée, la conservation du débit dans la section d'entrée est :

$$\tilde{Q}_E^i = \lambda \tilde{Q}_S^{i-1} + Q_0 \quad (2.85)$$

où λ est un coefficient qui exprime le pourcentage du fluide recyclé et Q_0 le débit du fluide d'alimentation froid [HES86].

La conservation du flux de chaleur dans la section d'entrée s'écrit :

$$\tilde{Q}_E^i \tilde{T}(\theta_1^i, \tilde{y}, \tilde{z}) = \lambda \tilde{Q}_S^{i-1} \tilde{T}(\theta_2^{i-1}, \tilde{y}, \tilde{z}) + Q_0 \quad (2.86)$$

En remplaçant l'équation (2.85) dans (2.86), la valeur moyenne de la température du fluide recyclé est donnée par :

$$\tilde{T}(\theta_1^i, \tilde{y}, \tilde{z}) = \lambda \frac{\tilde{Q}_S^{i-1}}{\tilde{Q}_E^i} (\tilde{T}(\theta_2^{i-1}, \tilde{y}, \tilde{z}) - 1) + 1 \quad (2.87)$$

où $\tilde{T}(\theta_1^i, \tilde{y}, \tilde{z})$, $\tilde{T}(\theta_2^{i-1}, \tilde{y}, \tilde{z})$ et T_0 sont respectivement les valeurs de la température moyenne du fluide à l'entrée, à la sortie et la température d'alimentation. On considère que la température est constante à travers l'épaisseur du film et égale à la température moyenne. Une température moyenne constante dans la section d'entrée, implique une discontinuité au niveau des interfaces film/arbre et film/coussinet.

2.8. Modélisation linéaire

L'analyse dynamique linéaire permet de calculer les matrices de raideur et d'amortissement d'un palier de géométrie donnée, pour un point de fonctionnement. A partir de ces éléments, il est possible d'établir si le point de fonctionnement en question est stable ou non. La méthode présentée est couramment employée dans la littérature, [HES83] [BON89] [FRE90]. La position d'équilibre du centre du rotor est perturbée afin d'étudier les petits mouvements du système [ABD82]. Les variations des composantes de l'action du fluide sur le rotor sont reliées aux composantes de déplacements et de vitesses du centre du rotor. Cette analyse permet d'établir les cartes de stabilité en fonction des paramètres du système déterminant ainsi leurs valeurs critiques (vitesse, masse,...).

Cette méthode n'est valable que sous certaines conditions de fonctionnement et ne permet pas d'étudier les comportements non-linéaires comme lors du passage des vitesses critiques [ABD82]. En effet, le comportement du film est évalué à l'aide de matrices de rigidité et d'amortissement linéaires, masquant définitivement les non linéarités telles que la compressibilité du gaz et la déformation de la structure.

2.8.1. Coefficients dynamiques

En se limitant au premier ordre, nous pouvons développer les variations de charge $\Delta\tilde{W}_{r_i}$ et $\Delta\tilde{W}_{t_i}$ en série de TAYLOR et définir les huit coefficients dynamiques (figure 2.20) [ABD82] :

$$[\tilde{k}_i] = \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial\tilde{W}_{r_i}}{\partial\varepsilon_i}\right) & \left(\frac{\partial\tilde{W}_{r_i}}{\varepsilon_i\partial\phi_e}\right) - \frac{\tilde{W}_{t_i}}{\varepsilon_i} \\ \left(\frac{\partial\tilde{W}_{t_i}}{\partial\varepsilon_i}\right) & \left(\frac{\partial\tilde{W}_{t_i}}{\varepsilon_i\partial\phi_e}\right) + \frac{\tilde{W}_{r_i}}{\varepsilon_i} \end{bmatrix}, \quad [\tilde{c}_i] = \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial\tilde{W}_{r_i}}{\partial(\dot{\varepsilon}_i/\Omega)}\right) & -2\frac{\tilde{W}_{r_i}}{\varepsilon_i} \\ \left(\frac{\partial\tilde{W}_{t_i}}{\partial(\dot{\varepsilon}_i/\Omega)}\right) & -2\frac{\tilde{W}_{t_i}}{\varepsilon_i} \end{bmatrix} \quad (2.88)$$

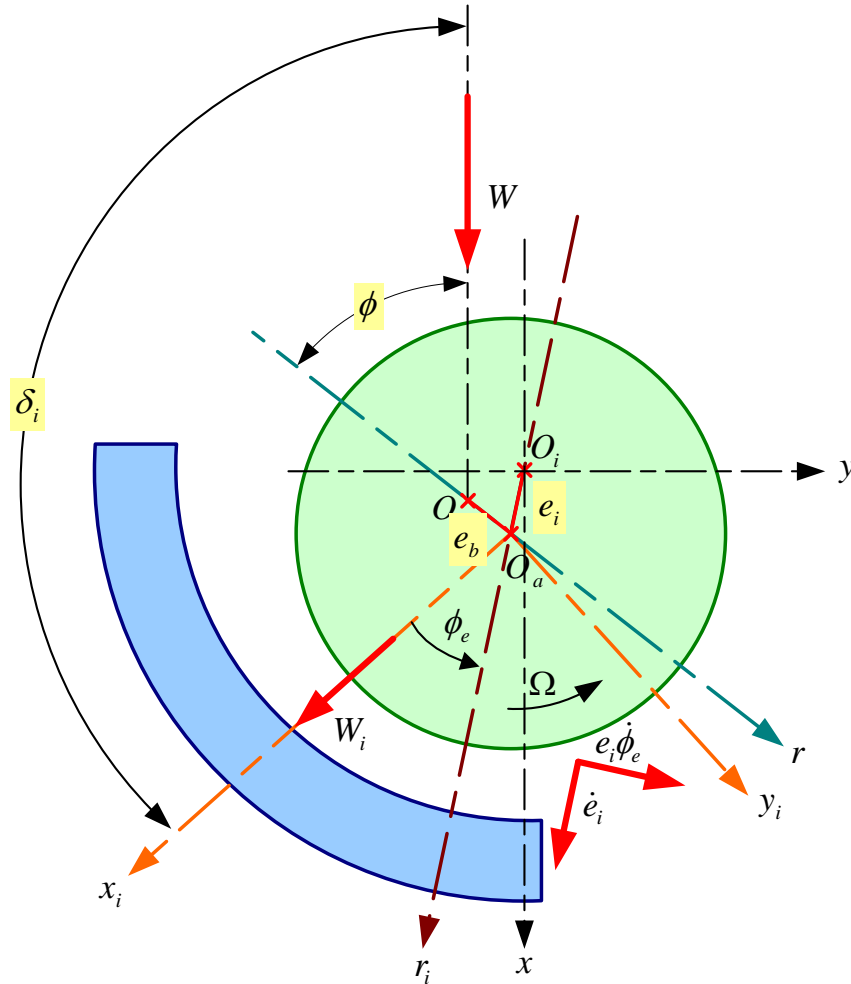


Figure 2. 20 : Systèmes de coordonnées.

Les coefficients des matrices $[\tilde{k}_i]$ et $[\tilde{c}_i]$ correspondent respectivement aux coefficients de raideur et d'amortissement du palier à lobes dans le repère $(O_a, \vec{r}_i, \vec{t}_i)$. Le calcul des coefficients dynamiques, donc du champ de pression nécessite l'emploi de méthodes numériques. Le calcul numérique des dérivées des composantes des forces hydrodynamiques peut alors se faire de la manière suivante :

- a-** Recherche de la position d'équilibre statique ; celle-ci étant caractérisée par une excentricité relative $\varepsilon_0 = \varepsilon_i$ et un angle de calage $\phi_0 = \phi_e$.
- b-** Calcul des dérivées $\frac{\partial \tilde{W}_{r_i}}{\partial \varepsilon_i}$ et $\frac{\partial \tilde{W}_{t_i}}{\partial \varepsilon_i}$: l'équation est résolue pour deux positions du centre de l'arbre définies par :

$$\begin{cases} \varepsilon_i = \varepsilon_0 \pm \Delta\varepsilon \\ \phi_0 \end{cases}$$

L'intégration du champ de pression permet de calculer à partir de l'équation de REYNOLDS instationnaire (2.9) les composantes adimensionnées \tilde{W}_{r_i} et \tilde{W}_{t_i} de la force hydrodynamique pour ces positions.

On en déduit en utilisant les différences finies :

$$\begin{cases} \frac{\partial \tilde{W}_{r_i}}{\partial \varepsilon_i} = \frac{\tilde{W}_{r_i}(\varepsilon_0 + \Delta\varepsilon, \phi_0, \dot{\varepsilon}_i = 0) - \tilde{W}_{r_i}(\varepsilon_0 - \Delta\varepsilon, \phi_0, \dot{\varepsilon}_i = 0)}{2\Delta\varepsilon_i} \\ \frac{\partial \tilde{W}_{t_i}}{\partial \varepsilon_i} = \frac{\tilde{W}_{t_i}(\varepsilon_0 + \Delta\varepsilon, \phi_0, \dot{\varepsilon}_i = 0) - \tilde{W}_{t_i}(\varepsilon_0 - \Delta\varepsilon, \phi_0, \dot{\varepsilon}_i = 0)}{2\Delta\varepsilon_i} \end{cases} \quad (2.89)$$

- c-** Calcul des dérivées $\frac{\partial \tilde{W}_{r_i}}{\partial \phi_e}$ et $\frac{\partial \tilde{W}_{t_i}}{\partial \phi_e}$ le processus est semblable au précédent, mais pour les deux positions suivantes :

$$\begin{cases} \varepsilon_i = \varepsilon_0 \\ \phi_e = \phi_0 \pm \Delta\phi \end{cases}$$

Les dérivées sont calculées par :

$$\begin{cases} \frac{\partial \tilde{W}_{r_i}}{\partial \phi_e} = \frac{\tilde{W}_{r_i}(\varepsilon_0, \phi_0 + \Delta\phi, \dot{\varepsilon}_i = 0) - \tilde{W}_{r_i}(\varepsilon_0, \phi_0 - \Delta\phi, \dot{\varepsilon}_i = 0)}{2\Delta\phi_e} \\ \frac{\partial \tilde{W}_{t_i}}{\partial \phi_e} = \frac{\tilde{W}_{t_i}(\varepsilon_0, \phi_0 + \Delta\phi, \dot{\varepsilon}_i = 0) - \tilde{W}_{t_i}(\varepsilon_0, \phi_0 - \Delta\phi, \dot{\varepsilon}_i = 0)}{2\Delta\phi_e} \end{cases} \quad (2.90)$$

- d-** Calcul des dérivées $\frac{\partial \tilde{W}_{r_i}}{\partial (\dot{\varepsilon}_i/\Omega)}$ et $\frac{\partial \tilde{W}_{t_i}}{\partial (\dot{\varepsilon}_i/\Omega)}$. L'équation de REYNOLDS instationnaire est résolue dans le cas :

$$\begin{cases} \varepsilon_i = \varepsilon_0 \\ \phi_e = \phi_0 \\ \dot{\varepsilon}_i/\Omega \neq 0 \end{cases}$$

On déduit :

$$\begin{cases} \frac{\partial \tilde{W}_{r_i}}{\partial (\dot{\varepsilon}_i/\Omega)} = \frac{\tilde{W}_{r_i}(\varepsilon_0, \phi_0, +\dot{\varepsilon}_i/\Omega) - \tilde{W}_{r_i}(\varepsilon_0, \phi_0, -\dot{\varepsilon}_i/\Omega)}{2(\dot{\varepsilon}_i/\Omega)} \\ \frac{\partial \tilde{W}_{t_i}}{\partial (\dot{\varepsilon}_i/\Omega)} = \frac{\tilde{W}_{t_i}(\varepsilon_0, \phi_0, +\dot{\varepsilon}_i/\Omega) - \tilde{W}_{t_i}(\varepsilon_0, \phi_0, -\dot{\varepsilon}_i/\Omega)}{2(\dot{\varepsilon}_i/\Omega)} \end{cases} \quad (2.91)$$

Les coefficients dynamiques de chaque lobe sont calculés dans le repère local $(O_a, \vec{x}_i, \vec{y}_i)$ lié au palier partiel (figure 2.20) en utilisant la matrice de passage $[\mathbb{R}_i]$:

$$[\tilde{K}_i] = -[\mathbb{R}_i]^T [\tilde{k}_i] [\mathbb{R}_i], \quad [\tilde{C}_i] = -[\mathbb{R}_i]^T [\tilde{c}_i] [\mathbb{R}_i] \quad (2.92)$$

avec :

$$[\mathbb{R}_i] = \begin{bmatrix} \cos \phi_e & -\sin \phi_e \\ \sin \phi_e & \cos \phi_e \end{bmatrix} \quad (2.93)$$

Il vient :

$$\begin{cases} K_{xx_i} = k_{rr_i} \cos^2 \phi_e + k_{tt_i} \sin^2 \phi_e - (k_{rt_i} + k_{tr_i}) \sin \phi_e \cos \phi_e \\ K_{xy_i} = k_{rt_i} \cos^2 \phi_e - k_{tr_i} \sin^2 \phi_e + (k_{rr_i} + k_{tt_i}) \sin \phi_e \cos \phi_e \\ K_{yx_i} = k_{tr_i} \cos^2 \phi_e - k_{rt_i} \sin^2 \phi_e + (k_{rr_i} + k_{tt_i}) \sin \phi_e \cos \phi_e \\ K_{yy_i} = k_{tt_i} \cos^2 \phi_e + k_{rr_i} \sin^2 \phi_e + (k_{rt_i} + k_{tr_i}) \sin \phi_e \cos \phi_e \end{cases}$$

Enfin les matrices de raideur et d'amortissement du palier complet dans le repère global (O_a, \vec{x}, \vec{y}) sont ensuite déterminées par superposition et transposition (figure 2.20).

Ainsi nous obtenons :

$$[\tilde{K}] = \sum_{i=1}^{nl} [\mathbb{Q}_i]^T [\tilde{K}_i] [\mathbb{Q}_i], \quad [\tilde{C}] = \sum_{i=1}^{nl} [\mathbb{Q}_i]^T [\tilde{C}_i] [\mathbb{Q}_i] \quad (2.94)$$

La matrice de passage $[\mathbb{Q}_i]$ est défini par:

$$[\mathbb{Q}_i] = \begin{bmatrix} \cos \delta_i & -\sin \delta_i \\ \sin \delta_i & \cos \delta_i \end{bmatrix} \quad (2.95)$$

soit:

$$\begin{cases} K_{xx} = \sum_{i=1}^n (k_{xx_i} \cos^2 \delta_i + k_{yy_i} \sin^2 \delta_i - (k_{xy_i} + k_{yx_i}) \sin \delta_i \cos \delta_i) \\ K_{xy} = \sum_{i=1}^n (k_{xy_i} \cos^2 \delta_i - k_{yx_i} \sin^2 \delta_i + (k_{xx_i} + k_{yy_i}) \sin \delta_i \cos \delta_i) \\ K_{yx} = \sum_{i=1}^n (k_{yx_i} \cos^2 \delta_i - k_{xy_i} \sin^2 \delta_i + (k_{xx_i} + k_{yy_i}) \sin \delta_i \cos \delta_i) \\ K_{yy} = \sum_{i=1}^n (k_{yy_i} \cos^2 \delta_i + k_{xx_i} \sin^2 \delta_i + (k_{xy_i} + k_{yx_i}) \sin \delta_i \cos \delta_i) \end{cases}$$

Les coefficients de raideur sont donc interprétés comme des variations des composantes de la charge sous l'effet des déplacements de l'arbre. Les coefficients d'amortissement, quant à eux, sont reliés aux variations des composantes de la charge sous l'effet des vitesses de déplacement de l'arbre.

2.8.2. Seuil de stabilité

Le modèle le plus simple est le plus couramment utilisé pour l'étude de la stabilité d'une position d'équilibre est celui du rotor rigide symétrique (figure 2.21) de masse $2M$, et supporté symétriquement par deux paliers identiques dont la charge statique est \vec{W} . Les équations du mouvement de l'arbre à l'intérieur du palier s'écrit :

$$[M] \begin{Bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{Bmatrix} + [C] \begin{Bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{Bmatrix} + [K] \begin{Bmatrix} x \\ y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (2.96)$$

avec :

$$[M] = \begin{bmatrix} M & 0 \\ 0 & M \end{bmatrix} \quad \text{est la matrice de masse}$$

$$[C] = \begin{bmatrix} C_{xx} & C_{xy} \\ C_{yx} & C_{yy} \end{bmatrix} \quad \text{est la matrice d'amortissement}$$

$$[K] = \begin{bmatrix} K_{xx} & K_{xy} \\ K_{yx} & K_{yy} \end{bmatrix} \quad \text{est la matrice de raideur}$$

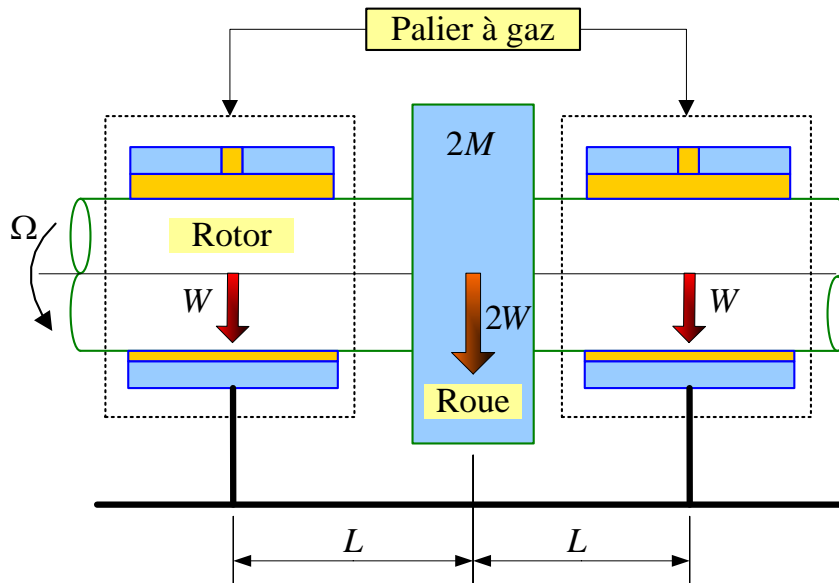


Figure 2. 21 : Schématisation du palier pour l'étude de la stabilité.

Les variables dimensionnées utilisées sont définies par (figure 2.20) :

$$K_{ij} = \frac{W}{C_L} \tilde{K}_{ij}, \quad C_{ij} = \frac{W}{C_L \Omega} \tilde{C}_{ij} \quad (2.97)$$

$$M = \frac{\tilde{M} W}{C_L \Omega^2}, \quad \gamma = \tilde{\gamma} \Omega$$

La solution de cette équation est cherchée sous la forme d'exponentielles imaginaires, [ABD82] [FRE90]. A la limite de la stabilité on peut définir deux équations :

$$\tilde{M}_c = \frac{\tilde{K}_{eq}}{\tilde{\gamma}_c^2} \quad (2.98)$$

avec :

$$\begin{cases} \tilde{\gamma}_c^2 = \frac{(\tilde{K}_{xx} - \tilde{K}_{eq})(\tilde{K}_{yy} - \tilde{K}_{eq}) - \tilde{K}_{xy}\tilde{K}_{yx}}{\tilde{C}_{xx}\tilde{C}_{yy} - \tilde{C}_{xy}\tilde{C}_{yx}} \\ \tilde{K}_{eq} = \frac{\tilde{K}_{xx}\tilde{C}_{yy} + \tilde{K}_{yy}\tilde{C}_{xx} - \tilde{K}_{xy}\tilde{C}_{yx} - \tilde{K}_{yx}\tilde{C}_{xy}}{\tilde{C}_{xx} + \tilde{C}_{yy}} \end{cases} \quad (2.99)$$

Pour un palier donné, les coefficients dynamiques \tilde{K}_{ij} , \tilde{C}_{ij} , la masse critique sans dimension \tilde{M}_c et la fréquence critique $\tilde{\gamma}_c$ ne dépendent que de l'excentricité de fonctionnement. L'expression de la masse sans dimension permet, pour une masse M du rotor, de déterminer la vitesse critique de rotation Ω_c au-delà de laquelle il y aura instabilité :

$$\Omega_c = \sqrt{\frac{\tilde{M}_c W}{M C_L}} \quad (2.100)$$

Ainsi une valeur de $\tilde{\gamma}_c^2$ négative obtenue à partir de l'équation (2.99), signifie un fonctionnement stable pour toute valeur de la masse du rotor. Par ailleurs, si la masse critique est négative pour une valeur de $\tilde{\gamma}_c^2$ positive, le palier est instable pour toute valeur de la masse du rotor [ABD82] [FRE90].

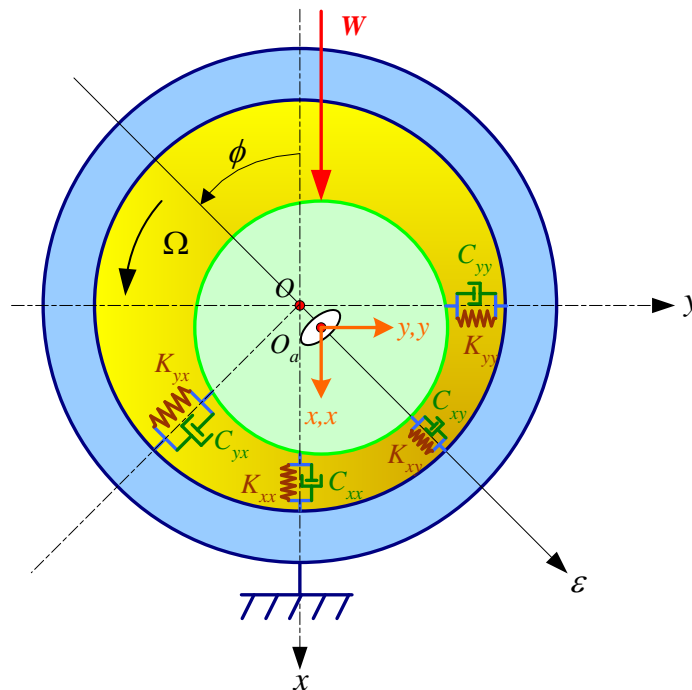


Figure 2.22 : Représentation des raideurs et amortissements apportés d'un palier.

Il est donc possible d'évaluer si un point de fonctionnement donné est stable ou non. La courbe de variation de la masse critique adimensionnée \tilde{M}_c en fonction de l'excentricité est appelée carte de stabilité.

2.9. Méthode de résolution et programmation

Le comportement ThermoHydroDynamique d'un palier en régime permanent, si l'on suppose l'arbre et le coussinet indéformable, est déterminé par le système d'équations déjà présenté auquel il faut ajouter les conditions aux limites associées :

1. L'équation de REYNOLDS généralisée (2.9), muni des conditions aux limites,
2. L'équation de l'énergie des films minces visqueux (2.14), l'équation de la chaleur dans le coussinet (2.20) et dans l'arbre (2.22) auxquelles sont attachées les conditions aux limites décrites dans le paragraphe (2.7),
3. La relation (2.62) qui précise la géométrie du film,
4. La loi de variation de la viscosité en fonction de la température (2.23),
5. Modèles de viscosité (2.52), (2.59) et de conductivité (2.54) dans le régime turbulent,
6. Formule de CLAPEYRON (2.29), qui détermine la pression de vapeur saturante pour une température donnée,
7. Modèle de transition vapeur/liquide de VAN ODYCK (2.30), (2.31) et (2.32),
8. L'équation d'état de PENG-ROBINSON (2.28) qui nous permet de calculer la densité volumique en fonction de la pression et la température.

Les quatre équations aux dérivées partielles sont liées par la température et la pression de façon explicite ou implicite de par :

- la loi de variation de la viscosité moléculaire en fonction de la température,
- le modèle de variation de la viscosité en régime turbulent,
- le modèle de conductivité turbulente,
- l'équation d'état de la masse volumique en fonction de la température et de la pression,
- le modèle de transition vapeur/liquide.

La solution du problème ThermoHydroDynamique nécessite la résolution simultanée de toutes ces équations, compte tenu des conditions aux limites choisies. En régime THD, le calcul des coefficients dynamiques et de la masse critique s'effectue par itération sur le champ de pression.

Le changement de variables (2.3) transforme le domaine occupé par le film en un domaine parallépipède. Par ailleurs, l'arbre et le coussinet ont des géométries simples. Aussi, la méthode des différences finies est bien adaptée à la résolution numérique de ces systèmes d'équations.

Le programme développé pour l'étude a été écrit en FORTRAN, un langage largement utilisé pour sa simplicité, la rapidité et la capacité de résoudre des problèmes physiques complexes avec méthodes numériques.

2.9.1. Maillage du film fluide

Les hauteurs de film étant faibles devant la longueur et la largeur du contact, La résolution par différences finies centrées généralement utilisée pour des films minces est suffisante, efficace et simple. On découpe le domaine fluide du palier développé en rectangles élémentaires, le film lubrifiant est discrétisé à l'aide d'un maillage tridimensionnel comme le montre la figure (2.23).

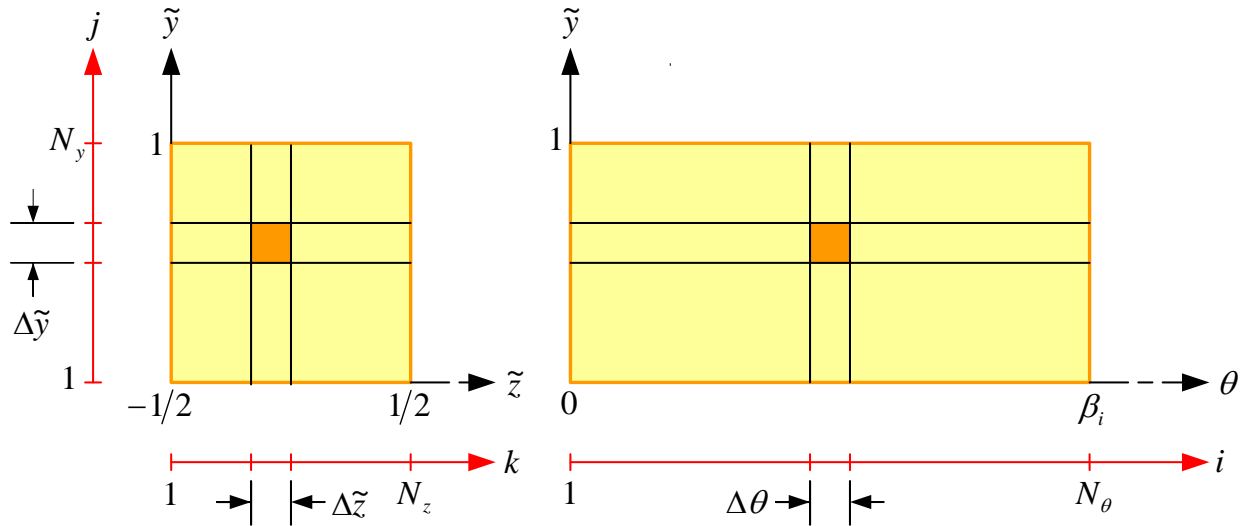


Figure 2. 23 : Maillage du film fluide.

$$\begin{cases} \Delta\theta_i = \frac{\beta_i}{N_\theta - 1} \\ \Delta\tilde{y} = \frac{1}{N_y - 1} \\ \Delta\tilde{z} = \frac{1}{N_z - 1} \end{cases}$$

En chaque point du maillage (i, j, k) , on définit les dérivées des champs de pression, de température et de hauteurs en fonction des points précédents et suivants.

2.9.2. Équation de Reynolds généralisée

C'est une équation aux dérivées partielles elliptique, elle est discrétisée à l'aide d'un schéma centré (adapté à ce genre d'équations elliptiques) et résolue par la méthode de GAUSS-SEIDEL avec coefficient de sur-relaxation (**Annexe C**). La sur-relaxation par expérience nous permet soit d'avoir une convergence accélérée dans les cas simples ou pour affiner la solution dans des situations plus complexes. La zone active du film est déterminée par la méthode de CHRISTOPHERSON [CHR41].

L'erreur relative sur la pression locale est calculée en chaque point et chaque itération comme suit :

$$\frac{|p^{(n)} - p^{(n-1)}|}{|p^{(n)}|} \leq tol_p \quad (2.101)$$

avec $n - 1$ et n respectivement l'itération précédente et courante.

2.9.3. Équation de chaleur dans l'arbre

Dans l'arbre l'équation aux dérivées partielles elliptique est bidimensionnelle, et les symétries permettent de simplifier la résolution à un quart du plan axial de l'arbre (figure (2.24)).

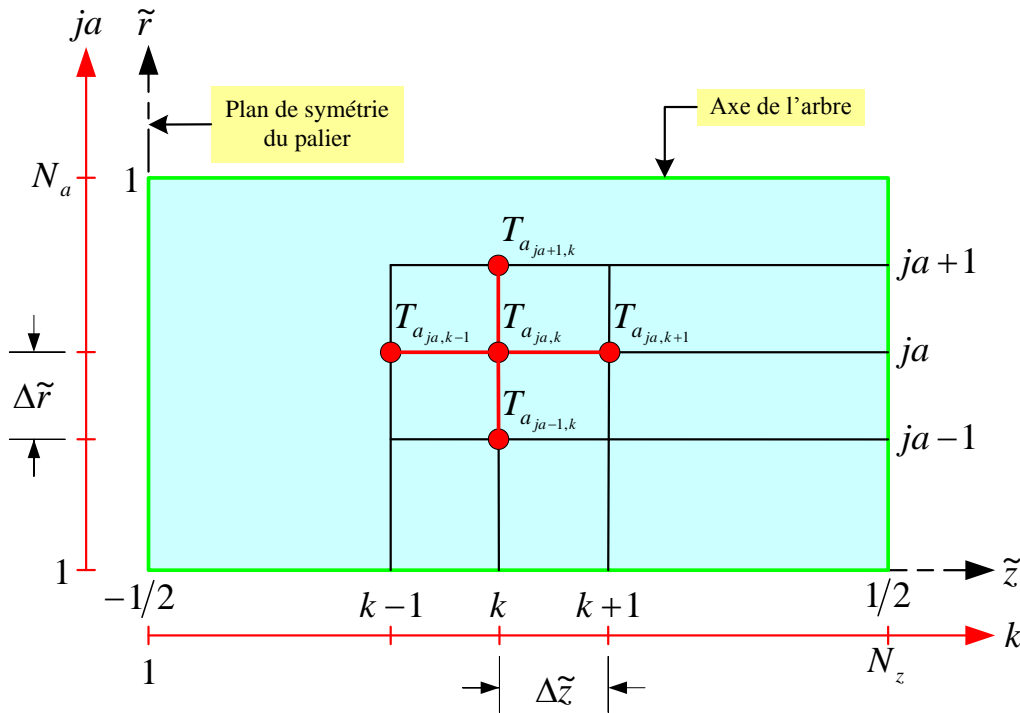


Figure 2. 24 : Schéma de discrétisation de l'arbre.

Cette équation peut être discrétisée par un schéma aux différences finies centrées :

$$\tilde{T}_{a_{ja,k}} = \frac{\left[1 + \frac{\Delta \tilde{r}}{2 \tilde{r}_{ja}}\right] \tilde{T}_{a_{ja+1,k}} + \left[1 - \frac{\Delta \tilde{r}}{2 \tilde{r}_{ja}}\right] \tilde{T}_{a_{ja-1,k}} + \left(\frac{R_a}{L}\right)^2 \left(\frac{\Delta \tilde{r}}{\Delta \tilde{z}}\right)^2 [\tilde{T}_{a_{ja,k+1}} + \tilde{T}_{a_{ja,k-1}}]}{2 \left[1 + \left(\frac{R_a}{L}\right)^2 \left(\frac{\Delta \tilde{r}}{\Delta \tilde{z}}\right)^2\right]} \quad (2.102)$$

avec :

$$\begin{cases} \tilde{r}_{ja} = (ja - 1)\Delta \tilde{r} \\ \Delta \tilde{r} = \frac{1}{N_a - 1} \end{cases}$$

Cette équation peut être résolue de façon itérative, par la méthode de relaxations successives:

$$\tilde{T}_{a_{ja,k}}^{(n)} = \tilde{T}_{a_{ja,k}}^{(n-1)} + \omega_a \left(\tilde{T}_{a_{ja,k}}^{(calculée)} - \tilde{T}_{a_{ja,k}}^{(n-1)} \right) \quad (2.103)$$

où $n - 1$ et n se sont respectivement l'itération précédente et courante, tandis que ω_a est le facteur de relaxation utilisé pour la résolution de l'équation de LAPLACE.

Le processus est itéré jusqu'à la convergence en chaque point du maillage que nous définissons à l'aide de l'indicateur d'erreur sur T_a : le test de convergence de la température de l'arbre est le suivant :

$$|T_a - T_{a_{ja,k}}| \leq tol_{T_a} \quad (2.104)$$

2.9.4. Équation de chaleur dans le coussinet

Dans le coussinet, l'équation de la chaleur est tridimensionnelle. Pour ces deux équations, on emploie un schéma aux différences finies centrées (figure (2.25)) et la résolution se fait par la méthode de GAUSS-SEIDEL avec coefficient de sur-relaxation.

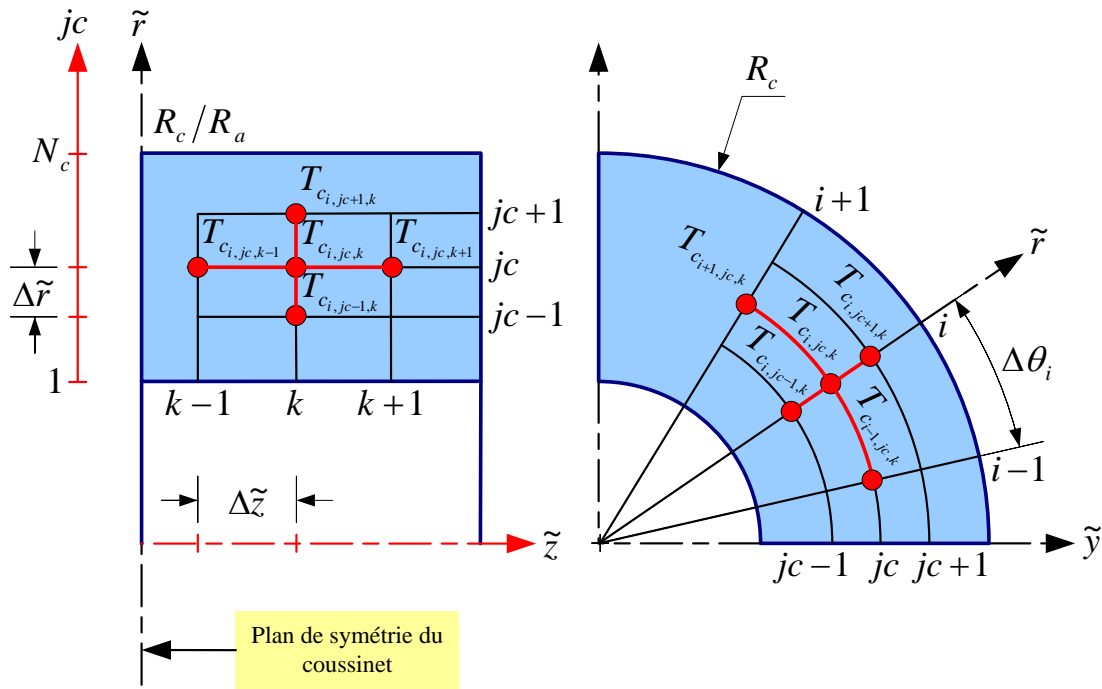


Figure 2. 25 : Schéma de discrétisation du coussinet.

Cette équation discrétisée par un schéma aux différences finies centrées donne :

$$\tilde{T}_{c_{i,jc,k}} = \frac{\left[\frac{1}{\Delta \tilde{r}^2} + \frac{1}{2 \tilde{r}_{jc} \Delta \tilde{r}} \right] \tilde{T}_{c_{i,jc+1,k}} + \left[\frac{1}{\Delta \tilde{r}^2} - \frac{1}{2 \tilde{r}_{jc} \Delta \tilde{r}} \right] \tilde{T}_{c_{i,jc-1,k}} + \left(\frac{1}{\tilde{r}_{jc} \Delta \theta} \right)^2 \left[\tilde{T}_{c_{i+1,jc,k}} + \tilde{T}_{c_{i-1,jc,k}} \right]}{2 \left[\frac{1}{\Delta \tilde{r}^2} + \left(\frac{1}{\tilde{r}_{jc} \Delta \theta} \right)^2 \right]} \quad (2.105)$$

avec :

$$\begin{cases} \tilde{r}_{jc} = (jc - 1)\Delta\tilde{r} + 1 \\ \Delta\tilde{r} = \frac{1}{N_c - 1} \left(\frac{R_c}{R_a} - 1 \right) \end{cases}$$

Cette équation est résolue de façon itérative, par la méthode de relaxations successives:

$$\tilde{T}_{c_{i,j,c,k}}^{(n)} = \tilde{T}_{c_{i,j,c,k}}^{(n-1)} + \omega_c \left(\tilde{T}_{c_{i,j,c,k}}^{(calculée)} - \tilde{T}_{c_{i,j,c,k}}^{(n-1)} \right) \quad (2.106)$$

où $n - 1$ et n sont respectivement l'itération précédente et courante, tandis que ω_c est le facteur de relaxation utilisé pour la résolution de l'équation de LAPLACE.

Le processus d'itération de la température du coussinet est réalisé jusqu'à la convergence en chaque point du maillage défini à l'aide d'un indicateur d'erreur T_c : le test de convergence de la température du coussinet est comme suit :

$$|T_c - T_{c_{i,j,c,k}}| \leq tol_{T_c} \quad (2.107)$$

2.9.5. Équation de l'énergie dans le film mince

La résolution de l'équation de l'énergie impose de connaître le champ de vitesse dans le film. Les composantes \tilde{u} , \tilde{v} et \tilde{w} de la vitesse sont données par les relations (2.6). Les calculs numériques de \tilde{u} et \tilde{w} ne posent pas de problèmes particuliers. Par contre, le calcul de la vitesse \tilde{v} du fluide dans la direction de l'épaisseur du film est plus délicat. La méthode proposée nous permet de calculer la dérivée seconde de \tilde{v} par rapport à \tilde{y} :

$$\frac{\partial^2 \tilde{v}}{\partial \tilde{y}^2} = -\frac{\tilde{h}}{\tilde{\rho}} \frac{\partial}{\partial \tilde{y}} \left(\left(\frac{\partial(\tilde{\rho}\tilde{u})}{\partial \theta} - \tilde{\rho} \frac{\tilde{y}}{\tilde{h}} \frac{\partial \tilde{h}}{\partial \theta} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{y}} \right) + \left(\frac{R_a}{L} \right) \frac{\partial(\tilde{\rho}\tilde{w})}{\partial \tilde{z}} \right) \quad (2.108)$$

on impose les conditions aux limites :

$$\tilde{v}(\tilde{y} = 0) = \tilde{v}(\tilde{y} = 1) = 0$$

Le deuxième membre de l'équation (2.108) est connu, il s'agit donc de résoudre un problème aux limites. On peut procéder par la méthode des différences finies :

$$\begin{aligned} & \tilde{v}_{i,j+1,k} - 2\tilde{v}_{i,j,k} + \tilde{v}_{i,j-1,k} \\ & = -\frac{\tilde{h}_i}{\tilde{\rho}_{i,k}} \Delta \tilde{y}^2 \frac{\partial}{\partial \tilde{y}} \left(\left(\frac{\partial(\tilde{\rho}\tilde{u})}{\partial \theta} - \tilde{\rho} \frac{\tilde{y}}{\tilde{h}} \frac{\partial \tilde{h}}{\partial \theta} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{y}} \right) + \left(\frac{R_a}{L} \right) \frac{\partial(\tilde{\rho}\tilde{w})}{\partial \tilde{z}} \right)_{i,j,k} \end{aligned} \quad (2.109)$$

C'est un système d'équations qui peut être résolu par la méthode de GAUSS.

L'équation d'énergie (2.14) est parabolique, l'algorithme global utilisé dans le présent travail pour résoudre l'équation de l'énergie (2.14) est décrit dans l'**annexe D**. Il a été initialement proposé par BONCOMPAIN [BON85]. La température à l'entrée du lobe dans la direction circonférentielle est calculée par la relation (2.87).

Le processus de calcul en régime THD itéré jusqu'à convergence sur les températures aux interfaces film-coussinet et film-arbre est défini par :

$$\Delta T_f \leq tol_T \quad (2.110)$$

avec :

$$\begin{cases} \Delta T_c = \max(T_{c_{i,1,k}}^{(n)} - T_{c_{i,1,k}}^{(n-1)}) \\ \Delta T_a = \max(T_{a_{Na,k}}^{(n)} - T_{a_{Na,k}}^{(n-1)}) \\ \Delta T_f = \max(\Delta T_c, \Delta T_a) \end{cases}$$

2.9.6. Équation d'état

L'équation d'état de PENG-ROBINSON est sous forme d'un polynôme du 3^{ème} ordre. La densité est l'inconnue et la pression est l'un des paramètres. La recherche des racines du polynôme est effectuée grâce à la méthode de dichotomie. Cette méthode est très pratique pour ce type de problème particulier, simple à programmer et elle converge vers la solution très rapidement. Dans notre problème, on cherche une solution comprise entre une pression 0 et la pression de vapeur, qui est la densité de vapeur $\tilde{\rho}_v$, et une autre solution entre la pression de vapeur et la pression critique, qui est la densité du liquide $\tilde{\rho}_\ell$. La pression de saturation est calculée en utilisant l'approximation de DUPRE. La démarche de résolution est indiquée dans l'**annexe E**.

Par conséquent, pour un ensemble donné de pression et de température, on peut facilement limiter le domaine de la densité afin de trouver la racine correspondante, soit la densité de vapeur ou la densité du liquide.

Si $f(\tilde{\rho}) = 0$ est le polynôme adimensionnel, l'équation d'état est considérée résolue en un point lorsque :

$$\left| \frac{f(\tilde{\rho})}{\rho_0} \right| \leq tol_\rho$$

Si cette condition est vérifiée la valeur de la densité sans dimension $\tilde{\rho}$ est la solution.

2.9.7. Viscosité turbulente

L'un des principaux avantages de la formule que nous avons utilisée pour le modèle de la turbulence est qu'il donne directement la valeur de la viscosité turbulente. Par conséquent, aucune méthode numérique n'est nécessaire, ce qui permet d'économiser le temps et la

mémoire. Toutefois, de par la résolution itérative du problème THD non-linéaire la valeur de la viscosité doit être calculée au niveau de chaque nœud à chaque itération.

2.10. Algorithme de résolution

Les différentes équations utilisées pour résoudre un problème THD en statique ou en dynamique linéaire ont été présentées, il reste donc à préciser la résolution numérique de ce problème en régime turbulent à deux phases pour palier à feuilles. Les calculs peuvent être effectués à excentricité imposée (figure 2.26) ou à charge imposée (figure 2.27). La recherche de l'angle de calage ϕ (figure 2.26) et de l'excentricité ε_b (si la charge est imposée W) est réalisée de manière itérative.

Les différentes méthodes numériques présentées précédemment sont réunies dans un algorithme global qui permet la résolution du problème THD pour un palier à feuilles. L'organigramme du problème THD à excentricité imposée est présenté sur la figure 2.26. Les cases avec trame de fond (bleu) représentent les **Subroutines** importantes nécessitant la résolution d'un système d'équations, à part le calcul des vitesses.

La première étape consiste à lire les fichiers de données concernant les paramètres géométriques et de fonctionnement, les maillages. La pression, viscosités, conductivités, densité et les températures sont ensuite initialisées. La loi de thermoviscosité du fluide permet alors de calculer le champ de viscosité. La résolution de l'équation de REYNOLDS généralisée nous permet d'obtenir le champ de pression. Le champ des vitesses du fluide s'exprime alors aisément à partir des équations (2.6). Lorsque le régime n'est pas laminaire, on calcule le champ de viscosité et conductivité. La température du fluide est ensuite calculée par résolution de l'équation de conservation de l'énergie. Ensuite la température dans le coussinet est déterminée par résolution de l'équation de LAPLACE. La condition de conservation des débits nous permet de calculer la température à l'entrée de chaque lobe en prenant en compte le phénomène de recirculation. La résolution de l'équation de LAPLACE permet d'obtenir la température dans l'arbre. La densité est obtenue par résolution de l'équation d'état en prenant compte la pression de saturation qui nous permet de déterminer l'état du fluide soit vapeur, liquide ou transition, afin d'avoir la densité, viscosité et la conductivité dans chaque état. Le test de convergence est effectué sur les températures d'interface coussinet/fluide et arbre/fluide. Si la condition de convergence est vérifiée on détermine les paramètres globaux sinon on itère pour de nouvelles valeurs de températures d'interfaces.

Après la résolution du problème THD qui consiste à trouver la position d'équilibre du rotor, la détermination de la température dans le fluide nous permet de déterminer la viscosité. La résolution de l'équation de REYNOLDS en régime transitoire nous permet de déterminer la charge pour chaque lobe et ainsi de calculer les coefficients dynamiques.

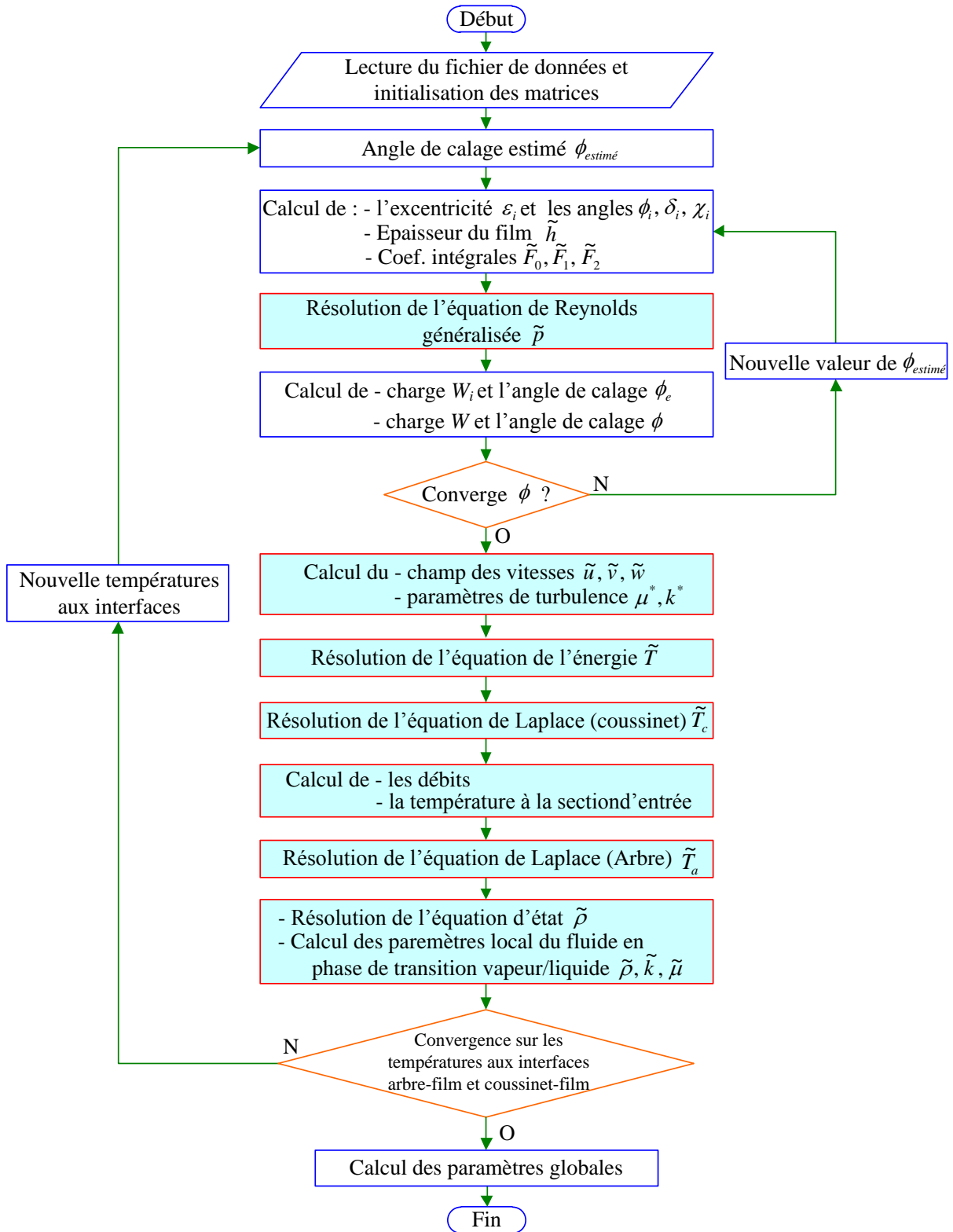


Figure 2. 26 : Organigramme de résolution du problème THD à excentricité imposée.

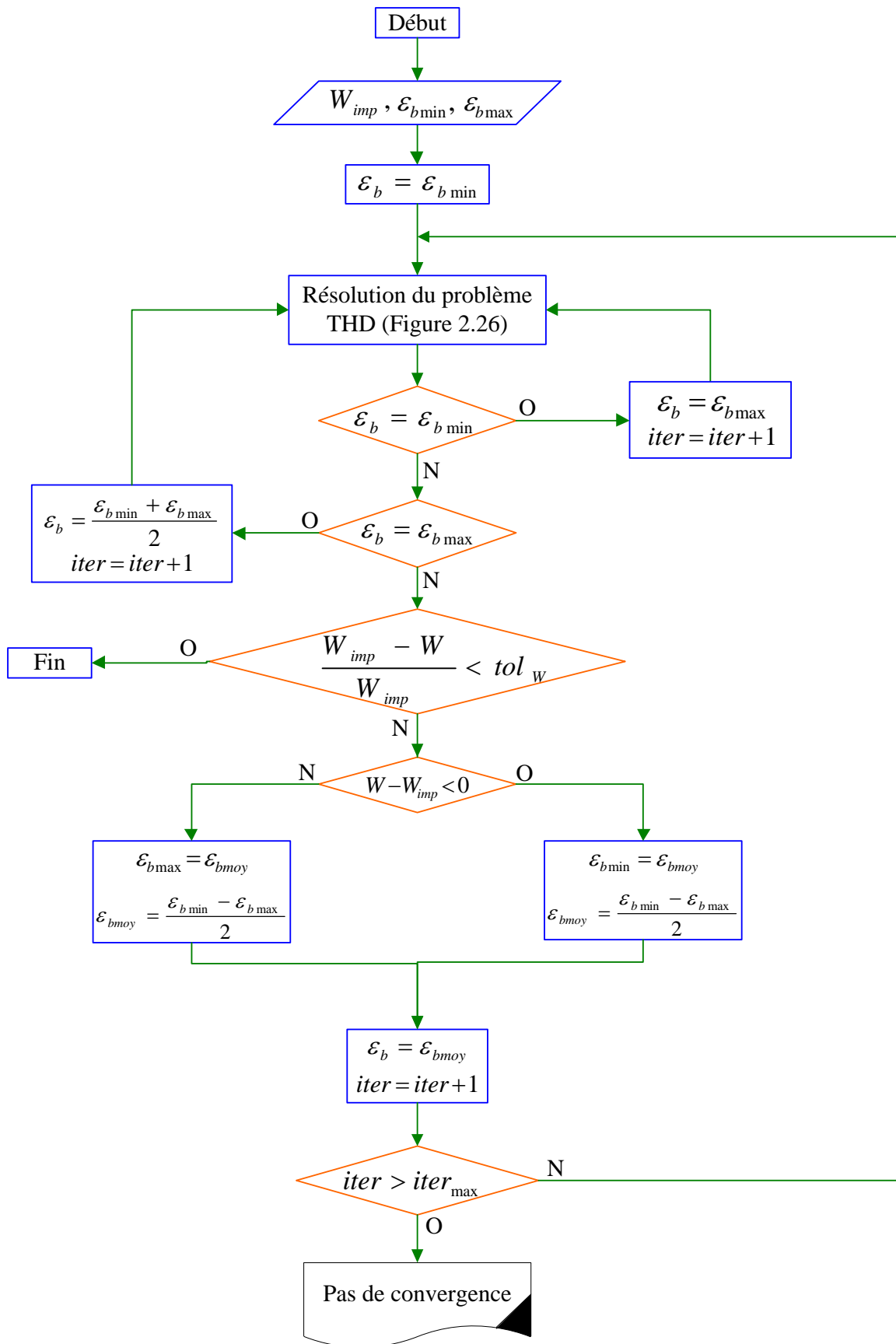


Figure 2. 27 : Organigramme de résolution dans le cas d'une charge imposée.

2.11. Conclusion

Le problème ThermoHydroDynamique des paliers à feuilles a été défini en précisant les équations de base qui régissent l'écoulement, les transferts de chaleur dans un film fluide mince visqueux et les conditions aux limites qui leur sont associées.

Ce chapitre présente les équations de base qui régissent l'écoulement à deux phases. Pour cela nous avons utilisé l'équation d'état de PENG-ROBINSON pour obtenir la densité de la vapeur ou du liquide. Dans le domaine de transition la densité est calculée par le modèle de VAN ODYCK.

Nous avons également mis en place une équation de REYNOLDS généralisée (GRE) en régime permanent et transitoire qui tient en compte l'écoulement à deux phases et du modèle de turbulence. Toutefois, afin d'obtenir des valeurs réalistes de la pression et de la densité, nous avons besoin d'un modèle efficace pour d'autres paramètres locaux. Les variations de température obtenues par résolution de l'équation d'énergie 3D influent directement sur la densité et la viscosité du fluide. La turbulence affecte la viscosité et la conductivité thermique. Le modèle turbulent est directement lié aux autres parties du modèle, et influe sur le champ de pression et de la densité, ainsi que les transferts thermiques dans le coussinet et l'arbre. Les équations de LAPLACE pour le coussinet et l'arbre donnent respectivement un champ de température dans le coussinet et dans l'arbre. L'obtention des principales caractéristiques statiques du palier a été abordée.

Les approches linéaires décrites au paragraphe 2.8 ont été utilisées pour déterminer les caractéristiques dynamiques et la masse critique pour palier à feuilles à plusieurs secteurs lubrifié par un gaz réfrigérant.

Chapitre

3

Résultats et discussions

Nous avons détaillé dans le précédent chapitre les différents modèles théoriques ainsi que la démarche de résolution numérique. Dans ce chapitre, nous allons présenter les résultats obtenus et les analyser.

Sommaire

3.1.	Caractéristiques et conditions de fonctionnement	82
3.2.	Comportement statique et dynamique du gaz et du palier pour des conditions de fonctionnement sévères	83
3.2.1.	Champs de pression	83
3.2.2.	Les champs de température	87
3.2.3.	Le comportement du lubrifiant dans la direction transversale	92
3.2.4.	Épaisseur de film minimale	96
3.2.5.	Débit d'alimentation	96
3.2.6.	Couple de frottement	98
3.2.7.	Température maximale du film	98
3.2.8.	Coefficients dynamiques	100
3.3.	Conclusion	102

3.1. Caractéristiques et conditions de fonctionnement

Nous avons utilisé deux types de paliers à feuilles (GFB) (figure 3.1) dont les caractéristiques et les conditions de fonctionnement sont décrits dans le tableau 1.

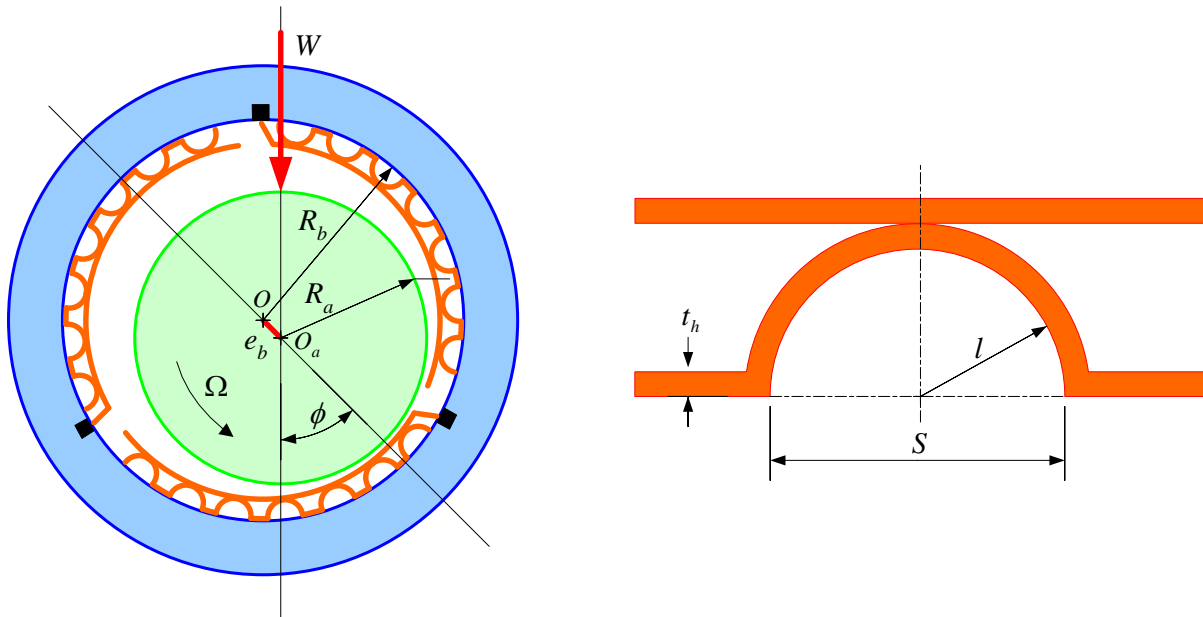


Figure 3. 1 : Schématisation d'un palier à trois lobes déformables.

Tableau 1: Caractéristiques du palier et les conditions de fonctionnements [GAR13] [BAR11].

Caractéristiques	Valeurs	
<u>Palier</u>	G.F.B (1)	G.F.B(2)
Largeur, L [mm].....	27	50
Diamètre de l'arbre, $2R_a$ [mm].....	28	40
Jeu d'assemblage, C_b [μm].....	90	90
Nombre de lobes, nl	3	3
Excentricité relative, ε_b [-].....	0,1-0,9	0,1-0,9
Vitesse de rotation, Ω [tr/mn].....	40 000-180 000	40 000-180 000
Pré-charge, m [-].....	0,1-0,9	0,1-0,9
Amplitude angulaire des rainures, γ_i [deg].....	10	10
Coefficients d'échange thermique global, h_a, h_c [$W.m^{-2}.K^{-1}$].....	80	80
Conductivité thermique, k_a, k_c [$W.m^{-1}.K^{-1}$].....	36	36
Epaisseur de la feuille ondulée, t_h [m].....	0,1016	0,1016
Rayon de la feuille ondulée, l [m].....	1,778	1,778
Pas de la feuille ondulée, S [m].....	4,572	4,572
Module de YOUNG, E [GPa].....	200	200
Coefficient de POISSON, ν [-].....	0,31	0,31
<u>Lubrifiant</u>	245fa (1,1,1,3,3-Pentafluoropropane)	
Pression d'alimentation, p_0 [MPa].....	0,1	
Température du lubrifiant à l'alimentation, T_0 [°K].....	293,15	
Nom.....	R245fa	

Viscosité, μ [$\mu Pa.s$]	12,3
Masse molaire, \mathcal{M} [$g.mol^{-1}$]	134,05
Capacité calorifique c_p [$J.kg^{-1}.K^{-1}$]	976,9
Conductivité thermique k_0 [$W.m^{-1}.K^{-1}$]	0,012
Pression critique p_{cr} [MPa]	3,651
Température critique T_{cr} [$^{\circ}K$]	427,16

3.2. Comportement statique et dynamique du gaz et du palier pour des conditions de fonctionnement sévères

3.2.1. Champs de pression

Les figures 3.2, 3.5, 3.7 et 3.9 montrent l'évolution du champ de pression qui est clairement fonction de la position axiale et circonférentielle. L'emplacement de la zone à haute pression est centrée à mi-longueur dans notre cas au second lobe quelles que soient les conditions de fonctionnement utilisées. Dans la zone de haute pression, près d'un quart des bords d'appui, l'augmentation de la pression est d'au moins 20% inférieure à celle de la pression à mi-longueur (figure 3.3). Nous avons pris pour le calcul 180 points dans la direction circonférentielle, et 31 points en direction axiale.

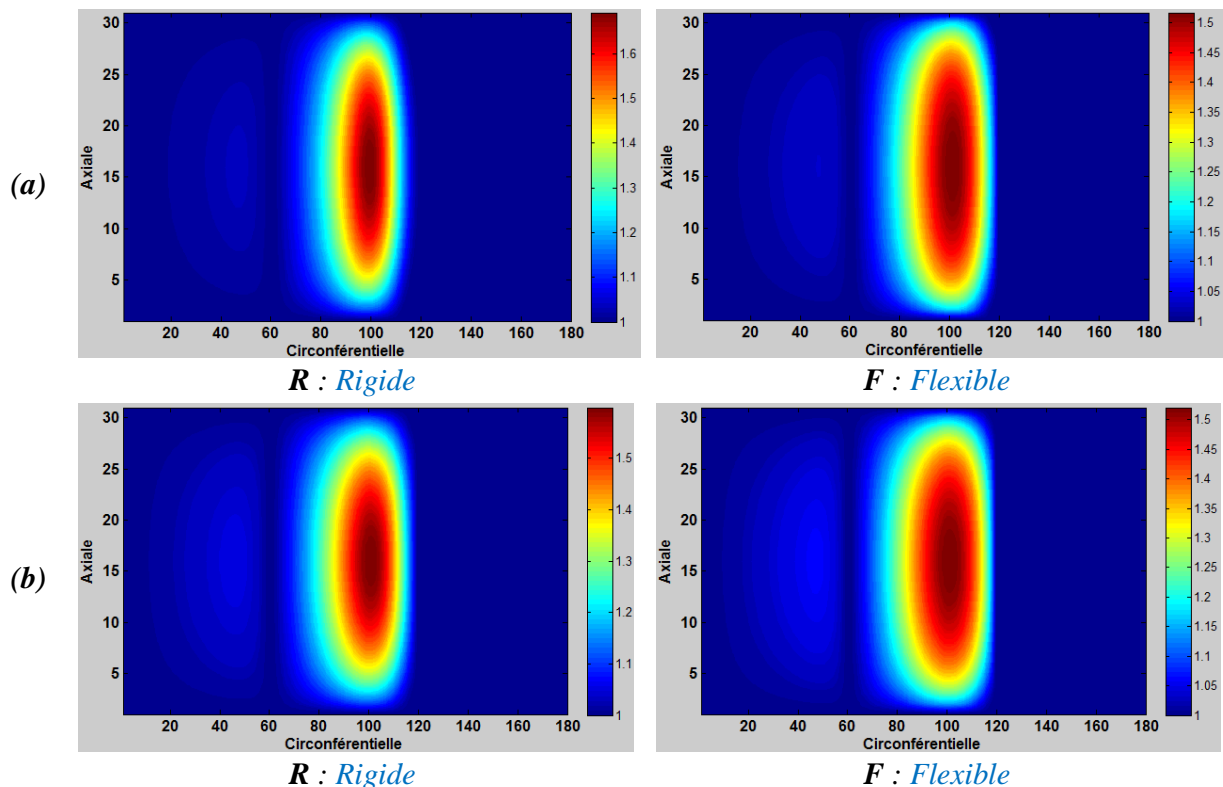
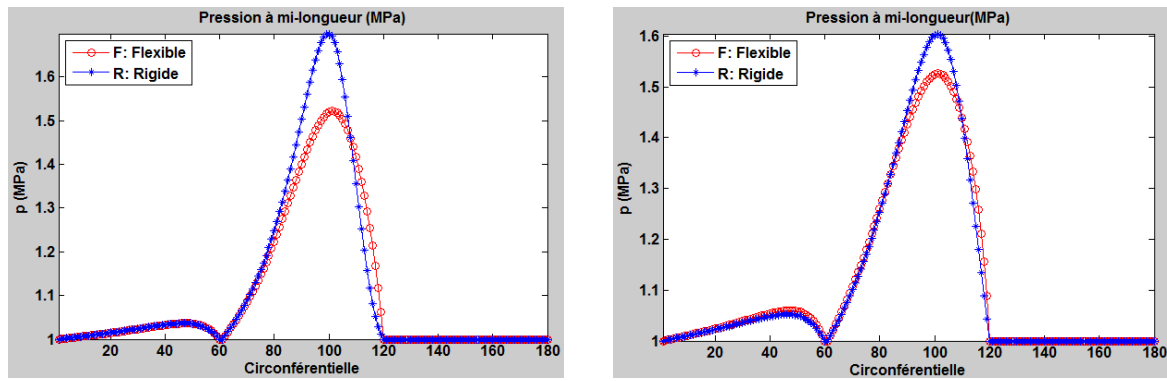


Figure 3. 2 : (a) Champ de pression G.F.B (I). Chargement 15 N, Vitesse de rotation 120 000 tr/min, Précharge $m = 0,2$. (R : $\varepsilon = 0,85, \phi = 14,79^{\circ}$), (F : $\varepsilon = 0,90, \phi = 12,28^{\circ}$).
(b) Champ de pression G.F.B (I). Chargement 15 N, Vitesse de rotation 180 000 tr/min, Précharge $m = 0,2$. (R : $\varepsilon = 0,73, \phi = 20,21^{\circ}$), (F : $\varepsilon = 0,81, \phi = 15,6^{\circ}$).

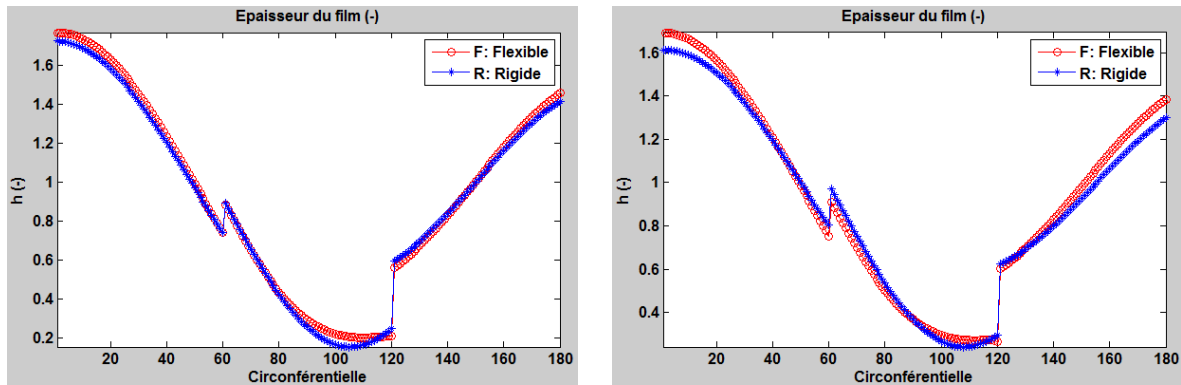


(a) Vitesse de rotation 120 000 tr/min

(b) Vitesse de rotation 180 000 tr/min

Figure 3. 3 : Pression à mi-longueur G.F.B (I). Chargement 15 N, Précharge $m = 0,2$

Les figures (3.2(a) et 3.2(b)) représentent les champs de pression d'un palier à feuilles fonctionnant en régime permanent calculé pour un chargement 15 N, vitesse de rotation de l'arbre 120 000 tr/min et 180 000 tr/min et une précharge géométrique 0,2. On observe que l'effet de la feuille élastique ondulée conduit à un élargissement de la distribution de pression dans la direction circonférentielle et axiale du palier donc une augmentation de la surface de haute pression, ainsi qu'une légère réduction de la pression maximale qui conduit à une augmentation de l'excentricité. L'augmentation de l'épaisseur de film minimale pour le palier flexible explique la diminution de pression maximale lorsque la charge est fixe (figure 3.4). L'augmentation de la vitesse entraîne une diminution de l'excentricité.



(a) Vitesse de rotation 120 000 tr/min

(b) Vitesse de rotation 180 000 tr/min

Figure 3. 4 : Epaisseur du film G.F.B (I). Chargement 15 N, Précharge $m = 0,2$.

Sur les figures (3.5(a) et 3.5(b)), nous avons représenté le champ de pression pour une vitesse de rotation de 120 000 tr/min et 180 000 tr/min pour deux charges imposées. Une diminution de la charge conduit à un élargissement de la zone de haute pression dans la direction circonférentielle sur une grande surface et une légère diminution de la valeur de pression maximale (figure 3.6). L'augmentation de la vitesse de rotation n'affecte pas cette répartition spécifique, mais diminue l'excentricité relative et augmente l'angle de calage. Dans les figures (3.7(a), 3.7(b)) l'augmentation de la précharge géométrique conduit à une augmentation de la pression maximale à cause de la diminution de l'épaisseur du film mini (figure 3.8).

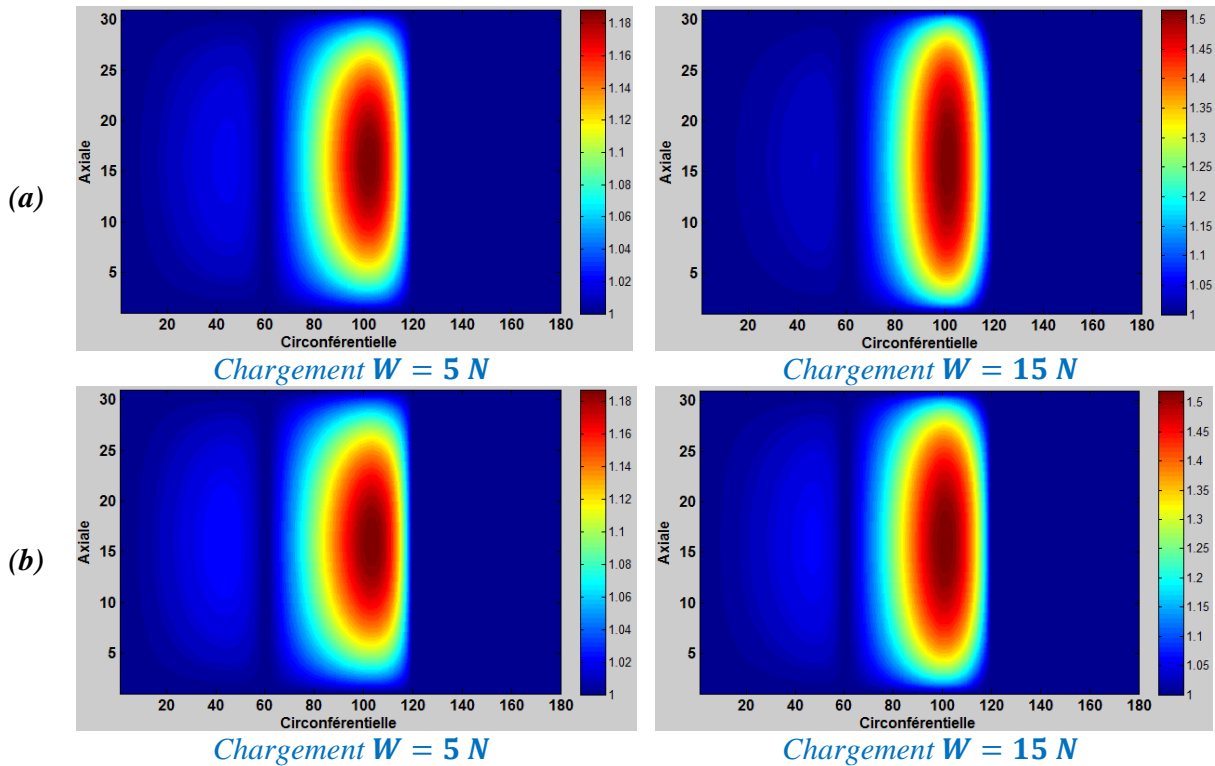


Figure 3. 5 : (a) Champ de pression (Flexible) G.F.B (1), Vitesse de rotation **120 000 tr/min**, Précharge **$m = 0, 2$** . ($W = 5 N : \varepsilon = 0,61, \phi = 33,74^\circ$), ($W = 15 N : \varepsilon = 0,90, \phi = 12,28^\circ$).
 (b) Champ de pression (Flexible) G.F.B (1), Vitesse de rotation **180 000 tr/min**, Précharge **$m = 0, 2$** . ($W = 5 N : \varepsilon = 0,47, \phi = 48,10^\circ$), ($W = 15 N : \varepsilon = 0,81, \phi = 15,6^\circ$).

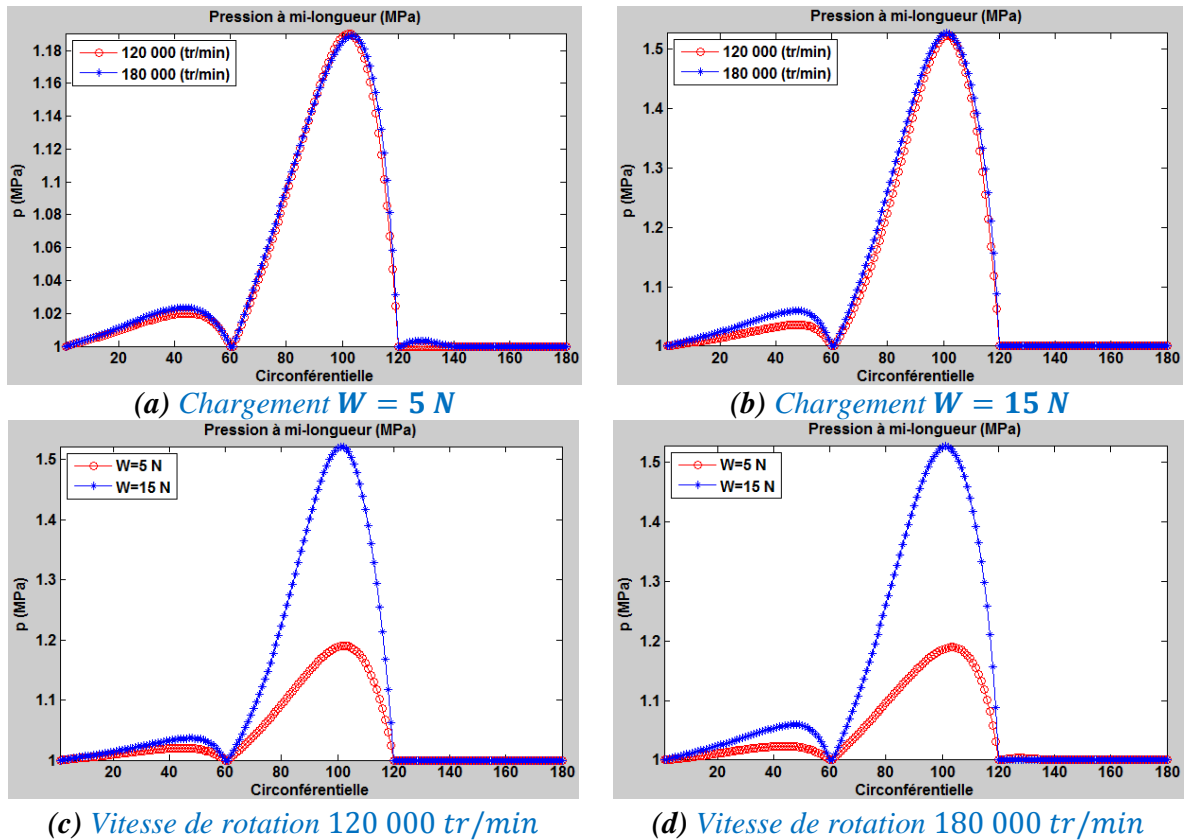


Figure 3. 6 : Pression à mi-longueur (Flexible) G.F.B (1), Précharge **$m = 0, 2$** .

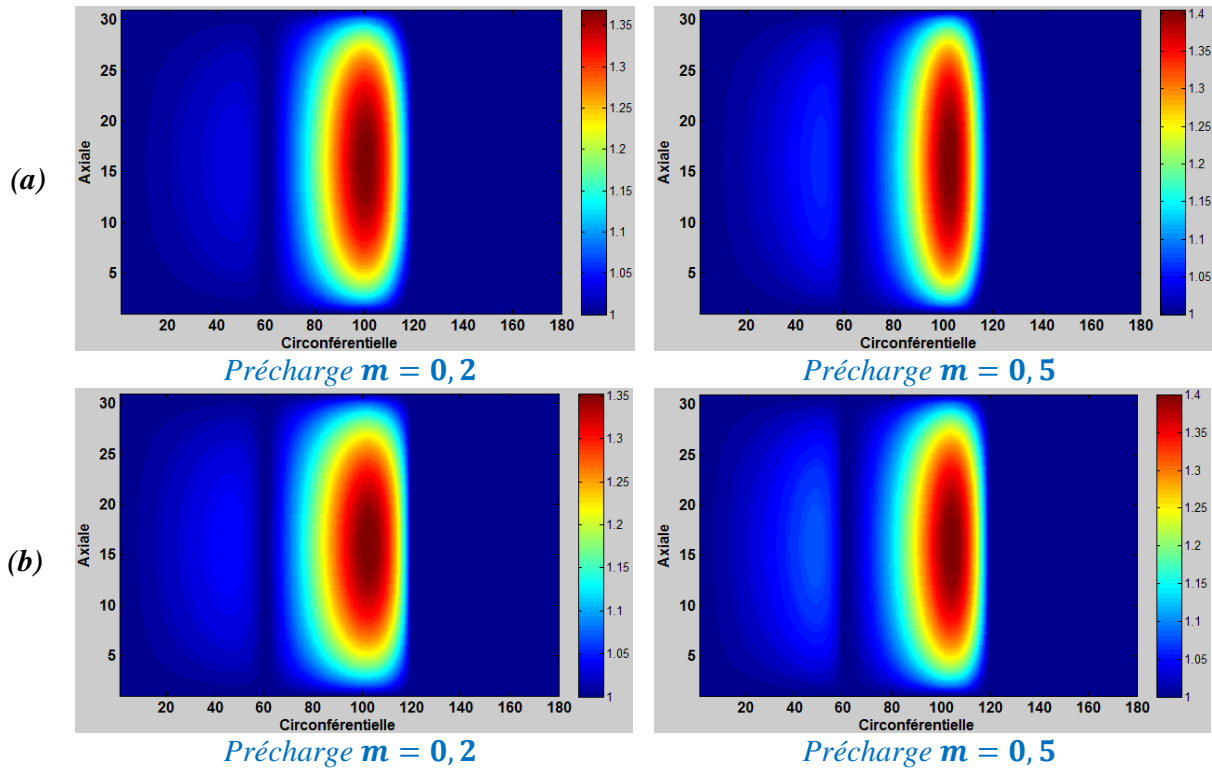
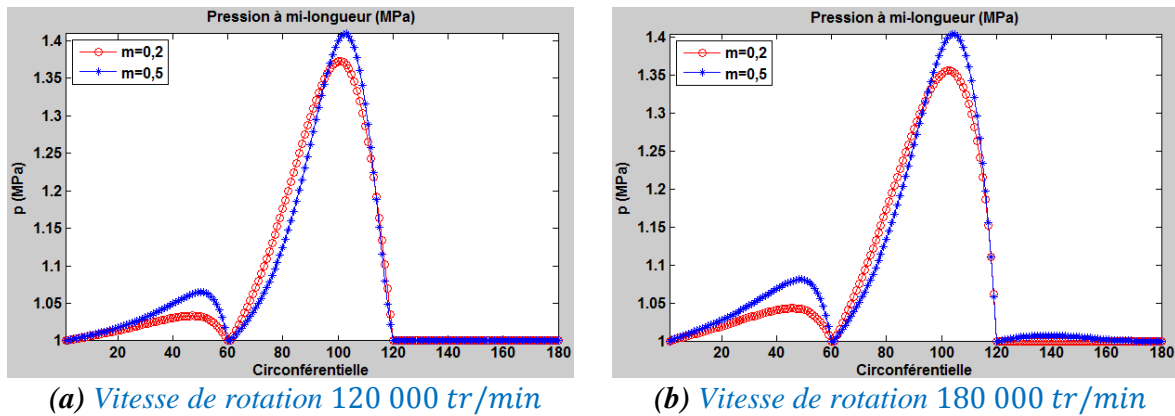


Figure 3. 7: (a) Champ de pression (Flexible) G.F.B (I). Chargement 10 N, Vitesse de rotation 120 000 tr/min. ($m = 0,2 : \varepsilon = 0,81, \phi = 16,78^\circ$), ($m = 0,5 : \varepsilon = 0,99, \phi = 0,91^\circ$).
 (b) Champ de pression (Flexible) G.F.B (I). Chargement 10 N, Vitesse de rotation 180 000 tr/min. ($m = 0,2 : \varepsilon = 0,69, \phi = 25,82^\circ$), ($m = 0,5 : \varepsilon = 0,81, \phi = 08,06^\circ$).



(a) Vitesse de rotation 120 000 tr/min
 (b) Vitesse de rotation 180 000 tr/min
Figure 3. 8 : (a) Pression à mi- longueur (Flexible) G.F.B (I). Chargement 10 N.

Sur les figures (3.9(a) et 3.9(b)), on a représenté le champ de pression pour une vitesse de rotation de 120 000 tr/min et 180 000 tr/min respectivement avec une charge de 10 N et une précharge 0,2 pour deux paliers différents. En comparant les deux cas, l'effet des dimensions géométriques (les dimensions du deuxième palier sont plus importantes que le premier) se traduit par une augmentation de la zone de haute pression et une diminution de la pression maximale (figure 3.10) lorsque la charge est imposée, ainsi que la contribution des deux autres lobes. L'augmentation de la vitesse de rotation entraîne la diminution de l'excentricité relative et élargit la répartition de la pression. Il est à noter que le troisième devient inactif.

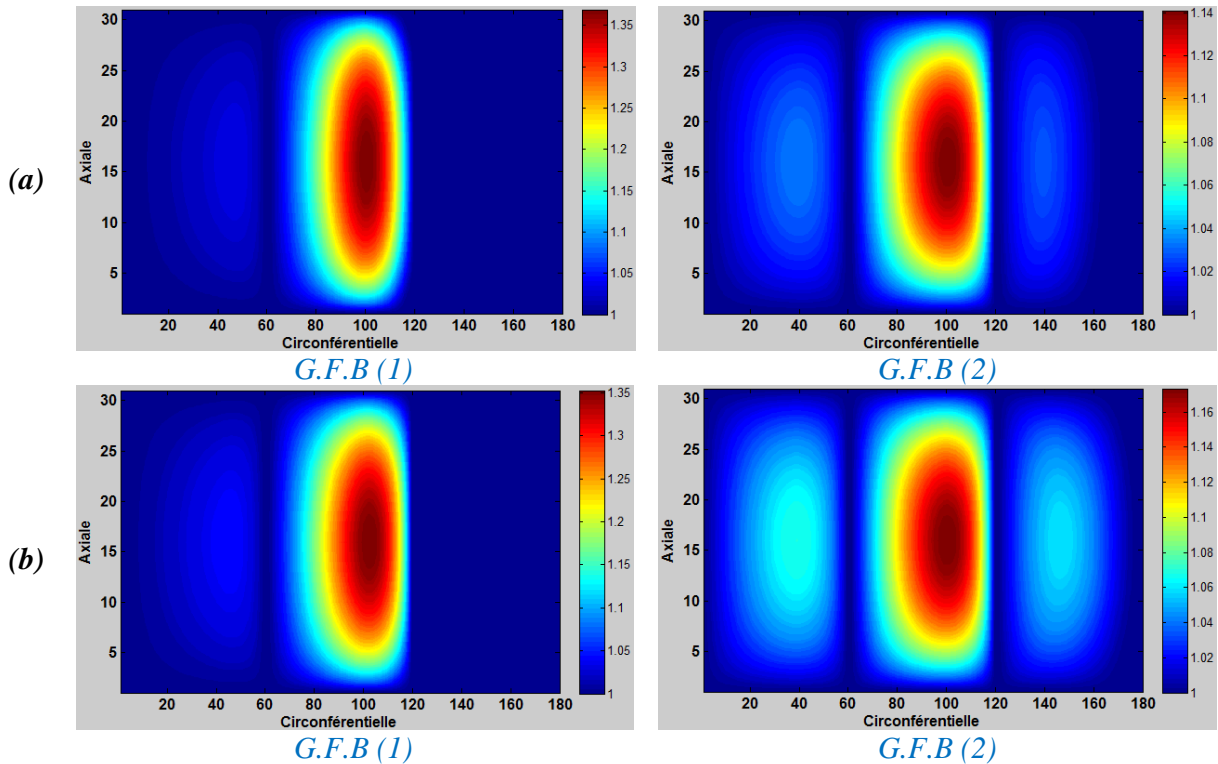


Figure 3. 9: (a) Champ de pression (*Flexible*). Chargement 10 N , Vitesse de rotation $120\ 000\text{ tr/min}$, Précharge $m = 0,2$. (G.F.B (1) : $\varepsilon = 0,81$, $\phi = 16,78^\circ$), (G.F.B (2) : $\varepsilon = 0,25$, $\phi = 62,88^\circ$). (b) Champ de pression (*Flexible*). Chargement 10 N , Vitesse de rotation $180\ 000\text{ tr/min}$, Précharge $m = 0,2$. (G.F.B (1) : $\varepsilon = 0,69$, $\phi = 25,82^\circ$), (G.F.B (2) : $\varepsilon = 0,16$, $\phi = 61,03^\circ$).

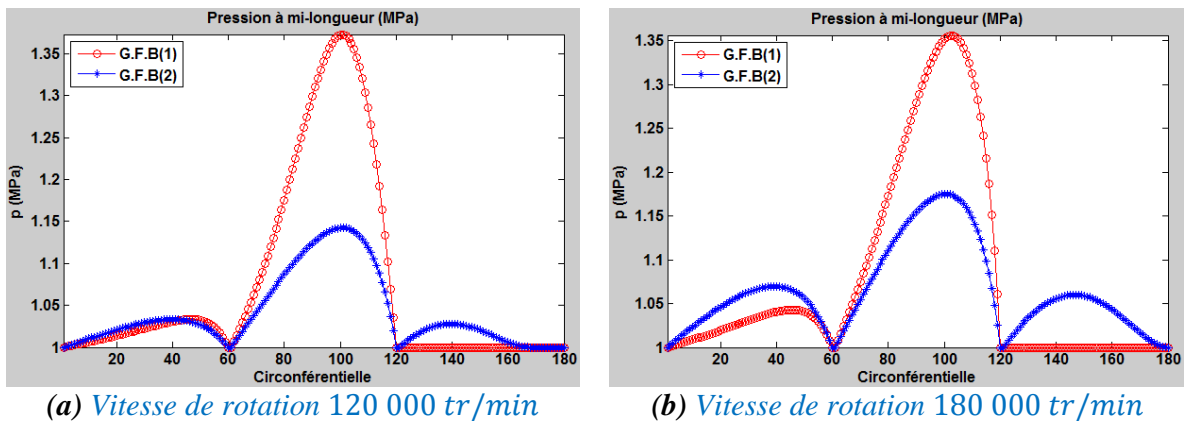


Figure 3. 10 : (a) Pression à mi-longueur (*Flexible*). Chargement 10 N , Précharge $m = 0,2$.

3.2.2. Les champs de température

La figure (3.11) représente le champ de température du film et les lignes de courant à mi-épaisseur. On peut noter que les bords d'appui sont des zones d'échange de température de lubrifiant avec l'environnement extérieur (à la fois à l'entrée et à la sortie du fluide). Cet échange a une influence importante sur la température. En raison de la déformation de la structure pour une charge fixe, on observe une augmentation de la zone de température maximale à la position minimale du film (figure 3.12).

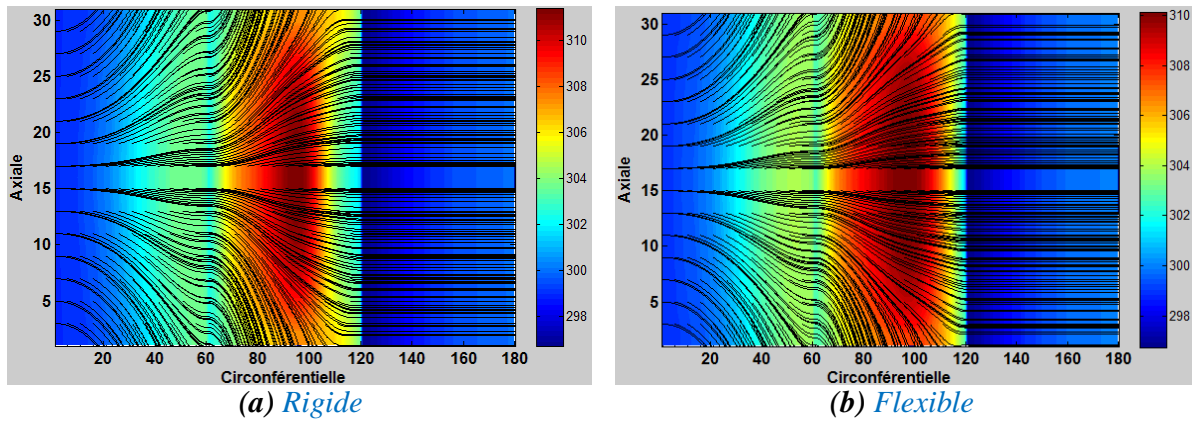


Figure 3. 11 : Champ et gradient de température à mi-épaisseur du film, **G.F.B (1)**, Chargement **15 N**, Vitesse de rotation **120 000 tr/min**, Précharge **$m = 0,2$** ((a) : $\varepsilon = 0,85, \phi = 14,79^\circ$), ((b) : $\varepsilon = 0,9, \phi = 12,28^\circ$).

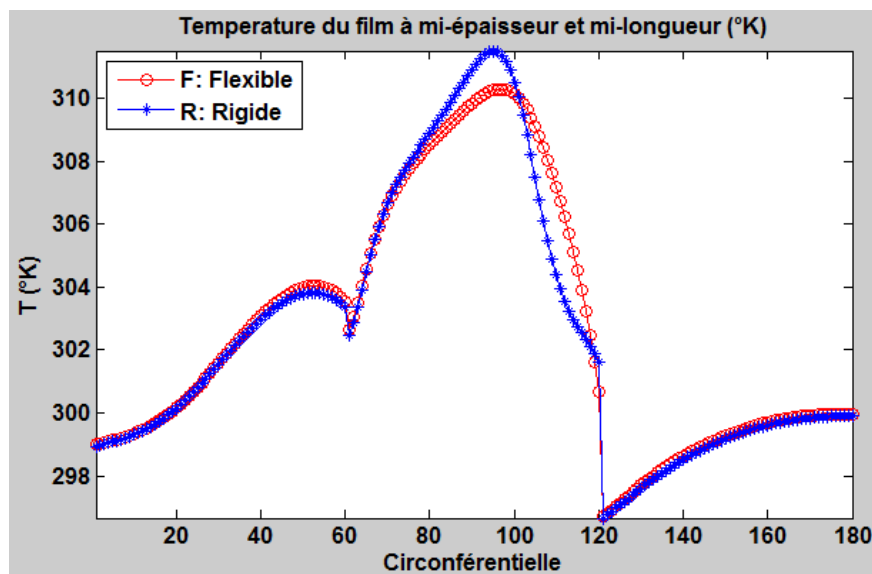


Figure 3. 12 : Température du film à mi-épaisseur et à mi-longueur, **G.F.B (1)**, Chargement **15 N**, Vitesse de rotation **120 000 tr/min**, Précharge **$m = 0,2$** .

Le champ de température du film fluide du palier à feuille G.F.B (1) pour les conditions de fonctionnement, pour les deux charges 5 N et 15 N , la vitesse de rotation de l'arbre $120\ 000\text{ tr/min}$ et $180\ 000\text{ tr/min}$ et deux valeurs de précharge géométrique $0,2$ et $0,5$ est représenté sur les deux figures suivantes (figures 3.13) et (figure 3.15). Ces deux figures présentent les champs de température à mi épaisseur du film lubrifiant respectivement pour deux charges et deux précharges. La température du film lubrifiant augmente le long de la direction circonférentielle, et la valeur maximale se situe au voisinage de l'épaisseur de film minimale. Ensuite, le gaz est aspiré dans la rainure suivante, au début du lobe le gaz aspiré se mélange avec le flux de recirculation; ainsi, la température est refroidie près du point 120° dans la direction circonférentielle, comme le représentent les quatre figures suivantes. On peut noter que l'augmentation de la vitesse et de la charge augmente la température maximale (figure 3.14). L'augmentation de la précharge diminue légèrement la température maximale du fluide (figure 3.15 et figure 3.16).

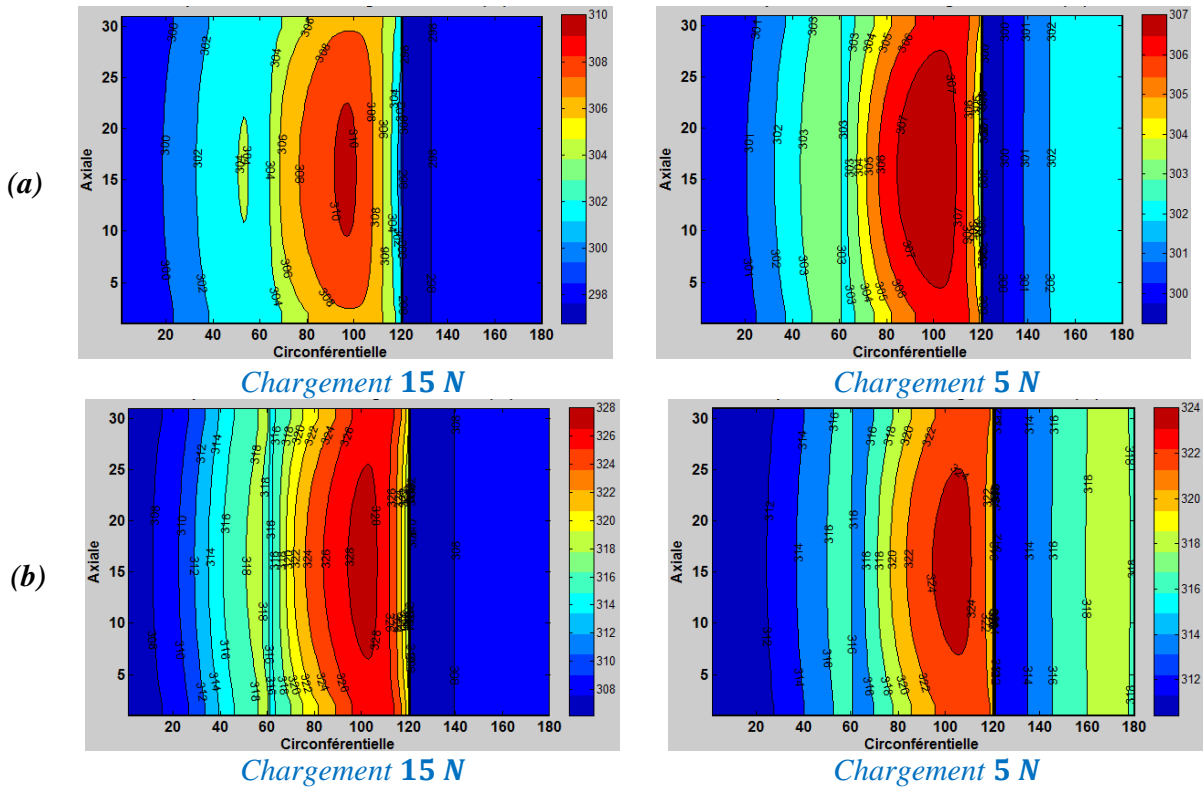
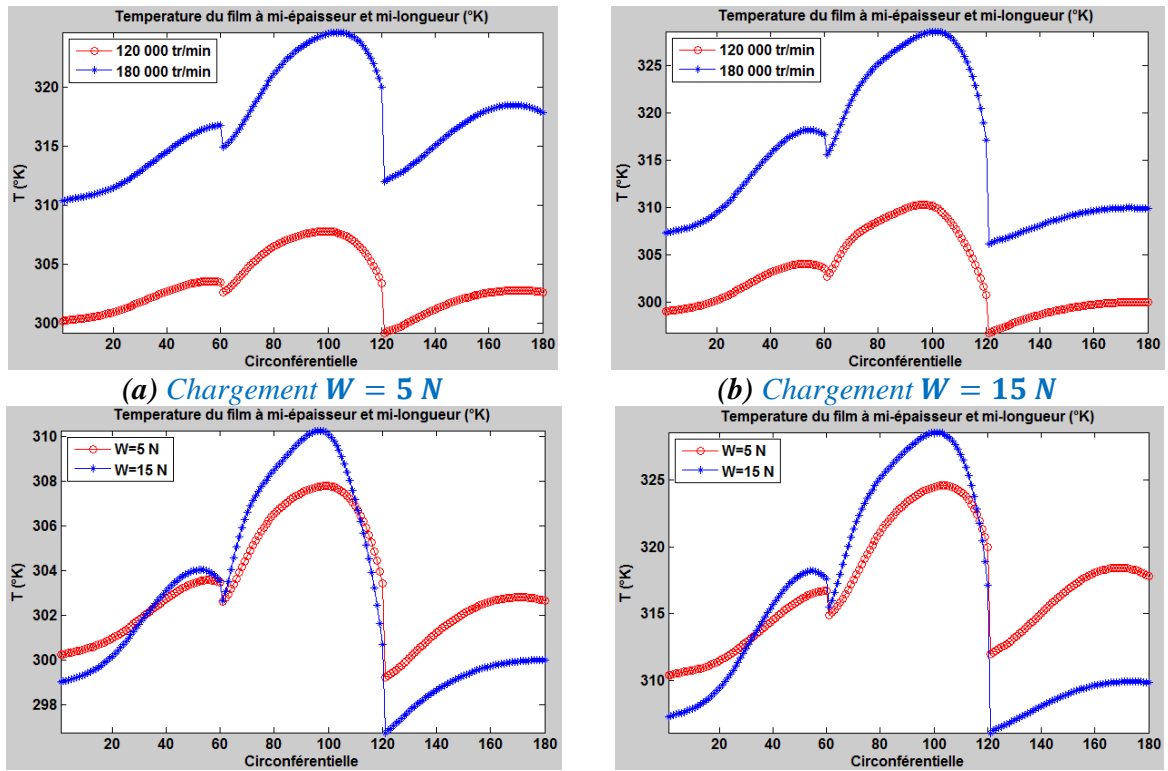


Figure 3.13 : (a) Température à mi-épaisseur du film (*Flexible*), G.F.B (1), Vitesse de rotation 120 000 tr/min, Précharge $m = 0, 2$. (b) Température à mi-épaisseur du film (*Flexible*), G.F.B (1), Vitesse de rotation 180 000 tr/min, Précharge $m = 0, 2$.



(a) Vitesse de rotation 120 000 tr/min (b) Vitesse de rotation 180 000 tr/min
 Figure 3.14 : Température du fluide à mi-épaisseur et à mi-longueur (*Flexible*) G.F.B(1), Précharge $m = 0, 2$.

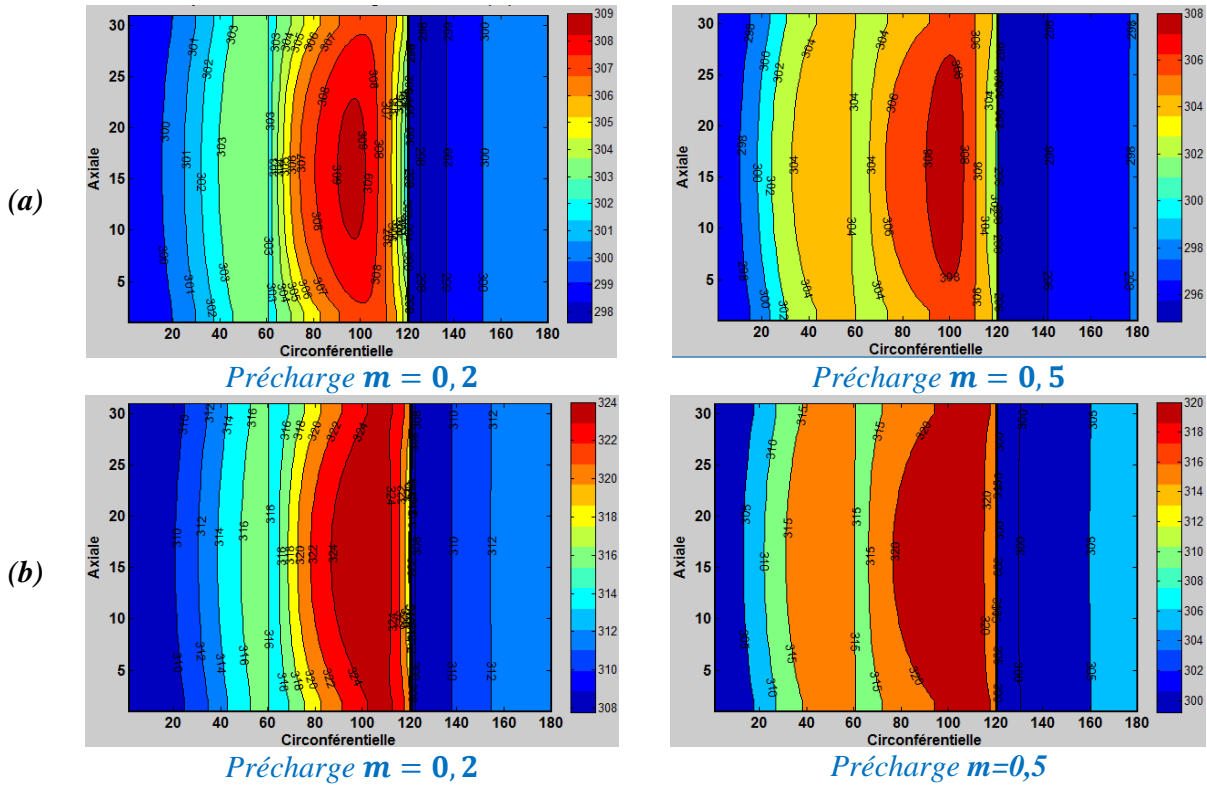
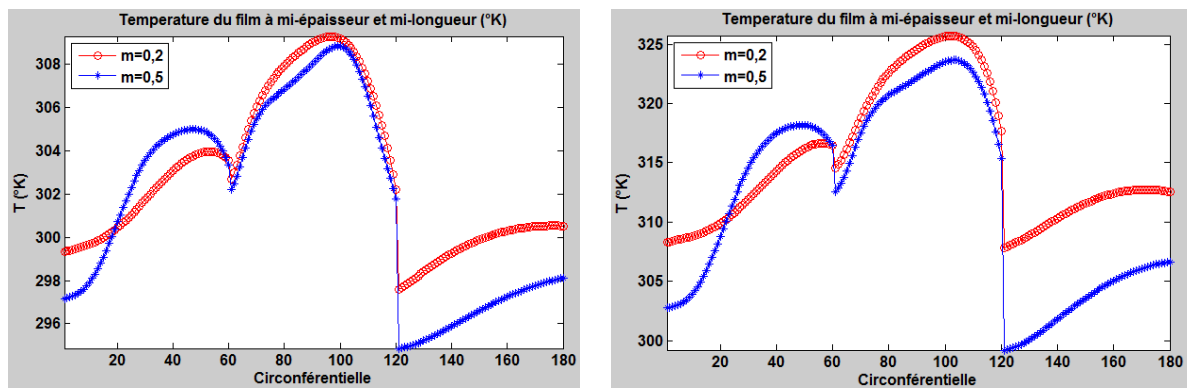


Figure 3. 15 : (a) Température à mi-épaisseur du film (*Flexible*), *G.F.B (I)*, Chargement 10 N, Vitesse de rotation 120 000 tr/min. (b) Température à mi-épaisseur du film (*Flexible*), *G.F.B (I)*, Chargement 10 N, Vitesse de rotation 180 000 tr/min.



(a) Vitesse de rotation 120 000 tr/min (b) Vitesse de rotation 180 000 tr/min
Figure 3. 16 : Température du fluide à mi-épaisseur et à mi-longueur (*Flexible*) *G.F.B (I)*. Chargement 10 N.

En comparant les deux paliers, l'effet des dimensions géométriques se traduit par une augmentation de la température maximale lorsque la charge est imposée.

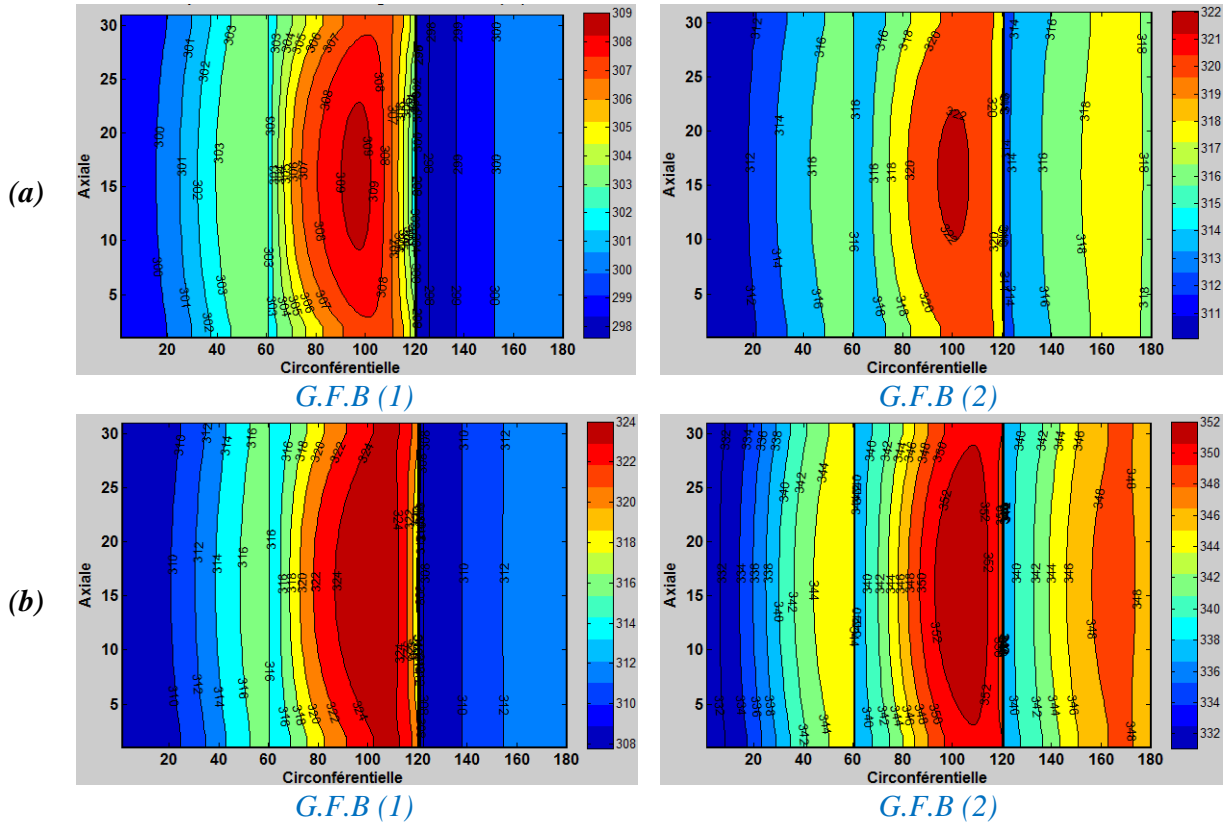
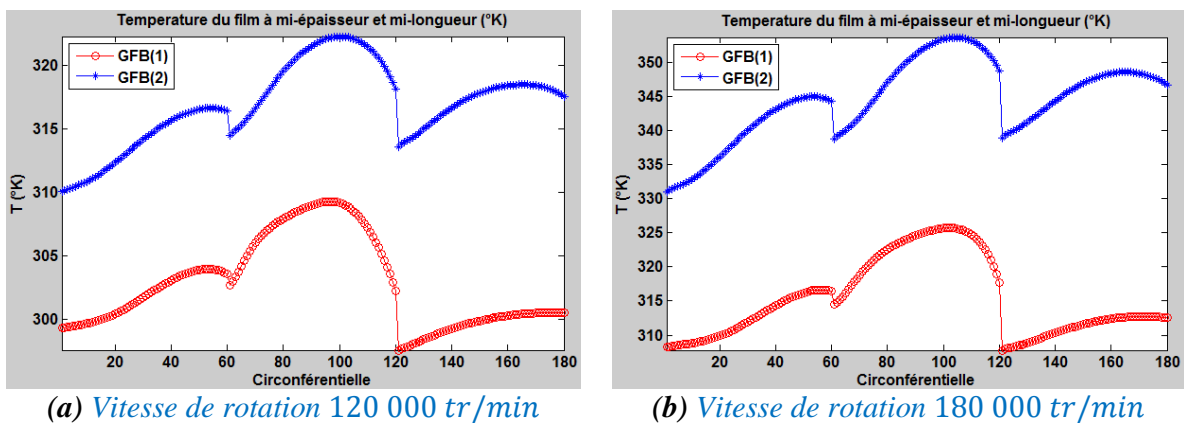


Figure 3.17 : (a) Température à mi- épaisseur du film (*Flexible*). Chargement 10 N, Vitesse de rotation 120 000 tr/min, Précharge $m = 0, 2$. (b) Température à mi- épaisseur du film (*Flexible*). Chargement 10 N, Vitesse de rotation 180 000 tr/min, Précharge $m = 0, 2$.



(a) Vitesse de rotation 120 000 tr/min
 (b) Vitesse de rotation 180 000 tr/min
 Figure 3.18 : Température du fluide à mi-épaisseur et à mi-longueur (*Flexible*). Chargement 10 N, Précharge $m = 0, 2$.

3.2.3. Le comportement du lubrifiant dans la direction transversale

Un des objectifs de cette étude est de décrire avec précision les phénomènes liés à la dissipation d'énergie et de chaleur. Nous voyons sur la figure (3.19, 3.20, 3.21 et 3.22) que, pour tous les cas a testés la distribution de la température à mi-longueur est très complexe et que les forts gradients de température radiale apparaissent. Ceci est le résultat de la contrainte de cisaillement et de la compressibilité du lubrifiant.

L'écoulement de COUETTE est dominant à proximité de la surface de l'arbre. L'écoulement est essentiellement unidirectionnel le long de la direction circonférentielle. Une inversion de débit se produit lorsque le gradient de pression est assez fort. D'un point de vue physique, nous pouvons observer que la recirculation est susceptible de créer une zone à haute température. Ces effets sont plus efficaces avec l'augmentation de la vitesse. On peut établir une corrélation entre la variation de la distance sans dimension de la paroi (Distance à partir du mur à mi-longueur) (figures 3.23 à 3.26) avec la viscosité turbulente. Ceci est une particularité de l'écoulement turbulent en film mince, où une grande partie de l'écoulement est fortement affectée par la proximité des parois.

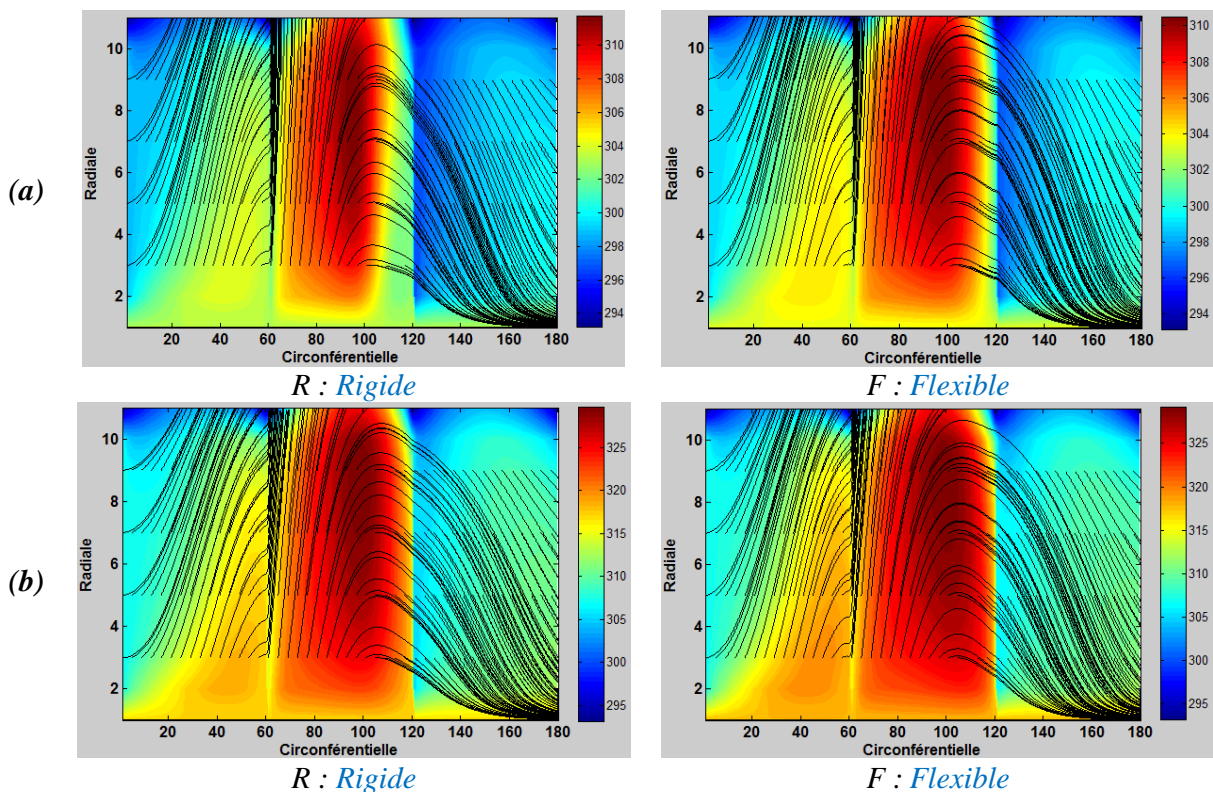


Figure 3. 19 : (a) Champ et de gradients de température à mi-longueur, **G.F.B (I)**, Chargement **15 N**, Vitesse de rotation **120 000 tr/min**, Précharge **$m = 0,2$** . (b) Champ et de gradients de température à mi- longueur, **G.F.B (I)**, Chargement **15 N**, Vitesse de rotation **180 000 tr/min**, Précharge **$m = 0,2$** .

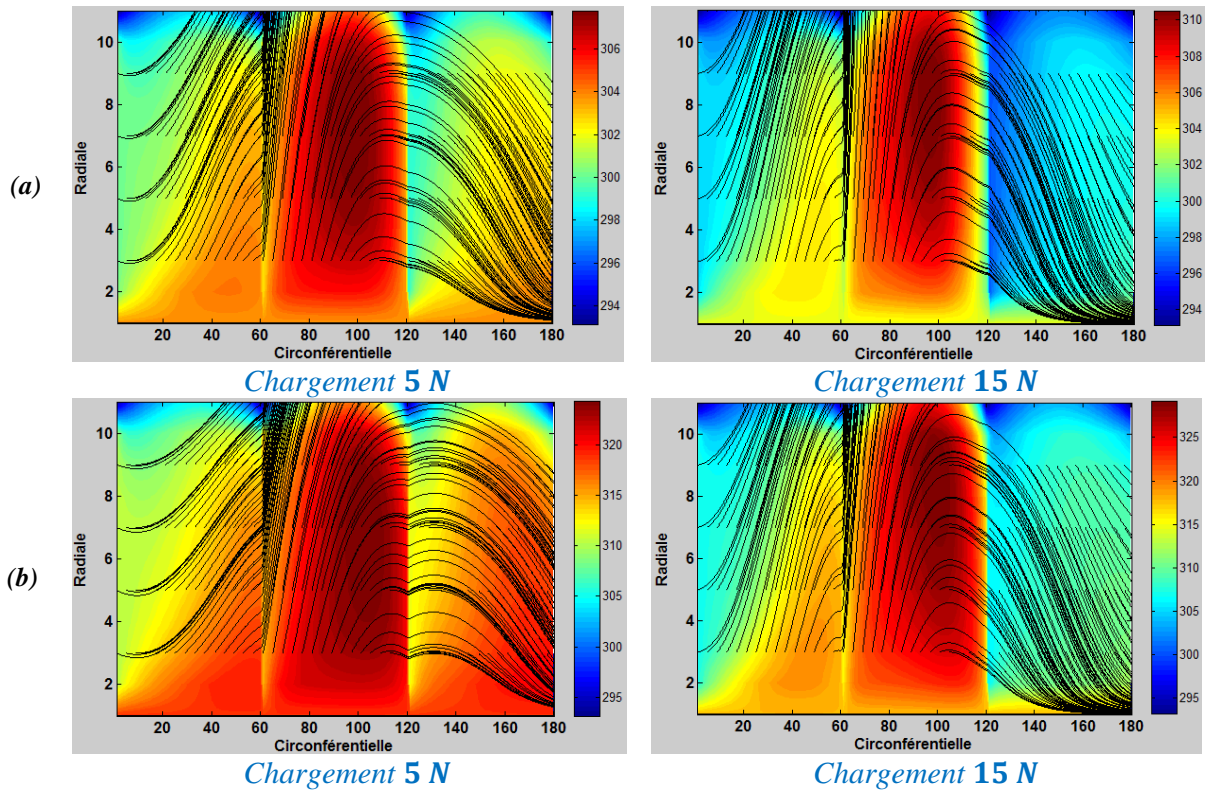


Figure 3. 20 : (a) Champ et de gradients de température à mi- longueur (*Flexible*), *G.F.B (1)*, Vitesse de rotation $120\ 000\ tr/min$, Précharge $m = 0,2$. (b) Champ et de gradients de température à mi- longueur (*Flexible*), *G.F.B (1)*, Vitesse de rotation $180\ 000\ tr/min$, Précharge $m = 0,2$.

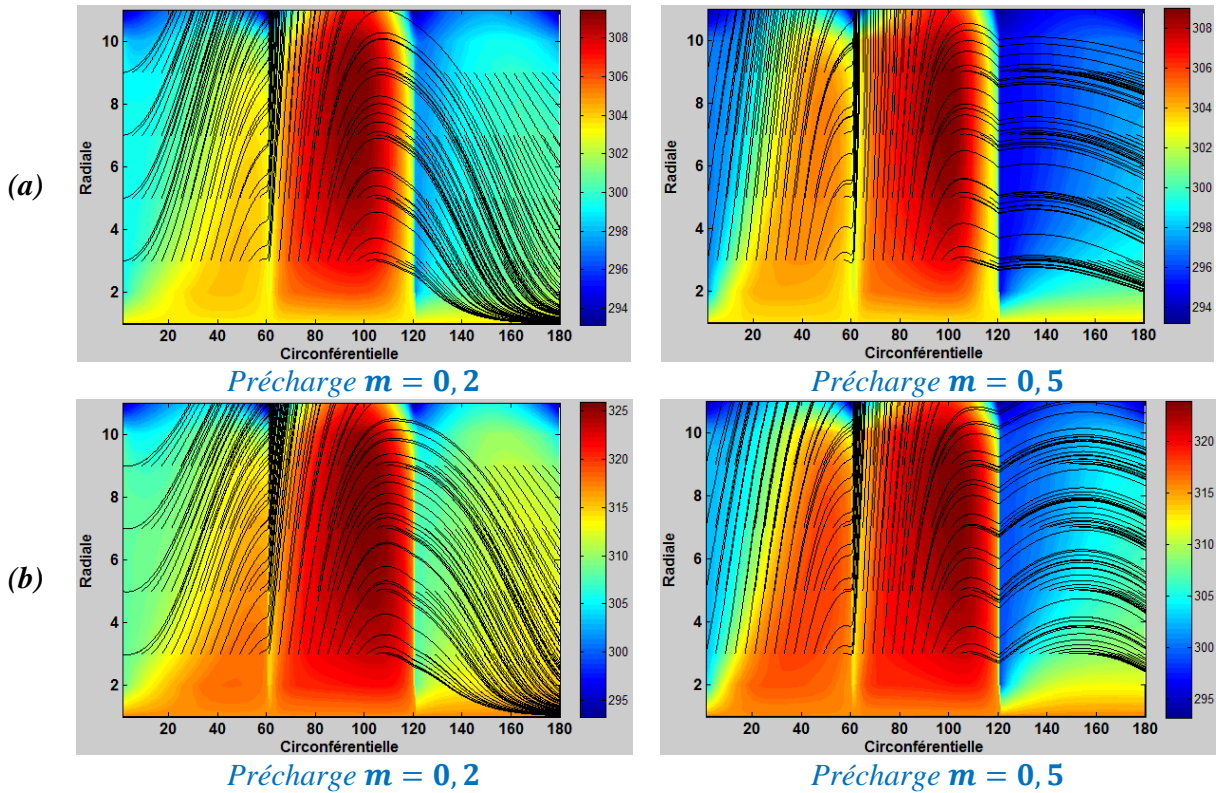


Figure 3. 21 : (a) Champ et de gradients de température à mi- longueur (*Flexible*), *G.F.B (1)*, Chargement $10\ N$, Vitesse de rotation $120\ 000\ tr/min$. (b) Champ et de gradients de température à mi- longueur (*Flexible*), *G.F.B (1)*, Chargement $10\ N$, Vitesse de rotation $180\ 000\ tr/min$.

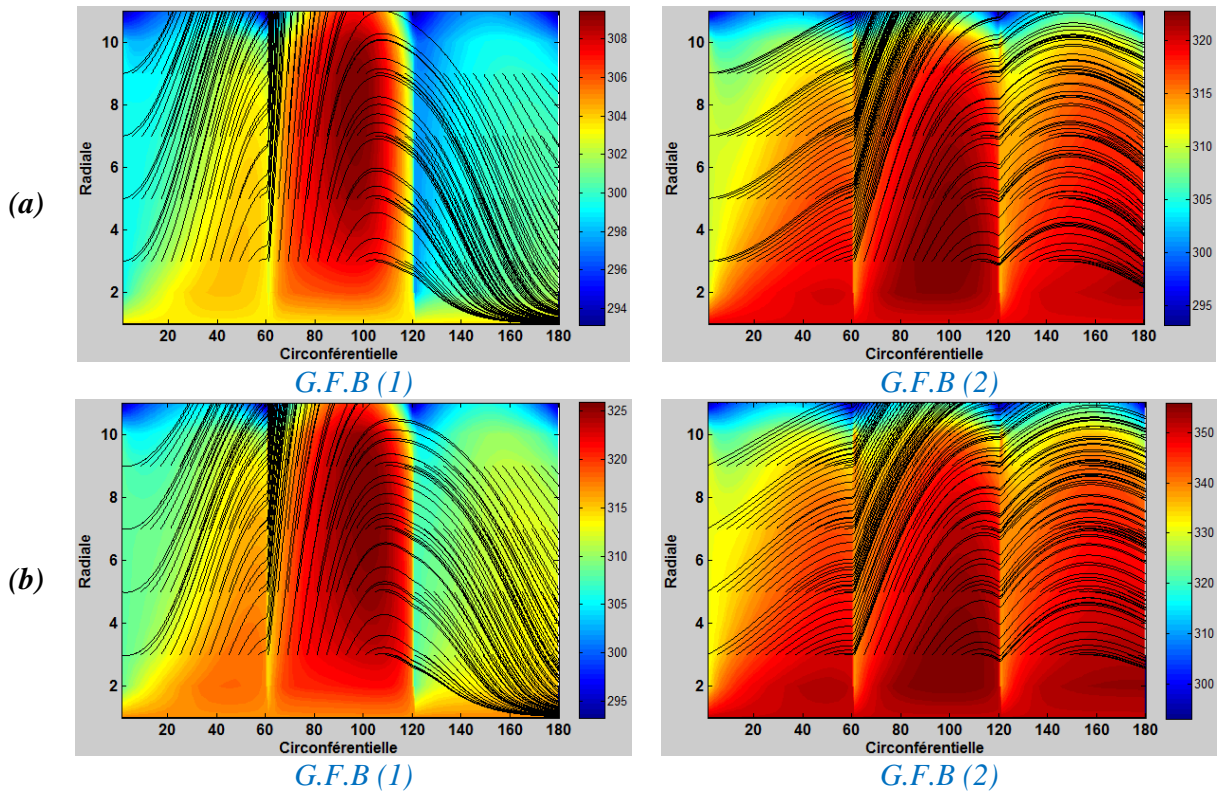


Figure 3. 22 : (a) Champ et de gradients de température à mi- longueur (*Flexible*). Chargement **10 N**, Vitesse de rotation **120 000 tr/min**, Précharge $m = 0,2$. (b) Champ et de gradients de température à mi- longueur (*Flexible*). Chargement **10 N**, Vitesse de rotation **180 000 tr/min**, Précharge $m = 0,2$.

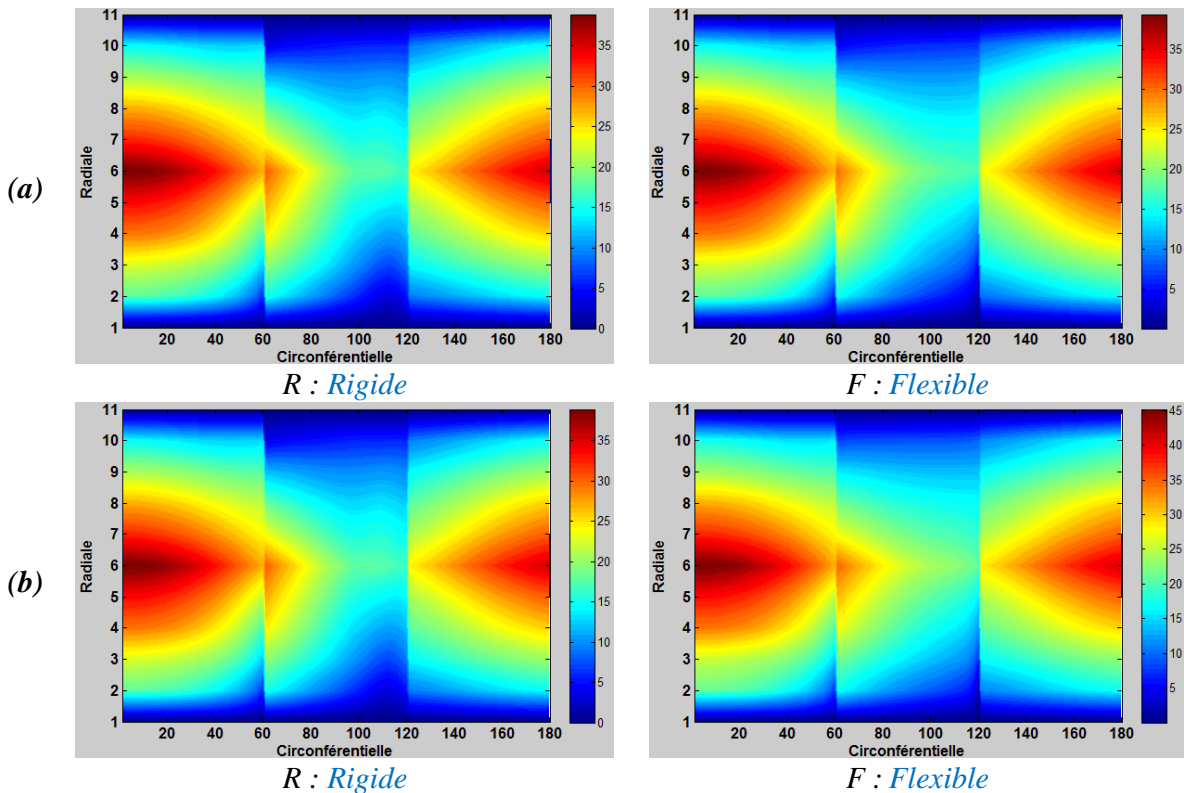


Figure 3. 23 : (a) Distance à partir du mur à mi-longueur (sans dimension), **G.F.B (1)**, Chargement **15 N**, Vitesse de rotation **120 000 tr/min**, Précharge $m = 0,2$. (b) Distance à partir du mur à mi-longueur (sans dimension), **G.F.B (1)**, Chargement **15 N**, Vitesse de rotation **180 000 tr/min**, Précharge $m = 0,2$.

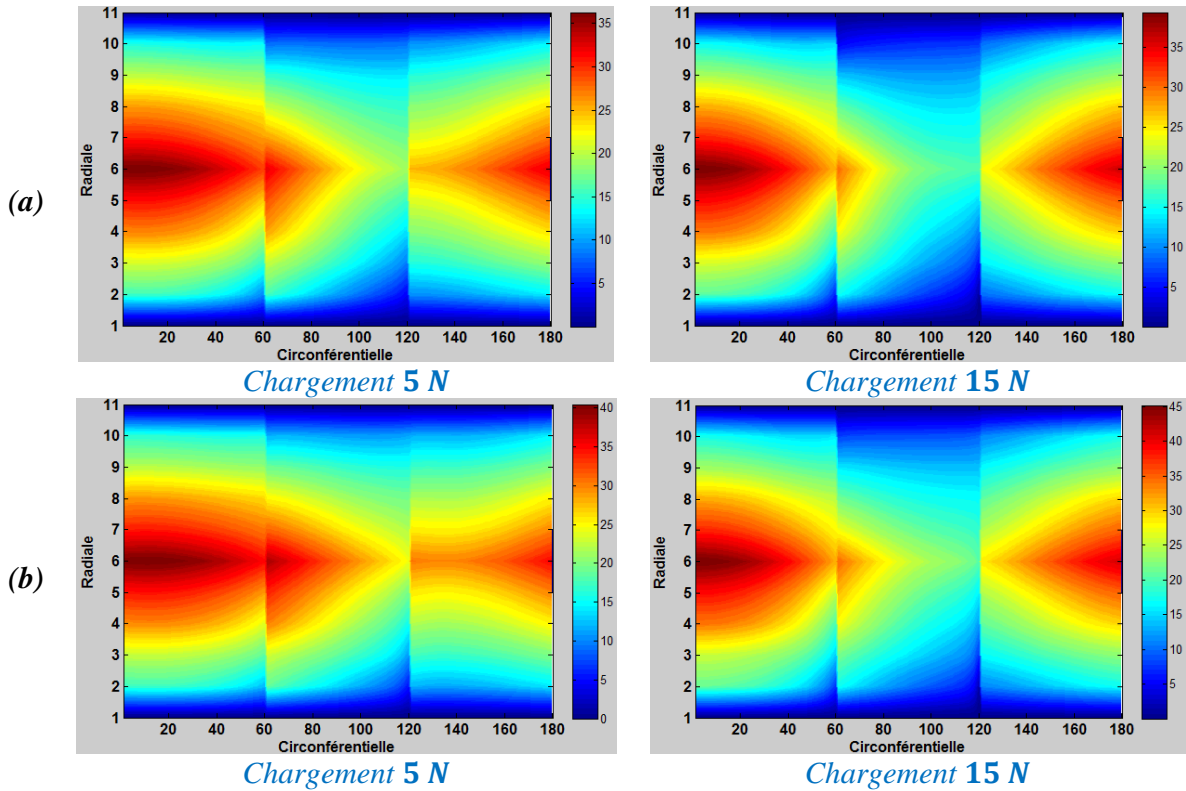


Figure 3. 24 : (a) Distance à partir du mur à mi-longueur (sans dimension) (*Flexible*), *G.F.B (I)*, Vitesse de rotation **120 000 tr/min**, Précharge $m = 0, 2$. (b) Distance à partir du mur à mi-longueur (sans dimension) (*Flexible*), *G.F.B (I)*, Vitesse de rotation **180 000 tr/min**, Précharge $m = 0, 2$.

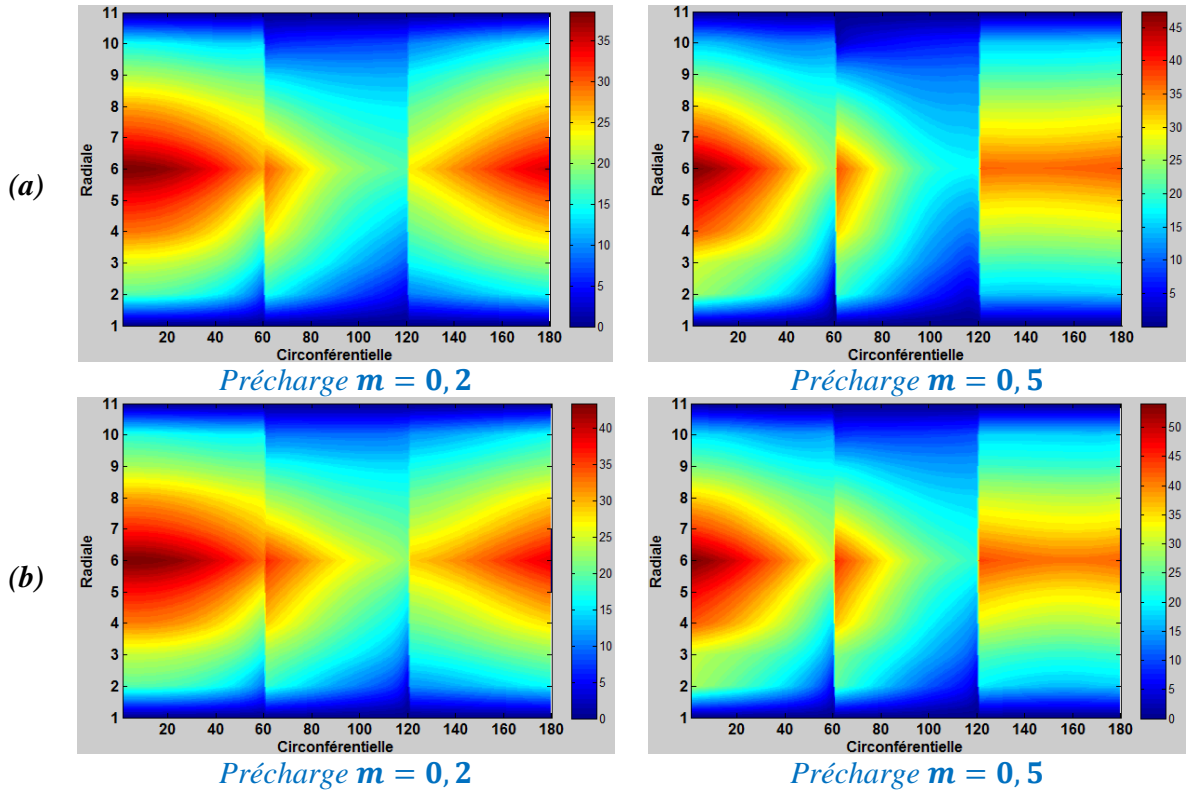


Figure 3. 25 : (a) Distance à partir du mur à mi-longueur (sans dimension) (*Flexible*), *G.F.B (I)*, *Chargement 10 N*, Vitesse de rotation **120 000 tr/min**. (b) Distance à partir du mur à mi-longueur (sans dimension) (*Flexible*), *G.F.B (I)*, *Chargement 10 N*, Vitesse de rotation **180 000 tr/min**.

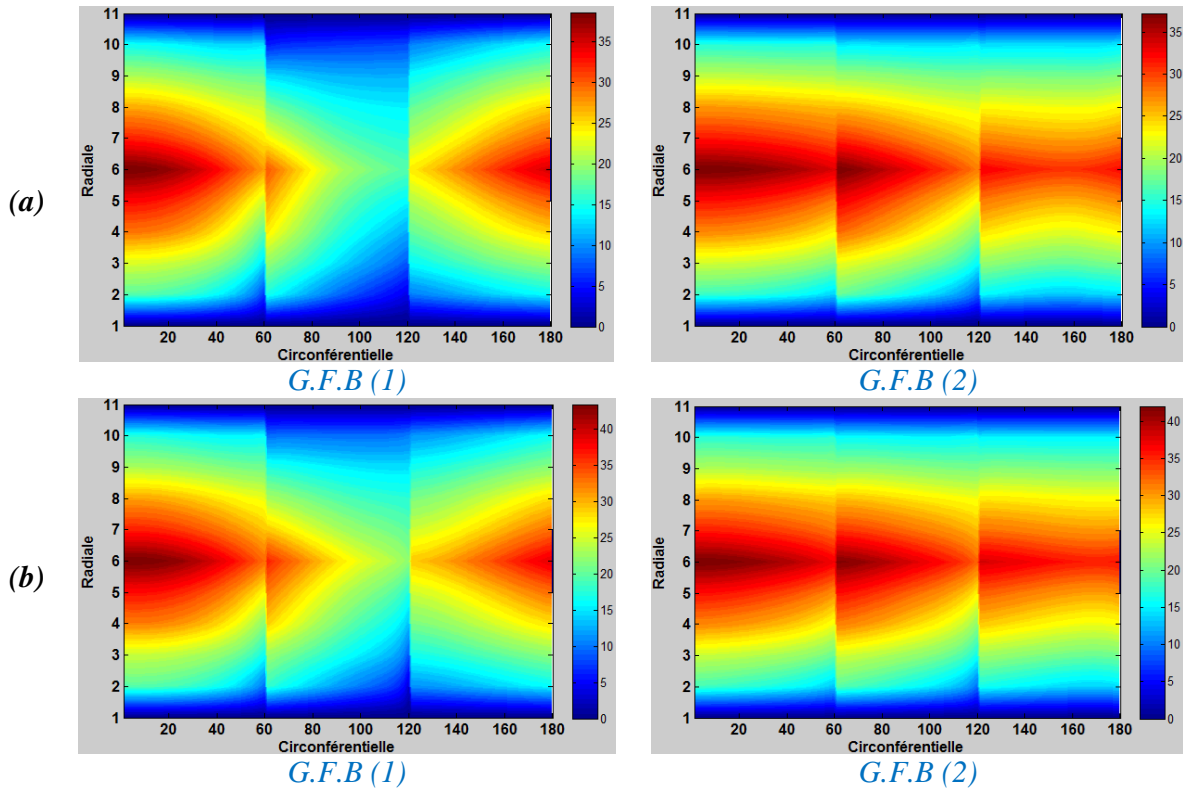


Figure 3. 26 : (a) Distance à partir du mur à mi-longueur (sans dimension) (*Flexible*). Chargement **10 N**, Vitesse de rotation **120 000 tr/min**, Précharge **$m = 0, 2$** . (b) Distance à partir du mur à mi-longueur (sans dimension) (*Flexible*). Chargement **10 N**, Vitesse de rotation **120 000 tr/min**, Précharge **$m = 0, 2$** .

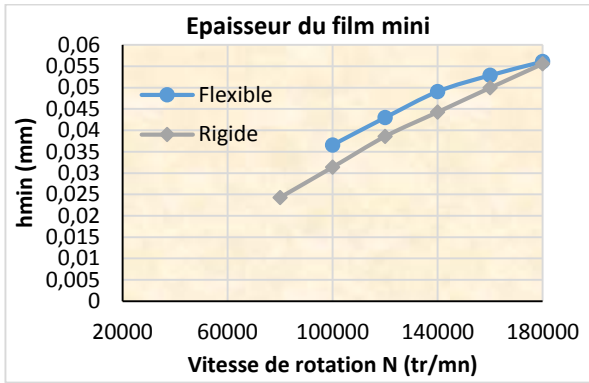
3.2.4. Épaisseur de film minimale

La Figure (3.27) montre l'évolution de l'épaisseur minimale du film pour différentes configurations de palier à feuilles (rigide et déformable) en fonction de la vitesse de rotation. Il est à noter que l'épaisseur minimale du film augmente continuellement avec la vitesse de rotation.

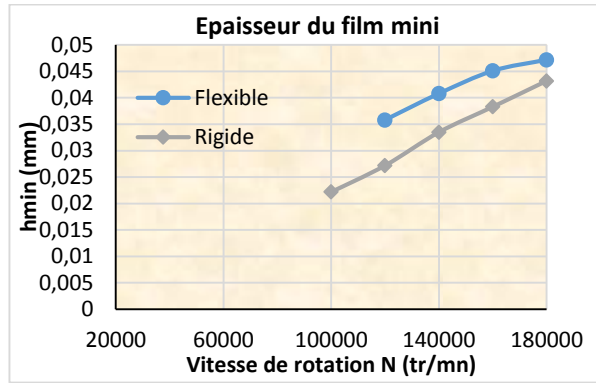
La Figure (3.27) montre que, pour une charge donnée, l'épaisseur de film minimale dans le cas d'une structure rigide est supérieure à celle d'une structure souple, parce que l'excentricité relative de la structure rigide est supérieure à celle d'une structure flexible.

3.2.5. Débit d'alimentation

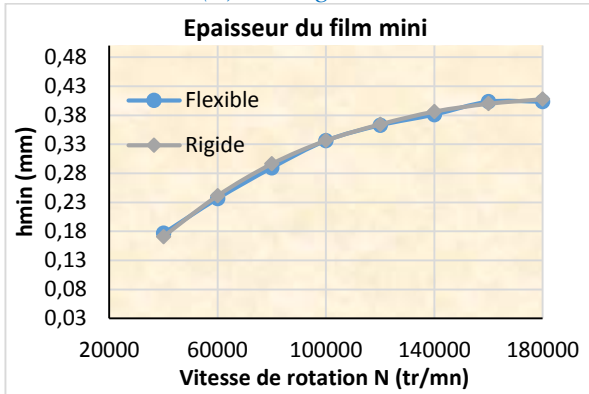
La Figure (3.28) montre une augmentation significative du débit du lubrifiant lorsque l'on augmente la vitesse de rotation (augmentation de l'effet de COUETTE) et la charge appliquée (augmentation des gradients de pression qui favorisent les fuites de lubrifiant). Nous n'observons pas de différences notables entre les cas rigides et flexibles.



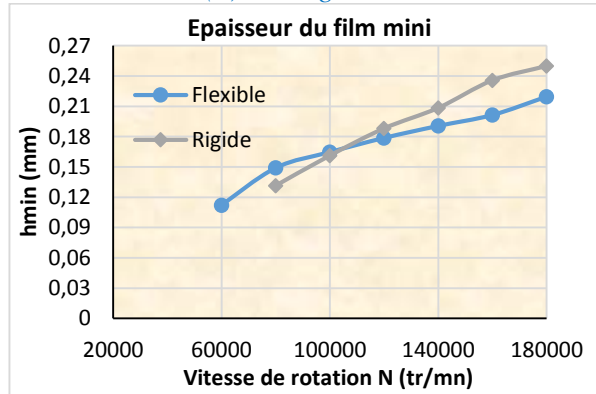
G.F.B (1), Chargement 10 N



G.F.B (1), Chargement 15 N

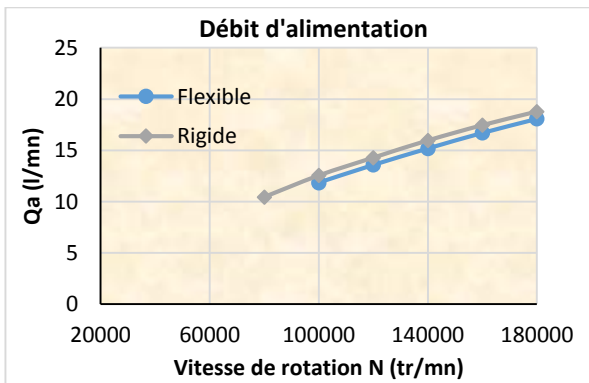


G.F.B (2), Chargement 10 N

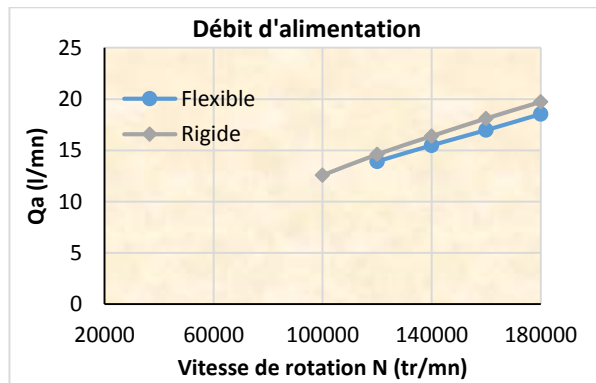


G.F.B (2), Chargement 40 N

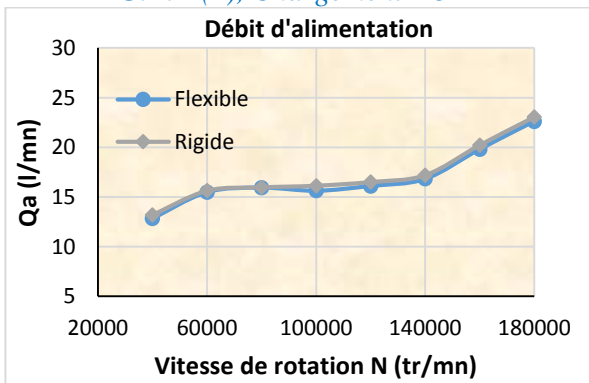
Figure 3. 27 : Epaisseur de film minimale en fonction de la vitesse de rotation de l'arbre, précharge $m = 0,2$.



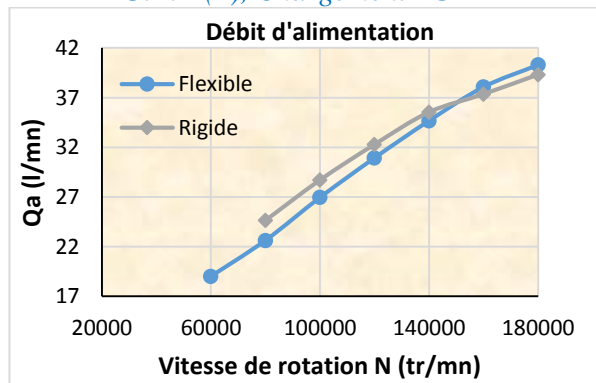
G.F.B (1), Chargement 10 N



G.F.B (1), Chargement 15 N



G.F.B (2), Chargement 10 N



G.F.B (2), Chargement 40 N

Figure 3. 28 : Débit en fonction de la vitesse de rotation de l'arbre, précharge $m = 0,2$.

3.2.6. Couple de frottement

Le couple de frottement augmente avec l'augmentation de la vitesse de rotation et de la charge, comme le montrent la figure (3.29) et la figure (3.30). Ceci est dû à l'augmentation de la viscosité du lubrifiant dans le film par augmentation de la température, ce qui augmente la contrainte de cisaillement du lubrifiant. Nous notons qu'il n'y a pas de différence entre le palier rigide et souple, car l'augmentation de la viscosité est presque négligeable entre ces 2 cas de figure. Le couple de frottement sur le coussinet est supérieur à celui de l'arbre parce que, sur la surface à proximité de l'arbre, l'écoulement de COUETTE est prédominant.

3.2.7. Température maximale du film

La Figure (3.31) représente la température maximale du film pour différentes valeurs de la charge appliquée et pour les deux types de paliers. La température maximale du film augmente avec l'augmentation de la vitesse de rotation. On peut constater que l'écart entre les deux modèles est généralement faible et reste presque sans variation lorsque l'on augmente la vitesse.

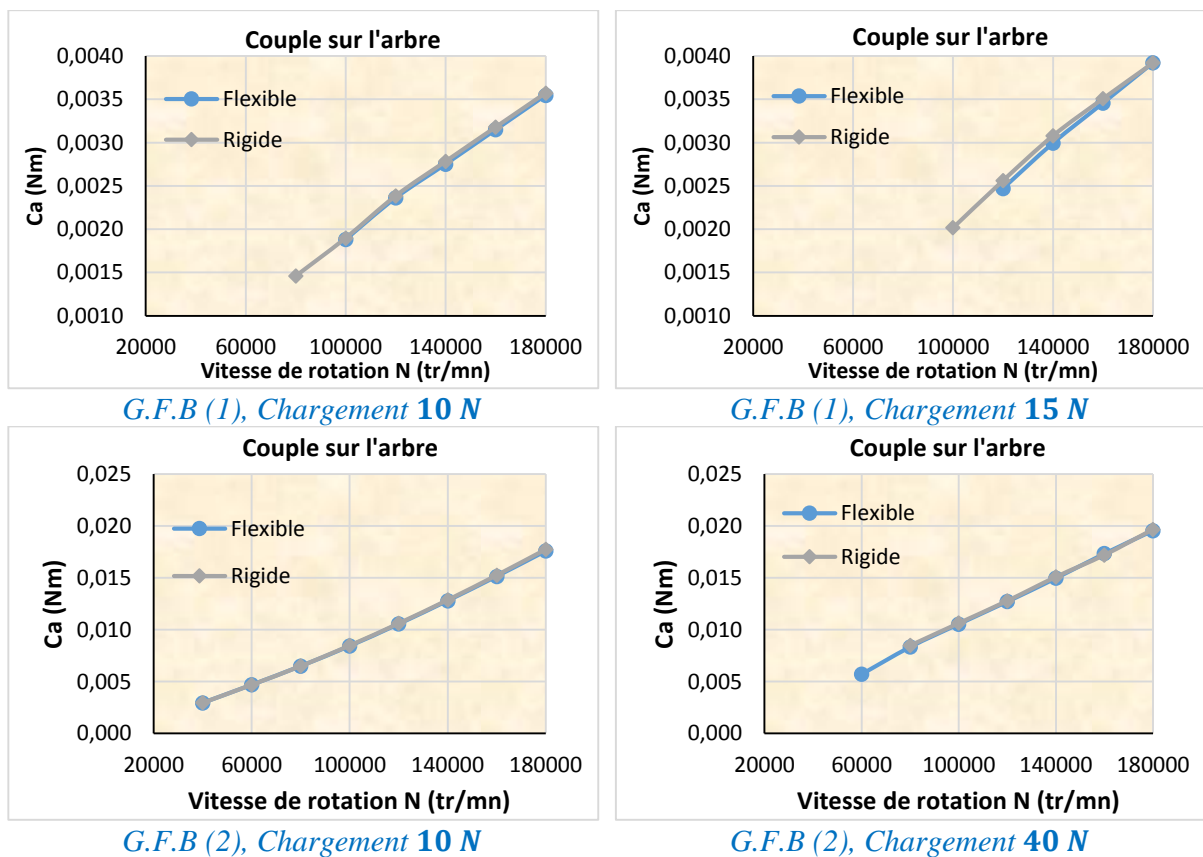
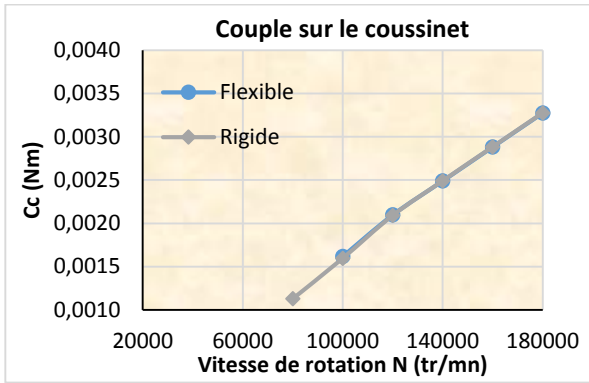
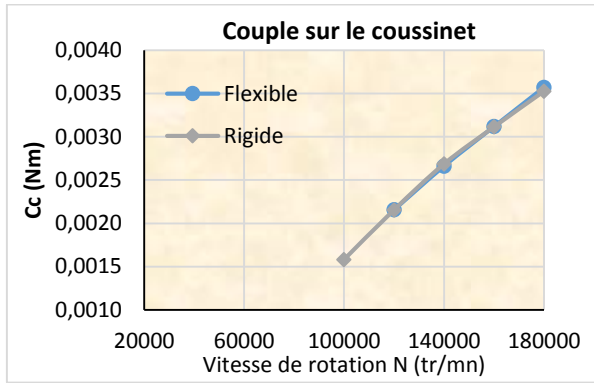


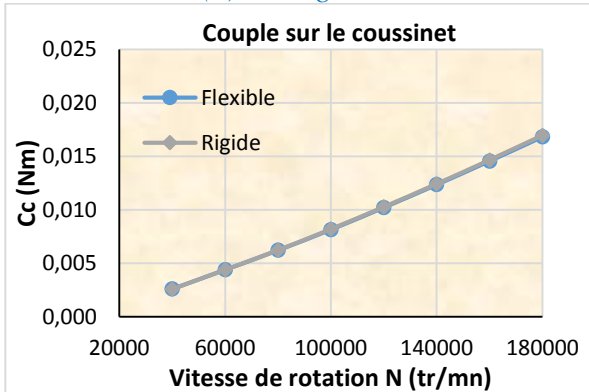
Figure 3. 29 : Couple de frottement sur l'arbre en fonction de la vitesse de rotation, précharge $m = 0,2$.



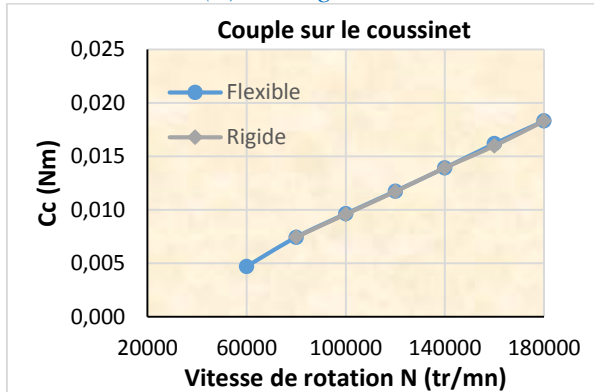
G.F.B (1), Chargement 10 N



G.F.B (1), Chargement 15 N

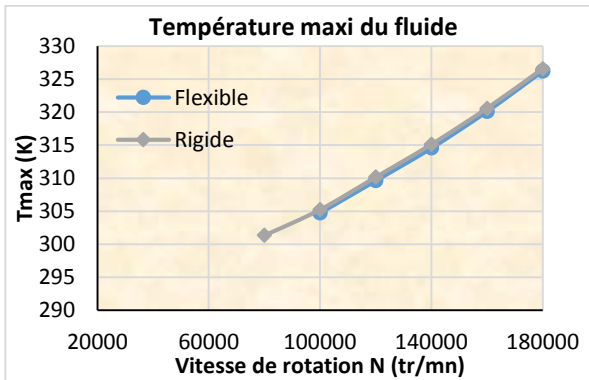


G.F.B (2), Chargement 10 N

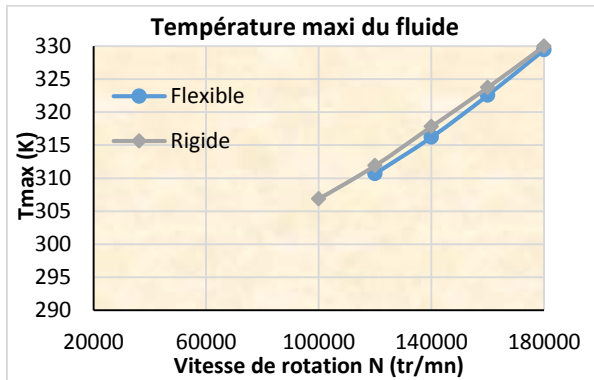


G.F.B (2), Chargement 40 N

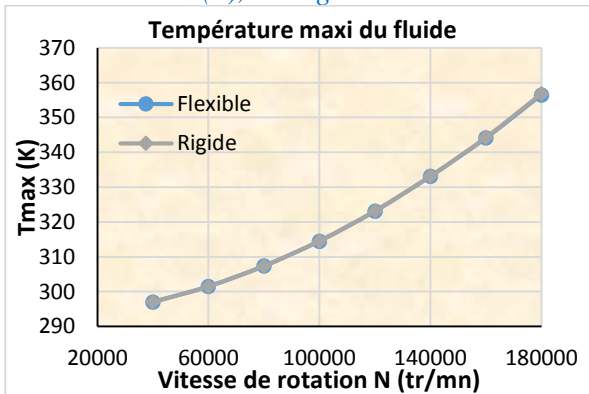
Figure 3. 30 : Couple de frottement sur le coussinet en fonction de la vitesse de rotation, précharge $m = 0,2$.



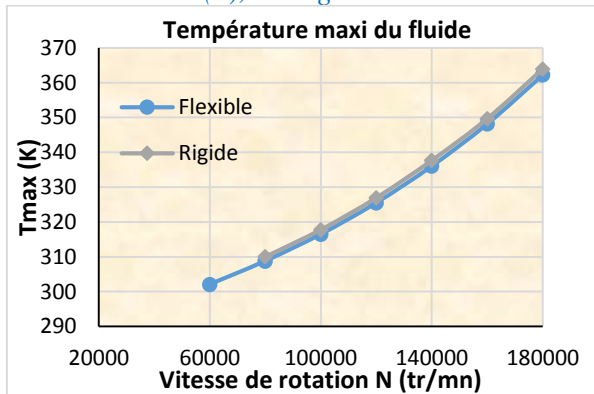
G.F.B (1), Chargement 10 N



G.F.B (1), Chargement 15 N



G.F.B (2), Chargement 10 N



G.F.B (2), Chargement 40 N

Figure 3. 31 : Température maximale du film en fonction de la vitesse de rotation.

3.2.8. Coefficients dynamiques

Les coefficients dynamiques et la masse critique ont été calculés pour les deux géométries de paliers. A titre de comparaison, les calculs ont été effectués pour les deux modèles rigides et flexibles. Les variations des coefficients dynamiques et de la masse critique en fonction de la vitesse de rotation sont présentées dans les figures (3.32, 3.33, 3.34) et (3.35). On peut voir qu'il n'y a pas de différence évidente entre les deux modèles. Ces résultats doivent être confirmés par un modèle plus complet comme indiqué dans [BAR13].

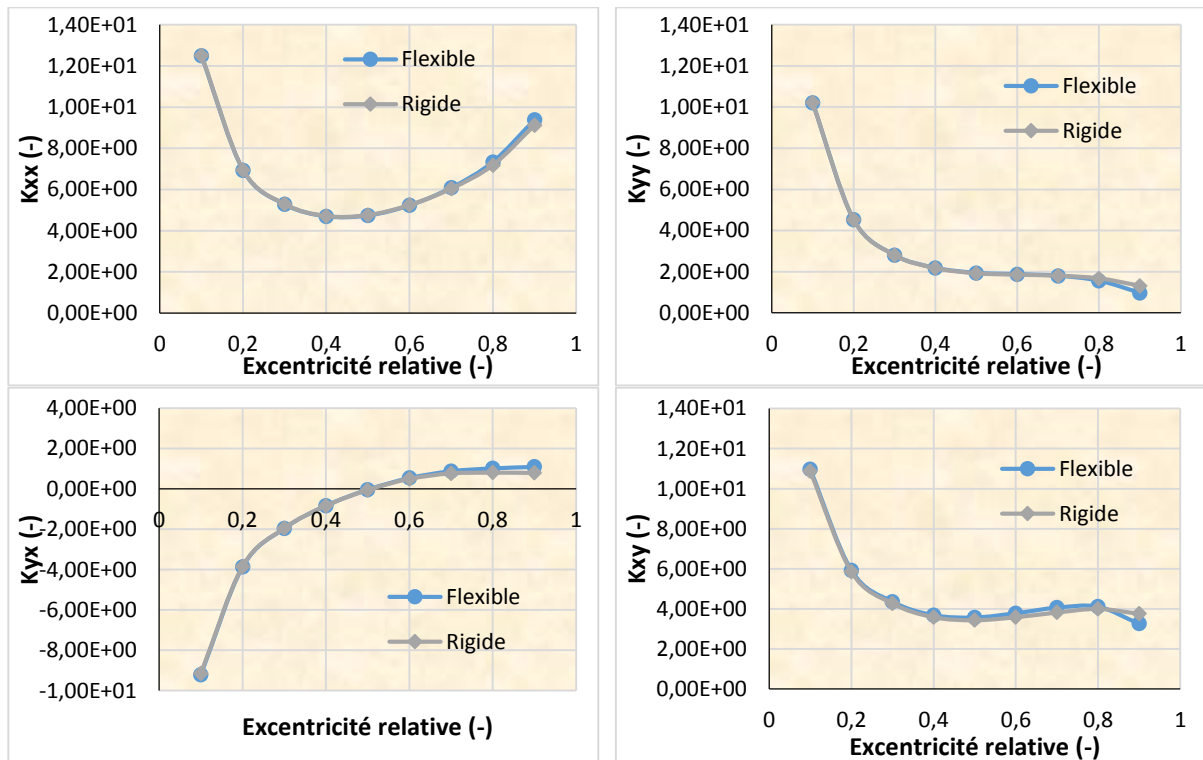


Figure 3.32 : Coefficients de raideur pour la palier G.F.B (1) en fonction de l'excentricité relative, Vitesse de rotation 80 000 tr/min, précharge $m = 0,4$.

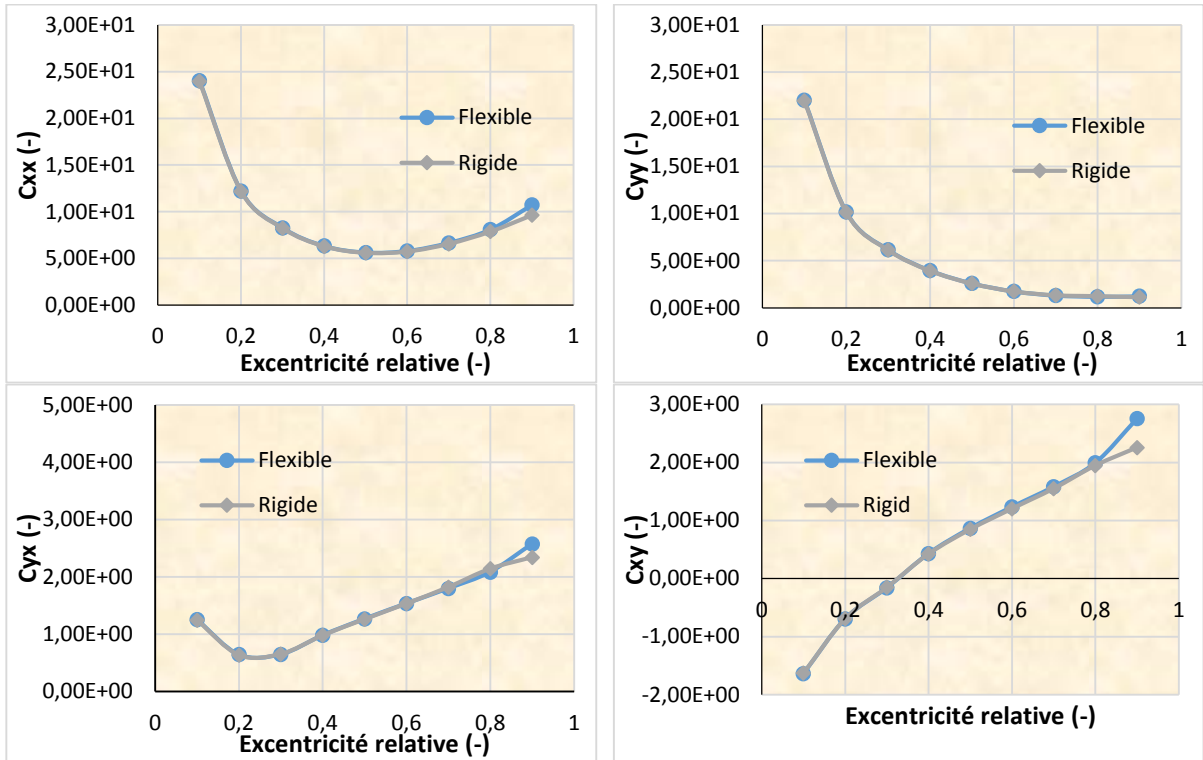


Figure 3.33 : Coefficients d'amortissement pour la palier G.F.B (1) en fonction de l'excentricité relative, Vitesse de rotation 80 000 tr/min, précharge $m = 0,4$.

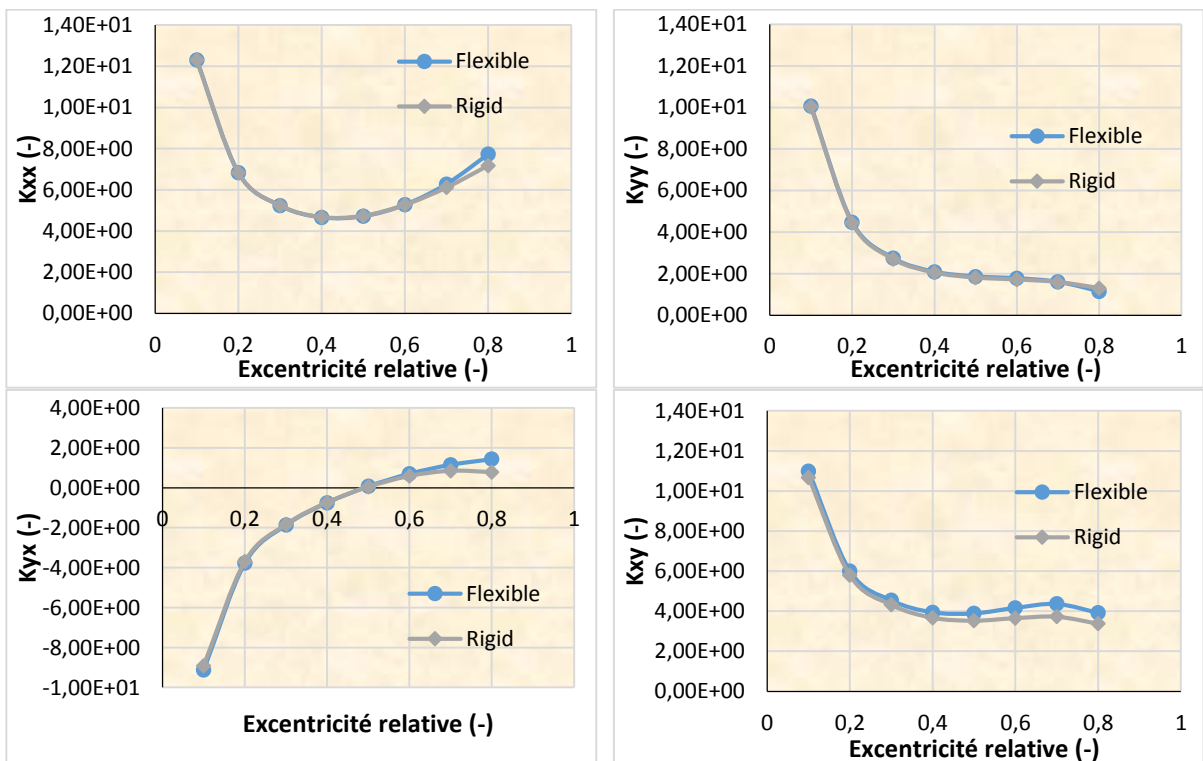


Figure 3.34 : Coefficients raideur pour la palier G.F.B (2) en fonction de l'excentricité relative, Vitesse de rotation 80 000 tr/min, précharge $m = 0,4$.

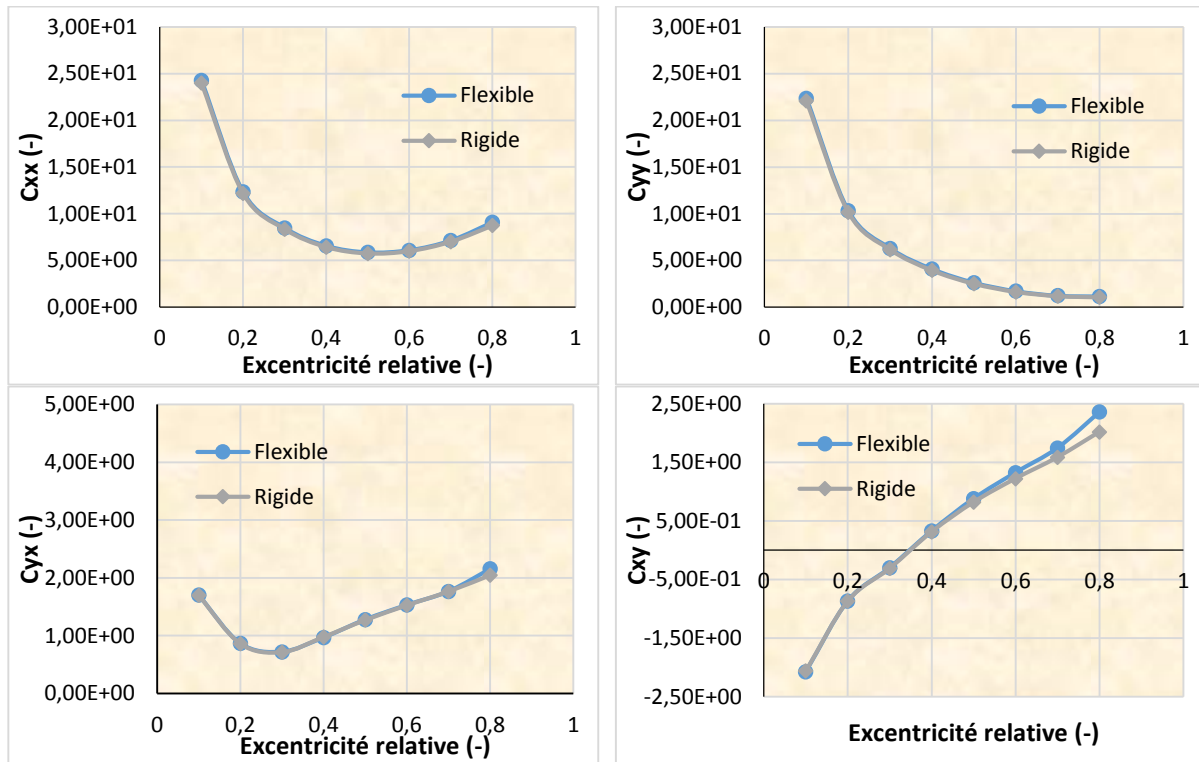


Figure 3.35 : Coefficients d'amortissement pour la palier G.F.B (2) en fonction de l'excentricité relative, Vitesse de rotation 80 000 tr/min, précharge $m = 0,4$.

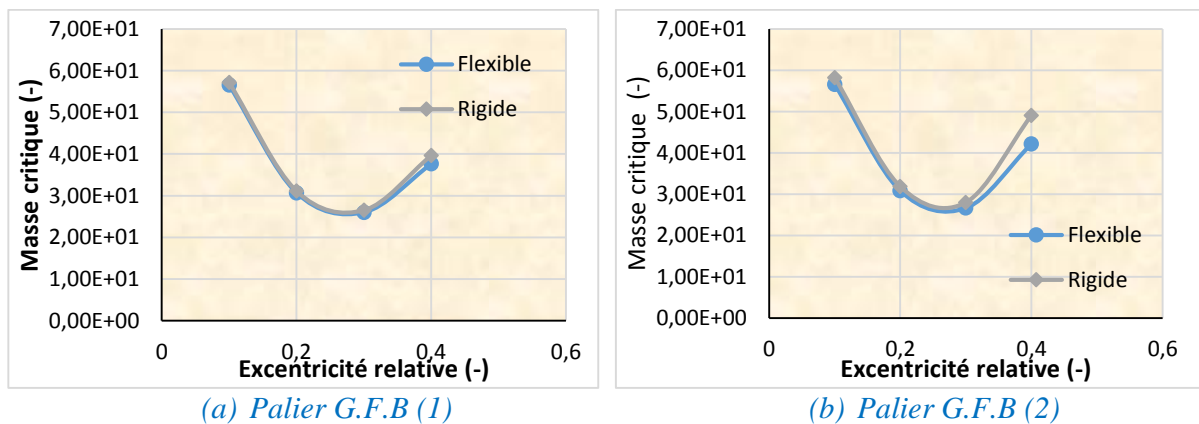


Figure 3.36 : Masse critique en fonction de l'excentricité relative, Vitesse de rotation 80 000 tr/min, précharge $m = 0,4$.

3.3. Conclusion

Afin d'étendre le champ d'applications pour GFB ainsi que leur fiabilité, nous avons étudié leur comportement d'un gaz réfrigérant dans des conditions dynamiques et statiques linéaires. Deux cas, l'un rigide l'autre flexible, ont été étudiés. Comme ces paliers fonctionnent à des vitesses de rotation très élevées, les aspects thermiques et dynamiques doivent être considérés. Dans cette étude, nous avons montré l'importance d'une description précise du palier. Pour les cas testés, nous avons constaté que la température peut avoir un impact notable alors que la déformation des structures lors de l'utilisation du modèle avec prise en compte des effets thermiques a une influence faible sur les performances portant à la fois dans des

configurations statiques et dynamiques. Tous les résultats doivent être confirmés par un modèle structurel plus complet comme indiqué dans [BAR13].

Conclusion et perspectives

Nous nous sommes intéressés à étudier les paliers à gaz radiaux (GFB) à géométrie rigide et déformable. Afin d'étendre le champ d'applications pour les paliers à feuilles à haute vitesse (GFB) ainsi que leur fiabilité, nous avons étudié leur comportement dans un gaz réfrigérant pour des conditions statiques et dynamiques linéaires. Notre objectif était de développer des outils de prédiction du comportement statique et dynamiques de ces paliers. Cela fait partie de l'amélioration de la technologie du système de conditionnement d'environnement dans les avions.

Le fait que le lubrifiant est un gaz réfrigérant a pour objectif d'éviter un système de lubrification externe, qui est plus coûteux et plus difficile à maintenir. Élimination de l'huile pompes, filtres et réservoirs offre des avantages tels que la réduction de la taille et du poids.

Deux cas sont étudiés dans ce travail cas où le palier est rigide et flexible. Comme ces paliers fonctionnent à des vitesses de rotation très élevées on doit prendre en compte les aspects thermiques et dynamiques. Dans cette étude, nous avons montré l'importance d'une description précise du palier et des paramètres du film, dont les variations influencent le comportement du palier. Des phénomènes non-linéaires ont été couplés et surtout l'influence de la température et la déformation de la feuille. Parmi les principales théories qui ont été utilisées ici, nous pouvons citer :

- Un lubrifiant compressible, d'écrit par une équation d'état non-linéaire appropriée, au voisinage de la transition liquide/vapeur.
- La transition liquide/vapeur et le calcul des paramètres équivalents du mélange.
- Un écoulement turbulent pour les paliers à feuilles à vitesse élevées, avec un modèle qui permet de calculer la viscosité et la conductivité thermique pour régime turbulent.
- Un comportement tridimensionnel pour la viscosité en prenant en compte les variations selon l'épaisseur du film.
- Un comportement tridimensionnel de la température dans le film afin d'être cohérent avec le modèle de viscosité.

- Un comportement thermique du palier complet, nous ne faisons pas (dans cette première approche) en négligeant la variation de la température dans les bosses et la feuille supérieure.
- Les approches linéaires ont été utilisées pour déterminer les caractéristiques dynamiques et la masse critique pour palier à feuilles à plusieurs secteurs.

Pour les cas testés, nous avons constaté que la température peut avoir un impact notable alors que la déformation de la structure lors de l'utilisation du modèle de HESHMAT a une faible influence sur les performances du palier à la fois dans des configurations statiques et dynamiques. Tous les résultats doivent être confirmés par un modèle structurel plus complet comme indiqué dans [BAR13].

Perspectives

Les premières perspectives concernent la poursuite de certains thèmes présentés dans ce mémoire.

L'intégration du comportement de la structure flexible qui permet une prédiction précise du champ de pression dans le film afin de prédire les zones de contraintes élevées dans la structure qui pourrait endommager les feuilles et être la cause de la défaillance du palier dans le pire des cas.

Le comportement de THD du film est très susceptible d'avoir une forte influence sur le comportement thermique de la structure (les feuilles). L'étape suivante consiste à coupler le modèle THD du lubrifiant à un modèle thermique de structure qui est capable d'améliorer les conditions limites thermiques, ainsi que de prévoir une carte de la température à des points critiques dans la structure.

Etudier l'influence de défauts géométriques circonférentiels comme des ondulations ou le mésalignement.

Etudier les phénomènes de frottement sec pendant les phases d'arrêts-démarrages du palier afin de mettre au point des revêtements et traitements de surface permettant de satisfaire aux exigences de durée de vie des paliers.

La mise en place de la modélisation non linéaire du comportement dynamique des paliers aérodynamiques radiaux pour ensuite comparer les résultats obtenus avec l'analyse linéaire.

Mise en place d'un modèle de calcul permettant de déterminer le comportement dynamique d'une ligne d'arbre.

Mener une campagne expérimentale sur un banc d'essai qui va consister à GFB en cours d'exécution dans un environnement proche contenant du gaz réfrigérant.

Références bibliographiques

[ABD82] ABDUL-WAHED M. N.

Comportement dynamique des paliers fluides : Etude linéaire et non-linéaire. Thèse de doctorat, INSA de Lyon, 1982, 243 p.

[ABS94] ABSI, J.

Les paliers à rainures: approche expérimentale et numérique, Thèse de Doctorat, Université de Poitiers, 1994.

[AGR97] AGRAWAL G.

Foil Air / Gas Bearing Technology An Overview. International Gas Turbine & Aeroengine Congress & Exhibition, Orlando, Florida, ASME, 1997.

[AHM10] AHMED S., FILLON M., MASPEYROT P.

Influence of pad and runner mechanical deformations on the performance of a hydrodynamic fixed geometry thrust bearing. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology, 2010, vol. 224, n° 4, pp. 305-315.

[AND08] ANDRÉS L. S., KIM T. H.

Forced nonlinear response of gas foil bearing supported rotors, Tribology International, 2008, vol. 41, n° 8, pp. 704-715.

[AUS09] AUSAS R. F., JAI M. and BUSCAGLIA G. C.

A mass-conserving algorithm for dynamical lubrication problems with cavitation. Journal of Tribology, 2009, vol. 131, n° 3, pp. 031702-1-031702-7.

[BAR11] BARZEM L.

Analyse théorique expérimentale de la dynamique d'un rotor sur paliers à feuilles lubrifié par l'air, Thèse de doctorat, INSA de Lyon, 2011, 175 p.

[BAR13] BARZEM L., BOU-SAID B., ROCCHI J., et all.

Aero-elastic bearing effects on rotor dynamics: a numerical analysis. Lubrication Science, Published online in Wiley Online Library, 2013, vol. 25, n° 7, pp. 463-478.

[BLO 53] BLOK H., VAN ROSSUM J.

The foil bearing-a new departure in hydrodynamic lubrication. Lubrication Engineering, 1953, vol. 9, n° 6, pp. 316-320.

[BOE04] BOEDO S., BOOKER J.

Classical Bearing Misalignment and Edge Loading: A Numerical Study of Limiting Cases. Journal of Tribology, 2004, vol. 126, n° 3, pp. 535-541.

[BOH88] BOHN D.

Environmental effects on the speed of sound. Journal of the Audio Engineering Society, 1988, vol. 36, n° 4, pp. 223-231.

[BON84] BONCOMPAIN R.

Les paliers lisses en régime thermohydrodynamique - aspects théoriques et expérimentaux, Thèse de Doctorat d'État, Université de Poitiers, France. 1984.

[BON86] BONCOMPAIN R., FILLON M., FRENE J.

Analysis of thermal effects in hydrodynamic bearings, ASME Journal of Tribology, 1986, vol. 108, n° 2, pp. 219-224.

[BON89] BONNEAU O.

Comportement statique et dynamique de ligne d'arbre montée sur paliers fluides : influence des caractéristiques des paliers, Thèse, Spécialité Génie Mécanique, Poitiers, Université de Poitiers, Février 1989.

[BOU85] BOU-SAÏD B.

La lubrification à basse pression par la méthode des éléments finis application aux paliers. Thèse de doctorat, INSA de Lyon, 1985.

[BOU95] BOUARD L.

Etude Thermohydrodynamique des Paliers à Patins Oscillants en Régime Turbulent. Thèse de doctorat, Université de Poitiers, 1995.

[BOU87] BOU-SAÏD B.

Lubrification thermohydrodynamique : analyse par éléments finis, Revue Générale de Thermique, 1987, 308-309, pp. 455-459.

[BOU03] BOUYER J.

Etude des performances thermoélastohydrodynamiques de paliers soumis à des conditions sévères. Thèse de doctorat, Université de Poitiers, 2003.

[BOU04] BOUYER J., FILLON M.

On the significance of thermal and deformation effects on a plain journal bearing subjected to severe operating conditions. ASME Journal of Tribology, 2004, vol. 126, pp. 819-822.

[BRA87] BRAUN M. J., WHEELER R. L., HENDRICKS R. C.

A fully coupled variable properties thermohydraulic model for a cryogenic hydrostatic journal bearing. ASME Journal of Tribology, 1987, vol. 109, n° 3, pp. 405-414.

[BRI03] BRIZMER V., KLIGERMAN Y., ETSION I.

A laser surface textured parallel thrust bearing. Tribology Transactions, 2003, vol. 46, n° 3, pp. 397-403, Taylor & Francis.

[BRO00] BROWN R.D., DRUMMOND G., ADDISON P. S.

Chaotic response of a short journal bearing. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology, 2000, vol. 214, n° 4, pp. 387-400.

[BRU01] BRUNITIERE N.

Étude théorique et expérimentale du comportement thermohydrodynamique des garnitures d'étanchéité. Thèse de doctorat, Université de Poitiers, 2001.

[BRU05] BRUCKNER R. J., DELLACORTE C., PRAHL J. M.

Analytic Modeling of the Hydrodynamic, Thermal, and Structural Behavior of Foil Thrust Bearings. rapport, 2005, NASA/TM-2005-213811.

[CAR94A] CARPINO M., MEDVETZ L., PENG J.

Effects of Membrane Stresses in the Prediction of Foil Bearing Performance. Tribology Transactions, 1994, vol. 37, n° 1, pp. 43-50, Taylor & Francis.

[CAR94B] CARPINO M., MEDVETZ L., PENG J.

Misalignment in a Complete Shell Gas Foil Journal Bearing. Tribology Transactions, 1994, vol. 37, n° 4, pp. 829-835, Taylor & Francis.

- [CAR94C]** CARPINO M., PENG J.
Theoretical Performance of a Hydrostatic Foil Bearing. *Journal of Tribology*, 1994, vol. 116, n° 1, pp. 83-89.
- [CHA02]** CHANG Q., YANG P., MENG Y., et al.
Thermoelastohydrodynamic analysis of the static performance of tilting-pad journal bearings with the Newton-Raphson method. *Tribology International*, 2002, vol. 35, n° 4, pp. 225-234.
- [CHR41]** CHRISTOPHERSON D.
A new mathematical method for the solution of film lubrication problems. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers*, 1847-1982 (vols 1-196), vol. 146, n° 1941, 1941, pp. 126-135.
- [CHU01]** CHUN S.M., HA D.-H.
Study on mixing flow effects in a high-speed journal bearing, *Tribology International*, 2001, vol. 34, n° 6, pp. 397-405.
- [CHU04]** CHUN S.
Thermohydrodynamic lubrication analysis of high-speed journal bearing considering variable density and variable specific heat. *Tribology International*, vol. 37, n° 5, pp. 405-413, Elsevier.
- [CON59]** CONSTANTINESCU V. N.
On turbulent lubrication, 1959, *Proc. IME*, London, vol 173, n°38, pp. 881-900.
- [CON69]** CONSTANTINESCU V.
Gas Lubrication, *ASME Press*, 1969.
- [CON73]** CONSTANTINESCU V. N.
Basic Relationships in Turbulent Lubrication and their Extension to Include Thermal Effects. *Journal of Lubrication Technology*, 1973, vol. 95, n° 2, pp. 147-154.
- [COP49]** COPE W.
The hydrodynamical theory of film lubrication. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences*, 1949, vol. 197, n°1049, pp. 201-217.
- [COS00]** COSTA L.
Análise do Desempenho de Chumaceiras Radiais Hidrodinâmicas Considerando Efeitos Térmicos, Tese de doutoramento, Universidade do Minho. 2000.
- [COS03]** COSTA L., MIRANDA A. S., FILLON M., et al.
An analysis of the influence of oil supply conditions on the Thermohydrodynamic performance of a single groove journal bearing, *Proc. Inst. Mech. Engs., Part J: Journal of Engineering Tribology*, 2003, vol. 217, n° 2, pp. 133-144.
- [DEL97A]** DELLACORTE C.
A New Foil Air Bearing Test Rig for Use to 700C and 70,000 rpm. *Rapport*, 1997, NASA.
- [DEL97B]** DELLACORTE C, LASKOWSKI J. A.
Tribological Evaluation of PS300: A New Chrome Oxide-Based Solid Lubricant Coating Sliding Against Al₂O₃ from 25° to 650°C, *Tribology Transactions*, 1997, vol. 40, n° 1, pp. 163-167.
- [DEL98]** DELLACORTE C.
A New Foil Air Bearing Test Rig for Use to 700°C and 70,000 rpm, *Tribology Transactions*, 1998, vol. 41, n° 3, pp. 335-340.
- [DEL99]** DELLACORTE C, FELLESTEIN J. A, BENOY P. A.
Evaluation of Advanced Solid Lubricant Coatings for Foil Air Bearings Operating at 25° and 500°C, *Tribology Transactions*, 1999, vol. 42, n° 2, pp. 338-342.

[DYK06] DYKAS B.

Factors Influencing the Performance of Foil Gas Thrust Bearings for Oil-Free Turbomachinery Applications. Thèse de doctorat, Case western reserve university, 2006.

[DEN08] DENG D., BRAUN M.

A New Model for Transition Flow of Thin Films in Long Journal Bearings. Tribology Transactions, 2008, vol. 51, n° 1, pp. 1-11, Taylor & Francis.

[DI63] DI PRIMA C. R.

A note of the stability of flow in loaded journal bearings, 1963, ASLE Transactions, vol. 6, n° 3, pp. 249-253.

[DI72] DI PRIMA C. R., Stuart J. T.

Non-local effects in the stability of flow between eccentric rotating cylinders, Journal of Fluid Mechanics, 1972, vol. 54, part 3, pp. 393-415.

[DOB06] DOBRICA M., FILLON M.

Thermohydrodynamic behavior of a slider pocket bearing. Journal of Tribology, 2006, vol. 128, n° 2, pp. 312-318.

[DOW62] DOWSON D.

A generalized Reynolds equation for fluid-film lubrication. International Journal of Mechanical Sciences, 1962, vol. 4, n° 2, pp. 159-170.

[DOW64] DOWSON A., HUDSON J.D.

A thermohydrodynamic analysis of the infinite slider-bearing: Part i, the plane inclined slider-bearing. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Lubrication and Wear Convention, 1964, pp. 34-44.

[DOW66] DOWSON D., HUDSON J. D., HUNTER B., et all.

An experimental investigation of the thermal equilibrium of steadily loaded journal bearings, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, 1966, vol. 181, n° 2, pp. 70-80.

[DUR08] DURANY J., PEREIRA J. and VARAS F.

Numerical solution to steady and transient problems in thermohydrodynamic lubrication using a combination of finite element, finite volume and boundary element methods, Finite Elements in Analysis and Design, 2008, vol. 44, n°11, pp. 686-95.

[DYK04] DYKAS B., HOWARD S.

Journal Design Considerations for Turbomachine Shafts Supported on Foil Air Bearings. Tribology Transactions, 2004, vol. 47, n° 4, pp. 508-516, Taylor & Francis.

[ELR67] ELROD H.G., NG. C.W.

A theory for turbulent films and its application to bearings. ASME Transactions, Journal of Lubrication Technology, 1967, vol. 89, n° 3, pp. 346-362.

[FEN10] FENG K., KANEKO S.

Analytical Model of Bump-Type Foil Bearings Using a Link-Spring Structure and a Finite-Element Shell Model. Journal of Tribology, 2010, vol. 132, pp. 021706-1-11.

[FEN13] FENG K., KANEKO S.

A thermohydrodynamic Sparse Mesh Model of Bump-Type Foil Bearings, Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, 2013, vol. 135, n° 2, 022501-12.

[FIL97] FILLON M., MONMOUSSEAU P., FRENE J.

Transient thermoelastohydrodynamic behavior of tilting-pad journal bearings. Revue Générale de Thermique, 1997, vol. 36, n° 6, pp. 433 - 441.

- [FIL08]** FILLON M., GLAVATSKIH S.
PTFE-faced center pivot thrust pad bearings: Factors affecting TEHD performance. Tribology International, 2008, vol. 41, n° 12, pp. 1219-1225, Elsevier.
- [FIT92]** FITZGERALD M. K., NEAL P. B.
Temperature distributions and heat transfer in journal bearings, ASME Journal of Tribology, 1992, vol. 114, n° 1, pp. 122-130.
- [FRE78]** FRENE J.
Les différents régimes d'écoulement en lubrification – effet sur les caractéristiques des mécanismes, 1978, Mécanique, Matériaux, Electricité, revue du G. A. M. I., n° 347-348, pp. 498-507.
- [FRE90]** FRENE J., NICOLAS D., DEGUEURCE B., et all.
Lubrification hydrodynamique : Paliers et butes. Eyrolles, Paris, 1990.
- [GAN02]** GANDJALIKHAN NASSAB S.A., MOAYERI M.S.
Three-dimensionnal thermohydrodynamic analysis of axially grooved journal bearings. IMechE (Part J), 2002, vol. 216, pp. 35-47
- [GAR 12]** GARCIA M.
Refrigerant-Lubricated Gas Foil Bearings – A Thermo-Hydrodynamic Study (Application to Rigid Bearings). Thèse de doctorat, INSA de Lyon, 2012.
- [GAR13]** GARCIA M., BOU-SAÏD B., ROCCHI J., et all.
Refrigerant foil bearing behavior - A Thermo-HydroDynamic study (Application to rigid bearings), Tribology International, 2013, vol.65, n° 8, pp. 704-715.
- [GOE84A]** GOENKA, P.K.
Analytical Curve Fits for Solution Parameters of Dynamically Loaded Journal Bearings, ASME, Journal of Lubrication Technology, 1984, vol. 106, n° 4, pp. 421-427.
- [GOE84B]** GOENKA, P.K.
Dynamically Loaded Journal Bearings: Finite Element Method Analysis, Transaction of the ASME, Journal of Lubrication Technology, 1984, vol. 106, pp. 429-439.
- [DAN16]** GROPPER D., WANG L., HARVEY T. J.
Hydrodynamic lubrication of textured surfaces: A review of modeling techniques and key findings, Tribology International, 2016, vol. 94, pp. 509-529
- [GUI94]** GUINES, D.
La Lubrification des Liaisons Compliantes: Modélisation et Algorithmes, Thèse de doctorat de l'Université de Poitiers, 1994.
- [GUM14]** GUMBEL L.
Das Problem der Lagerreibung. Monatsblätter d. Berliner Bezirksvereines Deutscher Ingenieure (VDI), 1914, vol. 1, pp. 87–104.
- [GUP90]** GUPTA G., HAMMOND C. R., SZERI A.Z.
An approximate THD theory for journal bearings, ASME Journal of Tribology, 1990, vol. 112, n° 2, pp. 224-229.
- [HAN02]** HATAKENAKA K., TANAKA M.
Thermohydrodynamic performance of journal bearings with partial reverse flow and finger-type cavitation, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, part J, 2002, vol. 216, pp. 315-325.
- [HES82]** HESHMAT H., W. SHAPIROW., GRAY S.
Development of Foil Journal Bearings for High Load Capacity and High Speed Whirl Stability, Journal of Tribology, avril 1982, vol 104, n° 2, pp. 149-156.

- [HES83]** HESHAMT H., WALOWIT J., PINKUS O.
Analysis of gas-lubricated foil journal bearings. *Journal of lubrication technology*, 1983, vol. 105, n° 4, pp. 647–655, American Society of Mechanical Engineers.
- [HES86]** HESHAMT H., AND PINKUS O.
Mixing Inlet Temperatures in Hydrodynamic Bearings, *ASME Journal of Tribology*, 1986, vol.108, n° 2, pp. 231-244.
- [HES94]** HESHAMT H.
Advancements in the Performance of Aerodynamic Foil Journal Bearings: High Speed and Load Capability. *ASME Journal of Tribology*, 1994, vol. 116, n° 2, pp. 287-294.
- [HES95]** HESHAMT C. A., HESHAMT H.
An Analysis of Gas-Lubricated, Multileaf Foil Journal Bearings With Backing Springs, *ASME Journal of Tribology*, juillet 1995, vol. 117, n° 3, pp. 437-443.
- [HIN59]** HINZE J.
Turbulence. Mcgraw Hill, New York, 1959.
- [HIR54]** HIRN G.
Sur les principaux phénomènes qui présentent les frottements médiats. *Bull. Ind. Soc. Mulhouse*, 1854, vol. 26, pp. 188-277.
- [HIR73]** HIRS G. G.
A bulk-flow theory for turbulence in lubricating films, 1973, *ASME Journal of Lubrication Technology*, vol. 95, pp. 137-146.
- [HOR08]** HORI Y., KATO K.
Studies on tribology. *Proceedings of the Japan Academy, Series B*, 2008, vol. 84, n° 8, pp. 287–320, J-STAGE.
- [HUI93]** HUITRIC, J.
Contribution à l'étude des joints d'étanchéité à faces radiales rainurées, en présence de fluides compressibles ou incompressibles; analyse par éléments finis, Thèse de Doctorat, Université de Poitiers, 1993.
- [HUN60]** HUNTER W. B. ZIENBIEWICZ D. C.
Effect of temperature variation across the lubricants films in the theory of hydrodynamic lubrication, *Journal of Mechanical Engineering Science* 1960.
- [IOR 95]** IORDANOFF I
Paliers axiaux aérodynamiques à structure à feuilles: analyse et optimisation, Thèse, Spécialité Génie Mécanique, Toulouse, Université Paul Sabatier, 1995.
- [IOR99]** IORDANOFF I.
Analysis of an Aerodynamic Compliant Foil Thrust Bearing: Method for a Rapid Design, *ASME Journal of Tribology*, 1999, vol.121, n° 4, pp. 816-822
- [IOR08]** IORDANOFF I., BOU-SAID B., MEZIANNE A., et all.
Effect of Internal Friction in the Dynamic Behavior of Aerodynamic Foil Bearings. *Tribology International*, 2008, vol. 41, n° 5, pp. 387-395, Elsevier.
- [JAN04]** JANG J., KHONSARI M.
Design of bearings on the basis of thermohydrodynamic analysis. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology*, 2004, vol. 218, n° 5, pp. 355–363.
- [JOH04]** JOHANSSON L., WETTERGREN H.
Computation of the Pressure Distribution in Hydrodynamic Bearings Using Newtons Method. *ASME Journal of Tribology*, 2004, vol. 126, n° 2, pp. 404-407.

- [KEO01]** KEOGH P., KHONSARI M.
Influence of inlet conditions on the thermohydrodynamic state of a fully circumferentially grooved journal bearing. *ASME Journal of Tribology*, 2001, vol. 123, n° 3, pp. 525-532.
- [KHO86]** KHONSARI M.M., BEAMAN J.J.
Thermohydrodynamic analysis of laminar incompressible journal bearings. *ASLE Transactions*, 1985, vol. 29, n° 2, pp. 141-150,
- [KIM09]** KIM D., PARK S.
Hydrostatic Air Foil Bearings: Analytical and Experimental Investigation. *Tribology International*, 2009, vol. 42, n° 3, pp. 413-425, Elsevier.
- [KIN33]** KINGSBURY A.
Heat Effects in Lubricating Films, *Mechanical Engineering*, 1933, vol. 55, pp. 685-688.
- [KIN97]** KINGSBURY A.
Experiments with an air-lubricated journal. *Journal American Society Naval Engineers*, 1897, vol. 9, pp. 267-292.
- [KLI86]** KLIT P., LUND J. W.
Calculation of the Dynamic Coefficients of a Journal Bearing, Using a Variational Approach, *ASME Journal of Tribology*, 1986, vol. 108, n° 3, pp. 421-425.
- [KNI83]** KNIGHT J. D., BARRET L.
An approximate solution technique for multilobe journal bearings including thermal effects with comparison to experiment *ASLE Transactions*, 1983, vol. 26, n° 4, pp. 501-508.
- [KNI90]** KNIGHT J. D, NIEWIAROWSKI A. J.
Effects of two film rupture models on the thermal analysis of a journal bearing. *ASME Journal of Tribology*, 1990, vol. 112, n° 2, pp. 183-188.
- [KU92]** KU ROGER C.-P, HESHMAT H.
Compliant Foil Bearing Structural Stiffness Analysis: Part I - Theoretical Model Including Strip and variable Bump Foil Geometry. *ASME Journal of Tribology*, 1992, vol. 114, n° 2, pp. 394-400.
- [KUC00]** KUCINSCHI B.-R., FILLON M., FRENE J., et al.
A Transient Thermoelastohydrodynamic Study of Steadily Loaded Plain Journal Bearings Using Finite Element Method Analysis. *ASME Journal of Tribology*, 2000, vol. 122, n° 1, pp. 219-226.
- [LEE08]** LEE D.-H., KIM Y.-C., KIM K.-W.
The Static Performance Analysis of Foil Journal Bearings Considering Three-Dimensional Shape of the Foil Structure. *ASME Journal of Tribology*, 2008, vol. 130, n° 3, pp. 031102 1-10.
- [LEE10]** LEE D., KIM D.
Thermohydrodynamic Analyses of Bump Air Foil Bearings With Detailed Thermal Model of Foil Structures and Rotor. *ASME Journal of Tribology*, 2010, vol. 132, n° 2, pp. 021704 1-12.
- [LEL07]** LE LEZ S., ARGHIR M., FRÊNE J.
Static and Dynamic Characterization of a Bump-Type Foil Bearing Structure. *ASME Journal of Tribology*, 2007, vol. 129, n° 1, pp. 75-83.
- [LEV02]** LEVELT SENGERS J.
How fluids unmix: discoveries by the school of Van der Waals and Kamerlingh Onnes, *Koninklijke Nerlandse Akademie van Wetenschappen*, Amsterdam, Netherlands, 2002.

- [LIC70]** LICHT L., CALIF A. C. R. C.
Design, fabrication and testing of a foil gas-bearing test rig. NASA CR-156, 1970, vol. 3, pp. 1.
- [LOB01]** LOBO L., FERREIRA A.
Phase equilibria from the exactly integrated Clapeyron equation. The Journal of Chemical Thermodynamics, 2001, vol. 33, n° 11, pp. 1597–1617, Elsevier.
- [LUN84A]** LUND J.W., HANSEN P.K.
An approximate analysis of the temperature conditions in a journal bearing. Part 1: Theory. ASME Journal of Tribology, 1984, vol. 106, n° 2, pp. 228-236.
- [LUN84B]** LUND J.W., TONNESEN J.
An approximate analysis of the temperature conditions in a journal bearing. Part 2: Application. ASME Journal of Tribology, 1984, vol. 106, n° 2, pp. 237-245.
- [MA94]** MA M. T., TAYLOR C. M.
Prediction of temperature fade in cavitation region of two-lobe journal bearings, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, 1994, vol. 208, pp. 133-139.
- [MA96]** MA M. T., TAYLOR C. M.
An experimental investigation of thermal effects in circular and elliptical plain journal bearings, Tribology International, 1996, vol. 29, n° 1, pp. 19-26.
- [MAJ04]** MAJUMDAR B., PAI R., HARGREAVES D.
Analysis of water-lubricated journal bearings with multiple axial grooves. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology, 2004, vol. 218, n° 2, pp. 135–146.
- [MCC70]** MCCALLION H., YOUSIF F., LLOYD T.
The analysis of thermal effects in a full journal bearing. ASME Journal of Lubrication Technology, 1970, vol. 92, pp. 578–587.
- [MCI88]** MCIIVOR, J.D.C., FENNER, D.N.
An Evaluation of Eight-Node Quadrilateral Finite Elements for the Analysis of a Dynamically Loaded Hydrodynamic. Journal Bearing, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, 1988, vol. 202, n° C2, pp. 95-101.
- [MCI89]** MCIIVOR, J.D.C., FENNER, D.N.
Finite Elements Analysis of Dynamically Loaded Flexible Journal Bearing: A Fast Newton-Raphson Method, ASME Journal of Tribology, 1989, vol. 111, n° 4, pp. 597-604.
- [MIC29]** MICHELL A.G.
Progress in fluid film lubrication. Transactions ASME, 1929, vol. 51, M.S.P-51-21. pp. 153-163.
- [MIC05]** MICHELL A.
Lubrication of plane surfaces. Zeit. Math. Phys., 1905, vol. 52, n° 2, pp.123-137.
- [MIC07]** MICHAUD P., SOUCHET D., BONNEAU D.
Thermohydrodynamic lubrication analysis for a dynamically loaded journal bearing. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology, 2007, vol. 221, n° 1, pp. 49–61.
- [MIN11]** MINET C, BRUNETIERE N, TOURNERIE B.
A deterministic mixed lubrication model for mechanical seals, ASME Journal of Tribology 2011, vol. 133, pp. 042203-.

- [**MIS93**] MISTRY K., BISWAS S., ATHRE A.,
Thermal Aspects of Plain Circular Bearing Under Moderately Loaded Conditions, Proceedings of Eurotrib, 1993, vol. 93, n° 4, pp. 19-24.
- [**MIT83**] MITSUI J., HORI Y., TANAKA, M.
Thermohydrodynamic analysis of cooling effect of supply oil in circular journal bearings, ASME Journal of Tribology, 1983, vol. 105, n° 3, pp. 414-420.
- [**NG64**] NG C. W.
Fluid dynamic foundation of turbulent lubrication theory. ASLE Transactions, 1964, vol. 7, n° 4, pp. 311-321, Taylor & Francis.
- [**NG65**] NG C. W., PAN C. H. T.
A linearized turbulent lubrication theory, 1965, ASME Journal of basic engineering, vol. 37, serie D, pp. 675-688.
- [**NIC72**] NICOLAS D.
Les Paliers Hydrodynamiques Soumis à un torseur de Forces Quelconques, Thèse de docteur ingénieur, INSA de Lyon, 1972.
- [**OCV53**] OCVIRK F.W., DUBOIS G.B.
Analytical derivation and experimental evaluation of short bearing approximations of full journal bearing. NACA, Tech. rep. 1157, 1953.
- [**ODY03**] ODYCK D., VENNER C.
Compressible Stokes flow in thin films. ASME Journal of tribology, 2003, vol. 125, n° 3, pp. 543-551.
- [**OH73**] OH, K.P., HUEBNER, K.H.
Solution of the Elastohydrodynamic Finite Journal Bearing Problem, ASME-Journal of Lubrication Technology, 1973, vol. 3, pp. 342-352.
- [**PAR94**] PARANJPE R., HAN T.
A Study of the Thermohydrodynamic performance of steadily loaded journal bearings, STLE Tribology Transactions, 1994, vol. 37, pp. 679-690.
- [**PAR08**] PARK D., KIM C., JANG G., et al.
Theoretical Considerations of Static and Dynamic Characteristics of Air Foil Thrust Bearing with Tilt and Slip Flow. Tribology International, 2008, vol. 41, n° 4, pp. 282-295, Elsevier.
- [**PEN76**] PENG D., ROBINSON D.
A new two-constant equation of state. Industrial & Engineering Chemistry Fundamentals, 1976, vol. 15, n° 1, pp. 59-64, ACS Publications.
- [**PEN93**] PENG J., CARPINO M.
Calculation of stiffness and damping coefficients for elastically supported gas foil bearings. ASME Journal of Tribology, 1993, vol. 115, n° 1, pp. 20-27.
- [**PEN94**] PENG J., CARPINO M.
Coulomb Friction Damping Effects in Elastically Supported Gas Foil Bearings. Tribology Transactions, 1994, vol. 37, n° 1, pp. 91-98, Taylor & Francis.
- [**PEN06**] PENG Z., KHONSARI M., FELLOW A.
A thermohydrodynamic analysis of foil journal bearings. ASME Journal of Tribology, 2006, vol. 128, n° 3, pp. 534-541.
- [**PET83**] PETROV N.P.
Theoretical and Experimental Study of Mediate Friction: Parts I, II, III and IV, Reprinted in, Fluid film Lubrication: A century of Progress, Ed. Rohde et al, 1983, American Society of Mechanical Engineers, pp. 107-134.

[PIN58] PINKUS O.

Solution of Reynolds equation for finite journal bearings. Transactions ASME, 1958, vol. 80, pp. 858-864.

[PIN79] PINKUS O., BUPARA S.S.

Analysis of Misaligned Grooved Journal Bearings, ASME Journal of Lubrication Technology, 1979, vol. 101, n° 4, pp. 503-509 (Discussion and Errata, vol. 102, pp. 257-260).

[RAI58] RAIMONDI A., BOYD J.

A solution for the finite journal bearing and its application to analysis and design: III. Tribology Transactions, 1958, vol. 1, n° 1, pp. 194-209, Taylor & Francis.

[RAJ94] RAJALINGHAM C., BLAT R.R., XISTRIS G.D.

The influence of Thermal Conduction Across the Film on the THD Characteristics of a Plain Journal Bearing, ASME Journal of Tribology, 1994, vol.116, n° 2, pp. 397-399.

[RAN10] RANKINE A. O.

On the Variation with Temperature of the Viscosities of the Gases of the Argon Group. Proceedings of the Royal Society of London, 1910, vol. 84, n° 569, pp. 181-192.

[RAO00] RAO T.V.V.L.N., BISWAS S., HIRANI H., ATHRE K.

An Analytical Approach to Evaluate Dynamic Coefficients and Nonlinear Transient Analysis of a Hydrodynamic Journal Bearing, Tribology Transactions, 2000, vol. 43, n° 1, pp. 109-115

[RAO01] RAO T.V.V.L.N, BISWAS S., HIRANI H. et all.

A Methodology for Dynamic Coefficients and Nonlinear Response of Multi-Lobe Journal Bearings, Tribology Transactions, vol. 44, n° 1, pp. 111-117.

[REA82] REASON B., NARANG I.

Rapid Design and Performance Evaluation of Steady-State Journal Bearings A Technique Amenable to Programmable Hand Calculators. Tribology Transactions, 1982, vol. 25, n° 4, pp. 429-444, Taylor & Francis.

[RED69] REDDI, M.M.

Finite Element Solution of the Incompressible Lubrication Problem, ASME, Journal of Lubrication Technology, 1969, vol. 91, n° 3, pp. 524-533.

[REI51] REICHARDT H.

Vollständige Darstellung der turbulenten Geschwindigkeitsverteilung in glatten Leitungen. ZAMM-Journal of Applied Mathematics and Mechanics / Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik, 1951, vol. 31, n° 7, pp. 208-219, Wiley Online Library.

[REY86] REYNOLDS O.

On The Theory of the Lubrication and its Application to Mr Beauchamp Tower's Experiments, Including an Experimental Determination of the Viscosity of Olive Oil. Philosophical Transactions of the Royal Society of London, 1886, vol. 177, pp.157-234.

[RHO75] RHODE, S.M., OH, K.P.

A Unified Treatment of Thick and Thin Film Elastohydrodynamic Problems by Using Higher Order Element Methods, Proceedings of the Royal Society of London, 1975, vol. 343, n° 1634, pp. 315-331.

[SAF74] SAFAR S., SZERI A.Z.

Thermohydrodynamic lubrication in laminar and turbulent regimes. ASME Transactions, Journal of Lubrication Technology, 1974, vol. 96, n°1, pp. 48-56.

- [SAI58]** SAIBEL E., GUILINGER W.
The effect of heat conductance on slider bearings characteristics, Transactions ASME, 1958, vol. 80, n° 4, pp. 800-806.
- [SAL01]** SALEHI M., SWANSON E., HESHMAT H.
Thermal Features of Compliant Foil Bearings - Theory and Experiments. ASME Journal of Tribology, 2001, vol. 123, n° 3, pp. 566-571.
- [SAN09]** SAN ANDRES L., KIM T.
Analysis of gas foil bearings integrating FE top foil models. Tribology International, 2009, vol. 42, n° 1, pp. 111-120, Elsevier.
- [SAN10]** SAN ANDRES L., KIM T. H., et al.
Thermohydrodynamic Analysis of Bump Type Gas Foil Bearings: A Model Anchored to Test Data. Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, 2010, vol. 132, n° 1, pp. 951-961.
- [SAN11]** SAN ANDRES L., RYU K., KIM T. et al.
Identification of Structural Stiffness and Energy Dissipation Parameters in a Second Generation Foil Bearing: Effect of Shaft Temperature. Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, 2011, vol. 133, pp. 032501.1-032501.9.
- [SCH87]** SCHNEIDER G. E., RAW M. J.
Control Volume Finite-Element Method for Heat Transfer and Fluid Flow Using Colocated Variables – 1. Computational Procedure. Num. Heat Transfer, 1987, vol. 11, pp. 363-90.
- [SEI72]** SEIREG A., EZZAT H.
Thermohydrodynamic phenomena in fluid film lubrication. American Society of Mechanical Engineers and American Society of Lubrication Engineers, International Lubrication Conference, New York, N. Y, 1972.
- [SHA03]** SHARMA S. C., KUMAR V., JAIN S. C., et al.
Study of hole-entry hybrid journal bearing system considering combined influence of thermal and elastic effects. Tribology International, 2003, vol. 36, n° 12, pp. 903-920.
- [SIM08]** SIM, K., AND KIM, D.
Thermohydrodynamic Analysis of Compliant Flexure Pivot Tilting Pad Gas Bearings, ASME Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, 2008, vol.130, pp. 032502.
- [SIN08]** SINGH U., ROY L., SAHU M.
Steady-state thermo-hydrodynamic analysis of cylindrical fluid film journal bearing with an axial groove. Tribology International, 2008, vol. 41, n° 12, pp. 1135-1144, Elsevier.
- [SIR04]** SIRIPURAM R. B., STEPHENS L.S.
Effect of Deterministic Asperity Geometry on Hydrodynamic Lubrication, ASME Journal of Tribology, 2004, vol. 126, n° 3, pp. 527-534.
- [SMA66]** SMALLEY A.J., MCCALLION, H.
The Effect of Journal Misalignment on the Performance of a Journal Bearing under Steady Running Conditions, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, 1966, vol. 181,3B, pp. 39-48.
- [SMI81]** SMITH R.N., TICHY J.A.
An Analytical Solution for the Thermal Characteristics of Journal Bearings, ASME Journal of Lubrication Technology, 1981, vol. 103, n° 3, pp. 443-452.
- [SOM04]** SOMMERFELD A.
The hydrodynamic theory of lubrication friction. Zs. Math. and Phys, 1904, vol. 50, n° 1, pp. 97-155.

- [SON05]** SONG J.-D, YANG B.-S, CHOI B.-G, et all.
Optimum design of short journal bearings by enhanced artificial life optimization algorithm. *Tribology International*, 2005, vol. 38, n° 4, pp. 403-412, Elsevier.
- [SOU91]** SOUCHET D.
Comportement thermohydrodynamique des butées à patins oscillants en régime laminaire et turbulent. Thèse de doctorat, Université de Poitiers, 1991.
- [STA01]** STAHL J., JACOBSON B.
Design functions for hydrodynamic bearings. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology*, 2001, vol. 215, n° 5, pp. 405-416.
- [STA02]** STAHL J.
Narrow journal bearings, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: J Engineering Tribology*, 2002, vol. 216, n° 5, pp. 346-346.
- [STE91]** STEPHAN P.
Paliers à gaz à alésage expansible, comportement dynamique, Thèse, Spécialité Génie Mécanique, Toulouse, Université Paul Sabatier, Janvier 1991.
- [STI33]** STIEBER, W.
Das Schwimmlager, Verein Deutscher Ingenieure, Berlin.
- [SUG79]** SUGANAMI T., SZERI A.Z.
A thermohydrodynamic analysis of journal bearings. *ASME Transactions, Journal of Lubrication Technology*, 1979, vol. 101, n°1, pp. 21-27.
- [SUR79]** SURIANO F. J., KEISER R. J., WOESSNER F. G., et all.
High-temperature (649°C/1200°F) Coatings for Gas-Lubricated Foil Bearings of the Navy's Advanced Auxiliary Power Unit Concepts, Document publié par Garret Turbine Engine Company et Naval Air Propulsion Center, 1979.
- [SUT93]** SUTHERLAND W.
LII. The viscosity of gases and molecular force. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, 1893, vol. 36, n° 223, pp. 507-531, Taylor & Francis.
- [SWI32]** SWIFTH.
The stability of lubricating films in journal bearings. *Proceedings: Institution of Civil Engineers (London)*, 1932, vol. 233, pp. 267-288.
- [SWI37]** SWIFTH.
Theory and experiment applied to journal bearing design. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers of the General Discussion on Lubrication and Lubricants*, 1937, vol. 1, pp. 309-316.
- [TAL02]** TALMAGE G., CARPINO M.
Performance of a Plain Journal Bearing with Flooded Ends. *Tribology Transactions*, 2002, vol. 45, n° 3, pp. 310-317, Taylor & Francis.
- [TAN66]** TANSEA D. V., RAO J. C.
Student project Report on Lubrication, Royal Naval College, Dartmouth, England, 1966.
- [TAN00]** TANAKA M.
Recent thermohydrodynamic analyses and designs of thick-film bearings. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology*, 2000, vol. 214, n° 1, pp. 107-122.

- [TON81]** TONNESEN J., HANSEN P.K.
Some experiments on the steady-state characteristics of a cylindrical fluid film bearing considering thermal effects. *AMSE Journal of Lubrication Technology*, 1981, vol. 103, n° 1, pp. 107-114.
- [TOU03]** TOURNERIE B., BRUNETIERE N., DANOS J.-C.
2D numerical modelling of the TEHD transient behaviour of mechanical face seals. *Sealing Technology*, 2003, vol. 2003, n° 6, pp. 10-13.
- [TOW83]** TOWER B.
First Report on Friction Experiments (Friction of Lubricated Bearings). *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers*, 1883, pp. 632-659.
- [TAY23]** TAYLOR G. I.
Stability of viscous liquid contained between two rotating cylinder, 1923, *Philosophical Transactions, Serie A*, vol. 223, pp. 289-343.
- [TAY04]** TAYLOR R.
Letter: Simplifications to the short bearing approximation. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology*, 2004, vol. 218, n° 6, pp. 569-573.
- [VAN73]** VAN DER WAALS J. D.
On the continuity of the gaseous and liquid states. Ph.D. Dissertation, Leiden, 1873.
- [VER95]** VERSTEEG H.K., MALALASEKERA W.
An Introduction to the Computational Fluid Dynamics. The Finite Volume Method, 1995, Addison Wesley Longman Limited, Longman Group Ltd, Essex, England.
- [VIJ96]** VIJAYARAGHAVAN D.
An efficient numerical procedure for Thermohydrodynamic analysis of cavitating bearings. *ASME Journal of Tribology*, 1996, vol. 118, n° 3, pp. 555-563.
- [WAL02]** WALTON I., HESHMAT H.
Application of Foil Bearings to Turbomachinery Including Vertical Operation. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 2002, vol. 124, n° 4, pp. 1032-1041.
- [WAN11]** WANG J., HUANG Q., KANG J., et al.
Research on Energy Equation of Lubrication Model on Large-Scale Journal Bearing System. *Advanced Materials Research*, 2011, vol. 145, pp. 139-144.
- [WAN08]** WANG J.K., KHONSARI M.M.
Effects of oil inlet pressure and inlet position of axially grooved infinitely long journal bearings. Part I: Analytical solutions and static performance, *Tribology International*, 2008, vol. 41, n° 2, pp. 119-131.
- [WIL94]** WILCOX D. C.
Turbulence modeling for CFD, 1994, Griffin printing, Glendale, California.
- [WOL13]** WOLOSZYNSKI T, PODSIADLO P, STACHOWIAK GW.
Evaluation of discretisation and integration methods for the analysis of hydrodynamic bearings with and without surface texturing, *Tribology Letters*, 2013, vol. 51, n° 1, pp.25-47.
- [XIO12]** XIONG S, WANG QJ.
Steady-state hydrodynamic lubrication modeled with the Payvar-Salant mass conservation model, *ASME Journal of Tribology*, 2012, vol. 134, n° 3, pp. 031703-.
- [YAN01]** YANG B., LEE Y., CHOI B., KIM H.
Optimum design of short journal bearings by artificial life algorithm. *Tribology International*, 2001, vol. 34, n° 7, pp. 427-435, Elsevier.

[YU01] YU T.H., SADEGHI F.

Groove Effects on Thrust Washer Lubrication, ASME Journal of Tribology, 2001, vol.123, n°2, pp. 295-304.

[ZIE57] ZIENKIEWICZ O.

Temperature distribution within lubricating films between parallel bearing surfaces and its effect on the pressure developed. Proceedings Conference on Lubrication and Wear, 1957. pp. 135-141

Annexe

A

Changement de variables géométriques

Il est commode de faire subir aux équations du système une transformation qui adimensionne les différentes grandeurs qui apparaissent dans les équations et qui transforme le domaine réel occupé par le film en un parallélépipède (figure A.1).

Ainsi le domaine fluide réel représenté par la figure A.1 (a) se transforme en un parallélépipède rectangle comme le montre la figure A.1 (b)

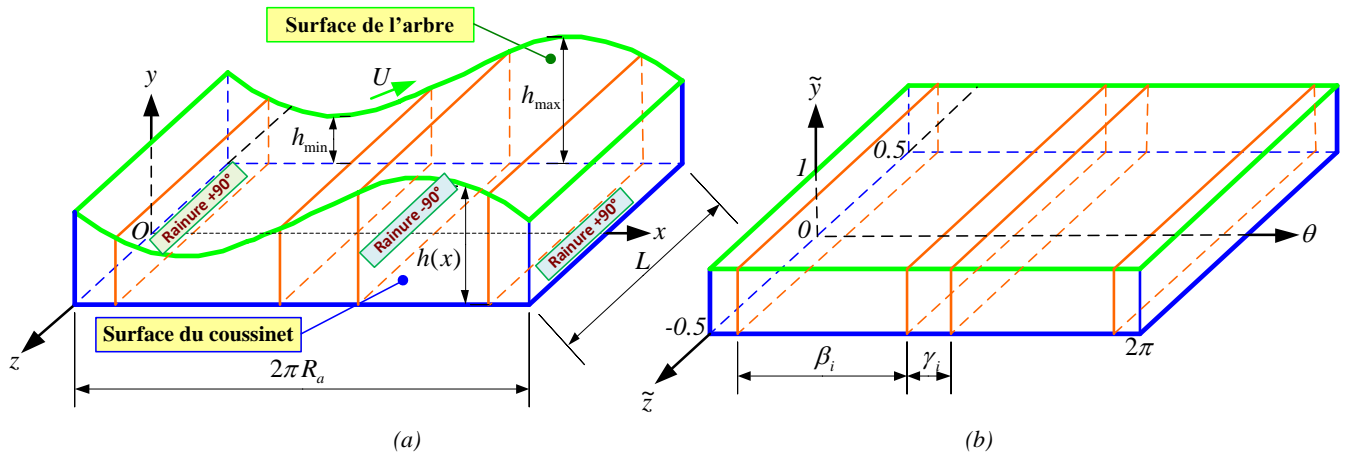


Figure A. 1 : (a) domaine fluide réel, (b) domaine fluide de référence.

Posons le changement de variables géométriques suivant :

$$\begin{cases} x = R_a \theta \\ y = C_L \tilde{h} \tilde{y} \\ z = L \tilde{z} \end{cases} \quad \text{ou} \quad \begin{cases} \theta = x/R_a \\ \tilde{y} = y/(C_L \tilde{h}) \\ \tilde{z} = z/L \end{cases} \quad (\text{A.1})$$

La dérivation composée permet de calculer les dérivées en variables sans dimension $(\theta, \tilde{y}, \tilde{z})$ d'une fonction à partir de ses dérivées avec dimension (x, y, z) :

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \theta}{\partial x} & \frac{\partial \tilde{y}}{\partial x} & \frac{\partial \tilde{z}}{\partial x} \\ \frac{\partial \theta}{\partial y} & \frac{\partial \tilde{y}}{\partial y} & \frac{\partial \tilde{z}}{\partial y} \\ \frac{\partial \theta}{\partial z} & \frac{\partial \tilde{y}}{\partial z} & \frac{\partial \tilde{z}}{\partial z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial \theta} \\ \frac{\partial}{\partial \tilde{y}} \\ \frac{\partial}{\partial \tilde{z}} \end{bmatrix} \quad (\text{A.2})$$

Soit de façon compacte, $\{\partial_x\} = [J] \cdot \{\partial_{\tilde{x}}\}$, $[J]$ représente la matrice *Jacobéenne* de la transformation.

Compte tenu des relations (A.1), on obtient :

$$[J] = \begin{bmatrix} \frac{1}{R_a} & -\frac{\tilde{y}}{\tilde{h}} \frac{\partial \tilde{h}}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{1}{C \tilde{h}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{L} \end{bmatrix} \quad (\text{A.3})$$

Ainsi :

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial x} = \frac{1}{R_a} \frac{\partial}{\partial \theta} - \frac{\tilde{y}}{\tilde{h}} \frac{\partial \tilde{h}}{\partial x} \frac{\partial}{\partial \tilde{y}} \\ \frac{\partial}{\partial y} = \frac{1}{C \tilde{h}} \frac{\partial}{\partial \tilde{y}} \\ \frac{\partial}{\partial z} = \frac{1}{L} \frac{\partial}{\partial \tilde{z}} \end{cases} \quad (\text{A.4})$$

Soit, en ne faisant intervenir dans les deuxièmes membres que les variables sans dimension on obtient :

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial x} = \frac{1}{R_a} \left(\frac{\partial}{\partial \theta} - \frac{\tilde{y}}{\tilde{h}} \frac{\partial \tilde{h}}{\partial \theta} \frac{\partial}{\partial \tilde{y}} \right) \\ \frac{\partial}{\partial y} = \frac{1}{C \tilde{h}} \frac{\partial}{\partial \tilde{y}} \\ \frac{\partial}{\partial z} = \frac{1}{L} \left(\frac{\partial}{\partial \tilde{z}} - \frac{\tilde{y}}{\tilde{h}} \frac{\partial \tilde{h}}{\partial \tilde{z}} \frac{\partial}{\partial \tilde{y}} \right) \end{cases} \quad (\text{A.5})$$

Annexe

B

Modélisations géométriques

Equation géométrique pour un palier à lobe aligné [Nic72]

L'équation de Reynolds fait intervenir l'épaisseur du film fluide qui est habituellement calculée à l'aide d'un développement limité de l'espace entre les surfaces du contact, c'est-à-dire entre le coussinet et l'arbre.

Lorsque le torseur des forces extérieures qui agit sur l'arbre, se réduit au point C_0 , centre de l'arbre dans la section médiane du coussinet, à une force W située dans le plan de la section médiane du coussinet, et à un moment colinéaire à l'axe de l'arbre, le palier est dit aligné et les axes de l'arbre et du coussinet sont parallèles mais leurs centres ne coïncident pas. Toute section droite du palier est identique et peut être représentée géométriquement par deux cercles non concentriques (figure B.1)

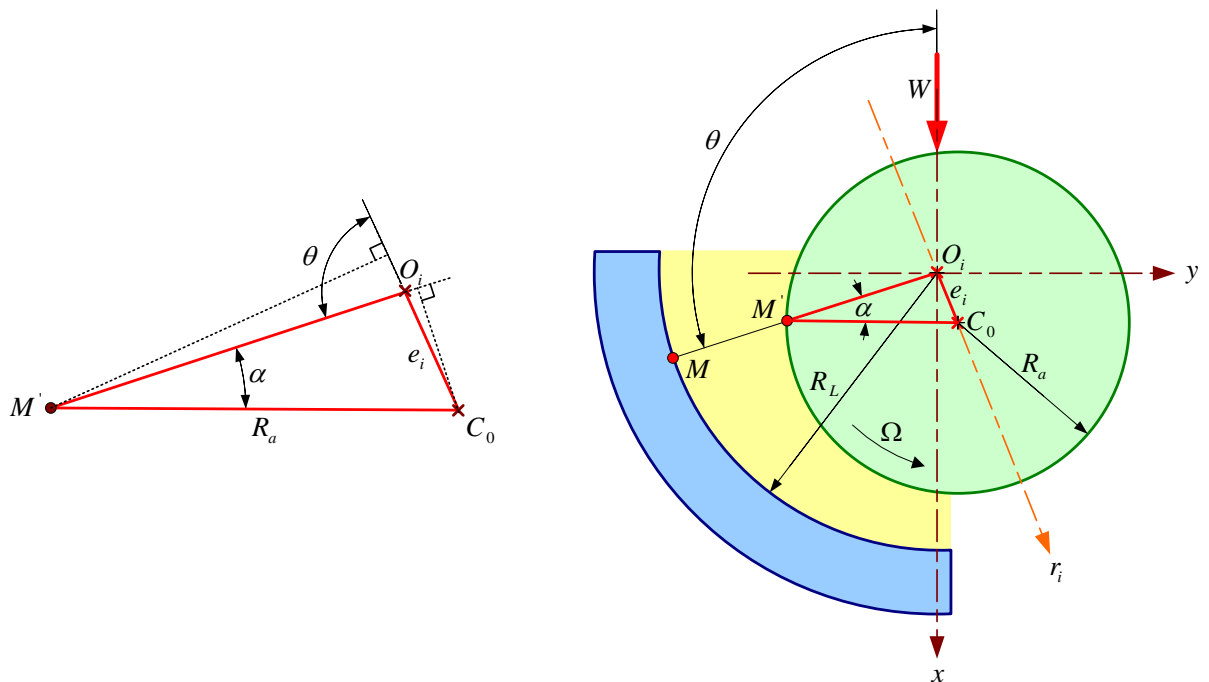


Figure B. 1 : Section droite du palier.

Considérons une section droite du palier (figure. B.1). Un point M appartenant à la surface du coussinet sera repéré par la coordonnée angulaire θ .

L'épaisseur du film d'huile est quantifiée dans la direction radiale, fonction des variations dans la direction circonférentielle et donnée par :

$$h = \overline{O_i M} - \overline{O_i M'} \quad (\text{B.1})$$

c'est-à-dire :

$$h = R_L - \overline{O_i M'} = R_a + C_L - \overline{O_i M'} \quad (\text{B.2})$$

En appliquant la règle des sinus au triangle $O_i M' C_0$ il vient :

$$\begin{cases} \frac{R_a}{\sin \theta} = \frac{e_i}{\sin \alpha} \\ \frac{\overline{O_i M'}}{\sin(\widehat{O_i C_0 M'})} = \frac{R_a}{\sin \theta} \end{cases} \quad (\text{B.3})$$

d'où

$$\begin{cases} \sin \alpha = \frac{e_i}{R_a} \sin \theta \\ \overline{O_i M'} = \frac{R_a}{\sin \theta} \sin(\widehat{O_i C_0 M'}) \end{cases} \quad (\text{B.4})$$

D'autre part, l'angle $\widehat{O_i C_0 M'}$ est calculé de la manière suivante :

$$(\widehat{O_i C_0 M'}) = \pi - \alpha - (\pi - \theta) = \theta - \alpha \quad (\text{B.5})$$

A présent, il est possible de trouver la valeur de $\sin(\widehat{O_i C_0 M'})$ comme suit :

$$\sin(\widehat{O_i C_0 M'}) = \sin(\theta - \alpha) = \sin \theta \cos \alpha - \cos \theta \sin \alpha \quad (\text{B.6})$$

d'où :

$$\sin(\widehat{O_i C_0 M'}) = \sin \theta \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} - \cos \theta \sin \alpha \quad (\text{B.7})$$

En introduisant l'équation de (A.4) $\sin \alpha$ dans (A.7), l'expression finale est obtenue :

$$\sin(\widehat{O_i C_0 M'}) = \sin \theta \sqrt{1 - \left(\frac{e_i}{R_a} \sin \theta\right)^2} - \frac{e_i}{R_a} \cos \theta \sin \theta \quad (\text{B.8})$$

En insérant l'équation (A.8) dans l'expression de $\overline{O_i M'}$ de l'équation (A.4), il vient :

$$\overline{O_i M'} = R_a \sqrt{1 - \left(\frac{e_i}{R_a} \sin \theta\right)^2} - e_i \cos \theta \quad (\text{B.9})$$

La quantité e_i/R_a est très petite devant l'unité (de l'ordre de 10^{-3}) on peut donc négliger le terme $\left(\frac{e_i}{R_a} \sin \theta\right)^2$ devant l'unité.

Enfin, l'expression de l'épaisseur du film d'huile dans le palier est donnée par :

$$h = C_L + e_i \cos \theta \quad (\text{B.10})$$

Il vient alors

$$\tilde{h} = 1 + \varepsilon_i \cos \theta \quad (\text{B.11})$$

où l'excentricité relative : $\varepsilon_i = e_i/C_L$ varie de 0 à 1.

Annexe

C

Méthode de résolution de l'équation de Reynolds

L'équation de REYNOLDS en régime permanent décrite par l'équation (2.9) s'écrit en variables sans dimension :

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left(\tilde{\rho} \tilde{h}^3 \tilde{F}_2 \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \theta} \right) + \left(\frac{R_a}{L} \right)^2 \frac{\partial}{\partial \tilde{z}} \left(\tilde{\rho} \tilde{h}^3 \tilde{F}_2 \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{z}} \right) = \Lambda \left[\frac{\partial}{\partial \theta} \tilde{\rho} \tilde{h} \left(1 - \frac{\tilde{F}_1}{\tilde{F}_0} \right) + \frac{\partial (\tilde{\rho} \tilde{h})}{\partial \tilde{t}} \right] \quad (\text{C.1})$$

Les dérivées de la pression sont écrites en un point (i, k) en fonction des valeurs de la pression aux points environnants (figure C.1). Leur expression s'écrit ainsi :

$$\begin{cases} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \theta} = \frac{\tilde{p}_{i+1,k} - \tilde{p}_{i-1,k}}{2\Delta\theta} \\ \frac{\partial^2 \tilde{p}}{\partial \theta^2} = \frac{\tilde{p}_{i+1,k} - 2\tilde{p}_{i,k} + \tilde{p}_{i-1,k}}{\Delta\theta^2} \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{z}} = \frac{\tilde{p}_{i,k+1} - \tilde{p}_{i,k-1}}{2\Delta\tilde{z}} \\ \frac{\partial^2 \tilde{p}}{\partial \tilde{z}^2} = \frac{\tilde{p}_{i,k+1} - 2\tilde{p}_{i,k} + \tilde{p}_{i,k-1}}{\Delta\tilde{z}^2} \end{cases}$$

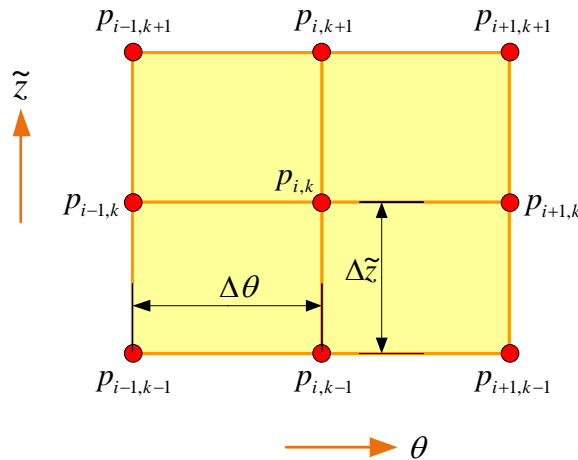


Figure C. 1 : Les pressions autour du point (i, k) (Molécule de calcul).

Si on pose :

$$\left\{ \begin{array}{l} S_{i,k} = \frac{1}{2\tilde{\rho}_{i,k} \cdot \tilde{h}_i \cdot \tilde{F}_{2i,k} \cdot \left(\frac{1}{\Delta\theta^2} + \left(\frac{R_a}{L} \right)^2 \frac{1}{\Delta\tilde{z}^2} \right)} \\ AP_{i,k} = S_{i,k} \cdot \left[\frac{\tilde{\rho}_{i,k} \cdot \tilde{h}_i^3 \cdot \tilde{F}_{2i,k}}{\Delta\theta^2} + \frac{1}{2\Delta\theta} \frac{\partial}{\partial\theta} (\tilde{\rho}_{i,k} \cdot \tilde{h}_i^3 \cdot \tilde{F}_{2i,k}) \right] \\ BP_{i,k} = S_{i,k} \cdot \left[\frac{\tilde{\rho}_{i,k} \cdot \tilde{h}_i^3 \cdot \tilde{F}_{2i,k}}{\Delta\theta^2} - \frac{1}{2\Delta\theta} \frac{\partial}{\partial\theta} (\tilde{\rho}_{i,k} \cdot \tilde{h}_i^3 \cdot \tilde{F}_{2i,k}) \right] \\ CP_{i,k} = \left(\frac{R_a}{L} \right)^2 S_{i,k} \cdot \left[\frac{\tilde{\rho}_{i,k} \cdot \tilde{h}_i^3 \cdot \tilde{F}_{2i,k}}{\Delta\tilde{z}^2} + \frac{1}{2\Delta\tilde{z}} \frac{\partial}{\partial\tilde{z}} (\tilde{\rho}_{i,k} \cdot \tilde{h}_i^3 \cdot \tilde{F}_{2i,k}) \right] \\ DP_{i,k} = \left(\frac{R_a}{L} \right)^2 S_{i,k} \cdot \left[\frac{\tilde{\rho}_{i,k} \cdot \tilde{h}_i^3 \cdot \tilde{F}_{2i,k}}{\Delta\tilde{z}^2} - \frac{1}{2\Delta\tilde{z}} \frac{\partial}{\partial\tilde{z}} (\tilde{\rho}_{i,k} \cdot \tilde{h}_i^3 \cdot \tilde{F}_{2i,k}) \right] \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} EP_{i,k} = -\Lambda \cdot S_{i,k} \cdot \left[\frac{\partial}{\partial\theta} \tilde{\rho} \tilde{h} \left(1 - \frac{\tilde{F}_1}{\tilde{F}_0} \right) \right] \quad \text{En régime permanent} \\ EP_{i,k} = -\Lambda \cdot S_{i,k} \cdot \left[\frac{\partial}{\partial\theta} \tilde{\rho} \tilde{h} \left(1 - \frac{\tilde{F}_1}{\tilde{F}_0} \right) + \tilde{\rho}_{i,k} \frac{\partial \tilde{h}}{\partial \tilde{t}} \right] \quad \text{En régime transitoire} \end{array} \right.$$

En régime transitoire, pour la dynamique linéaire dans l'expression de $EP_{i,k}$ il faut que $\frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial \tilde{t}} \rightarrow 0$, l'expression $\frac{\partial \tilde{h}}{\partial \tilde{t}}$ est donnée par :

$$\frac{\partial \tilde{h}}{\partial \tilde{t}} = \dot{\varepsilon}_{il} \cdot \cos \theta$$

En remplaçant les dérivées de la pression dans l'équation de REYNOLDS on obtient :

$$p_{i,k} = AP_{i,k} \cdot p_{i+1,k} + BP_{i,k} \cdot p_{i-1,k} + CP_{i,k} \cdot p_{i,k+1} + DP_{i,k} \cdot p_{i,k-1} + EP_{i,k} \quad (\text{C.2})$$

La résolution de cette équation donne en utilisant la méthode itérative de GAUSS-SEIDEL relaxé :

$$\tilde{p}_{i,k}^{(n)} = \tilde{p}_{i,k}^{(n-1)} + \omega_p \left(\tilde{p}_{i,k}^{(\text{calculée})} - \tilde{p}_{i,k}^{(n-1)} \right) \quad (\text{C.3})$$

Annexe

D

Méthode de résolution de l'équation d'énergie

L'équation de l'énergie des films minces visqueux sous forme sans dimension (2.14) définie dans la section 2.2.3 s'écrit:

$$P_e \tilde{\rho} \left[\tilde{u} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial \theta} + \left(\frac{\tilde{v}}{\tilde{h}} - \frac{\tilde{u}\tilde{y}}{\tilde{h}} \frac{\partial \tilde{h}}{\partial \theta} \right) \frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{y}} + \left(\frac{R_a}{L} \right) \tilde{w} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{z}} \right] = \frac{1}{\tilde{h}^2} \frac{\partial}{\partial \tilde{y}} \left(\tilde{k}_f^* \frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{y}} \right) + \frac{N_d \mu^*}{\tilde{h}^2} \left[\left(\frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{y}} \right)^2 + \left(\frac{\partial \tilde{w}}{\partial \tilde{y}} \right)^2 \right] + \frac{N_d \tilde{\alpha}}{\Lambda} \tilde{T} \left[\tilde{u} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \theta} + \left(\frac{R_a}{L} \right) \tilde{w} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{z}} \right] \quad (\text{D.1})$$

avec:

$$\begin{cases} P_e = \frac{\rho_0 c_p \Omega C_L^2}{k_0} & \text{Nombre de Peclet} \\ N_d = \frac{\mu_0 (R_a \Omega)^2}{k_0 T_0} & \text{Nombre de dissipation} \\ \tilde{\alpha} = \frac{\tilde{p}}{\tilde{\rho} \tilde{T}^2} \end{cases}$$

Comme vu précédemment, dans la direction circonférentielle le terme convectif de l'équation de l'énergie (transport de chaleur due à un mouvement fluide) est normalement dominant, tandis que dans la direction radiale le terme diffusif (transport de chaleur par conduction) est normalement dominant. Ceci impose l'utilisation des différences en amont et centrées le long de chacune des directions, respectivement. Par conséquent, la version de la différence finie des dérivées est la suivante :

$$\begin{cases} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial \theta} = \frac{\tilde{T}_{i,j,k} - \tilde{T}_{i-1,j,k}}{\Delta \theta} \\ \frac{\partial \tilde{h}}{\partial \theta} = -\varepsilon_{il} \sin \theta \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{y}} = \frac{\tilde{T}_{i,j+1,k} - \tilde{T}_{i,j-1,k}}{2\Delta \tilde{y}} \\ \frac{\partial^2 \tilde{T}}{\partial \tilde{y}^2} = \frac{\tilde{T}_{i,j+1,k} - 2\tilde{T}_{i,j,k} + \tilde{T}_{i,j-1,k}}{\Delta \tilde{y}^2} \end{cases} \quad \frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{z}} = \frac{\tilde{T}_{i,j,k} - \tilde{T}_{i,j,k-1}}{\Delta \tilde{z}}$$

Portons ces expressions dans (D.1) et posons :

$$\left\{ \begin{array}{l} EN_1 = \frac{P_e}{\Delta\theta} \tilde{\rho}_{i,k} \cdot \tilde{u}_{i,j,k} \\ EN_2 = \frac{P_e}{2\Delta\tilde{y}} \frac{\tilde{\rho}_{i,k}}{\tilde{h}_i} [\tilde{v}_{i,j,k} - \tilde{u}_{i,j,k} \cdot \tilde{y} \cdot \varepsilon_{il} \sin \theta] \\ EN_3 = \frac{k_f^*}{(\tilde{h}_i \cdot \Delta\tilde{y})^2} \\ EN_4 = \left(\frac{R_a}{L}\right) \frac{P_e}{\Delta\tilde{z}} \tilde{\rho}_{i,k} \cdot \tilde{w}_{i,j,k} \\ EN_5 = \frac{1}{2\Delta\tilde{y} \cdot \tilde{h}_i^2} \left(\frac{\partial \tilde{k}_f}{\partial \tilde{y}}\right) \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} EN_6 = \frac{N_d \mu^*}{\tilde{h}^2} \left[\left(\frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{y}}\right)^2 + \left(\frac{\partial \tilde{w}}{\partial \tilde{y}}\right)^2 \right] \\ EN_7 = \frac{N_d \tilde{\alpha}}{\Lambda} \tilde{T} \left[\tilde{u} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \theta} + \left(\frac{R_a}{L}\right) \tilde{w} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{z}} \right] \end{array} \right.$$

Posons aussi :

$$\left\{ \begin{array}{l} EN_8 = -(EN_1 + EN_4 + 2EN_3 - EN_7) \\ EN_9 = EN_2 - EN_5 - EN_3 \\ EN_{10} = -(EN_2 + EN_3 - EN_5) \\ EN_{11} = -EN_1 \\ EN_{12} = -EN_4 \end{array} \right.$$

Par conséquent, l'équation d'énergie de différences finies peut être réécrite sous la forme:

$$-EN_8 \cdot \tilde{T}_{i,j,k} + EN_9 \cdot \tilde{T}_{i,j+1,k} + EN_{10} \cdot \tilde{T}_{i,j-1,k} + EN_{11} \cdot \tilde{T}_{i-1,j,k} + EN_{12} \cdot \tilde{T}_{i,j,k-1} + EN_6 = 0 \quad (D.2)$$

Or, d'après cette équation, le calcul de la température $\tilde{T}_{i,j,k}$ a besoin des termes suivant l'épaisseur du film, la connaissance de la température au niveau des nœuds adjacents ($\tilde{T}_{i,j-1,k}, \tilde{T}_{i,j+1,k}$). Il est utile que l'équation (D.2) puisse être manipulée d'une manière telle que $\tilde{T}_{i,j,k}$ soit calculé avec la connaissance explicite de seulement l'une des températures ($\tilde{T}_{i,j-1,k}$ ou $\tilde{T}_{i,j+1,k}$). Cela signifie transformer le calcul de l'évolution de la température dans la direction radiale d'un problème de valeur limite en un problème de valeur initiale, beaucoup plus simple à résoudre.

Si on pose une nouvelle variable $\tilde{S}_{i,j,k}$ définie par la différence entre la température du nœud (i, j, k) et le nœud de la surface intérieure du coussinet $(i, 1, k)$, défini par :

$$\tilde{S}_{i,j,k} = \tilde{T}_{i,j,k} - \tilde{T}_{i,1,k} \quad (D.3)$$

Substituant (D.3) dans l'équation (D.2), il vient :

$$-EN_8 \cdot \tilde{S}_{i,j,k} + EN_9 \cdot \tilde{S}_{i,j+1,k} + EN_{10} \cdot \tilde{S}_{i,j-1,k} + F_{i,j,k} = 0 \quad (D.4)$$

avec :

$$F_{i,j,k} = (-EN_8 + EN_9 + EN_{10}) \cdot \tilde{T}_{i,1,k} + EN_{11} \cdot \tilde{T}_{i-1,j,k} + EN_{12} \cdot \tilde{T}_{i,j,k-1} + EN_6 \quad (D.5)$$

On définit alors deux nouvelles variables $A_{i,j,k}$ et $B_{i,j,k}$ de sorte que l'équation (D.4) s'écrive :

$$\tilde{S}_{i,j,k} = A_{i,j,k} \cdot \tilde{S}_{i,j+1,k} + B_{i,j,k} \quad (D.6)$$

La relation (D.6) montre alors que connaissant la température au point $j + 1$, on peut calculer celle au point j . Ainsi le problème de recherche de la température suivant l'épaisseur du film qui est à l'origine d'un problème aux limites a été transformé en un problème à valeur initiale. Les coefficients A et B contiennent la seconde condition aux limites. Afin de les calculer, écrivons la relation (D.6) pour au nœud $j = j - 1$

$$\tilde{S}_{i,j-1,k} = A_{i,j-1,k} \cdot \tilde{S}_{i,j,k} + B_{i,j-1,k} \quad (D.7)$$

On remplace (D.7) dans (D.4), ce qui permet d'éliminer $\tilde{S}_{i,j-1,k}$ de cette équation qui devient :

$$\tilde{S}_{i,j,k} = \underbrace{\frac{EN_9}{EN_8 - EN_{10} \cdot A_{i,j-1,k}}}_{A_{i,j,k}} \tilde{S}_{i,j+1,k} + \underbrace{\frac{EN_{10} \cdot B_{i,j-1,k} + F_{i,j,k}}{EN_8 - EN_{10} \cdot A_{i,j-1,k}}}_{B_{i,j,k}} \quad (D.8)$$

on obtient deux relations de récurrence de (D.6) et (D.8) qui définissent $A_{i,j,k}$ et $B_{i,j,k}$:

$$\begin{cases} A_{i,j,k} = \frac{EN_9}{EN_8 - EN_{10} \cdot A_{i,j-1,k}} \\ B_{i,j,k} = \frac{EN_{10} \cdot B_{i,j-1,k} + F_{i,j,k}}{EN_8 - EN_{10} \cdot A_{i,j-1,k}} \end{cases} \quad (D.9)$$

pour $j = 1$, en tenant compte du changement de variable (D.3), la relation (D.6) s'écrit :

$$0 = A_{i,1,k} \cdot \tilde{S}_{i,2,k} + B_{i,1,k}$$

Une solution de ce système d'équations est :

$$\begin{cases} A_{i,1,k} = 0 \\ B_{i,1,k} = 0 \end{cases} \quad (D.10)$$

Remarque :

- La résolution de l'équation (D.4) est pour :

$$\begin{cases} i = 2, N_\theta \\ j = 2, N_y - 1 \\ k = 1, N_z \end{cases}$$

- Pour $k = 1$ (plan de symétrie du palier), l'équation (D.4) ci-dessus n'est plus valable. On se sert alors de la symétrie par rapport au plan $z = 0$. Ainsi ;

$$\frac{\partial \tilde{T}_{i,j,1}}{\partial \tilde{z}} = 0$$

Pour cette valeur de $k = 1$, on est ramené à une équation de l'énergie bidimensionnelle dans le plan XOY que l'on résout par la méthode ci-dessus, seule coefficient $EN_{12} = -EN_4 = 0$ est modifié.

Annexe

E

Calcul des coefficients de la formule de Clapeyron

Pour trois couples pression et température (p_1, T_1) , (p_2, T_2) et (p_3, T_3) en remplaçant dans la formule de CLAPEYRON (2.29), on obtient le système d'équations suivantes :

$$\begin{cases} \ln(p_1) = C_1 - \frac{C_2}{T_1} - C_3 \ln(T_1) \\ \ln(p_2) = C_1 - \frac{C_2}{T_2} - C_3 \ln(T_2) \\ \ln(p_3) = C_1 - \frac{C_2}{T_3} - C_3 \ln(T_3) \end{cases} \quad (\text{E.1})$$

C'est un système d'équations à trois inconnues C_1 , C_2 et C_3 .

Sous forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{T_1} & -\ln(T_1) \\ 1 & -\frac{1}{T_2} & -\ln(T_2) \\ 1 & -\frac{1}{T_3} & -\ln(T_3) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \ln(p_1) \\ \ln(p_2) \\ \ln(p_3) \end{bmatrix} \quad (\text{E.2})$$

Sa matrice associée est :

$$\begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{T_1} & -\ln(T_1) \\ 1 & -\frac{1}{T_2} & -\ln(T_2) \\ 1 & -\frac{1}{T_3} & -\ln(T_3) \end{bmatrix} \quad (\text{E.3})$$

et

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & -\frac{1}{T_1} & -\ln(T_1) \\ 1 & -\frac{1}{T_2} & -\ln(T_2) \\ 1 & -\frac{1}{T_3} & -\ln(T_3) \end{vmatrix} \quad (\text{E.4})$$

$$= \frac{\ln(T_3)}{T_2} - \frac{\ln(T_2)}{T_3} + \frac{1}{T_1} (\ln(T_2) - \ln(T_3)) - \ln(T_1) \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_3} \right)$$

Le système est donc de CRAMER dont la solution est donnée par :

$$C_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta}, \quad C_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta}, \quad C_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta} \quad (\text{E.5})$$

avec :

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} \ln(p_1) & -\frac{1}{T_1} & -\ln(T_1) \\ \ln(p_2) & -\frac{1}{T_2} & -\ln(T_2) \\ \ln(p_3) & -\frac{1}{T_3} & -\ln(T_3) \end{vmatrix}$$

$$= \ln(p_1) \left(\frac{\ln(T_3)}{T_2} - \frac{\ln(T_2)}{T_3} \right) + \frac{1}{T_1} (-\ln(p_2) \cdot \ln(T_3) - \ln(p_3) \cdot \ln(T_2))$$

$$- \ln(T_1) \left(\frac{\ln(p_3)}{T_2} - \frac{\ln(p_2)}{T_3} \right)$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 1 & \ln(p_1) & -\ln(T_1) \\ 1 & \ln(p_2) & -\ln(T_2) \\ 1 & \ln(p_3) & -\ln(T_3) \end{vmatrix}$$

$$= (\ln(p_3) \cdot \ln(T_2) - \ln(p_2) \cdot \ln(T_3)) - \ln(p_1) (\ln(T_2) - \ln(T_3))$$

$$- \ln(T_1) (\ln(p_3) - \ln(p_2))$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 1 & -\frac{1}{T_1} & \ln(p_1) \\ 1 & -\frac{1}{T_2} & \ln(p_2) \\ 1 & -\frac{1}{T_3} & \ln(p_3) \end{vmatrix} = \left(\frac{\ln(p_2)}{T_3} - \frac{\ln(p_3)}{T_2} \right) + \frac{1}{T_1} (\ln(p_3) - \ln(p_2)) + \ln(p_1) \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_3} \right)$$

Après calcul des constantes de la formule de CLAPEYRON, on peut calculer la pression de saturation par :

$$p_{sat_{i,k}} = \exp \left(C_1 - \frac{C_2}{T_{moy_{i,k}}} - C_3 \cdot \ln(T_{mot_{i,k}}) \right) \quad (E.6)$$

avec :

$$T_{moy_{i,k}} = \frac{\sum_{j=1}^{N_y} T_{i,j,k}}{N_y} \quad (E.7)$$

La pression de saturation en sans dimension s'écrit :

$$\tilde{p}_{sat_{i,k}} = \frac{1}{p_0} \exp \left(C_1 - \frac{1}{T_0} \frac{C_2}{\tilde{T}_{moy_{i,k}}} - C_3 \cdot \left(\ln(\tilde{T}_{mot_{i,k}}) + \ln(T_0) \right) \right) \quad (E.8)$$

