

وزارة التعليم العالي و البحث العلمي

BADJI MOKHTAR-ANNABA UNIVERSITY  
UNIVERSITE BADJI MOKHTAR-ANNABA



جامعة باجي مختار - عنابة

Faculté des sciences de l'ingénieur

Département d'Electromécanique

## MEMOIRE

Présenté en vue de l'obtention du diplôme de **MAGISTER**  
2009

# Etude de L'Effet Dynamique d'un Palier Lisse par Analyse Vibratoire

**Option : Electromécanique**

Présentée par :

Melle : Meramria Wafa

**DIRECTEUR DE MEMOIRE :** Belhamra Ali M.C U.ANNABA

### DEVANT LE JURY

**PRESIDENT:** Cheikchouk Nassir M.C U.ANNABA

**EXAMINATEURS:** Hadjaj A/Elias M.C U.ANNABA

Cheghib Hocine M.C U.ANNABA

Ouadi Mohamed M.C U.ANNABA



# REMERCIEMENTS

Remerciant tout d'abord dieu le tous puissant de nous avoir donné la force et le savoir de réaliser ce travail .

Je tiens à exprimer ma profonde gratitude à mon directeur du mémoire Monsieur **Belhamra Ali**, Maître de Conférence au département d'Electromécanique de l'université Badji Mokhtar Annaba, pour le soutien moral, pour la confiance, pour les conseils judicieux qu'il m'a généreusement donné et la passion de la recherche qu'il m'a transmis.

Je suis extrêmement sensible à l'honneur que me fait Monsieur **Cheikhouk Nasir**, Maître de Conférence au département d'Electromécanique de l'université Badji Mokhtar Annaba, en acceptant le présider le jury et participer à l'examen de cette mémoire.

Je tiens à témoigner ma reconnaissance à Monsieur **Hadjadj Aoul Elias** Maître de Conférence au département d'Electromécanique de l'université Badji Mokhtar Annaba, pour l'intérêt qu'il a porté à cette recherche, pour avoir accepter d'examiner ce travail et de participer à ce jury.

Mes remerciements vont également à :Monsieur **Cheghib Hocine** Maître de Conférence au département d'Electromécanique de l'université Badji Mokhtar Annaba et Monsieur **Ouadi Mohamed** Maître de Conférence au département d'Electromécanique de l'université Badji Mokhtar Annaba , d'avoir accepter d'examiner ces travaux

Enfin , **Mostapha Lahmer**,Professeur au départementGénie mécanique de Université de Guelma pour leur soutien et à mes collègues qui mon aidé et encouragé au cour de la réalisation de ce travail .

## ***Résumé***

L'étude théorique développée dans le cadre de ce mémoire est consacrée à la modélisation non linéaire du comportement dynamique des paliers lisses des machines tournantes.

La modélisation, basée sur la discrétisation spatiale et temporelle de l'équation de Reynolds et des équations de mouvement de l'arbre, permet de déterminer l'évolution des performances hydrodynamiques du palier au cours du temps ainsi que les trajectoires d écrites par le centre de l'arbre dans le palier.

Cette modélisation est nécessaire pour l'étude de l'effet dynamique d'un palier lisse par analyse vibratoire soumis à des charges dynamiques importantes.

L'étude paramétrique effectuée dans le cadre de la théorie non linéaire a permis de mettre en évidence l'effet de quelques paramètres telles que : la vitesse de rotation de l'arbre, les paramètres du couple de contraintes sur la trajectoire du centre de l'arbre dans le palier, l'épaisseur minimale du film lubrifiant, la pression maximale.

### ***Mots clés :***

Lubrification hydrodynamique

Paliers hydrodynamiques

Vibration

Dynamique des rotors

Balourd.

***Title:***

**Study the dynamic effect of a bearing vibration analysis**

***Abstract***

The theoretical study developed within the framework of this memory is devoted to the nonlinear modeling of the dynamic behavior of the smooth bearings of the revolving machines.

The nonlinear modeling, based on the space and temporal discretization of the equation of Reynolds and the equations of motion of the tree, makes it possible to determine the evolution of the hydrodynamic performances of the stage during time as well as the trajectories  $D$  written by the center of the tree in the stage.

This modeling is necessary for the study of the dynamic effect of a smooth bearing by vibratory analysis subjected to important dynamic heads.

The parametric study carried out using the nonlinear theory made it possible to highlight the effect of some parameters such as: number of revolutions of the tree, parameters of the couple of constraints on the trajectory of the center of the tree in the stage, the minimal thickness of lubricating film, maximum pressure.

***Key words:***

Hydrodynamic lubrication

Hydrodynamic bearings

Vibration

Dynamics of the rotors

Unbalance.

# Sommaire

**Résumé**

**Liste des figures**

**Liste des symboles**

**Introduction générale** 1

**Chapitre I : Etude bibliographique sur les huiles, les paliers lisses et les vibrations**

I.1. Introduction.....	4
I.1.1 Fonctions des lubrifiants.....	7
I.1.2 Lubrifiant liquides .....	8
I.1.2.a Composition et type d’huile .....	8
I.1.2.b Caractéristiques principales des lubrifiants liquides .....	10
I.1.2.c Le taux de cisaillement .....	16
I.2. Paliers lisses.....	17
I.2.1 Différents régimes de lubrification.....	18
I.2.2 Paliers hydrodynamiques.....	20
I.2.3 Différents types des paliers hydrodynamiques .....	21
I.2.4 Problèmes de vibrations des paliers lisses.....	32
I.3 Vibrations.....	34
I.3.1 Notions fondamentales.....	34
I.3.2 Types de vibrations.....	38
I.3.3. Natures des vibrations.....	40
I.3.4 Représentation du signal vibratoire.....	42
I.3.5 Méthodes d'étude des vibrations.....	42
I.3.6 Détection par l'analyse spectrale des principales anomalies.....	46
I.3.7 Le matériel (Chaîne de mesure).....	50
I.3.8 Conclusions.....	52

**Chapitre II : Etude sur la lubrification hydrodynamique par fluides newtoniens et non newtoniens**

II.1. Introduction.....	53
II.2 Approche physique de la lubrification hydrodynamique.....	54
II.3 Equations de base de la lubrification hydrodynamique par un fluide newtonien et non newtonien.....	56
II.3.1 Lois fondamentales de la mécanique des milieux continus pour un fluide	56

newtonien. ....	57
II.3.1.a Equations de mouvement.....	57
II.3.1.b Equations de mouvement pour un écoulement de films minces.....	58
II.3.1.c Intégration des équations de mouvement .....	61
II.3.1.d Dérivation de l'équation de Reynolds pour un fluide newtonien.....	62
II.3.2 Lois fondamentales de la mécanique des milieux continus pour un fluide non newtonien (fluide polaire).....	65
II.3.2.1 Equations de mouvement.....	66
II.3.2.2 Equations de mouvement pour un écoulement de films minces.....	67
II.3.2.3 Intégration des équations de mouvement.....	68
II.3.2.4 Equation de Reynolds modifiée.....	69
II.4 Calcul des différents paramètres dans un contact hydrodynamique.....	69
II.4.1 Champ de pression dans le film.....	69
II.4.2 Action du fluide sur les parois du contact.....	69
II.4.3 Le débit.....	71
II.4.4 Puissance dissipée.....	71
II.5 Conclusion.....	71
<b>Chapitre III : Modélisation d'un palier lisse</b>	
III.1 Introduction .....	72
III.2 Equation de Reynolds dans le cas d'un palier lisse pour un fluide newtonien.....	74
III.3 Equation géométrique du film pou un palier aligné.....	76
III.4 Conditions aux limites sur la pression.....	77
III.5 Paramétrages utilisés pour l'écriture des équations de la lubrification hydrodynamique.....	80
III.6 Ecriture des différentes équations en variables sans dimension.....	84
III.7 Construction de la forme intégrale faible associée à l'équation de Reynolds modifiée.....	86
III.8 Conclusion.....	88
<b>Chapitre IV : Etude du comportement dynamique non linéaire d'un palier lisse</b>	
IV.1 Introduction.....	89
IV. 2 Equations dynamique non linéaire du palier lisse.....	91
IV. 2 .1 Expression de l'équation de Reynolds modifiée dans le cas du palier lisse....	91
IV. 2 .2 Equations de mouvement de l'arbre.....	92
IV.2. 3 Equations de mouvement en variables sans dimension.....	92
IV.2.4 Résolution des équations de mouvement.....	93
IV. 3 Méthodes de résolution numérique de l'équation de Reynolds pour un fluide newtonien.....	94

IV.3.1 Théorie du palier court.....	94
IV.3. 2 Théorie du palier court optimisé (Méthodes de résolution numérique de l'équation de Reynolds modifiée).....	97
IV.4 Discrétisation de l'équation d'Euler-Lagrange par la méthode des différences finies...	98
IV.5 Conclusion.....	100
 <b>Chapitre V : Analyse dynamique non linéaire d'un palier lisse</b>	
V.1 Introduction.....	101
V.2 Schéma de résolution numérique du problème dynamique non linéaire dans le cas d'une ligne d'arbre déséquilibré monté sur des paliers lisses.....	102
V.3 Validation du programme de calcul .....	104
V.4 Etude paramétrique .....	106
V.4.1 Effet de la vitesse de rotation .....	106
V.4.2 Effet du paramètre de couple de contraintes sur les performances dynamique du palier lisse .....	110
V.5 Conclusion.....	121
 <b>Conclusions générales</b>	
	122
 <b>Annexe</b>	
	125
 <b>Références bibliographiques</b>	
	128

## Listes des figures

<b>Figure I.1</b>	Interaction des éléments en tribologie.....	4
<b>Figure I.2</b>	Deux solides séparés par un film épais de lubrifiant liquide (huile) .....	6
<b>Figure I.3</b>	Action lubrifiante d'une graisse.....	6
<b>Figure I.4</b>	Contact des solides sur les oxydes"Le coefficient de frottement est de l'ordre de 0,3 à 0,8".....	6
<b>Figure I.5</b>	Ecoulement laminaire de Couette entre deux plans parallèles.....	12
<b>Figure I.6</b>	Types de viscosimètres.....	13
<b>Figure I.7</b>	Comparaisons d'huiles ayant différentes valeurs de VI sur le graphique V-T (ASTM).....	15
<b>Figure I.8</b>	Variation de la viscosité avec le taux de cisaillement.....	16
<b>Figure I.9</b>	Différents types de paliers.....	17
<b>Figure I.10</b>	Schéma d'une courbe de Stribeck montrant les différentes zones d'évolution du frottement en fonction du paramètre $\eta V/P$ .....	19
<b>Figure I.11</b>	Photographie d'un palier à 3 patins.....	21
<b>Figure I.12</b>	Schéma d'un palier à lobes.....	22
<b>Figure I.13</b>	Schéma d'un palier à film amortisseur.....	23
<b>Figure I.14</b>	Schéma d'un palier à arc partiel.....	24
<b>Figure I.15</b>	Éléments constitutifs d'un palier lisse.....	25
<b>Figure I.16</b>	Géométrie d'un palier cylindrique mono couche.....	26
<b>Figure I.17</b>	phases de travail d'un palier lisse.....	27
<b>Figure I.18</b>	Conditions limites de charge et de vitesse.....	28
<b>Figure I.19</b>	Comparaison de différents paliers.....	29
<b>Figure I.20</b>	Courbe de stabilité de différents paliers.....	30
<b>Figure I.21</b>	Position des rainures axiale.....	31
<b>Figure I.22</b>	Variation de la pression en fonction de la coordonnée axiale z.....	32
<b>Figure I.23</b>	Exemple de palier rainuré.....	32
<b>Figure I.24</b>	Trajectoire du centre de l'arbre.....	33
<b>Figure I.25</b>	Caractéristiques fondamentales des vibrations.....	34
<b>Figure I.26</b>	Système masse ressort.....	36
<b>Figure I.27</b>	Les paramètres caractéristiques des vibrations.....	37
<b>Figure I.28</b>	Domaine d'utilisation des paramètres de mesure.....	38
<b>Figure I.29</b>	Type de vibrations.....	38
<b>Figure I.30</b>	Modes de vibrations.....	39
<b>Figure I.31</b>	Représentation d'un signal périodique harmonique et non harmonique.....	40
<b>Figure I.32</b>	Représentation d'un signal transitoire.....	41
<b>Figure I.33</b>	Représentation d'un signal périodique aléatoire.....	41
<b>Figure I.34</b>	Spectre d'un signal temporel.....	42
<b>Figure I.35</b>	Différentes manières de mesurer l'amplitude en valeur globale.....	43
<b>Figure I.36</b>	Phénomène de résonance.....	44
<b>Figure I.37</b>	Relation directe entre le spectre de Fourier et ses défauts.....	45
<b>Figure I.38</b>	Représentation d'un signal temporelle et d'un signal fréquentiel.....	45
<b>Figure I.39</b>	Représentation d'un signal temporelle et d'un signal fréquentiel les deux à la fois.....	45
<b>Figure I.40</b>	Exemple typique de tracé d'un spectre.....	46
<b>Figure I.41</b>	Représentation d'un balourd.....	47

<b>Figure I.42</b>	Représentation d'un désalignement.....	48
<b>Figure I.43</b>	Exemple d'une chaîne de mesure.....	50
<b>Figure I.44</b>	Différents types des capteurs.....	51
<b>Figure II.1</b>	Schéma d'un contact lubrifié en régime hydrodynamique.....	53
<b>Figure II.2</b>	Différents types d'écoulement.....	54
<b>Figure II.3</b>	Hypothèse ; écoulement de Couette.....	55
<b>Figure II.4</b>	Écoulement dans un coin d'huile.....	55
<b>Figure II.5</b>	Équilibre d'un parallélépipède.....	56
<b>Figure II.6</b>	Schéma d'un écoulement de film mince.....	59
<b>Figure II.7</b>	Cinématique d'un contact hydrodynamique.....	61
<b>Figure II.8</b>	Schématisation des efforts de surface et de volume agissant sur un élément de fluide.....	66
<b>Figure II.9</b>	Action du fluide sur les parois d'un contact.....	70
<b>Figure III.1</b>	Zoom sur le contact dans un palier.....	73
<b>Figure III.2</b>	Section droite du palier.....	75
<b>Figure III.3</b>	Palier développé.....	75
<b>Figure III.4</b>	Section droite du palier.....	76
<b>Figure III.5</b>	Variation de l'épaisseur du film $h$ suivant l'angle $\theta$ .....	77
<b>Figure III.6</b>	Conditions aux limites liées à l'écoulement du lubrifiant.....	79
<b>Figure III.7</b>	Systèmes d'axes.....	81
<b>Figure III.8</b>	Présentation des zones active et inactive dans un palier hydrodynamique.....	83
<b>Figure IV.1</b>	Schéma du système rotor – palier lisse pour l'analyse dynamique non linéaire.....	90
<b>Figure IV.2</b>	Section droite du palier et bilan des forces statiques et dynamique agissant sur l'arbre... ..	90
<b>Figure IV.3</b>	Discretisation par la méthode des différences finies de la circonférence du palier.....	98
<b>Figure V.1</b>	Organigramme succinct du programme de calcul développé pour l'analyse dynamique non linéaire d'un palier lisse.....	104
<b>Figure V.2</b>	Comparaison des trajectoires théoriques calculées d'un palier lisse dans le cas d'un fluide newtonien.....	106
<b>Figure V.3</b>	Trajectoires du centre de l'arbre pour différentes valeurs des balourds.....	108
<b>Figure V.4</b>	Variations de l'épaisseur minimale du film en fonction du temps pour différentes valeurs des vitesses dans le cas d'un balourd nul .....	109
<b>Figure V.5</b>	Variation de l'épaisseur minimale du film en fonction du temps pour différentes valeurs du vitesses et différentes valeurs du balourd .....	110
<b>Figure V.6</b>	Trajectoires du centre de l'arbre pour différentes valeurs du paramètre de couple des contraintes ( $\epsilon_b=0.00$ ), $N=3000$ rpm.....	112
<b>Figure V.7</b>	Variations des déplacements $x(t)$ du centre de l'arbre en fonction du temps pour différentes valeurs du paramètre de couple des contraintes ( $\epsilon_b=0.00$ ), $N=3000$ rpm.....	113
<b>Figure V.8</b>	Variations des déplacements $y(t)$ du centre de l'arbre en fonction du temps pour différentes valeurs du paramètre de couple des contraintes ( $\epsilon_b=0.00$ ), $N=3000$ rpm.....	113
<b>Figure V.9</b>	Variations de la pression maximale en fonction du temps pour différentes valeurs du paramètre de couple des contraintes ( $\epsilon_b=0.00$ ).....	114
<b>Figure V.10</b>	Trajectoires du centre de l'arbre pour différentes valeurs du paramètre de couple des contraintes dans le cas des faibles balourds, $N=3000$ rpm .....	115

<b>Figure V.11</b>	Trajectoires du centre de l'arbre pour différentes valeurs du paramètre de couple des contraintes dans le cas des grands balourds, N=3000 rpm .....	117
<b>Figure V.12</b>	Variations des déplacements x (t) du centre de l'arbre en fonction du temps pour différentes valeurs du paramètre de couple des contraintes et différentes valeurs du balourd. N=3000 .....	119
<b>Figure V.13</b>	Variations des déplacements y (t) du centre de l'arbre en fonction du temps pour différentes valeurs du paramètre de couple des contraintes et différentes valeurs du balourd, N=3000 .....	120
<b>Figure V.14</b>	Evolution du pic de pression en fonction du temps pour différentes valeurs du paramètre de couple des contraintes.....	120

*Liste des symboles*

$C$	Jeu radial du palier, [m]
$D$	Diamètre du palier, [m]
$e_b$	Excentricité du balourd, [m]
$e$	Excentricité du palier, $e = \left  \overrightarrow{o_a o_c} \right $ , [m]
$h$	Épaisseur du film lubrifiant, [m]
$\tilde{h}$	Épaisseur du film adimensionnée, $\tilde{h} = \frac{h}{C}$
$L$	Longueur du palier, [m]
$m$	Masse de l'arbre affecté au palier, [kg]
$\tilde{m}$	Masse adimensionnée, $\tilde{m} = \frac{mC\omega_a^2}{W_0}$
$o_a$	Centre de l'arbre,
$o_{a0}$	Position d'équilibre statique,
$o_c$	Centre du coussinet,
$p$	Pression dans le film lubrifiant, [Pa]
$\tilde{p}$	Pression adimensionnée, $\tilde{p} = \frac{p}{\mu\omega_a \left(\frac{R}{C}\right)^2}$
$\tilde{p}_{\max}$	Pression maximale adimensionnée, $\tilde{p}_{\max} = \frac{p_{\max}}{\mu\omega_a \left(\frac{R}{C}\right)^2}$
$p_0$	Pression statique dans le film lubrifiant, [Pa]
$\tilde{p}_0$	Pression statique adimensionnée, $\tilde{p}_0 = \frac{p_0}{\mu\omega_a \left(\frac{R}{C}\right)^2}$
$p_\varepsilon, p_\phi$	Pressions dynamiques complexes, [Pa]
$\tilde{p}_\varepsilon, \tilde{p}_\phi$	Pressions dynamiques complexes adimensionnées, $\tilde{p}_\varepsilon, \tilde{p}_\phi = \frac{(p_\varepsilon, p_\phi)}{\mu\omega_a \left(\frac{R}{C}\right)^2}$

---

$R_a$	Rayon de l'arbre, [m]
$R_c$	Rayon du coussinet, [m]
$t$	Temps, [s]
$\tau$	Temps adimensionné, $\tau = \omega_a t$
$W_0$	Poids du rotor affecté au palier, $W_0 = mg$ [N]
$F_0$	Portance hydrodynamique, [N]
$\tilde{F}_0$	Portance hydrodynamique adimensionnée, $\tilde{F}_0 = \sqrt{\tilde{F}_\varepsilon^2 + \tilde{F}_\phi^2}$
$F_\varepsilon, F_\phi$	Composantes de la portance hydrodynamique, [N]
$\tilde{F}_\varepsilon, \tilde{F}_\phi$	Composantes de la portance hydrodynamique adimensionnées,
$(\tilde{F}_\varepsilon, \tilde{F}_\phi)$	$= \frac{(F_\varepsilon, F_\phi)}{\mu \omega_a R L \left(\frac{R}{C}\right)^2}$
$X, Y$	Coordonnées du centre de l'arbre, [m]
$\tilde{X}, \tilde{Y}$	Coordonnées adimensionnées, $(\tilde{X}, \tilde{Y}) = \frac{(X, Y)}{C}$
$z$	Coordonnée axiale du palier, [m]
$\tilde{z}$	Coordonnée axiale adimensionnée, $\tilde{z} = \frac{z}{L}$
$\dot{X}, \dot{Y}$	Composantes de la vitesse de déplacement du centre de l'arbre, [m/s]
$\ddot{X}, \ddot{Y}$	Composantes de l'accélération du centre de l'arbre, [m/s <sup>2</sup> ]
$\tilde{X}', \tilde{Y}'$	Composantes de la vitesse adimensionnées, $(\tilde{X}', \tilde{Y}') = \frac{(\dot{X}, \dot{Y})}{C \omega_a}$
$\tilde{X}'', \tilde{Y}''$	Composantes de l'accélération adimensionnées, $(\tilde{X}'', \tilde{Y}'') = \frac{(\ddot{X}, \ddot{Y})}{C \omega_a^2}$
$\phi$	Angle de calage, [rad]
$\varepsilon$	Excentricité relative, $\varepsilon = \frac{e}{C}$
$\varepsilon_b$	Excentricité relative du balourd, $\varepsilon_b = \frac{e_b}{C}$
$\varepsilon_0$	Excentricité relative statique dans la section médiane du palier, $\varepsilon_0 = \frac{e_0}{C}$

$\Omega$	Coefficient de sur relaxation, $1 < \Omega < 2$
$\theta$	Position angulaire d'un point de la surface du coussinet, [rad]
$\theta_{c0}$	Angle de cavitation en régime statique, [rad]
$\omega_a$	Vitesse angulaire de l'arbre, [rad/s]
$\nu$	Viscosité cinématique, $\nu = \frac{\mu}{\rho}$ , [m <sup>2</sup> /s]
$\rho$	Masse volumique du lubrifiant, [kg/m <sup>3</sup> ]
$\gamma$	Fréquence d'excitation adimensionnée, $\gamma = \frac{\nu^*}{\omega_a}$
$\gamma_c$	Fréquence de fouettement adimensionnée, $\gamma_c = \frac{\nu_c^*}{\omega_a}$
$\mu$	Viscosité dynamique du lubrifiant, [Pa.s]
$e_{ijk}$	tenseur de permutation d'ordre trois
$M_{rk}$	tenseur des couples de contraintes
$l$	Paramètre du couple des contraintes, $l = \sqrt{\frac{\eta}{\mu}}$
$\tilde{l}$	Paramètre du couple des contraintes adimensionnés, $\tilde{l} = \frac{l}{C}$
$\eta, \eta'$	Constantes physiques dues à la présence des couples des contraintes, [N.s]



## INTRODUCTION GENERALE

Les machines tournantes modernes telles que les turbines et les compresseurs sont exposés à des problèmes vibratoires aigus essentiellement dus à la réduction des masses et l'élévation des vitesses de fonctionnement des rotors.

Les paliers à film d'huile sont fréquemment utilisés dans le guidage des lignes d'arbre des machines tournantes modernes tournant à grandes vitesses. A cause de la présence d'un film d'huile, ces paliers ont une influence sur le comportement dynamique des lignes d'arbre qu'ils supportent. En effet, (Newkirk, 1924) a mis en évidence l'existence d'une vibration auto-excitée qui n'apparaît que lorsque l'arbre est supporté par des paliers fluides. Cette vibration intervient lorsque la vitesse de rotation du rotor avoisine le double de la première vitesse critique, est persiste à une fréquence sensiblement constante lorsque la vitesse de rotation augmente ;elle fut appelée fouettement à la résonance.

Par la suite, (Hummel, 1926) et (Newkirk, 1931) confirmèrent expérimentalement le rôle parfois déstabilisant joué par les paliers lisses qui sont des paliers à alésage cylindrique. Ces auteurs ont observé que lorsque le palier était faiblement chargé (fonctionnement à faible excentricité), l'arbre fouettait à l'intérieur du palier avec une fréquence proche de la moitié de la fréquence de rotation. Ce phénomène est connu sous le nom de tourbillonnement du film d'huile « half frequency whirl ». L'existence du seuil de stabilité (threshold of instability) permet d'appliquer la théorie linéaire qui consiste à schématiser le film d'huile par quatre coefficients de raideur et quatre coefficients d'amortissement (Lund, 1987). La connaissance des coefficients dynamiques permet aux spécialistes des vibrations de modéliser les paliers pour la recherche des instabilités de fonctionnement, des vitesses critiques et de la réponse des lignes d'arbres aux excitations dynamiques de faibles amplitudes (par exemple, balourd résiduel).

Les machines tournantes modernes sont caractérisées par des vitesses de rotation très élevées ce qui a nécessité d'envisager l'étude non linéaire des paliers afin d'examiner leur comportement dans les zones instables prédites par la théorie linéaire ou lorsqu'ils sont soumises à des cycles de charge quelconque. L'analyse

dynamique non linéaire des paliers fluides nécessite la résolution simultanée de l'équation de Reynolds écrite en régime transitoire et des équations de mouvement de l'arbre dans le palier.

Dans ce travail, on a réalisé une étude sur l'effet dynamique d'un palier lisse par analyse vibratoire. On a étudiée la théorie du Palier lisse court optimisée pour l'analyse dynamique non linéaire des coussinets soutenant un arbre rigide non équilibré. Cette méthode est fondée sur l'hypothèse de la distribution de pression parabolique dans la direction axiale du palier lisse. Le modèle proposé, est très précis et avantageux que le modèle de solution analytique de palier lisse court, notre modèle est employé pour résoudre l'équation unidimensionnelle de Reynolds en intégrant une équation ordinaire et des états de rupture en appliquant les conditions de Reynolds. Afin de déterminer la trajectoire laminaire de centre de l'arbre, les équations non linéaires de mouvement sont intégrées en employant la méthode d'Euler.

L'utilisation des méthodes évoluées telles que la méthode itérative de Gauss Seidal avec facteur de sur-relaxation nous a permis d'avoir le champ de pression selon la direction axiale.

L'étude théorique faite dans le cadre de ce mémoire constitue une meilleure étape pour la mise en valeur du comportement dynamique non linéaire du palier lisse. Elle a conduit à la mise en œuvre d'un programme MATLAB permettant de calculer les performances dynamiques de ce type de palier lubrifié par un fluide à couple de contrainte dont le comportement rhéologique est non newtonien. Ce modèle de fluide permet de prendre en considération les effets non newtonien dus à la présence des additifs de viscosité dans l'huile afin d'améliorer ses performances lubrifiantes.

Ce palier est soumis à deux types de chargement, statiques appliquées au palier correspondant au poids du rotor affecté au palier lisse et dynamique dû à une excitation synchrone de type balourd. .

Le mémoire présentant ce travail comporte cinq chapitres avec une introduction et une conclusion générale.

- ◆ Le premier chapitre est consacré à une étude bibliographique sur les huiles, les paliers lisses et les vibrations

- ◆ Le deuxième chapitre représente l'étude de la lubrification hydrodynamique par fluides newtoniens et non newtoniens.

◆ Dans le troisième chapitre on applique les équations de la lubrification, établies dans le chapitre précédent, pour avoir le modèle mathématique des paliers lisses lubrifiés par des huiles minérales améliorées.

◆ Le quatrième chapitre est réservé à la résolution numérique du problème de la lubrification hydrodynamique par la méthode des différences finies ou on applique la théorie du palier court optimisé sur le comportement dynamique non linéaire du palier lisse permettant de mettre en évidence les effets de la rhéologie du fluide lubrifiant.

Enfin, le cinquième chapitre résume les résultats théoriques obtenus par le calcul développé dans le cas d'un palier lisse soumis à deux types de vitesses et différentes valeurs du paramètre de couple de contrainte et ce pour différents types de balourd .

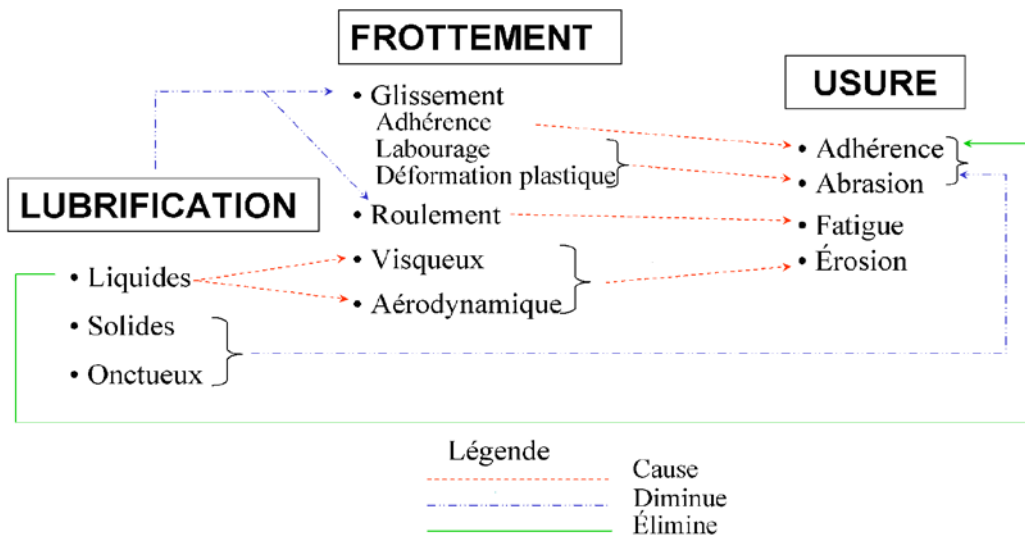
. Ces résultats concernent :

- Les trajectoires décrites par le centre de l'arbre dans le palier ;
- La variation de l'épaisseur minimale du film et de la pression maximale en fonction du temps ;
- les variations des déplacements du centre de l'arbre en fonction le temps ;

### 1-1 Introduction :

Lorsque deux solides en contact par leurs surfaces se déplacent relativement l'un par rapport à l'autre, l'apparition d'une force de frottement est inévitable. Parmi tous les mécanismes de frottement, la force de frottement dans un contact de glissement est de loin la plus importante. Dans le glissement, la force de frottement apparaît au contact des aspérités de la surface en transmission de puissance, la force de frottement est responsable de la perte de rendement des machines.

C'est pourquoi, dans la plupart des cas, il est important de la minimiser (voir FigureI.1).



**FigureI.1** : Interaction des éléments en tribologie [1]

La substance dont est constitué ce film s'appelle un *lubrifiant*. En plus de réduire le frottement, le lubrifiant permet de distribuer la charge sur une grande surface de contact et d'évacuer la chaleur et les débris d'usure du contact. En ingénierie, les lubrifiants se classent en trois catégories : *Les lubrifiants solides, liquides et gazeux* [1].

Une description globale de chacun de ces produits est représentée dans le tableau I.1 [2].

**Tableau I.1** : Description globale des différentes formes de lubrifiant.

Formes	Constituants	Remarques	Distribution du lubrifiant	Application particulières	Types d'utilisation
Gazeuses	<ul style="list-style-type: none"> <li>⌘ Air</li> <li>⌘ Hydrocarbures halogénés</li> <li>⌘ Gaz carbonique</li> <li>⌘ Hélium</li> <li>⌘ Hexafluorure de soufre</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>⌘ Faible facteur de frottement</li> <li>⌘ La viscosité varie avec la température</li> </ul>		<ul style="list-style-type: none"> <li>Ultra-centrifugeuses</li> <li>Rectifieuses</li> <li>Réacteurs nucléaires</li> <li>Gyroscopes</li> <li>Propulseurs à Réaction</li> <li>Appareils pour industries alimentaires</li> </ul>	Mécanismes peu chargés, tournant à grande vitesse et acceptant de hautes températures
Liquides (huile) fig. (I.2)	<ul style="list-style-type: none"> <li>⌘ Huiles minérales d'origine pétrolière</li> <li>⌘ Huiles d'origine végétale</li> <li>⌘ Huiles d'origine animale</li> <li>⌘ Huiles synthétiques:                             <ul style="list-style-type: none"> <li>* esters</li> <li>* silicones</li> <li>* poly glycols</li> <li>* hydrocarbures</li> </ul> </li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>⌘ Possibilité de graissage hydrodynamique</li> <li>⌘ La viscosité dynamique est la caractéristique la plus importante pour la portance hydrodynamique</li> <li>⌘ Bonne évacuation des calories</li> <li>⌘ Faible facteur de frottement <math>0.002 \leq f \leq 0.014</math></li> <li>⌘ Accepte <math>v &gt; 20\text{m/s}</math></li> <li>⌘ Accepte une pression de 120MPa</li> <li>⌘ L'amenée d'huile aux différents points de graissage doit être permanente</li> <li>⌘ Des remplacements périodiques de l'huile usagée s'imposent</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Barbotage</li> <li>Gravité</li> <li>Capillarité</li> <li>Pression (pompe+canalisation)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Paliers lisses</li> <li>Butées</li> <li>Glissières</li> </ul>	Mécanismes chargés
Semi-liquides (graisses) fig (I.3)	<ul style="list-style-type: none"> <li>⌘ Naturelles</li> <li>⌘ Artificielles</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>⌘ Graissage onctueux</li> <li>⌘ La graisse Contrairement à l'huile peut persister sur les zones de graissage</li> <li>⌘ L'amenée de graisse aux différents points de graissage est intermittente</li> <li>⌘ Coefficient de frottement : <math>0.006 \leq f \leq 0.12</math></li> <li>⌘ N'accepte pas <math>v &gt; 2.5\text{m/s}</math></li> <li>⌘ Accepte une pression de 150MPa</li> <li>⌘ Mauvaise évacuation des calories</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Pression (graisseur+canalisation)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Organes de véhicules automobiles (rotules de direction, cardans, ressorts...)</li> <li>Roulements</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>⌘ Quand la lubrification doit empêcher l'intrusion d'impuretés dans un carter (la graisse fait office de joint)</li> <li>⌘ Mécanismes pour lesquels une arrivée de lubrifiant en permanence n'est pas indiquée</li> </ul>
Solides poudre déposée par frottement des surfaces, ou incorporée à un liant fig (I.4)	<ul style="list-style-type: none"> <li>⌘ Graphite, ou bisulfure de molybdène <math>\text{MoS}_2</math></li> <li>⌘ Téflon</li> <li>⌘ Plomb métaux mous</li> <li>⌘ Indium</li> <li>⌘ Cadmium</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>⌘ Facteur de frottement relativement élevé : <math>0.06 \leq f \leq 0.12</math></li> <li>⌘ Aucune évacuation des calories</li> <li>⌘ Le renouvellement du lubrifiant solide s'impose tous les <math>10^4</math> à <math>10^6</math> cycles</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Frottage des Surfaces (pour la poudre)</li> <li>Au pinceau (pour la poudre incorporée à un liant)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Machines à emboutir</li> <li>Machines à étirer</li> <li>Coussinets</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>⌘ Mécanismes fonctionnant dans un environnement à haute température</li> <li>⌘ Mécanismes où règnent de fortes pressions (sauf pour les thermoplastiques comme le téflon)</li> </ul>

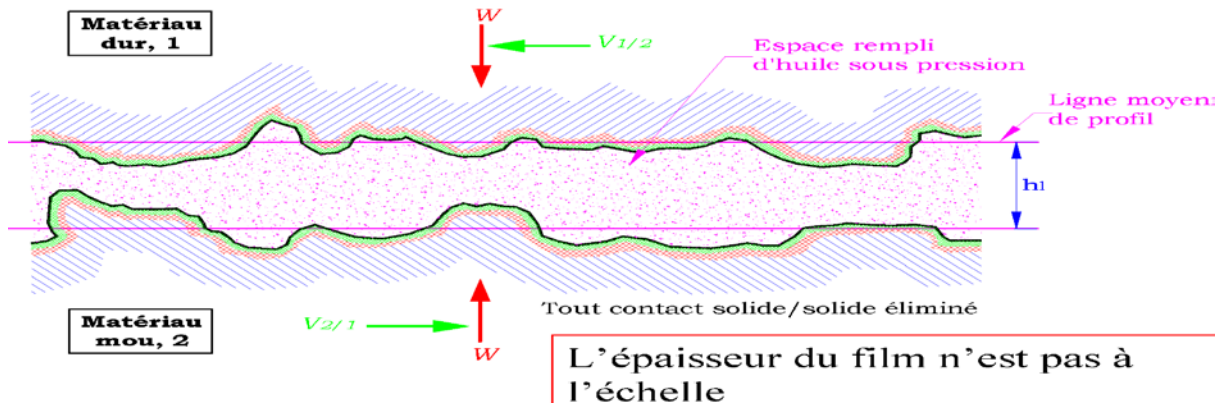


Figure I.2 : Deux solides séparés par un film épais de lubrifiant liquide (huile)

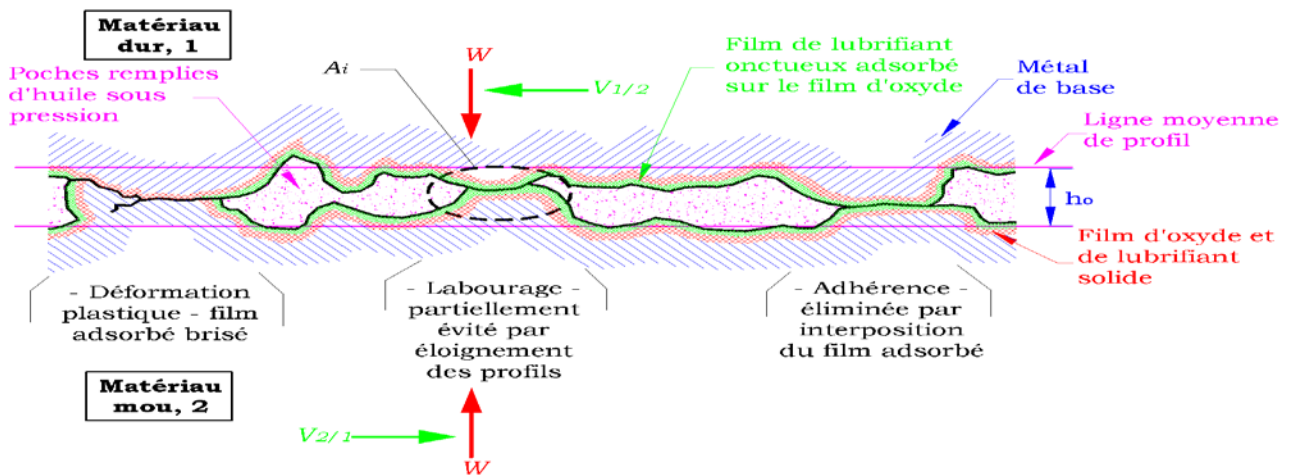


Figure I.3: Action lubrifiante d'une graisse

Dans un contact de glissement sec, les solides font contact sur leurs aspérités par l'intermédiaire de leurs films d'oxydes.

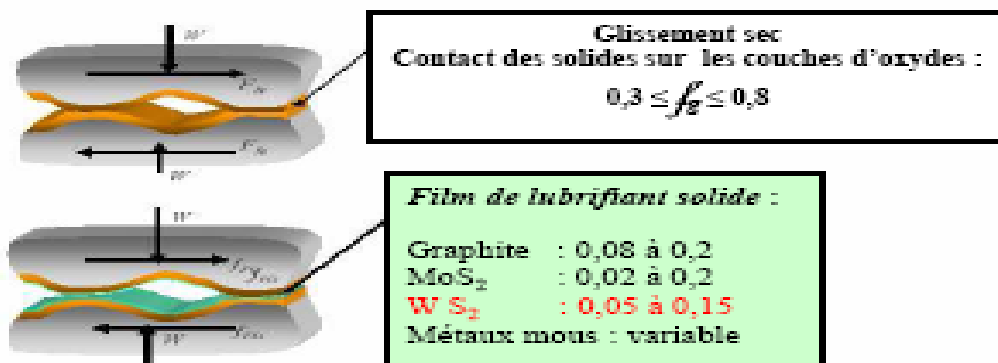


Figure I.4 : Contact des solides sur les oxydes"Le coefficient de frottement est de l'ordre de 0,3 à 0,8"[1]

Seul le lubrifiant liquide est traité en détail dans le présent chapitre qui est donc un film de séparation de faible résistance au cisaillement agissant aux interfaces en contact glissant (par exemple les paliers lisses qui sont abordés dans ce chapitre) est utilisé pour accomplir différent rôle.

La surveillance des installations à paliers hydrostatiques ou hydrodynamiques (paliers lisses) présentent des spécificités propres .Celles-ci sont inhérentes non seulement à la propriété mécanique et tribologique de ce type de palier, mais aussi la position stratégique qu'occupe le type des machines dans certains procédés de production.

Le comportement vibratoire des machines est extrêmement varié, il dépend de la construction de la machine, et il est le siège d'excitation dynamique divers et spécifiques au fonctionnement de la machine.

### **1.1.1 Fonctions des lubrifiants :**

Les raisons essentielles pour une lubrification des surfaces en contact conduisent vers :

- Une réduction des pertes d'énergie mécanique ;
- Une réduction de l'usure des organes en contact ;
- Une protection des surfaces frottantes contre la corrosion (action de l'oxygène ,de l'air, de l'eau, le soufre contenu dans le fuel des moteurs Diesel...);
- L'évacuation de la chaleur :
- Dans les moteurs thermiques, l'huile peut enlever jusqu'à 40% de la chaleur produite par la combustion ;
- Dans la coupe des métaux, le rôle de refroidissement de l'outil est primordial ;
- L'accroissement de l'étanchéité :
- Dans un moteur thermique, l'étanchéité aux gaz de l'ensemble piston-cylindre-segments dépend de la viscosité de l'huile adhérant à la paroi intérieure du cylindre ;
- La graisse peut empêcher l'intrusion d'impuretés à l'intérieur d'un carter ;
- L'évacuation des impuretés de fonctionnement : dans un moteur Diesel, les résidus solides de la combustion du gas-oil doivent être éloignés de la zone des segments pour éviter le phénomène de gommage de ces derniers. C'est la fonction détergente du lubrifiant qui remplit ce rôle ;
- L'abaissement du niveau sonore.

### 1.1.2 Lubrifiant liquides (huiles) :

La solution ultime au frottement et à l'usure est le lubrifiant liquide. En ingénierie, les lubrifiants liquides se nomment *les huiles*. En quantité et qualité adéquates et en présence d'une géométrie appropriée des surfaces en contact, l'huile forme un film entre les surfaces en mouvement relatif d'une épaisseur  $h = 2$  à 100 fois la hauteur des aspérités (Figure I.2).

L'usure est ainsi complètement éliminée et la résistance devient celle du film. Ceci donne des coefficients de frottement de l'ordre de 0,0005 à 0,005 [1].

La formation d'un film épais est régie par trois paramètres :

- Les paramètres opérationnels (charge et vitesse)
- Les paramètres géométriques du contact
- La viscosité dynamique de l'huile.

#### 1.1.2.a Composition et type de huile :

La plupart des huiles lubrifiantes sont un mélange de 90 à 95% d'une huile de base avec 5 à 10% d'additifs dissous. Le choix d'une base particulière est déterminé par l'application, les conditions de lubrification et le coût.

Il existe deux principales bases pour les huiles lubrifiantes qui sont soit **une base d'origine minérale** ; ou **synthétique**.

On peut décomposer les huiles en deux grandes familles :

a) **Les huiles minérales** qui sont issues du raffinage du pétrole et sont constituées de molécules hydrocarbonées :

- ◆ *Les huiles paraffiniques* ( $C_n H_{2n+2}$ ) qui sont des hydrocarbures linéaires ou ramifiés caractérisés par une grande stabilité à l'oxydation, et un indice de viscosité élevée.
- ◆ *Les huiles naphthéniques* ( $C_n H_{2n}$ ) qui sont des hydrocarbures cycliques saturés et souvent ramifiés, moins stables à l'oxydation que les huiles paraffiniques et possédant un indice de viscosité faible.
- ◆ *Les huiles aromatiques* qui sont des hydrocarbures cycliques insaturés peu stables à l'oxydation et présentant un indice de viscosité très faible, voire négatif [3].

Une huile minérale n'est jamais composée d'un produit pur mais d'un mélange de ces diverses huiles, on parlera donc d'une base minérale à tendance naphthénique par exemple, si le constituant majoritaire de la base a une structure naphthénique.

**b) Les huiles synthétiques** fabriquées à partir des réactions organiques telles que l'alkylation, la condensation, l'estérification, la polymérisation, la fluoration, etc. Les principaux produits sont :

- ❖ *Les esters phosphoriques* : aliphatiques ; appréciés pour leur faible viscosité à base température et leur bas point de congélation (industrie concernée ; l'aviation)
- *Les esters* : diesters, esters de polyols et esters complexes.
- *Les hydrocarbures synthétiques* : en majorité les polyalphaoléfines.
- *Les huiles siliconées*.

On devine immédiatement que le mélange entre les différentes huiles de base et l'introduction d'additifs rendent les possibilités de composition ; et donc de comportement ; excessivement nombreuses ;

**Tableau I.2** Comparaison entre bases minérales et bases synthétiques [2].

<b>Bases minérales</b>	<b>Bases synthétiques</b>
-Facilement disponibles ;	-Facilement disponibles ;
-Peu dispendieuses ;	-Dispendieuses ;
-Grande gamme de viscosité ;	-Réservées aux applications extrêmes à basse ou haute température ;
Bases raffinées contiennent :	-Ne contiennent pas d'impuretés, ni de chaînes non saturées ;
*Des impuretés (N <sub>2</sub> , O <sub>2</sub> , chaînes carbonées non saturées instables) ;	-Fabriquées à partir de monomères connus pour obtenir des caractéristiques constantes ;
*Grande variété de chaînes de longueur et nature différentes ;	-Bon contrôle du poids moléculaire des chaînes et de leur nature ;
-Les bases minérales sont un amalgame de chaînes organiques d'une grande diversité en nature et poids moléculaire ;	-Chaînes polymérisées à partir de monomère de base ;
-Pas de contrôle sur la nature et le poids moléculaire (viscosité des chaînes).	

**c) Additifs :**

Les exigences des machines en vitesse, température et fiabilité sont maintenant telles que ni les huiles minérales, ni les huiles synthétiques ne peuvent toujours remplir toutes les conditions du cahier des charges. Tous les lubrifiants industriels contiennent des additifs destinés à protéger l'équipement, à prolonger la vie du lubrifiant et à améliorer ses qualités lubrifiantes. Ces additifs servent à :

- ◆ *Protéger l'équipement* (inhibiteurs de rouille, additifs neutralisant l'acide et anti-émulsifiants);
- ◆ *Prolonger la vie du lubrifiant* (antioxydants, anti-bactéries);
- ◆ *Améliorer les qualités lubrifiantes* (additifs onctueux, additifs améliorant de *VI*, le point d'écoulement, agent anti-moussant).

Les huiles industrielles contiennent toutes des inhibiteurs de rouille et des anti-oxydants. On les appelle des huiles *R&O*. Les huiles hydrauliques et à engrenages peuvent contenir en plus des additifs onctueux et anti-moussant. Les huiles à moteur sont celles qui contiennent le plus d'additifs.

Une catégorie importante d'additifs est l'*additif onctueux*, appelé aussi *anti-usure* ou *anti-frottement*.

Il y'a déjà plus de clinquants ans que les procédés de raffinage des lubrifiants du pétrole ont atteint un haute degré de performances des huiles moteurs ;

C'est une des raisons de la particularité de modifier très senciblements les caractéristiques du lubrifiant pour des quantités de 1 à 20% (présence de masse) ceux-ci peuvent agir entre autre sur les propriétés suivantes [5] :

- ◆ La couleur ; la fluorescence.
- ◆ La viscosité et l'indice de viscosité (comportement rhéologique)
- ◆ La congélation ;
- ◆ Le pouvoir dispersif.
- ◆ La réduction du frottement et de l'usure.
- ◆ L'aptitude de rodage.
- ◆ Le pouvoir antirouille.
- ◆ La résistance au moussage.
- ◆ La résistance à l'oxydation et à la corrosion.

#### **1.1.2. b Caractéristiques principales des lubrifiants liquides :**

La couleur, ainsi que le reflet au soleil, le trouble par transparence et l'aspect général était les seuls critères utilisés pour qualifier un lubrifiant. Actuellement, les caractéristiques correspondent à des normes bien définies, les plus importantes sont [2] :

- ◆ L'onctuosité ou pouvoir graissant ;
- ◆ La stabilité d'une huile à la chaleur et à l'oxydation ;
- ◆ La viscosité à deux températures qui nous permet de calculer aussi l'indice de viscosité ;

- ◆ La densité ;
- ◆ Le point d'éclair qui mesure l'inflammabilité ;
- ◆ Le point de congélation qui représente la fluidité à froid ; le point d'aniline ;

a) *Le point de trouble (cloud point)* : Le point de trouble d'un produit pétrolier est la température à laquelle les paraffines, cires ou autres matières commencent à se solidifier ou à se séparer de la solution lorsque ce produit est refroidi dans des conditions normalisées.

b) *Le point d'aniline (aniline point)* :

Le point d'aniline est la température la plus basse à laquelle des volumes égaux d'aniline et de produit à analyser sont complètement miscibles, la rupture de miscibilité se manifestant par l'apparition d'un trouble net. Le point d'aniline est une relation avec l'aromaticité du produit et entre dans les formules de caractérisation des différentes propriétés. La mesure du point d'aniline peut se faire au laboratoire, les valeurs obtenues avant et après l'élimination des aromatiques pourra servir à l'étude de la composition d'une fraction pétrolière. Le point d'aniline varie avec la nature chimique et la masse molaire des hydrocarbures.

c) *Le point d'éclair (flash point)* :

Le point d'éclair caractérise la teneur en produits volatils, et permet de connaître jusqu'à quelle température un produit pourra être chauffé sans danger. L'essai consiste à chauffer dans un creuset ouvert ou fermé à vitesse déterminée un échantillon du produit pétrolier jusqu'à ce qu'une quantité suffisante d'éléments volatils passent en phase vapeur et puissent pouvoir être enflammée par une petite flamme placée au bord du creuset. Dès que l'explosion se produit avec l'éclair (flash), on note cette température qui correspond au point éclair. Si on continue à chauffer, la flamme devient stable c'est le point d'inflammabilité (fire point).

d) *Le point de congélation (pour point)* :

Le point de congélation est la température à laquelle une fraction pétrolière soumise au refroidissement dans une éprouvette demeure immobile, lorsque l'éprouvette est inclinée de 45°. Généralement, les points de congélation des paraffines sont inférieurs à ceux des naphènes, qui sont inférieurs à ceux des aromatiques.

e) *L'onctuosité* :

L'onctuosité ou pouvoir graissant est une notion complexe qui dépend de la viscosité, de la capillarité, de la tension superficielle et de la polarisation des molécules du lubrifiant, elle est essentiellement une caractéristique de l'action de contact lubrifiant-métal.

c) *Viscosité :*

La viscosité est une des plus importantes propriétés des huiles lubrifiants, la viscosité de l'échantillon d'huile en service est comparé à un échantillon d'huile utilisé pour déterminer l'épaissement de l'échantillon en service. En contre partie une viscosité excessivement basse réduira la portance du film, on affaiblissement sa capacité d'empêcher le contact métal sur métal, par contre une viscosité excessivement élevée peut empêcher l'écoulement d'huile aux endroits essentiels de la machine (interfaces) et réduit sa capacité de lubrifier.

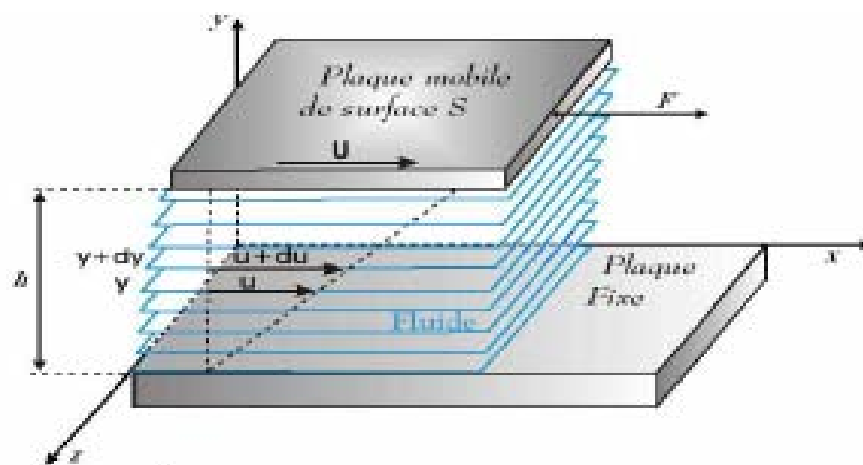
Selon la norme N.F.T600-100 de novembre 1959[2] ; "la viscosité d'un liquide est le résultat de la résistance qu'opposent ses molécules à une force tendant à les déplacer par glissement dans son sein". Ainsi, la viscosité d'un fluide est la résistance opposée par ce fluide à tout glissement interne de ses molécules les une sur les autres.

Cette force de résistance peut être calculée par la formule de Newton relative à l'écoulement laminaire d'un fluide entre une surface mobile animée d'une vitesse  $U$  et une surface fixe (Figure I.5). Entre ces deux surfaces les différentes "pellicules" de fluide vont également se déplacer à des vitesses  $u$  différentes variant de 0 à  $U$ . Si à une distance  $y$  de la surface fixe la vitesse de la pellicule de fluide est  $u$  devient  $u + du$  à la distance  $y + dy$  alors la contrainte tangentielle  $\sigma_{xy}$  appelée fréquemment contrainte de cisaillement, notée  $\tau$ , est donnée par :

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} \quad (\text{I.1})$$

Où  $\mu$  est un coefficient caractéristique du fluide appelé coefficient de viscosité dynamique et

$\frac{du}{dy}$  le taux de cisaillement. Pour ce type d'écoulement,  $\frac{du}{dy} = \frac{U}{h}$



**Figure I.5.** Ecoulement laminaire de Couette entre deux plans parallèles [6].

L'hypothèse selon laquelle il existe un coefficient de proportionnalité, appelé viscosité dynamique, entre la contrainte de cisaillement et le gradient de vitesse est justifiée par l'expérience pour un grand nombre de fluides, dits fluides newtoniens. Parmi ceux-ci, on trouve l'eau et de nombreuses huiles lubrifiantes dans le cas d'écoulements permanents lents. La présence de macromolécules (polymères) ou des conditions sévères d'utilisation (taux de cisaillement élevés) font que la relation de proportionnalité n'existe pas toujours : le fluide est alors non newtonien. De la relation (I.1) on tire immédiatement l'équation dimensionnelle de la viscosité dynamique  $\mu$  :

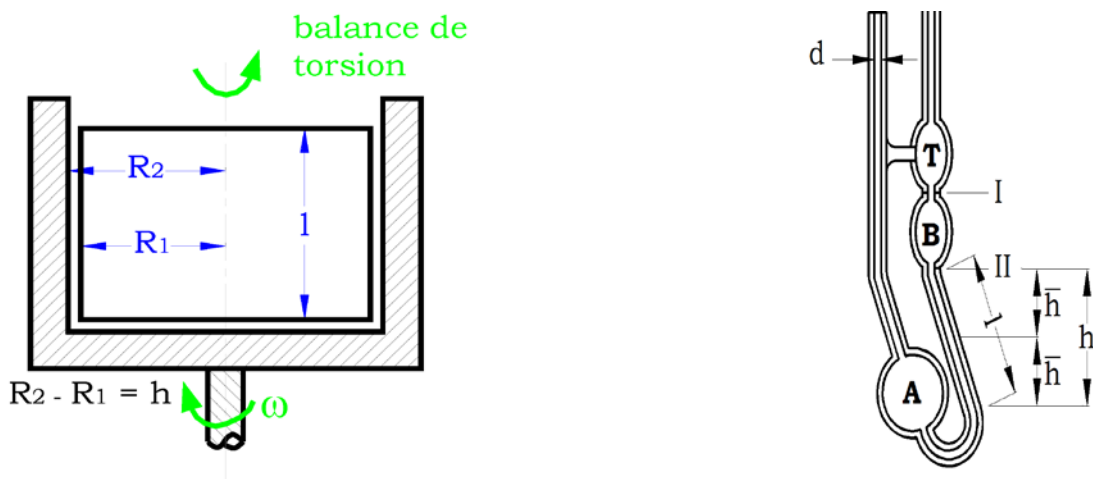
$$\mu = ML^{-1}T^{-1} \quad (I.2)$$

Il convient de souligner que dans le système normalisé (S.I), l'unité de la viscosité dynamique est le Pascal-seconde (Pa.s). En dynamique des fluides, il s'introduit fréquemment dans les calculs la quantité  $\nu = \frac{\mu}{\rho}$ , rapport du coefficient de viscosité dynamique à la masse volumique du fluide,  $\nu$  s'appelle le coefficient de viscosité cinématique dont la dimension :

$$\nu = L^2T^{-1} \quad (I.3)$$

### c.1) Mesure de viscosité :

La viscosité dynamique d'une huile se mesure à l'aide d'un viscosimètre rotatif illustré à la (Figure I.6 .a) pour les fluides newtoniens et Pour des raisons de commodité, on préfère mesurer la viscosité d'une huile à l'aide d'un viscosimètre à tube capillaire nommé *Cannon-Fenske* (Figure I.6 .b) pour les fluide non newtonien [4].



a) Viscosimètre rotatif (*Brookfield*)

b) Viscosimètre capillaire (*Cannon Fenske*)

**Figure I.6 :** Types de viscosimètres.

c.2) *Variables affectant la viscosité :*

▪ *La température :*

Une huile idéale conserverait la même viscosité dans toute la gamme des températures d'opération normale qui s'étend en général de -40 à 250°C. Malheureusement, ceci n'est pas le cas; la viscosité des huiles varie beaucoup avec la température. Qui plus est, l'huile se dégrade et perd ses propriétés lubrifiantes au-delà d'une certaine température. Il existe même une température dite *d'explosion* des huiles, pour laquelle l'huile devient même dangereuse pour l'intégrité du système qu'elle est censée lubrifier.

Il existe deux façons reconnues pour caractériser la dépendance de la viscosité avec la température : le *VI* (« *Viscosity Index* ») et la norme *ASTM D 341*, aussi connue sous le nom d'équation de *Walter- Ubbelohde* :

• Le *VI* est une *échelle empirique* qui définit la variation de la viscosité d'une huile avec la température par comparaison avec deux huiles de référence (théoriques). Ces deux huiles théoriques sont définies comme ayant la même viscosité à 100°C que celle dont le *VI* est inconnu mais la première de ces huiles a un indice  $VI = 0$  (correspond à celle qui présente la plus forte variation de viscosité pour un même changement de température) et l'autre huile possède un indice  $VI = 100$  (correspond à celle qui présente la moins forte variation pour le même changement de température). Entre ces deux valeurs, le *VI* se calcule comme suit :

$$VI = \frac{L - U}{L - H} 100 \quad (I.8)$$

Où  $U$  est la viscosité en cSt de l'huile calculée à 40°C,  $L$  est la viscosité en cSt à 40°C de la première huile de référence ( $VI = 0$ ), et  $H$  est la viscosité en cSt à 40°C de la deuxième huile de référence ( $VI = 100$ ). Comme il s'agit d'une échelle empirique, le *VI* permet de comparer seulement des huiles qui ont une même viscosité dans une plage de température donnée.

La notion du *VI* date des années 1930. C'est la pire et la meilleure des huiles connues à ce moment-là qui ont été choisies pour représenter les  $VI = 0$  et 100. Aujourd'hui, les additifs, les techniques de raffinage et les produits synthétiques permettent de fabriquer des huiles dont le *VI* dépasse largement 100. L'équation dont on se sert pour calculer le *VI* d'une huile au dessus de 100 diffère de l'équation (I.8). La méthode de calcul et les tableaux pour trouver les valeurs de  $L$  et  $H$  sont précisés dans la norme *ASTM D 2270*.

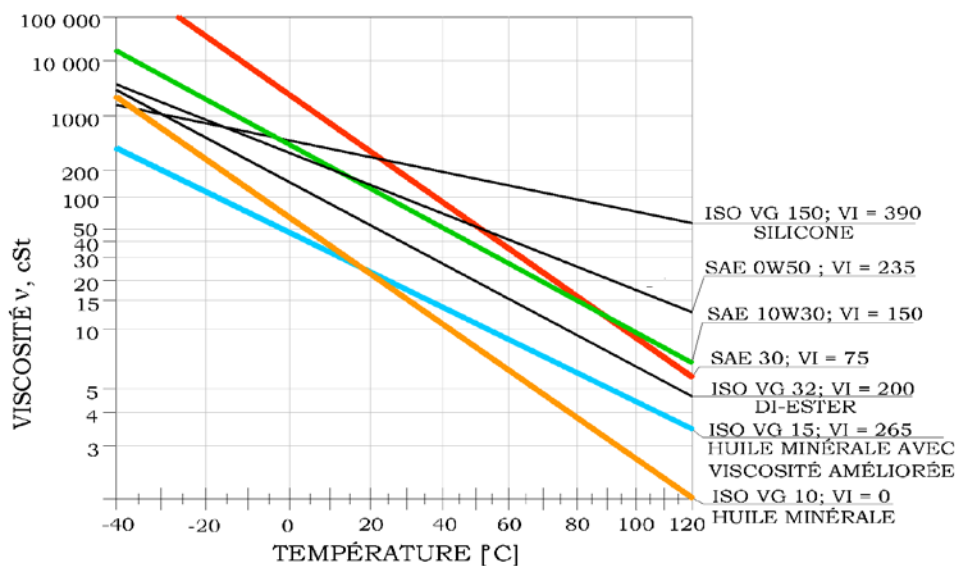
• Une façon plus technique d'exprimer la viscosité d'une huile en fonction de la température est la méthode *ASTM D 341* qui s'exprime comme suit :

$$\text{Log} [\log (v + a)] = q - m \log (T) \quad (1.9)$$

où  $\log$  est le logarithme en base 10,  $\nu$  est la viscosité en  $cSt$  à la température  $T$  en degrés Kelvin,  $a = 0,7$  pour  $\nu \geq 0,2 cSt$ , et  $q$  et  $m$  sont des constantes à déterminer à partir de deux valeurs connues de viscosité à deux températures différentes.

La fiche technique d'une huile contient toujours sa viscosité en  $cSt$  à deux températures, en général à  $40^\circ C$  et  $100^\circ C$ . On utilise ces valeurs pour déterminer les constantes  $q$  et  $m$  dans l'équation (I.9) et calculer ensuite la viscosité à n'importe quelle autre température.

Pour faciliter les calculs et permettre des comparaisons, l'ASTM a préparé un graphique sur lequel la variation de la viscosité de l'huile en fonction de la température est représentée par une ligne droite. Un tel graphique est montré à la (Figure I.7) avec des droites représentant quelques huiles. Remarquer que les huiles Silicone ISO VG 150, SAE 0W50, Diester ISO VG 32 et minérale ISO VG 10 possèdent sensiblement la même viscosité à  $-35^\circ C$ . Par contre, la première avec un VI de 390 présente une viscosité à peu près 50 fois plus élevée à  $120^\circ C$  que la dernière dont le VI est zéro. (Figure I.7) reprend le même graphique pour comparer les huiles ISO VG avec un VI = 95.



**Figure I.7 :** Comparaisons d'huiles ayant différentes valeurs de VI sur le graphique V-T (ASTM) [1]

- *La pression :*

La viscosité change beaucoup avec la pression, surtout dans les contacts lourdement chargés aux aspérités des surfaces solides par exemple. Dans ce cas, on utilise la relation

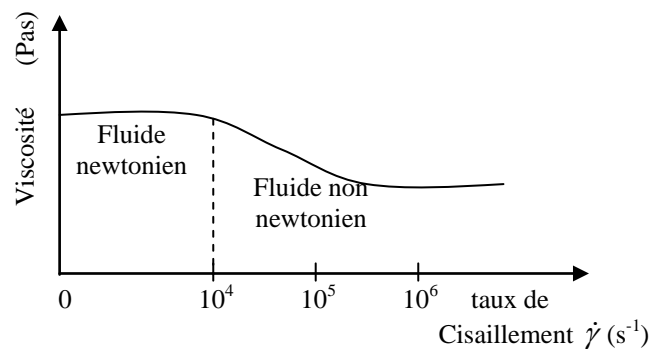
empirique suivante due à *Barus* pour représenter la variation de la viscosité avec la pression :

$$\nu_p = \nu_0 e^{\alpha p} \quad (\text{I.10})$$

Où  $\nu_p$  est la viscosité cinématique à la pression  $p$ ,  $\nu_0$  est la viscosité cinématique à pression atmosphérique,  $p$  est la pression de contact (Pa) et  $\alpha$  est le coefficient viscosité-pression, dont la valeur varie de  $10 \times 10^{-9}$  à  $70 \times 10^{-9} \text{ Pa}^{-1}$  pour la plupart des huiles minérales et synthétiques.

### 1-1-3.c Le taux de cisaillement :

Lorsque la viscosité dynamique  $\mu$  varie avec le taux de cisaillement, le fluide est dit non newtonien. Ainsi, des essais réalisés sur un viscosimètre de type Couette et pouvant atteindre des taux de cisaillement supérieures à  $10^6 \text{ s}^{-1}$  montrent que la viscosité du fluide diminue lorsque le taux de cisaillement augmente (figure I.8). Cet effet, généralement réversible est caractéristique des huiles qui comportent des additifs améliorant l'indice de viscosité. Cet effet peut aussi être permanent, il correspond alors à une dégradation du lubrifiant par rupture de certaines chaînes moléculaires[2].



**Figure I.8 :** Variation de la viscosité avec le taux de cisaillement

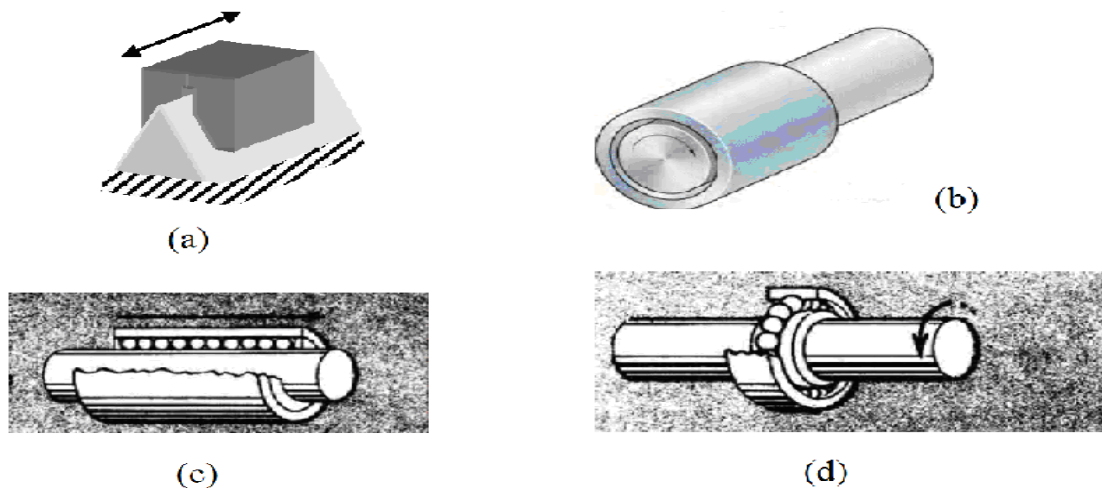
La lubrification est une opération indispensable dans les machines car elle permet d'augmenter le rendement et la durée de vie de ces dernières. Pour bien étudier et déterminer les caractéristiques d'un contact lubrifié, il faut avant tout connaître les propriétés des matériaux des éléments qui constituent le contact (surfaces en mouvement, lubrifiants).

### 1.2 Paliers lisses

Les paliers sont les composantes mécaniques conçus pour soutenir les arbres. Le mot *palier* est un nom générique qui désigne un montage mécanique destiné à accommoder le mouvement relatif entre une pièce en mouvement et un bâti ou un châssis de machine immobile. Le rôle des paliers est d'assurer le positionnement dans l'espace et de permettre le mouvement libre des arbres et des essieux en rotation ou en translation. En même temps, les paliers reprennent les charges du système et les transmettent à la partie fixe de la machine. Les paliers sont généralement utilisés pour monter des pièces rotatives sur des essieux fixes, comme par exemple les poulies, roues, engrenages, etc.

La transmission des charges à la partie fixe de la machine se réalise par l'intermédiaire des surfaces en contact : la surface extérieure de l'axe supporté et la surface intérieure de l'alésage du palier utilisé. Les différents types de mouvement relatif des paliers sont illustrés à la (Figure I.9) Ces mouvements peuvent être du type suivant [1] :

- Translation (palier linéaire communément appelé glissières);
- Rotation (palier rotatif);
- Translation et rotation (palier mixte).



**Figure I.9** : Différents types de paliers : (a) palier de translation lisse; (b) palier de translation et de rotation lisse; (c) palier de translation et de rotation à roulement; (d) Palier de rotation à roulement

Tout mouvement relatif entre deux corps implique nécessairement la création de frottement. Pour les trois types de paliers présentés ci-dessus, le frottement peut être :

- De glissement dans les paliers lisses,
- De roulement dans les paliers à roulement.

Donc deux grandes familles de paliers existent : les paliers lisses et les paliers à roulements. Dans les premiers, l'arbre prend appui sur un coussinet et est séparé de celui-ci par un film lubrifiant ; dans les seconds, des corps roulants (billes ou rouleaux) séparent la bague en rotation de l'alésage extérieur. Selon la direction de la charge par rapport à l'arbre en rotation, on distingue les paliers porteurs pour lesquels la charge est radiale, généralement appelés paliers de butée ou butées pour lesquels la charge est axiale. Nous ne parlerons que des paliers fluides et plus particulièrement des paliers hydrodynamiques dans lesquels un film mince de fluide sépare les surfaces en mouvement relatif en se basent sur les paliers lisses.

### ***1.2.1 Différents régimes de lubrification :***

La lubrification concerne tous les contacts pour lesquels un film mince visqueux est intercalé entre deux corps solides en mouvement relatif. Les différents régimes de lubrification ont été présentés pour la première fois par Richard Stribeck en 1902 [7]. La courbe de Stribeck (Figure I.10) représente la variation de frottement en fonction de  $\mu N / p$ , cette courbe prend la même allure quelque soit le type de contact lubrifié. On distingue en général. Trois zones correspondants chacune à un type de lubrification dont la nature dépend aussi de la pression régnant dans le contact.

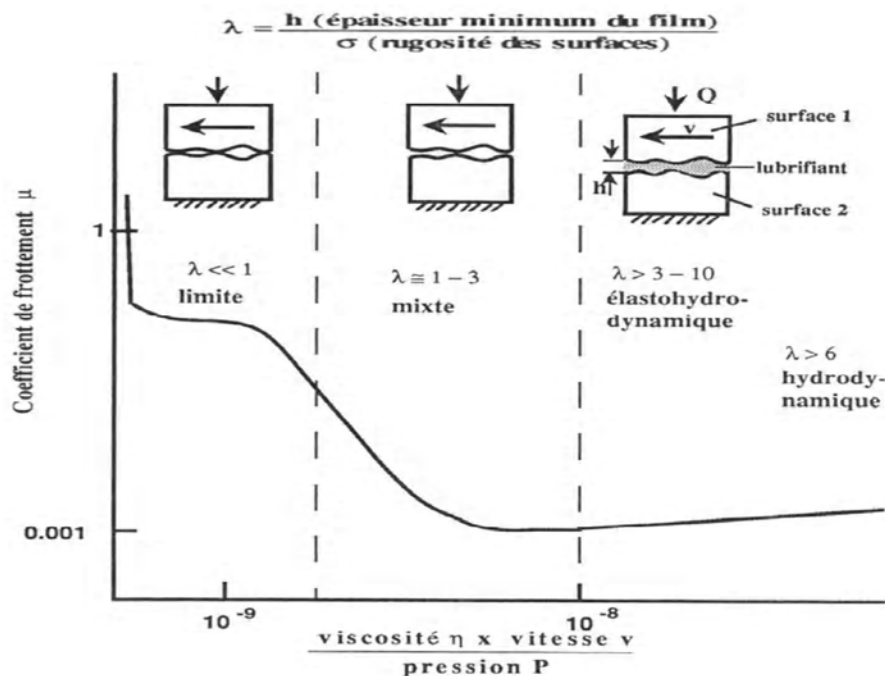
- ◆ Contact à basse pression ( $0.1 < p < 50 \text{MPa}$ )
  - le régime limite ou onctueux ;
  - le régime mixte ;
  - le régime fluide ou hydrodynamique (HD).
- ◆ Contact à haute pression (contact hertzien lubrifié) (jusqu'à  $3 \text{GPa}$ )
  - le régime extrême pression (EP) ;
  - le régime mixte ;
  - le régime élastohydrodynamique<sup>2</sup> (EHD).

Deux caractéristiques permettent de distinguer trois zones, qui correspondent à des régimes de lubrification différents [8].

- Le rapport  $\lambda$  de l'épaisseur minimum du lubrifiant  $h$  par rapport à la rugosité des surfaces  $\sigma$  et
- La part de pression à l'interface supportée par les aspérités.

❖ En **régime limite** où  $h \ll \sigma$ , la seule viscosité de l'huile ne suffit plus à empêcher l'apparition de contacts métal/métal et à prévenir, par voie de conséquence, l'usure rapide des mécanismes. Les deux surfaces antagonistes se retrouvent en contact ce qui génère un frottement élevé, pouvant conduire au grippage. Le frottement et l'usure sont déterminés par les propriétés des surfaces solides en mouvement et par les propriétés du lubrifiant autre que sa viscosité. Dans ces conditions, le rôle du lubrifiant se limite à évacuer la chaleur dégagée par le frottement et à transporter les additifs dans les zones frottées. Pour pallier à la défaillance de l'huile, on incorpore à celle-ci, en particulier, des additifs anti-usure et extrême pression. Ces composés agissent en formant par réaction chimique ou adsorption physique, un film protecteur des surfaces, appelé film limite ou tribofilm, substituant ainsi aux contacts métal/métal destructifs des contacts film/film. Comme le montre (Figure I.10), les films minces formés sur les surfaces solides en régime de lubrification limite.

❖ En **régime mixte** où  $h \approx \sigma$ , les efforts de frottement résultent simultanément d'effets hydrodynamiques dans le film fluide, qui supporte une partie de la charge appliquée, et d'interactions entre les aspérités. Lorsque la sévérité du contact augmente, la part associée aux interactions entre les aspérités augmente, entraînant une augmentation du coefficient de frottement



**Figure I.10:** Schéma d'une courbe de Stribeck montrant les différentes zones d'évolution du frottement en fonction du paramètre  $\eta V/P$  [8].

❖ En **régime hydrodynamique** où  $h \gg \sigma$ , l'épaisseur du film lubrifiant est telle qu'il y a un équilibre entre efforts appliqués et portance hydrodynamique. Les charges appliquées

peuvent entraîner une déformation élastique des surfaces dans le cas du régime élastohydrodynamique. L'épaisseur du film lubrifiant est fonction croissante de la viscosité du lubrifiant, de la vitesse des surfaces et est inversement proportionnelle à la charge appliquée. Dans les régimes de lubrification hydrodynamique et élastohydrodynamique, l'épaisseur du film d'huile à l'interface métallique est suffisante pour empêcher le contact des pièces en mouvement et éviter l'usure. Les coefficients de frottement sont, dans ces régimes, de quelques millièmes (en hydrodynamique) et quelques centièmes (en élastohydrodynamique)

➤ Conditions du régime hydrodynamique :

- Film de lubrifiant épais > hauteur des aspérités
- Régime dominé par l'écoulement visqueux
- Recherche d'une portance hydrodynamique
- Importance de la géométrie

### ***1.2.2. Paliers hydrodynamiques :***

Dans ce cas, un fluide visqueux sépare totalement les surfaces en présence. La pression dans le film est créée par le déplacement relatif des surfaces et la géométrie du contact. Les paliers HD sont des éléments fluides utilisés pour le guidage des lignes d'arbre de machines tournantes. Ces paliers se rangent en deux catégories : les paliers radiaux et les paliers axiaux appelés aussi paliers de butées.

Les Paliers hydrodynamiques sont fréquemment utilisés pour supporter des charges radiales et pour le guidage des rotors de dimensions importantes surtout lorsque les conditions de fonctionnement sont sévères (charges et fréquences de rotations élevées).

Par conséquent, pour remplir leur fonction dans de parfaites conditions, les paliers hydrodynamiques doivent être soigneusement conçus. Il existe deux types de configuration de paliers hydrodynamiques.

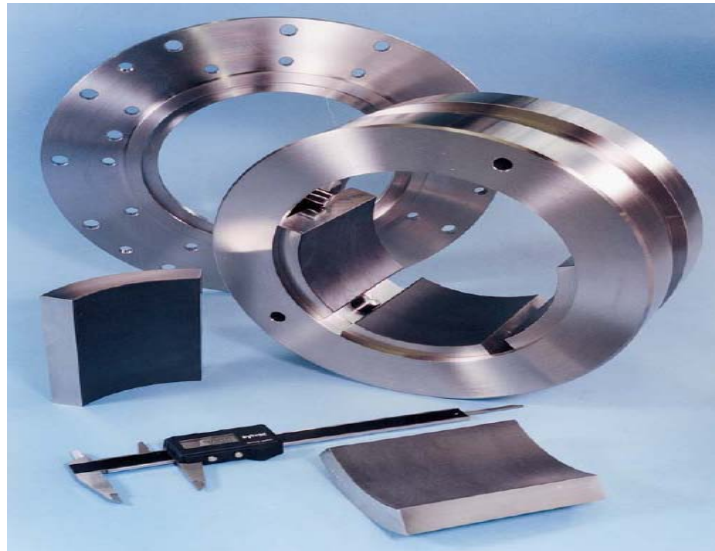
*-Paliers à géométrie variable.*

*-Paliers à géométrie fixe.*

#### ***A) Paliers à géométrie variable :***

##### ***A.1) Paliers à patins oscillants :***

Les paliers à patin oscillants sont des paliers réglables par leur mode de fonctionnement (Figure I.11). Ils sont composés de  $n$  patins, identiques ou non, individuellement, articulés autour de pivots situés généralement sur un cercle appelé cercle des pivots.



**Figure I.11** : Photographie d'un palier à 3 patins [9]

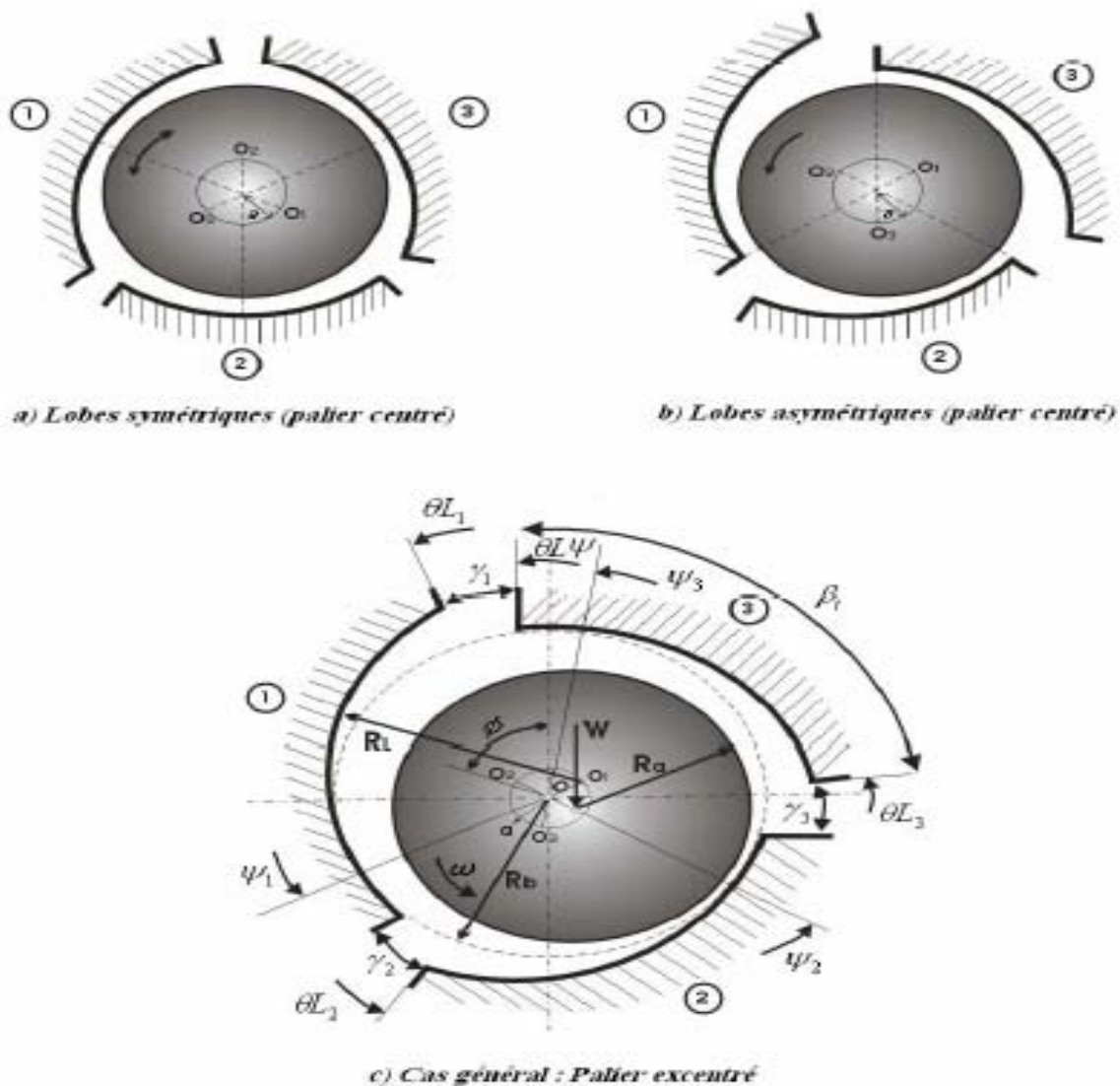
**B) Paliers à géométrie fixe :**

*B.1) Paliers multilobes :*

La figure (I.12) représente un palier à trois lobes pour deux conditions de fonctionnement différentes : position centrée figure (I.12.a) et excentrée figure (I.12.c) le coussinet est constitué de trois lobes d'amplitude circonférentielle  $\beta_i$  de longueur axiale  $L$ , de rayon de courbure  $R_L$  et de centre de courbure  $O_i$ .

Les centres de courbures  $O_i$  des lobes sont situés sur un cercle de rayon  $a$  et de centre  $O$ , centre géométrique du palier, le palier est dit préchargé géométriquement d'une valeur  $a$ .

Le rôle de cette précharge géométrique apparaît clairement sur les figures (I.12.a) et (I.12.b) en position centrée. Il existe toujours une suite d'espaces convergent divergents répartis autour de l'arbre, ce qui entraîne une succession de coins d'huile qui vont opposer une certaine résistance à tout déplacement du centre de l'arbre étant en position centrée, on définit deux types de paliers à lobe selon le lieu de la ligne des centres  $O_i$   $O$  vis-à-vis des lobes. Si cette ligne des centres est l'axe de symétrie du lobe. Le palier est dit à lobes symétriques (I.12.a), dans le cas contraire il est dit à lobes asymétriques (I.12.b) [10].



**Figure I.12 :** Schéma d'un palier à lobes [9].

### B.2) Paliers à films amortisseurs (Squeeze Film Damper Bearings) :

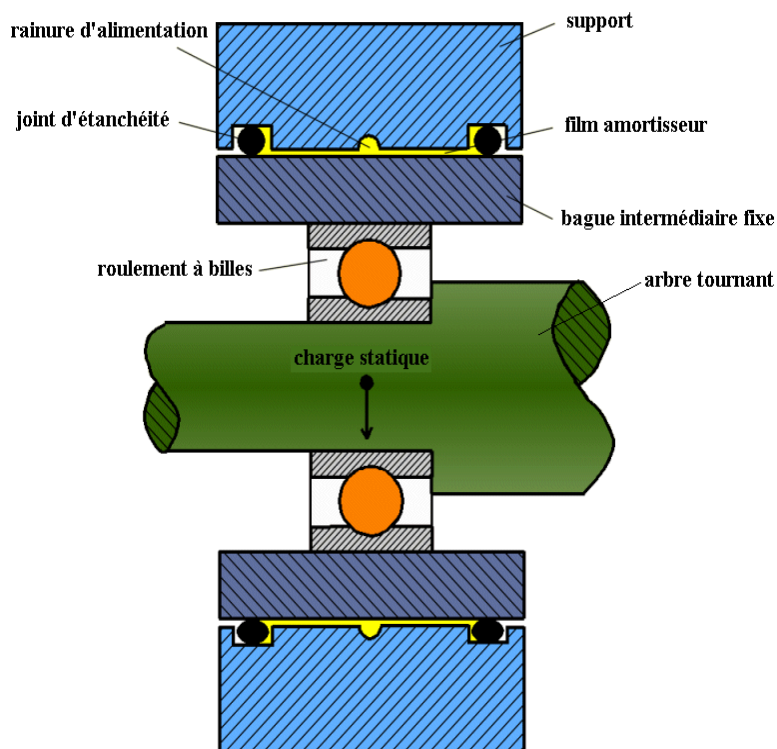
L'idée de base de ce type de palier est de monter l'ensemble rotor-roulement à billes dans un palier fluide. La figure (I.2.5) le guidage en rotation de l'arbre est assuré par le roulement alors que le palier fluide joue le rôle d'un amortisseur visqueux. La bague intermédiaire (fixe en rotation) permet de réduire le mouvement de la bague extérieure du roulement dans le palier à une translation. Deux technologies des paliers à film amortisseur peuvent être envisagées :

- Montage d'un ressort en parallèle avec le film amortisseur permettant de donner une certaine raideur au palier.

- Film amortisseur libre (sans ressort).

Ce type de palier est surtout utilisé pour le guidage des rotors de turbines tournantes à grande vitesses tels que les turbo-réacteurs d'avion qui utilisent fréquemment des paliers de roulement ne permettent pas d'atténuer les amplitudes de vibration surtout lors du passage des vitesses critiques .En effet il a été montré expérimentalement [11] que pour un rotor monté dans deux paliers de roulement rigides, le passage de la vitesse critique est très délicat car les amplitudes de vibration sont trop importantes.

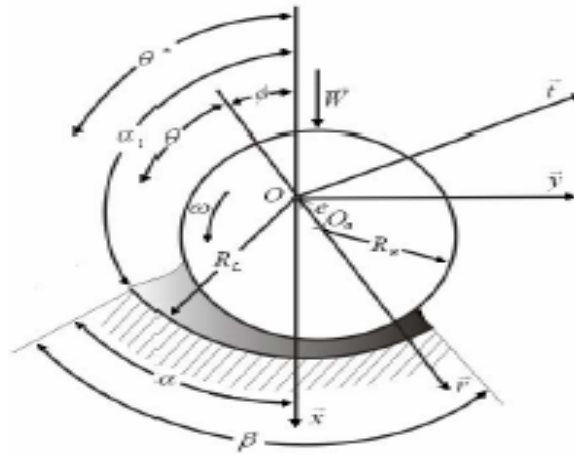
Celles-ci peuvent être atténuées si le rotor est monté dans les paliers à film amortisseur.



**Figure I.13** : Schéma d'un palier à film amortisseur [12]

### B.3) Palier à arc partiel :

Les paliers lisses cylindriques ou à arc partiel (Figure I.13) faiblement chargés à vitesse élevée présentent de grands risques d'instabilités. L'idée d'améliorer la stabilité du palier en modifiant son profil de manière à augmenter l'excentricité de fonctionnement, c'est-à-dire de la précharge, date des années 1934. En effet, Newkrik et Grobel [13] ont vérifié expérimentalement que l'existence d'une discontinuité dans la géométrie à la surface du coussinet pouvait améliorer la stabilité du palier.



**Figure I.14 :** Schéma d'un palier à arc partiel [9].

#### B.4) Paliers lisses cylindriques :

Les paliers lisses sont fréquemment utilisés; les plus simples sont constitués d'un arbre qui tourne à l'intérieur d'un coussinet complet (amplitude angulaire  $360^\circ$ ). Ces deux éléments sont totalement séparés par un film lubrifiant. Dans certains mécanismes, ils correspondent à la meilleure solution technologique existant actuellement.

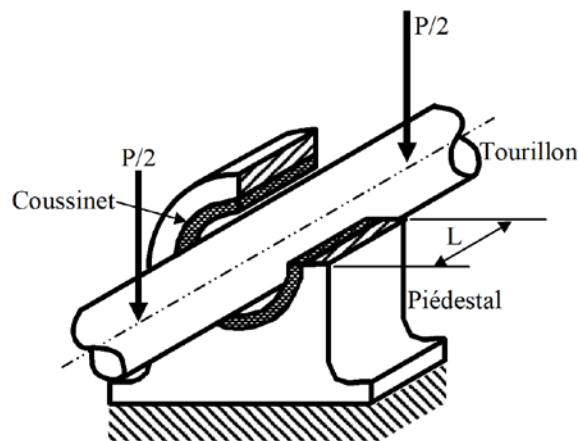
On les rencontre dans les moteurs thermiques, les compresseurs, les turbomachines, les alternateurs, les réducteurs...etc.

##### B.4.1) Éléments constitutifs d'un palier lisse :

Un palier lisse, linéaire ou rotatif, est constitué d'un *piédestal* en fonte ou en acier qui est destiné à être boulonné sur le bâti de la machine. La Figure (I.15) illustre un palier lisse rotatif. Le piédestal est percé d'un trou dans lequel est ajusté un *coussinet*.

Le coussinet doit être ajusté serré dans le piédestal, car il ne doit pas tourner. En général, le coussinet est fabriqué en *bronze* (alliage de cuivre et d'étain), en alliage d'aluminium ou avec un polymère thermoplastique comme le *nylon*, l'*acétal* ou un autre matériau de la même famille. D'une façon générale, le coussinet est fabriqué d'un matériau plus mou que le *tourillon*, qui constitue la partie mobile du palier. Le coussinet est mou pour pouvoir se déformer initialement et absorber les particules d'usure éventuelles et les corps étrangers qui peuvent y pénétrer. Le tourillon est en acier durci et lisse afin de résister à l'usure par abrasion. Pour que le tourillon puisse tourner dans le coussinet, il faut un *jeu* de fonctionnement radial, qui est faible et que l'on désigne par la lettre *C*.

Le rapport  $R/C$ , où  $R$  désigne le rayon du tourillon, est compris entre 500 et 1000 :



**Figure I.15 :** Éléments constitutifs d'un palier lisse

#### B.4.2) Les avantages des paliers lisses :

◆ Insensible aux chocs et aux vibrations à cause de leurs grandes surfaces porteuses amortissantes lubrifiées.

- ◆ Silencieux.
- ◆ Insensible au poussière.
- ◆ Grandes vitesses de rotation.
- ◆ Durées du vie illimitée dans le domaine de frottement liquide.
- ◆ Montage et démontage faciles des arbres lorsqu'il s'agit des coussinets fractionnés.

#### B.4.3) Les inconvénients des paliers lisses :

Les paliers lisses présentent aussi des inconvénients qui sont les suivants :

- ◆ Grand moment résistant au démarrage.
- ◆ Grande quantité d'huile nécessaire pour la lubrification.
- ◆ Surveillance permanente.
- ◆ Rendement moins élevé que celui des roulements.

#### B.4.4) Les paramètres du palier lisse :

Les principaux paramètres qui interviennent dans la définition d'un palier cylindrique sont:

- ❖ Les paramètres géométriques : diamètre, longueur, jeu radial,
- ❖ Les paramètres cinématiques : vitesse de rotation, charge,
- ❖ Les paramètres dynamiques : charge variable, mode de rotation (continu ou alternatif), vibrations....

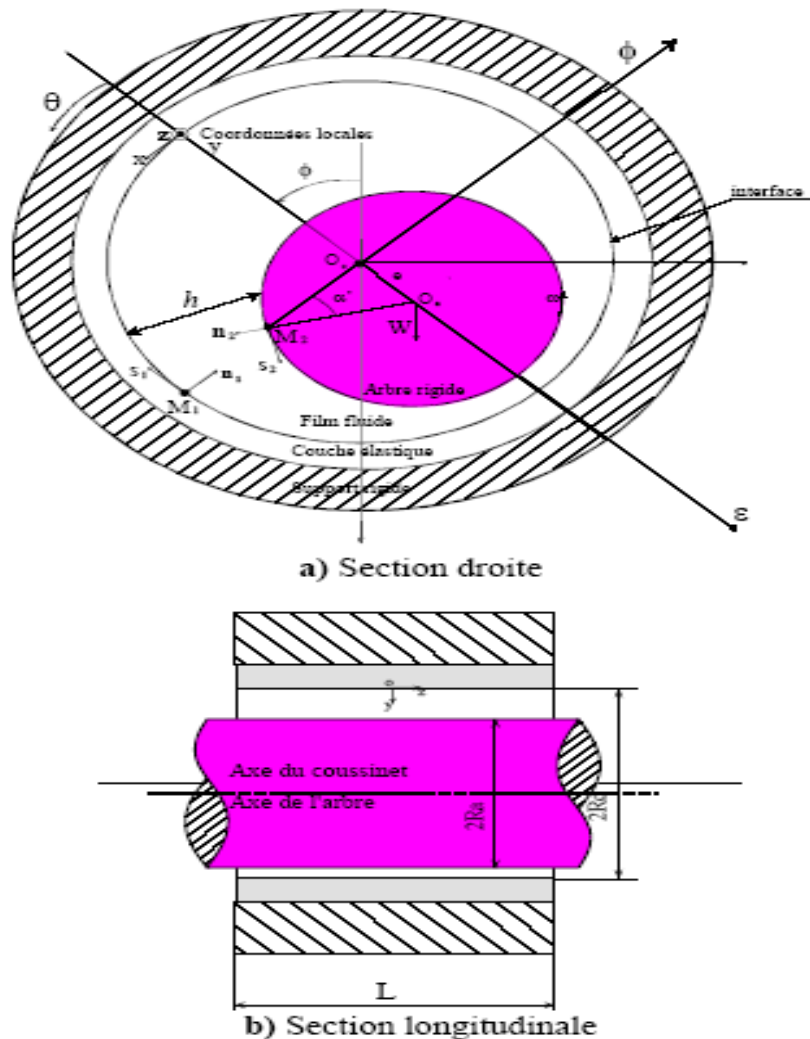
- ❖ Les paramètres caractéristiques du lubrifiant : viscosité dynamique, masse volumique, chaleur spécifique.

Pour étudier le comportement dynamique des paliers lisses ; il est impératif de connaître les caractéristiques des paliers lisses.

#### B.4.5) Caractéristiques géométriques du palier lisse :

Un palier lisse est constitué de deux éléments, l'arbre de rayon  $R_a$  et le coussinet de rayon  $R_c$  et de longueur  $L$  (Figure I.16) ainsi, un palier lisse peut être schématisé par deux cercles de rayons voisins et caractérisé par trois grandeurs :

- ◆ Le jeu radial ( $C = R_c - R_a$ ).
- ◆ Le jeu relatif ( $C/R$ ) qui est de l'ordre de  $10^{-3}$
- ◆ Le rapport ( $L/D$ ) de la longueur au diamètre du palier.



**Figure I.16 :** Géométrie d'un palier cylindrique mono couche [9].

#### B.4.6) Phases de travail d'un palier lisse :

Selon la valeur de  $L/D$ , le palier peut être court ( $L/D \rightarrow 0$ ), long ( $L/D \rightarrow \infty$ ) ou de longueur finie. On rencontre ce type de palier dans les moteurs thermiques, les compresseurs, Les turbomachines, les alternateurs, les réducteurs, etc.

Pour  $L/D \rightarrow \infty$ , l'écoulement du fluide lubrifiant s'effectue seulement suivant la Direction circonférentielle du palier.

La Figure (I.17) présente les trois phases que l'on peut observer lors de la mise en route sous charge d'un palier. Les points  $O_a$  et  $O_c$  représentent respectivement les centres géométriques de l'arbre et du coussinet, tandis que  $W$  désigne la charge extérieure appliquée à l'arbre.

A l'arrêt Figure (I.17), l'arbre et le coussinet sont en contact, la génératrice commune est opposée à la charge et la distance  $O_c O_a$  est égale au jeu radial  $C$ .

Au démarrage Figure (I.17) l'arbre roule en glissant à l'intérieur du coussinet, le régime de lubrification est dit limite ou mixte. Le lubrifiant est entraîné dans l'espace convergent formé par les surfaces de l'arbre et du coussinet. Dès que la vitesse de rotation devient suffisante, il ya création d'un champ de pression hydrodynamique. L'intégration de celui-ci sur la surface de l'arbre ou du coussinet donne la portance HD du palier qui s'oppose à la charge Figure (I.17).

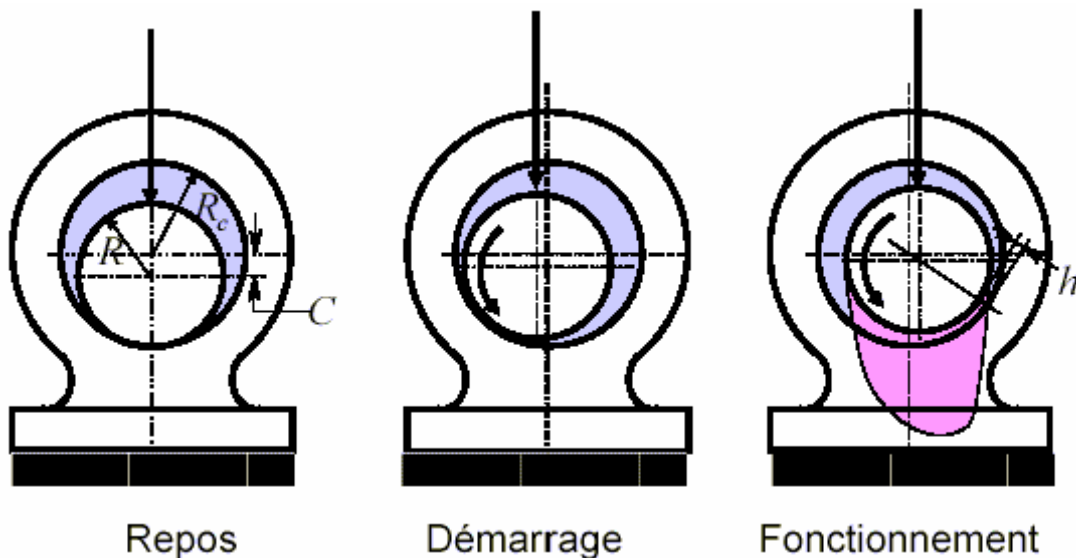


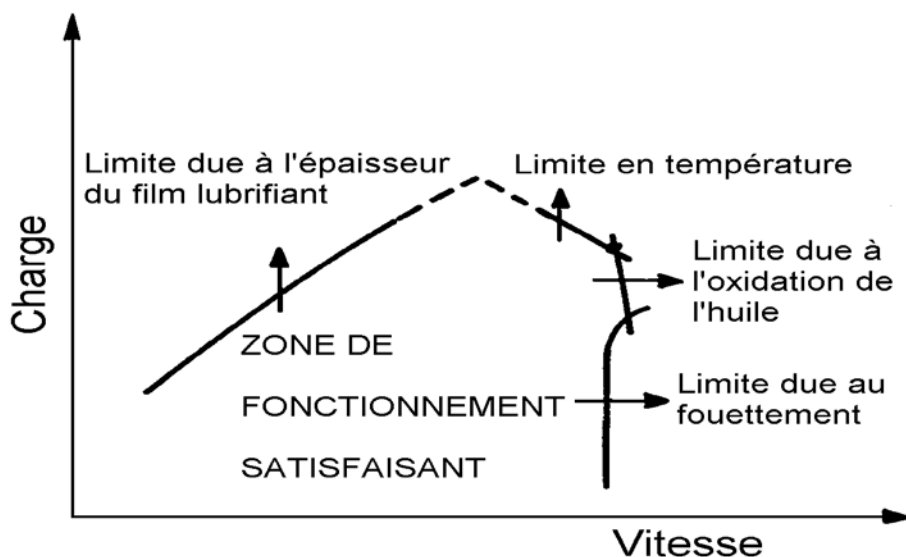
Figure I.17 : phases de travail d'un palier lisse.

Pour une vitesse de rotation stable et une charge  $W$  constante le centre de l'arbre  $O_a$  occupe une position fixe à l'intérieur du coussinet définie par l'excentricité  $e = |O_c O_a|$ . L'angle de calage  $\phi$  que fait la direction de la charge  $W$  avec la ligne des centres  $O_c O_a$  [9].

#### B.4.7) Limites de fonctionnement :

Il est nécessaire de s'assurer qu'il fonctionne de façon satisfaisante pour les conditions imposées, mais aussi qu'il n'est pas trop près des limites mettant en cause sa fiabilité, ni qu'il est surdimensionné.

Pour un palier donné, les conditions limites de charge et de vitesse de rotation sont précisées (Figure I.18) [13].



**Figure I.18 :** Conditions limites de charge et de vitesse

A faible vitesse et à charge élevée, il y a risque de contact entre l'arbre et le coussinet dû à une épaisseur trop faible du film du lubrifiant. A vitesse et à charge élevées, il y a possibilité de fluage du régule soumis à des températures et des pressions trop importantes.

Pour des vitesses plus élevées et une charge faible, la limite peut être due à l'oxydation du lubrifiant porté à une température trop élevée. Enfin pour des charges faibles et des vitesses élevées, le fouettement conduit généralement à des niveaux vibratoires inacceptables.

#### B.4.8) Epaisseur de film :

L'épaisseur du film doit être nettement supérieure à la somme des rugosités des surfaces antagonistes pour qu'un régime de fonctionnement hydrodynamique puisse s'établir

Pour une épaisseur du film lubrifiant trop faible, il y a risque de contact des surfaces de l'arbre et du coussinet, pouvant conduire à une usure et à une destruction du palier.

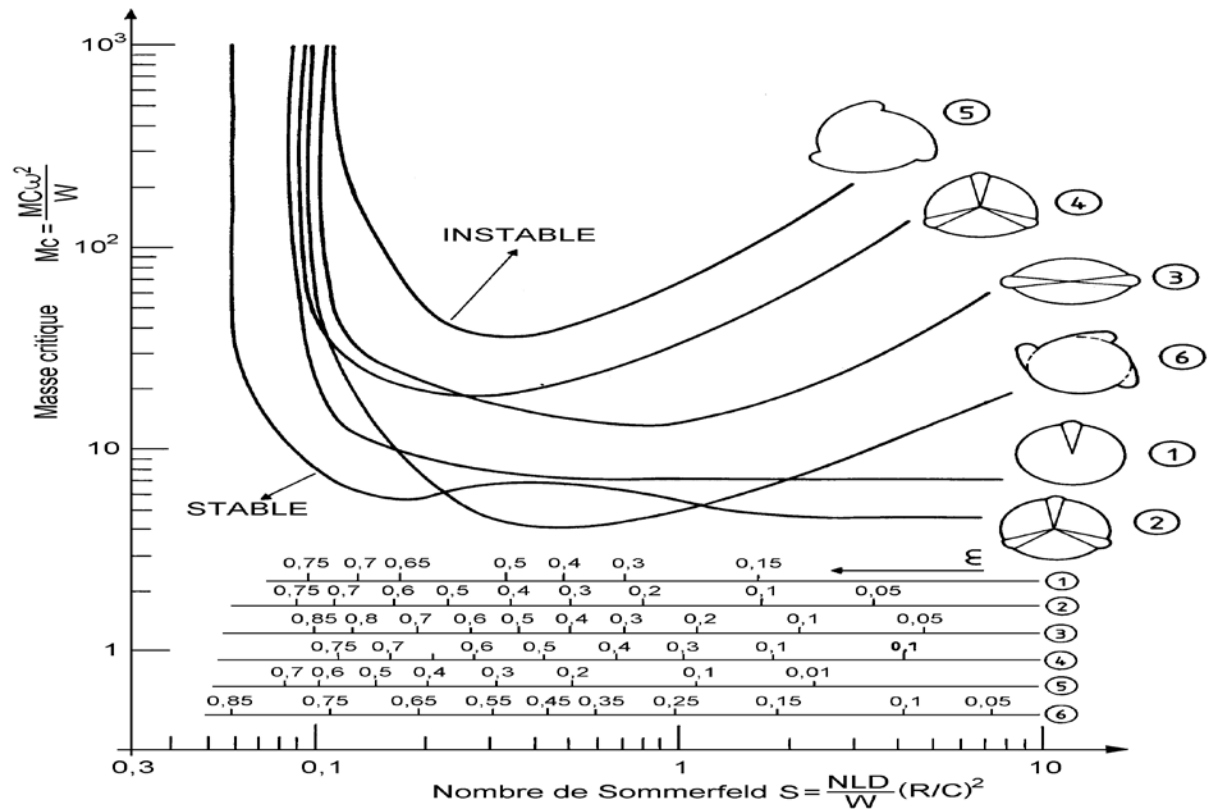
#### B.4.9) Géométrie :

La forme retenue pour un palier est importante car elle intervient de façon significative sur les caractéristiques dynamiques du palier et modifie le comportement dynamique de la ligne d'arbre supportée par les paliers.

Le choix de la forme d'un palier est un compromis. Si les paliers non circulaires sont plus stables que les paliers circulaires, ils ont, par contre, une capacité de charge moindre, des pertes plus importantes et nécessitent un débit de lubrifiant plus élevé. Les paliers à patins oscillants sont presque toujours stables au fouettement, par contre, ils sont d'une réalisation plus complexe que les paliers de forme fixe. Garner [14] a comparé les caractéristiques statiques et dynamiques des formes de paliers les plus souvent rencontrées. Les figures (I.19) et (I.20) peuvent constituer un guide pour le choix préliminaire d'une géométrie.

Type palier	Capacité de charge	Résistance au fouettement	Rigidité ou amortissement	Remarques
Cylindrique, alimentation axiale	→	→	→	
Cylindrique, alimentation circonférentielle	→	→	→	Adapté aux charges tournantes
Alimentation circonférentielle partielle	→	→	→	Stabilité améliorée pour une charge dans une direction fixe.
Citron ou 2 lobes	→	→	→	Amortissement et rigidité horizontaux limités
4 lobes	→	→	→	
3 lobes	→	→	→	
Offset	→	→	→	Adapté pour un seul sens de rotation
Patins oscillants	→	Stable	→	

Figure I.19 : Comparaison de différents paliers



- 1 Circulaire (une rainure)
- 2 Circulaire (trois rainures)
- 3 Citron
- 4 Trois lobes (symétriques)
- 5 trois lobes (asymétriques)
- 6 Trois poches

**Figure I.20 :** Courbe de stabilité de différents paliers [15]

**B.4.10) Mode d'alimentation des paliers lisses :**

La position, la forme des rainures d'alimentation et la pression d'alimentation ont une Influence sur les caractéristiques de fonctionnement d'un palier lisse.

♦ *Position et forme des rainures d'alimentation :*

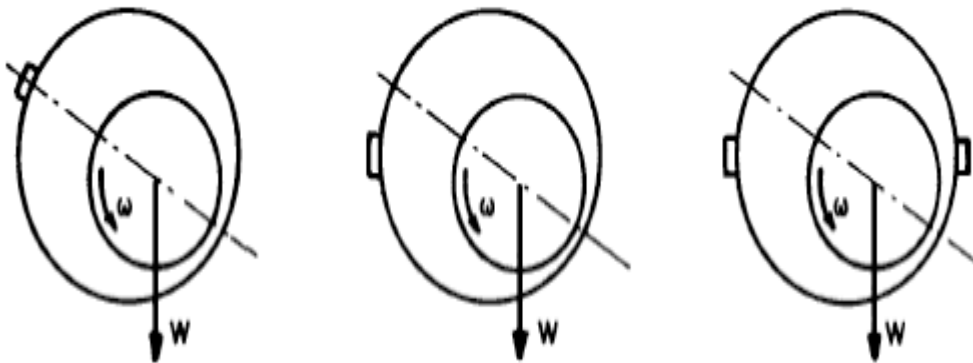
Il y a deux types classiques de rainures : les rainures axiales, les rainures circonférentielles.

❖ **Rainures axiales :**

Du point de vue du remplissage en huile du palier, pour les charges fixes en direction, la position la plus favorable pour la rainure axiale est située légèrement en aval de la génératrice pour laquelle l'épaisseur du film est maximale.

Cependant, comme la position de la ligne des centres repérée par l'angle de calage est fonction, pour un palier donné, de la charge, de la vitesse et de la viscosité du lubrifiant, cette rainure est souvent située dans une zone comprise entre 90° et 135° en amont de la charge.

Si le sens de rotation n'est pas fixe, on peut placer deux rainures diamétralement opposées à  $90^\circ$  de la direction de la charge, dans la zone d'épaisseur maximale du film (figure I.21). La présence de deux rainures d'alimentation est parfois justifiée par des considérations thermiques : Le rôle de la seconde rainure est alors de "limiter" la recirculation de fluide chaud et de mieux refroidir le palier. La position de la rainure axiale modifie très peu la valeur de la charge portante dès lors que cette rainure est située dans la partie supérieure non chargée, cependant elle peut avoir une certaine influence sur la valeur du couple de frottement [16].



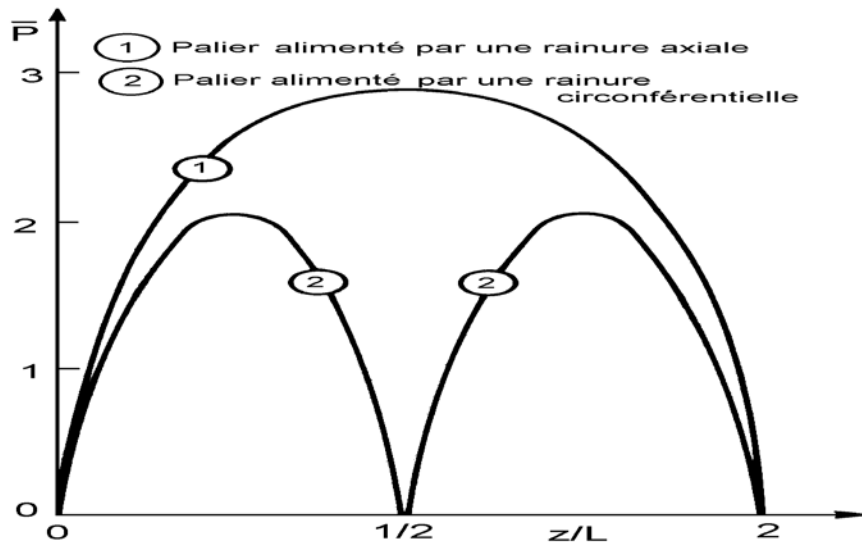
**Figure I.21 :** Position des rainures axiale

❖ *Rainure circonférentielle :*

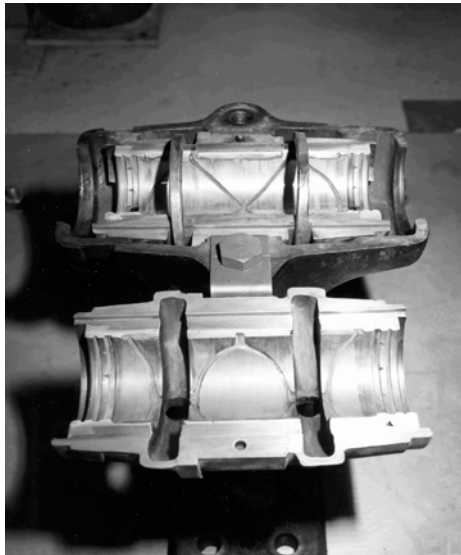
La rainure circonférentielle, généralement placée dans la section médiane du palier, est utilisée lorsque la charge est variable en direction (charge tournante par exemple).

Ce type de rainure diminue sensiblement la charge portante car elle substitue deux paliers de longueur  $L' < L/2$  à un palier de longueur  $L$  (Figure I.22). Aussi des rainures circonférentielles d'amplitudes limitées ou même des trous sont utilisés sur certains paliers de bielles de moteurs thermiques.

En pratique la géométrie du palier, la forme et le positionnement des rainures peuvent être plus complexes. Les paliers à section non circulaire ou les paliers à rainures multiples (Figure I.23) sont plus stables du point de vue vibratoire mais leur capacité de charge est réduite [16].



**Figure I.22 :** Variation de la pression en fonction de la coordonnée axiale  $z$ .

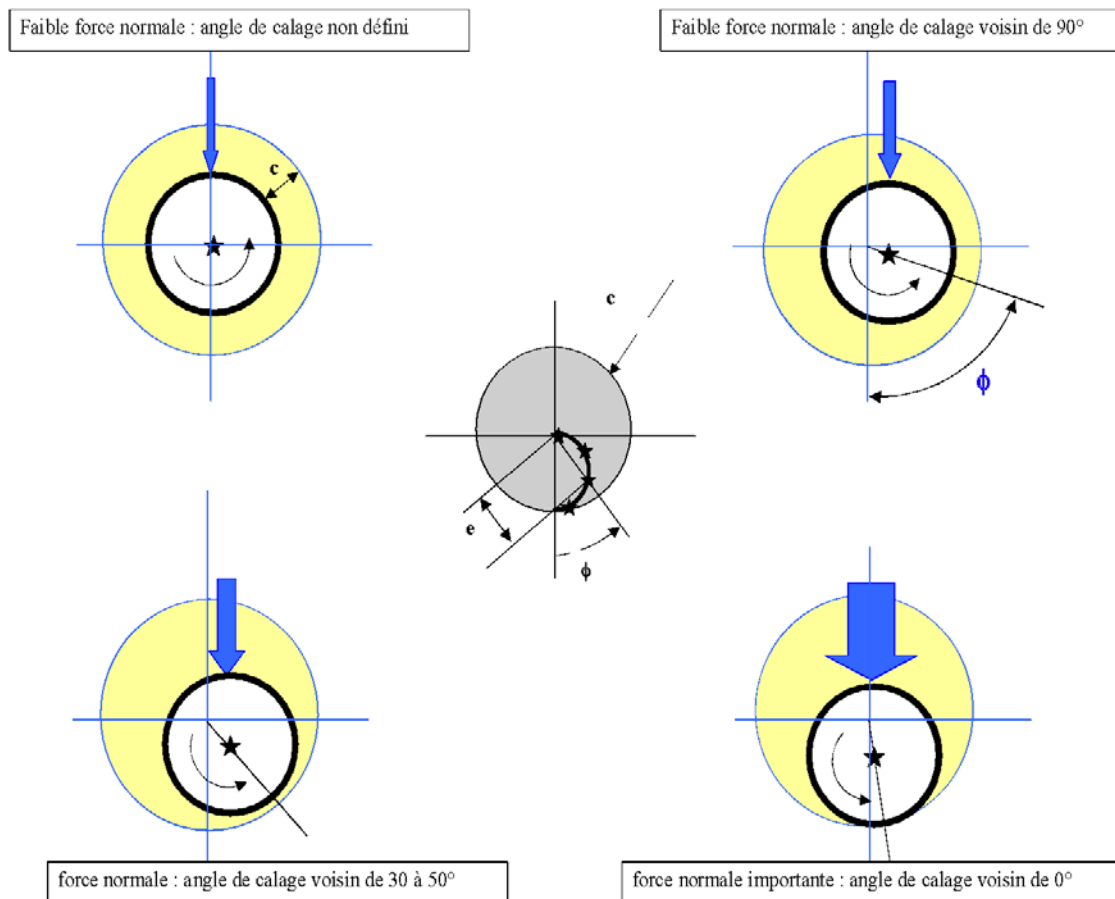


**Figure I.23 :** Palier à rainure circumférentielle

#### **B.4.13) Problème de vibration des paliers :**

Pour l'analyse vibratoire des paliers, il est nécessaire d'étudier la trajectoire du centre de l'arbre lorsque la sollicitation du contact augmente. Pour une charge faible, le palier est dit centré car l'excentricité est faible et donc l'arbre est centré dans l'alésage. Quand la charge augmente, le centre de l'arbre se déplace surtout radicalement ce qui conduit à des angles de calage voisin de  $90^\circ$ . Ce n'est que pour des charges intermédiaires que l'arbre « descend » dans l'alésage ( $\varnothing 45$ ). Enfin, pour les charges très importantes, on obtient des angles de calage voisin de  $0$ .

Tout calcul fait, on constate que la trajectoire du centre de l'arbre par rapport au centre de l'alésage décrit un cercle avec l'augmentation de la charge (Figure I.24) [17].



**Figure I.24** : Trajectoire du centre de l'arbre

Les faibles valeurs d'angle de calage  $\varnothing \approx 0$  à  $10^\circ$ , doivent être étudiées avec attention car les épaisseurs de film d'huile sont faibles ce qui présente le risque d'atteindre le régime limite.

Pour les valeurs importantes d'angle de calage,  $\varnothing \approx 80 - 90^\circ$ , le film est épais mais le faible « enfoncement » de l'arbre dans le film d'huile favorise l'apparition d'instabilités latérales (vibrations à la moitié de la fréquence de rotation de l'arbre). Ces faibles valeurs sont à proscrire.

En phase d'avant projet, en l'absence d'informations sur l'angle de calage, il est relativement classique de débiter le dimensionnement d'un palier avec des valeurs d'angle de calage voisines de  $30$  à  $50^\circ$ .

### I.3 Vibrations

L'utilisation des vibrations pour surveiller les machines n'est pas nouvelle – puisque les mécaniciens posaient autrefois leur tournevis sur un moteur pour en « écouter les mouvements internes » – mais ces techniques « sensibles » se sont aujourd'hui modernisées grâce à l'apparition de matériels nouveaux, au point de faire de l'étude des vibrations, un des outils les plus utiles à la maintenance moderne.

Le principe de l'analyse des vibrations est basé sur l'idée que les structures de machines, excitées par des efforts dynamiques, donnent des signaux vibratoires dont la fréquence est identique à celle des efforts qui les ont provoqués ; et la mesure globale prise en un point est la somme des réponses vibratoires de la structure aux différents efforts excitateurs. On peut donc, grâce à des capteurs placés en des points particuliers, enregistrer les vibrations transmises par la structure de la machine et, grâce à leur analyse, identifier l'origine des efforts auxquels elle est soumise.

De plus, si l'on possède la « signature » vibratoire de la machine lorsqu'elle était neuve, ou réputée en bon état de fonctionnement, on pourra, par comparaison, apprécier l'évolution de son état ou déceler l'apparition d'efforts dynamiques nouveaux consécutifs à une dégradation en cours de développement.

#### I.3.1 Notions fondamentales

Prenons tout d'abord un objet dont l'une des extrémités est fixée à un support rigide et dont l'autre peut se déplacer dans un plan comme le montre la (Figure I.25). On pourrait par exemple considérer cet objet comme une représentation approximative d'une poutre encastree dans un mur, d'une lame de pompe centrifuge en porte-à-faux ou du bec de raccordement d'une machine de chargement du combustible [18].

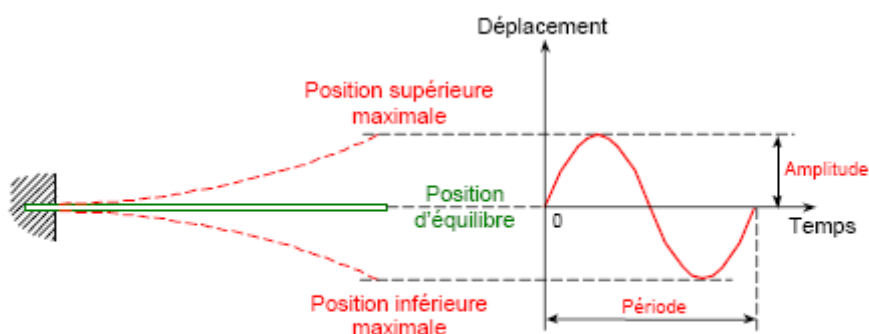


Figure I.25 : Caractéristiques fondamentales des vibrations.

Imaginons qu'on fléchit l'objet jusqu'à ce que son extrémité atteigne une de ses positions maximales et qu'on le relâche.

L'extrémité se déplace, passe par sa position d'équilibre, atteint la position maximale opposée, repasse par sa position d'équilibre, puis revient à la position maximale initiale, et ainsi de suite. Le mouvement répété autour de la position d'équilibre est appelé vibration.

Un cycle de vibration est complété lorsque l'objet passe deux fois consécutives par la position d'équilibre dans la même direction. La Figure I.25 illustre le déplacement d'un point fixe sur l'objet au cours d'un cycle.

À l'aide de la Figure I.26, nous pouvons définir certaines caractéristiques fondamentales des vibrations.

### **A) Amplitude**

L'amplitude (A) est le déplacement maximal par rapport à la position d'équilibre, ou encore la vitesse ou l'accélération maximale, selon le capteur de vibrations utilisé. Pour simplifier, nous ne tiendrons compte que du déplacement. Dans ce cas, l'unité utilisée habituellement pour mesurer l'amplitude des vibrations est le micromètre ( $1\mu\text{m}$ )<sup>2</sup>. Il s'agit d'une petite fraction d'un mètre :

### **B) Fréquence**

La fréquence (f) est le nombre de cycles de vibration par unité de temps. L'unité de fréquence est le hertz (Hz), soit un cycle par seconde. Comme la vitesse de rotation des machines tournantes est exprimée en tours par minute (T/M), la fréquence des vibrations

Aux quelles celles-ci sont soumises est communément exprimée en cycles par minute (C/M). Comme une minute compte 60 secondes,

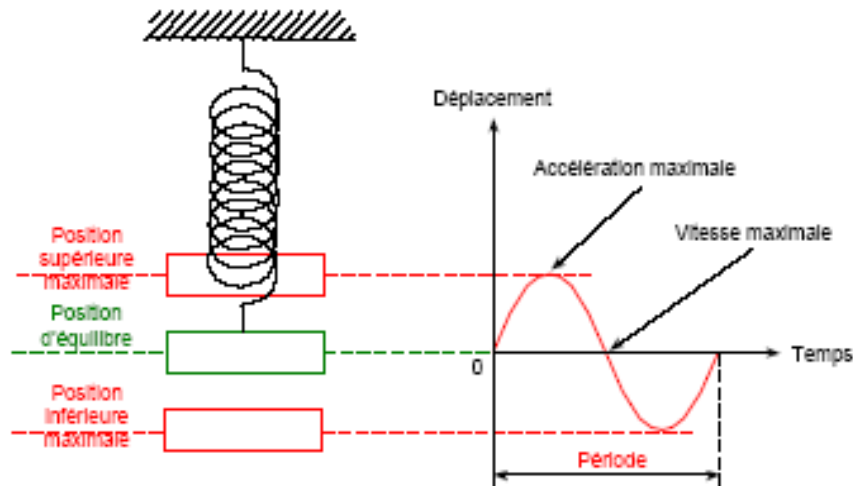
$$1 \text{ Hz} = 60 \text{ C/M.}$$

### **C) Fréquence d'excitation et fréquence propre**

La fréquence d'excitation est la fréquence à laquelle vibre un objet sous l'effet d'une force répétée. Une force d'excitation répétée appliquée sur un objet produit des vibrations ayant la même fréquence que cette force répétée. Les vibrations de ce type sont appelées vibrations forcées.

La fréquence propre est la fréquence à laquelle vibre un objet lorsque l'impulsion initiale est supprimée et qu'il peut osciller librement. Les vibrations de ce type sont appelées vibrations libres ou naturelles. En pratique, compte tenu du frottement et du transfert d'énergie aux objets avoisinants, l'amplitude des vibrations libres décroît progressivement jusqu'à ce que l'objet s'immobilise.

Pour comprendre ce qui se passe au cours d'un cycle, reportons nous à la (Figure I.26) dans laquelle le ressort représente la rigidité de l'objet tandis que la masse suspendue représente son inertie.



**Figure I.26 :** Système masse ressort

Après qu'il a été fléchi puis relâché, l'objet accélère sous l'effet de la force de rappel conformément à la loi de Newton [18]. La force de rappel diminue ensuite et devient nulle à la position d'équilibre.

Cependant, en raison de son inertie, l'objet ne peut pas s'arrêter instantanément. Il va poursuivre sa course de l'autre côté de la position d'équilibre où la force de rappel qui s'exerce dans le sens opposé le fera ralentir. À la position correspondant au déplacement maximal, la vitesse de l'objet est nulle, mais la force de rappel agit encore et aura pour effet d'accélérer l'objet de nouveau vers sa position d'équilibre. L'objet continue à se déplacer alternativement d'un côté à l'autre.

S'il n'était soumis à aucun frottement et s'il était parfaitement isolé de façon à empêcher tout apport ou perte d'énergie, l'objet continuerait à vibrer indéfiniment à une amplitude constante. En réalité, les vibrations finiront par cesser en raison du frottement et du transfert d'énergie vers l'extérieur.

La fréquence propre d'un objet est toujours la même quelle que soit l'amplitude des vibrations (à moins que l'objet ne subisse une déformation plastique). Par exemple, lorsqu'on double l'amplitude initiale, la force ou le couple de rappel double également.

L'objet accélère ou ralentit alors deux fois plus vite et met donc le même temps pour compléter un cycle.

Tout objet réel vibre à un nombre infini de fréquences qui correspondent chacune à un type et à un mode de vibrations différents.

#### D) Paramètres caractéristiques

Trois paramètres combinés caractérisent les vibrations [19] : le déplacement, la vitesse et l'accélération (Figure I.27).

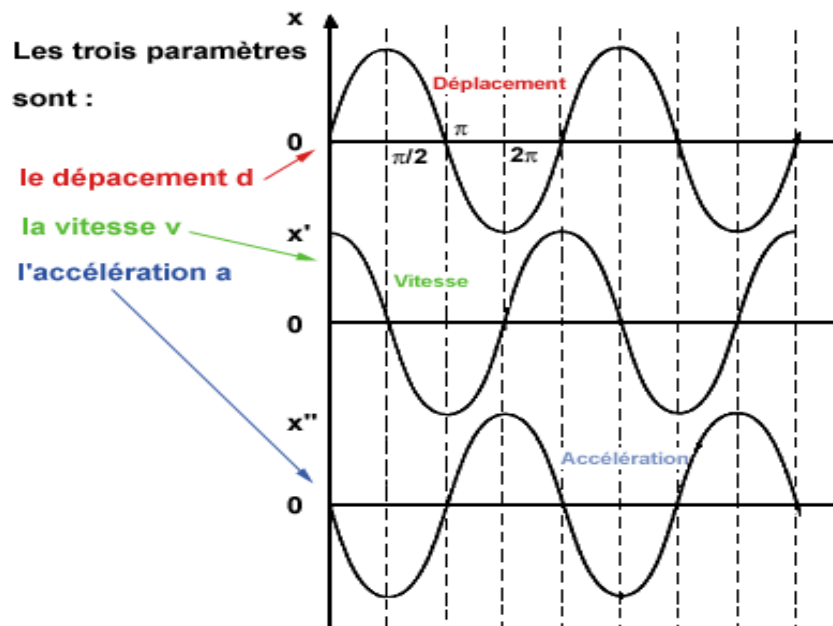


Figure I.27 : Les paramètres caractéristiques des vibrations

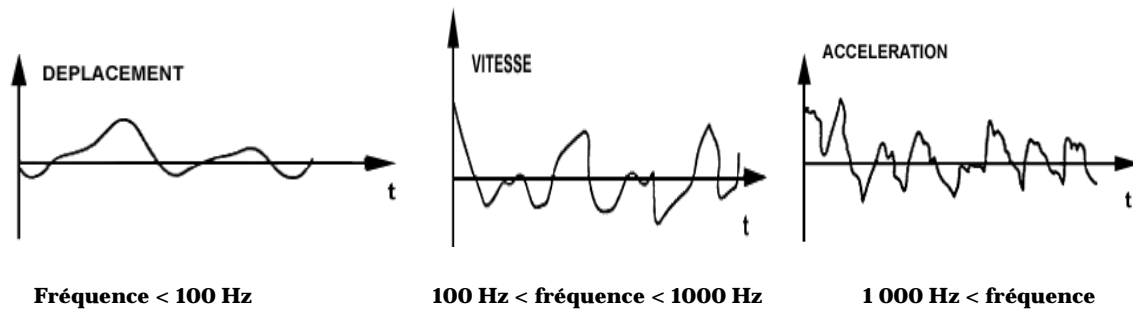
$$x(t) = A \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t);$$

$$x'(t) = \frac{dx}{dt} = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot A \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t);$$

$$x''(t) = \frac{d^2x}{d^2t} = -(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t)^2 A \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t);$$

◆ Domaines d'utilisation

Le paramètre à mesurer dépendra de la fréquence du phénomène à étudier [19].

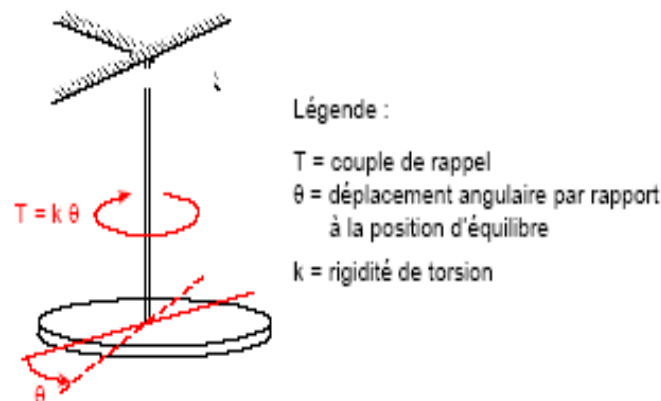


**Figure I.28 :** Domaine d'utilisation des paramètres de mesure

### I.3.2 Types de vibrations

On distingue trois types de vibrations selon la direction du mouvement et les déformations que subit l'objet vibrant :

- Vibrations transversales (Figure I.29 et I.30)
- Vibrations longitudinales;
- Vibrations de torsion (Figure I.29)



**Figure I.29 :** Type de vibrations

#### A) Vibrations transversales

Les vibrations transversales sont les plus communes. Elles se produisent lorsqu'un objet est fléchi dans une direction perpendiculaire à son axe longitudinal. Un objet peut vibrer transversalement sans plier lorsqu'il n'est pas fixé à des supports rigides (Figure I.30, cas b). Par exemple, les arbres des machines tournantes, les tuyaux et les tubes des échangeurs de chaleur peuvent être animés de vibrations transversales.

### B) Vibrations longitudinales

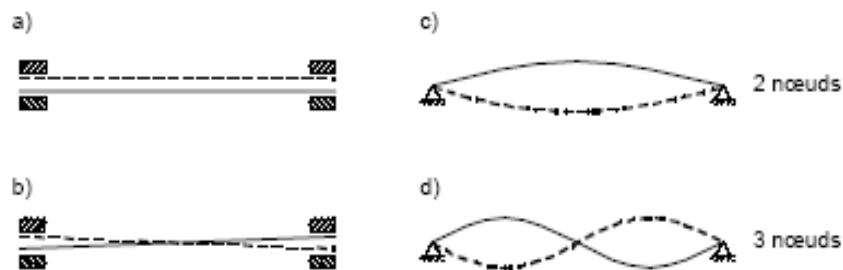
Des vibrations longitudinales se produisent lorsqu'un objet est sollicité par des forces longitudinales périodiques. Ces vibrations peuvent par exemple se produire dans les arbres des machines tournantes, les tuyaux et les grappes de combustible d'un réacteur.

### C) Vibrations de torsion

Des vibrations de torsion se produisent lorsqu'un objet est soumis à un mouvement angulaire périodique autour d'un axe de référence, généralement l'axe longitudinal de l'objet. Les arbres des machines tournantes et les lames des turbines et des compresseurs sont généralement animés de vibrations de torsion.

Un objet n'est presque jamais animé d'un seul type de vibrations périodiques qui s'exercent simultanément.

Certaines de ces forces produisent des vibrations transversales, tandis que d'autres produisent des vibrations longitudinales ou de torsion. En outre, chaque type de vibrations peut se produire selon différents modes. La (Figure I.30) illustre certains de ces modes pour un arbre de diamètre constant animé de vibrations transversales : les modes a) et b) se rapportent à un arbre rigide reposant sur des paliers lâches ou souples et les modes c) et d), à un arbre reposant sur des paliers serrés et rigides.



**Figure I.30** : modes de vibrations [20].

Le mode (c) est caractérisé par deux noeuds (points où le déplacement est nul) situés dans les paliers et le mode (d), par trois noeuds : deux dans les paliers et un au centre.

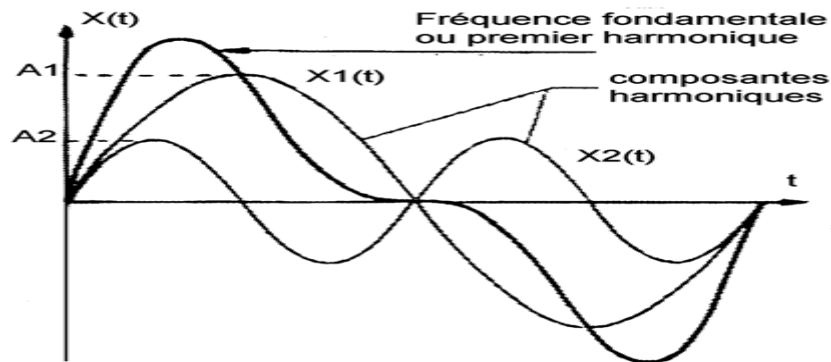
Il existe également d'autres modes caractérisés par 4 noeuds ou plus. En fait, pour chaque type de vibrations, un objet peut vibrer selon un nombre infini de modes. Heureusement, les objets ne vibrent pas selon des modes caractérisés par un nombre élevé de noeuds parce que les fréquences propres de ces modes sont beaucoup plus élevées que les fréquences d'excitation.

La fréquence propre est une notion importante dont il faut tenir compte pour prévenir les vibrations excessives. Pour une raison qui sera expliquée plus loin, on doit éviter les situations dans lesquelles la fréquence d'excitation est égale à une des fréquences propres d'un objet. Il est donc essentiel de connaître les facteurs ayant une incidence sur la valeur des fréquences propres. Il sera alors plus facile de comprendre comment certaines conditions de fonctionnement peuvent modifier ces fréquences

### I.3.3. Natures des vibrations

Les vibrations mécaniques sont des mouvements oscillant autour d'une position moyenne d'équilibre. Ces mouvements oscillants caractéristiques de l'effort qui les génère, peuvent être, soit périodiques, soit apériodiques (transitoires ou aléatoires) selon qu'ils se répètent ou non, identiquement à eux-mêmes après une durée déterminée.

**A) Les vibrations périodiques** peuvent correspondre à un mouvement sinusoïdal pur comme celui d'un diapason où, plus généralement, à un mouvement complexe périodique que l'on peut décomposer en une somme de mouvements sinusoïdaux élémentaires, plus faciles à analyser (Figure I.31).



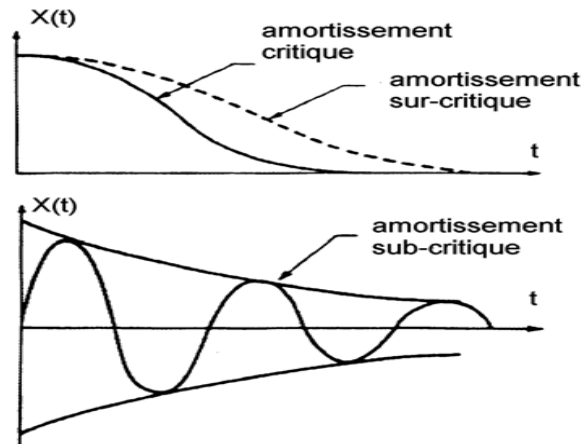
**Figure I.31 :** Représentation d'un signal périodique harmonique et non harmonique

Les mouvements sinusoïdaux élémentaires sont appelés « composantes harmoniques » et leurs fréquences sont des multiples entiers de la fréquence du mouvement étudié qui est appelée « fréquence fondamentale » ou fréquence de l'harmonique d'ordre 1 [20].

**B) Les vibrations transitoires** (comme par exemple la vibration provoquée par un marteau pilon) sont générées par des forces discontinues (chocs). Elles peuvent présenter ou non un aspect oscillatoire revenant à une position d'équilibre après amortissement (Figure I.32).

Lorsqu'il existe des oscillations, comme pour une structure qui vibre après un choc et pour laquelle le coefficient d'amortissement est faible, on dit qu'il y a un amortissement sub-critique, et le mouvement est pseudopériodique. Si l'amortissement est très important, la structure revient à sa

position d'équilibre sans oscillation, on dit alors que l'amortissement est sur-critique et le mouvement est aperiodique.

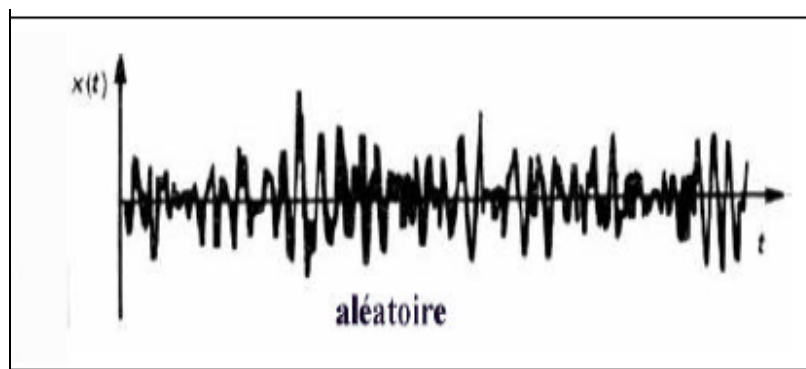


**Figure I.32** : Représentation d'un signal transitoire [20].

Ces deux types de mouvements transitoires peuvent être décrits par des fonctions mathématiques.

**C) Les vibrations aléatoires** (comme par exemple la vibration générée par le phénomène de cavitation sur une pompe) sont caractérisées par un mouvement oscillant aléatoire (Figure I.33) qui ne se produit pas identiquement à lui-même comme les mouvements périodiques.

Les vibrations aléatoires ne peuvent être représentées mathématiquement que par une série de relations de probabilités car il faudrait théoriquement un temps infini pour les analyser, mais on peut considérer que la fonction aléatoire est une fonction périodique dont la périodicité est égale à l'infini et que cette fonction est constituée d'une infinité de fonctions sinusoïdales dont la fréquence varie de façon continue.



**Figure I.33** : Représentation d'un signal périodique aléatoire [20]

Ces vibrations caractéristiques sont donc toutes identifiables et mesurables. La tendance à l'accroissement de leur intensité est représentative de l'évolution de l'effort qui les génère et révélatrice du défaut qui se développe.

### I.3.4 Représentation du signal vibratoire

#### ◆ Représentation spectrale (ou fréquentielle)

Le spectre est le concept fondamental de l'analyse en fréquence. C'est la représentation d'un signal dont l'amplitude ne serait plus donnée en fonction du temps mais en fonction de sa fréquence (Figure I.34). Si l'on décrit mathématiquement un signal sinusoïdal, nous obtenons

$$x(t) = A \cdot \sin(\omega_0 t + \phi_0)$$

Où :  $A$  est l'amplitude maxi du signal ;  $\omega_0$  la pulsation en rad/s ( $\omega_0 = 2 f_0 \pi$ ),  $\phi_0$  la phase à l'instant  $t = 0$ .

Pour décrire complètement ce signal, Il suffit de connaître :

- $A$  : amplitude maxi,  $f_0$  : fréquence du signal,  $\phi_0$  : la phase à l'instant  $t=0$ .

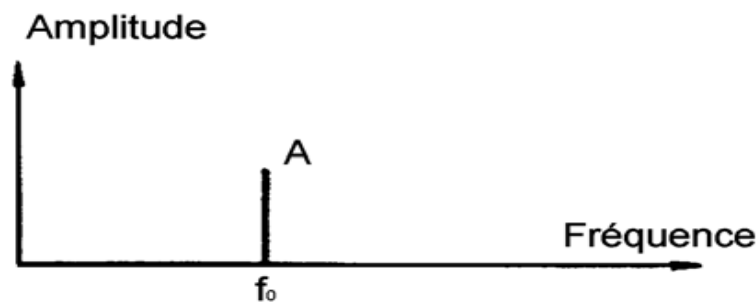


Figure I.34 : Spectre d'un signal temporel [20]

### I.3.5 Méthodes d'étude des vibrations

Une onde vibratoire peut-être étudiée par plusieurs méthodes qui correspondent à des niveaux différents de connaissance du phénomène et à l'utilisation de matériels d'analyse plus ou moins sophistiqués :

- Mesure de la valeur globale.
- Technique de résonance.
- Analyse spectrale.

### ✚ Mesure de la valeur globale

La mesure de la valeur globale (Figure I.35) est une méthode approximative d'analyse du signal qui fait abstraction du paramètre fréquentiel pour ne mesurer que l'amplitude évaluée :

- en valeur crête à crête (1) c'est à dire en mesurant l'amplitude maximum de l'onde fondamentale, mesure utile par exemple lorsque le déplacement vibratoire d'une machine est critique en regard des contraintes de charge maximale ou de jeu mécanique.
- En valeur crête (2), mesure intéressante pour indiquer par exemple le niveau d'un choc de courte durée.
- En valeur efficace (3), mesure qui tient compte de l'évaluation de la valeur des composantes harmoniques et directement reliée au contenu énergétique de la vibration.

A noter que ces valeurs d'amplitudes d'utilité complémentaire peuvent représenter un déplacement, une vitesse ou une accélération, car vitesse et accélération sont aussi des fonctions sinusoïdales obtenues après dérivation de la fonction déplacement.

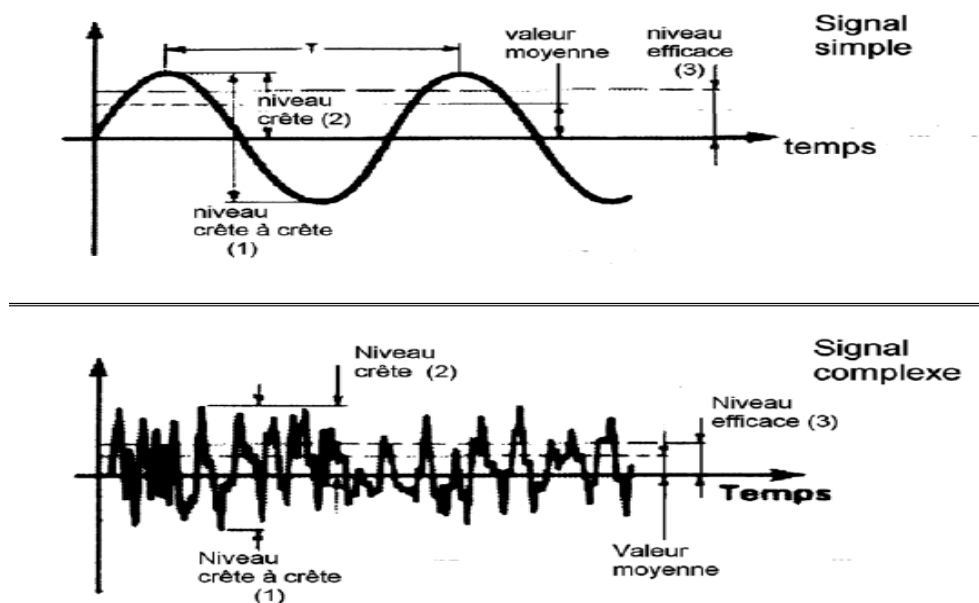


Figure I.35 : Différentes manières de mesurer l'amplitude en valeur globale [20]

Note :

$$V_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T X^2(t) dt} \quad \text{et} \quad V_{moy} = \frac{1}{T} \int_0^T |X(t)| dt$$

### ✚ Techniques de résonance

Le phénomène de résonance se produit lorsque la fréquence d'excitation est égale à une des fréquences propres (Figure I.36). La résonance est potentiellement dangereuse, car elle peut donner lieu à des vibrations excessives [18].

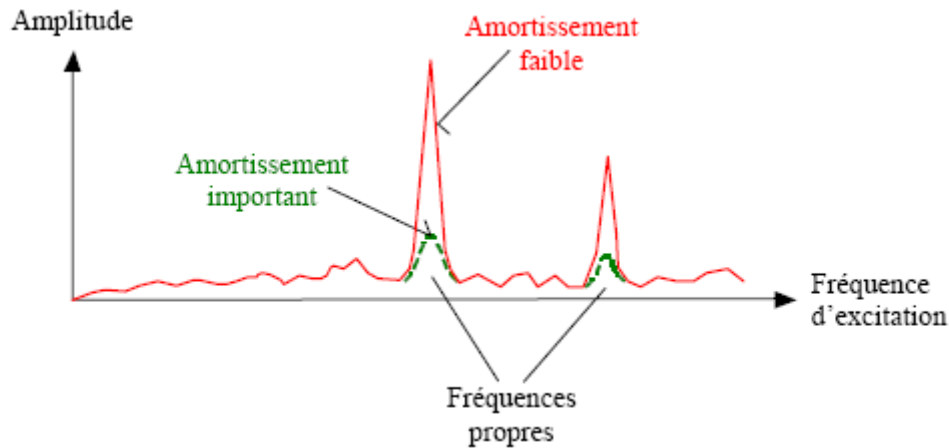


Figure I.36 : Phénomène de résonance

#### ✚ Analyse spectrale (ou analyse en fréquence)

L'analyse vibratoire assure deux objectifs :

- ✓ La détection des défauts
- ✓ L'analyse détaillée des défauts

On utilise à cet effet des paramètres calculés :

◆ Soit dans le domaine temporel : Le signal temporel (Figure I.3.14) ne fournit des informations que dans des cas simples. Ils ne sont pas à négliger. Dès lors on utilise plutôt des valeurs globales, qui rendent compte du signal par un indicateur statistique.

Ces valeurs peuvent être déterminées de manière analogique ou digitale et elles forment un ensemble de premier niveau de détection de défauts dans le cadre de la maintenance conditionnelle.

◆ Soit dans le domaine fréquentiel : La fréquence (tous les combien) est l'inverse du temps (quand). Le passage d'un espace vers l'autre se réalise via la transformée de Fourier (Figure I.38).

#### *Avantages de domaine fréquentiel*

- ✓ Calcul rapide en utilisant la FFT (transformée de Fourier rapide)
- ✓ Relation directe entre le spectre de Fourier et ses défauts.

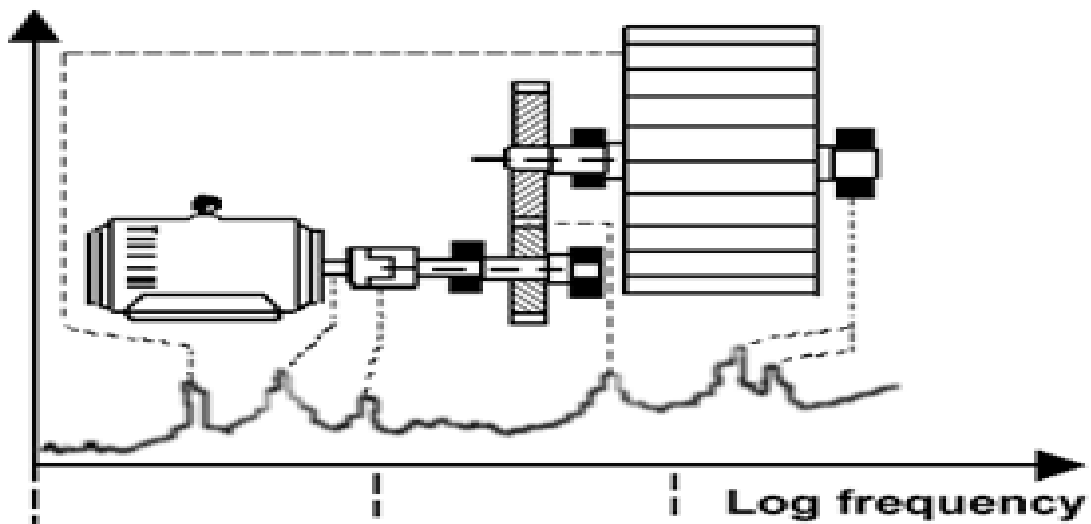


Figure I.37 : Relation directe entre le spectre de Fourier et ses défauts [19]

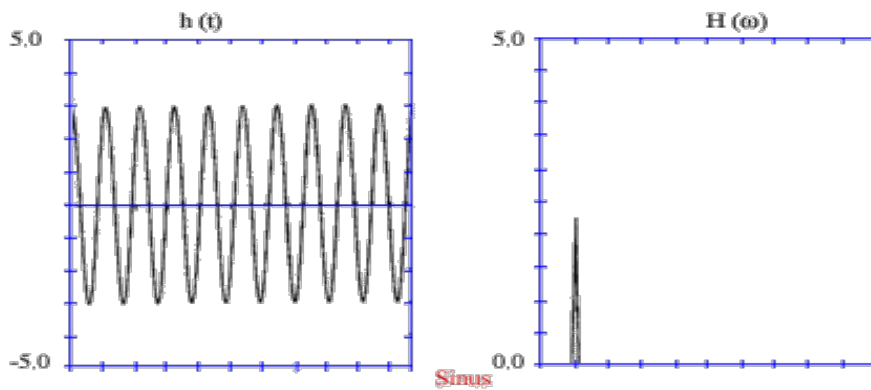


Figure I.38 : Représentation d'un signal temporelle et d'un signal fréquentiel

◆ Soit dans les deux à la fois

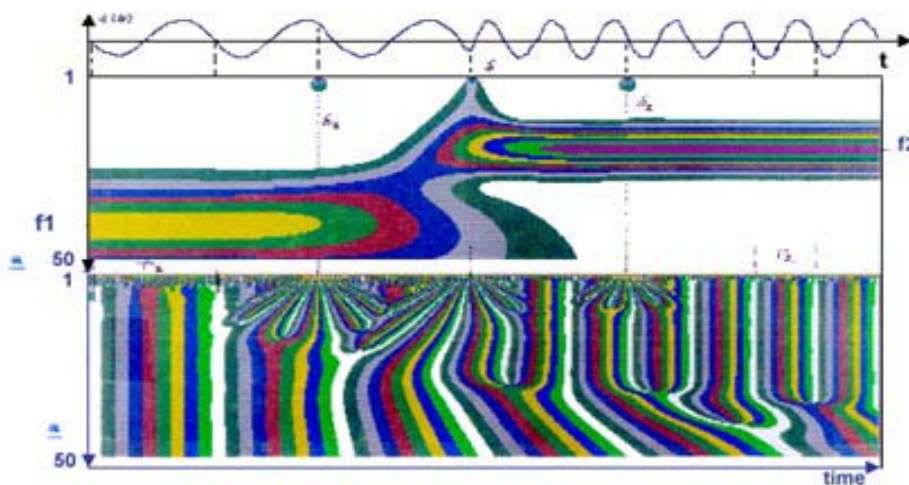


Figure I.39 : Représentation d'un signal temporelle et d'un signal fréquentiel les deux à la fois [19]

Comme nous l'avons vu, dans la plupart des mesures de vibrations, il est beaucoup plus aisé de travailler dans le domaine des fréquences que dans le domaine des temps. De ce fait est née l'idée de l'analyse en fréquence (spectrale) où le signal amplitude/temps est converti en signal amplitude/fréquence.

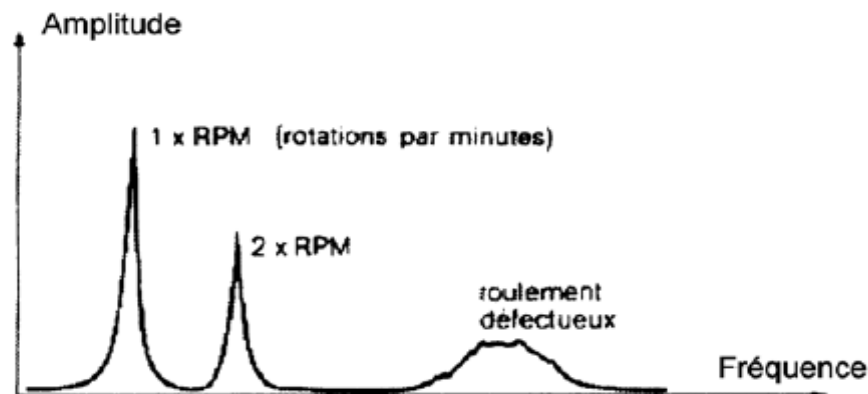


Figure I.40 : Exemple typique de tracé d'un spectre [20]

Comme on le voit dans un spectre, toutes les composantes du signal vibratoire sont représentées sous forme de « Pics » et l'on peut suivre individuellement une variation d'amplitude sans qu'il y ait, d'effet de masque qui risque d'estomper la mise en évidence d'un défaut en développement (Figure I.40).

A partir des caractéristiques d'une machine surveillée, et des fréquences auxquelles apparaissent les anomalies.

Le spectre, outil de cette analyse, se présente sous forme d'un graphique montrant l'amplitude de la vibration à chaque fréquence.

### I.3.6 Détection par l'analyse spectrale des principales anomalies

Les anomalies spectrales peuvent être classées en 3 catégories :

- Pics apparaissant à des fréquences multiples ou sous multiples de la vitesse du rotor.
- Pics apparaissant à des vitesses indépendantes de la vitesse du rotor.
- Densité spectrale provenant de composantes aléatoires de la vibration.

#### *Phénomènes provoquant des Pics dont les fréquences sont liées à celles du rotor*

Ce sont principalement les phénomènes de balourd, de désalignement, de mauvais serrage mécanique, d'avarie d'engrenage, de tourbillonnement de film d'huile, d'excitation hydrodynamique, de mauvais état de courroie de transmission...

- Balourd

C'est la cause de vibrations la plus commune et la plus fréquemment rencontrée. En dépit du soin apporté à la construction des rotors, il est donc impossible de les équilibrer parfaitement (Figure I.41) et il existe donc toujours une vibration à la fréquence de rotation dont l'amplitude est directement proportionnelle à l'importance du balourd et au carré de vitesse de rotation. Une modification brusque de l'amplitude correspond systématiquement à une modification du balourd dont l'origine peut-être une rupture ou la déformation d'une partie du rotor (ailettes de turbine par exemple). Si cette modification d'amplitude est plus lente, il peut s'agir d'une usure ou d'un encrassement de la partie tournante (suie, dépôt, etc.). Le phénomène se caractérise par une vibration radiale importante à la fréquence de rotation.

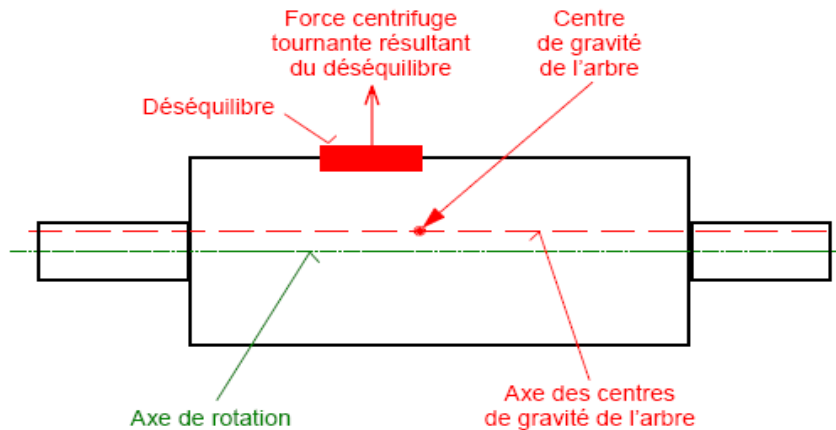
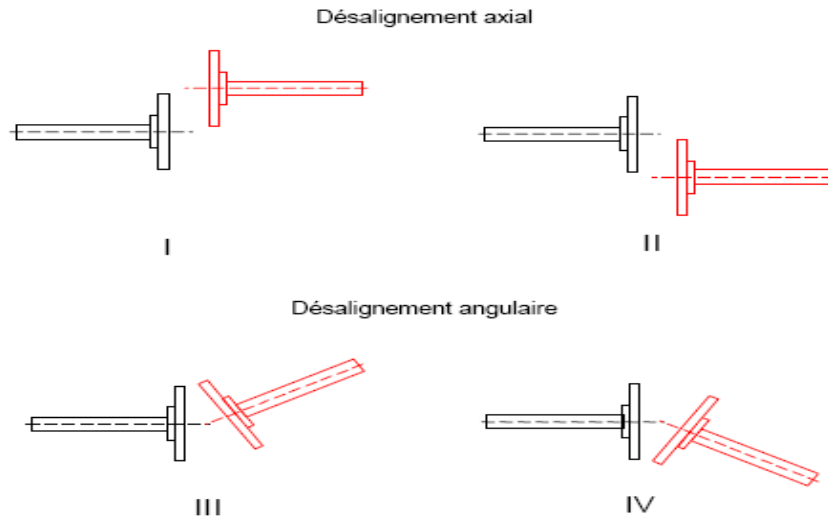


Figure I.41 : Représentation d'un balourd [18]

- Désalignement

Un désalignement (Figure I.42) provoque des vibrations à la fréquence de rotation ainsi qu'aux harmoniques d'ordre 2, 3 et parfois 4 (double, triple, quadruple de la fréquence de rotation et parfois même davantage en particulier pour les accouplements à denture où l'on rencontre les harmoniques liés au nombre de dents et à la fréquence de rotation) [18]. La composante axiale de la vibration est particulièrement importante pour l'harmonique d'ordre 2.



**Figure I.42** : Représentation d'un désalignement [18]

- Mauvais serrage mécanique

Lorsqu'un palier est desserré ou présente une possibilité de mouvement partiel dans le plan radial, il apparaît une vibration radiale à une fréquence égale à deux fois la vitesse de rotation. Cette vibration se produit sous l'effet du balourd initial et elle peut prendre une amplitude élevée en fonction du degré de desserrage du palier.

- Avarie d'engrenage

Dans le phénomène d'engrènement, il se produit un choc chaque fois qu'une dent menant est en contact avec une dent menée. Ceci génère une vibration dont la fréquence est égale à la vitesse de rotation du pignon multipliée par son nombre de dents. S'il y a déformation du profil de la denture, la fluctuation de la charge sur la ou les dents donne naissance à des fluctuations de vitesse et aboutit aussi à une modulation de fréquence (ou de phase).

L'analyse spectrale de ce phénomène montre des bandes latérales situées de part et d'autre de la fréquence d'engrènement.

- Tourbillonnement de film d'huile

Ce phénomène apparaît sur les paliers lisses faiblement chargés, lubrifiés en graissage hydrodynamique. Il se produit légèrement en dessous de la moitié de la fréquence de rotation de l'arbre (de 0.42 à 0.48 fois la fréquence suivant les caractéristiques du palier) [20].

Ceci, associé à un balourd du rotor et à une fréquence de la résonance voisine de la vitesse de rotation, conduit au phénomène de fouettement du rotor.

- Excitation hydrodynamique

Les variations de pression engendrées par les ailettes d'une turbine passant devant des ailettes fixes vont créer des vibrations dont la fréquence sera égale à la vitesse de rotation

Multipliée par le nombre d'ailettes tournantes et le nombre d'ailettes fixes.

- Courroie de transmission en mauvais état Le mauvais état d'une courroie en « V » (variation de largeur, déformation) crée des variations de tension susceptibles d'induire des vibrations de fréquence égale à celle de la rotation de la courroie. Si les poulies ne sont pas bien alignées, il y aura une composante axiale inhérente à cette vibration.

#### **Phénomènes créant des pics à des fréquences non liées à celle du rotor**

- Vibrations de machines voisines

Le sol et les socles de fixation peuvent transmettre les vibrations d'une machine à l'autre. Si l'on arrête la machine voisine mise en cause, le pic spectral disparaît.

- Vibrations d'origine électrique

Les vibrations des parties métalliques du stator et du rotor sous l'excitation de champs électromagnétiques produisent des pics à des fréquences égales à celle du secteur et à ses harmoniques.

L'augmentation de ces pics peut être le signe de la dégradation du moteur (par exemple variation de l'entrefer). Ces pics disparaissent bien évidemment avec la coupure du courant.

- Résonance de la structure ou du rotor

Chaque sous-ensemble de la machine possède une fréquence propre de résonance qui est fonction de paramètres multiples tels que la rigidité, la masse, la forme géométrique...

Si une excitation quelconque possède une fréquence voisine de celle de la résonance, un pic apparaît dans le spectre.

Les machines sont toujours conçues pour que ces fréquences de résonance ne se rencontrent que dans les régimes transitoires et non au régime de fonctionnement.

#### **Phénomènes créant des modifications des composantes aléatoires du spectre**

- Cavitation

Ce phénomène hydrodynamique induit des vibrations aléatoires qu'il faut pouvoir reconnaître pour les éliminer en modifiant les caractéristiques d'aspiration de la pompe. Il se reconnaît également par un bruit caractéristique.

- Ecaillage des roulements

L'écaillage d'une piste de roulements provoque des chocs et une résonance du palier qu'il est facile d'identifier avec un appareil à mesure d'ondes de chocs. En analyse spectrale, ce phénomène apparaît aux hautes fréquences par une densité spectrale qui augmente au fur et à mesure que les roulements se détériorent.

Si l'avarie du roulement ne comportait qu'un seul point, on pourrait voir apparaître un pic à une fréquence liée à la vitesse du rotor et aux dimensions du roulement (diamètre de pistes intérieures et extérieures, nombre de billes). Ceci est en fait extrêmement rare, car un seul point de détérioration ne tarde pas à se propager sur la surface de la piste et sur les autres pièces du roulement, créant ainsi une vibration de type aléatoire.

- Frottements

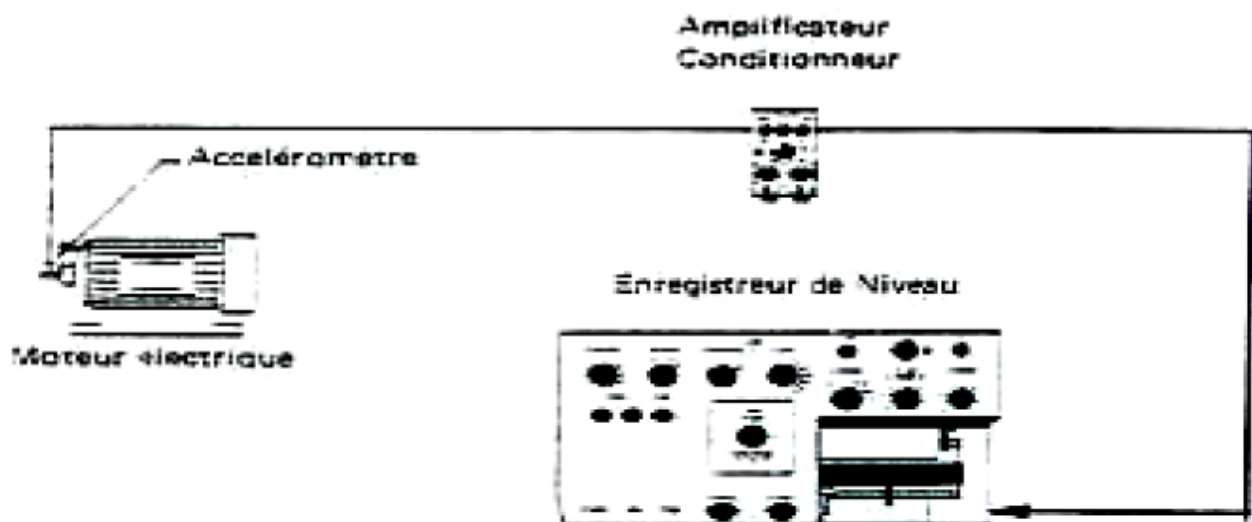
Le frottement de surfaces comportant des aspérités génère des vibrations d'une fréquence généralement élevée. L'état de surface et la nature des matériaux en contact a une influence sur l'intensité et la fréquence des vibrations ainsi créées.

Ces phénomènes sont souvent sporadiques et donc difficiles à analyser et à surveiller.

### ***1.3.7 Le matériel (Chaîne de mesure)***

La chaîne de mesure doit remplir les fonctions suivantes (Figure I.43)

- Transformer la vibration mécanique en signal électrique. C'est le rôle du capteur dont le signal sera éventuellement amplifié pour le rendre exploitable.
- Transmettre le signal ou le mettre en mémoire. C'est le rôle des appareils d'enregistrement ou des appareils de numérisation du signal.
- Analyser le signal. C'est le rôle de l'analyseur.



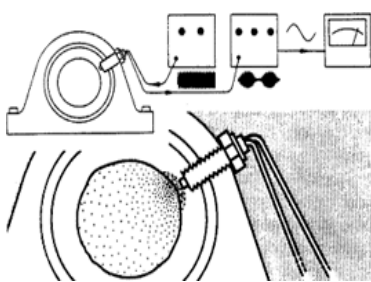
**Figure I.43 :** Exemple d'une chaîne de mesure [20]

## ✚ Les Capteurs

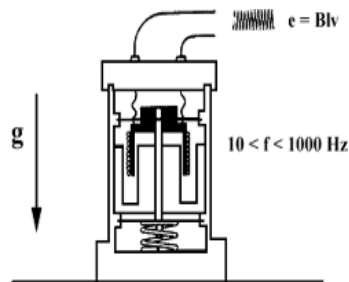
Selon la gamme des fréquences étudiées ils doivent mesurer soit le déplacement, soit la vitesse ou l'accélération.

Il existe des capteurs spécifiques à chacun de ces paramètres mais l'accéléromètre ou capteur d'accélération est le type de sonde le plus utilisé en raison de sa large gamme de fréquences d'utilisation (il peut mesurer un déplacement ou une vitesse) et de ses faibles dimensions.

- La mesure de déplacement s'effectue à l'aide des capteur de proximité (champs magnétiques).qui sont des capteurs relatifs à courant de Foucauld (Figure I.44).
- La mesure de vitesse s'effectue à l'aide des capteurs de vitesse (les vélocimètres) (Figure I.44) qui sont des capteurs électrodynamiques, auto générateur d'une tension proportionnelle à la vitesse de déplacement de la bobine.
- Les capteurs les plus utilisés sont les accéléromètres piézoélectriques (Figure I.44) à partir de l'accélération, on peut calculer par intégration successive la vitesse et le déplacement.



a) capteur de proximité



b) capteur de vitesse



c) Photographie d'un capteur les accéléromètres piézoélectriques

**Figure I.44 : Différents types des capteurs [19]**

### **I.3.8 Conclusion**

Dans ce chapitre nous donner une approche générale en abordant les principales fonctions ainsi que les différents types de lubrifiants. Nous nous sommes intéresser plus particulièrement aux huiles lubrifiantes.

La lubrification est une opération indispensable et critique pour minimiser les pertes par frottement et l'usure dans les mécanismes des machines qui concernent notre étude sur les paliers hydrodynamiques (régime de lubrification hydrodynamique).

L'utilisation dans des conditions sévères (vitesses et charge élevées) des paliers hydrodynamiques à attiré notre attention pour approfondis notre étude de ce type de palier, dont ou s'intéresse plus particulièrement aux paliers lisses.

Les organes fixes et mobiles des paliers lisses sont des structures vibrantes, l'ensemble vit et répond en fonction de ses caractéristiques modales et de ses capacités d'amortissement.

De l'analyse ainsi faite ou retiendra que chaque régime vibratoire génère des contraintes dynamiques qui sollicitent les pièces et accélère la fatigue du métal.

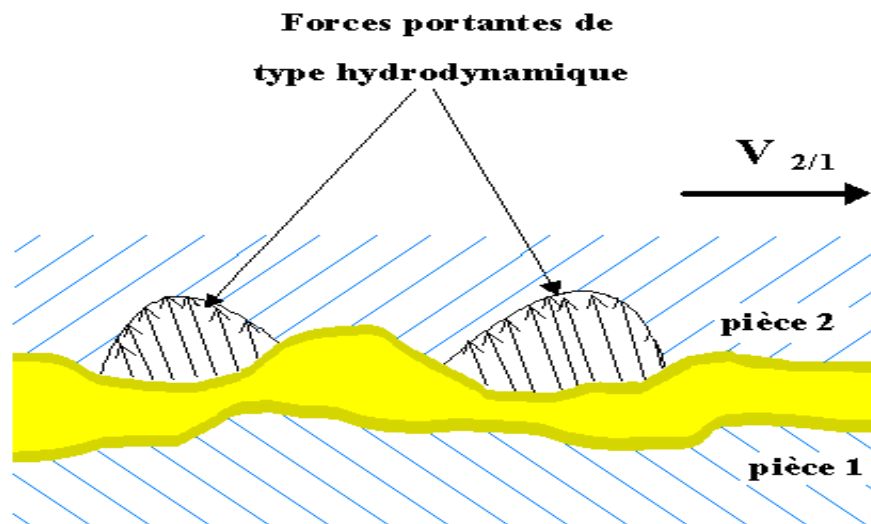
Il est pratiquement impossible qu'une machine quelque soit le niveau technique de conception utilisé pour sa fabrication ne génère pas de vibrations lors de son utilisation ,par contre tout le savoir faire du concepteur s'oriente vers l'augmentation des capacité de résistance à la fatigue pour supporter ces contraintes alternées .

## II.1 Introduction

La lubrification hydrodynamique est un domaine important de la tribologie, c'est l'étude des contacts dans lesquels un film de fluide sépare les surfaces en présence. Dans le cas où le film de fluide sépare totalement les surfaces (voir courbe de stribek Figure I.10), les aspérités et les défauts de forme ont des dimensions inférieures à l'épaisseur du film.

La lubrification hydrodynamique s'intéresse aux mécanismes pour lesquels la forme et la vitesse relative de deux surfaces en regard engendrent la formation d'un film mince continu dans l'interstice, sous une pression suffisamment élevée pour empêcher le contact entre les deux surfaces.

Dans tous les mécanismes étudiés, le problème peut se schématiser de la façon suivante (Figure II.1) :



**Figure II.1:** Schéma d'un contact lubrifié en régime hydrodynamique[21].

Pour déterminer théoriquement les caractéristiques d'un contact lubrifié tels que les paliers lisses fonctionnant en régime de lubrification hydrodynamique, on doit résoudre: l'équation de Reynolds classique dans le cas d'un fluide newtonien; l'équation de Reynolds modifiée pour un fluide non newtonien (polaire).

Dans ce chapitre, on se limite à la mise en équations du problème de la lubrification hydrodynamique pour un fluide newtonien et un fluide non newtonien (fluide avec couple de contrainte).

## II.2 Approche physique de la lubrification hydrodynamique

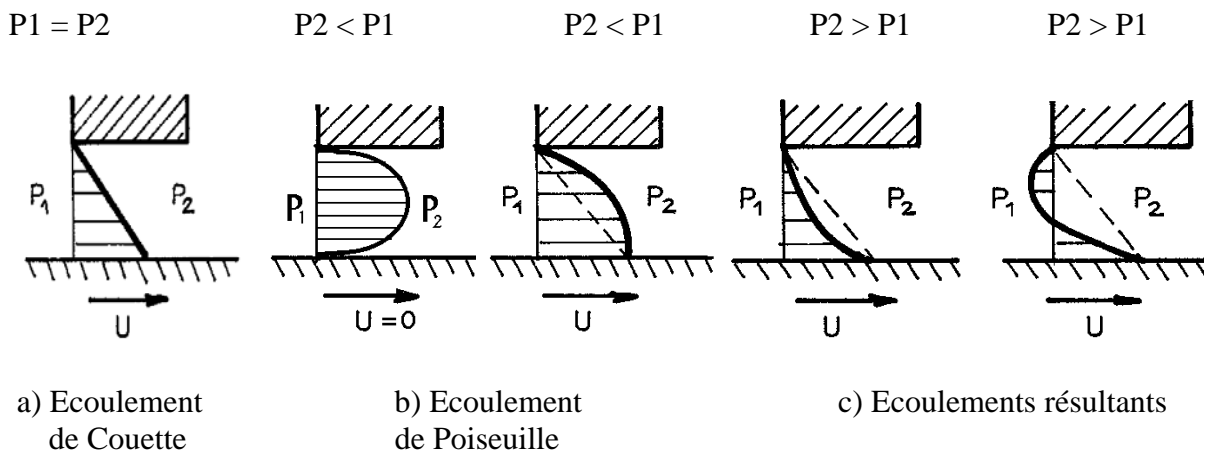
### ❖ Types d'écoulement dans le film

Considérons (figure II.2) l'écoulement plan entre deux surfaces entièrement séparées par un fluide visqueux newtonien. Si dans le film lubrifiant, les forces massiques extérieures et les forces d'inertie sont négligeables devant les forces de viscosité et de pression, l'écoulement résulte de la superposition de deux écoulements simples :

- L'écoulement de Couette dû au mouvement des surfaces, (figure II.2a). La variation de vitesse est linéaire suivant l'épaisseur du film.

- L'écoulement de Poiseuille dû à un gradient de pression  $dp/dx$  dans le sens de l'écoulement. La variation de vitesse suivant l'épaisseur du film est parabolique, (figure II.2)

On peut ainsi rencontrer différents cas de figure, selon le signe des vitesses  $U_1$ ,  $U_2$  et du gradient de pression  $dp/dx$  (Figure II.2)



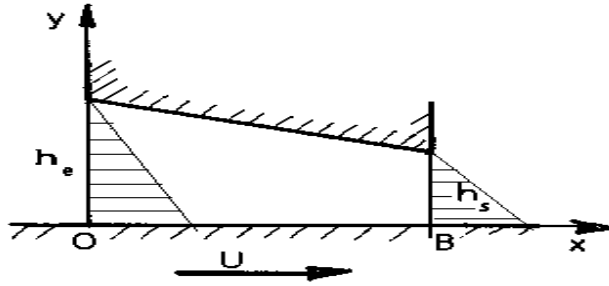
**Figure II.2:** Différents types d'écoulement[21]

### ❖ Explication de la portance dans le coin d'huile

Soient deux plaques planes non parallèles séparées par un film fluide newtonien, (fig. 3). La plaque inférieure est animée d'un mouvement de translation de vitesse  $U$  constante.

Dans le cas d'un écoulement unidirectionnel (problème plan) et s'il n'existe pas de variations de pression dans le film, la distribution de vitesse dans le contact est linéaire

(écoulement de Couette), (figure II.3). Dans ces conditions le débit, pour une largeur  $L$  selon  $oz$  est :



**Figure II. 3 :** Hypothèse ; écoulement de Couette [21]

A l'entrée

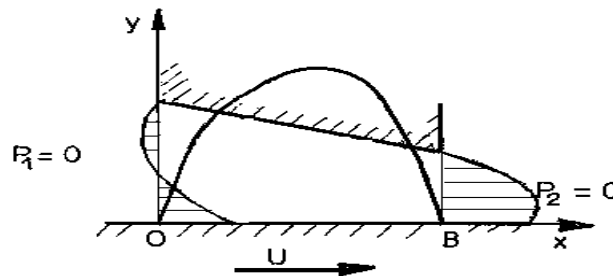
$$Q_e = L \cdot h_e \cdot U/2$$

et à la sortie

$$Q_s = L \cdot h_s \cdot U/2$$

Pour un fluide incompressible le débit volumique doit être constant. Soit :  $Q_e = Q_s$ .

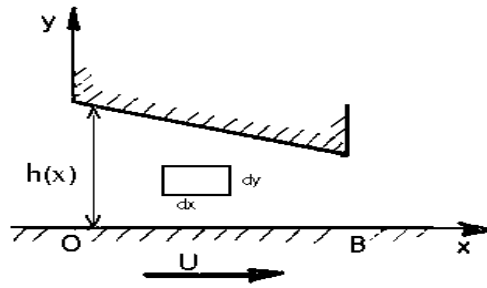
Ceci est impossible car  $h_e$  est différent de  $h_s$ . Il y a donc nécessairement génération de pression dans le film. Sous l'action du gradient de pression, le fluide est ralenti à l'entrée et est accéléré à la sortie, (figure II.4) de telle sorte qu'il y ait conservation du débit.



**Figure II. 4 :** Ecoulement dans un coin d'huile[21]

#### ❖ Relations élémentaires

Considérons deux surfaces planes, (Figure II.5) entre lesquelles s'écoule un fluide newtonien. On notera  $U$  la vitesse de surface inférieure. L'écoulement est supposé laminaire, permanent, isotherme et unidirectionnel. Etudions l'équilibre d'un parallélépipède élémentaire de côtés  $dx$  et  $dy$  et de largeur unitaire selon  $Oz$ , (Figure II.5).



**Figure II. 5 :** Equilibre d'un parallélépipède[21]

Le parallélépipède est sollicité par :

Les contraintes de pression, si la distance  $h$  qui sépare les 2 plans est suffisamment petite et si les variations d'épaisseur du film selon  $Ox$  sont faibles, on peut supposer que la pression est constante selon l'épaisseur du film.

### II.3 Equations de base de la lubrification hydrodynamique par un fluide newtonien et non newtonien

Les équations générales de la lubrification hydrodynamique ou hydrostatique permettent, compte tenu des conditions géométriques et cinématiques, de déterminer les caractéristiques d'un écoulement en film mince et en particulier sa portance.

Elles sont déduites des équations de la mécanique des milieux continus, appliquées à des fluides newtoniens et non-newtoniens.

*Hypothèses :*

- Régime isotherme ( $T=cte$ ) ;
- Fluide incompressible ou isovolume ( $\rho=cte$ ) ;
- Fluide isovisqueux ( $\mu=cte$ ) ;
- Forces massiques négligées.

### II.3 Lois fondamentales de la mécanique des milieux continus pour un fluide newtonien

- ◆ Loi de conservation de la masse

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (\text{II.1})$$

$i=1, 2, 3$

- ◆ Loi de conservation de la quantité de mouvement

$$\rho \left( \frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + \rho b_i \quad (\text{II.2})$$

$i, j=1, 2, 3$

## ◆ Loi de comportement rhéologique

$$\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + 2\mu D_{ij} \quad (\text{II.3})$$

$i, j=1,2,3$

avec

$$D_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (\text{II.4})$$

$i, j=1,2,3$

Dans ces équations :

$x_i, t$  : variables d'espace et de temps;

$u_i$  : composantes de la vitesse d'écoulement;

$b_i$  : forces massiques extérieures (gravité, etc.);

$\rho$  : masse volumique du fluide;

$\sigma_{ij}$  : tenseur des contraintes (symétrique);

$p$  : pression dans le fluide;

$\delta_{ij}$  : le symbole de Kronecker

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{si } i=j \\ 1 & \text{si } i \neq j \end{cases}$$

$D_{ij}$  : tenseur des taux de déformation;

$\lambda, \mu$  : constantes de Navier qui sont respectivement les coefficients de viscosité de dilatation n'intervient plus et de cisaillement.  $\mu$  est aussi appelée viscosité dynamique ou absolue du fluide.

$$\Theta = Dkk, \text{ le taux de dilatation cubique s'écrit : } \theta = \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_2}{\partial x_2} + \frac{\partial u_3}{\partial x_3}$$

Remarque :

Le régime d'écoulement étant isotherme, on ne tient donc pas compte de l'équation de conservation d'énergie.

Il est à noter que les équations (II.1) et (II.2) peuvent être appliquées aussi bien pour des fluides newtoniens que pour des fluides non newtoniens.

### II.3.1.1 Equations de mouvement

#### ◆ Equations de Navier-Stokes (Equations de mouvement d'un fluide linéaire visqueux)

En reportant l'équation constitutive (II.3) dans l'équation de la dynamique (II.2), on obtient les équations de mouvement du fluide newtonien appelées équations de Navier-Stokes.

$$\rho \frac{Du_i}{Dt} = - \frac{\partial [(-p + \lambda\theta)\delta_{ij} + 2\mu D_{ij}]}{\partial x_i} + \rho f_i \quad (\text{II.5.a})$$

$$\rho \frac{Du_i}{Dt} = - \frac{\partial \left[ (-p + \lambda\theta)\delta_{ij} + 2\mu \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial u_j} + \frac{\partial u_j}{\partial u_i} \right) \right]}{\partial x_i} + \rho f_i \quad (\text{II.5.b})$$

$$\rho \frac{Du_i}{Dt} = - \frac{-\partial p \delta_{ij} + \lambda\theta \delta_{ij} + \partial \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial u_j} + \frac{\partial u_j}{\partial u_i} \right)}{\partial x_i} + \rho f_i \quad (\text{II.5.c})$$

En néglige les forces massiques  $\rho f_i$  et en suppose que le fluide isovolume et incompressible  $\Theta = 0$  donc en obtient avec  $\mu$  constante

$$\partial \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial u_j} + \frac{\partial u_j}{\partial u_i} \right) = 0 \quad (\text{II.6})$$

Donc

$$\rho \frac{Du_i}{Dt} = - \frac{\partial p \delta_{ij}}{\partial x_i} + \mu \partial \left( \frac{\partial u_i}{\partial u_j} + \frac{\partial u_j}{\partial u_i} \right) \quad (\text{II.7.a})$$

$$\text{Avec : } \frac{-\partial p \delta_{ij}}{\partial x_i} = \frac{\partial p}{\partial x_i} \quad (\text{II.7.b})$$

$$\rho \frac{Du_i}{Dt} = \frac{\partial p}{\partial x_i} + \mu \partial \left( \frac{\partial u_i}{\partial u_j} + \frac{\partial u_j}{\partial u_i} \right) \quad (\text{II.7.c})$$

En obtient l'équation finale :

$$\rho \frac{Du_i}{Dt} = - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \mu \left( \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} + \frac{\partial^2 u_j}{\partial x_i \partial x_j} \right) + \rho b_i \quad (\text{II.7.d})$$

ou encore

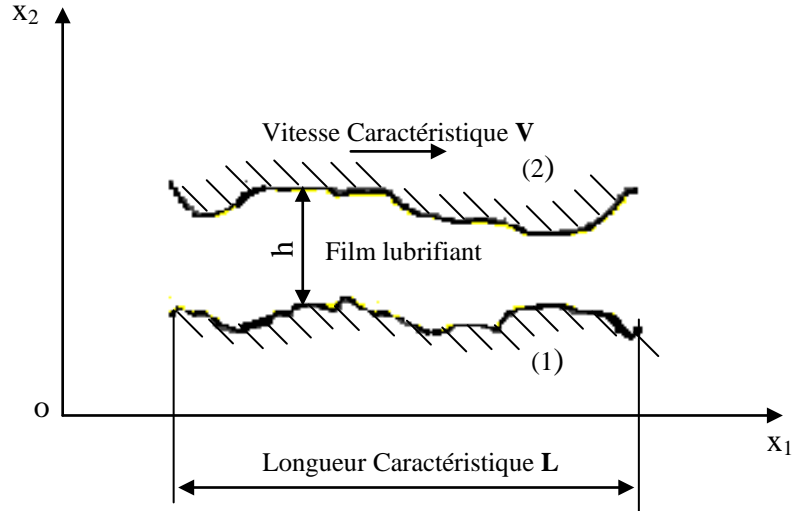
$$\frac{D\vec{V}}{Dt} = - \frac{1}{\rho} \vec{\nabla} p + \vec{B} + \nu \Delta \vec{V} \quad (\text{II.8})$$

$$\text{où : } \nabla^2 \vec{V} = \overrightarrow{\text{grad}} \left( \overrightarrow{\text{div}}(\vec{V}) \right) - \overrightarrow{\text{rot}} \left( \overrightarrow{\text{rot}}(\vec{V}) \right)$$

### II.3.1.2 Equations de mouvement pour un écoulement de films minces

En lubrification, la dimension suivant l'épaisseur du film ( $0, x_2$ ) est très faible par rapport aux deux autres (hypothèse d'écoulement de film mince) (fig.II.1), ce qui permet pour déterminer l'ordre de grandeur des différents termes de l'équation (II.5) d'utiliser les variables réduites suivantes [22]:

$$\begin{aligned}\tilde{x}_1 &= \frac{x_1}{L}; \tilde{x}_2 = \frac{x_2}{h}; \tilde{x}_3 = \frac{x_3}{L}; \tilde{u}_1 = \frac{u_1}{V}; \tilde{u}_2 = u_2 \frac{L}{V.h}; \\ \tilde{u}_3 &= \frac{u_3}{V}; \tilde{t} = \frac{t.V}{L}; \tilde{\rho} = \frac{\rho}{\rho_0}; \tilde{\mu} = \frac{\mu}{\mu_0}; \tilde{p} = p \frac{h^2}{\mu_0 V L}.\end{aligned}\quad (\text{II.9})$$



**Figure II.6 :** Schéma d'un écoulement de film mince [2].

Dans ces expressions,  $L$  et  $V$  sont respectivement la dimension et la vitesse caractéristiques selon les axes  $(o, x_1)$  et  $(o, x_3)$ ,  $h$  et  $\frac{V.h}{L}$  celles suivant  $(o, x_2)$ ,  $\mu_0$  et  $\rho_0$  définissent les ordres de grandeur du temps, du coefficient de viscosité et de la masse volumique.

Compte tenu de ces changements de variables, l'équation (II.5) (forces de volume négligées) s'écrit :

$$\frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{x}_1} = -\tilde{\rho} R_h \varepsilon \left( \frac{D\tilde{u}_1}{D\tilde{t}} \right) + \tilde{\mu} \varepsilon^2 \left( 2 \frac{\partial^2 \tilde{u}_1}{\partial \tilde{x}_1^2} + \frac{\partial^2 \tilde{u}_1}{\partial \tilde{x}_3^2} + \frac{\partial^2 \tilde{u}_2}{\partial \tilde{x}_1 \partial \tilde{x}_2} + \frac{\partial^2 \tilde{u}_3}{\partial \tilde{x}_1 \partial \tilde{x}_3} \right) + \tilde{\mu} \frac{\partial^2 \tilde{u}_1}{\partial \tilde{x}_2^2} \quad (\text{II.10.a})$$

$$\frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{x}_2} = \varepsilon^2 \left( \varepsilon \left( -\tilde{\rho} R_h \left( \frac{D\tilde{u}_2}{D\tilde{t}} \right) + \tilde{\mu} \varepsilon \left( \frac{\partial^2 \tilde{u}_2}{\partial \tilde{x}_1^2} + \frac{\partial^2 \tilde{u}_2}{\partial \tilde{x}_3^2} \right) \right) + \tilde{\mu} \left( 2 \frac{\partial^2 \tilde{u}_2}{\partial \tilde{x}_2^2} + \frac{\partial^2 \tilde{u}_1}{\partial \tilde{x}_2 \partial \tilde{x}_1} + \frac{\partial^2 \tilde{u}_3}{\partial \tilde{x}_2 \partial \tilde{x}_3} \right) \right) \quad (\text{II.10.b})$$

$$\frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{x}_3} = -\tilde{\rho} R_h \varepsilon \left( \frac{D\tilde{u}_3}{D\tilde{t}} \right) + \tilde{\mu} \varepsilon^2 \left( 2 \frac{\partial^2 \tilde{u}_3}{\partial \tilde{x}_3^2} + \frac{\partial^2 \tilde{u}_3}{\partial \tilde{x}_1^2} + \frac{\partial^2 \tilde{u}_1}{\partial \tilde{x}_3 \partial \tilde{x}_1} + \frac{\partial^2 \tilde{u}_2}{\partial \tilde{x}_3 \partial \tilde{x}_2} \right) + \tilde{\mu} \frac{\partial^2 \tilde{u}_3}{\partial \tilde{x}_2^2} \quad (\text{II.10.c})$$

où  $R_h = \rho_0 \frac{Vh}{\mu_0}$  est le nombre de Reynolds relatif à l'épaisseur de l'écoulement,  $\varepsilon = \frac{h}{L}$

paramètre d'échelle qui en mécanique des films minces visqueux, est de l'ordre de  $10^{-3}$ . En

négligeant les termes multipliés soit par  $\varepsilon^2$ , soit par  $\varepsilon^3$  il reste :

$$\frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{x}_i} = -\varepsilon \tilde{\rho} R_h \frac{D \tilde{u}_i}{D \tilde{t}} + \frac{\partial}{\partial \tilde{x}_2} \left( \tilde{\mu} \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial \tilde{x}_2} \right) \quad (\text{II.11.a})$$

i = 1 et 3

$$\frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{x}_2} = 0 \rightarrow \tilde{p} = \tilde{p}(\tilde{x}_1, \tilde{x}_3) \quad (\text{II.11.b})$$

Dans le cas où  $\varepsilon R_h \ll 1$ , les forces d'inertie peuvent être négligées devant les forces de viscosité, on a alors :

$$\frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{x}_i} = \frac{\partial}{\partial \tilde{x}_2} \left( \tilde{\mu} \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial \tilde{x}_2} \right) \quad (\text{II.12.a})$$

i = 1 et 3

$$\frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{x}_2} = 0 \quad (\text{II.12.b})$$

Et en revenant aux variables dimensionnées :

$$\frac{\partial p}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_2} \left( \mu \frac{\partial u_i}{\partial x_2} \right) \quad (\text{II.13.a})$$

i = 1 et 3

$$\frac{\partial p}{\partial x_2} = 0 \quad (\text{II.13.b})$$

ou encore :

$$\frac{\partial p}{\partial x_1} = \frac{\partial \sigma_{12}}{\partial x_2} \quad (\text{II.14.a})$$

$$\frac{\partial p}{\partial \tilde{x}_2} = 0 \quad (\text{II.14.b})$$

$$\frac{\partial p}{\partial x_3} = \frac{\partial \sigma_{23}}{\partial x_2} \quad (\text{II.14.c})$$

où  $\sigma_{12} = \mu \frac{\partial u_1}{\partial x_2}$  et  $\sigma_{23} = \mu \frac{\partial u_3}{\partial x_2}$  qui sont les contraintes de cisaillement visqueuses.

### II.3. 1.3 Intégration des équations de mouvement :

#### ◆ Détermination du champ de vitesse

Définition des hypothèses et des conditions aux limites sur les vitesses :

Surface du contact lisse et indéformable (infiniment rigide),

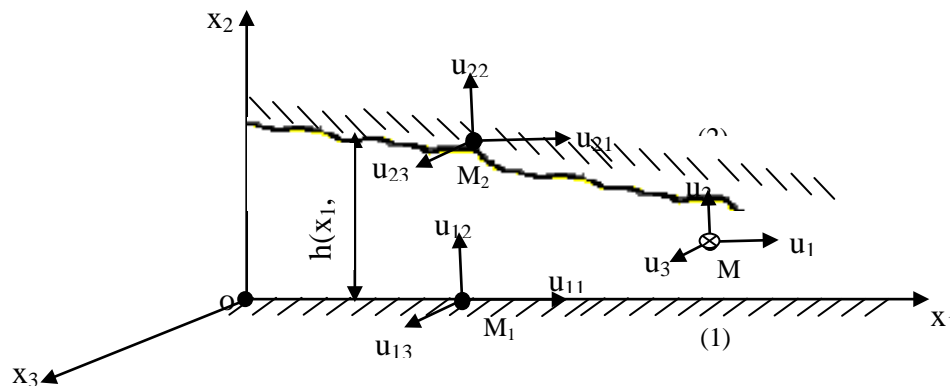
Le fluide adhère parfaitement aux parois (vitesse de glissement négligeable),

On suppose que la paroi inférieure (S1) est plane et confondue avec le plan  $(x_1, 0, x_3)$  du référentiel,

La vitesse en tout point de la surface (S1) est tangente à cette surface.

Pour intégrer les équations de mouvement (II.13), il faut connaître les conditions aux limites sur les vitesses (fig. II.2)

$$\begin{cases} x_2 = 0 \\ x_2 = h \end{cases} ; \quad \begin{cases} u_1 = u_{11} \\ u_1 = u_{21} \end{cases} ; \quad \begin{cases} u_2 = u_{12} \\ u_2 = u_{22} \end{cases} ; \quad \begin{cases} u_3 = u_{13} \\ u_3 = u_{23} \end{cases} \quad (\text{II.15})$$



**Figure II.7 :** Cinématique d'un contact hydrodynamique [2].

Ces conditions ont été écrites en supposant qu'il n'y a pas de glissement entre le fluide et les parois du contact ; c'est-à-dire les particules de fluide adhèrent parfaitement aux parois.

Après intégration par rapport à  $x_2$ , les vitesses  $u_1$  et  $u_3$  s'expriment par :

$$\begin{cases} u_1 = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial x_1} (x_2^2 - x_2 h) + \frac{u_{21} - u_{11}}{h} x_2 + u_{11} \\ u_3 = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial x_3} (x_2^2 - x_2 h) + \frac{u_{23} - u_{13}}{h} x_2 + u_{13} \end{cases} \quad (\text{II.16})$$

où  $h$  est la distance entre les points  $M_1$  et  $M_2$

Les contraintes de cisaillement dans le film s'écrivent :

$$\begin{cases} \sigma_{12} = \frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial x_1} (2x_2 - h) + \mu \frac{u_{21} - u_{11}}{h} \\ \sigma_{23} = \frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial x_3} (2x_2 - h) + \mu \frac{u_{23} - u_{13}}{h} \end{cases} \quad (\text{II.17})$$

◆ *Expressions des tenseurs de contraintes et des taux de déformations*

En un point M du fluide, les matrices représentatives des tenseurs des contraintes et des taux de déformation en coordonnées cartésiennes s'écrivent :

$$[\sigma_{(M)}] = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix} \quad (\text{II.18.a})$$

$$[D_{(M)}] = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} \\ D_{21} & D_{22} & D_{23} \\ D_{31} & D_{32} & D_{33} \end{bmatrix} \quad (\text{II.18.b})$$

En lubrification, on peut montrer que [23]:

$$\begin{array}{ccccc} \frac{\partial u_1}{\partial x_1} \approx \varepsilon & ; & \frac{\partial u_3}{\partial x_1} \approx \varepsilon & ; & \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_1^2} \approx \varepsilon^2 & ; \text{ etc.} \\ \frac{\partial u_1}{\partial x_2} & & \frac{\partial u_3}{\partial x_2} & & \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_2^2} & \\ \frac{\partial u_1}{\partial x_3} \approx \varepsilon & ; & \frac{\partial u_3}{\partial x_3} \approx \varepsilon & ; & \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_3^2} \approx \varepsilon^2 & ; \text{ etc.} \\ \frac{\partial u_1}{\partial x_2} & & \frac{\partial u_3}{\partial x_2} & & \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_2^2} & \end{array} \quad (\text{II.19})$$

Dans ces conditions, les composantes des tenseurs des contraintes et des taux de déformation se réduisent à :

$$[\sigma_{(M)}] = \begin{bmatrix} -p & \mu u_{1,2} & 0 \\ & -p & \mu u_{3,2} \\ \text{sym.} & & -p \end{bmatrix} \quad (\text{II.20.a})$$

$$[D_{(M)}] = \begin{bmatrix} 0 & \frac{u_{1,2}}{2} & 0 \\ & 0 & \frac{u_{3,2}}{2} \\ \text{sym.} & & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{II.20.b})$$

### II.3.1.4 Dérivation de l'équation de Reynolds pour un fluide newtonien

L'équation de Reynolds est obtenue à partir de l'intégration de l'équation de continuité à travers l'épaisseur du film.

*Hypothèses de la théorie de Reynolds*

La dérivation de l'équation de Reynolds (II.27) ou (II.28) nécessite l'utilisation des hypothèses suivantes :

- Le milieu est continu: l'équation de Reynolds ne s'applique que dans les zones où il y a du fluide;
- Le fluide est newtonien: les contraintes de cisaillement sont proportionnelles aux taux de cisaillement;
- Les forces massiques extérieures dans le fluide sont négligeables ce qui est généralement vérifié sauf en magnétohydrodynamique;
- Les forces d'inertie dans le fluide sont négligeables devant les forces de viscosité et de pression;
- La vitesse des particules fluides au niveau des parois est égale à la vitesse des parois, c'est à dire il n'y a pas de glissement entre le fluide et les parois du contact;
- La courbure du film est négligée, on peut démontrer qu'en film mince dans un palier par exemple, l'effet de courbure est du second ordre;
- La vitesse d'une des parois du contact (paroi inférieure (S1)) est toujours tangente à cette paroi ce qui permet de placer un système d'axes sur la paroi, cette hypothèse exclut l'emploi de l'équation de Reynolds pour l'étude des contacts rugueux ou comportant des défauts de forme;
- La viscosité du fluide ne varie pas selon l'épaisseur du film;
- La masse volumique du film est constante;
- L'épaisseur du film est très faible devant la largeur et la longueur du contact, le rapport entre ces deux grandeurs doit être de l'ordre de  $10^{-3}$ , c'est l'hypothèse fondamentale de la lubrification.

L'équation de Reynolds est obtenue à partir de l'intégration de l'équation de continuité à travers l'épaisseur du film.

*a. Equation de Reynolds classique*

$$\int_0^{h(x_1, x_3)} \left( \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_2}{\partial x_2} + \frac{\partial u_3}{\partial x_3} \right) dx_2 = 0 \quad (\text{II.21})$$

ou encore :  $I_1 + I_2 + I_3 = 0$

avec

$$I_1 = \int_0^h \frac{\partial u_1}{\partial x_1} dx_2 ; \quad I_2 = \int_0^h \frac{\partial u_2}{\partial x_2} dx_2 = [u_2]_0^h = u_{22} - u_{21} ; \quad I_3 = \int_0^h \frac{\partial u_3}{\partial x_3} dx_2.$$

Pour évaluer les intégrales  $I_1$  et  $I_3$ , on utilise la règle d'intégration de Leibnitz :

$$\int_{h_1(x_1, x_3, t)}^{h_2(x_1, x_3, t)} \frac{\partial F(x_1, x_2, x_3, t)}{\partial x_i} dx_2 = \frac{\partial}{\partial x_i} \int_{h_1}^{h_2} F(x_1, x_2, x_3) dx_2 - F(x_1, h_2, x_3, t) \frac{\partial h_2}{\partial x_i} + F(x_1, h_1, x_3, t) \frac{\partial h_1}{\partial x_i} \quad (\text{II.22})$$

$i = 1, 2, 3$

Il vient :

$$\begin{cases} I_1 = \frac{\partial}{\partial x_1} \underbrace{\int_0^h u_1 dx_2}_{q_1} - u_{21} \frac{\partial h}{\partial x_1} \\ I_3 = \frac{\partial}{\partial x_3} \underbrace{\int_0^h u_3 dx_2}_{q_3} - u_{23} \frac{\partial h}{\partial x_3} \end{cases} \quad (\text{II.23})$$

avec

$$\begin{cases} q_1 = -\frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial x_1} + \frac{h}{2} (u_{11} + u_{21}) \\ q_3 = -\frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial x_3} + \frac{h}{2} (u_{13} + u_{23}) \end{cases} \quad (\text{II.24})$$

où  $q_1$  et  $q_3$  sont les composantes du vecteur débit par unité de longueur suivant  $x_1$  et  $x_3$ .

Soit :

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x_1} \left( -\frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial x_1} + \frac{h}{2} (u_{11} + u_{21}) \right) - u_{21} \frac{\partial h}{\partial x_1} + u_{22} - u_{12} \\ & + \frac{\partial}{\partial x_3} \left( -\frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial x_3} + \frac{h}{2} (u_{13} + u_{23}) \right) - u_{23} \frac{\partial h}{\partial x_3} = 0 \end{aligned} \quad (\text{II.25})$$

ou encore :

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x_1} \left( \frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial x_1} \right) + \frac{\partial}{\partial x_3} \left( \frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial x_3} \right) = \frac{\partial}{\partial x_1} \left( \frac{h}{2} (u_{11} + u_{21}) \right) \\ & + \frac{\partial}{\partial x_3} \left( \frac{h}{2} (u_{13} + u_{23}) \right) - u_{21} \frac{\partial h}{\partial x_1} - u_{23} \frac{\partial h}{\partial x_3} + u_{22} - u_{12} \end{aligned} \quad (\text{II.26})$$

Avec

$$u_{22} = \frac{Dh}{Dt} = u_{21} \frac{\partial h}{\partial x_1} + u_{23} \frac{\partial h}{\partial x_3} + \frac{\partial h}{\partial t} \quad (\text{II.27})$$

En remplaçant (II.27) dans (II.26) et en supposant, par hypothèse, que la vitesse de la paroi (1) est tangente à celle-ci ( $u_{12} = 0$ ), l'équation de Reynolds prend la forme suivante :

$$\frac{\partial}{\partial x_1} \left( \frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial x_1} \right) + \frac{\partial}{\partial x_3} \left( \frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial x_3} \right) = \frac{\partial}{\partial x_1} \left( \frac{h}{2} (u_{11} + u_{21}) \right) + \frac{\partial}{\partial x_3} \left( \frac{h}{2} (u_{13} + u_{23}) \right) + \frac{\partial h}{\partial t} \quad (\text{II.28})$$

ou sous forme plus condensée :

$$\nabla \cdot \left( \frac{h^3}{12\mu} \vec{\nabla} p \right) = \frac{1}{2} \nabla \cdot (h \vec{U}) + \frac{\partial h}{\partial t} \quad (\text{II.29})$$

avec

$$\vec{U} = \begin{pmatrix} u_{11} + u_{21} \\ u_{13} + u_{23} \end{pmatrix}$$

L'équation de Reynolds peut s'écrire également :

$$\nabla \cdot \vec{q} = - \frac{\partial h}{\partial t} \quad (\text{II.30})$$

$$\text{où } \vec{q} = - \frac{h^3}{12\mu} \vec{\nabla} p + \frac{h}{2} \vec{U}$$

L'équation de Reynolds (II.29) ou (II.30) écrite pour un écoulement bidimensionnel (2D), elle a été établie par Osborne Reynolds en 1886 est une équation linéaire aux dérivées partielles du second ordre de type elliptique dont l'inconnue principale est la pression dans le fluide qui n'admet généralement pas de solution analytique.

Remarque :

Le second membre de l'équation générale de Reynolds (II-28) correspond à trois effets qui sont :

- ✓ Effet d'entraînement (wedge effect)
- ✓ Effet d'étirement
- ✓ Effet d'écrasement (*squeeze effect*)

### II.3.2 Lois fondamentales de la mécanique des milieux continus pour un fluide non newtonien (fluide polaire)

D'après la théorie de Vijay Kumar Stokes [24], les équations de base d'écrivent le mouvement des fluides non newtonien appelés fluides avec couple de contrainte (Couple-Stress fluids ou polar fluids) dans le cas où les forces de volume et les couples de volume sont

négligeables, sont la loi de conservation de la masse (II-1), la loi de conservation de la quantité de mouvement (II-2), aux quelles nous ajoutons une troisième équation qui s'écrit :

$$\frac{\partial M_{ji}}{\partial x_j} + e_{ijk} \sigma_{jk} = 0 \quad (\text{II.31})$$

Pour ce type de fluide, la loi de comportement rhéologique prend la forme suivante :

$$\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + 2\mu D_{ij} - \frac{1}{2} e_{ijk} \frac{\partial M_{rk}}{\partial x_r} \quad (\text{II.32})$$

avec

$$M_{rk} = \frac{1}{3} M_{mm} \delta_{rk} + 4\eta \frac{\partial w_k}{\partial x_r} + 4\eta' \frac{\partial w_r}{\partial x_k} \quad (\text{II.33})$$

$$\omega_i = \frac{1}{2} e_{ijk} \frac{\partial u_k}{\partial x_j} \text{ ou } \vec{\omega} = \frac{1}{2} \overrightarrow{\text{rot}} \vec{V} \quad (\text{II.34})$$

où  $e_{ijk}$  est le tenseur permutation,  $M_{ij}$  le tenseur des couples de contraintes dans le fluide,  $\eta$  et  $\eta'$  sont les constantes physiques responsables du couple des contraintes dans le fluide et  $\omega_i$  les composantes du vecteur rotation ou du vecteur tourbillon  $\vec{\omega}$ .

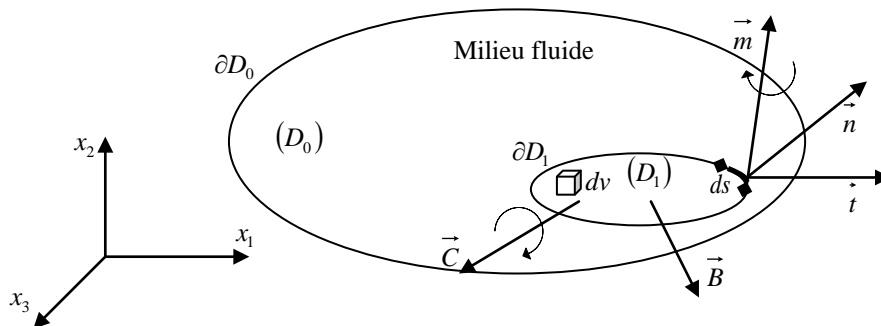
### II.3.2.1 Equations de mouvement

#### ◆ Equations de Navier-Stokes

En se basant sur la théorie des micro-milieus continus de V. K. Stokes [24], les équations de mouvement pour un fluide incompressible avec couples de contraintes s'écrivent en prenant en considération les forces de volume et les couples de volume (figure II.3) :

$$\rho \frac{D\vec{V}}{Dt} = -\vec{\nabla} p + \rho \vec{B} + \frac{1}{2} \vec{\nabla} \times (\rho \vec{C}) + \mu \vec{\nabla}^2 \vec{V} - \eta \vec{\nabla}^4 \vec{V} \quad (\text{II.35})$$

où les vecteurs  $V$ ,  $B$  et  $C$  représentent respectivement le champ de vitesse, la force par unité de masse et le couple de volume par unité de masse.



**Figure II.8 :** Schématisation des efforts de surface et de volume agissant sur un élément de fluide.

En négligeant les forces et les couples de volume, l'équation (II.35) se réduit à :

$$\rho \left( u_j \frac{\partial u_1}{\partial x_j} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x_1} + \mu \left( \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_3^2} \right) - \eta \left( \frac{\partial^4 u_1}{\partial x_1^4} + \frac{\partial^4 u_1}{\partial x_2^4} + \frac{\partial^4 u_1}{\partial x_3^4} \right) -$$

$$2\eta \left( \frac{\partial^4 u_1}{\partial x_1^2 \partial x_2^2} + \frac{\partial^4 u_1}{\partial x_1^2 \partial x_3^2} + \frac{\partial^4 u_1}{\partial x_2^2 \partial x_3^2} \right) \quad (\text{II.36.a})$$

$$\rho \left( u_j \frac{\partial u_2}{\partial x_j} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x_2} + \mu \left( \frac{\partial^2 u_2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 u_2}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 u_2}{\partial x_3^2} \right) - \eta \left( \frac{\partial^4 u_2}{\partial x_1^4} + \frac{\partial^4 u_2}{\partial x_2^4} + \frac{\partial^4 u_2}{\partial x_3^4} \right) -$$

$$2\eta \left( \frac{\partial^4 u_2}{\partial x_1^2 \partial x_2^2} + \frac{\partial^4 u_2}{\partial x_1^2 \partial x_3^2} + \frac{\partial^4 u_2}{\partial x_2^2 \partial x_3^2} \right) \quad (\text{II.36.b})$$

$$\rho \left( u_j \frac{\partial u_3}{\partial x_j} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x_3} + \mu \left( \frac{\partial^2 u_3}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 u_3}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 u_3}{\partial x_3^2} \right) - \eta \left( \frac{\partial^4 u_3}{\partial x_1^4} + \frac{\partial^4 u_3}{\partial x_2^4} + \frac{\partial^4 u_3}{\partial x_3^4} \right) -$$

$$2\eta \left( \frac{\partial^4 u_3}{\partial x_1^2 \partial x_2^2} + \frac{\partial^4 u_3}{\partial x_1^2 \partial x_3^2} + \frac{\partial^4 u_3}{\partial x_2^2 \partial x_3^2} \right) \quad (\text{II.36.c})$$

$j=1, 2, 3$

### II.3.2.2 Equations de mouvement pour un écoulement de films minces

Pour déterminer l'ordre de grandeur des différents termes des équations (II.36), on utilise les mêmes variables réduites que dans le cas précédent auxquelles on rajoute  $\tilde{\eta} = \frac{\eta}{\eta_0}$  et

$$l_0 = \sqrt{\frac{\eta_0}{\mu_0}}$$

Compte tenu de ces changements de variable les équations (II.36) s'écrivent :

$$\frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{x}_1} = -\varepsilon \tilde{\rho} R_h \tilde{u}_j \frac{\partial \tilde{u}_1}{\partial \tilde{x}_j} + \tilde{\mu} \left( \varepsilon^2 \frac{\partial^2 \tilde{u}_1}{\partial \tilde{x}_1^2} + \frac{\partial^2 \tilde{u}_1}{\partial \tilde{x}_2^2} + \varepsilon^2 \frac{\partial^2 \tilde{u}_1}{\partial \tilde{x}_3^2} \right) - \tilde{\eta} \left( \frac{l_0}{h} \right)^2 \left( \varepsilon^4 \frac{\partial^4 \tilde{u}_1}{\partial \tilde{x}_1^4} + \frac{\partial^4 \tilde{u}_1}{\partial \tilde{x}_2^4} + \varepsilon^4 \frac{\partial^4 \tilde{u}_1}{\partial \tilde{x}_3^4} \right) -$$

$$2\tilde{\eta} \left( \frac{l_0}{h} \right)^2 \varepsilon^2 \left( \frac{\partial^4 \tilde{u}_1}{\partial \tilde{x}_1^2 \partial \tilde{x}_2^2} + \varepsilon^2 \frac{\partial^4 \tilde{u}_1}{\partial \tilde{x}_1^2 \partial \tilde{x}_3^2} + \frac{\partial^4 \tilde{u}_1}{\partial \tilde{x}_2^2 \partial \tilde{x}_3^2} \right) \quad (\text{II.37.a})$$

$$\frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{x}_2} = \varepsilon^2 \left( -\varepsilon \tilde{\rho} R_h \tilde{u}_j \frac{\partial \tilde{u}_2}{\partial \tilde{x}_j} + \tilde{\mu} \left( \varepsilon^2 \frac{\partial^2 \tilde{u}_2}{\partial \tilde{x}_1^2} + \frac{\partial^2 \tilde{u}_2}{\partial \tilde{x}_2^2} + \varepsilon^2 \frac{\partial^2 \tilde{u}_2}{\partial \tilde{x}_3^2} \right) - \tilde{\eta} \left( \frac{l_0}{h} \right)^2 \left( \varepsilon^4 \frac{\partial^4 \tilde{u}_2}{\partial \tilde{x}_1^4} + \frac{\partial^4 \tilde{u}_2}{\partial \tilde{x}_2^4} + \varepsilon^4 \frac{\partial^4 \tilde{u}_2}{\partial \tilde{x}_3^4} \right) -$$

$$2\tilde{\eta} \left( \frac{l_0}{h} \right)^2 \varepsilon^2 \left( \frac{\partial^4 \tilde{u}_2}{\partial \tilde{x}_1^2 \partial \tilde{x}_2^2} + \varepsilon^2 \frac{\partial^4 \tilde{u}_2}{\partial \tilde{x}_1^2 \partial \tilde{x}_3^2} + \frac{\partial^4 \tilde{u}_2}{\partial \tilde{x}_2^2 \partial \tilde{x}_3^2} \right) \quad (\text{II.37.b})$$

$$\frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{x}_3} = -\varepsilon \tilde{\rho} R_h \tilde{u}_j \frac{\partial \tilde{u}_3}{\partial \tilde{x}_j} + \tilde{\mu} \left( \varepsilon^2 \frac{\partial^2 \tilde{u}_3}{\partial \tilde{x}_1^2} + \frac{\partial^2 \tilde{u}_3}{\partial \tilde{x}_2^2} + \varepsilon^2 \frac{\partial^2 \tilde{u}_3}{\partial \tilde{x}_3^2} \right) - \tilde{\eta} \left( \frac{l_0}{h} \right)^2 \left( \varepsilon^4 \frac{\partial^4 \tilde{u}_3}{\partial \tilde{x}_1^4} + \frac{\partial^4 \tilde{u}_3}{\partial \tilde{x}_2^4} + \varepsilon^4 \frac{\partial^4 \tilde{u}_3}{\partial \tilde{x}_3^4} \right) - 2\tilde{\eta} \left( \frac{l_0}{h} \right)^2 \varepsilon^2 \left( \frac{\partial^4 \tilde{u}_3}{\partial \tilde{x}_1^2 \partial \tilde{x}_2^2} + \varepsilon^2 \frac{\partial^4 \tilde{u}_3}{\partial \tilde{x}_1^2 \partial \tilde{x}_3^2} + \frac{\partial^4 \tilde{u}_3}{\partial \tilde{x}_2^2 \partial \tilde{x}_3^2} \right) \quad (\text{II.37.c})$$

En négligeant les termes multipliés par  $\varepsilon^2$  et  $\varepsilon^4$ , il reste :

$$\frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{x}_i} = -\varepsilon \tilde{\rho} R_h \tilde{u}_j \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial \tilde{x}_j} + \tilde{\mu} \frac{\partial^2 \tilde{u}_i}{\partial \tilde{x}_2^2} - \tilde{\eta} \left( \frac{l_0}{h} \right)^2 \frac{\partial^4 \tilde{u}_i}{\partial \tilde{x}_2^4} \quad i=1 \text{ et } 3 \quad (\text{II.38.a})$$

$$\frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{x}_2} = 0 \rightarrow \tilde{p} = \tilde{p}(\tilde{x}_1, \tilde{x}_3) \quad (\text{II.38.b})$$

Si les forces d'inertie sont négligeables, il vient :

$$\frac{\partial p}{\partial x_i} = \mu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_2^2} - \eta \frac{\partial^4 u_i}{\partial x_2^4} \quad (\text{II.39.a})$$

$i=1$  et  $3$

$$\frac{\partial p}{\partial x_2} = 0 \quad (\text{II.39.b})$$

### II.3.2.3 Intégration des équations de mouvement :

#### ◆ Détermination du champ de vitesse

Aux conditions de non glissement (II.15), on doit rajouter les conditions permettant l'annulation des couples de contraintes aux parois :

$$\left\{ \begin{array}{l} x_2 = 0 \\ x_2 = h \end{array} \right. ; \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_2^2} = \frac{\partial^2 u_3}{\partial x_2^2} = 0 \\ \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_2^2} = \frac{\partial^2 u_3}{\partial x_2^2} = 0 \end{array} \right. \quad (\text{II.40})$$

Après intégration des équations de mouvement (II.39) avec l'utilisation des conditions aux limites sur la vitesse (II.15) et les conditions aux limites sur les dérivées secondes (II.40), les vitesses  $u_1$  et  $u_3$  s'expriment par :

$$\left\{ \begin{array}{l} u_1 = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial x_1} \left( x_2(x_2 - h) + 2l^2 \left( 1 - \frac{ch \left( \frac{2x_2 - h}{2l} \right)}{ch \left( \frac{h}{2l} \right)} \right) \right) + \frac{u_{21} - u_{11}}{h} x_2 + u_{11} \\ u_3 = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial x_3} \left( x_2(x_2 - h) + 2l^2 \left( 1 - \frac{ch \left( \frac{2x_2 - h}{2l} \right)}{ch \left( \frac{h}{2l} \right)} \right) \right) + \frac{u_{23} - u_{13}}{h} x_2 + u_{13} \end{array} \right. \quad (\text{II.41})$$

où  $l = \sqrt{\frac{\eta}{\mu}}$  paramètre du couple de contrainte dont la dimension est  $[l] = L$ .

Ce paramètre représente la longueur de la plus grande chaîne moléculaire du polymère

### II.3.2.4 Equation de Reynolds modifiée

En procédant de la même façon que dans le cas du fluide newtonien, les composantes du vecteur débit par unité de longueur suivant  $x_1$  et  $x_3$  pour un fluide non newtonien s'écrivent :

$$\begin{cases} q_1 = -\frac{G(h,l)}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial x_1} + \frac{h}{2}(u_{11} + u_{21}) \\ q_3 = -\frac{G(h,l)}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial x_3} + \frac{h}{2}(u_{13} + u_{23}) \end{cases} \quad (\text{II.42})$$

où  $G(h,l) = h^3 - 12l^2h + 24l^3th\left(\frac{h}{2l}\right)$ .

Alors l'équation de Reynolds modifiée s'écrit :

$$\frac{\partial}{\partial x_1} \left( \frac{G(h,l)}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial x_1} \right) + \frac{\partial}{\partial x_3} \left( \frac{G(h,l)}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial x_3} \right) = \frac{\partial}{\partial x_1} \left( \frac{h}{2}(u_{11} + u_{21}) \right) + \frac{\partial}{\partial x_3} \left( \frac{h}{2}(u_{13} + u_{23}) \right) + \frac{\partial h}{\partial t} \quad (\text{II.43})$$

## II.4. Calcul des différents paramètres dans un contact hydrodynamique

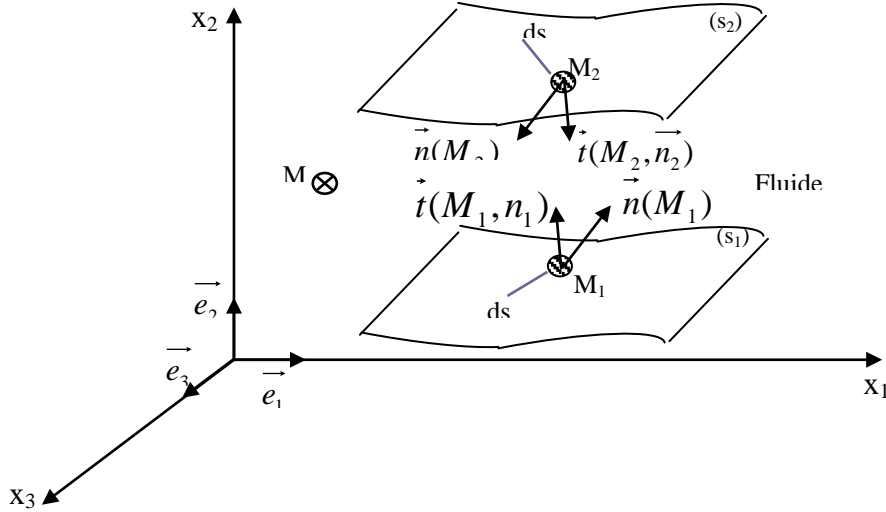
### II.4.1. Champ de pression dans le film

La pression est obtenue par intégration de l'équation de Reynolds (III.36) ou (III.40).

### II.4.2. Action du fluide sur les parois du contact

L'action de contact  $\vec{t}$ , appelée habituellement le vecteur contrainte, exercée en un point  $M$  de la paroi, dépend uniquement du tenseur des contraintes en ce point et du vecteur normal  $\vec{n}$  (fig. III.5).

$$\vec{t}(M, \vec{n}) = t_i \vec{e}_i = \sigma_{ij} n_j \vec{e}_i \quad (\text{II.44})$$



**Figure II.9 :** Action du fluide sur les parois d'un contact.

$\sigma_{ij}$  étant les composantes du tenseur des contraintes définies par l'équation (III.26.a).

Les éléments de réduction en un point  $C$  quelconque du torseur des actions de contact du fluide sur la surface  $(S)$  du contact seront donc :

$$\text{Résultante : } \vec{W} = \int_{(S)} \vec{t}(M, \vec{n}) ds \tag{II.45}$$

$$\text{Moment en } C : \vec{M}(C) = \int_{(S)} \vec{CM} \wedge \vec{t}(M, \vec{n}) ds \tag{II.46}$$

Lorsque la surface  $S$  est un plan admettant  $\vec{x}_2$  comme normale, l'intégration du champ de pression sur la surface permet de calculer la charge extérieure  $F$  que le contact peut supporter :

$$F = \int_{(S)} p ds \tag{II.47}$$

Tandis que l'intégration des contraintes de cisaillement permet de déterminer les composantes selon les axes  $x_1$  et  $x_3$  de la force tangentielle exercée par le fluide sur la paroi (force de frottement) :

$$\begin{cases} F_1 = \int_{(S)} \mu \left( \frac{\partial u_1}{\partial x_2} \right)_{x_2=0} ds \\ F_2 = \int_{(S)} \mu \left( \frac{\partial u_3}{\partial x_2} \right)_{x_2=0} ds \end{cases} \tag{II.48}$$

### II.4.3. Le débit

Le débit utilisé en lubrification est :

- ◆ le débit massique pour les fluides compressible ;
- ◆ le débit volumique pour les fluides incompressibles ou isovolumes.

Ces débits sont calculés par intégration des composantes de la vitesse dans le film.

$$M_i = \int_{S_i \perp x_i} \rho u_i ds \quad (\text{II.49})$$

$i=1$  ou  $3$

Dans cette relation  $u_i$  et  $M_i$  sont respectivement la composante de la vitesse et le débit massique dans la direction  $\vec{x}_i$  et  $S_i$  la section normale à l'axe  $x_i$ , à travers laquelle est calculé le débit.

Pour les fluides incompressibles ( $\rho = cte$ ), le débit volumique  $Q_i$  s'écrit :

$$Q_i = \int_{S \perp x_i} u_i ds \quad (\text{II.50})$$

### II.4.4. Puissance dissipée

La puissance dissipée peut se calculer en intégrant la fonction dissipation dans le volume de fluide contenu dans le contact. Cependant ce calcul généralement complexe est très rarement effectué. Il est beaucoup plus simple de faire un bilan énergétique en écrivant que la puissance dissipée dans le contact est celle fournie au contact pour l'alimentation en lubrifiant et déplacer les surfaces en mouvement.

## II.5. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons rappelé les lois fondamentales de la mécanique des milieux continus écrites pour les fluides newtoniens et non-newtoniens.

- L'utilisation de l'hypothèse d'un écoulement de fluide en film mince visqueux a permis de simplifier sensiblement les équations de mouvement du fluide.
- La dérivation de l'équation de Reynolds a nécessité l'emploi de plusieurs hypothèses Simplificatrices.

### III.1 Introduction

Le fonctionnement de tous les systèmes mécaniques obéit obligatoirement à des phases de démarrage et d'arrêt plus ou moins fréquentes .en dehors de l'aspect instationnaire non abordé ici nous nous retrouvons en conditions de contact dites sévères.

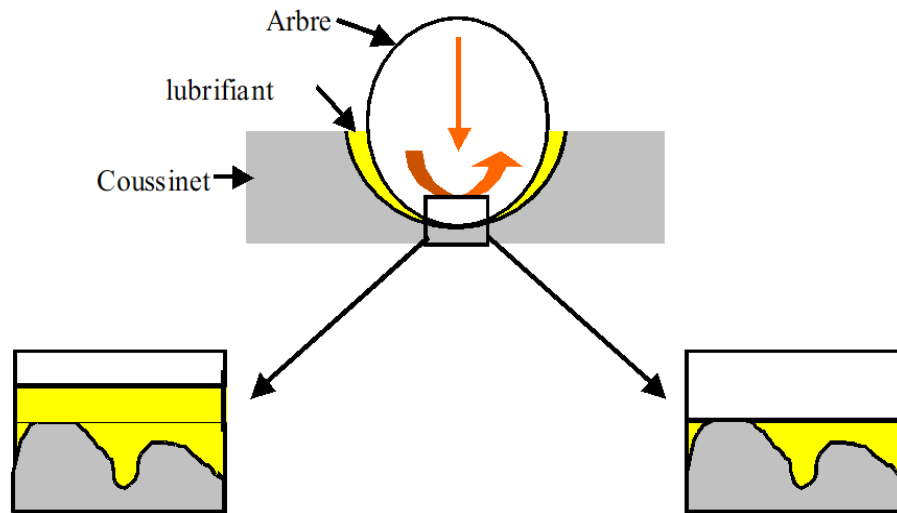
La maîtrise de ces étapes et de leurs conséquences tel que l'usure sur le système mécanique a indéniablement un impact sur l'économie .Ainsi ,la connaissance du déroulement de ces phases permettra entre autre de réaliser des améliorations dans la conception et la fabrication des composantes concernées afin d'augmenter leur fiabilité et mettre en place une sérieuse compagne de maintenance pouvant augmenter leur durée de vie .cette durée de vie entièrement liée à ce qu'on peut appeler par la suite <<la cinétique de l'usure>>.

Mais déterminer cette cinétique n'est pas une chose aisée, car cette étude est pluridisciplinaire .Prenons l'exemple des paliers : lors du démarrage ou de l'arrêt du rotor, nous pouvons identifier trois phases bien distinctes ou les lois régissant le contact dans le palier sont différentes :

- ◆ La première, il y'a contact<<solide/solide>>entre l'arbre et le coussinet, Cette phase correspond au moment ou l'arbre est posé sur le fond du coussinet, le rotor ne tourne pas.
- ◆ La deuxième, le rotor commence à accélérer ou est en fin de décélération .il y a contacte entre l'arbre et le coussinet mais dans cette phases, nous nous trouvons en lubrification mixte à cause de l'existence de lubrifiant dans certaines zones localisées du contacte .Dans le cas du démarrage, la génération de pression hydrodynamique n'est pas encore suffisantes pour faire décoller l'arbre et dans le cas de l'arrêt ,elle n'est pas suffisante pour continuer à assurer la portance donc l'arbre entre en contact avec le coussinet.
- ◆ La troisième, le rotor tourne à une vitesse suffisamment importante pour créer une portance hydrodynamique .Nous nous retrouvons donc dans une phase de lubrification hydrodynamique .Il y'a plus de contact partiel entre l'arbre et le coussinet.

Pour étudier ces phases, on se propose de réaliser un <<zoom>> au niveau du contact et voir localement les mécanismes mis en jeu pour dégager une approche plus systématique nous permettant de scinder le problème en sous-problème .Ces sous-problème identifiés, nous essayerons d'identifier les travaux qui s'y rapportent pour dégager ce qui a été déjà réalisé et ainsi mettre en exergue notre contribution.

Pour une approche plus schématique aidant à mieux localiser la position relative des deux surfaces de contact sévères, nous allons prendre l'exemple du palier et faire un zoom sur la zone de contact. On va se rapporter aux schémas suivants :



**Figure III. 1:** zoom sur le contact dans un palier [25]

En se plaçant dans des conditions de contact sévères, nous allons essayer de décrire ce qui se passe au niveau du contact en essayant de dégager les régimes de lubrification en cours. Ainsi, on pourra mieux cibler notre bibliographie et essayer de développer les thèmes rencontrés lors de ces phases. Nous nous limiterons ici aux paliers.

En fonctionnement, les centres du coussinet et de l'arbre ne coïncident pas, il existe un coin convergent-divergent, le lubrifiant est entraîné dans cet espace convergent par la rotation de l'arbre (en supposant bien entendu qu'il y a adhérence du fluide aux parois) et il y a création d'un champ de pression qui s'oppose à la charge. Cette pression générée par le déplacement relatif des surfaces tend à entraîner le fluide à séparer complètement les surfaces : on est en présence d'un régime de lubrification hydrodynamique (HD).

Ce film fluide peut séparer totalement les surfaces du contact, ce qui suppose que les défauts de surfaces tel que les aspérités peuvent ne pas être prises en compte dans les calculs car leurs dimensions sont largement inférieures à celles de l'épaisseur du film. Et lorsque deux surfaces chargées en mouvement l'une par rapport à l'autre sont entièrement séparées par un

film mince visqueux, le régime de lubrification est dit hydrodynamique. La connaissance du champ de pression qui existe à l'intérieur du fluide permet de déterminer la portance d'un écoulement en film mince ainsi que les forces de frottement exercées par le fluide sur les parois du contact. Ceci conduit à la résolution simultanée de deux équations :

Une équation hydrodynamique qui définit le comportement du fluide :

❖ Elle peut être soit une équation aux dérivées partielles du deuxième ordre appelée équation de Reynolds, soit une fonctionnelle qui est la forme variationnelle de l'équation de Reynolds. La solution doit satisfaire à ces deux équations ainsi que les conditions aux limites liées à l'écoulement du lubrifiant, à l'alimentation et à l'environnement dans lequel fonctionne le système lubrifié.

❖ Une équation géométrique qui définit l'épaisseur du film :

Si le champ de pression dans le film reste faible pour que la déformation élastique des surfaces soit négligeable devant l'épaisseur du film, l'équation géométrique est uniquement fonction des coordonnées de l'espace et du temps.

### III.2 Equation de Reynolds dans le cas d'un palier lisse pour un fluide newtonien

Dans un palier où l'arbre est muni d'un mouvement de rotation dans un coussinet fixe figure III.2, le jeu radial  $C$  étant très petit devant le rayon  $R$  du coussinet (ou l'arbre). On peut négliger, la courbure du film et développer le palier suivant sa direction circonférentielle.

Dans ces conditions, la surface du coussinet est confondue avec le plan  $(O, x, z)$  du référentiel. Si les axes de l'arbre et du coussinet sont parallèles, la surface de l'arbre est représentée par une surface telle que  $y = h(x)$ , figure III.3.

Dans le cas d'un palier, l'équation de Reynolds (II.28) se simplifie sensiblement et prend la forme suivante :

$$\frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{h^3}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{h^3}{\mu} \frac{\partial p}{\partial z} \right) = 6U_2 \frac{\partial h}{\partial x} + 12 \frac{\partial h}{\partial t} \quad (\text{III.1})$$

Soit en remplaçant  $x$  par  $R\theta$  :

$$\frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left[ h^3 \frac{\partial p}{\partial \theta} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left( h^3 \frac{\partial p}{\partial z} \right) = 6\mu\omega \frac{\partial h}{\partial \theta} + 12\mu \frac{\partial h}{\partial t} \quad (\text{III.2})$$

Le second membre de l'équation, nul en lubrification hydrostatique, correspond à deux effets simultanés :

- effet d'entraînement (wedge effect)  $6\mu\omega \frac{\partial h}{\partial \theta}$
- effet d'écrasement (squeeze effect):  $12\mu \frac{\partial h}{\partial t}$

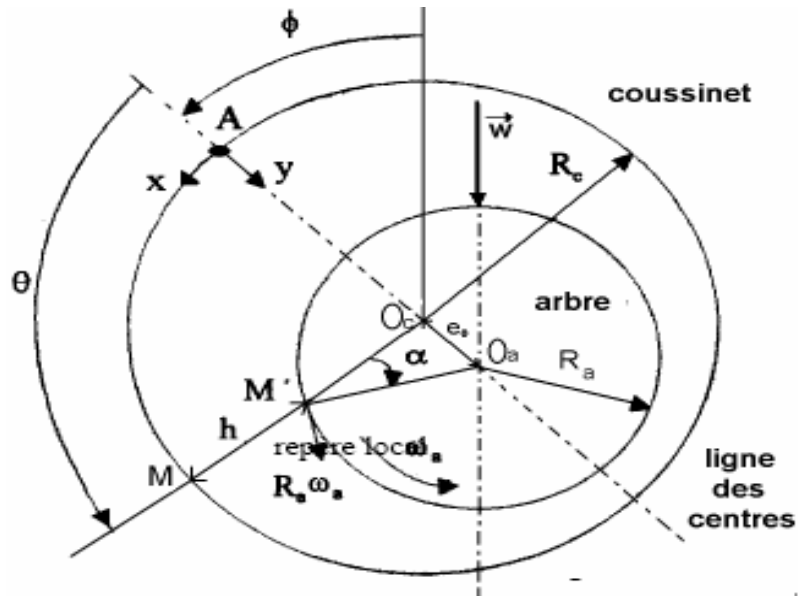


Figure III. 2: Section droite du palier[10]

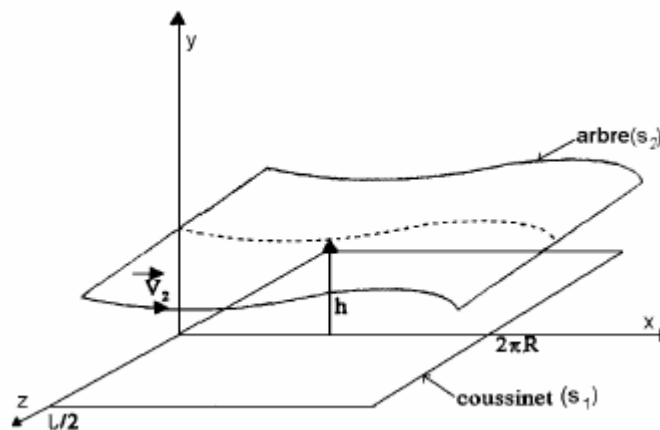


Figure III. 3: Palier développé [2]

### III.3 Equation géométrique du film pou un palier aligné

Considérons une section droite du palier (figure III.4), soit un point  $M_1$  appartenant à la surface du coussinet et repéré par la coordonnée angulaire  $\theta$  et un point  $M_2$  appartenant à la surface de l'arbre et qui vient en coïncidence à l'instant  $t$  avec un point appartenant à la droite  $M_1O_c$ , l'épaisseur du film d'huile est calculée par :

Dans le cas d'un palier aligné (axes de l'arbre et du coussinet parallèles) par contre pour un palier non aligné les axes ne son pas parallèle (**ANNEXE A**), l'épaisseur du film lubrifiant qui sépare les surfaces de l'arbre et du coussinet est donnée par :

$$h = O_c M_1 - O_c M_2 = R_c - O_c M_2 = R_a + C - O_c M_2 \quad (\text{III.3})$$

$C$  étant le jeu radial du palier ( $C = R_c - R_a$ )

En appliquant la règle des sinus au triangle  $O_a M_2 O_c$  il vient :

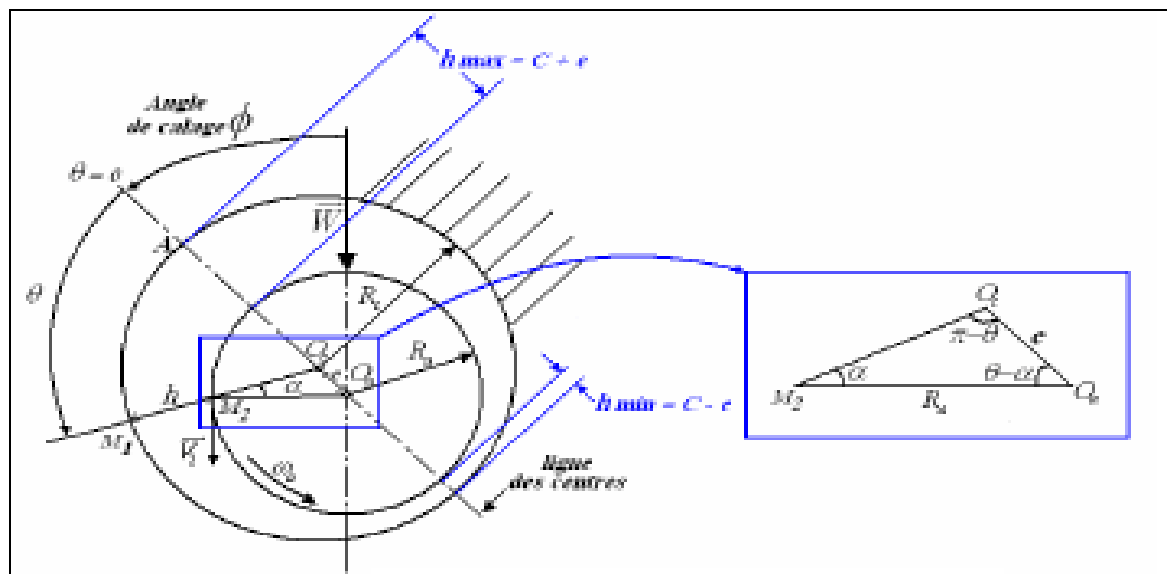


Figure. III.4 : Section droite du palier [6]

$$\frac{R_a}{\sin \theta} = \frac{e}{\sin \alpha} = \frac{O_c M_2}{\sin(\theta - \alpha)} \quad (\text{III.4.a})$$

$$\text{D'où } \sin \alpha = \frac{e}{R_a} \sin \theta \quad (\text{III.4.b})$$

$$\text{Et } O_c M_2 = \frac{R_a}{\sin \theta} \sin(\theta - \alpha) \quad (\text{III.4.c})$$

$$\text{Or } \sin(\theta - \alpha) = \sin \theta \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} - \frac{e}{R_a} \cos \theta \sin \theta \quad (\text{III.4.d})$$

$$\text{Et } O_c M_2 = R_a \left( \sqrt{1 - \left( \frac{e}{R_a} \sin \theta \right)^2} - \frac{e}{R_a} \cos \theta \right) \quad (\text{III.4.e})$$

La quantité  $\left( \frac{e}{R_a} \right)$  est très petite devant l'unité (de l'ordre de  $10^{-3}$ ), on peut donc négliger le

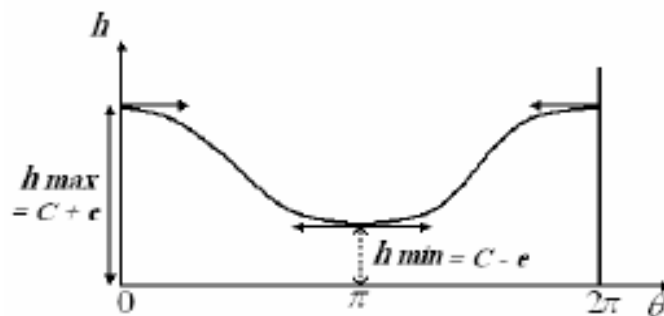
terme  $\left( \frac{e}{R_a} \sin \theta \right)^2$  devant 1, on a alors :

$$h(\theta) = C(1 + \varepsilon \cos \theta) \quad (\text{III.5})$$

Où  $\varepsilon$  est l'excentricité relative définie par  $\varepsilon = \frac{e}{C}$ .

Si  $\varepsilon = 0$ , l'arbre et le coussinet sont coaxiaux.

Si  $\varepsilon = 1$ , il y a présence d'un contact entre les surfaces de l'arbre et du coussinet.



**Figure. III.5 :** Variation de l'épaisseur du film  $h$  suivant l'angle  $\theta$  [6]

### III.4 Conditions aux limites sur la pression

Le champ de pression dans le fluide lubrifiant doit satisfaire à l'équation de Reynolds et à certaines conditions aux limites liées à l'alimentation du palier ainsi qu'à l'écoulement du lubrifiant dans le palier. Le champ de pression dans le fluide lubrifiant doit satisfaire à l'équation de Reynolds et aux conditions aux limites, ces conditions peuvent être classées en trois catégories :

- ◆ Conditions liées à l'alimentation du palier (rainure, alvéole, orifice d'alimentation) ;

- ◆ Conditions liées à l'environnement dans lequel fonctionne le palier (pression atmosphérique, etc.) ;
- ◆ Conditions liées à l'écoulement du fluide dans le palier (film complet, film rompu).

*a) Conditions liées à l'alimentation et à l'environnement*

Dans notre étude, on s'intéresse à un palier lisse de longueur finie alimenté par une rainure axiale, on a donc :

$$\begin{aligned}
 p &= p_{a\text{alimentation}} \text{ dans la rainure d'alimentation du palier ;} \\
 p &= p_{\text{atmosphérique}} \text{ aux extrémités } (z = \pm \frac{L}{2}) \text{ du palier.}
 \end{aligned}
 \tag{III.6}$$

La pression de référence est la pression atmosphérique  $p_a$ .

*b) Conditions liées à l'écoulement du fluide lubrifiant*

On note que la géométrie du film est convergente puis divergente, il peut y avoir rupture du film (cavitation) dans l'espace divergent lorsque la pression devient inférieure à la pression atmosphérique. Les conditions limites relatives à cette situation sont :

➤ *Conditions de Gümbel ou de demi-Sommerfeld (1921) (figure III.6.a)*

Gümbel [26] impose entre  $\theta = \pi$  et  $\theta = 2\pi$ , l'annulation des termes de pression négatifs. Il est à noter que ces conditions entraînent en  $\theta = \pi$  une discontinuité dans l'écoulement et ne permettent pas de vérifier la conservation du débit entre les zones active et inactive du palier.

$$\begin{aligned}
 p_0(\theta = 0, z) &= 0 \\
 p_0(\theta = \pi, z) &= 0 \\
 p_0(\theta, z) &= 0 \quad \text{si } \pi < \theta < 2\pi
 \end{aligned}
 \tag{III.7}$$

Cette solution est fréquemment employée pour les paliers courts car elle permet d'obtenir des résultats proches des résultats expérimentaux et elle conserve à l'équation de Reynolds son caractère linéaire.

➤ *Conditions de Reynolds ou de Swift-Stieber [271] (figure III.6.b)*

Ces conditions respectent la continuité du débit et la rupture du film. Elles supposent que pour une abscisse inconnue  $\theta_{c0}$ , la pression et le gradient de pression s'annule.

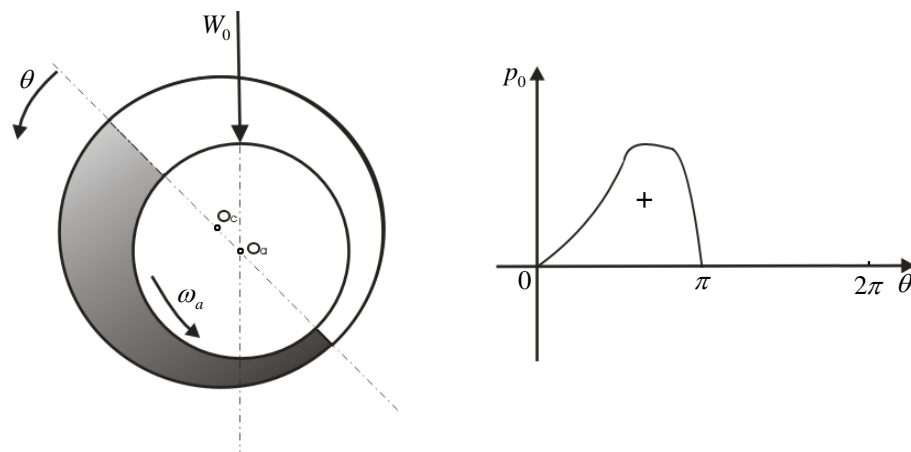
$$\begin{aligned}
 p_0(\theta = 0, z) &= 0 \\
 p_0(\theta = \theta_{c0}, z) &= 0 \\
 \frac{\partial p_0}{\partial \theta}(\theta = \theta_{c0}, z) &= \frac{\partial p_0}{\partial z}(\theta = \theta_{c0}, z) = 0
 \end{aligned}
 \tag{III.8}$$

$$p_0(\theta, z) = 0 \quad \text{Si } \theta_{c_0} \leq \theta \leq 2\pi$$

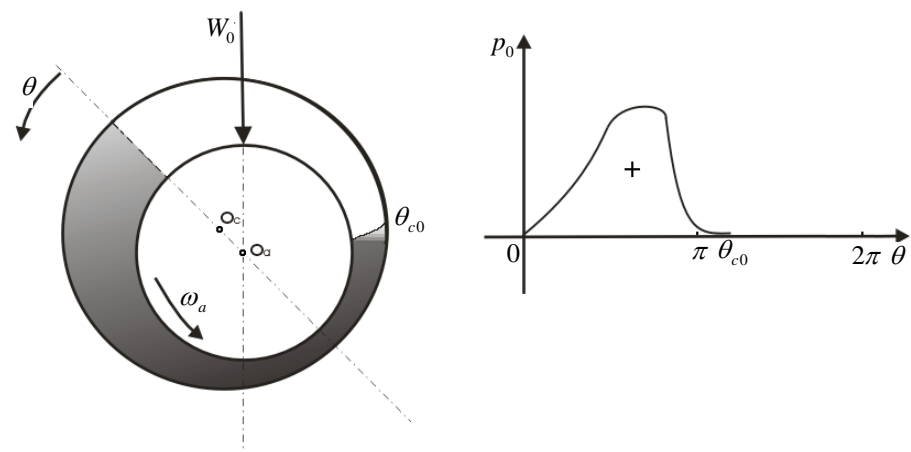
Cependant, ces conditions ne satisfont pas à la reformation du film, et leur utilisation nécessite la détermination d'une inconnue supplémentaire  $\theta_{c_0}$  qui est l'angle de cavitation.

Ainsi,  $\theta = \theta_{c_0}$  délimite une frontière inconnue entre les zones actives et inactives du film lubrifiant :

- ◆ la zone active se caractérise par une pression positive dans le film ;
- dans la zone inactive, l'écoulement est en fait un mélange d'air et de lubrifiant et la pression dans cette région est voisine de la pression de vapeur saturante du fluide, pression très proche de la pression atmosphérique [28]



a) conditions de Gümbel



b) conditions de Reynolds

Zone inactive
  Zone active

**Figure. III.6.** Conditions aux limites liées à l'écoulement du lubrifiant.

## c). Conditions aux limites sur la pression dynamique

Les conditions aux limites sur la pression dynamiques sont :

- ◆ aux extrémités du palier

$$p_\varepsilon\left(\theta, z = \pm \frac{L}{2}\right) = p_\phi\left(\theta, z = \pm \frac{L}{2}\right) = 0 \quad (\text{III.9.a})$$

- ◆ au niveau de la rainure supposée infiniment mince

$$p_\varepsilon(\theta = 0, z) = p_\phi(\theta = 0, z) = 0 \quad (\text{III.9.b})$$

### III.5 Paramétrages utilisés pour l'écriture des équations de la lubrification Hydrodynamique

Deux types de paramétrages sont utilisés pour l'écriture des expressions de l'équation de Reynolds, de l'épaisseur du film et des composantes de la portance hydrodynamique Figure III.7.

a) Paramétrage  $(\varepsilon, \phi)$ 

Le repère de calcul utilisé est  $(\vec{O}, \vec{r}, \vec{t})$  (l'origine de la coordonnée circonférentielle se trouve sur la ligne des centres).

- ◆ Equation de Reynolds

$$\frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left[ \frac{h^3}{\mu k_x} \frac{\partial p}{\partial \theta} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{h^3}{\mu k_z} \frac{\partial p}{\partial z} \right) = \frac{\omega}{2} \frac{\partial h}{\partial \theta} + \frac{\partial h}{\partial t} \quad (\text{III.10})$$

- ◆ Equation géométrique du film (palier aligné)

$$h = C(1 + \varepsilon \cos \theta) \quad (\text{III.11})$$

Les dérivées partielles de  $h$  par rapport à  $\theta$  et  $t$  s'expriment par :

$$\frac{\partial h}{\partial \theta} = -C\varepsilon \sin \theta \quad (\text{III.12})$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} = C \left[ \dot{\varepsilon} \cos \theta + \varepsilon \dot{\phi} \sin \theta \right] \quad (\text{III.13})$$

◆ Composantes de la portance hydrodynamique

$$\begin{Bmatrix} F_X \\ F_Y \end{Bmatrix} = \int_{-L/2}^{L/2} \int_{\theta_1(t)}^{\theta_2(t)} p(\theta, z, t) \begin{Bmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{Bmatrix} R d\theta dz \quad (\text{III.14})$$

$F_x$  et  $F_y$  sont les composantes de l'action du film sur l'arbre dans les directions  $\vec{r}$  et  $\vec{t}$  (Figure III.7).

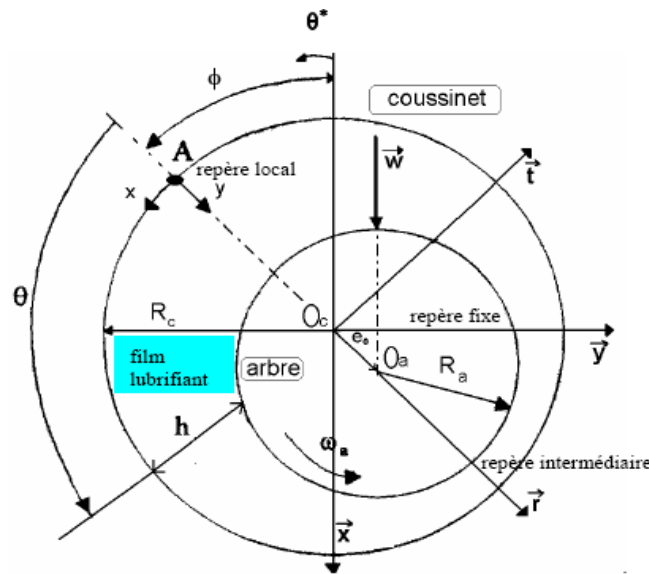


Figure III.7 : Systèmes d'axes [10]

Dans ce paramétrage, la position, la vitesse et l'accélération du centre de l'arbre s'expriment :

- Position du centre de l'arbre :

$$\vec{O}_c \vec{O}_a = C \varepsilon \vec{r} \quad (\text{III.15})$$

- Vitesse du centre de l'arbre :

$$\vec{V}(O_a) = \frac{d}{dt} \left( \vec{O}_c \vec{O}_a \right)$$

$$V(\vec{O}_a) = C \left[ \left( \begin{matrix} \dot{\varepsilon} \cos \phi - \varepsilon \dot{\phi} \sin \phi \\ \dot{\varepsilon} \sin \phi + \varepsilon \dot{\phi} \cos \phi \end{matrix} \right) \vec{x} + \left( \begin{matrix} \dot{\varepsilon} \sin \phi + \varepsilon \dot{\phi} \cos \phi \\ \dot{\varepsilon} \cos \phi - \varepsilon \dot{\phi} \sin \phi \end{matrix} \right) \vec{y} \right] \quad (\text{III.16})$$

- Accélération du centre de l'arbre

$$\vec{\Gamma}(O_a) = \frac{d^2}{dt^2} (O_c \vec{O}_a) \quad (\text{III.17})$$

$$\vec{\Gamma}(O_a) = C \left[ \left( \ddot{\varepsilon} \cos \phi - \varepsilon \ddot{\phi} \sin \phi - 2 \dot{\varepsilon} \dot{\phi} \sin \phi - \varepsilon \dot{\phi}^2 \cos \phi \right) \vec{x} + \left( \ddot{\varepsilon} \sin \phi + 2 \dot{\varepsilon} \dot{\phi} \cos \phi + \varepsilon \ddot{\phi} \cos \phi - \varepsilon \dot{\phi}^2 \sin \phi \right) \vec{y} \right]$$

### b) Paramétrage (x, y)

Dans ce paramétrage, l'origine de la coordonnée circonférentielle se trouve sur l'axe

Fixe  $O x_c$  ou la ligne de charge.

#### ◆ Equation de Reynolds

$$\frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial \theta^*} \left[ \frac{h^3}{\mu k_x} \frac{\partial p}{\partial \theta^*} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{h^3}{\mu k_z} \frac{\partial p}{\partial \theta^*} \right) = \frac{\omega}{2} \frac{\partial h}{\partial \theta^*} + \frac{\partial h}{\partial t} \quad (\text{III.18})$$

#### ◆ Equation géométrique du film (palier aligné)

$$h = C + x \cos \theta^* + y \sin \theta^* \quad (\text{III.19})$$

#### ◆ Les dérivées partielles par rapport à $\theta^*$ et $t$ sont

$$\frac{\partial h}{\partial \theta^*} = -x \sin \theta^* + y \cos \theta^* \quad (\text{III.20})$$

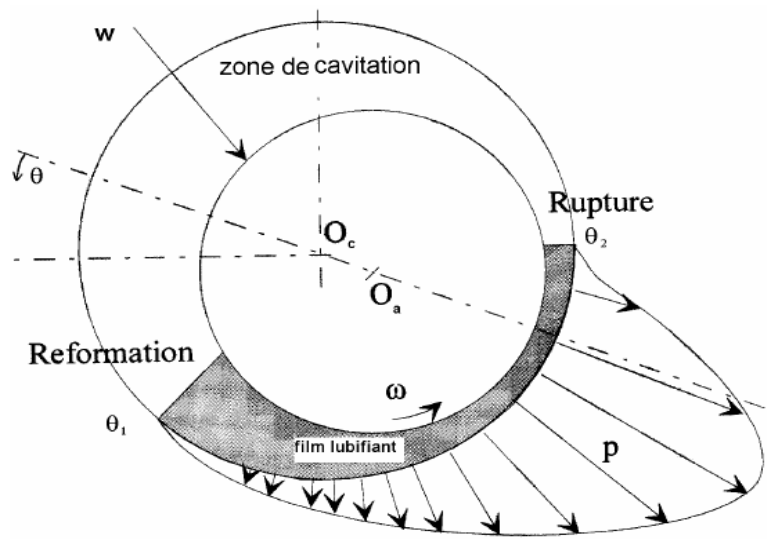
$$\frac{\partial h}{\partial t} = x' \cos \theta^* + y' \sin \theta^* \quad (\text{III.21})$$

#### ◆ Composantes de la portance hydrodynamique

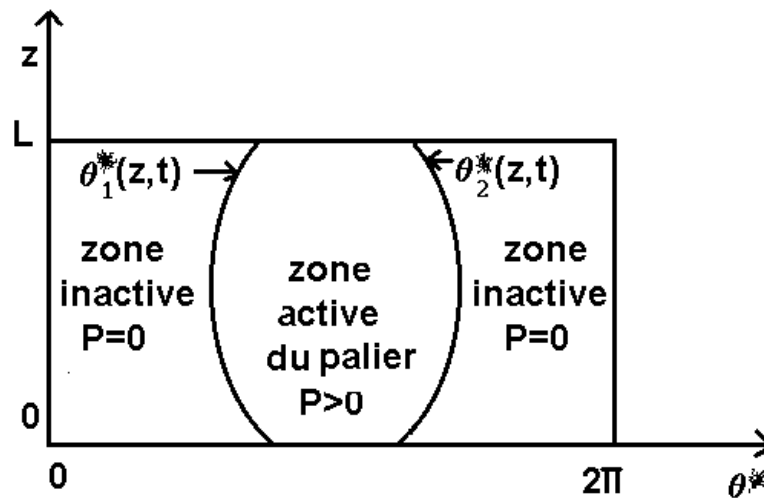
$$\begin{Bmatrix} F_X \\ F_Y \end{Bmatrix} = \int_{-L/2}^{L/2} \int_{\theta_1^*(t)}^{\theta_2^*(t)} p(\theta^*, z, t) \begin{Bmatrix} \cos \theta^* \\ \sin \theta^* \end{Bmatrix} R d\theta^* dz \quad (\text{III.22})$$

$F_x$  et  $F_y$  sont les composantes de l'action du film sur l'arbre suivant les directions  $x$  et  $y$  (Figure III.7).

Dans les expressions (III.14) et (III.22), les abscisses  $\theta_1$  et  $\theta_2$  délimitent la zone active du Palier figure (III.8). Dans le cas où l'étendue de la zone active est  $\pi$ , on a  $\theta_2 = \theta_1 + \pi$ .



a) Section droite du palier



b) Palier développé

**Figure III. 8:** Présentation des zones active et inactive dans un palier hydrodynamique [10]

◆ *Expression de l'équation de Reynolds modifiée*

En utilisant les coordonnées cylindriques, l'équation de Reynolds modifiée en régime dynamique dans le cas d'un palier lisse s'écrit:

$$\frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial \theta^*} \left[ G(h, \ell) \frac{\partial p}{\partial \theta^*} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ G(h, \ell) \frac{\partial p}{\partial z} \right] = 12\mu \frac{\partial h}{\partial t} + 6\mu \frac{\partial h}{\partial \theta} \tag{III-24}$$

où :

$$h(\theta^*, t) = C + X(t) \cos \theta^* + Y(t) \sin \theta^* \quad (\text{III.25})$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} = X'(t) \cos \theta^* + Y'(t) \sin \theta^* \quad (\text{III.26})$$

$$\frac{\partial h}{\partial \theta} = -X(t) \sin \theta^* + Y(t) \cos \theta^* \quad (\text{III.27})$$

et :

$$G(h, \ell) = h^3 - 12\ell^2 h + 24\ell^3 \text{th}\left(\frac{h}{2\ell}\right) \quad (\text{III.28})$$

Compte tenu des équations (III.26), (III.27) et (III.28), l'Equation de Reynolds prend la forme suivante :

$$\frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial \theta^*} \left[ G(h, \ell) \frac{\partial p}{\partial \theta^*} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ G(h, \ell) \frac{\partial p}{\partial z} \right] = 12\mu (X' \cos \theta^* + Y' \sin \theta^*) + 6\mu (-X(t) \sin \theta + Y(t) \cos \theta) \quad (\text{III.29})$$

Le second membre de l'équation correspond à l'effet d'écrasement du film plus l'effet d'entraînement.

### III.6. Ecriture des différentes équations en variables sans dimension

Pour les traitements numériques, il est recommandé d'écrire toutes les équations de la lubrification hydrodynamique en variables sans dimension. Pour cela, on pose:

$$\tilde{z} = \frac{z}{L}, \quad \tilde{h} = \frac{h}{C}, \quad \tau = \omega t, \quad \lambda = \frac{\nu}{\omega}, \quad \lambda = \left(\frac{R}{L}\right)^2, \quad \tilde{x} = \frac{x}{C}, \quad \tilde{y} = \frac{y}{C},$$

$$\tilde{p} = \frac{p}{\mu \omega \left(\frac{R}{C}\right)^2},$$

➤ **Paramétrage** ( $\varepsilon, \phi$ )

L'équation de Reynolds (III.10) s'écrit alors :

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left[ \tilde{F}_\theta \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \theta} \right] + \lambda \frac{\partial}{\partial \tilde{z}} \left[ \tilde{F}_z \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{z}} \right] = \frac{1}{2} \frac{\partial \tilde{h}}{\partial \theta} + \gamma \frac{\partial \tilde{h}}{\partial \tau} \quad (\text{III.30})$$

avec

$$\tilde{F}_\theta = \frac{\tilde{h}^3}{k_\theta} \quad \text{et} \quad \tilde{F}_z = \frac{\tilde{h}^3}{k_z}$$

L'équation géométrique du film (III.11) s'écrit :

$$\tilde{h} = 1 + \varepsilon_0 \cos \theta \quad (\text{III.31})$$

L'équation des Composantes de la portance hydrodynamique (III.14)

$$\begin{Bmatrix} \tilde{F}_r \\ \tilde{F}_t \end{Bmatrix} = \int_{-L/2}^{L/2} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \tilde{p} \begin{Bmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{Bmatrix} R d\theta \, d\tilde{z} \quad (\text{III.32})$$

Avec

$$\begin{Bmatrix} F_r \\ F_t \end{Bmatrix} = \mu \omega R L \left( \frac{R}{C} \right)^2 \begin{Bmatrix} \tilde{F}_r \\ \tilde{F}_t \end{Bmatrix} \quad (\text{III.33})$$

➤ **Paramétrage** ( $x, y$ )

- ◆ L'équation de Reynolds (III.18) s'écrit :

$$(\text{III.34})$$

- ◆ L'équation géométrique du film (III.19) prend la forme :

$$\tilde{h} = 1 + \tilde{x} \cos \theta^* + \tilde{y} \sin \theta^* \quad (\text{III.35})$$

- ◆ Les composantes de la portance hydrodynamique (III.22) s'écrivent :

$$\begin{Bmatrix} \tilde{F}_x \\ \tilde{F}_y \end{Bmatrix} = \int_{-L/2}^{L/2} \int_{\theta_1^*}^{\theta_2^*} \tilde{p} \begin{Bmatrix} \cos \theta^* \\ \sin \theta^* \end{Bmatrix} d\theta^* \, d\tilde{z} \quad (\text{III.36})$$

- ◆ L'équation de Reynolds modifié pour un fluide polaire

Pour les traitements numériques, on doit écrire l'équation de Reynolds en variables sans dimension ou variables réduites. Pour cela, on pose:

$$\tilde{z} = \frac{z}{L}, \quad \tilde{h} = \frac{h}{C}, \quad \tau = \omega t, \quad \tilde{p} = \frac{p}{\mu \omega \left( \frac{R}{C} \right)^2}, \quad \tilde{\ell} = \frac{\ell}{C}$$

En remplaçant les variables réduites dans l'équation de Reynolds (III.24) on obtient :

$$\frac{\partial}{\partial \theta^*} \left[ \tilde{G}(\tilde{h}, \tilde{\ell}) \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \theta^*} \right] + \lambda \frac{\partial}{\partial \tilde{z}} \left[ \tilde{G}(\tilde{h}, \tilde{\ell}) \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{z}} \right] = 12 \frac{\partial \tilde{h}}{\partial \tau} + 6 \frac{\partial \tilde{h}}{\partial \theta^*} \quad (\text{III.37})$$

Avec :

$$\tilde{G}(\tilde{h}, \tilde{\ell}) = \tilde{h}^3 - 12 \tilde{\ell}^2 \tilde{h} + 24 \tilde{\ell}^3 \text{th} \left( \frac{\tilde{h}}{2 \tilde{\ell}} \right) \quad (\text{III.38})$$

$$\text{et } \lambda = \left( \frac{R}{L} \right)^2$$

En régime dynamique l'équation de Reynolds normalisée s'écrit aussi sous la forme:

$$\frac{\partial}{\partial \theta^*} \left[ \tilde{G}(\tilde{h}, \tilde{\ell}) \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \theta^*} \right] + \left( \frac{R}{L} \right)^2 \frac{\partial}{\partial \tilde{z}} \left[ \tilde{G}(\tilde{h}, \tilde{\ell}) \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{z}} \right] = 12 (\tilde{X}' \cos \theta^* + \tilde{Y}' \sin \theta^*) + 6 (-\tilde{X} \sin \theta^* + \tilde{Y} \cos \theta^*) \quad (\text{III.39})$$

Avec

$$\tilde{h} = 1 + \tilde{X} \cos \theta^* + \tilde{Y} \sin \theta^*$$

### III.7 Construction de la forme intégrale faible associée à l'équation de Reynolds modifiée

L'équation de la méthode des résidus pondérés de Galerkin permet de construire une forme intégrale associée à l'équation de Reynolds modifiée écrite en variable sans dimension :

$$\tilde{W}(\tilde{p}) = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \int_{\theta_1^*}^{\theta_2^*} \delta \tilde{p} R(\tilde{p}) d\theta^* \cdot d\tilde{z} = 0 \quad (\text{III.40})$$

(III.41)

Où  $\delta \tilde{p}$  est la variation de la pression adimensionnée, et R le résidu défini par :

Qui s'annule évidemment quand  $\tilde{p}$  est solution de l'équation de Reynolds (III.39) Compte tenu de l'équation (III.41), la forme intégrale prend la forme suivante :

(III.42)

L'intégration par parties permet de transformer la forme intégrale (III.42) de manière à diminuer les conditions imposées à la fonction admissible  $\tilde{p}$ . Pour cela, on réécrit l'équation (III.42) sous la forme suivante :

(III.43)

$$\text{Avec } \phi = \tilde{G} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \theta^*} \quad \text{et } \psi = \tilde{G} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{z}}$$

La transformation des deux premières intégrales nécessite l'application du théorème de Green suivant :

$$\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \int_{\theta_1^*}^{\theta_2^*} \delta \tilde{p} \frac{\partial \phi}{\partial \theta^*} d\tilde{A} = - \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \int_{\theta_1^*}^{\theta_2^*} \frac{\partial \delta \tilde{p}}{\partial \theta^*} \phi d\tilde{A} + \oint_{\partial \tilde{A}} \delta \tilde{p} \phi d\theta^* \quad (\text{III.44})$$

$$\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \int_{\theta_1^*}^{\theta_2^*} \delta \tilde{p} \frac{\partial \psi}{\partial \tilde{z}} d\tilde{A} = - \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \int_{\theta_1^*}^{\theta_2^*} \frac{\partial \delta \tilde{p}}{\partial \tilde{z}} \psi d\tilde{A} + \oint_{\partial \tilde{A}} \delta \tilde{p} \psi d\tilde{z} \quad (\text{III.45})$$

Avec  $d\tilde{A} = d\theta^* d\tilde{z}$

Puisque  $\tilde{p}$  est imposée sur le contact  $d\tilde{A}$ , les termes de contour qui apparaissent dans l'équation (III.45) sont alors nuls.

Il vient :

$$(\text{III.46})$$

Où encore :

$$(\text{III.47})$$

La fonctionnelle associée à la forme intégrale (III.46) est :

$$(\text{III.48})$$

Tel que  $\delta J(\tilde{p}) \equiv \tilde{W}(\tilde{p}) = 0$  en utilisant les propriétés de l'opérateur  $\delta$  suivantes :

$$\delta \left[ \left( \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \theta^*} \right)^2 \right] = 2 \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \theta^*} \cdot \delta \left( \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \theta^*} \right) = 2 \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \theta^*} \cdot \frac{\partial}{\partial \theta^*} (\delta \tilde{p})$$

$$\delta(\tilde{p}) = \delta \tilde{p}$$

### III.8 Conclusion

La modélisation d'un palier lisse nécessite l'utilisation l'équations hydrodynamique qui définit le comportement du fluide la première c'est la dérivation de l'équation de Reynolds nécessite l'emploi de plusieurs hypothèses simplificatrices.

La deuxième c'est la détermination des équations géométriques du film permet de définir en chaque point et à chaque instant l'épaisseur du film lubrifiant dans le palier. La rupture du film (phénomène de cavitation) est prise en considération par l'utilisation soit des conditions aux Limites Reynolds qui seront utilisées pour le calcul du champ de pression dans le film. Ces conditions permettent d'avoir des résultats théoriques qui sont très proches de ceux obtenus expérimentalement. La méthode des résidus pondérés de Galerkin permet de transformer l'équation différentielle de Reynolds en une équation intégrale.

La transformation en variables sans dimension des équations de la lubrification hydrodynamique est nécessaire pour les traitements numériques.

## IV.1 Introduction

Lorsque la charge extérieure qui agit sur l'arbre n'est pas constante en direction et module, le centre de l'arbre décrit une trajectoire à l'intérieur du coussinet. La détermination de cette trajectoire nécessite la résolution des équations de la dynamique, donc la connaissance de l'action hydrodynamique dans le film. La difficulté réside dans le fait que la force hydrodynamique dépend de

La position inconnue de l'arbre dans le coussinet et des vitesses des surfaces qui tiennent compte de la vitesse inconnue du centre de l'arbre dans le cas des paliers de ligne d'arbre, la force extérieure est le poids du rotor à laquelle viennent se superposer des forces dynamiques d'amplitudes plus au moins importantes. Donc Ces forces sont des fonctions non linéaires de la position et de la vitesse du centre de l'arbre.

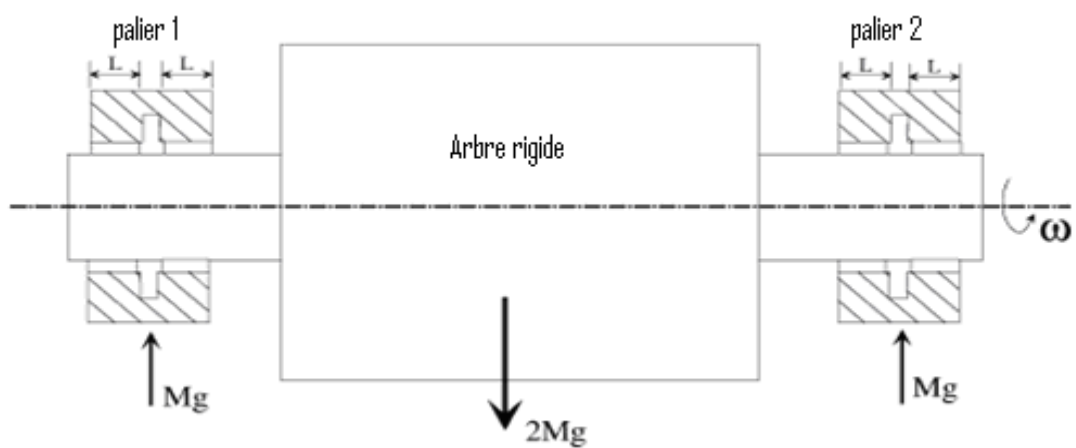
Pour cette étude, nous avons utilisé un modèle d'arbre simplifié de masse  $2M$  en supposant celui-ci indéformable et supporté symétriquement dans deux paliers identiques (Fig. IV.1). A chaque palier est attribuée une masse  $M$  du rotor, les types de charges agissant sur l'arbre sont :

- Charge statique représentée par le poids du rotor affecté au palier  $W_0 = Mg$  ;
- Charge dynamique représentée par la force due au Balourd  $W_b(t)$  (excitation dynamique synchrone,  $\nu = \omega$ ) caractérisée par l'excentricité  $e_b$  dont le module est :  $|\vec{W}| = M \cdot e_b \cdot \omega^2$  (Figure.IV.1).
- L'action du fluide sur l'arbre représentée par les composantes de la portance hydrodynamique  $F_X$  et  $F_Y$ .
- Forces d'inertie  $M\ddot{X}$  et  $M\ddot{Y}$

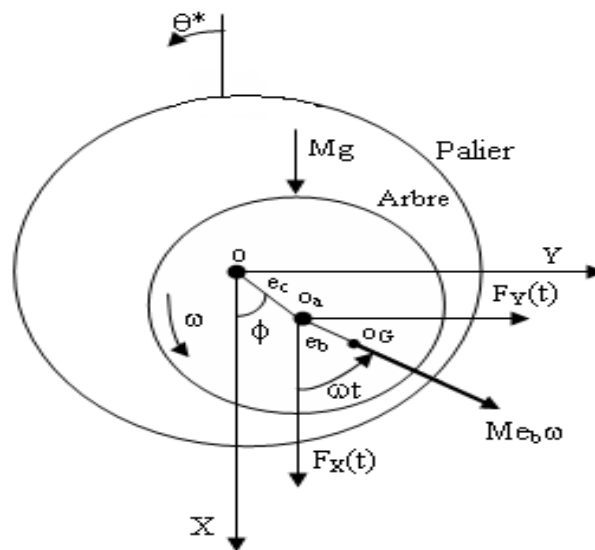
$(O, \vec{X}, \vec{Y})$ , représente le repère fixe lié au coussinet tel que  $\vec{OX}$  soit parallèle à la charge statique  $W_0$ .

O est le centre géométrique du palier repéré soit par ses coordonnées cartésiennes  $(X, Y)$  ou les coordonnées polaires  $(e, \phi)$ . Dans cette étude, il est plus commode d'utiliser les coordonnées cartésiennes  $(X, Y)$  que les coordonnées polaires  $(e, \phi)$  car les équations du mouvement sont plus simples à écrire.

Le but de ce chapitre c'est de résoudre l'équation de Reynolds modifiée en régime dynamique et les équations du mouvement de l'arbre pour étudier l'analyse dynamique non linéaire de la ligne d'arbre supporter par des paliers lisses.



**Figure IV.1 :** Schéma du système rotor – palier lisse pour l'analyse dynamique non linéaire.



**Figure IV.2 :** Section droite du palier et bilan des forces statiques et dynamique agissant sur l'arbre.

## IV. 2 Equations du problème dynamique non linéaire

### IV. 2 .1 Expression de l'équation de Reynolds modifiée dans le cas d'un palier

En utilisant les coordonnées cylindriques, l'équation de Reynolds modifiée (II. 43) en régime dynamique dans le cas d'un palier s'écrit:

$$\frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial \theta^*} \left[ G(h, \ell) \frac{\partial p}{\partial \theta^*} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ G(h, \ell) \frac{\partial p}{\partial z} \right] = 12\mu \frac{\partial h}{\partial t} + 6\mu \frac{\partial h}{\partial \theta} \quad (\text{IV-1})$$

où :

$$h(\theta^*, t) = C + X(t) \cos \theta^* + Y(t) \sin \theta^* \quad (\text{IV-2})$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \dot{X}(t) \cos \theta^* + \dot{Y}(t) \sin \theta^* \quad (\text{IV-3})$$

$$\frac{\partial h}{\partial \theta} = -X(t) \sin \theta^* + Y(t) \cos \theta^* \quad (\text{IV-4})$$

$$\text{et : } G(h, \ell) = h^3 - 12\ell^2 h + 24\ell^3 \text{th} \left( \frac{h}{2\ell} \right) \quad (\text{IV-5})$$

Compte tenu des équations (IV-2), (IV-3) et (V-14), l'Equation de Reynolds prend la forme suivante :

$$\frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial \theta^*} \left[ G(h, \ell) \frac{\partial p}{\partial \theta^*} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ G(h, \ell) \frac{\partial p}{\partial z} \right] = 12\mu (\dot{X} \cos \theta^* + \dot{Y} \sin \theta^*) + 6\mu (-X(t) \sin \theta + Y(t) \cos \theta) \quad (\text{IV-6})$$

En remplaçant les variables réduites dans l'équation de Reynolds (IV-1) on obtient :

$$\frac{\partial}{\partial \theta^*} \left[ \tilde{G}(\tilde{h}, \tilde{\ell}) \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \theta^*} \right] + \lambda \frac{\partial}{\partial \tilde{z}} \left[ \tilde{G}(\tilde{h}, \tilde{\ell}) \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{z}} \right] = 12 \frac{\partial \tilde{h}}{\partial \tau} + 6 \frac{\partial \tilde{h}}{\partial \theta^*} \quad (\text{IV-7})$$

avec :

$$\tilde{G}(\tilde{h}, \tilde{\ell}) = \tilde{h}^3 - 12\tilde{\ell}^2 \tilde{h} + 24\tilde{\ell}^3 \text{th} \left( \frac{\tilde{h}}{2\tilde{\ell}} \right) \quad (\text{IV-8})$$

$$\text{et } \lambda = \left( \frac{R}{L} \right)^2$$

En régime dynamique l'équation de Reynolds normalisée s'écrit aussi sous la forme:

$$\frac{\partial}{\partial \theta^*} \left[ \tilde{G}(\tilde{h}, \tilde{\ell}) \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \theta^*} \right] + \left( \frac{R}{L} \right)^2 \frac{\partial}{\partial \tilde{z}} \left[ \tilde{G}(\tilde{h}, \tilde{\ell}) \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{z}} \right] = 12(\tilde{X}' \cos \theta^* + \tilde{Y}' \sin \theta^*) + 6(-\tilde{X} \sin \theta^* + \tilde{Y} \cos \theta^*) \quad (\text{IV-9})$$

avec

$$\tilde{h} = 1 + \tilde{X} \cos \theta^* + \tilde{Y} \sin \theta^* \quad (\text{IV-10})$$

L'équation (IV-10) représente l'équation géométrique du film dans le cas du palier parfait (aligné). La connaissance à un instant donné de  $\tilde{X}, \tilde{Y}, \tilde{X}' = \frac{d\tilde{X}}{d\tau}, \tilde{Y}' = \frac{d\tilde{Y}}{d\tau}$  permet de calculer  $\tilde{h}, \frac{\partial \tilde{h}}{\partial \tau}$  et de rechercher le champ de pression qui, une fois intégré sur le domaine fluide, donne les valeurs de  $\tilde{F}_X$  et  $\tilde{F}_Y$  :

$$\begin{cases} \tilde{F}_X(\tau) \\ \tilde{F}_Y(\tau) \end{cases} = \int_{-1/2}^{1/2} \int_{\theta_1^*}^{\theta_2^*} \tilde{p}(\theta^*, \tilde{z}, \tau) \begin{cases} \cos \theta^* \\ \sin \theta^* \end{cases} d\theta^* d\tilde{z} \quad (\text{IV-11})$$

qui sont les composantes de la portance hydrodynamique adimensionnées.

#### IV. 2 .2 Equations de mouvement de l'arbre

L'application du principe fondamental de la dynamique au mouvement de l'arbre permet d'écrire :

$$\overrightarrow{Mg} + \overrightarrow{F}(t) + \overrightarrow{W}_b(t) = \overrightarrow{M\gamma} \quad (\text{IV-12})$$

La projection de l'équation vectorielle (IV-22) sur les axes  $\overrightarrow{OX}$  et  $\overrightarrow{OY}$  donne

$$\begin{cases} M\ddot{X} = Mg + F_X(X, Y, \dot{X}, \dot{Y}) + Me_b \omega^2 \cos(\omega t) \\ M\ddot{Y} = F_Y(X, Y, \dot{X}, \dot{Y}) + Me_b \omega^2 \sin(\omega t) \end{cases} \quad (\text{IV-13})$$

#### IV.2. 3 Equations de mouvement en variables sans dimension

En divisant les équations (IV-13) par  $M\omega^2$ , les équations de mouvement deviennent

$$\begin{cases} \tilde{X}'' = \alpha_1 + \alpha_2 \tilde{F}_X(\tilde{X}, \tilde{Y}, \tilde{X}', \tilde{Y}') + \varepsilon_b \cos(\tau) \\ \tilde{Y}'' = \alpha_2 \tilde{F}_Y(\tilde{X}, \tilde{Y}, \tilde{X}', \tilde{Y}') + \varepsilon_b \sin(\tau) \end{cases} \quad (\text{IV-14})$$

Les équations (IV-14) constituent un système de deux équations différentielles non linéaires du second ordre dont la solution doit être recherchée à l'aide d'une méthode d'intégration numérique.

#### IV.2.4 Résolution des équations de mouvement

Lorsque la force dynamique est importante, il faut résoudre le système non linéaire constitué par les équations précédentes.

Donc Le système différentiel (IV-14) peut être résolu par une méthode d'intégration explicite d'Euler car la convergence est rapide qui peut se présenter de la façon suivante :

$$\begin{cases} \tilde{X}'(\tau + \Delta\tau) = \tilde{X}'(\tau) + \tilde{X}''(\tau)\Delta\tau \\ \tilde{X}(\tau + \Delta\tau) = \tilde{X}(\tau) + \tilde{X}'(\tau)\Delta\tau \end{cases} \quad (\text{IV-15})$$

et des équations similaires pour la vitesse et le déplacement suivant Y.

Le processus de calcul est le suivant :

- A l'instant  $\tau$ , pour une position  $\tilde{X}(\tau)$  et  $\tilde{Y}(\tau)$  et des vitesses  $\tilde{X}'(\tau)$  et  $\tilde{Y}'(\tau)$  données, on résout l'équation de Reynolds (IV-19), et l'on en déduit les forces  $\tilde{F}_x(\tau)$  et  $\tilde{F}_y(\tau)$  (IV-11).
- Le système différentiel (IV-24) permet alors de calculer les composantes de l'accélération  $\tilde{X}''(\tau)$  et  $\tilde{Y}''(\tau)$ .
- La vitesse et la position à l'instant  $(\tau + \Delta\tau)$  sont déterminées à partir du système d'équations (IV-15), le processus de calcul est alors repris en (a).

Il faut souligner que le problème de l'intégration numérique est assez délicat, le choix du pas de temps est important. En effet, des pas trop petits entraînent un temps de calcul important alors que des pas plus grands rendent le processus divergent.

La valeur  $\Delta\tau$  est fonction de la nature du problème étudié, en général comprise entre  $\frac{2\pi}{200}$  et  $\frac{2\pi}{50}$ , pour la

réponse à un balourd par exemple, il est difficile de le prévoir à priori.

Pour valider le choix du pas de temps, il faut vérifier à ce que l'excentricité instantanée

$\left(\varepsilon = \left(\tilde{X}^2 + \tilde{Y}^2\right)^{1/2}\right)$ , soit inférieur à l'unité.

### IV. 3 Méthodes de résolution numérique de l'équation de Reynolds pour un fluide newtonien

Le champ de pression hydrodynamique peut être déterminé soit à partir de la résolution de l'équation aux dérivées partielles elliptique du second ordre (1) par la méthode des différences finies Afin de réduire le temps de calcul,

On utilise deux cas :

- La théorie du palier court (1D);
- La théorie du palier court optimisée (1D);

### IV. 3.1 Théorie du palier court

La théorie du palier court suppose la longueur de l'écoulement  $L$  très faible devant le diamètre du palier  $D$  ( $L / D \ll 1$ ). En pratique, cette hypothèse est encore utilisée pour des paliers ayant des rapports  $L / D$  de l'ordre de  $\frac{1}{2}$ . La théorie du palier court permet d'obtenir une forme analytique des efforts du film sur l'arbre. Le gradient de pression circonférentiel  $\frac{\partial p}{\partial \theta}$  peut être négligé devant le gradient de pression axial  $\frac{\partial p}{\partial z}$

Pour ce type de palier, le paramétrage  $(\varepsilon, \phi)$  est le plus souvent utilisé.

#### ❖ *Prise en considération des effets d'entraînement et d'écrasement*

L'utilisation de l'hypothèse d'un palier court aligné  $\frac{\partial p}{\partial \theta} \ll \frac{\partial p}{\partial z}$  permet de réduire l'équation de Reynolds (III.33) à :

$$\lambda \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left( \bar{F}_z \frac{\partial p}{\partial \bar{z}} \right) = \frac{1}{2} \frac{\partial \bar{h}}{\partial \theta} \times (1 - 2\gamma\phi') + \varepsilon'_0 \gamma \cos \theta \quad (\text{IV.16})$$

Si la pression est nulle aux deux extrémités du palier:

$$\bar{p} \left( \theta, \bar{z} = \frac{l}{2} \right) = \bar{p} \left( \theta, \bar{z} = -\frac{l}{2} \right) = 0 \quad (\text{IV.17})$$

Après deux intégrations par rapport à  $z$  de l'équation (IV.1) on trouve:

$$\bar{p}(\theta, \bar{z}) = \frac{1}{8\lambda \bar{F}_z} \left[ \left( \gamma\phi' - \frac{l}{2} \right) \varepsilon_0 \sin \theta + \varepsilon_0 \gamma \cos \theta \right] \times (4\bar{z}^2 - 1) \quad (\text{IV.18})$$

L'hypothèse du palier court ne peut être envisagée que dans le cas d'un palier complet sans rainures axiales d'alimentation. Il est impossible par exemple de prendre en compte un arc partiel. Il n'est pas possible non plus de tenir compte des conditions de Reynolds, la forme du champ de pression ne permet pas d'annuler la dérivée de la pression par rapport à  $\theta$ . Nous ne nous intéresserons par la suite qu'à la seule condition de Gumbel.

Nous sommes donc amenés à chercher les positions de rupture et de reformation du film  $\theta_1$  et  $\theta_2$ . Les abscisses  $\theta_1$  et  $\theta_2$  pour lesquelles la pression  $p$  est nulle (Eq IV.3) sont déterminées par les équations:

$$\begin{cases} \theta_1 = tg^{-1} \left( \frac{2\varepsilon'_0}{\varepsilon_0(1-2\gamma\phi')} \right) \\ \theta_2 = \theta_1 + \pi \end{cases} \quad (IV.19)$$

Les composantes radiale et tangentielle ( $F_r, F_t$ ) de la portance du film (Eq. III.35) deviennent:

$$\begin{cases} \overline{F}_r = -\frac{l}{12\lambda} \left\{ (2\gamma\phi' - 1) \frac{\varepsilon_0}{2} I_1 + \varepsilon_0 I_2 \right\} \\ \overline{F}_t = -\frac{l}{12\lambda} \left\{ (2\phi' - 1) \frac{\varepsilon_0}{2} I_3 + \varepsilon_0 I_1 \right\} \end{cases} \quad (IV.20)$$

Avec

$$I_1 = \int_{\theta_1}^{\theta_1+\pi} \frac{\sin \theta \cos \theta d\theta}{\overline{F}_z}$$

$$I_2 = \int_{\theta_1}^{\theta_1+\pi} \frac{\cos^2 \theta d\theta}{\overline{F}_z}$$

$$I_3 = \int_{\theta_1}^{\theta_1+\pi} \frac{\sin^2 \theta d\theta}{\overline{F}_z}$$

Le calcul analytique des composantes de la portance est très complexe, il est souvent effectué de façon numérique.

L'utilisation du paramétrage  $(x, y)$  avec l'hypothèse d'un palier court aligné, l'équation de Reynolds (IV.16) devient:

$$\lambda \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left( \overline{F}_z \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{z}} \right) = \left[ \left( \gamma \bar{y}' - \frac{\bar{x}}{2} \right) \sin \theta^* + \left( \gamma \bar{x}' + \frac{\bar{y}}{2} \right) \cos \theta^* \right] \quad (IV.21)$$

Si la pression est nulle aux deux extrémités du palier (Eq. IV.17) et après deux intégrations par rapport à  $z$ , on obtient l'expression du champ de pression suivante:

$$\bar{p}(\theta, \bar{z}, \tau) = \frac{1}{8\lambda \overline{F}_z} \left[ \left( \gamma \bar{y}' - \frac{\bar{x}}{2} \right) \sin \theta^* + \left( \gamma \bar{x}' + \frac{\bar{y}}{2} \right) \cos \theta^* \right] \times (4\bar{z}^2 - 1) \quad (IV.22)$$

Les abscisses  $\theta^*_1$  et  $\theta^*_2$  sont déterminées par l'équation:

$$\begin{cases} \theta^*_1 = tg^{-1} \left( \frac{\gamma \bar{x}' + \bar{y}' / 2}{\bar{x} / 2 - \gamma \bar{y}'} \right) \\ \theta^*_2 = \theta^*_1 + \pi \end{cases} \quad (IV.23)$$

Les composantes de la portance hydrodynamique s'expriment par:

$$\begin{cases} \bar{F}_x = -\frac{l}{12\lambda} \left\{ \left( \gamma \bar{y}' - \frac{\bar{x}}{2} \right) I_1 + \left( \gamma \bar{x}' + \frac{\bar{y}}{2} \right) I_2 \right\} \\ \bar{F}_y = -\frac{l}{12\lambda} \left\{ \left( \gamma \bar{y}' - \frac{\bar{x}}{2} \right) I_3 + \left( \gamma \bar{x}' + \frac{\bar{y}}{2} \right) I_1 \right\} \end{cases} \quad (\text{IV.24})$$

Avec

$$I_1 = \int_{\theta_1^*}^{\theta_1^* + \pi} \frac{\sin \theta^* \cos \theta^* d\theta^*}{\bar{F}_z}$$

$$I_2 = \int_{\theta_1^*}^{\theta_1^* + \pi} \frac{\cos^2 \theta^* d\theta^*}{\bar{F}_z}$$

$$I_3 = \int_{\theta_1^*}^{\theta_1^* + \pi} \frac{\sin^2 \theta^* d\theta^*}{\bar{F}_z}$$

Dans le présent travail, Nous avons utilisé une approche basée sur la théorie du palier court optimisée dans laquelle la courbe de pression suivant la direction axiale  $O_z$  du palier est supposée de forme parabolique. Cette hypothèse est surtout valable pour un palier aligné (Lahmar et al., 2000) :

Par comparaison à la théorie du palier court classique, cette technique permet d'utiliser les conditions limites de Reynolds qui tiennent compte du phénomène de rupture du film lubrifiant (Cavitation).

#### IV. 3. 2 Théorie du palier court optimisé (Méthodes de résolution numérique de l'équation de Reynolds modifiée)

La méthode de séparation des variables permet d'écrire suivant [28] :

$$\tilde{p}(\theta^*, \tilde{z}) = \tilde{f}(\tilde{z}) \times \tilde{g}(\theta^*) \quad (\text{IV.25})$$

$$\text{avec } \tilde{g} = \frac{g^*}{\mu\omega(R/C)^2}$$

D'après l'hypothèse du palier infiniment court, la répartition axiale de la pression est de la forme:

$$\tilde{f}(\tilde{z}) = (1 - 4\tilde{z}^2) \quad (\text{IV.26})$$

En remplaçant les expressions (IV-25) et (IV-26) dans la fonctionnelle suivante l'équation (III.48) :

$$J(\tilde{P}) = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \int_{\theta_1^*}^{\theta_2^*} \left( \frac{1}{2} \tilde{G} \left( \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \theta^*} \right)^2 + \frac{1}{2} \lambda \tilde{G} \left( \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{z}} \right)^2 + 12 \tilde{p} \frac{\partial \tilde{h}}{\partial \tau} + 6 \tilde{p} \frac{\partial \tilde{h}}{\partial \theta^*} \right) d\tilde{A} \quad (\text{IV.27})$$

avec  $d\tilde{A} = d\theta^* d\tilde{z}$

$$J(\tilde{g}) = \int_{\theta_1^*}^{\theta_2^*} \left\{ \frac{4}{15} \tilde{G} \left( \frac{\partial \tilde{g}}{\partial \theta^*} \right)^2 + \frac{8}{3} \lambda \tilde{G} \tilde{g}^2 + 8 \frac{\partial \tilde{h}}{\partial \tau} \tilde{g} + 4 \frac{\partial \tilde{h}}{\partial \theta^*} \tilde{g} \right\} d\theta^* \quad (\text{IV.28})$$

et en intégrant par rapport à la variable  $\tilde{z}$ , il vient:

Où  $\theta_1^*$  et  $\theta_2^*$  sont des coordonnées angulaires délimitant la zone active du palier (**Figure. III .8**)

L'équation (III-17) est de la forme :

$$J(\tilde{g}) = \int_{\theta_1^*}^{\theta_2^*} F(\theta^*, \tilde{g}, \tilde{g}') d\theta^* \quad (\text{IV-29})$$

Avec :  $\tilde{g}' = \frac{\partial \tilde{g}}{\partial \theta^*}$  et  $F = \frac{4}{15} \tilde{G} \left( \frac{\partial \tilde{g}}{\partial \theta^*} \right)^2 + \frac{8}{3} \lambda \tilde{G} \tilde{g}^2 + 8 \frac{\partial \tilde{h}}{\partial \tau} \tilde{g} + 4 \frac{\partial \tilde{h}}{\partial \theta^*} \tilde{g}$

Le problème est de déterminer la fonction  $\tilde{g}$  qui rend extrémale la fonctionnelle (IV-30).

Le calcul des variations montre que  $J(\tilde{g})$  est extrémale si :

$$\frac{\partial F}{\partial \tilde{g}} - \frac{d}{d\theta^*} \left( \frac{\partial F}{\partial \tilde{g}'} \right) = 0 \quad (\text{IV-30})$$

Autrement dit, la solution de l'équation d'Euler-Lagrange (IV-31) rend extrémale la fonctionnelle (IV-30).

Soit par conséquent :

$$\frac{1}{15} \tilde{G} \tilde{g}'' - \frac{2}{3} \lambda \tilde{G} \tilde{g} = \frac{\partial \tilde{h}}{\partial \tau} + \frac{1}{2} \frac{\partial \tilde{h}}{\partial \theta^*} \quad (\text{IV.31})$$

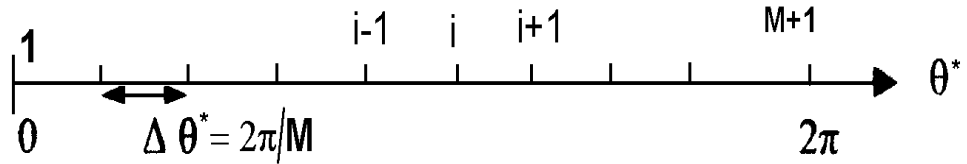
Avec

$$\frac{\partial \tilde{h}}{\partial \tilde{\theta}} = -\tilde{X} \sin \tilde{\theta} + \tilde{Y} \cos \theta^* \quad (\text{IV.32})$$

$$\frac{\partial \tilde{h}}{\partial \tau} = \tilde{X} \cos \theta^* + \tilde{Y} \sin \theta^* \quad (\text{IV. 33})$$

#### IV.4 Discrétisation de l'équation d'Euler-Lagrange par la méthode des différences finies

L'équation (IV-31) peut être intégrée numériquement par la méthode des différences finies, le système matriciel résultant sera résolu par la méthode de Gauss-Seidel avec coefficient de sur-relaxation. Le maillage du palier ne se fait que selon sa direction circonférentielle (Fig. (IV-5)).



**Figure IV. 3 :** Discrétisation par la méthode des différences finies de la circonférence du palier (M est le nombre d'intervalles)

Au nœud  $i$  du maillage, l'équation (IV.32) s'écrit :

$$\frac{1}{15} \tilde{G}_i \tilde{g}_i'' - \frac{2}{3} \lambda \tilde{G}_i \tilde{g}_i = \tilde{X}' \cos \theta_i^* + \tilde{Y}' \sin \theta_i^* - \frac{1}{2} \tilde{X} \sin \theta^* + \frac{1}{2} \tilde{Y} \cos \theta^* \quad (\text{IV.34})$$

L'utilisation des différences finies centrées permet d'évaluer les dérivées circonférentielles de la fonction  $\tilde{g}$  comme suit:

$$\tilde{g}_i'' \approx \frac{\tilde{g}_{i-1} - 2\tilde{g}_i + \tilde{g}_{i+1}}{(\Delta\theta^*)^2} \quad (\text{IV.35})$$

La substitution de ces expressions dans l'équation discrétisée (IV-35) permet d'obtenir l'équation aux différences suivante:

$$a_i \tilde{g}_{i+1} + b_i \tilde{g}_{i-1} - c_i = \tilde{g}_i \quad (\text{IV.36})$$

Où:

$$\begin{cases} a_i = \left[ \frac{\tilde{G}_i}{15(\Delta\theta^*)^2} \right] \frac{1}{d_i} \\ b_i = a_i \\ c_i = \left[ \tilde{X}' \cos \theta_i^* + \tilde{Y}' \sin \theta_i^* - \frac{1}{2} \tilde{X} \sin \theta^* + \frac{1}{2} \tilde{Y} \cos \theta^* \right] \frac{1}{d_i} \end{cases} \quad (\text{IV.37})$$

$$\text{avec } d_i = \left[ \frac{2\lambda\tilde{G}_i}{3} + \frac{2\tilde{G}_i}{15(\Delta\theta^*)^2} \right]$$

En utilisant l'algorithme de Gauss-Seidel avec coefficient de sur-relaxation, l'équation (IV.36) devient:

$$\tilde{g}_i^{(k+1)} = (1 - \Omega)\tilde{g}_i^{(k)} + \Omega(a_i\tilde{g}_{i+1}^{(k)} + b_i\tilde{g}_{i-1}^{(k+1)} - c_i) \quad (\text{IV.38})$$

Où: k est le numéro d'itération et  $\Omega$  est le facteur de sur-relaxation dont la valeur est comprise entre 1 et 2.

La détermination de  $\tilde{g}$  permet de calculer les composantes de la portance hydrodynamique à partir de l'équation (IV-11):

$$\begin{cases} \tilde{F}_X = \frac{2}{3} \int_{\theta_1^*}^{\theta_2^*} \tilde{g} \cos \theta^* d\theta^* \\ \tilde{F}_Y = \frac{2}{3} \int_{\theta_1^*}^{\theta_2^*} \tilde{g} \sin \theta^* d\theta^* \end{cases} \quad (\text{IV.39})$$

Les intégrales figurant dans l'équation (IV.39) sont évaluées numériquement par la formule des trapèzes généralisée:

$$\int_{\theta_1^*}^{\theta_2^*} f(\theta^*) d\theta^* \approx \frac{\Delta\theta^*}{2} \left[ f_1 + 2 \sum_{i=2}^M f_i + f_{M+1} \right] \quad (\text{IV.40})$$

$$\int_{\theta_1^*}^{\theta_2^*} f(\theta^*) d\theta^* \approx \Delta\theta^* \sum_{i=1}^M f_i \quad (\text{IV.41})$$

Comme  $f_1 = f_{M+1}$ , il vient:

Avec

$$\begin{cases} f(\theta^*) = \tilde{g} \cos \theta^* & \text{pour le calcul de } \tilde{F}_X \\ f(\theta^*) = \tilde{g} \sin \theta^* & \text{pour le calcul de } \tilde{F}_Y \end{cases}$$

et  $\Delta\theta^* = \frac{2\pi}{M}$  qui est le pas circonférentiel du maillage.

## **IV Conclusion**

Dans ce chapitre nous avons étudié le comportement dynamique non linéaire d'un palier lisse qui concerne le développement technique de la résolution des équations de mouvement du rotor qui basé sur deux méthodes.

La première c'est la méthode du palier court optimisée pour la résolution de l'équation hydrodynamique (partie fluide).

La deuxième c'est la méthode explicite d'Euler pour la résolution des équations de mouvement du rotor (partie structure).

## V.1 Introduction

L'étude théorique du comportement dynamique non linéaire, traité dans le chapitre précédent d'un palier lisse nous a permis la réalisation d'un programme de simulation en MATLAB basé sur l'approche numérique unidimensionnelle à partir de la théorie court optimisée de palier lisse.

Ce programme permet de déterminer les performances hydrodynamiques du palier lisse lubrifié par un fluide newtonien et un fluide non newtonien << fluide à couple de contrainte >> soumis à une excitation dynamique synchrone de type balourd, Le programme développé permet de :

- ◆ Tracer les trajectoires ou les orbites non linéaires décrites par le centre de l'arbre à l'intérieur du palier pour un écoulement laminaire sous charge statique (le poids) ou dynamique (balourd);
- ◆ Déterminer les variations de la pression maximale et de l'épaisseur minimale du film en fonction du temps, ce sont les deux paramètres les plus importants dans la conception des paliers;
- ◆ Déterminer les variations des composantes du vecteur de déplacement du centre de l'arbre en fonction du temps.

Le programme de calcul tient compte des conditions suivantes:

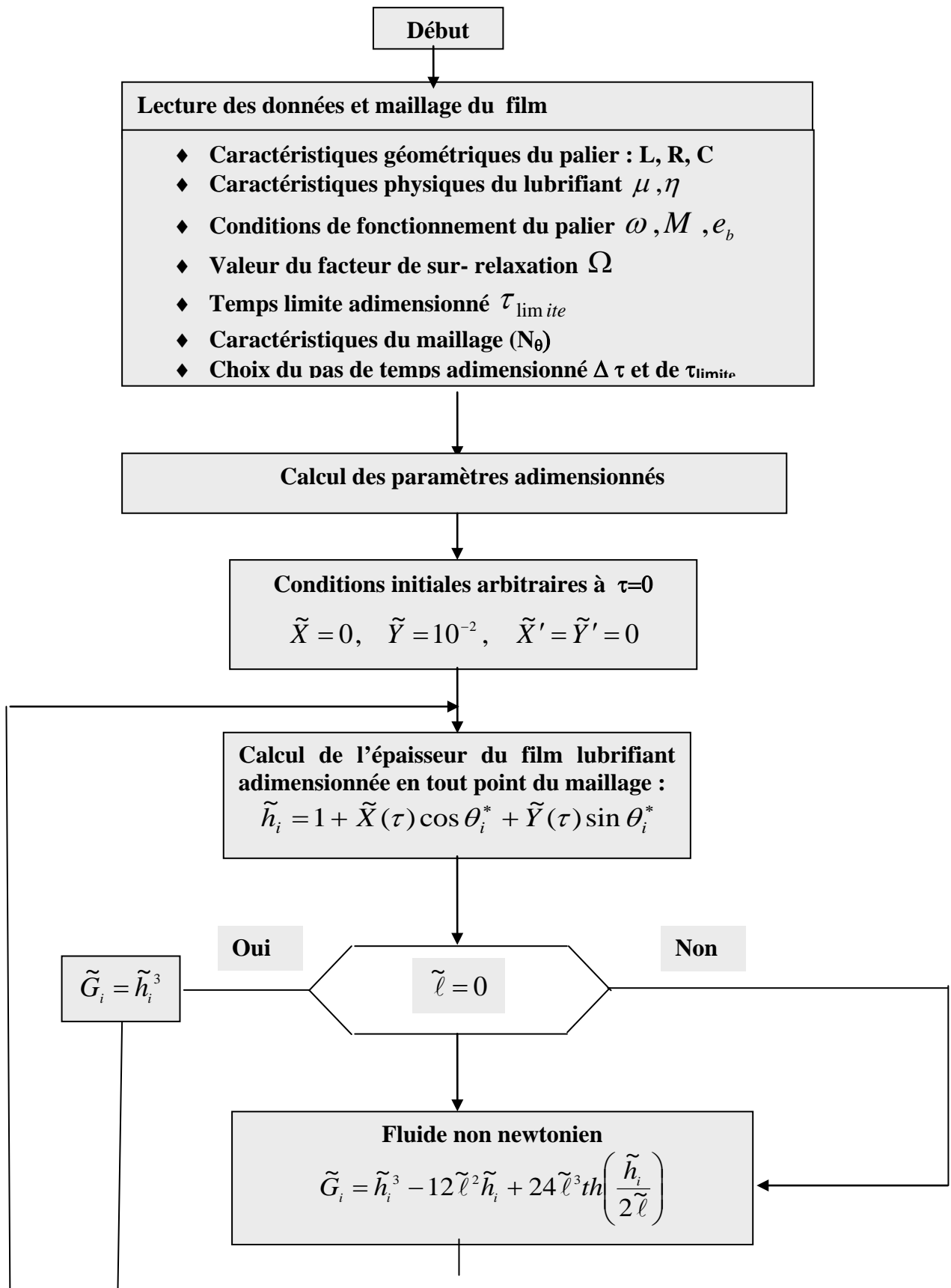
- La position initiale du centre de l'arbre est maintenue constante pour chaque cas est située près du centre géométrique du palier ( $X_0=0.001$ ,  $Y_0=0$ ).
- La vitesse initiale du centre de l'arbre est zéro,
- Le pas de temps sans dimension  $\Delta \tau = \frac{2\pi}{500}$ .
- On néglige l'effet de la dissipation dynamique sur la viscosité, dû au mouvement orbital de l'arbre,
- On garde constant Le critère de convergence pour la pression: la déviation relative de pression est  $10^{-5}$ ,
- La valeur optimale de coefficient du sur-relaxation est égale à 1.80.
- La boucle de calcul revient lorsque le temps adimensionné  $\tau$  atteint  $\tau_{lim} = 200$ .

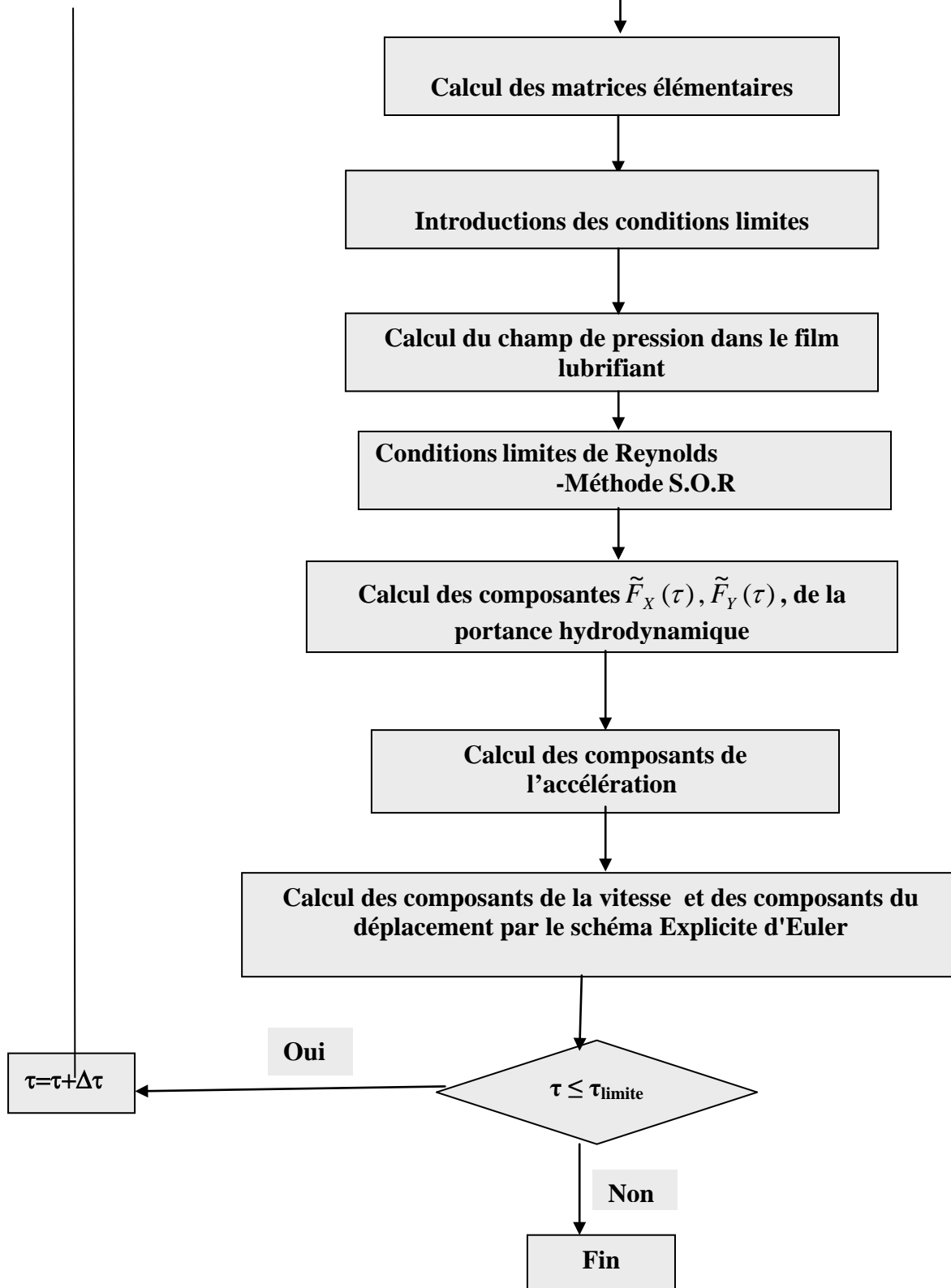
L'influence du changement de la position initiale du centre de l'arbre et du pas du temps n'affecte pas les résultats des tests.

Au cours de ce chapitre en plus la validation de l'approche unidimensionnelle, on étudie l'influence de la vitesse de rotation pour différentes valeurs de l'excentricités relatives, ainsi l'étude de l'influence des paramètres des couples de contraintes dans le fluide lubrifiant sur les performances dynamiques du palier lisse pour différentes valeurs d'excentricité relative de balourd.

## V.2- Schéma de résolution numérique du problème dynamique non linéaire dans le cas d'une ligne d'arbre déséquilibrée montée sur des paliers lisses

L'organigramme de simulation basé sur l'approche numérique (1-D) est le suivant :





**Figure. V.1** : Organigramme de calcul pour l'analyse dynamique non linéaire d'un palier lisse.

### V.3 Validation du programme de calcul

Pour valider le programme de calcul développé pour l'étude du comportement dynamique non linéaire des paliers lisses, on a comparé la trajectoire du centre de l'arbre calculée par intégration numérique des équations de mouvement (Eqs VI.15) avec celle obtenue par M. Lahmar[28] qui a fait la simulation des résultats du travail de recherche de (Abdul-Wahed, 1982) dans le cas d'un palier lisse dont les données sont reportées dans le tableau V-1.

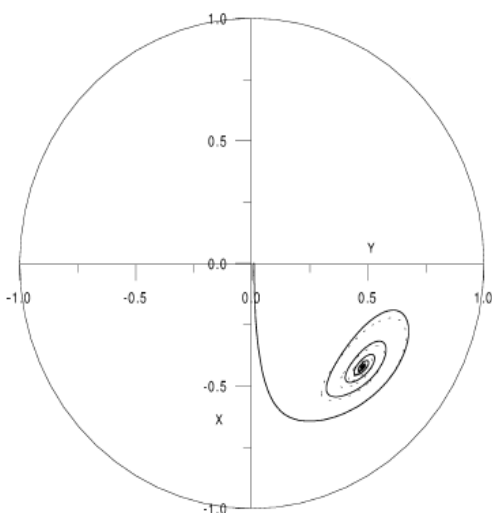
**Tableau V-1 : Caractéristiques du palier lisse**

Caractéristiques	Symbole	Unité	Valeur
<b>Caractéristiques géométriques</b>			
Diamètre du palier	$D=2R$	m	0.5
Longueur du demi-palier	$L$	m	0.32
Jeu radial du palier	$C$	m	$350 \times 10^{-6}$
<b>Propriétés physiques du lubrifiant</b>			
Caractéristique responsable des couples de contrainte	$\eta$	N.s	0.0 (Newtonien)
Viscosité dynamique	$\mu$	Pa.s	0.015
<b>Conditions de fonctionnement</b>			
Masse du rotor affectée au palier	$M$	kg	34000
Vitesses de rotation du rotor	$N$	rpm	3000
Excentricités du balourd	$e_b$	m	0 $70 \times 10^{-6}$ $280 \times 10^{-6}$

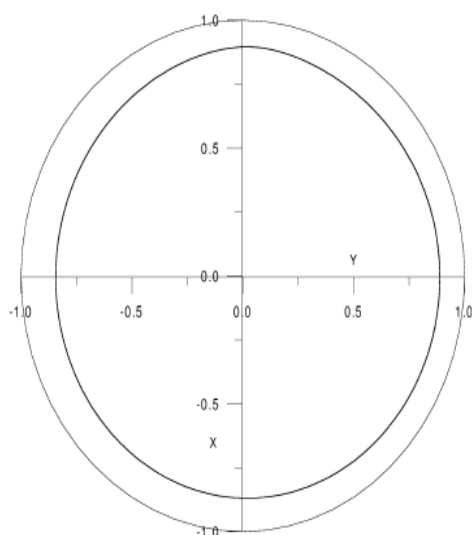
Ceci nous a permis de calculer les paramètres adimensionnés suivants :

- Rapport du rayon à la longueur du palier :  $\frac{R}{L} = 0.64$
- Excentricité relative du balourd :  $\varepsilon_b = \frac{e_b}{C} = 0$  ,  $\varepsilon_b = \frac{e_b}{C} = 0.2$  et  $\varepsilon_b = \frac{e_b}{C} = 0.8$
- Paramètre de couple des contraintes :  $\tilde{\ell} = \frac{\ell}{C} = 0.0$ .

La figure V-2 représente une comparaison des réponses théoriques calculées (Fig. V-2 (a)) et celles obtenues par M .Lahmer [28] (Fig. V-2 (b)) d'un palier lisse court à un balourd d'excentricité relative  $\varepsilon_b = 0$  et  $\varepsilon_b = 0.8$ . Les calculs sont effectués dans le cas d'un fluide newtonien. On observe une bonne concordance entre les résultats numérique et celle obtenues par M .Lahmer [28].



1-Cas d'un balourd nul  $\varepsilon_b = 0$



2-Cas d'un balourd  $\varepsilon_b = 0.8$

a) Trajectoires théoriques calculées.

b) Trajectoires théoriques obtenues par [28].

**Figure.V.2** Comparaison des trajectoires théoriques calculés d'un palier lisse dans le cas d'un fluide newtonien.

#### V.4 Etude paramétrique :

Pour l'étude de l'influence des paramètres tels que la vitesse de rotation de l'arbre, l'effet des paramètres de couple de contrainte sur le comportement dynamique non linéaire du palier ou impose les paramètres suivants (tableau V.2).

Ce palier comporte une rainure circonférentielle totale située dans sa section médiane.

**Tableau V-2 : Caractéristiques du palier lisse étudié**

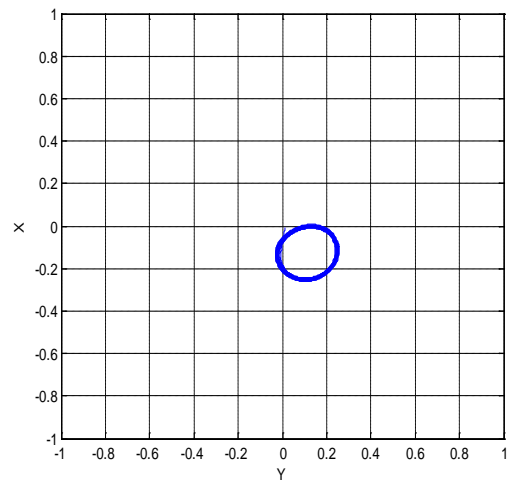
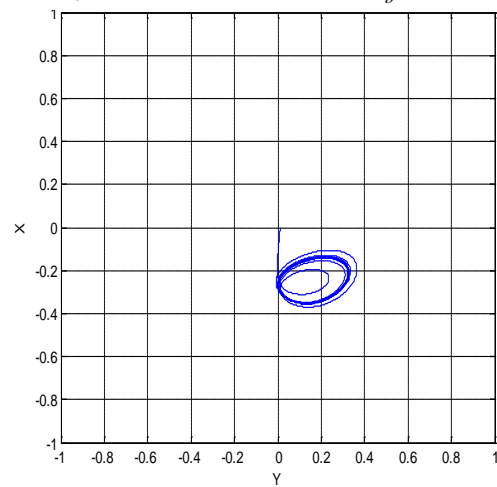
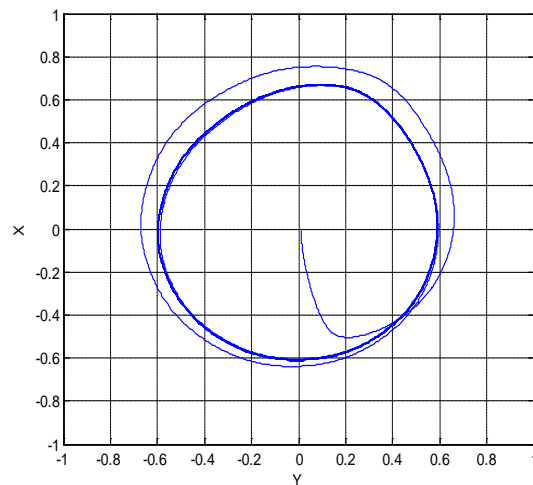
Caractéristiques	Symbole	Unité	Valeur
<b>Caractéristiques géométriques</b>			
Diamètre du palier	$D=2R$	m	0.5
Longueur du demi-palier	L	m	0.32
Jeu radial du palier	C	m	$35 \times 10^{-4}$
<b>Propriétés physiques du lubrifiant</b>			
Caractéristique responsable des couples de contrainte	$\eta$	N.s	0.0 (Newtonien) $0.741 \times 10^{-10}$ $2.94 \times 10^{-10}$
Viscosité dynamique	$\mu$	Pa.s	0.015
<b>Conditions de fonctionnement</b>			
Masse du rotor affectée au palier	M	kg	6800
Vitesses de rotation du rotor	N	rpm	3000.6000
Excentricités du balourd	$e_b$	m	0 $0.7 \times 10^{-4}$ $2.24 \times 10^{-4}$ $2.80 \times 10^{-4}$

#### V.4.1 Effet de la vitesse de rotation :

L'étude de l'influence de la vitesse de rotation pour différentes valeurs de l'excentricité du balourd sur le comportement dynamique non linéaire du palier est faite avec les conditions de fonctionnement suivantes:

- ◆ Palier soumis à une charge statique seule ( $\varepsilon_b = 0$ );
- ◆ Palier soumis à une charge statique avec balourd ( $\varepsilon_b = 0.2$  et  $\varepsilon_b = 0.8$ ).

Les résultats sont présentés pour deux valeurs de la vitesse de rotation de l'arbre  $N = 3000$  et  $6000$  rpm. Pour chaque cas, les calculs sont réalisés en utilisant les théories de la lubrification hydrodynamique d'un palier lisse par un fluide newtonien. Ils concernent les trajectoires décrites par le centre de l'arbre dans le palier et les variations de l'épaisseur minimale du film fluide au court du temps.

a) Cas d'un balourd nul  $\varepsilon_b = 0$ b) Cas d'un balourd  $\varepsilon_b = 0.2$ c) Cas d'un balourd  $\varepsilon_b = 0.8$ **B) N=6000 rpm**

**Figure V.3 :** Trajectoires du centre de l'arbre dans le palier pour différentes valeurs du balourd et différentes valeurs des vitesses.

De l'analyse des courbes obtenues dans la figure V.3, on retient les résultats suivantes :

1/ Pour un balourd nul (figure V.3.a) la trajectoire calculée du centre de l'arbre dans le palier pour une vitesse de  $N=3000$  rpm s'approche graduellement de la position d'équilibre statique.

Pour une vitesse de  $N=6000$  rpm celle-ci décrit une orbite ; ce qui n'est normale et la position d'équilibre statique est inexistante à cause de l'augmentation de la vitesse.

2/ Pour un balourd à faible excentricité  $\varepsilon_b = 0.2$  (figure V.3.b) le centre de l'arbre décrit une orbite qui se déplace autour de la position d'équilibre parce que la charge dynamique est inférieure que la charge statique

L'augmentation de la vitesse à  $6000$  rpm complique davantage la situation, il décrit une orbite très confuse ceci à notre point de vue augmente les vibrations.

3/ Avec un balourd de grande excentricité  $\varepsilon_b = 0.8$  (figure V.3.c) l'orbite circulaire décrite par le centre de l'arbre est proche du cercle de jeu pour les deux vitesses surtout pour  $N=6000$  rpm. Cette proximité du centre de l'arbre du cercle de jeu constitue un danger par la provocation d'un contact métal-métal entre les surfaces de l'arbre et le coussinet.

## b) Variation de l'épaisseur minimale du film lubrifiant

❖ *Palier soumis à une charge statique seule;*

Les figures V.4.a et V.4.b montrent les variations de l'épaisseur minimale du film d'huile en fonction du temps durant 33 révolutions de l'arbre pour  $N = 3000$  et  $6000$  rpm. Les courbes en représentent respectivement les résultats obtenus avec les théories d'écoulement laminaire tenant compte des solutions transitoires dues aux conditions initiales.

D'après ces figures, l'épaisseur minimale du film varie, en fonction du temps, de façon très différente notamment pour  $N = 6000$  rpm. Ou la valeur de l'épaisseur minimale du film pour  $N=3000$ rpm et  $N=6000$ rpm sont respectivement  $H_{min}=108.4\mu\text{m}$  et  $H_{min}=80.21\mu\text{m}$ .

❖ *Palier soumis à une charge statique avec balourd :*

### a) Cas d'un balourd $\varepsilon_b = 0.2$

### b) Cas d'un balourd $\varepsilon_b = 0.8$

**Figure V.5 :** Variation de l'épaisseur minimale du film en fonction du temps pour différentes valeurs des vitesses et différentes valeurs du balourd.

La figure V.5 représente les variations au cours du temps de l'épaisseur minimale du film dans le cas d'un balourd ( $\varepsilon_b = 0.2$  et  $\varepsilon_b = 0.8$ ).

La figure V.5.a montre que l'existence d'un faible balourd entraîne:

- Une diminution de l'épaisseur minimale du film;

La figure V.5. b montre que l'existence d'un grand balourd entraîne:

- Une grande diminution de la hauteur minimale du film; cette diminution est d'ordre de 45% pour  $N = 3000 \text{ rpm}$  et  $6000 \text{ rpm}$ ; Cet dernier donne de grandes variations sinusoïdales de l'épaisseur minimale du film dont les amplitudes crête-à-crête, au bout de 33 révolutions de l'arbre;

Il est à noter que les variations sinusoïdales de l'épaisseur minimale du film dans le cas du grand balourd proviennent du fait que la force dynamique due au balourd est plus importante que la charge statique appliquée au palier ou il y'a risque de contact métal entre les surfaces du coussinet et de l'arbre.

#### **V.4.2 Effet du paramètre de couple des contraintes sur les performances dynamique du palier lisse :**

Nous avons appliqué l'approche unidimensionnelle pour l'étude de l'effet du paramètre du couple de contrainte  $\tilde{\ell}$ .

L'étude de l'influence des effets non newtoniens du fluide lubrifiant sur le comportement dynamique d'un palier lisse pour différentes valeurs de l'excentricité du balourd sur le comportement dynamique non linéaire du palier a été effectuée pour les conditions de fonctionnement suivantes:

- ◆ Palier soumis à une charge statique seule ( $\varepsilon_b = 0$ );
- ◆ Palier soumis à une charge statique avec balourd ( $\varepsilon_b = 0.2, 0.32, 0.64$  et  $0.8$ ).

Les résultats sont présentés pour la vitesse de rotation de l'arbre  $N = 3000 \text{ rpm}$ .

Les calculs sont réalisés en utilisant la théorie de la lubrification hydrodynamique laminaire pour différentes valeurs du couple de contrainte.

Ces résultats concernent :

- ◆ Les trajectoires décrites par le centre de l'arbre dans le palier.
- ◆ Les variations de l'épaisseur minimale du film en fonction du temps;
- ◆ Les variations de déplacement selon  $x(t)$  et  $y(t)$  en fonction du temps.
- ◆ Les variations de la pression maximale.

#### A. Palier soumis à une charge statique seule ( $\varepsilon_b = 0$ )

La valeur de charge statique sur le demi-palier est  $W_0 = 1700 \text{ N}$  correspondant au quatre poids du rotor.

La figure V.6 représente une comparaison de la trajectoire du centre de l'arbre calculée pour différentes valeurs du paramètre de couple des contraintes pour un fluide newtonien  $\tilde{\ell} = 0$  figure V.3.a et pour un fluide non newtonien (présence des couples de contraintes dans le fluide lubrifiant  $\tilde{\ell} = 0.2$  et  $\tilde{\ell} = 0.4$ ) figure V.6.b et figure V.6.c. le chemin des centres de l'arbre approche graduellement vers la position d'équilibre statique dont les coordonnées sont rapportées au tableau V.2.

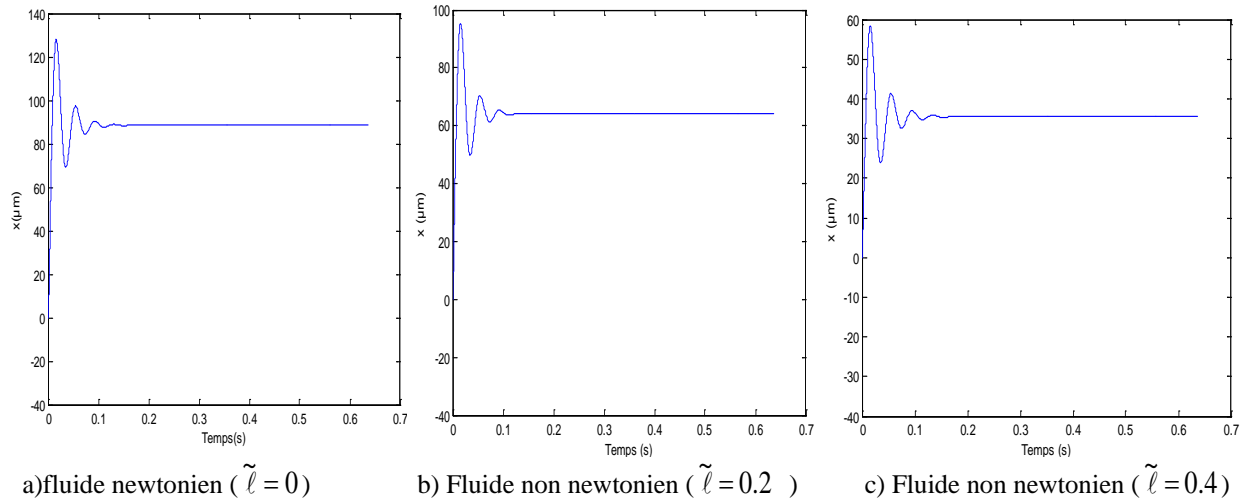
La présence des paramètres des couples de contraintes dans le fluide lubrifiant a des effets positifs vis-à-vis de la stabilité du palier. D'autre part, la présence des additifs de longues chaînes moléculaires permettent de réduire de façon significative la taille des trajectoires.

a) Fluide newtonien ( $\tilde{\ell} = 0$ )

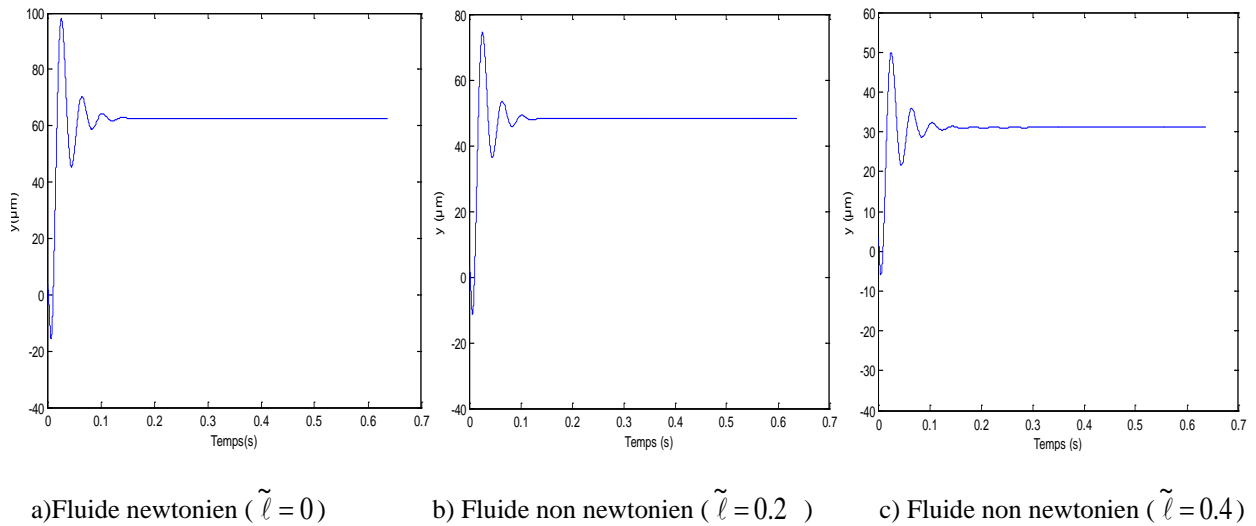
b) Fluide non newtonien ( $\tilde{\ell} = 0.2$ )

c) Fluide non newtonien ( $\tilde{\ell} = 0.4$ )

**Figure V.6 :** Trajectoires du centre de l'arbre pour différentes valeurs du paramètre de couple des contraintes ( $\varepsilon_b = 0.00$ ),  $N = 3000 \text{ rpm}$



**Figure V.7 :** Variations des déplacements  $x(t)$  du centre de l'arbre en fonction du temps pour différentes valeurs du paramètre de couple des contraintes ( $\epsilon_b=0.00$ ),  $N=3000$  rpm



**Figure V.8 :** Variations des déplacements  $y(t)$  du centre de l'arbre en fonction du temps pour différentes valeurs du paramètre de couple des contraintes ( $\epsilon_b=0.00$ ),  $N=3000$  rpm

Les figures V.7 et V.8 représentent les variations des composantes des déplacements ( $x(t)$  et  $y(t)$ ) au cours du temps pour différentes valeurs du paramètre de couple des contraintes.

les allures prennent des caractères instables sur l'intervalle  $[0-0.1]$  second au delà ces valeurs le comportement de déplacement selon  $x(t)$  et  $y(t)$  seront stables et prend des valeurs stables au voisinages des  $85\mu\text{m}$ ,  $65\mu\text{m}$  et  $45\mu\text{m}$  pour  $x(t)$  et  $65\mu\text{m}$ ,  $45\mu\text{m}$  et  $35\mu\text{m}$  pour  $y(t)$  correspond respectivement au  $\tilde{\ell} = 0$ ,  $\tilde{\ell} = 0.2$  et  $\tilde{\ell} = 0.4$ .

**Figure V.9 :** Variations de la pression maximale en fonction du temps pour différentes valeurs du paramètre de couple des contraintes ( $\epsilon_b=0.00$ )

La figureV.9 représente les variations de la pression maximale en fonction du temps pour différentes valeurs du paramètre de couple des contraintes.

Les allures prend des caractères instables sur l'intervalle [0-0.1] second au delà ces valeurs les comportements des pression maximale seront stables et prend des valeurs  $P_{max}=0.82$  MPa,  $P_{max}=0.81$  MPa et  $P_{max}=0.80$  MPa correspond respectivement au  $\tilde{\ell}=0$ ,  $\tilde{\ell}=0.2$  et  $\tilde{\ell}=0.4$ .

### **B. Palier soumis à une charge statique avec balourd**

Le balourd est caractérisé par la distance  $e_b$  entre le centre géométrique de l'arbre (cylindre parfait supposé indéformable) et son centre de masse.

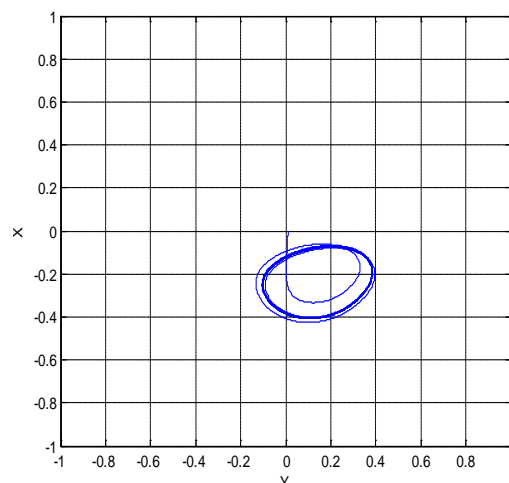
#### **B.1. Charge statique avec une petite masse déséquilibrée**

Le rapport  $\varepsilon_b$  d'excentricité déséquilibrée ( $\varepsilon_b = 0.20$  et  $0.32$ ) qui correspond à  $e_b = 70 \cdot 10^{-6} \text{m}$  et  $e_b = 111.9 \cdot 10^{-6} \text{m}$ , produit d'une charge dynamique déséquilibrée  $F_d = M \varepsilon_b \omega^2 = 234897 \text{ N}$  et  $F_d = 375499 \text{ N}$ .

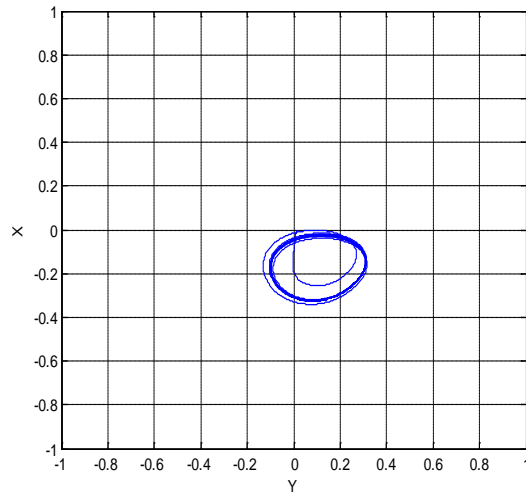
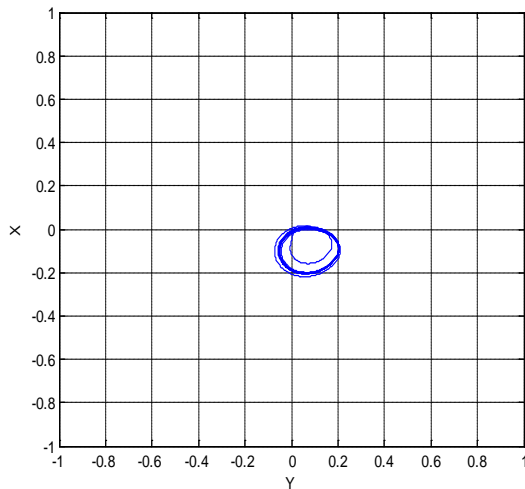
Les trajectoires du centre de l'arbre sont données sur la figure V.10 avec et sans paramètres du couple de contraintes (fluide newtonien).

Puisque la charge dynamique est inférieure que la charge statique ou presque égale, le centre de l'arbre se déplace autour de la position d'équilibre statique.

L'orbite a une forme elliptique pour les différentes valeurs du paramètre de couple des contraintes ( $\tilde{\ell}=0$ ,  $\tilde{\ell}=0.2$  et  $\tilde{\ell}=0.4$ ). Rentrant pour rendre compte les effets des paramètres du couple de contrainte, la taille des orbites se réduit parce la présence des paramètres du couple de contraintes à des effets positifs pour la stabilité du palier.



1. Fluide newtonien ( $\tilde{\ell}=0$ )

2. Fluide non newtonien ( $\tilde{l}=0.2$ )3. Fluide non newtonien ( $\tilde{l}=0.4$ )a) Cas d'un balourd  $\varepsilon_b = 0.2$ b) Cas d'un balourd  $\varepsilon_b = 0.32$ 

**Figure V.10 :** Trajectoires du centre de l'arbre pour différentes valeurs du paramètre de couple des contraintes dans le cas des faibles balourds,  $N=3000$  rpm

### B.2 Charge statique avec la grande masse déséquilibré :

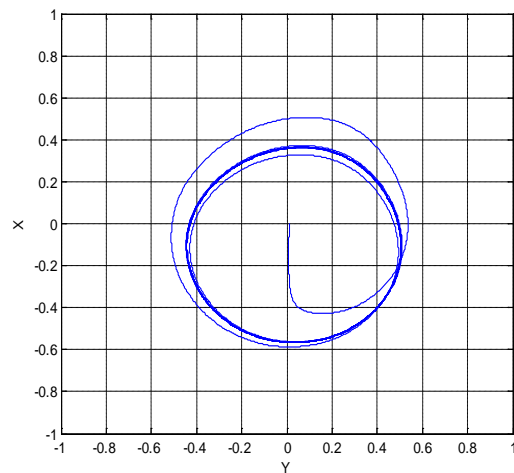
Le rapport de l'excentricité relative est grand  $\varepsilon_b = 0.8$  et  $\varepsilon_b = 0.64$  qui correspondre au  $e_b = 2.24 \cdot 10^{-4}$  et  $e_b = 2.80 \cdot 10^{-4}$  m. produit d'une charge dynamique  $F_d = 939586$  N et  $F_d = 751668.8$  N cette valeur est plus grand que la charge statique.

Les trajectoires du centre de l'arbre avec et sans paramètres des couples de contraintes sont tracées respectivement sur les figure V.11.a et V.11.b ; l'arbre à une amplitude très grande de mouvement circulaire et le comportement dynamique non linéaire apparaît clairement. C'est dû au fait que la charge dynamique est très importante comparée à la statique.

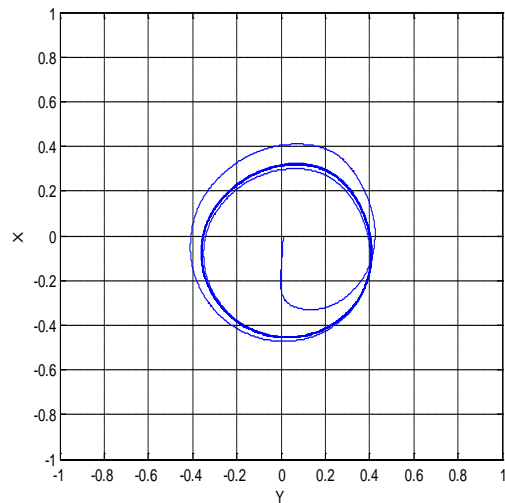
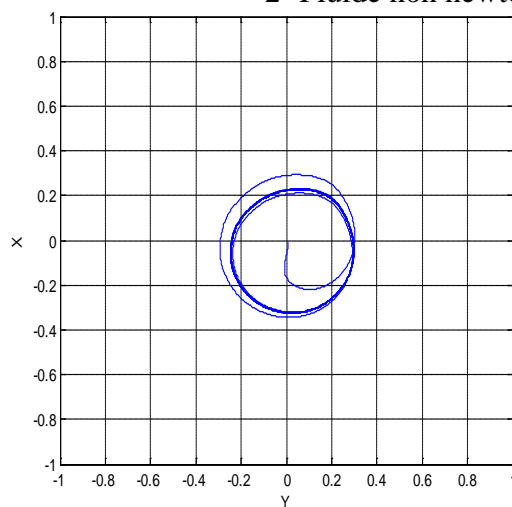
Il convient noter que l'orbite circulaire décrite par le centre de l'arbre proche du cercle de jeu.

Le rapprochement du centre de l'arbre du cercle de jeu constitue un danger car il pourrait provoquer un contact métal-métal entre les surfaces de l'arbre et du coussinet.

La présence des paramètres des couples de contraintes dans le fluide lubrifiant à des effets positifs vis-à-vis de la stabilité du palier. D'autre part, la présence des additifs de longues chaînes moléculaires permettent de réduire de façon significative la taille des orbites.



1- Fluide newtonien  $\tilde{\ell} = 0$

2- Fluide non newtonien ( $\tilde{\ell}=0.2$ )3- Fluide non newtonien ( $\tilde{\ell}=0.4$ )a) Cas d'un balourd  $\varepsilon_b = 0.64$ b) Cas d'un balourd  $\varepsilon_b = 0.8$ 

**Figure V.11** : Trajectoires du centre de l'arbre pour différentes valeurs du paramètre de couple des contraintes dans le cas des grands balourds,  $N=3000$  rpm

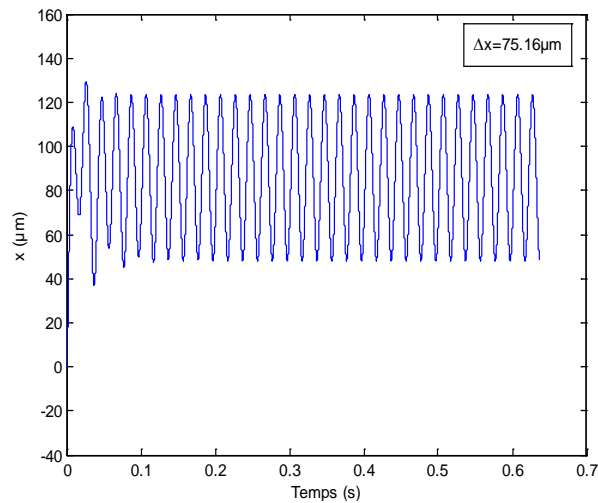
### C. Variation de déplacement au cours du temps :

Les variations au cours du temps du déplacement selon  $x(t)$  et  $y(t)$  sont représentés par les figures V.12 et V.13.

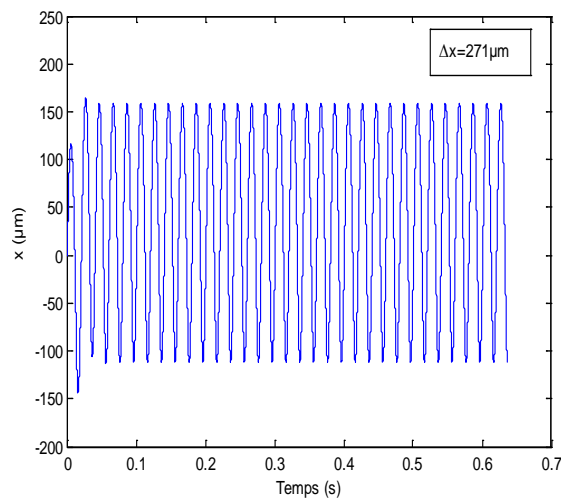
Les figures V.12.a et V.13.a représentent les amplitudes de vibration crête-crête calculées au cours 33 révolutions de l'arbre pour des faibles balourds ( $\varepsilon_b = 0.2$ ), en régime transitoire et pour différentes valeurs du couple de contrainte ( $\tilde{\ell} = 0$ ,  $\tilde{\ell} = 0.2$  et  $\tilde{\ell} = 0.4$ ) sont respectivement ( $\Delta x = 75.46 \mu\text{m}$  et  $\Delta y = 113.24 \mu\text{m}$ ) pour fluide newtonien, ( $\Delta x = 64.21 \mu\text{m}$  et  $\Delta y = 91.99 \mu\text{m}$ ) et ( $\Delta x = 46.93 \mu\text{m}$  et  $\Delta y = 95.11 \mu\text{m}$ ).

En remarque que le mouvement vibratoire est faible parce que la charge dynamique est plus faible que la charge statique.

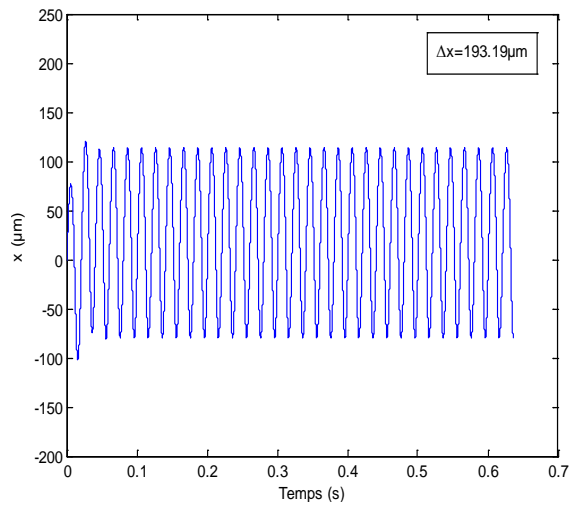
Par contre pour des grands balourds ( $\varepsilon_b = 0.8$ ) les amplitudes de vibrations crête-crête calculées ( $\Delta x = 325.5 \mu\text{m}$  et  $\Delta y = 323.3 \mu\text{m}$ ) pour fluide newtonien qui sont très proches du jeu radiale  $C = 350 \mu\text{m}$  du palier, ( $\Delta x = 271 \mu\text{m}$  et  $\Delta y = 276.38 \mu\text{m}$ ) et ( $\Delta x = 193.19 \mu\text{m}$  et  $\Delta y = 268.3 \mu\text{m}$ ) correspond aux valeurs du couple de contrainte ( $\tilde{\ell} = 0.2$  et  $\tilde{\ell} = 0.4$ ) qui sont représentés sur les figures V.12.b et V.13.b. en remarque que le mouvement vibratoire est grand parce que la charge statique est plus faible que la charge dynamique. Dans ces conditions, le comportement dynamique du palier apparaît clairement.



1-Fluide newtonien  $\tilde{\ell} = 0$



2- Fluide non newtonien ( $\tilde{\ell} = 0.2$ )

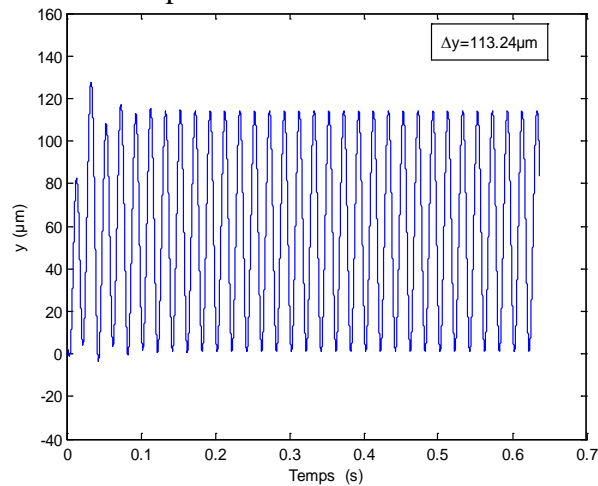


3- Fluide non newtonien ( $\tilde{\ell} = 0.4$ )

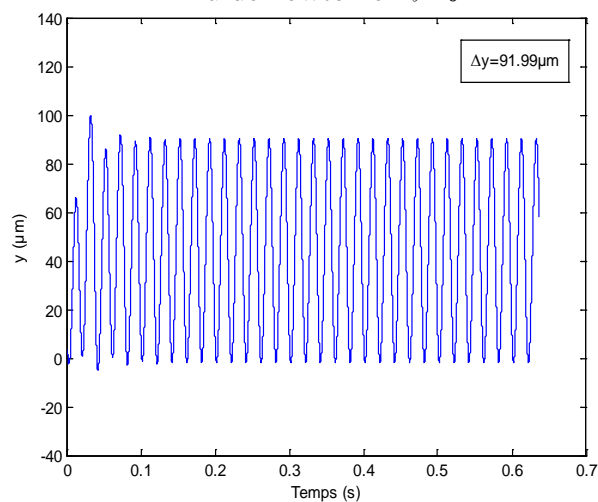
a) Cas d'un balourd  $\varepsilon_b = 0.2$

b) Cas d'un balourd  $\varepsilon_b = 0.8$

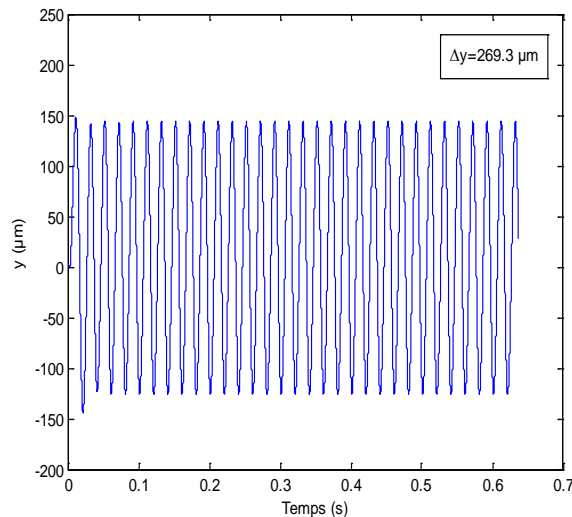
**Figure V.12** : Variations des déplacements  $x(t)$  du centre de l'arbre en fonction du temps pour différentes valeurs du paramètre de couple des contraintes et différentes valeurs du balourd.  $N=3000$



1- Fluide newtonien  $\tilde{\ell} = 0$



2- Fluide non newtonien ( $\tilde{\ell} = 0.2$ )



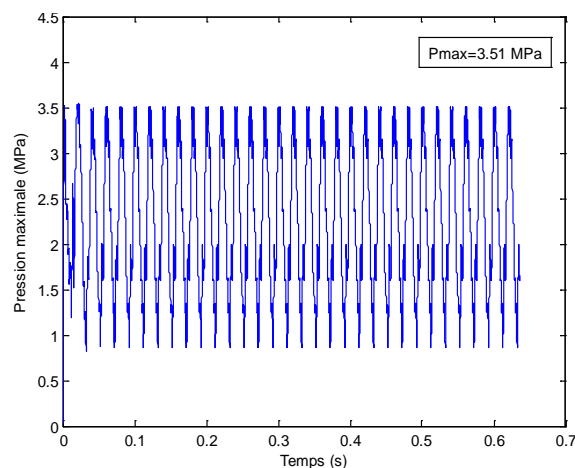
3- Fluide non newtonien ( $\tilde{\ell} = 0.4$ )

a) Cas d'un balourd  $\varepsilon_b = 0.2$

b) Cas d'un balourd  $\varepsilon_b = 0.8$

**Figure V.13** : Variations des déplacements  $y(t)$  du centre de l'arbre en fonction du temps pour différentes valeurs du paramètre de couple des contraintes et différentes valeurs du balourd,  $N=3000$  rpm

*D. Variation de la pression maximale au cours du temps :*



**Figure V.14** : Evolution du pic de pression en fonction du temps pour différentes valeurs du paramètre de couple des contraintes,  $N=3000$  rpm

La figure V.14 montre les variations axiales de la pression maximale du fluide en fonction du temps.

L'existence d'un faible balourd ( $\varepsilon_b = 0.2$ ) entraîne une faible augmentation de la pression maximale du fluide représentée par de faibles amplitudes avec et sans paramètres des couples de contraintes ( $\tilde{\ell} = 0$ ,  $\tilde{\ell} = 0.2$  et  $\tilde{\ell} = 0.4$ ). La présence de ces derniers entraîne une diminution de la pression maximale selon la direction axiale figure V.14 .a qui correspond respectivement ( $P_{\max} = 1.35$  MPa,  $P_{\max} = 1.33$  MPa et  $P_{\max} = 1.32$  MPa).

Une grande variations de la pression maximale du fluide au cours du temps et différentes valeurs du couple de contraintes pour des grands balourds ( $\varepsilon_b = 0.8$ ) figure V.14 .b ( $P_{\max} = 3.51$  MPa,  $P_{\max} = 3.48$  MPa et  $P_{\max} = 3.36$  MPa).

## V.5 Conclusion

Après validation de programme de calcul développé, nous avons étudié, l'influence de quelques paramètres tels que la vitesse de rotation de l'arbre, l'effet des paramètres des couple de contraintes sur :

- ◆ La trajectoire du centre de l'arbre dans le palier ;
- ◆ La hauteur minimale du film lubrifiant au cours du temps ;
- ◆ La pression maximale axiale dans le film au cours du temps;
- ◆ Les composantes du déplacements au cours du temps;

Les calculs ont été effectués pour des différentes valeurs de l'excentricité relative du balourd, différentes valeurs des vitesses et pour différentes valeurs des paramètres des couples de contraintes. Cette étude a montré que:

- Pour les paliers fonctionnant à grande vitesse, la théorie laminaire ne doit être utilisée pour étudier le comportement dynamique d'une ligne d'arbre il faut utilisé la théorie turbulent (**ANNEXE B**) ;

La présence d'une rainure circonférentielle réduit de façon importante la hauteur,

Par comparaison aux fluides newtoniens les fluides polaires ou à couple de contrainte permettent :

- Une trajectoire plus stable.
- Une augmentation de l'épaisseur minimale du film ;
- Une réduction du pic de pression ;
- Une atténuation importante des amplitudes des vibrations même pour les grandes excentricités de balourd.



## CONCLUSION GENERALE

L'étude de l'effet dynamique d'un palier lisse par analyse vibratoire nécessite une bonne connaissance du rôle de ce type de palier.

Il existe deux types d'approches : linéaire et non linéaire. En effet, lorsque ces paliers sont soumis à de fortes charges dynamiques ou lorsqu'ils fonctionnent hors de leurs zones de stabilité, l'approche linéaire s'avère très insuffisante. Une approche non linéaire doit alors être envisagée. Cette approche, basée sur la résolution des équations de mouvement du rotor couplées aux équations de la lubrification hydrodynamique écrites pour un palier lisse, permet d'effectuer une étude numérique pas à pas de l'évolution des différents paramètres au cours du temps tels que l'épaisseur minimale du film, le pic de pression, les déplacements du centre de l'arbre dans le palier,... etc.

Dans ce travail, on s'intéresse plus particulièrement à l'étude de l'influence de vitesse et des effets non newtoniens dus à la présence des différents additifs dans le fluide lubrifiant sur les performances d'un palier lisse dont le comportement dynamique est non linéaire. Ce travail comporte deux parties. La première partie concerne le développement de techniques de résolution de l'équation de base de la lubrification hydrodynamique et les équations de mouvement du rotor qui sont :

- La méthode du palier court optimisée pour la résolution de l'équation hydrodynamique (partie fluide);
- La méthode explicite d'Euler pour la résolution des équations de mouvement du rotor (partie structure).

La deuxième partie de ce travail est consacrée au développement d'un programme de calcul pour l'étude de l'influence des vitesses et des effets non newtoniens des lubrifiants additivés sur les performances d'un palier lisse tels que : l'épaisseur minimale du film, la pression maximale dans le fluide, les déplacements du centre de l'arbre dans le palier.

Les résultats obtenus par notre étude ont permis de faire les conclusions suivantes :

- ◆ Pour les paliers fonctionnant à grande vitesse, la théorie laminaire ne doit être utilisée pour étudier le comportement dynamique d'une ligne d'arbre il faut utilisé la théorie turbulent
- ◆ La présence d'une rainure circonférentielle réduit de façon importante la hauteur,
- ◆ Le comportement dynamique d'un palier est non linéaire surtout pour des grandes

vitesses et lorsqu'il s'agit de balourds de grandes excentricités.

◆ La théorie non linéaire basée sur la résolution des équations de mouvements du rotor est plus appropriée pour l'étude du comportement des paliers lisses.

D'autre part, la prise en considération des couples de contrainte dans le fluide lubrifiant permet :

◆ D'augmenter l'épaisseur minimale du film et de réduire ainsi la pression maximale ;  
◆ D'atténuer fortement les amplitudes de vibrations dues à la présence d'un balourd ;  
◆ De réduire la taille des orbites stationnaires et d'assurer ainsi une grande sécurité de fonctionnement du palier lisse;

◆ D'améliorer la portance hydrodynamique du palier lisse par l'augmentation des pressions dans le fluide lubrifiant dans le cas d'une position et d'une vitesse imposée.

Ces effets sont d'autant plus importants que la longueur de la chaîne moléculaire des polymères (additifs ou dopes) rajoutés à la base du lubrifiant afin d'améliorer ses performances.

Les prolongements possibles de cette étude pouvant être envisagés sont :

- La prise en considération de la température du fluide ;
  - La prise en considération de la viscosité du fluide ;
  - La prise en considération de la flexibilité de la ligne d'arbre ;
  - La prise en compte des forces d'inertie du fluide dans le cas de rotors tournant à des vitesses très élevées.
- De faire des expériences sur site.

## REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] H.YELLE, Cours3, Tribologie Transmission de puissance École Polytechnique de Montréal.2005
- [2] KABOUYA ATIKA, Mémoire de Magistère, Etude de la lubrification hydrodynamique des paliers lisses : Influence de la rhéologie des huiles lubrifiantes, 2005
- [3] HUGUES RENONDEAU, thèse doctorat, Evolution des propriétés tribologiques et physico-chimiques d'une graisse polyurée dans un roulement a billes de roue.2004
- [4] H. YELLE, Cours 3, lubrifiants et paliers lisses École Polytechnique de Montréal.2005
- [5] DE JEAN-LOUIS LIGIER, Lubrification des paliers moteurs, 1997
- [6] MAHDI DJAMAI, Mémoire d'ingénieur d'état en électromécanique, Étude du Comportement Statique des Paliers Lisses Lubrifiés par des Fluides à Rhéologie Complexe, 2004
- [7]A. Z. SZERI, Tribology: Friction, Lubrication and Wear, Hemisphere Publishing Corporation, Mc Graw-Hill Book Company, 1979.
- [8] LINDA CIZAIRE, thèse doctorat, Lubrification limite par les nanoparticules, 2003
- [9] NOUAR AHCENE, Mémoire de Magistère analyse des contraintes et des deformations des tubes et secteurs cylindriques :application a la resolution des problemes d'interaction fluide-structure dans les paliers hydrodynamiques,2005
- [10] BOUCHERIT HAMID, Mémoire de Magistère, Comportement dynamique des paliers fluides de machines tournantes :Analyses linéaire et non linéaire, 2002.
- [11] O.BONNEAU,A.KASSAI,J.FRÉNE,J.DER HAGOPIAN,Dynamical behaviour of an elastic rotor with squeeze film damper, Eurotrib, Helsinki(Finland),1989
- [12] M. Lahmar - H. Boucherit, Étude comparative du comportement dynamique non lineaire d'un palier amortisseur et d'un palier fluide, 2006.p.12
- [13]B.L.NEWKRIK, GROBEL.L.P Oil-film whirl-A nonwhirling bearing, ans.Am.Soc.Mech.Engrs,59,6047,193
- [14]D.R. GARNER : "The use of design procedures for plain bearings", Leeds Conference, September1980.
- [15] ABDUL WAHED, M.T. PASCAL, J. FRENE : "Stabilité et réponse à un balourd des grands paliers deturbines", Journée du GAMI, 12 janvier 1982, Mécanique Matériaux Electricité, n° 386-387, p. 132,1982

- [16] J. BOZET : "L'alimentation en fluide sous pression des paliers lisses dans le cas de la rainure circonférentielle", rev. Univers. Mines Belg., tome 113, n°2, p. 82-92, 1970.
- [17] Revue des Techniques de l'Ingénieur, traité Génie mécanique, "Butées et Paliers hydrodynamiques" par J. FRENE, référence B5 320, pp.1 à 33.
- [18] Théorie du réacteur et notions scientifiques fondamentales – Équipement mécanique Groupe de formation technique 2003.
- [19] <http://www.cyber.uhp-nancy.fr/demos/MAIN-007>.
- [20] Symposium International : Qualité et Maintenance au Service de l'Entreprise QUALIMA01 - Tlemcen 2004.
- [21] FRENE J., NICOLAS D., DEGUEURCE B., BERTHE D., GODET M. "Lubrification hydrodynamique : paliers et butées", Collection de la Direction des Etudes et Recherches d'Electricité de France, n°72,EYROLLES 1990.
- [22] J. FRENE, D. NICOLAS, Lubrification hydrodynamique, cours de DEA, laboratoire de mécanique des solides, université de Poitiers, 1986
- [23] V. N. CONSTANTINESCU, AL. NICA, M. D. PASCOVICI, G. CEPTUREANU, S. NEDELICU, Sliding bearings, Allerton Press Inc., 1985
- [24].V. K. STOKES, Couple stresses in fluids, the physics of fluids, Volume 9, Number9, sep. 1966.
- [25] KANE.MALAL, thèse doctorat ,Contribution à l'étude de l'influence de la rugosité et des effets non\_Newtoniens dans les contacts sévères lubrifiés,2003.
- [26]GÜMBEL L. Vergleich der Ergebnisse der rechnerischen Behandlung des lagerschmierungsproblem mit neuen Versuchsergebnissen, Monatsblätter d. Berlin, Bezirk V.D.I., 125-8, Sept. 1921. ]
- [27]. SWIFT H. W. The stability of lubricating films in journal bearings. Proc. Inst. Civil Eng. 223, Pt 1, pp. 267-322, 1818]
- [28]. D. NICOLAS, Paliers hydrodynamiques soumis à un torseur de forces quelconques, Thèse de doctorat, INSA - Lyon, 1972.
- [29] LAHMAR M., HADDAD A., D. NICOLAS, An optimised short bearing theory for nonlinear dynamic analysis of turbulent journal bearings, European Journal of Mechanics ASolids, Volume 19, N° 1, 2000, 151-177

[30] V.N.CONSTANTINESCU ,C.H.T PAN ,A.J.SMALLEY,J.H.VOHR,lubrication phenomena in a film of low kinematic viscosity,Revue Romaine Sc.Tech.Mech,Appl.,Vol.15,n°2 ,pp 479-501 ,1970.

[31] C.W.NG, H.T.PAN; A linearized turbulent lubrication theory, ASME, Journal of basic ENG., Vol.87, N°3 Sept.1965, pp.675-688.

## Annexe A

### ❖ Equation géométrique du film pou un palier mésaligné :

Si le torseur des forces extérieures se réduit en  $C_0$  à une résultante  $\vec{W}$  située dans le plan de la section médiane du coussinet et à un moment dont la projection  $\vec{M}$  sur le plan de la section médiane du coussinet est non nulle, le palier est dit mésaligné et les axes du coussinet et de l'arbre ne sont plus parallèles (figure IV.4). L'excentricité  $e$  ainsi que l'angle de calage  $\phi$  sont fonctions de la coordonnée axiale  $z$ . Dans ces conditions, l'épaisseur du film d'huile est calculée par [28]:

$$h(\theta, z) = C \left( 1 + \varepsilon \cos \theta + \delta \frac{z}{L} \cos(\theta - \beta) \right) \quad (\text{III.9})$$

avec

$$\delta = \frac{d}{C}$$

Où  $\delta$  est le mésalignement relatif,  $\beta$  l'angle de mésalignement,  $\varepsilon$  l'excentricité relative,  $L$  la longueur du palier et  $d$  l'amplitude de mésalignement caractérisée par le module de la projection de l'axe  $C_1C_2$  de l'arbre sur la section médiane (dans les calculs on utilise souvent  $\delta$ ). Le domaine de variation de ces paramètres est :

$$0 < \varepsilon < 1$$

$$0 \leq \delta \leq \delta_m$$

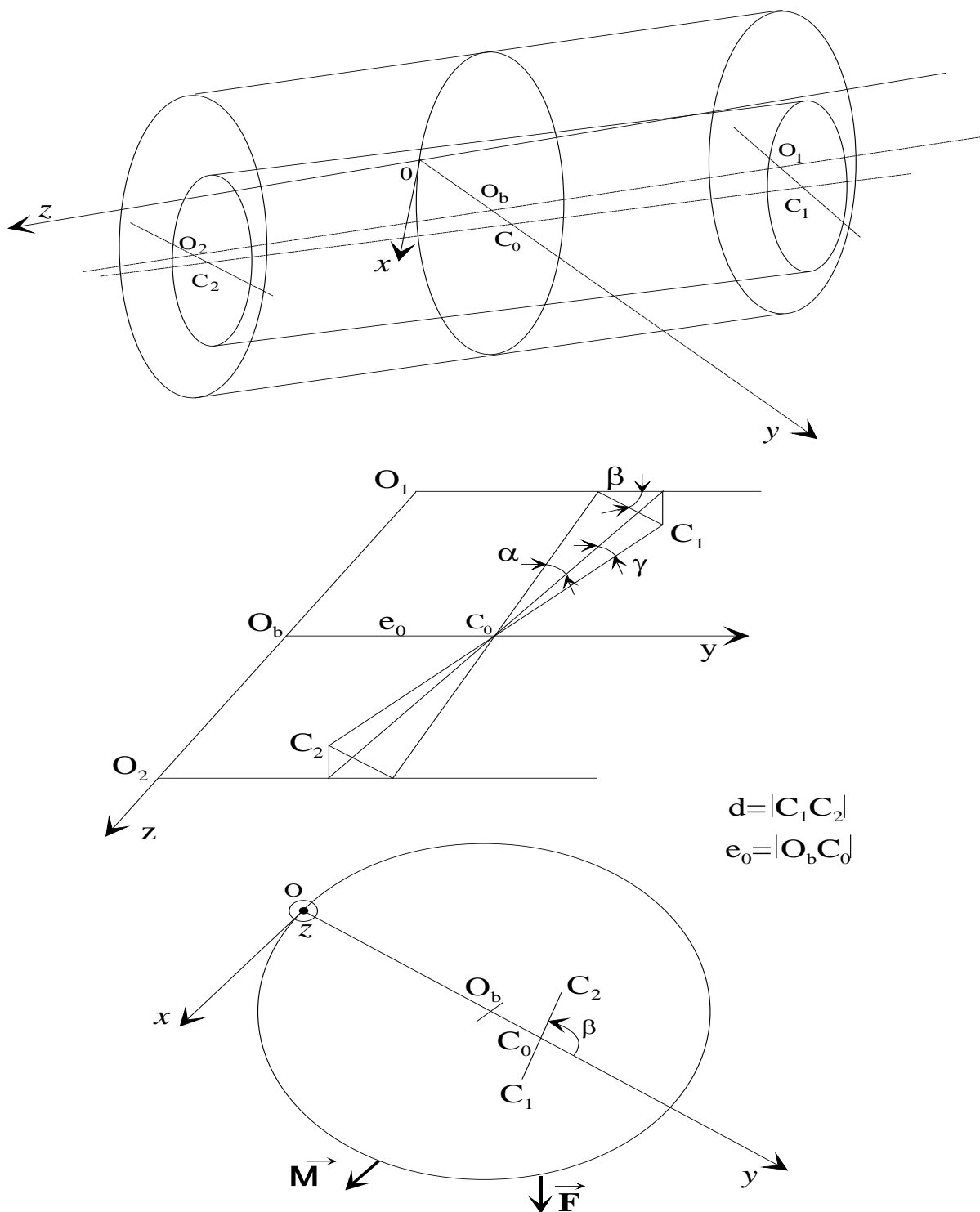
$$-180^\circ \leq \beta \leq 180^\circ$$

$\delta_m$  représente la valeur maximale que peut prendre  $\delta$  pour une excentricité et un angle de mésalignement fixés dont l'expression est :

$$\delta_m = 2 \left( \sqrt{1 + \varepsilon^2 \sin^2 \beta} - \varepsilon |\cos \beta| \right) \quad (\text{III.10})$$

$\delta_m$  est toujours compris entre 0 et 2.

La symétrie du palier par rapport au plan défini par la section médiane permet de réduire l'intervalle de variation de  $\beta$  à  $\pm 90^\circ$ .



*Figure. III.5. Palier mésaligné.*

## Annexe B

### ❖ Equation de Reynolds dans le cas d'un palier lisse pour un fluide newtonien

#### ✚ Théorie non laminaire

Lorsque le nombre de Reynolds local  $l R$  devient supérieur au nombre de Reynolds critique  $R_c$ , les forces d'inertie ne sont alors plus négligeables, on est donc en régime d'écoulement non laminaire. Précisons qu'entre le régime laminaire et turbulent, il existe un régime de transition caractérisé par l'apparition des tourbillons de Taylor. Pour ce type de régime, il n'existe pas de théorie complète, il est donc nécessaire de déterminer expérimentalement les caractéristiques d'un palier fonctionnant en ce régime. Constantinescu, Ng et Pan [30,31] ont proposé une modification de l'équation de Reynolds, basée sur des méthodes empiriques, qui permet de déterminer avec une bonne précision les caractéristiques d'un palier fonctionnant en régime turbulent.

Dans le cas d'un palier lisse, Constantinescu propose l'équation :

$$\frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left[ \frac{h^3}{\mu k_x} \frac{\partial p}{\partial \theta} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{h^3}{\mu k_z} \frac{\partial p}{\partial z} \right) = \frac{\omega}{2} \frac{\partial h}{\partial \theta} + \frac{\partial h}{\partial t} \quad (\text{III.3})$$

où :  $k_x$  et  $k_z$  sont deux coefficients qui dépendent du nombre de Reynolds local  $R_l$  de l'écoulement et sont définis par :

$$\begin{aligned} k_x &= 12 + 0.0316(R_l)^{0.90} \\ k_z &= 12 + 0.0043(R_l)^{0.96} \end{aligned} \quad (\text{III.4})$$

avec

$$R_l = \frac{\rho \omega R h}{\mu}$$

Les expressions (III.4) peuvent s'écrire aussi :

$$\begin{aligned} k_x &= 12 + 0.0316(R_m \tilde{h})^{0.90} \\ k_z &= 12 + 0.0043(R_m \tilde{h})^{0.96} \end{aligned} \quad (\text{III.5})$$

Avec

$$\tilde{h} = \frac{h}{C} \quad \text{et} \quad R_m = \frac{\rho \omega R C}{\mu} \quad \text{qui est le nombre de Reynolds moyen.}$$

Dans les calculs numériques, ces expressions peuvent être utilisées jusqu'à des nombres de Reynolds de l'ordre de 50000.

En régime laminaire :  $k_x = k_z = 12$

