

وزارة التعليم العالي و البحث العلمي

BADJI MOKHTAR-ANNABA- UNIVERSITY  
UNIVERSITE BADJI MOKHTAR-ANNABA-

جامعة باجي مختار- عنابة-

Faculté : SCIENCES DE L'INGENIEUR  
Département : ELECTROMECHANIQUE

## MEMOIRE

Présenté en vue de l'obtention du diplôme de **MAGISTER** en  
électromécanique

Option : **OPTIMISATION DU TRANSPORT DE L'ENERGIE  
ELECTRIQUE**

# CONTRIBUTION A L'ANALYSE DES METHODES DE REPARTITION OPTIMALE DES PUISSANCES DANS UN RESEAU DE TRANSPORT D'ENERGIE

Présenté par :

**ZEHANI RIM**

DIRECTEUR DU MEMOIRE : R .DIABI

M.C Université d'Annaba

MEMBRES DU JURY :

PRESIDENT : A.YOUSFI

M.C Université d'Annaba

EXAMINATEUR :

S.BOURAS

M.C Université d'Annaba

A.BELHAMRA

M.C Université d'Annaba

A.L .HADJEJ

M.C Université d'Annaba

# REMERCIEMENTS

Il m'est agréable d'adresser mes plus vifs remerciements et ma grande reconnaissance pour l'aide et les judicieux conseils que m'a si gentiment prodigués mon encadreur et directeur de mémoire Monsieur **RABAH DIABI**, Maître de conférence à l'université d'Annaba tout au long de mon travail en son aimable compagnie.

Je tiens à remercier Monsieur **ALI YOUSFI**, Maître de conférence à l'université d'ANNABA pour avoir présidé mon jury

J'exprime toute ma reconnaissance à Monsieur **SLIMAN BOURAS**, Maître de conférence à l'université d'Annaba pour avoir accepté d'être examinateur de mon travail.

J'exprime aussi mes sincères remerciements à Monsieur **ALI BELHAMRA**, Maître de conférence à l'université d'Annaba pour l'intérêt qu'il a manifesté pour ce travail en acceptant de faire partie de mon jury et d'examiner ce mémoire.

J'exprime également ma profonde reconnaissance et mes sincères remerciements à Monsieur **AOUL LIES HADJEJ**, Maître de conférence à l'université d'Annaba, Pour avoir également accepté d'être examinateur de mon travail.

A tous ceux qui m'ont aidé de près ou de loin à l'élaboration de cette étude, qu'ils trouvent l'expression de ma gratitude la plus sincère.

# *Dedicace*

Aux souvenirs de nos défunts Père et grands parents

Je dédie ce modeste travail, à ma Mère qui grâce a son amour m'a protégée, guidée, soutenue, conseillée toute au long de mes études, sans oublier mon frère *SAMIR* et les deux sœurs *NADJLA* et *AMINA*.

A tous mes amis (ies).

*R. ZEHANI*

	<b>Page</b>
<b>SOMMAIRE.....</b>	<b>4</b>
<b>INTRODUCTION GENERALE.....</b>	<b>6</b>
<b>CHAPITRE 1 : MODELISATION DES RESEAUX ELECTRIQUES.....</b>	<b>8</b>
I-1- Introduction.....	9
I-2- Equation du réseau électrique en régime permanent.....	9
I-3- Détermination de la matrice admittance.....	10
I-3-1- Expression des courant.....	11
I-3-2- Expression de la puissance apparente.....	12
<b>CHAPITRE II : ANALYSE NUMERIQUE.....</b>	<b>14</b>
II-1- Introduction.....	15
II-2- Méthode de Newton-Raphson.....	15
II-3- Méthode de Gauss-Seidel.....	18
<b>CHAPITRE III: LOAD FLOW.....</b>	<b>20</b>
III-1- Introduction.....	21
III-2- Application de la méthode de Newton-Raphson.....	21
III-2-1- Élément de la matrice des Jacobien (J1, J2, J3, J4).....	22
III-2-2- Test de convergence la méthode de Newton-Raphson.....	25
III-2-3- Méthode en coordonnées polaires.....	25
III-3- Application de la méthode de Gauss- Seidel.....	28
III-3-1- Principe.....	28
III-3-2- Convergence de la méthode.....	29
III-3-3- Test d'arrêt.....	29
III-3-4- Application.....	29
III-3-5- Contrôle de la tension au nœuds de production.....	31
III-3-6- Expressions des puissances transitées entre les nœuds p et q.....	32
III-3-7- Algorithme de résolution et organigramme.....	34
<b>CHAPITRE IV : REPARTITION OPTIMALE DES PUISSANCES.....</b>	<b>39</b>
IV-1- Méthode des fonctions implicites.....	40
IV-1-1- Introduction.....	40
IV-1-2- Méthode d'optimisation.....	42
IV-1-3- Puissances actives générées par l'ensemble des unités de production.....	43
IV-1-4- Puissances réactives générées par l'ensemble des unités de production.....	46
IV-1-5- Pertes active et réactive.....	48
A. Expression des pertes en fonction des courants.....	48
B. Expression des pertes en fonction des puissances.....	49
IV-1-6- Les dérivées partielles des pertes de puissances.....	51
IV-1-7- Calcul des puissances réactives générées.....	52
IV-1-8- Algorithme d'optimisation.....	54
IV-1-9- Organigramme d'optimisation.....	57

IV-2- Méthode de Lagrange.....	59
IV-2-1- Introduction.....	59
IV-2-2- Sources de génération et d'absorption d'énergie réactive et bilan de la puissance réactive.....	59
IV-2-2-1- Groupes de production ( générateurs ).....	59
IV-2-2-2- Lignes.....	60
IV-2-2-3- Condensateurs.....	60
IV-2-2-4- Inductances.....	60
IV-2-2-5- Compensateurs.....	61
IV-2-2-6- Bilan de la puissance réactive.....	61
IV-2-3- Transit de l'énergie réactive.....	61
IV-2-4- Effet de l'énergie réactive.....	63
IV-2-5- Modèle mathématique.....	64
IV-2-6- Expression des pertes active PL et réactive QL.....	66
IV-2-7- Optimisation des puissances réactives.....	70
IV-2-8- Algorithme et organigramme de résolution.....	71
IV-3- Méthode des coûts marginaux .....	75
IV-3-1- Introduction.....	75
IV-3-2- Modèle mathématique.....	75
IV-3-3- Expression des pertes actives PL.....	78
IV-3-4- Expression des pertes incrémentales de transmission (ITL)...	82
IV-3-5- La résolution de la répartition optimale des puissances actives (Algorithme et organigramme).....	83
<b>CHAPITRE V : VALIDATION SUR UN RESEAU DE 25 NŒUDS.....</b>	<b>88</b>
V-1- Méthode des fonctions implicites.....	89
V-1-1- Organigramme d'optimisation.....	89
V-1-2- Application au réseau électrique ayant 25 nœuds.....	91
V-1-3- Résultat et interprétation.....	104
V-2- Méthode de Lagrange.....	106
V-2-1- Organigramme d'optimisation.....	106
V-2-2- Application au réseau électrique ayant 25 nœuds.....	108
V-2-3- Résultats et interprétations.....	116
<b>VI - CONCLUSION GENERALE.....</b>	<b>117</b>
<b>VII - BIBLIOGRAPHIE.....</b>	<b>119</b>

## **INTRODUCTION GENERALE**

Les problèmes relatifs au fonctionnement des réseaux électriques sont nombreux et variés tant par leur importance que par leur diversité. Les marges, dont on disposait autrefois, semblent disparaître laissant, parfois, place à des situations qui seraient inacceptables pour l'exploitation des réseaux si des dispositions appropriées n'étaient pas mises en œuvre.

D'une manière générale, l'examen des cartes de liaisons électriques montre que les réseaux ne présentent aucune régularité dans leur structure géographique. Les puissances appelées par les consommateurs ne présentent elles non plus aucune régularité, tout au plus, elles peuvent être caractérisées par une petite région et un petit intervalle temporel, par une moyenne et une dispersion.

Le problème, auquel on se trouve confronté est celui de la répartition des puissances active et réactive.

Au début, la méthode utilisée consistait à faire produire au maximum les unités productrices les plus efficaces. Cette solution n'est pas rentable puisque l'abus de fonctionnement des machines diminue leur durée de vie, et par conséquent les frais d'entretien et de maintenance augmentent considérablement.

L'évolution rapide et importante des systèmes énergétiques, ainsi que le transit de l'énergie électrique à longue distance, ont contribué à la recherche de méthodes efficaces permettant la résolution du transit des puissances [ 1 - 46, 54 - 57, 61 - 69 ]

Cette évaluation fut liée d'une part au perfectionnement et à l'accroissement des possibilités des ordinateurs. Elle a permis d'élaborer plusieurs nouvelles méthodes permettant de répartir d'une manière optimale les puissances active et réactive [ 1 - 41, 47 - 50, 61, 68 ] .

Pour garantir une bonne conduite des réseaux qui se présentent généralement sous forme complexe, plusieurs contraintes doivent être prises en considération telle que les limites de transits de puissance, des tensions, puissances active et réactive [ 1 - 41, 51 - 53, 58 -60 ], [ 61, 63, 64, 65, 67, 69 ] .

Le but de notre travail est de mettre en œuvre plusieurs méthodes de résolution de la répartition optimale des puissances active et réactive nous permettant de cerner le problème avec plus d'intérêt et de faire une comparaison entre ces dernière

Le travail effectuée est divisé en cinq chapitre

- Dans le premier chapitre , deux méthodes numériques couramment utilisées ( méthode de Newton-Raphson et Gauss-Seidel ) sont choisies parmi d'autres et sont bien détaillées [ 29 , 30 , 33 , 34 ,35 , 36 ] .
- Dans le second chapitre , nous allons donner le modèle mathématique d'un réseau électrique simplifié qui tient compte de tous les paramètres qui nous permettrons de faire une analyse exhaustive et optimale[ 29 , 30 , 32 , 41 , 42 ] .
- Dans le troisième chapitre , l'écoulement de puissances est étudié par l'application des deux méthodes numériques suscitées avec la possibilité du contrôle de la tension aux nœuds de production [ 29 , 30 , 32 , 42 ] .
- Dans le quatrième chapitre, nous allons étudier et comparer les différentes méthodes d'optimisation des puissances active et réactive (méthode des fonctions implicites, méthode de Lagrange, méthode des coûts marginaux).
- Dans le cinquième et le dernier chapitre l'application des ces méthodes sur un réseau à 25 nœuds sera faite suivie par des résultats et commentaires.

# CHAPITRE I

**M**  
**O**  
**D**

## **I – 1 - INTRODUCTION**

L'analyse d'un système électro-énergétique consiste à représenter son fonctionnement d'une manière plus ou moins précise et pour cela, on va s'appuyer sur les outils descriptifs mathématiques ou autres, permettant d'approcher le comportement du système. Cette phase de substitution du système par un modèle se nomme modélisation. Le résultat fourni est un symbolisme de représentation et description des opérations du système.

La modélisation a un objectif bien déterminé qui consiste à fédérer en un seul objet les parties du système que l'on veut analyser. Dans ce contexte, la modélisation est un processus à priori, qui ne conduit que très rarement à un résultat unique.

En effet, suivant les buts recherchés, les modèles vont tendre à concentrer les comportements et les paramètres permettant de cerner mieux le fonctionnement à étudier [ 29 , 30 , 32 , 42 ] .

L'intention de ce chapitre est de donner un modèle simplifié du réseau mais qui tient compte de tous les paramètres qui nous permettront de faire une analyse exhaustive et optimale.

## **I - 2 - EQUATIONS DU RESEAU ELECTRIQUE EN REGIME PERMANANT**

Lorsqu'un réseau électrique se trouve en régime permanent établi, il peut être modélisé par un système d'équations linéaires ayant la forme :

$$\bar{I} = Y * \bar{E} \quad (1)$$

Où  $\bar{I}$  : vecteur complexe des courants injectés au nœud.

$Y$  : matrice admittance complexe.

$\bar{E}$  : vecteur complexe des tensions en chaque nœud.

Si le réseau admet  $N$  nœuds,  $\bar{I}$  et  $\bar{E}$  auront  $N$  composantes complexes et  $Y$  sera une matrice complexe de dimensions  $N*N$ , dont les éléments  $Y_{ij}$  seront calculés à partir des caractéristiques des composants du réseau.

En général, il est préférable d'utiliser la méthode faisant intervenir les puissances actives et réactives injectées au niveau de chaque nœud telle que :

$$P_i - J Q_i = \bar{E}_i * \bar{I}_i \quad (2)$$

Où  $P_i$  : la puissance active injectée au nœud  $i$ .

$Q_i$  : la puissance réactive injectée au nœud  $i$ .

$\bar{E}_i^*$  : le complexe conjugué du vecteur tension  $\bar{E}_i$ .

Les puissances apparentes injectées  $S$  dépendent des différents types de nœuds du réseau. Ces derniers se subdivisent comme suit :

**- Les nœuds de production :**

Ce sont des nœuds reliés aux centrales de production et dont la consommation est relativement négligeable et pour lesquelles la puissance active  $P$  et le module de la tension  $E$  sont connus.

**- Les nœuds de consommation :**

Ce sont des nœuds reliés seulement aux charges qui sont caractérisées par les puissances active  $P$  et réactive  $Q$  qui sont connues.

**- Les nœuds mixtes :**

Ce sont des nœuds reliés aux générateurs de puissances active et réactive et aux charges.

Le choix du nœud de référence ou du nœud balancier se fera parmi les trois types de nœuds cités ci-dessus.

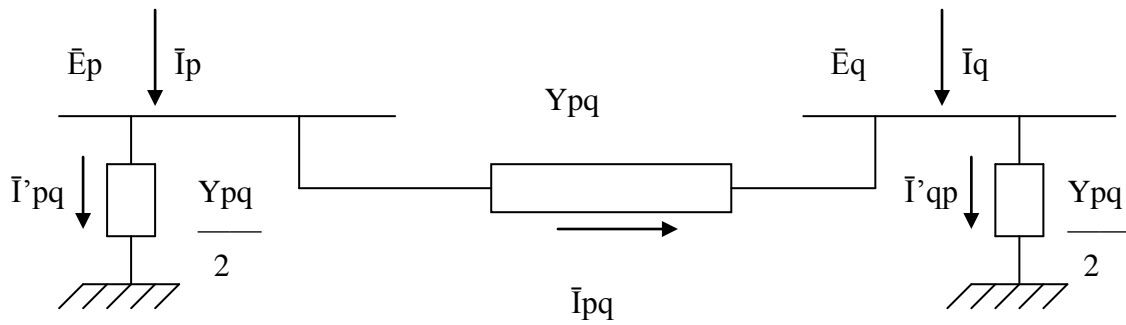
Il n'est pas arbitraire mais se base sur le nœud qui est relié à la centrale la plus puissante et équipée de moyens de régulation très fiables. La tension du nœud de référence est fixée et maintenue constante durant le calcul avec une tolérance de 0 à 8% ou 1 à 1,08 en valeur réduite. Les puissances active et réactive du même nœud seront déterminées après le calcul des tensions complexes es autres nœuds.

<b>TYPE DE NŒUD</b>	<b>VARIABLES DONNEES</b>	<b>VARIABLES INCONNUES</b>
Nœud Production	$P$ et $E$	$Q$ et $\delta$
Nœud Consommateur	$P$ et $Q$	$ \bar{E} $ et $\delta$
Nœud de Référence ou Nœud Balancier	$ \bar{E} $ et $\delta$	$P$ et $Q$

**Tab.1** : Type de nœuds avec leurs différentes variables.

**I - 3 - DETERMINATION DE LA MATRICE ADMITTANCE**

Soient deux nœuds  $p$  et  $q$  reliés par l'admittance  $Y_{pq}$  comme le montre la figure (1)



**Fig. 1 :** Représentation d'une ligne reliant 2 nœuds p et q par l'admittance  $Y_{pq}$ .

Où  $\bar{I}_p$  : courant injecté au nœud p.

$\bar{E}_p, \bar{E}_q$  : tensions aux nœuds p et q.

$\bar{Y}_{qp}$

— : admittance shunt par rapport à la terre du nœud q dû à la ligne qui relie les deux nœuds.

$\bar{I}'_{pq}$  : courant de fuite du nœud p vers la terre.

### I – 3 – 1 - EXPRESSION DES COURANTS

En appliquant la loi des nœuds, on obtient :

$$\bar{I}_p = \sum_{q \in \alpha(p)} (\bar{I}_{pq} + \bar{I}') \quad \text{ou} \quad \bar{I}_p = \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^n (\bar{I}_{pq} + \bar{I}'_{pq}) \quad (3)$$

Où  $\alpha(p)$  est l'ensemble des nœuds raccordés au nœud p.

n est le nombre total des nœuds dans le réseau.

Le calcul qui circule de p vers q a pour expression :

$$\bar{I}_{pq} = \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^n Y_{pq} (\bar{E}_p - \bar{E}_q) \quad (4)$$

Le courant de fuite à la terre est donné par :

$$\bar{I}'_{pq} = \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^n \left( \frac{Y_{pq}}{2} * \bar{E}_q \right) \quad (5)$$

En subdivisant les expressions ( 4 ) , ( 5 ) dans ( 3 ) on obtient :

$$\bar{I}_p = \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^n Y_{pq} * (\bar{E}_p - \bar{E}_q) + \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^n \left( \frac{Y_{pq}}{2} * \bar{E}_q \right) \quad (6)$$

$$\text{D'où :} \quad \bar{I}_p = \bar{E}_p \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^n ( Y_{pq} + \frac{Y_{pq}}{2} ) - \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^n ( Y_{pq} * \bar{E}_q )$$

$$\text{Où :} \quad \bar{I}_p = \bar{E}_p * Y_{pp} + \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^n ( Y_{pq} * \bar{E}_q )$$

La forme généralisée du courant  $\bar{I}_p$  se réduit à l'expression

$$\bar{I}_p = \sum_{q=1}^n ( Y_{pq} * \bar{E}_q ) \quad (7)$$

$$\text{Avec :} \quad Y_{pp} = \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^n \left( Y_{pq} + \frac{Y_{qp}}{2} \right) \quad (8)$$

qui est l'admittance du nœud.

$$\text{et} \quad Y_{pq} = - Y_{qp} \quad (9)$$

est l'admittance mutuelle du nœud p par rapport au nœud q.

### **I - 3 - 2 - EXPRESSION DE LA PUISSANCE APPARENTE**

La puissance apparente est donnée par la relation :

$$P_p - J Q_p = \bar{E}_p^* * \bar{I}_p \quad (10)$$

En remplaçant ( 9 ) dans ( 10 ) , on obtient :

$$P_p - J Q_p = \bar{E}_p^* * \sum_{q=1}^n ( Y_{pq} * \bar{E}_q ) \quad (11)$$

$$\text{Or} \quad \bar{E}_p = e_p + J f_p \quad (12)$$

$$\text{Et} \quad Y_{pq} = G_{pq} - J B_{pq} \quad (13)$$

En remplaçant les expressions (12) et (13) dans l'expression (11), on obtient :

$$P_p - J Q_p = (e_p - J f_p) * \sum_{q=1}^n (G_{pq} - J B_{pq}) * (e_p + J f_p)$$

En séparant la partie réelle et la partie imaginaire, on obtient :

$$P_p = \sum_{q=1}^n e_p (e_p * G_{pq} + f_q * B_{pq}) + f_p (f_q * G_{pq} - e_q * B_{pq}) \quad (14)$$

$$Q_p = \sum_{q=1}^n f_p (e_q * G_{pq} + f_q * B_{pq}) - e_p (f_q * G_{pq} - e_q * B_{pq}) \quad (15)$$

Notons que  $P_p$  et  $Q_p$  sont en fonction de  $e_p$ ,  $e_q$ ,  $f_p$ ,  $f_q$

Où  $e_p$  : partie réelle de la tension au nœud p.

$e_q$  : partie réelle de la tension du nœud q.

$f_p$  : partie imaginaire de la tension au nœud p.

$f_q$  : partie imaginaire de la tension au nœud q.

Les puissances active et réactive sont connues mais les composantes active et réactive des tensions sont à calculer.

Au nœud de référence ou au nœud balancier la tension, les puissances active et réactive seront déduites après les calculs. Nous aurons ainsi  $(n - 1)$  équations de (14) et  $(n - 1)$  de (15) soit au total  $2(n - 1)$  équations non linéaires .

# **CHAPITRE II**

## **ANALYSE NUMERIQUE**





$$F_2 ( X_1^{(0)} , X_2^{(0)} , \dots , X_n^{(0)} ) + \frac{F_2}{X_1} \bigg|_{X_1^{(0)}} \Delta X_1 + \frac{F_2}{X_2} \bigg|_{X_2^{(0)}} \Delta X_2 + \dots + \frac{F_2}{X_n} \bigg|_{X_n^{(0)}} \Delta X_n = Y_2$$

..... (19)

$$F_n ( X_1^{(0)} , X_2^{(0)} , \dots , X_n^{(0)} ) + \frac{F_n}{X_1} \bigg|_{X_1^{(0)}} \Delta X_1 + \frac{F_n}{X_2} \bigg|_{X_2^{(0)}} \Delta X_2 + \dots + \frac{F_n}{X_n} \bigg|_{X_n^{(0)}} \Delta X_n = Y_n$$

Sous la forme matricielle, on obtient l'écriture suivante :

$$[ Y - F ] = [ J ] * [ \Delta X ]$$

Où

$$[ \Delta F ] = [ J ] * [ \Delta X ]$$

J : étant le Jacobien tel que :

$$J^{(0)} = \left( \begin{array}{ccc} \frac{\partial F_1}{\partial X_1} \bigg|_{X_1^{(0)}} & \frac{\partial F_1}{\partial X_2} \bigg|_{X_2^{(0)}} & \dots \dots \dots \frac{\partial F_1}{\partial X_n} \bigg|_{X_n^{(0)}} \\ \frac{\partial F_2}{\partial X_1} \bigg|_{X_1^{(0)}} & \frac{\partial F_2}{\partial X_2} \bigg|_{X_2^{(0)}} & \dots \dots \dots \frac{\partial F_2}{\partial X_n} \bigg|_{X_n^{(0)}} \\ \dots \dots \dots & \dots \dots \dots & \dots \dots \dots \\ \frac{\partial F_n}{\partial X_1} \bigg|_{X_1^{(0)}} & \frac{\partial F_n}{\partial X_2} \bigg|_{X_2^{(0)}} & \dots \dots \dots \frac{\partial F_n}{\partial X_n} \bigg|_{X_n^{(0)}} \end{array} \right) \quad (20)$$

$[ F ]^{(0)}$  et  $[ J ]^{(0)}$  sont calculés à partir des valeurs initiales attribuées aux variables  $X_1, X_2, \dots, X_n$ . Ceci nous conduit à un système d'équations linéaires. Pour sa résolution, on applique une méthode directe ou itérative. Lors du calcul, pour la  $K_i^{\text{ème}}$  itération on a :  $( X_i^{(K)} = X_i^{(K-1)} + \Delta X_i^{(K-1)} )$  et ainsi de suite. On arrête le calcul lorsque la valeur absolue des maximums des  $F$  est inférieure à une certaine précision préalablement fixée.

### **II -3 -METHODE DE GAUSS – SEIDEL**

L'application de cette méthode pour la résolution d'un système non linéaire ( 16 ) est traduite par la forme suivante :

$$\begin{aligned}
 X_1^{(K+1)} &= G_1 ( X_1^{(K)}, X_2^{(K)}, \dots, X_n^{(K)} ) \\
 X_2^{(K+1)} &= G_2 ( X_1^{(K+1)}, X_2^{(K)}, \dots, X_n^{(K)} ) \\
 &\dots\dots\dots \\
 X_n^{(K+1)} &= G_n ( X_1^{(K+1)}, X_2^{(K+1)}, \dots, X_{n-1}^{(K+1)}, X_n^{(K)} )
 \end{aligned}$$

Autrement dit, la valeur de  $X_1$  à l'itération  $(K + 1)$  est obtenue à partir des valeurs trouvées dans l'itération précédente. Par contre la valeur de  $X_i$  utilise les résultats trouvés dans la même itération de  $i$  à  $i - 1$  et de l'itération précédente de  $i$  à  $n$ .

#### **- Test d'arrêt**

Le calcul itératif persiste tant que le critère d'arrêt n'est pas satisfait. Ce dernier est défini la comparaison du maximum des valeurs absolues des variations de même variable entre deux itérations successives et une certaine précision de calcul.

$$\text{Max} ( | \Delta X_1^{(K+1)} | , | \Delta X_2^{(K+1)} | , \dots, | \Delta X_n^{(K+1)} | ) \leq \varepsilon$$

Ou

$$\Delta X_n^{(K+1)} = X_n^{(K+1)} - X_n^{(K)}$$

( 21 )

### - Accélération de la méthode

La méthode de Gauss – Seidel devient beaucoup plus intéressante lorsqu'elle est accélérée. Pour cela , on traduit un facteur d'accélération afin d'activer la convergence dont le principe est le suivant :

$$\Delta X_n^{(K+1)} = X_n^{(K+1)} \text{ calculée} - X_n^{(K)} \text{ accélérée}$$

$$X_n^{(K+1)} \text{ accélérée} = X_n^{(K+1)} \text{ calculée} - \alpha \Delta X_n^{(K)} \text{ accélérée}$$

# **CHAPITRE III**

## **LOAD FLOW**

### **III – 1 - INTRODUCTION**

Le transit de puissances a une puissance considérable dans la résolution des problèmes énergétiques [ 29 , 30 , 39 , 40 , 42 ] , [ 42 - 46 ] , [ 64 , 66 ] .

Il concerne le producteur et le consommateur.

Le producteur doit connaître parfaitement le comportement de son réseau du point de vue des transits de puissances exigeant un facteur de puissance acceptable aux consommateurs réduisant ainsi les chutes de tension (par injection de la puissance réactive).

Le consommateur s'impose par sa demande en puissance active tout en exigeant une fiabilité et une continuité du service.

L'écoulement de puissance permet de déterminer :

- Les tensions complexes au niveau de tous les jeux de barres des différents types de nœuds.
- Les puissances actives et réactives transmises d'un nœud à un autre.
- Les puissances totales injectées en chaque nœud.
- Les pertes totales active et réactive dans le réseau.

Pour le calcul de l'écoulement des puissances, on a choisi les deux méthodes Newton – Raphson et Gauss – Seidel basées sur la matrice admittance [ 29 , 30 , 42 , 46 ] . Généralement, un nœud est relié à un ou au maximum à cinq nœuds. En conséquence la matrice admittance est assez creuse et ses éléments sont faciles à déterminer.

### **III - 2 - APPLICATION DE LA METHODE DE NEWTON - RAPHSON**

L'état du réseau est décrit par un système d'équations de forme

$$[\Delta F] = \begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad [\Delta x] = \begin{bmatrix} \Delta e \\ \Delta f \end{bmatrix} \quad (22)$$

Avec  $\Delta P_p = P_{po} - P_p$

Et  $\Delta Q_p = Q_{po} - Q_p$

Où :  $P_{po}$ ,  $Q_{po}$  les puissances active et réactive planifiée au nœud p.

Le système développé peut être représenté sous la forme

$$\begin{pmatrix} \Delta P_1 \\ \Delta P_{n-1} \\ \dots \\ \Delta Q_1 \\ \Delta Q_{n-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial P_1}{\partial e_1} \dots \frac{\partial P_1}{\partial e_{n-1}} & \frac{\partial P_1}{\partial f_1} \dots \frac{\partial P_1}{\partial f_{n-1}} \\ \frac{\partial P_{n-1}}{\partial e_1} \dots \frac{\partial P_{n-1}}{\partial e_{n-1}} & \frac{\partial P_{n-1}}{\partial f_1} \dots \frac{\partial P_{n-1}}{\partial f_{n-1}} \\ \dots & \dots \\ \frac{\partial Q_1}{\partial e_1} \dots \frac{\partial Q_1}{\partial e_{n-1}} & \frac{\partial Q_1}{\partial f_1} \dots \frac{\partial Q_1}{\partial f_{n-1}} \\ \frac{\partial Q_{n-1}}{\partial e_1} \dots \frac{\partial Q_{n-1}}{\partial e_{n-1}} & \frac{\partial Q_{n-1}}{\partial f_1} \dots \frac{\partial Q_{n-1}}{\partial f_{n-1}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Delta e_1 \\ \Delta e_{n-1} \\ \dots \\ \Delta f_1 \\ \Delta f_{n-1} \end{pmatrix} \quad (23)$$

Sous la forme matricielle réduite, on aura :

$$\begin{pmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} J_1 & J_2 \\ J_3 & J_4 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} \Delta e \\ \Delta f \end{pmatrix} \quad (24)$$

### III - 2 - 1 - ELEMENTS DE LA MATRICE DES JACOBIENS [ J1 ], [ J2 ], [ J3 ], [ J4 ]

Les relations ( 14 ) et ( 15 ) donnent les expressions des puissances active et réactive  $P_p$  ,  $Q_p$  . Les termes sont constitués des dérivées de  $P_p$  et  $Q_p$  par rapport aux composantes des tensions nodales (  $e_p$  ,  $f_p$  ,  $e_q$  ,  $f_q$  ) .

#### A - Eléments de la matrice du Jacobien [ J1 ]

$$P_p = \sum_{q=1}^n ( e_p ( e_q * G_{pq} + f_q * B_{pq} ) + f_p ( f_q * G_{pq} - e_q * B_{pq} ) )$$

\* Eléments non diagonaux (  $p \neq q$  )

$$\frac{\partial P_p}{\partial e_q} = e_p * G_{pq} - f_p * B_{pq}$$

\* Eléments diagonaux ( p = q )

$$\frac{\partial P_p}{\partial e_p} = 2 * e_p * G_{pq} + f_p * B_{pq} - f_p * B_{pp} + \sum_{q=1}^n ( e_q * G_{pq} + f_q * B_{pq} )$$

Cependant, l'équation du courant au nœud p est :

$$\bar{I}_p = C_p + j D_p = ( G_{pp} - j B_{pp} ) * ( e_p + j f_p ) + \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^n ( G_{pp} - j B_{pp} ) * ( e_p + j f_p ) \quad (25)$$

En séparant la partie réelle de la partie imaginaire, on tire :

$$C_p = e_p * G_{pp} + f_p * B_{pp} + \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^n ( e_p * G_{pq} + f_q * B_{pq} ) \quad (26)$$

$$D_p = f_p * G_{pp} - e_p * B_{pp} + \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^n ( f_q * G_{pq} + e_q * B_{pq} ) \quad (27)$$

En remplaçant les composantes du courant dans les éléments diagonaux de la matrice [ J1 ], on obtient :

\* Pour p = q

$$\frac{\partial P_p}{\partial e_q} = e_p * G_{pp} - f_p * B_{pp} + C_p$$

## B - Eléments de la matrice Jacobien [ J2 ]

\* Eléments non diagonaux ( p ≠ q )

$$\frac{\partial P_p}{\partial f_q} = e_p * B_{pq} - f_p * G_{pq}$$

\* Eléments diagonaux ( p = q )

$$\frac{\partial P_p}{\partial f_p} = 2 * f_p * G_{pp} + e_p * B_{pp} - e_p * B_{pp} + \sum_{q=1}^n ( f_p * G_{pq} + e_p * B_{pq} )$$

Ou encore :

$$\frac{\partial P_p}{\partial f_p} = e_p * B_{pp} + f_p * G_{pp} + D_p$$

### C - Eléments de la matrice Jacobien [ J3 ]

$$Q_p = \sum_{q=1}^n ( f_p ( e_q * G_{pq} + f_q * B_{pq} ) - e_p ( f_q * G_{pq} - e_q * B_{pq} ) )$$

\* Eléments non diagonaux ( p ≠ q )

$$\frac{\partial Q_p}{\partial e_q} = e_p * B_{pq} + f_p * G_{pq}$$

\* Eléments diagonaux ( p = q )

$$\frac{\partial Q_p}{\partial e_p} = 2 * e_p * B_{pp} + f_p * G_{pp} - f_p * G_{pp} - \sum_{q=1}^n ( f_q * G_{pq} - e_q * B_{pq} )$$

Ou encore :

$$\frac{\partial Q_p}{\partial e_p} = e_p * B_{pp} + f_p * G_{pp} - D_p$$

### D - Eléments de la matrice Jacobien [ J4 ]

\* Eléments non diagonaux ( p ≠ q )

$$\frac{\partial Q_p}{\partial f_q} = f_p * B_{pq} - e_p * G_{pq}$$

\* Eléments diagonaux ( p = q )

$$\frac{\partial Q_p}{\partial f_p} = 2 * f_p * B_{pp} + e_p * G_{pp} - e_p * G_{pp} - \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^n ( e_q * G_{pq} + f_q * B_{pq} )$$

Ou encore :

$$\frac{\partial Q_p}{\partial f_p} = f_p * B_{pp} - e_p * G_{pp} + C_p$$

### **III - 2 - 2 - TEST DE CONVERGENCE DE LA METHODE DE NEWTON - RAPHSON**

$\Delta P_p$  et  $\Delta Q_p$  sont les variations respectives des puissances active et réactive du nœud p définies par :

$$\begin{aligned} \text{Avec:} \quad \Delta P_p &= P_{po} - P_p & \text{et} & \quad \Delta Q_p = Q_{po} - Q_p \\ P_p &= P_{pg} - P_{ch} & \text{et} & \quad Q_p = Q_{pg} - Q_{ch} \end{aligned}$$

Où  $P_{pg}$ ,  $Q_{pg}$  : les puissances active et réactive générées .

$P_{ch}$ ,  $Q_{ch}$  : Les puissances active et réactive de la charge.

Les valeurs des tensions nodales estimées et celles des puissances qui sont calculées seront utilisées pour la détermination des composantes des courants nodaux, afin de calculer les éléments de la matrice des Jacobiens [ 63 , 64 , 67 ].

La résolution du système d'équations linéaires donne les valeurs de  $\Delta P_p$  et  $\Delta f_p$  par la méthode directe ou itérative. On passe ensuite à l'itération suivante et ainsi de suite jusqu'à la vérification du test de convergence. Ce dernier est obtenu lorsque le maximum de la valeur absolue des variations  $\Delta P_p$  et  $\Delta Q_p$  est inférieure à une précision prédéfinie.

Le passage d'une itération à une autre se fait à partir des ajustements suivants :

$$\begin{aligned} e_p^{(K+1)} &= e_p^{(K)} + \Delta e_p^{(K)} \\ f_p^{(K+1)} &= f_p^{(K)} + \Delta f_p^{(K)} \end{aligned}$$

### **III - 2 - 3 - METHODE EN COORDONNES POLAIRES**

#### **A - Puissance active et réactive**

Si l'on veut appliquer la méthode en utilisant les coordonnées polaires, on doit exprimer toutes les grandeurs par leur représentation en coordonnées polaires soit :

$$\bar{E}_p = E_p e^{j\delta_p} \quad , \quad \bar{Y}_{pq} = Y_{pq} e^{-j\alpha_{pq}}$$

$$S_p^* = P_p - j Q_p = \sum_{q=1}^n E_p * E_q * Y_{pq} * e^{-j(\alpha_{pq} + \delta_p - \delta_q)}$$

$$S_p^* = \sum_{q=1}^n E_p * E_q * Y_{pq} * \cos(\alpha_{pq} + \delta_p - \delta_q) - j \sin(\alpha_{pq} + \delta_p - \delta_q)$$

En séparant les parties réelle et imaginaire, on tire

$$P_p = \sum_{q=1}^n E_p * E_q * Y_{pq} * \cos(\alpha_{pq} + \delta_p - \delta_q)$$

$$Q_p = \sum_{q=1}^n E_p * E_q * Y_{pq} * \sin(\alpha_{pq} + \delta_p - \delta_q)$$

Le système d'équations résultant est le suivant :

$$\begin{pmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} J1 & J2 \\ J3 & J4 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} \Delta \delta \\ \Delta E \end{pmatrix}$$

## **B - Eléments des Jacobiens [ J1 ], [ J2 ], [ J3 ], [ J4 ]**

### **\* Eléments de [ J1 ]**

◆  $p = q$  :

$$\frac{\partial P_p}{\partial \delta_p} = - \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^n E_p * E_q * Y_{pq} * \sin(\alpha_{pq} + \delta_p - \delta_q)$$

◆  $p \neq q$  :

$$\frac{\partial P_p}{\partial \delta_p} = E_p * E_q * Y_{pq} * \sin(\alpha_{pq} + \delta_p - \delta_q)$$

**\* Eléments de [ J2 ]**

◆  $p = q$  :

$$\frac{\partial P_p}{\partial E_p} = 2 * E_p * Y_{pp} * \cos \alpha_{pp} - \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^n E_q * Y_{pq} * \cos (\alpha_{pq} + \delta_p - \delta_q)$$

◆  $p \neq q$  :

$$\frac{\partial P_p}{\partial E_p} = E_p * Y_{pq} * \cos (\alpha_{pq} + \delta_p - \delta_q)$$

**\* Eléments de [ J3 ]**

◆  $p = q$  :

$$\frac{\partial P_p}{\partial \delta_p} = \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^n E_p * E_q * Y_{pq} * \cos (\alpha_{pq} + \delta_p - \delta_q)$$

◆  $p \neq q$  :

$$\frac{\partial P_p}{\partial \delta_q} = - E_p * E_q * Y_{pq} * \cos (\alpha_{pq} + \delta_p - \delta_q)$$

**\* Eléments de [ J4 ]**

◆  $p = q$  :

$$\frac{\partial P_p}{\partial E_p} = 2 * E_p * Y_{pp} * \sin \alpha_{pp} + \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^n E_q * Y_{pq} * \sin (\alpha_{pq} + \delta_p - \delta_q)$$

◆  $p \neq q$  :

$$\frac{\partial P_p}{\partial E_q} = E_p * Y_{pq} * \sin (\alpha_{pq} + \delta_p - \delta_q)$$

En connaissant toutes les parties du système, on peut le résoudre en suivant les mêmes étapes décrites dans ( 22 ) .

### III - 3 - APPLICATION DE LA METHODE DE GAUSS – SEIDEL

#### III – 3 – 1 - PRINCIPE

Soit à résoudre le système suivant :

$$AX = B \quad (28)$$

Où A : Matrice

X : Vecteur colonne

B : Vecteur colonne

Posons :  $A = D - E - F$

Avec :  $D = [a_{ii}] \forall j$  : matrice diagonale

$$E = \begin{cases} [-a_{ij}] & \text{si } i > j \\ [0] & \text{si } i \leq j \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{: matrice triangulaire} \\ \text{inférieure} \end{array}$$

$$F = \begin{cases} [-a_{ij}] & \text{si } i < j \\ [0] & \text{si } i \geq j \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{: matrice triangulaire} \\ \text{supérieure} \end{array}$$

On aura :

$$(D - E - F)X = B \longrightarrow (D - E)X = FX + B$$

D'où :

$$X = (D - E)^{-1} * FX + (D - E)^{-1} * B \quad (29)$$

Le principe de résolution de Gauss – Seidel sera donc suivant :

$$X^{(K+1)} = (D - E)^{-1} * F X^{(K)} + (D - E)^{-1} * B \quad (30)$$

Où : K représente le nombre d'itération.

L'algorithme de résolution de Gauss – Seidel sera comme suit :

$$X_i^{(K+1)} = \frac{1}{a_{ii}} \left( b_i - \sum_{j=1}^{i-1} a_{ij} * X_j^{(K+1)} - \sum_{j=i+1}^n a_{ij} * X_j^{(K)} \right) \quad (31)$$

Pour  $a_{ii}$  différent de 0.

### III – 3 - 2 - CONVERGENCE DE LA METHODE

La convergence du procédé ne dépend pas des choix des valeurs initiales  $X_j^{(0)}$ , mais seulement des valeurs des coefficients .

La convergence donc est assurée, si on a pour chaque valeur de i :

$$| a_{ii} | \geq \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^n | a_{ij} | \quad (32)$$

### III – 3 - 3 - TEST D'ARRET

On arrête le calcul lorsque deux valeurs successives de  $X_i$  sont suffisamment voisines :

$$| X_i^{(K+1)} - X_i^{(K)} | \leq \epsilon \quad (33)$$

### III - 3 - 4 - APPLICATION DE LA METHODE DE GAUSS – SEIDEL

Cette méthode consiste à supposer initialement des tensions pour tous les nœuds excepté le nœud de bilan où la tension est connue et maintenue constante. En prenant le nœud de référence " r ". Les valeurs des courants injectés pour tous les autres nœuds sont comme suit :

$$\bar{I}_p = \frac{\hat{S}_p^*}{\bar{E}_p^*} = \frac{P_p - j Q_p}{\bar{E}_p^*} \quad (34)$$

$$p = 1, 2, \dots, n$$

$$p \neq r$$

n : désigne le nombre de nœuds dans le réseau .

p : désigne le nœud considéré.

En introduisant l'équation (3.13) dans (2.7), on obtient :

$$\frac{P_p - j Q_p}{\bar{E}_p^*} = \sum_{q=1}^n \bar{E}_p^* Y_{pq} \quad (35)$$

$$p = 1, 2, 3, \dots, n$$

$$p \neq r$$

où encore :

$$\frac{P_p - j Q_p}{\bar{E}_p} = \bar{E}_p * Y_{pp} + \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^n \bar{E}_q * Y_{pq} \quad (36)$$

$$p = 1, 2, \dots, n$$

$$p \neq r$$

De (36), on obtient l'équation de la tension au nœud p qui est égale à :

$$\bar{E}_p = \frac{1}{Y_{pp}} \left[ \frac{P_p - j Q_p}{\bar{E}_p} - \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^n \bar{E}_q * Y_{pq} \right] \quad (37)$$

$$p = 1, 2, \dots, n$$

$$p \neq r$$

Si nous posons :

$$\frac{P_p - j Q_p}{\bar{E}_p} = K_{Lp}$$

$$\text{Et : } \frac{Y_{pq}}{Y_{pp}} = Y_{Lpq}$$

L'équation (37) devient :

$$\bar{E}_p = \frac{K_{Lp}}{\bar{E}_p} - \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^n Y_{Lpq} * \bar{E}_q \quad (38)$$

Cette dernière équation est la base du calcul itératif qui aura la forme suivante :

$$\bar{E}_p^{(K+1)} = \frac{K L_p}{(\bar{E}_p^{(K)})^*} - \sum_{q=1}^{p-1} Y_{Lpq} * \bar{E}_q^{(K+1)} - \sum_{q=p+1}^n Y_{Lpq} * \bar{E}_q^{(K)} \quad (39)$$

### III – 3 – 5 - CONTROLE DE LA TENSION AUX NŒUDS DE PRODUCTION

Avant de procéder au calcul itératif , il est préférable d'assurer le contrôle des tensions aux nœuds de production , en agissant sur les injections des puissances réactives . Ces puissances au nœud de production considéré p doivent obéir aux relations :

$$Q_p^{\min} \leq Q_p \leq Q_p^{\max} \quad (40)$$

$$| \bar{E}_p | = \text{constante} \quad (41)$$

$Q_p^{\min}$  : puissance réactive minimale du générateur p .

$Q_p$  : puissance réactive générée du générateur p .

$Q_p^{\max}$  : puissance réactive maximale du générateur p .

$| \bar{E}_p |$  : le module de tension de générateur p .

Les puissances réactives sont inconnues dans les nœuds de production. A cet effet, on les calcule en respectant les relations ( 40 ) et ( 41 ) .

En considérant l'expression ( 35 ) et en posant :

$$\begin{aligned} \text{Et} \quad \bar{E}_p &= e_p + j f_p \\ Y_{pq} &= G_{pq} - j B_{pq} \end{aligned}$$

On aura :

$$P_p - j Q_p = (e_p - j f_p) * \sum_{q=1}^n (G_{pq} - j B_{pq}) * (e_q + j f_q) \quad (42)$$

La puissance réactive sera :

$$Q_p = \sum_{q=1}^n f_p * (e_q * G_{pq} + f_q * B_{pq}) - e_p (f_q * G_{pq} - e_q * B_{pq}) \quad (43)$$

Ou encore :

$$\begin{aligned} Q_p = \sum_{q=1}^n f_p * (e_q * G_{pq} + f_q * B_{pq}) - e_p (f_q * G_{pq} - e_q * B_{pq}) + \\ + (e_p^2 * B_{pp} + f_q^2 * B_{pp}) \end{aligned} \quad (44)$$

Puisqu'on veut maintenir la tension constante , on peut écrire :

$$e_p^2 + f_p^2 = ( | \bar{E}_p | \text{ planifié} )^2 \quad (45)$$

Les ajustements se font sur les composantes de la tension en calculant la nouvelle composante  $e_{pn}$  et  $f_{pn}$  à chaque itération. Les nouvelles composantes  $e_{pn}^K$  et  $f_{pn}^K$  ajustées sont égales à :

$$\begin{aligned} e_{pn}^K &= | \bar{E}_p (\text{plan}) | * \cos \delta_p^K \\ f_{pn}^K &= | \bar{E}_p (\text{plan}) | * \sin \delta_p^K \end{aligned} \quad (46)$$

L'angle de déphasage de la tension planifiée est égal :

$$\delta_p^K = \text{arctg} \frac{f_p^K}{e_p^K} \quad (47)$$

Ainsi , l'équation ( 44 ) devient :

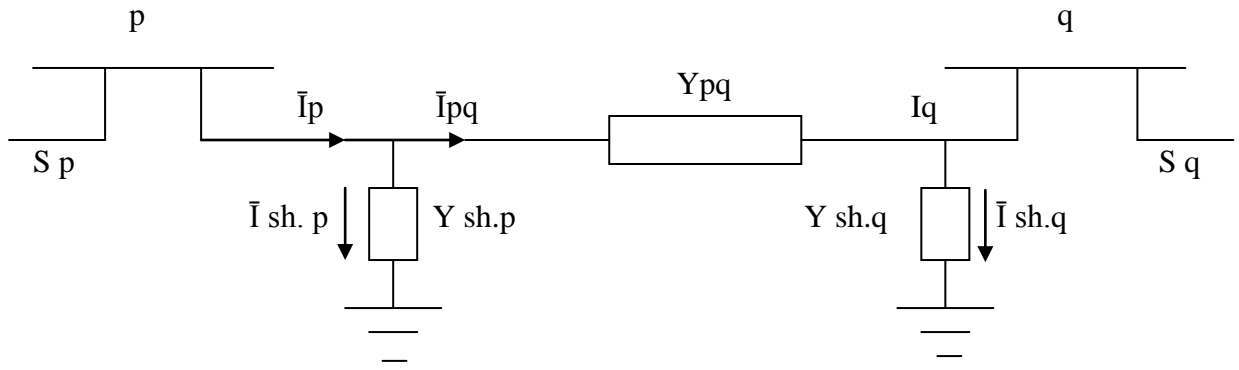
$$\begin{aligned} Q_p^K &= \sum_{q=1}^n f_{pn} * (e_q * G_{pq} + f_q * B_{pq}) - e_{pn}^K (f_q^K * G_{pq} - e_q^K * B_{pq}) + \\ &+ ( (e_{pn}^K)^2 * B_{pp} + (f_{pn}^K)^2 * B_{pq} ) \end{aligned} \quad (48)$$

La puissance réactive  $Q_p$  obtenue doit répondre à la contrainte :

$$Q_p^{\min} \leq Q_p^K \leq Q_p^{\max}$$

### **III – 3 - 6 - EXPRESSIONS DES PUISSANCES TRANSITEES ENTRE LES NŒUDS** **P ET Q**

Soit la figure suivante :



**Fig.2** : Représentation d'une ligne utilisée dans le calcul de transit de puissance

La ligne p - q comprise entre le nœud p et q est représentée par un quadripôle en Pi ayant comme admittance longitudinale  $Y_{pq}$  et comme admittances transversales  $Y_{sh.p}$  et  $Y_{sh.q}$ .

Le courant  $\bar{I}_p$  transité entre les nœuds p et q est tel que :

$$\bar{I}_p = \bar{I}_{pq} + \bar{I}_{sh.p} = (\bar{E}_p - \bar{E}_q) * Y_{pq} + \bar{E}_p * Y_{sh.p} \quad (49)$$

La puissance apparente transitée entre les nœuds p et q est égale à :

$$S_p = P_p + j Q_p = \bar{E}_p * \bar{I}_p^* \quad (50)$$

D'où le conjugué de la puissance apparente est :

$$S_p^* = P_p - j Q_p = \bar{E}_p^* * \bar{I}_p \quad (51)$$

En remplaçant la relation (49) dans (51), on aura :

$$S_p^* = P_p - j Q_p = \bar{E}_p^* (\bar{E}_p - \bar{E}_q) Y_{pq} + \bar{E}_p^* * \bar{E}_p * Y_{sh.p} \quad (52)$$

La puissance active entre les nœuds p et q sera :

$$\begin{aligned} P_p &= \text{Réal} [ \hat{S}_p^* ] \\ &= \text{Réal} [ \bar{E}_p^* (\bar{E}_p - \bar{E}_q) Y_{pq} + \bar{E}_p^* * \bar{E}_p * Y_{sh.p} ] \end{aligned} \quad (53)$$

La puissance réactive transitée entre les nœuds p et q sera :

$$\begin{aligned} Q_p &= - \text{Img} [ S_p^* ] \\ &= - \text{Img} [ \bar{E}_p^* (\bar{E}_p - \bar{E}_q) Y_{pq} + \bar{E}_p^* * \bar{E}_p * Y_{sh.p} ] \end{aligned} \quad (54)$$

### III – 3 - 7 - ALGORITHME DE RESOLUTION ET ORGANIGRAMME

L'algorithme de résolution obéit aux étapes suivantes :

Etape 1 : Formation de la matrice admittance  $Y$  .

Soit l'admittance de la branche  $p - q$  :

$$Y_{pq} = \frac{1}{Z_{pq}} = \frac{R_{pq}}{R_{pq}^2 + X_{pq}^2} - j \frac{X_{pq}}{R_{pq}^2 + X_{pq}^2}$$

Les éléments de la matrice  $Y$  seront :

$$Y_{pq} = - Y_{qp} \quad \text{pour } p \neq q$$

$$Y_{pp} = \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^n Y_{pq} + Y_{sh.p} \quad \text{pour } p = q$$

$$\text{avec : } Y_{sh.p} = Y_p$$

Etape 2 : - Calcul itératif des tensions nodales  $\bar{E}_p$  pour  $p = 1, 2, \dots, n$ ,  $p \neq r$  selon la formule ( 39 )

- A la première itération  $K = 0$ , les tensions nodales pour  $p = 1, 2, \dots, n$   $p \neq r$  sont estimées à  $\bar{E}_p = 1.0 + j 0.0$ .

- Le calcul itératif s'arrêtera quand la valeur absolue de l'écart :

$$|| \Delta \bar{E}_p^K || = || \Delta \bar{E}_p^{K+1} | - | \Delta \bar{E}_p^K || \text{ est inférieur ou égale à la tolérance } \varepsilon .$$

- Pour accélérer la convergence, et avoir un nombre moindre d'itération, on multiplie les corrections  $\bar{E}_p$  par un coefficient " $\alpha$ " appelé coefficient d'accélération, ce dernier est compris généralement entre 1 et 1,4 ( $1 \leq \alpha \leq 1,4$ )

$$\text{Avec : } \bar{E}_p^{K+1} (\text{acc}) = \bar{E}_p^K + \alpha \Delta \bar{E}_p^K$$

$$\Delta \bar{E}_p^K = \bar{E}_p^{K+1} - \bar{E}_p^K$$

- Durant cette étape, pour les nœuds de production, on ajuste les composantes des tensions et cela en calculant la puissance réactive  $Q_p^K$  pour chaque nœud de production.

Cette dernière doit à tout instant répondre à la contrainte :

$$Q_p^{\min} \leq Q_p^K \leq Q_p^{\max}$$

Etape 3 : Une fois les tensions nodales déterminées , on peut calculer :

- Les puissances active et réactive transitées respectivement selon les expressions ( 53 ) et ( 54 ) .

- Les puissances actives et réactives injectées :

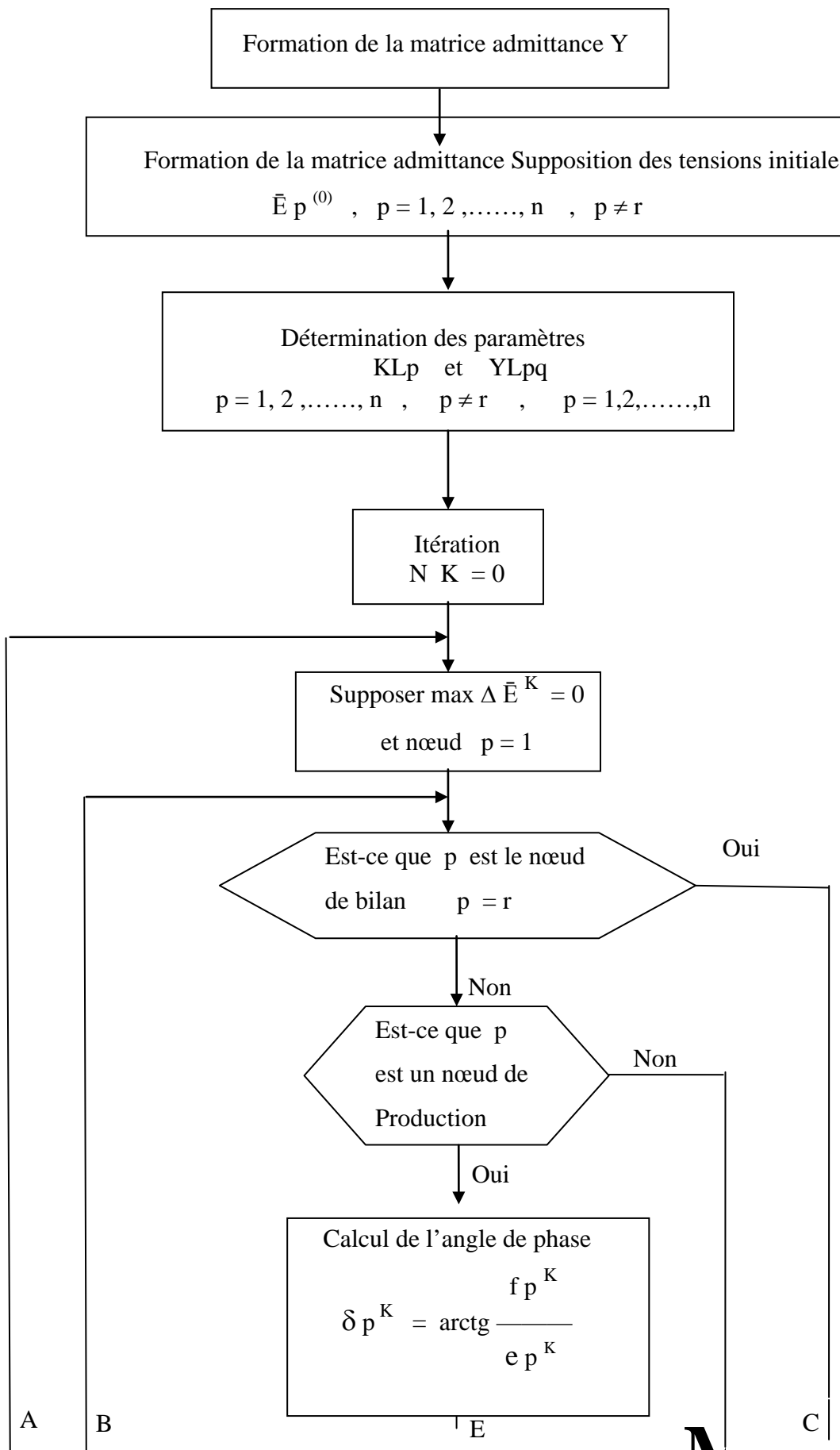
$$P_p = \sum_{q=1}^n P_{pq}$$

$$Q_p = \sum_{q=1}^n Q_{pq}$$

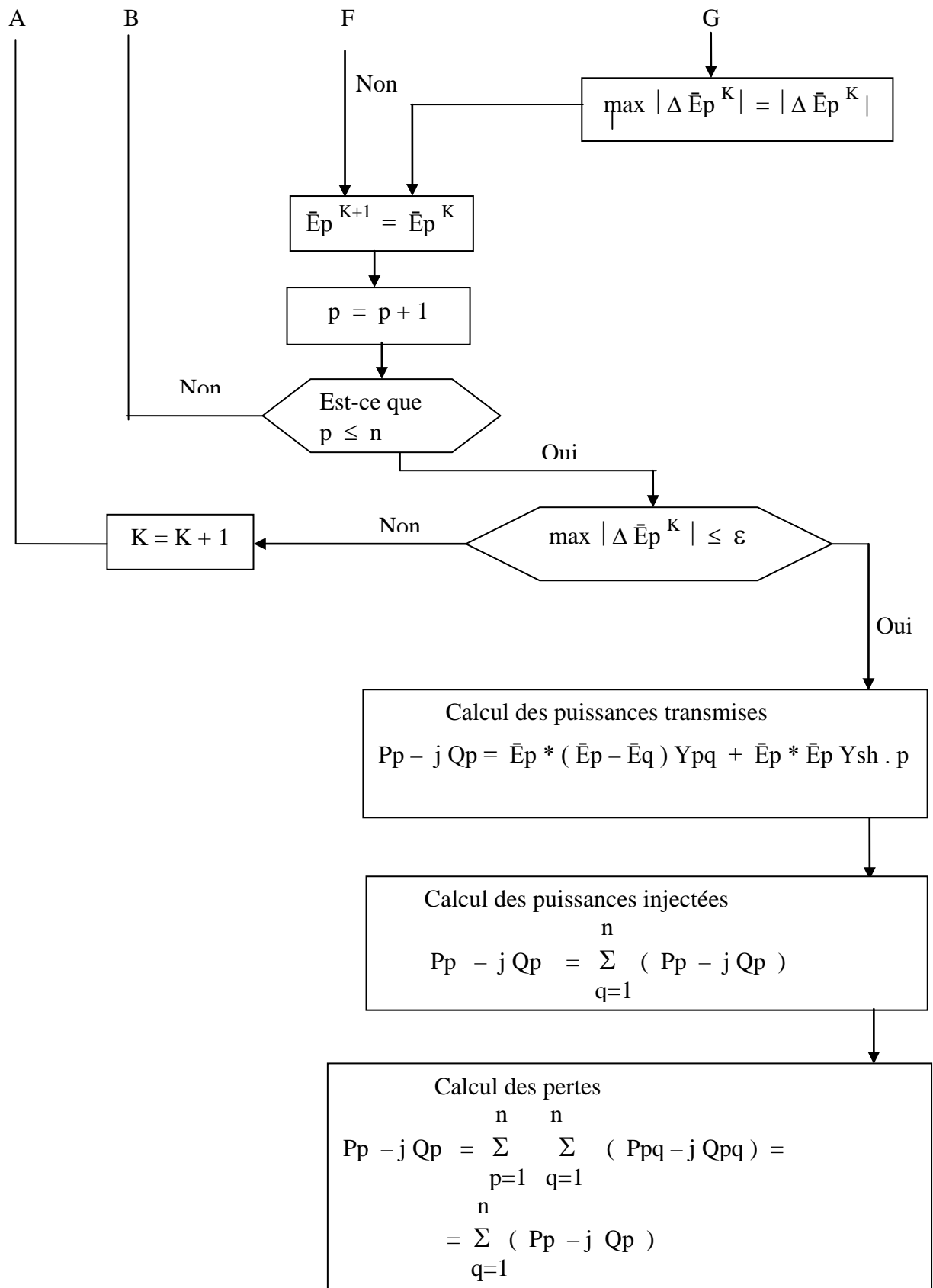
- Les pertes actives et réactives :

$$P_i = \sum_{p=1}^n P_p = \sum_{p=1}^n \sum_{q=1}^n P_{pq}$$

$$Q_i = \sum_{p=1}^n Q_p = \sum_{p=1}^n \sum_{q=1}^n Q_{pq}$$







**Fig.3:** Organigramme de calcul de résolution

# ***CHAPITRE IV***

## **REPARTITION OPTIMALE DES PUISSANCES**

## IV – 1 - METHODE DES FONCTIONS IMPLICITES

### IV – 1 - 1 - INTRODUCTION

Les groupes de production constituent les composantes essentielles d'un réseau électrique donné. Ils déterminent l'évaluation globale des coûts propres à chaque unité productrice. La tâche à réaliser est de satisfaire les demandes des charges, et la couverture des pertes de puissance, avec un minimum de frais. Chaque unité  $i$  de production est caractérisée par sa fonction coût ou fonction objective  $F_i (P_i)$ . La fonction coût global du réseau est la somme des fonctions coûts de toutes les unités de production [ 65, 66 ].

$$F = \sum_{i=1}^G F_i (P_i) \quad (55)$$

Avec  $G$  : nombre de générateurs.

La fonction coût est donnée sous la forme

$$F_i = c_i + b_i * P_{ig} + a_i * P_{ig}^2 + d_i * P_{ig}^3 + \dots$$

Il est à remarquer que  $F_i$  est fonction uniquement des puissances générées. En général, les parties ayant des puissances supérieures à deux ne sont pas prises en considération. Alors une première approximation est faite en utilisant la forme quadratique.

Soit :

$$F = \sum_{i=1}^G F_i = \sum_{i=1}^G ( a_i * P_{ig}^2 + b_i * P_{ig} + c_i ) \quad (56)$$

La répartition optimale des puissances est atteinte lorsqu'on arrive à minimiser la fonction objective avec toutes les contraintes possibles, de types égalité et inégalité [ 9, 13, 29, 30, 31, 32, 39, 41, 42, 64, 69 ].

- Les contraintes de type égalité définissent les puissances active et réactive demandées par la clientèle et couvrent les pertes globales dans le réseau.

$$\Phi_1 = -PL + \sum_{i=1}^n P_i = -PL + \sum_{i=1}^n ( P_{ig} - P_{ch.i} ) \quad (57)$$

et

$$\Phi_2 = -QL + \sum_{i=1}^n Q_i = -QL + \sum_{i=1}^n ( Q_{ig} - Q_{ch.i} ) \quad (58)$$

Avec :

PL , QL : pertes active et réactive dans les lignes.

Pig , Qig : puissances active et réactive générées par l'unité i.

Pch.i , Qch.i : puissances active et réactive des charges au nœud i.

G : nombre de générateurs.

n : nombre total des nœuds .

\* Les contraintes de type inégalité déterminent les limites de fonctionnement des composants actifs et passifs du réseau.

Les limites des tensions et des puissances seront prises lors du calcul de l'écoulement de puissances à l'exception du nœud de référence où la tension est spécifiée [ 68 ].

La technique qui a fait l'objet de cette étude consiste à faire une approche mathématique entre la puissance active générée par le nœud de référence et les puissances active et réactive des autres nœuds de production [ 31 ] .

Si l'on désigne par  $P_{1g}$  , la puissance active générée par le nœud i pris comme référence, alors :

La différentielle de  $P_{1g}$  par rapport aux puissances  $P_{sg}$  et  $Q_{sg}$  est :

$$dP_{1g} = \frac{\partial P_{1g}}{\partial P_{2g}} * dP_{2g} + \frac{\partial P_{1g}}{\partial Q_{2g}} * dQ_{2g} + \dots + \frac{\partial P_{1g}}{\partial P_{Gg}} * dP_{Gg} + \frac{\partial P_{1g}}{\partial Q_{Gg}} * dQ_{Gg}$$

$$\text{Ou } dP_{1g} = \sum_{s=2}^G \left( \frac{\partial P_{1g}}{\partial P_{sg}} * dP_{sg} + \frac{\partial P_{1g}}{\partial Q_{sg}} * dQ_{sg} \right) \quad (59)$$

Celle de la fonction coût est :

$$dF = \frac{\partial F}{\partial P_{1g}} * dP_{1g} + \frac{\partial F}{\partial P_{2g}} * dP_{2g} + \dots + \frac{\partial F}{\partial P_{Gg}} * dP_{Gg}$$

$$\text{D'où } : dF = \frac{\partial F}{\partial P_{1g}} * dP_{1g} + \sum_{s=2}^G \left( \frac{\partial F}{\partial P_{sg}} * dP_{sg} \right) \quad (60)$$

La fonction F est minimale lorsque  $dF = 0$  .

En substituant ( 59 ) dans ( 60 ) , on obtient :

$$dF = \frac{\partial F}{\partial P_{1g}} * \left[ \sum_{s=2}^G \left( \frac{P_{1g}}{P_{sg}} * dP_{sg} + \frac{P_{1g}}{Q_{sg}} * dQ_{sg} \right) \right] + \sum_{s=2}^G \left( \frac{\partial F}{\partial P_{sg}} * dP_{sg} \right) = 0$$

$$dF = \sum \left( \frac{\partial F}{\partial P_{sg}} + \frac{\partial F}{\partial P_{1g}} * \frac{\partial P_{1g}}{\partial P_{sg}} \right) * dP_{sg} + \left( \frac{\partial F}{\partial P_{1g}} * \frac{\partial P_{1g}}{\partial Q_{sg}} \right) * dQ_{sg} = 0$$

Puisque  $P_{sg}$  et  $dQ_{sg}$  sont arbitraires et que  $\frac{\partial F}{\partial P_{1g}} = 0$  , alors pour que  $F$  soit minimale ,

il faut que  $dF$  soit nulle .

$$dF = 0 \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial F}{\partial P_{sg}} + \frac{\partial F}{\partial P_{1g}} * \frac{\partial P_{1g}}{\partial P_{sg}} = 0 \\ \frac{\partial P_{1g}}{\partial Q_{sg}} = 0 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} ( 61 ) \\ ( 62 ) \end{array}$$

Pour  $s = 2, 3, \dots, G$

La solution optimale est atteinte lorsqu'on arrive à satisfaire les deux égalités ( 61 ) et ( 62 ) . Autrement dit , il faut trouver une solution donnant  $P_{1g}$  ,  $P_{sg}$  ,  $Q_{1g}$  et  $Q_{sg}$  qui vérifient les équations ( 57 ) , ( 58 ) et ( 61 ) , ( 62 ) .

#### **IV – 1 - 2 - METHODE D'OPTIMISATION**

La présente méthode d'optimisation consiste à donner des valeurs arbitraires aux puissances active et réactive générées par des unités de production autres que celle de référence. Les puissances de cette dernière seront obtenues à partir des expressions des pertes active et réactive.

Des corrections seront faites au niveau des puissances  $P_{sg}$  et  $Q_{sg}$  comme il sera expliqué dans ce qui suit.

**IV – 1 - 3 - PUISSANCES ACTIVES GENEREES PAR L'ENSEMBLE DES UNITES DE PRODUCTION**

**A - CALCUL DES PUISSANCES ACTIVES GENEREES ( Psg )**

Sachant que  $F_i = a_i * P_{ig}^2 + b_i * P_{ig} + c_i$

Alors : 
$$\frac{\partial F}{\partial P_{ig}} = 2 * a_i * P_{ig} + b_i$$

La relation ( 61 ) devient :

$$2 * a_s * P_{sg} + b_s ( 2 * a_1 * P_{1g} + b_1 ) \frac{\partial P_{1g}}{\partial P_{sg}} = 0$$

D'où :

$$P_{sg} = - \frac{b_s + ( 2 * a_1 * P_{1g} + b_1 ) * \frac{\partial P_{1g}}{\partial P_{sg}}}{2 * a_s} \quad ( 63 )$$

**B - CALCUL DE LA PUISSANCE P<sub>ig</sub> DU NOEUD DE REFERENCE**

En substituant ( 63 ) dans ( 57 ) , on obtient :

$$\begin{aligned} \Phi_1 &= - PL + \sum_{i=1}^{n-1} ( P_{ig} - P_{chi} ) = - PL + P_{1g} + \sum_{s=2}^G P_{sg} - \sum_{i=1}^n P_{chi} = \\ &= - PL + P_{1g} + \sum_{s=2}^G \left[ - \frac{b_s + ( 2 * a_1 * P_{1g} + b_1 ) * \frac{\partial P_{1g}}{\partial P_{sg}}}{2 * a_s} \right] = \sum_{i=1}^n P_{ch . i} = \\ &= P_{1g} \left[ 1 - \sum_{s=2}^G \left( \frac{2 * a_1}{2 * a_s} * \frac{\partial P_{1g}}{\partial P_{sg}} \right) \right] - PL - \sum_{i=1}^n P_{ch . i} - \sum_{s=2}^n \frac{b_s + b_1 * \frac{\partial P_{1g}}{\partial P_{sg}}}{2 * a_s} = 0 \end{aligned}$$

Enfin  $P_{1g}$  est obtenue par la formule suivante :

$$P_{1g} = \frac{1}{1 - \sum_{s=2}^G \left( \frac{a_1}{a_s} * \frac{\partial P_{1g}}{\partial P_{sg}} \right)} \left[ PL + \sum_{i=1}^n P_{ch.i} + \sum_{s=2}^G \frac{b_s + b_1 * \frac{\partial P_{1g}}{\partial P_{sg}}}{2 * a_s} \right] \quad (64)$$

$P_{1g}$  ne peut être calculée qu'après avoir déterminé la valeur de  $(\partial P_{1g} / \partial P_{sg})$ .

### C - CALCUL DE $(\partial P_{1g} / \partial P_{sg})$

Les puissances active et réactive des unités productrices  $P_{sg}$  et  $Q_{sg}$  dépendent des puissances de l'unité de référence ( $P_{1g}$  et  $Q_{1g}$ ).

Les variations sur les contraintes de type égalité par rapport aux  $P_{sg}$  ( $Q_{sg}$  sont considérées comme constantes  $Q_{sg} = 0$ ) donnent :

$$\Delta \Phi_1 = -\Delta PL + \Delta P_{1g} + \Delta P_{sg} + \Delta Q_{sg}$$

$$dPL = \frac{\partial PL}{\partial P_{1g}} * dP_{1g} + \frac{\partial PL}{\partial Q_{1g}} * dQ_{1g} + \frac{\partial PL}{\partial P_{sg}} * dP_{sg}$$

$$\Delta \Phi_1 = - \left( \frac{\partial PL}{\partial P_{1g}} * \Delta P_{1g} + \frac{\partial PL}{\partial Q_{1g}} * \Delta Q_{1g} + \frac{\partial PL}{\partial P_{sg}} * \Delta P_{sg} \right) + \Delta P_{1g} + \Delta P_{sg} \quad (65)$$

$$\Delta \Phi_2 = -\Delta QL + \Delta Q_{1g} + \Delta P_{sg} + \Delta Q_{sg}$$

$$dPL = \frac{\partial QL}{\partial P_{1g}} * dP_{1g} + \frac{\partial QL}{\partial Q_{1g}} * dQ_{1g} + \frac{\partial QL}{\partial P_{sg}} * dP_{sg}$$

$$\Delta\Phi_1 = - \left( \frac{\partial QL}{\partial P1g} * \Delta P1g + \frac{\partial QL}{\partial Q1g} * \Delta Q1g + \frac{\partial QL}{\partial Psg} * \Delta Psg \right) + \Delta Q1g + \Delta Psg \quad (66)$$

De l'équation (66) on tire Q1g (  $\Delta\Phi_1 = \Delta\Phi_2 = 0$  )

$$\Delta Q1g = \frac{1}{\left(1 - \frac{\partial QL}{\partial Q1g}\right)} \left[ \frac{\partial QL}{\partial P1g} * \Delta P1g - \Delta Psg * \left(1 - \frac{\partial QL}{\partial Psg}\right) \right] \quad (67)$$

En substituant (67) dans (65) , on obtient :

$$- \left( \frac{\partial PL}{\partial P1g} * \Delta P1g + \frac{\partial PL}{\partial Q1g} * \frac{1}{\left(1 - \frac{\partial QL}{\partial Q1g}\right)} * \left( \frac{\partial QL}{\partial P1g} * \Delta P1g - \Delta Psg \left(1 - \frac{\partial QL}{\partial Psg}\right) \right) \right) + \frac{\partial PL}{\partial Psg} * \Delta Psg + \Delta P1g + \Delta Psg = 0$$

$$\Delta P1g * \left( 1 - \frac{\partial PL}{\partial P1g} - \frac{\frac{\partial PL}{\partial Q1g}}{\left(1 - \frac{\partial QL}{\partial Q1g}\right)} * \frac{\partial QL}{\partial P1g} \right) + \Delta Psg * \left( 1 - \frac{\partial PL}{\partial Psg} - \right)$$

$$- \frac{\frac{\partial PL}{\partial Q1g} \left(1 - \frac{\partial QL}{\partial Psg}\right)}{\left(1 - \frac{\partial QL}{\partial Q1g}\right)} = 0$$

Enfin :

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial PL}{\partial Ps} \left( 1 - \frac{\partial QL}{\partial Ps} \right) \\
& - 1 + \frac{\partial PL}{\partial Ps} + \frac{\frac{\partial PL}{\partial Q1} \frac{\partial QL}{\partial Ps}}{\left( 1 - \frac{\partial QL}{\partial Ps} \right)} \\
\frac{\partial Q1g}{\partial Psg} \cong \frac{\Delta P1g}{\Delta Psg} = & \frac{\frac{\partial PL}{\partial P1} - \frac{\frac{\partial PL}{\partial Q1} \frac{\partial QL}{\partial P1}}{\left( 1 - \frac{\partial QL}{\partial Q1} \right)}}{\frac{\partial PL}{\partial P1} - \frac{\frac{\partial PL}{\partial Q1} \frac{\partial QL}{\partial P1}}{\left( 1 - \frac{\partial QL}{\partial Q1} \right)}} \quad (68)
\end{aligned}$$

La relation ( 61 ) est satisfaite une fois calculées les puissances P1g et Psg .

#### **IV – 1 - 4 - PUISSANCE REACTIVES GENEREES PAR L'ENSEMBLE DES UNITES DE PRODUCTION**

##### **A - EXPRESSION DE** $\left( \frac{\partial P1g}{\partial Qsg} \right)$

Les puissances réactives générées par toutes les centrales de production sont déterminées lorsque la relation ( 61 ) est vérifié . Les variations sur les contraintes de type égalité par rapport aux Qsg ( Psg sont considérées comme constantes Psg = 0 ) donnent :

$$\begin{aligned}
\Delta \Phi 1 = & - \Delta PL + \Delta P1g + \Delta Psg + \Delta Qsg \\
d PL = & \frac{\partial QL}{\partial P1g} * d P1g + \frac{\partial QL}{\partial Q1g} * d Q1g + \frac{\partial QL}{\partial Psg} * d Psg \\
\Delta \Phi 1 = & - \left( \frac{\partial PL}{\partial P1g} * \Delta P1g + \frac{\partial PL}{\partial Q1g} * \Delta Q1g + \frac{\partial PL}{\partial Qsg} * \Delta Qsg \right) + \Delta P1g \quad (69)
\end{aligned}$$

$$\Delta\Phi_2 = -\Delta QL + \Delta Q1g + \Delta Psg + \Delta Qsg$$

$$\Delta\Phi_1 = -\left( \frac{\partial QL}{\partial P1g} * \Delta P1g + \frac{\partial QL}{\partial Q1g} * \Delta Q1g + \frac{\partial QL}{\partial Qsg} * \Delta Qsg \right) + \Delta Q1g + \Delta Qsg \quad (70)$$

De l'équation (70), on tire  $\Delta Q1g$  ( $\Delta\Phi_1 = \Delta\Phi_2 = 0$ ):

$$\Delta Q1g = \frac{1}{\left(1 - \frac{\partial QL}{\partial Q1g}\right)} * \left( \frac{\partial QL}{\partial P1g} * \Delta P1g - \Delta Qsg * \left(1 - \frac{\partial QL}{\partial Qsg}\right) \right) \quad (71)$$

En substituons (70) dans (71):

$$-\left( \frac{\partial PL}{\partial P1g} * \Delta P1g + \frac{\partial PL}{\partial Q1g} * \frac{1}{\left(1 - \frac{\partial QL}{\partial Q1g}\right)} \left( \frac{\partial QL}{\partial P1g} * \Delta P1g - \Delta Qsg \left(1 - \frac{\partial QL}{\partial Qsg}\right) \right) \right) +$$

$$+ \frac{\partial PL}{\partial Qsg} * \Delta Qsg + \Delta P1g + \Delta Psg = 0$$

$$\frac{\partial P1g}{\partial Qsg} \cong \frac{\Delta P1g}{\Delta Qsg} = \frac{\frac{\partial PL}{\partial Qs} - \frac{\frac{\partial PL}{\partial Ps} \left(1 - \frac{\partial QL}{\partial Q1}\right)}{\left(1 - \frac{\partial QL}{\partial Q1}\right)} * \frac{\partial PL}{\partial Q1}}{1 - \frac{\partial PL}{\partial P1} - \frac{\frac{\partial PL}{\partial QL} \left(1 - \frac{\partial QL}{\partial Q1}\right)}{\left(1 - \frac{\partial QL}{\partial Q1}\right)} * \frac{\partial QL}{\partial P1}} \quad (72)$$

Si  $(\partial P1g / \partial Qsg) = 0$ , alors le numérateur de la relation (72) est nul.

$$\frac{\partial PL}{\partial Q_s} - \frac{\left(1 - \frac{\partial PL}{\partial Q_s}\right)}{\frac{\partial QL}{\partial Q_1}} * \frac{\partial PL}{\partial Q_1} = 0$$

$$\frac{\partial PL}{\partial Q_s} * \left(1 - \frac{\partial QL}{\partial Q_1}\right) - \frac{\partial PL}{\partial Q_1} * \left(1 - \frac{\partial QL}{\partial Q_1}\right) = 0 \quad (73)$$

Les accroissements dus aux variations  $Q_1$  et  $Q_s$  nous permettent de négliger

$\frac{\partial QL}{\partial Q_s}$  et  $\frac{\partial QL}{\partial Q_1}$  devant 1, et la relation (73) devient :

$$\frac{\partial PL}{\partial Q_s} - \frac{\partial PL}{\partial Q_1} = 0 \quad (74)$$

Pour calculer  $P_{1g}$ ,  $P_{sg}$  et  $Q_{sg}$ , il faut déterminer les dérivées partielles des pertes de puissances active et réactive (  $PL$  et  $QL$  ) par rapport aux puissances active et réactive de tous les autres nœuds de réseau .

#### **IV – 1 - 5 - PERTES ACTIVE ET REACTIVE**

##### **A - EXPRESSION DES PERTES EN FONCTION DES COURANTS**

Si  $n$  est le nombre total des nœuds du réseau , les contraintes de type égalité correspondent à la couverture des pertes totales , par injection des puissances [ 29 , 30 , 31 , 42 ], [ 65 - 67 ] .

$$PL + j QL = \sum_{p=1}^n S_p = \sum_{p=1}^n \bar{E}_p * \bar{E}_p^*$$

Où :  $\hat{S}_p$  est la puissance apparente injectée au nœud  $p$ .

Si l'on désigne par  $[\bar{I}]$  et  $[\bar{E}]$  respectivement les vecteurs de courant et de tension, on peut écrire :

$$PL + jQL = [\bar{E}]^t * [\bar{I}^*]$$

Où  $[\bar{E}]^t$  est le vecteur transposé de  $[\bar{E}]$

Et  $[\bar{I}^*]$  vecteur conjugué de  $[\bar{I}]$

Sachant que :  $[\bar{E}] = [Z] [\bar{I}]$

Alors :  $[\bar{E}] = [\bar{I}]^t [\check{Z}]^t$

$[Z] = [R] + j[X]$  est la matrice admittance du réseau.

Posons  $[\bar{I}] = [I_a] + j[I_r]$

$$PL + jQL = ([I_a] + j[I_r])^t * ([R] + j[X]) * ([I_a] + j[I_r])$$

En séparant la partie réelle et la partie imaginaire, on obtient :

♣ **Partie réelle :**

$$PL = [I_a]^t [R] [I_a] + [I_a]^t [X] [I_r] + [I_r]^t [R] [I_r] + [I_r]^t [X] [I_a]$$

Puisque les deux matrices  $R$  et  $X$  sont symétriques, on peut simplifier l'écriture de

$$PL \text{ qui devient : } PL = [I_a]^t [R] [I_a] + [I_r]^t [R] [I_r] \quad (75)$$

♣ **Partie imaginaire :**

$$QL = [I_a]^t [X] [I_a] + [I_r]^t [R] [I_a] + [I_r]^t [X] [I_r] - [I_a]^t [X] [I_r]$$

$$\text{D'où } QL = [I_a]^t [X] [I_a] + [I_r]^t [X] [I_r] \quad (76)$$

Sous la forme développée, on obtient :

$$PL = \sum_{p=1}^n \sum_{q=1}^n R_{pq} I_{ap} * I_{aq} + I_{rp} * I_{rq} \quad (77)$$

$$QL = \sum_{p=1}^n \sum_{q=1}^n X_{pq} I_{ap} * I_{aq} + I_{rp} * I_{rq} \quad (78)$$

**B - EXPRESSION DES PERTES EN FONCTION DES PUISSANCES**

La puissance apparente injectée au nœud  $p$  est donné par :

$$\hat{S}_p = \bar{E}_p * \bar{I}_p^*$$

Et  $SL = PL + j QL$

Sachant que :

$$SL = \sum_{p=1}^n S_p$$

$$S_p^* = P_p - j Q_p = \bar{E}_p^* \bar{I}_p \text{ et comme } \bar{E}_p^* = \sum_{p=1}^n Z_{pq}^* \bar{I}_q^*$$

$$S_p^* = \sum_{p=1}^n \bar{I}_p^* \sum_{q=1}^n Z_{pq}^* \bar{I}_q^*$$

sous la forme développée et après avoir remplacé  $\bar{I}_q$  par  $S_p / \bar{E}_p^*$  et  $\bar{I}_p$  par  $S_q / \bar{E}_q^*$  la puissance apparente a pour expression

$$SL = \sum_{p=1}^n \sum_{q=1}^n \frac{1}{\bar{E}_p \bar{E}_q} * (R_{pq} - j X_{pq}) (P_p - j Q_p) (P_q + j Q_q)^* \quad (79)$$

$$* (\cos(\delta_p - \delta_q) + j \sin(\delta_p - \delta_q))$$

Le développement de SL donne les pertes actives ( PL ) et réactives ( QL ) soit :

$$PL = \sum_{p=1}^n \sum_{q=1}^n \frac{1}{\bar{E}_p \bar{E}_q} ( (P_p P_q + Q_p Q_q) R_{pq} * \cos(\delta_p - \delta_q) - (P_p Q_q + Q_p P_q) R_{pq} * \sin(\delta_p - \delta_q) )$$

$$QL = \sum_{p=1}^n \sum_{q=1}^n \frac{1}{\bar{E}_p \bar{E}_q} ( (P_p P_q + Q_p Q_q) X_{pq} * \cos(\delta_p - \delta_q) - (P_p Q_q + Q_p P_q) X_{pq} * \sin(\delta_p - \delta_q) )$$

Si nous posons :

$$\alpha_{pq} = \frac{R_{pq}}{\bar{E}_p \bar{E}_q} * \cos(\delta_p - \delta_q) , \quad \beta_{pq} = \frac{-R_{pq}}{\bar{E}_p \bar{E}_q} * \sin(\delta_p - \delta_q) \quad (80)$$

$$\gamma_{pq} = \frac{X_{pq}}{\bar{E}_p \bar{E}_q} * \cos(\delta_p - \delta_q), \quad \beta_{pq} = \frac{-X_{pq}}{\bar{E}_p \bar{E}_q} * \sin(\delta_p - \delta_q)$$

La nouvelle expression des pertes active et réactive sera alors

$$PL = \sum_{p=1}^n \sum_{q=1}^n ((P_p P_q + Q_p Q_q) \alpha_{pq} + (P_p Q_q - Q_p P_q) \beta_{pq}) \quad (81)$$

$$QL = \sum_{p=1}^n \sum_{q=1}^n ((P_p P_q + Q_p Q_q) \gamma_{pq} + (P_p Q_q - Q_p P_q) \beta_{pq}) \quad (82)$$

#### IV – 1 - 6 - LES DERIVEES PARTIELLES DES PERTES DE PUISSANCES

Le calcul des puissances actives générées fait intervenir les dérivées partielles des pertes de puissances par rapport aux autres, comme le montre les relations ( 63 ), ( 64 ), ( 68 ).

Soit j un nœud quelconque, les dérivées partielles des pertes de puissances active et réactive par rapport à celles qui sont injectées au nœud j ( P<sub>j</sub> et Q<sub>j</sub> ) seront

$$\frac{\partial PL}{\partial QL} = \frac{\partial}{\partial P_j} \left( \sum_{p=1}^n \sum_{q=1}^n ((P_p P_q + Q_p Q_q) * \alpha_{pq} + (P_p Q_q - Q_p P_q) \beta_{pq}) \right)$$

$$\begin{aligned} ** \frac{\partial}{\partial P_j} \left( \sum_{p=1}^n \sum_{q=1}^n (P_p P_q \alpha_{pq}) \right) &= \sum_{p=1}^n \sum_{q=1}^n \alpha_{pq} \left( P_p \frac{\partial P_q}{\partial P_j} + P_q \frac{\partial P_p}{\partial P_j} \right) = \\ &= 2 * \sum_{q=1}^n \alpha_{pq} * P_q \end{aligned}$$

$$** \frac{\partial}{\partial P_j} * \left( \sum_{p=1}^n \sum_{q=1}^n (Q_p Q_q \alpha_{pq}) \right) = 0$$

$$** \frac{\partial}{\partial P_j} * \left( \sum_{p=1}^n \sum_{q=1}^n (P_p Q_q \beta_{pq}) \right) = \sum_{q=1}^n \beta_{pq} Q_q$$

$$** \frac{\partial}{\partial P_j} * \left( \sum_{p=1}^n \sum_{q=1}^n (Q_p P_q \beta_{pq}) \right) = \sum_{k=1}^n \beta_{pq} Q_q$$

D'où :

$$\frac{\partial PL}{\partial P_j} = 2 * \sum_{q=1}^n ( \alpha_{pq} * P_q + \beta_{pq} * Q_q )$$

De la même manière on obtient les termes des autres dérivées partielles :

$$** \frac{\partial PL}{\delta P_j} = 2 * \sum_{q=1}^n ( \alpha_{pq} * P_q + \beta_{pq} * Q_q )$$

$$** \frac{\partial PL}{\partial Q_j} = 2 * \sum_{q=1}^n ( \alpha_{pq} * Q_q - \beta_{pq} * P_q )$$

( 83 )

$$** \frac{\partial QL}{\partial P_j} = 2 \sum_{q=1}^n ( \gamma_{pq} * P_q + \rho_{pq} * Q_q )$$

$$** \frac{\partial QL}{\partial Q_j} = 2 \sum_{q=1}^n ( \gamma_{pq} * Q_q - \rho_{pq} * P_q )$$

#### **IV – 1 - 7 - CALCUL DES PUISSANCES REACTIVES GENEREES**

Dans la relation ( 74 ) (  $\frac{\partial PL}{\partial Q_s} - \frac{\partial PL}{\partial Q_1} = 0$  ) figurent deux dérivées partielles

qu'il faut substituer par leurs expressions données par la relation ( 83 ) .

$$\frac{\partial PL}{\partial Q_s} = 2 \sum_{q=1}^n (\alpha_{sq} * Q_q - \beta_{sq} * P_q)$$

Et

$$\frac{\partial PL}{\partial Q_i} = 2 \sum_{q=1}^n (\alpha_{iq} * Q_q - \beta_{iq} * P_q)$$

Et la relation (74) devient après développement :

$$2 * \sum_{q=1}^n ((\alpha_{sq} - \alpha_{iq}) * Q_q - (\beta_{sq} - \beta_{iq}) * P_q) = 0 \quad (84)$$

Désignons par  $Q_{Gen}$  la puissance réactive générée par toutes les unités de production du réseau et par  $Q_{1gn}$ ,  $Q_{sgn}$  respectivement les nouvelles valeurs des puissances réactives du nœud de référence et des autres nœuds .

$$Q_{Gen} = Q_{1g} + \sum_{s=2}^n Q_{sg}$$

$$Q_{Gen} \approx Q_{1gn} + \sum_{s=2}^G Q_{sgn}, \quad \text{d'où l'on tire :}$$

$$Q_{1gn} \approx Q_{1g} + \sum_{s=2}^G (Q_{sg} - Q_{sgn}) \quad (85)$$

En introduisant  $Q_{ig}$  et  $Q_{sg}$  dans  $Q_q$  et en posant

$$Q_{1gn} \approx Q_{1g} - \sum_{m=2}^G (\Delta Q_{mg})$$

$$\text{avec : } \Delta Q_{mg} = \Delta Q_{mgn} - Q_{mg}$$

$$Q_{mgn} \approx Q_{mg} - \sum_{m=2}^G (\Delta Q_{mg})$$

Et par substitution, on obtient la relation suivante :

$$\begin{aligned}
 & G \\
 & \sum_{m=1}^G ((\alpha_{11} - \alpha_{s1} - \alpha_{1m} - \alpha_{sm}) * \Delta Q_{mg} - \\
 & - \sum_{q=1}^G ((\alpha_{1q} - \alpha_{sq}) * Q_q - (\beta_{sq} - \beta_{1q}) * P_q) \quad (86)
 \end{aligned}$$

#### **IV – 1 – 8 - ALGORITHME D'OPTIMISATION**

L'algorithme de la méthode se résume aux étapes suivantes :

##### Etape 1 :

- \* Choix du numéro du nœud de référence.
- \* Les puissances active et réactive des charges sont fixées au niveau de tous les nœuds du réseau.
- \* Les puissances active et réactive générées de l'ensemble des unités de production sont prises arbitrairement à l'exception de celles du nœud de référence qui seront calculées dans l'écoulement de puissances.
- \* L'application de l'une des deux méthodes décrites ( Newton – Raphson ou Gauss – Seidel ) dans le calcul de l'écoulement de charges , permettra d'obtenir les tensions ( modules et arguments ) , les puissances injectées et les pertes de puissances active et réactive au niveau de tous les nœuds .

##### Etape 2 :

- \* Les résultats de la 1<sup>ère</sup> étape ( modules et arguments des tensions ) et les éléments de la matrice inverse de l'admittance seront utilisés pour le calcul des coefficients  $\alpha$  ,  $\beta$  ,  $\gamma$  ,  $\rho$  .
- \* Ainsi seront calculées les dérivées partielles par ( 83 ) et  $\partial P_{1g} / \partial P_{sg}$  par ( 68 ).

##### - Calcul de la matrice inverse :

- \* Afin de ne pas trop charger le programme principal il est préférable de calculer séparément la matrice impédance  $[ Z ] = [ Y ]^{-1}$  et d'introduire ses éléments comme données pour effectuer les opérations nécessaires .
- \* La matrice admittance étant complexe  $[ Y ] = [ G ] - j [ B ]$  , son inverse est la matrice impédance  $[ Z ] = [ R ] + j [ X ]$  avec  $[ R ]$  et  $[ X ]$  respectivement les matrices résistance et réactance .

Telle que :

$$[R] = ([I] + ([G]^{-1} [B]))^2 \quad \text{et} \quad [X] = [G]^{-1} [B] [R]$$

Etape 3 :

\* Une valeur approximative de  $P_{ig}$  est obtenue par ( 64 ) , cette valeur est utilisée avec les résultats de la deuxième étape dans la relation ( 63 ) pour calculer les  $P_{sg}$  et par conséquent , on détermine les écarts entre les puissances actives générées  $\Delta P_{sg}$  .

Etape 4 :

\* La résolution du système d'équations ( 86 ) par la méthode de Gauss – Jordan donne les accroissements  $\Delta Q_{sg}$  . On en déduit les nouvelles valeurs de  $Q_{sg}$  à partir de la relation ( 85 ) .

Etape 5 :

\* La solution optimale est acquise lorsque les accroissements des puissances active et réactive générées  $\Delta P_{sg}$  et  $\Delta Q_{sg}$  sont inférieurs à une certaine tolérance fixée au début.

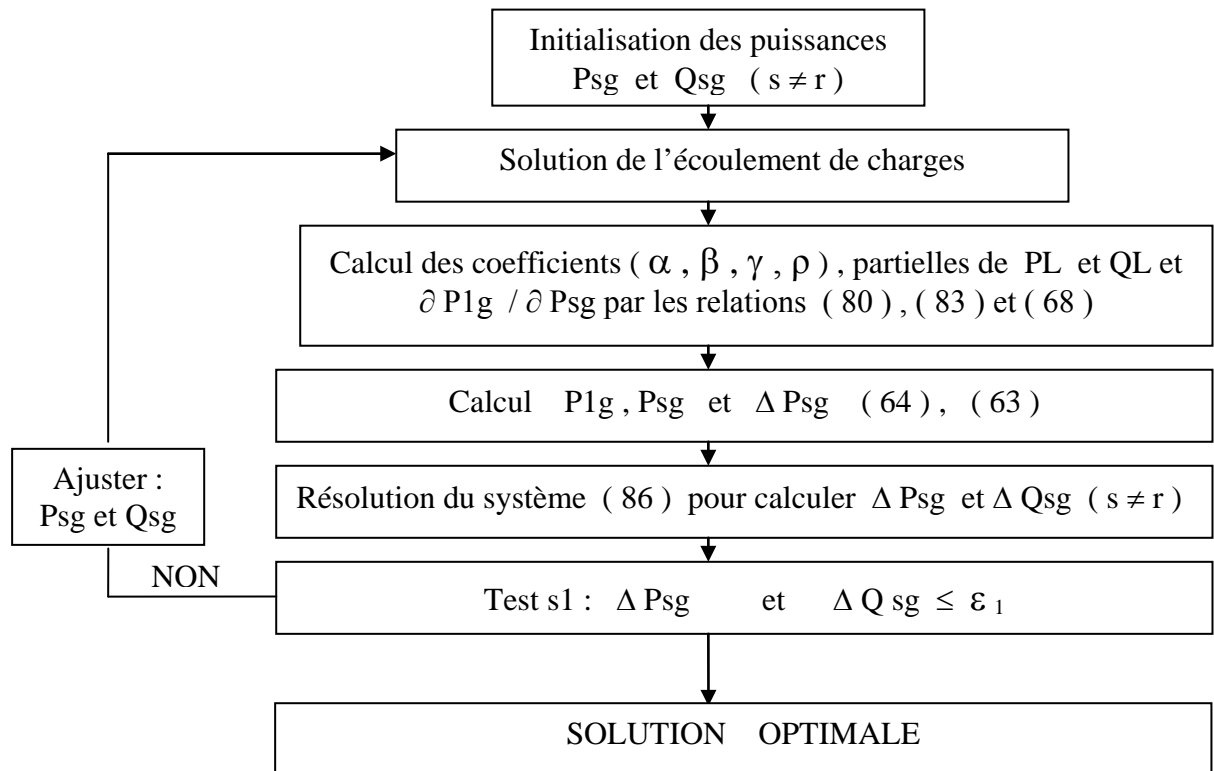
\* Si les premières valeurs vérifient le test alors la méthode converge et elles seront prises comme étant solution optimale de notre répartition.

Etape 6 :

\* Si la convergence n'est pas atteinte, les puissances active et réactive qui sont prises arbitrairement seront ajustées en leur ajoutant les accroissements déterminés dans l'étape précédente.

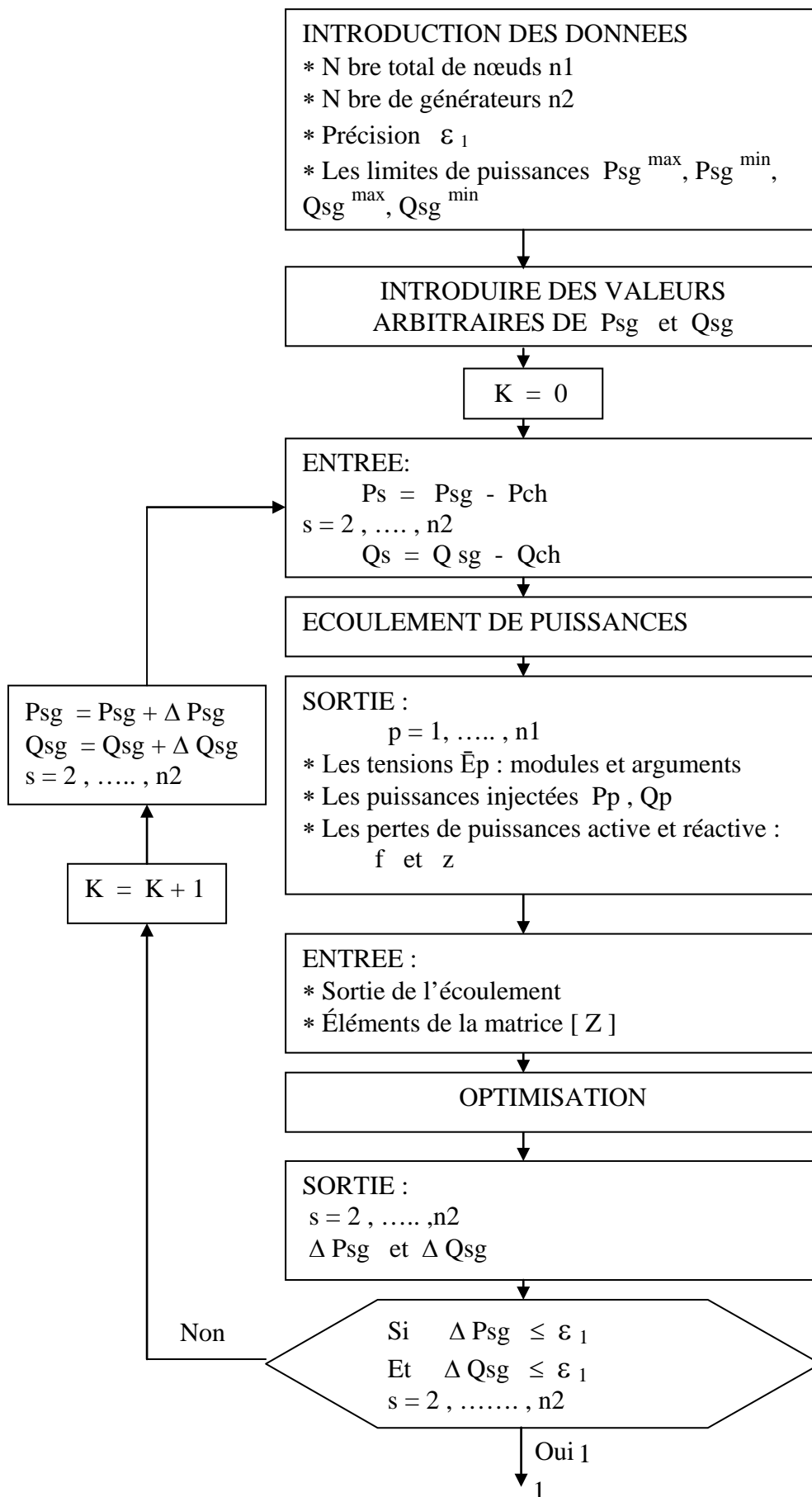
\* Les puissances résultantes seront introduites dans la 1<sup>ère</sup> étape pour calculer de nouveau l'écoulement de puissances et la procédure sera répétée jusqu'à l'obtention de la convergence.

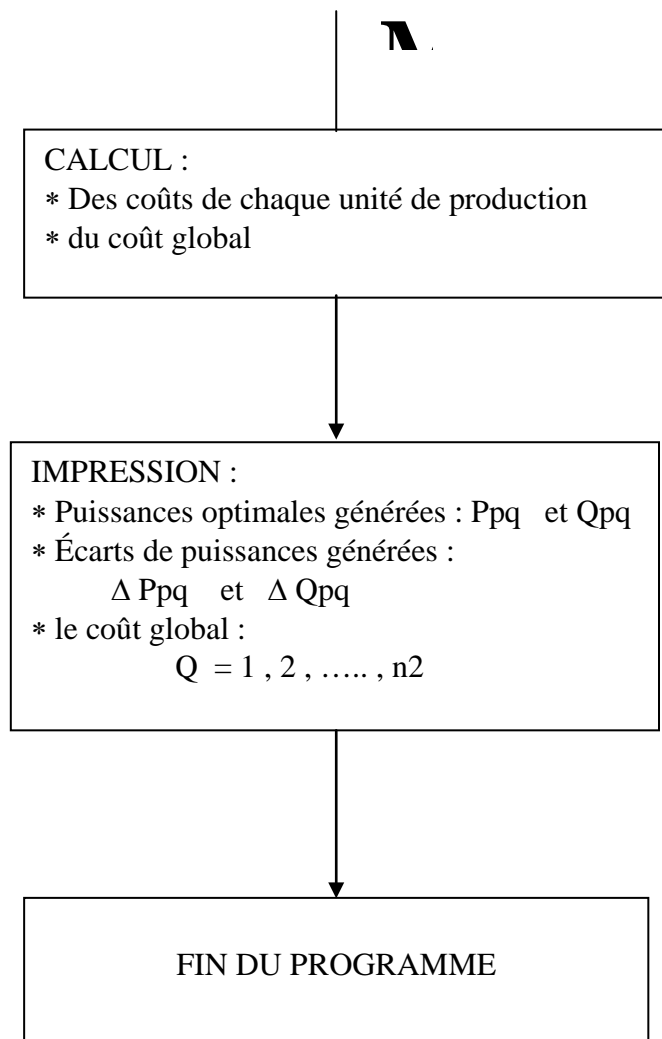
## SCHEMA BLOC DE L'ALGORITHME



**Fig. 4 :** Schéma bloc de l'algorithme

#### IV - 1 - 9 - ORGANIGRAMME D'OPTIMISATION





**Fig. 5** : Organigramme d'optimisation

## **IV – 2 - METHODE DE LAGRANGE**

### **IV – 2 – 1 -INTRODUCTION**

Le but de cette partie du travail est de mettre en œuvre un modèle de résolution de la répartition optimale des puissances réactives selon le critère de minimisation des pertes actives, en considérant que la répartition optimale de la puissance active selon le coût du combustible a déjà été traité précédemment.

Dans les réseaux, la tension et la fréquence font partie des indicateurs de la bonne exploitation technique et économique du système de production et de transport. Donc la tension et la fréquence apparaissent comme des paramètres fondamentaux de tout système d'énergie électrique.

D'après la littérature [ 54 , 55 ] , [ 66 , 68 ] , on sait que la fréquence a une relation directe avec la puissance active , tandis que la tension est liée à la puissance réactive . De ce fait, la tension en un point du réseau est fonction de sa topologie et en particulier du transit de sa puissance réactive.

### **IV – 2 – 2 - SOURCES DE GENERATION ET D'ABSORPTION D'ENERGIE REACTIVE ET BILAN DE LA PUISSANCE REACTIVE**

Le réseau en lui-même est une source non négligeable de puissance réactive . Ainsi en dehors de la production d'énergie réactive par les générateurs, le réseau doit faire appel à d'autres sources, ou plutôt à d'autres moyens de compensation, qui finalement sont au moins aussi souvent consommateurs que fournisseurs d'énergie réactive. Ce sont les condensateurs, les inductances, les compensateurs .....

Ces derniers nous permettent de dresser le bilan de la puissance réactive.

#### **IV – 2 – 2 – 1 - GROUPES DE PRODUCTION (GENERATEURS)**

Les groupes de production sont bien situés pour satisfaire les besoins en énergie réactive. D'autant plus , leurs performances dynamiques leurs permettent de faire face aux fluctuations brusques de la demande . En revanche, ils ne peuvent compenser que partiellement les charges réactives, en raison des chutes de tension importante que créent les transits d'énergie réactive sur les réseaux .

En général, le facteur de puissance des générateurs a pour valeur :

$$\text{Cos } \varphi_n = 0,85 \div 0,9$$

Une fois le générateur est chargé à sa puissance active nominale  $P_{gn}$ , il peut fournir aux réseaux électriques la puissance réactive nominale  $Q_{gn}$  :

$$Q_{gn} = (0,48 \div 0,62) * P_{gn}$$

#### **IV – 2 – 2 – 2 - LIGNES**

Les lignes sont une source non négligeable de puissance réactive.

La puissance capacitive produite par les lignes THT et HT est égale :

$$Q_c = \sum_{j \in n} E_j^2 * \omega * C_j * l_j * 10^{-9} \quad (\text{MVAR}) \quad (87)$$

Où  $i = 1, 2, \dots, n$  : le nombre de lignes des réseaux donnés .

$E_j$  : la tension de la ligne  $j$  [ KV ]

$C_j$  : capacité linéique de ligne  $j$  [ nF / Km ]

$l_j$  : longueur de la ligne [ Km ]

Par exemple pour une ligne aérienne de 225 KV et de section  $570 \text{ mm}^2$ , la puissance réactive fournie à vide est de 0,13 MVAR / Km et la puissance réactive absorbée à puissance maximale est de 1,4 MVAR / Km .

#### **IV – 2 – 2 – 3 - CONDENSATEURS**

Les condensateurs ont pour rôle de fournir une partie de l'énergie réactive consommée par les charges ou le réseau. Ces derniers raccordés aux jeux de barre HT des postes HTH / HT sont destinés à compenser les pertes réactives sur les réseaux HT / THT . Leur puissance est de l'ordre de 20 à 30 MVAR et représentent environ 20 % du parc des condensateurs installés.

#### **IV – 2 – 2 – 4 - INDUCTANCES**

Les inductances sont utilisées pour compenser l'énergie réactive fournie en heure creuse par les lignes THT. Ces dernières branchées soit directement, soit au secondaire d'un transformateur absorbent une partie de l'énergie réactive dans la ligne et par conséquent permettent une limitation des surtensions.

#### **IV – 2 – 2 – 5 - COMPENSATEURS**

##### **a - Les compensateurs synchrones :**

Les compensateurs synchrones sont des machines tournantes , qui ne fournissent aucune puissance active , mais qui peuvent suivant qu'elles soient sous ou surexcitées absorber ou fournir de l'énergie réactive .

Leur puissance est de 20 à 60 MVAR en fourniture et de 10 à 30 MVAR en l'absorption.

##### **b - Les compensateurs statiques :**

Appelés ainsi parce qu'ils ne comportent aucun élément tournant. Les compensateurs statiques sont constitués d'ensemble de condensateurs et d'inductances commandés par thyristors.

Ces derniers ont une bonne performance dynamique . Donc, ils peuvent être utilisés pour le réglage de la tension , en particulier dans les zones éloignées de groupes de production

#### **IV – 2 – 2 – 6 - BILAN DE LA PUISSANCE REACTIVE**

Le bilan de la puissance réactive peut être exprimé donc à l'aide de l'expression suivante :

$$\sum_{i \in n} Q_i(t) = \sum_{i \in n} Q_{gi}(t) + \sum_{i \in n} Q_{si}(t) + \sum_{i \in n} Q_j(t) \quad (88)$$

Où:

$i = 1, 2, \dots, n$  : le nombre de nœuds du réseau considéré.

$j = 1, 2, \dots, n$  : le nombre d'éléments du réseau considéré (lignes et transformateurs)

$Q_i(t)$  : la puissance réactive consommée au nœud  $i$  .

$Q_{gi}(t)$  : la puissance réactive fournie au réseau par les centrales au nœud  $i$  .

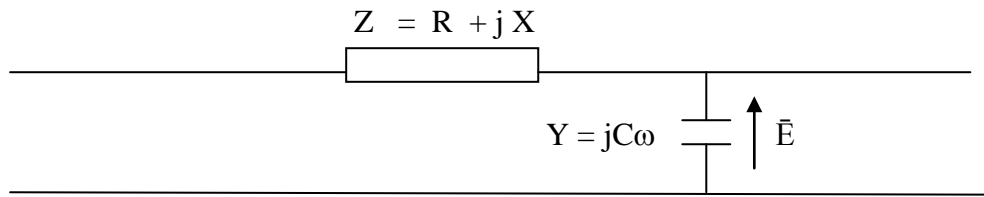
$Q_{si}(i)$  : la puissance réactive produite par les sources d'énergie installées au nœud  $i$  .

$Q_j(t)$  : les pertes de puissance réactive dans l'élément  $i$  du réseau.

#### **IV – 2 – 3 - TRANSIT DE L'ENERGIE REACTIVE**

Le transit de la puissance réactive est dû à la consommation d'une part des charges qui sont caractérisées par la  $\text{tg } \varphi$  des récepteurs et d'autre part aux éléments du réseau (lignes, transformateurs).

Les éléments du réseau peuvent être représentés sous la forme d'une impédance et d'une capacité en dérivation :



**Fig.6** : Représentation d'une ligne capacitive

Le bilan de puissance réactive d'un tel élément, de réactance  $X = L\omega$  et de capacité  $C$  s'écrit :

$$Q = C \omega E^2 - L \omega * \frac{S^2}{E^2} \quad (89)$$

$S$  : est la puissance apparente.

$E$  : est la tension de la ligne.

On sait que :

- pour les transformateurs, la capacité  $C \approx 0$  , donc ils absorbent toujours de la puissance réactive .

- pour les lignes, il existe une valeur de la puissance apparente transitée pour la quelle le bilan réactif est nul.

Donc :

$$\text{Pour } Q = 0 \text{ , on aura } S_c = E^2 \sqrt{\frac{C}{L}} = \frac{E^2}{Z_c} \quad (90)$$

$S_c$  : est appelé puissance caractéristique.

$Z_c$  : impédance caractéristique.

- Si la puissance transportée est inférieure à la puissance caractéristique, l'ouvrage fournit de la puissance réactive, dans le cas contraire, il en absorbe.

De ce fait, la puissance réactive absorbée ou fournit par les réseaux, varie fortement en fonction des transits.

On distingue :

- Les variations périodiques liées à l'évolution des transits dans les ouvrages et dues aux variations de la consommation.

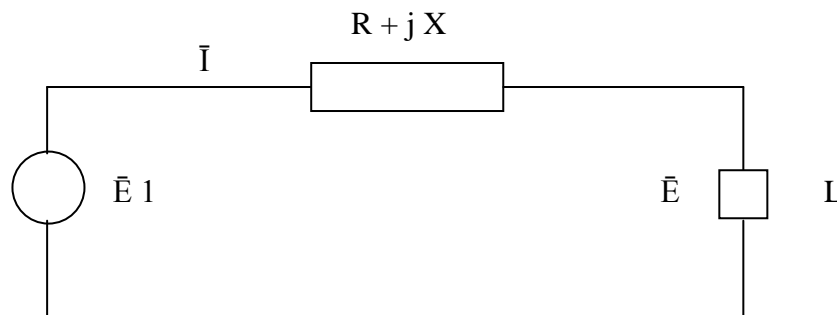
- Les variations aléatoires brusques, dues à des modifications importantes des transits provoqués par un incident sur le réseau .

#### IV – 2 – 4 - EFFETS DE L'ENERGIE REACTIVE

Les variations de tension du réseau sont étroitement liées aux fluctuations de la puissance réactive dans le système de production et de transport. Ceci tient au fait que la puissance réactive intervient de manière importante dans l'expression de la chute de tension .

Le transit de la puissance réactive à travers les éléments du réseau produit non seulement des chutes de tension, mais aussi des pertes par effet Joule. Il y'a donc un intérêt évident à éviter le transport de la puissance réactive. Celle-ci devant être produite autant que possible à l'endroit où elle est consommée.

Considérons un réseau , assimilable à une impédance  $Z = R + j X$  qui alimente une charge  $L$  , consommant une puissance apparente  $S = P + j Q$



**Fig. 7** : représentation d'un réseau électrique assimilable aune impédance  $Z$  alimentant une charge  $L$

Les pertes actives ( pertes Joule ) correspondant à ce réseau sont de la forme :

$$PL = RI^2 = R * \frac{(P^2 + Q^2)}{|\bar{E}|^2} = \frac{RP^2}{|\bar{E}|^2} * (1 + \text{tg}^2 \varphi) \quad (91)$$

$|\bar{E}|$  : étant le module de la tension aux bornes de la charge.

Le terme  $\frac{RP^2}{|\bar{E}|^2} * \text{tg}^2 \varphi$  représente donc le surplus de pertes Joule occasionnées par le

transport de la puissance réactive.

- la chute de tension correspondante à ce réseau est

$$|\Delta \bar{E}| \approx \frac{RP + XQ}{|\bar{E}|}$$

(Cette équation approchée est acceptable si l'écart de phase entre les tensions aux deux extrémités est petit.)

- Si  $R$  est petit devant  $X$ , ce qui est le cas pour les réseaux de transport, cette expression se simplifie encore :

$$|\Delta \bar{E}| \approx \frac{XQ}{|\bar{E}|} \quad (92)$$

- Si le système unitaire est utilisé, on peut encore remarquer que  $|\bar{E}| = |\bar{E}_n| = 1$  pu, car dans un réseau de transport, la tension ne diffère pas de plus de quelques la tension nominale.

Par conséquent dans le système unitaire la formule ( 93 ) peut s'écrire :

$$|\Delta \bar{E}| \approx XQ \quad (94)$$

Cette expression montre que le transit d'une puissance réactive important conduit à une chute de tension. Dès lors, on comprend l'intérêt qu'il y'a à produire localement la puissance réactive.

Notons que toutes les formules écrites ci-dessous restent valables si l'on remplace les puissances monophasées par les puissances triphasées.

#### **IV – 2 – 5 - MODELE MATHEMATIQUE**

Le problème d'optimisation de la puissance réactive est liée à la minimisation des pertes actives, et ceci grâce à la relation existante entre le module de la tension et de la puissance réactive.

Mathématiquement, le problème peut être posé comme un système non linéaire répondant à la condition suivante :

$$\text{Min de PL} \quad (95)$$

Sous les contraintes :

$$\sum_{i=1}^n Q_i - Q_L = 0 \quad (96)$$

$$Q^{\min} \leq Q \leq Q^{\max} \quad (97)$$

$$i = 1, 2, \dots, n$$

Où : PL : représente les pertes actives pour un réseau à N nœuds.

QL : représente les pertes réactives pour un réseau à N nœuds.

N : est le nombre de nœuds total.

n : est le nombre de nœuds de génération.

En utilisant, le facteur de Lagrange [38 , 41] , on aura une nouvelle fonction F sous la forme :

$$F = PL - \lambda \left( \sum_{i=1}^N Q_i - QL \right) \quad (96)$$

où  $\lambda$  : est le facteur de Lagrange .

La minimisation des pertes actives est obtenue seulement si les conditions répondent aux exigences suivantes :

$$\frac{\partial F}{\partial Q_i} = 0 \quad ; \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (97)$$

et 
$$\frac{\partial F}{\partial \lambda} = 0 \quad (98)$$

L'équation ( 98 ) n'est que la contrainte ( 94 ) .

L'équation (97) nous donne :

$$\frac{\partial F}{\partial Q_i} = \frac{d PL}{d Q_i} - \lambda \left( 1 - \frac{\lambda QL}{\lambda Q_i} \right) = 0 \quad (99)$$

$$i = 1, 2, \dots, n$$

D'où :

$$\lambda = \frac{d PL}{d Q_i} * \left( \frac{1}{1 - \frac{\partial QL}{\partial Q_i}} \right) \quad (100)$$

$$i = 1, 2, \dots, n$$

D'où :

$$\frac{d PL}{d Q_i} * P_{Fi} = \lambda$$

Avec :

$$P_{Fi} = \frac{1}{1 - \frac{\partial QL}{\partial Q_i}} \quad : \quad \text{est le facteur de pénalité pour le nœud } i .$$

$$\frac{d PL}{d Q_i} \quad : \quad \text{pertes actives incrémentales au nœud } i .$$

$$\frac{\partial QL}{\partial Q_i} \quad : \quad \text{pertes réactives incrémentales au nœud } i .$$

L'équation ( 100 ) nous donne :

$$\frac{d PL}{d Q_i} + \lambda \frac{\partial QL}{\partial Q_i} = \lambda \quad ( 101 )$$

$$i = 1, 2, \dots, n$$

L'équation ( 101 ) représente l'équation de coordination de la répartition optimale de la puissance réactive . La solution de cette dernière dépend du choix de la valeur de  $\lambda$  et de l'expression des pertes active PL et réactive QL .

#### **IV – 2 – 6 - EXPRESSIONS DES PERTES ACTIVE PL ET REACTIVE QL**

Pour un réseau à N nœuds , les pertes active PL et réactive QL sont déterminées à partir des puissances injectées :

$$PL + j QL = \sum_{i=1}^N S_i = \sum_{i=1}^N \bar{E}_i \bar{I}_i^* \quad ( 102 )$$

La matrice des courants injectés  $[\bar{I}]$  et celle des tensions nodales  $[\bar{E}]$  sont :

$$[\bar{I}] = \begin{pmatrix} \bar{I}(1) \\ \bar{I}(2) \\ \vdots \\ \bar{I}(N) \end{pmatrix}$$

$$[\bar{E}] = \begin{pmatrix} \bar{E}(1) \\ \bar{E}(2) \\ \vdots \\ \bar{E}(N) \end{pmatrix}$$

L'équation ( 101 ) peut être représentée comme suit :

$$PL + jQL = [\bar{E}]^t [\bar{I}^*] \quad (103)$$

Où :

$[\bar{E}]^t$  : est la matrice transposée de  $[\bar{E}]$  .

$[\bar{I}^*]$  : est la matrice conjuguée de  $[\bar{I}]$  .

$$[\bar{E}] = [Z] [\bar{I}]$$

$$[\bar{E}]^t = [Z]^t [\bar{I}]^t$$

Où :  $[Z]$  : est la matrice impédance .

L'équation ( 103 ) devient :

$$PL + jQL = [\bar{I}]^t [Z]^t [\bar{I}^*] = [\bar{I}]^t [Z] [\bar{I}^*] \quad (104)$$

$$[Z]^t = [Z] \text{ car } [Z] \text{ est matrice symétrique .}$$

La matrice impédance  $[Z]$  s'exprime en fonction de la matrice résistance  $[R]$  et de la matrice réactance  $[X]$  .

$$[Z] = R + jX = \begin{pmatrix} R_{11} & \dots & R_{1N} \\ \dots & \dots & \dots \\ R_{N1} & \dots & R_{NN} \end{pmatrix} + j \begin{pmatrix} X_{11} & \dots & X_{1N} \\ \dots & \dots & \dots \\ X_{N1} & \dots & X_{NN} \end{pmatrix}$$

De même la matrice correspondante au courant [ I ] s'exprime en fonction de la matrice courant actif [ I<sub>a</sub> ] et la matrice courant réactif [ I<sub>r</sub> ] :

$$[\bar{I}] = I_a + j I_r = \begin{pmatrix} I_{a1} \\ I_{a2} \\ \cdot \\ \cdot \\ \bar{I}_{an} \end{pmatrix} + j \begin{pmatrix} I_{r1} \\ I_{r2} \\ \cdot \\ \cdot \\ I_{rn} \end{pmatrix}$$

En remplaçant dans l'expression ( 104 ) , les paramètres par leurs valeurs respectives , on obtient :

$$PL + j QL = ([ I_a ] + j [ I_r ]) ^t * ([ R ] + j [ X ]) * ([ I_a ] - j [ I_r ]) \quad ( 105 )$$

La décomposition de l'équation ( 105 ) en parties réelle nous donne :

$$PL = [ I_a ] ^t [ R ] [ I_a ] + [ I_a ] ^t [ X ] [ I_r ] + [ I_r ] ^t [ R ] [ I_r ] - [ I_r ] ^t [ X ] [ I_a ] \quad ( 106 )$$

La matrice [ X ] est symétrique , ce qui entraîne l'égalité du second et quatrième terme de l'équation ( 106 ) , on obtient ainsi :

$$PL = [ I_a ] ^t [ R ] [ I_a ] + [ I_r ] ^t [ R ] [ I_r ] \quad ( 107 )$$

Et en partie imaginaire :

$$QL = [ I_a ] ^t [ R ] [ I_a ] + [ I_r ] ^t [ R ] [ I_a ] + [ I_r ] ^t [ X ] [ I_r ] - [ I_a ] ^t [ R ] [ I_r ] \quad ( 108 )$$

La matrice [ R ] est symétrique ce qui entraîne l'égalité du second et quatrième terme de l'équation ( 108 ) , on obtient ainsi :

$$QL = [ I_a ] ^t [ X ] [ I_a ] + [ I_r ] ^t [ X ] [ I_r ] \quad ( 109 )$$

La résolution des équations ( 107 ) et ( 108 ) nous donne :

$$PL = \sum_j \sum_k R_{jk} ( I_{aj} I_{ak} + I_{rj} I_{rk} ) \quad ( 110 )$$

$$\text{Et } QL = \sum_j \sum_k X_{jk} ( I_{aj} I_{ak} + I_{rj} I_{rk} ) \quad ( 111 )$$

$j , K = 1 , 2 , \dots , N$

Pratiquement, les pertes active PL et réactive QL sont généralement exprimées en fonction des puissances injectées. De ce fait, les équations ( 110 ) et ( 111 ) doivent être exprimées en fonction des puissances .

Soit la puissance apparente injectée au nœud i :

$$S_j = P_j + j Q_j = \bar{E}_j \bar{I}_j^* = \bar{E}_j (I_{aj} - j I_{rj}) = |\bar{E}_j| (\cos \delta_j + j \sin \delta_j) (I_{aj} - j I_{rj}) \quad (112)$$

$\delta_j$  : est le déphasage de la tension  $\bar{E}_j$  du nœud  $j$  par rapport au nœud de référence .

$|\bar{E}_j|$  : est le module de la tension  $\bar{E}_j$

De l'équation ( 112 ) , les expressions des composantes active  $I_{aj}$  et réactive  $I_{rj}$  du courant injecté au nœud  $j$  seront égale à :

$$I_{aj} = \frac{1}{|\bar{E}_j|} ( P_j \cos \delta_j + Q_j \sin \delta_j ) \quad (113)$$

$$I_{rj} = \frac{1}{|\bar{E}_j|} ( P_j \sin \delta_j - Q_j \cos \delta_j ) \quad (114)$$

En remplaçant dans ( 110 ) et ( 111 ) , la valeur des courants actif et réactif obtenue dans les expressions ( 113 ) et ( 114 ) nous aurons :

$$P_L = \sum_j \sum_k ( \alpha_{jk} ( P_j P_k + Q_j Q_k ) + \beta_{jk} ( Q_j P_k - P_j Q_k ) ) \quad (115)$$

$$Q_L = \sum_j \sum_k ( \eta_{jk} ( P_j P_k + Q_j Q_k ) + \gamma_{jk} ( Q_j P_k - P_j Q_k ) ) \quad (116)$$

$j, k = 1, 2, \dots, N$

avec :

$$\alpha_{jk} = \frac{R_{jk}}{|\bar{E}_j| |\bar{E}_k|} * \cos \delta_{jk}$$

$$\beta_{jk} = \frac{- R_{jk}}{|\bar{E}_j| |\bar{E}_k|} * \sin \delta_{jk}$$

$$\eta_{jk} = \frac{X_{jk}}{|\bar{E}_j| |\bar{E}_k|} * \cos \delta_{jk}$$

$$\gamma_{jk} = \frac{- X_{jk}}{|\bar{E}_j| |\bar{E}_k|} * \sin \delta_{jk}$$

$\delta_{jk} = \delta_j - \delta_k$  représente la différence des angles de phase des nœuds  $j$  et  $k$ .

#### IV – 2 – 7 - OPTIMISATION DES PUISSANCES REACTIVES

Ayant obtenu les expressions de  $PL$  et  $QL$  d'après les équations ( 115 ) et ( 116 ), nous pouvons déterminer la nouvelle expression de l'équation ( 101 ).

Soit les dérivées partielles de  $PL$  et  $QL$  par rapport à  $Q_1$  :

$$\frac{d PL}{d Q_i} = 2 \sum_{k=1}^N (\alpha_{ik} Q_k + \beta_{ik} P_k) \quad (117)$$

$$\frac{\delta QL}{\delta Q_i} = 2 \sum_{k=1}^N (\eta_{ik} Q_k + \gamma_{ik} P_k) \quad (118)$$

donc l'expression ( 101 ) sera :

$$2 \sum_{k=1}^N (\alpha_{ik} Q_k + \beta_{ik} P_k) + 2 \lambda \sum_{k=1}^N (i_k Q_k + i_k P_k) = \lambda \quad (119)$$

$i = 1, 2, \dots, n$

de l'expression ( 119 ), nous obtenons finalement :

$$Q_i^{L+1} = \frac{1 - 2 \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^N P_k \left( \frac{\beta_{ik}}{\lambda} + \gamma_{ik} \right) - 2 \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^N Q_k \left( \frac{\alpha_{ik}}{\lambda} + \eta_{ik} \right)}{2 \left( \frac{\alpha_{ii}}{\lambda} + \eta_{ii} \right)} \quad (120)$$

$i = 1, 2, \dots, n$

Posons :

$$X_{LiK} = 1 - 2 \sum_{k=1}^N P_k \left( \frac{\beta_{ik}}{\lambda} + \gamma_{ik} \right)$$

$$Z_{LiK} = 2 \left( \frac{\alpha_{ik}}{\lambda} + \eta_{ik} \right)$$

$$Y_{Lii} = 2 \left( \frac{\alpha_{ii}}{\lambda} + \eta_{ii} \right)$$

Nous aurons finalement :

$$Q_i^{L+1} = \frac{X_{LiK} - \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^N Z_{LiK} Q_k^L}{Y_{Lii}} \quad (121)$$

L : étant le nombre d'itération .

Cette dernière expression obtenue est la base du calcul d'optimisation de la puissance réactive.

#### IV – 2 – 8 - ALGORITHME ET ORGANIGRAMME DE RESOLUTION

L'algorithme de l'optimisation de la répartition des puissances réactives obéit aux étapes suivantes :

Etape 1 : Calcul de la répartition des charges (pour obtenir les différents paramètres du réseau) .

Etape 2 : Détermination de la matrice impédance [ Z ] par inversion de la matrice admittance [ Y ] .

Etape 3 : Calcul des coefficients  $\alpha$  ,  $\beta$  ,  $\gamma$  ,  $\eta$  à partir des paramètres trouvés dans l'étape 1.

Etape 4 : Calcul de la valeur initiale de  $\lambda$  pour  $m = 0$  .

$$\lambda^0 = \frac{d PL}{d Q_i} \left( \frac{1}{1 - \frac{\delta QL}{\delta Q_i}} \right)$$

$\lambda^0$  : est obtenu par rapport au nœud de bilan .

Etape 5 : Calcul itératif des puissances réactives selon la formule ( 121 ) par la méthode de Gauss – Seidel .

A la première itération  $L = 0$  , les puissances active et réactive sont ceux calculées dans l'étape 1 .

$$| \Delta Q_i^L | = | Q_i^{(L+1)} - Q_i^L | \leq \varepsilon_1$$

Pendant cette étape, la puissance réactive calculée pour chaque nœud  $i$  de production doit répondre pour chaque itération à la contrainte ( 4 .41 ) qui est :

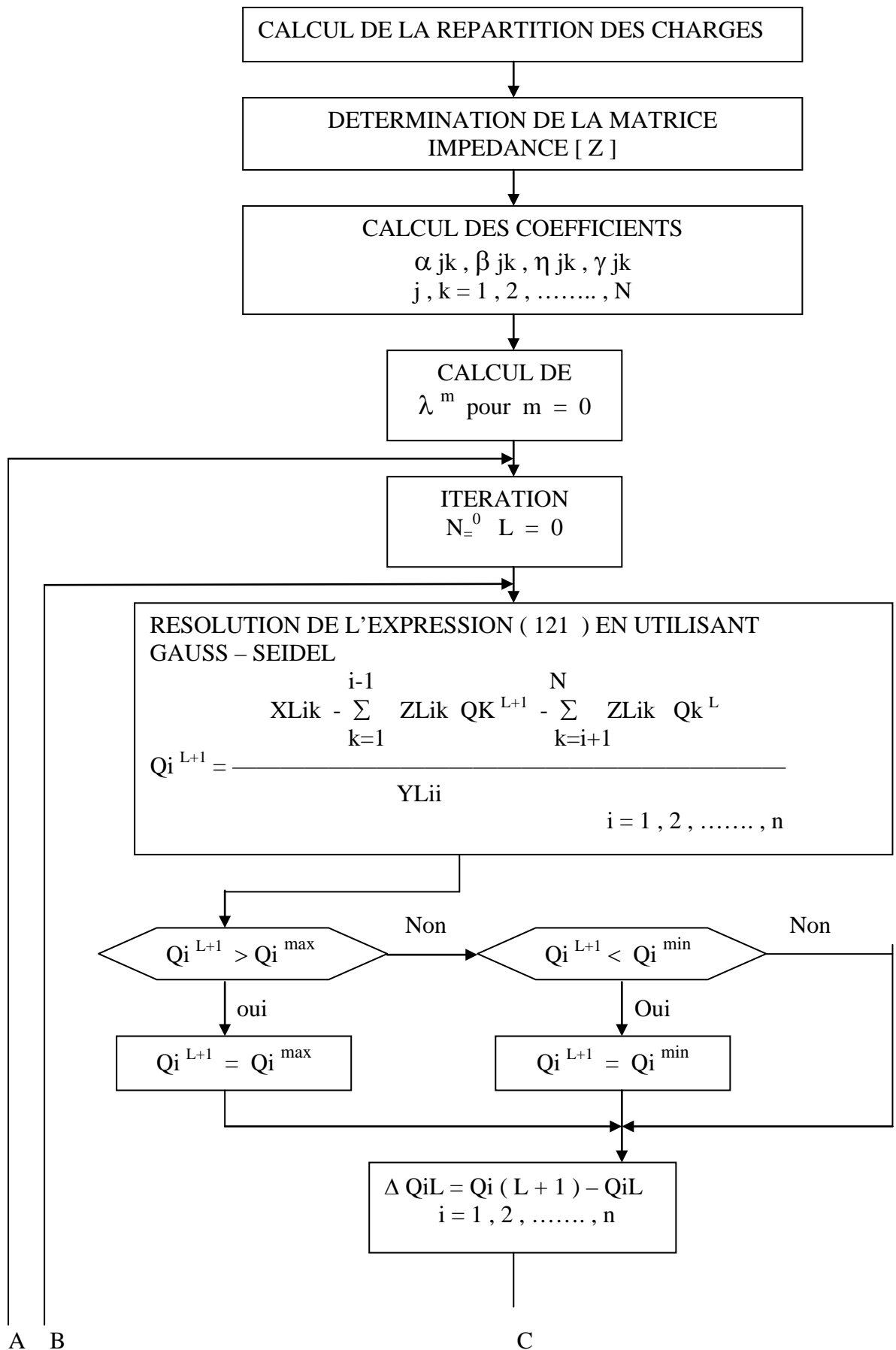
$$Q_i^{\min} \leq Q_i^{L+1} \leq Q_i^{\max}$$

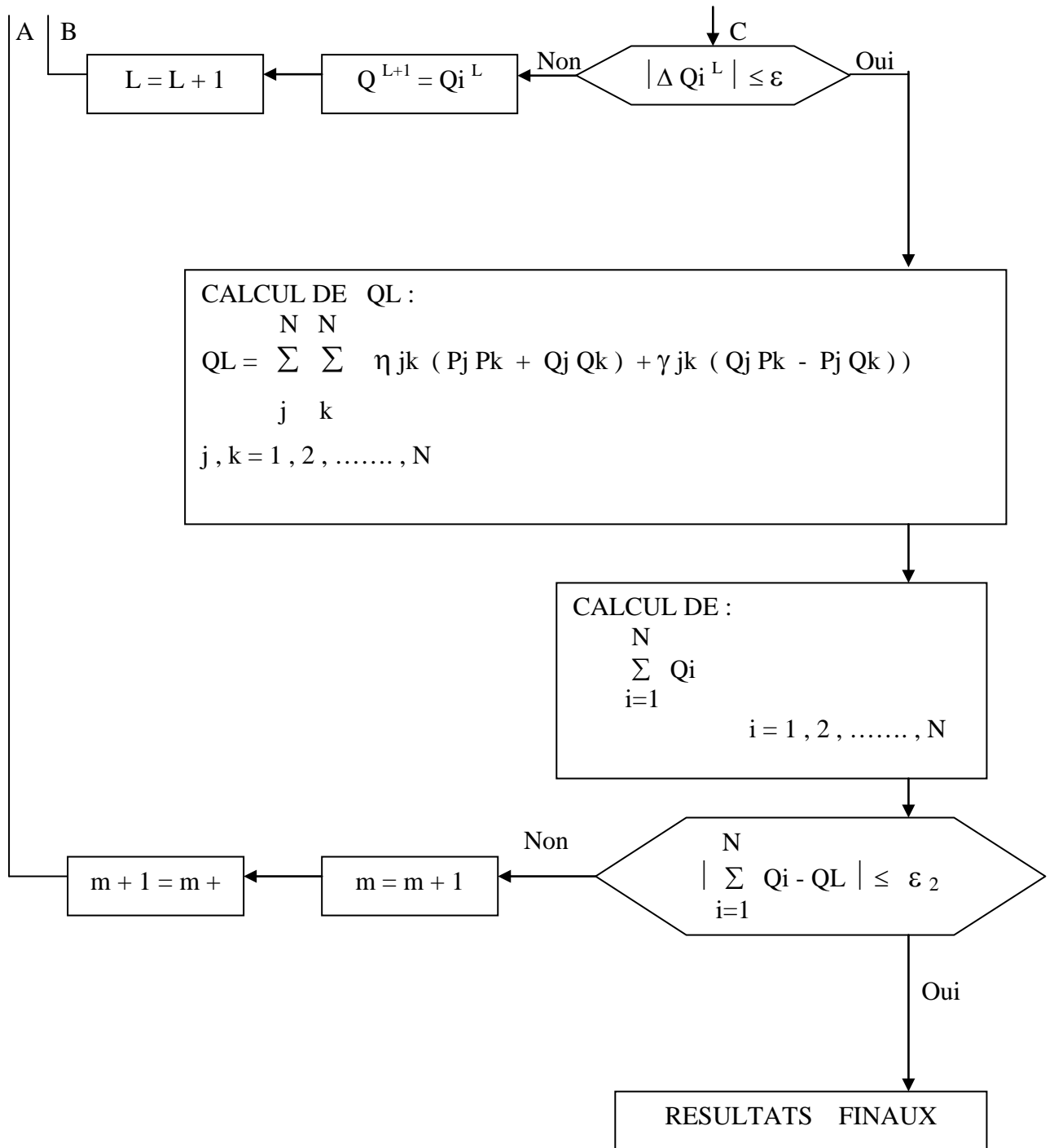
Etape 6 : Calcul des pertes réactive QL selon équation ( 116 ) et de la  $\sum_{i=1}^N Q_i$

$$\text{Si : } \left| \sum_{i=1}^N Q_i - Q_L \right| \leq \varepsilon_2$$

On obtiendra les résultats des puissances actives optimales sinon , on passe à  $m = m + 1$  et par suite à  $\lambda^{m+1} = \lambda^m \pm \Delta \lambda$  et on revient à l'étape 5 avec les nouvelles puissances réactives .

Etape 7 : En spécifiant ces puissances réactives optimales à tous les nœuds de production à l'exception du nœud de bilan et en utilisant la méthode de Gauss – Seidel, on obtient finalement les nouveaux paramètres du réseau.





**Fig. 8 :** Organigramme de l'optimisation de la répartition des puissances réactives.

### **IV – 3 - METHODE DES COUTS MARGINAUX**

#### **IV – 3 – 1 - INTRODUCTION**

L'optimisation d'un processus quelconque consiste à trouver l'optimum d'une fonction donnée qui correspond aux conditions optimales de ce processus.

Pour évaluer l'optimum, il faut d'abord choisir les critères d'optimisation par exemple, le critère économique comme étant le coût minimal de production pour une productivité donnée qui est la définition générale du coût marginal [ 42 - 53 ] .

#### **IV – 3 – 2 - MODELE MATHEMATIQUE**

Le problème d'optimisation de la puissance active pour chaque unité de production est lié à la minimisation du coût de production total.

Mathématiquement, le problème peut être posé comme un système non linéaire répondant à la condition suivante.

$$\text{MIN } \left\{ \begin{array}{c} N_G \\ \sum_{k=1} C_k \end{array} \right\} \quad (122)$$

Sous les conditions :

$$\Phi_1 = \sum_{k=1}^{N_G} P_{Gk} - \sum_{m=1}^{N_{ch}} P_{ch.m} - PL = 0 \quad (123)$$

$$P_{Gk}^{\min} \leq P_{Gk} \leq P_{Gk}^{\max} \quad (124)$$

$$k = 1, 2, \dots, N_G$$

$$m = 1, 2, \dots, N_{ch}$$

$$P_{kn} \leq P_{kn}^{\max} \quad (125)$$

Pour résoudre cette tâche, on profite toujours de la fonction de Lagrange générale qui est sous la forme suivante :

$$L = \sum_{k=1}^{N_G} C_k + \lambda \left( \sum_{k=1}^{N_G} P_{Gk} - \sum_{m=1}^{N_{ch}} P_{ch.m} - PL \right) + u \left( \sum_{k=1}^{N_G} Q_{Gk} - \sum_{m=1}^{N_{ch}} Q_{ch.m} - QL \right) +$$

$$\begin{aligned}
& + \sum_{k=1}^{N_G} ( \delta k^{\min} ( E k^{\min} - E k ) + \delta k^{\max} ( E k - E k^{\max} ) ) + \\
& + \sum_{k=1}^{N_G} ( \alpha k^{\min} ( P G k^{\min} - P G k ) + \alpha k^{\max} ( P G k - P G k^{\max} ) ) + \\
& + \sum_{k=1}^{N_G} ( \beta k^{\min} ( Q G k^{\min} - Q G k ) + \beta k^{\max} ( P G k^2 + Q G k^2 - S G k^2 ) ) + \\
& + \sum_{m=1}^{N_{ch}} ( \gamma m^{\min} ( Q_{ch.m}^{\min} - Q_{ch.m} ) + \gamma m^{\max} ( Q_{ch.m} - Q_{ch.m}^{\max} ) ) + \\
& + \sum_{j=1}^r ( \zeta j^{\min} ( t j^{\min} - t j ) + \zeta j^{\max} ( t j - t j^{\max} ) ) + \\
& + \sum_{k=1}^s ( \xi k^{\min} ( Q k^{\min} - Q k ) + \xi k^{\max} ( Q k - Q k^{\max} ) ) + \\
& + \sum_{k=1}^n ( w k ( P L k - P L k^{\max} ) ) . \tag{126}
\end{aligned}$$

D'ou les variables duales  $\lambda$  ,  $u$  représente les multiplicateurs de Lagrange .

Les variables duales  $\delta k^{\max}$  ,  $\delta k^{\min}$  ,  $\alpha k^{\max}$  ,  $\alpha k^{\min}$  ,  $\beta k^{\max}$  ,  $\beta k^{\min}$  ,  $\gamma k^{\max}$  ,  $\gamma k^{\min}$  ,  $\zeta k^{\max}$  ,  $\zeta k^{\min}$  ,  $\xi k^{\max}$  ,  $\xi k^{\min}$  ,  $w k$  : représentent les multiplicateurs de Kuhn – Tucker qui sont associées aux contraintes de type inégalité .

La condition nécessaire et suffisante pour que la fonction ( 126 ) soit minimale est la suivante :

$$\frac{\partial L}{\partial P G k} = 0 ; \quad \frac{\partial L}{\partial Q G k} = 0 ; \quad \frac{\partial L}{\partial E k} = 0 ; \quad \frac{\partial L}{\partial Q k} = 0 ; \quad \frac{\partial L}{\partial Q_{ch.m}} = 0 ;$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0 ; \frac{\partial L}{\partial w} = 0 .$$

En utilisant la simplification du problème , la fonction de Lagrange devient :

$$L = \sum_{k=1}^{N_G} C_k + \lambda \left( \sum_{k=1}^{N_G} P_{Gk} - \sum_{m=1}^{N_{ch}} P_{ch.m} - PL \right) \quad (127)$$

$$\frac{\partial L}{\partial P_{Gk}} = 0 = \sum_{k=1}^{N_G} \left[ \frac{\partial C_k}{\partial P_{Gk}} + \lambda \left( 1 - \frac{\partial PL}{\partial P_{Gk}} \right) \right] \quad (128)$$

où :  $\frac{\partial C_k}{\partial P_{Gk}}$  : représente le coût incrémentale de l'unité « k » et s'écrit ( IC ) k .

$\frac{\partial PL}{\partial P_{Gk}}$  : représente les pertes incrémentale associées à l'unité « k » et s'écrit ( ITL ) k .

L'équation ( 128 ) s'écrit sous la forme suivante :

$$\frac{\partial C_k}{\partial P_{Gk}} = \frac{1}{\frac{\partial PL}{\partial P_{Gk}} - 1} = \lambda \quad k = 1, 2, \dots, N_G \quad (129)$$

Où :  $\frac{1}{\frac{\partial PL}{\partial P_{Gk}} - 1}$  : est le facteur de pénalité pour le nœud « k » .

L'équation ( 129 ) représente l'équation coordination de la répartition optimale de la puissance active .

La solution de cette dernière dépend du choix de la valeur et de l'expression des pertes incrémentales ( ITL ) .

#### IV – 3 – 3 - EXPRESSION DES PERTES ACTIVES PL

Pour un réseau à N nœud , les pertes active et réactive sont déterminées à partir de l'expression suivante :

$$PL + j QL = \sum_{k=1}^N S_k = \sum_{k=1}^N \bar{E}_k \bar{I}_k^* \quad (130)$$

La matrice des courants injectés  $[\bar{I}]$  et celle de tension  $[\bar{E}]$

$$[\bar{I}] = \begin{pmatrix} \bar{I}(1) \\ \bar{I}(2) \\ \vdots \\ \bar{I}(N) \end{pmatrix}$$

$$[\bar{E}] = \begin{pmatrix} \bar{E}(1) \\ \bar{E}(2) \\ \vdots \\ \bar{E}(N) \end{pmatrix}$$

L'équation ( 130 ) peut être représenté comme suit :

$$PL + j QL = [\bar{E}]^t * [\bar{I}]^* \quad (131)$$

Dans la forme matricielle on a :

$$[\bar{E}] = [Z] * [\bar{I}] \quad (132)$$

$$[\bar{E}]^t = [Z]^t * [\bar{I}]^t \quad (133)$$

Substituons l'équation ( 133 ) dans l'équation ( 131 ) , nous avons alors :

$$PL + j QL = [\bar{I}]^* [Z]^t [\bar{I}]^t \quad (134)$$

$$[Z]^t = [Z] \quad \text{car } Z \text{ est une matrice symétrique .}$$

La matrice impédance  $[Z]$  s'exprime en fonction de la matrice résistance  $[R]$  et de la matrice réactance  $[X]$ .

$$[Z] = R + jX = \begin{pmatrix} R_{11} & \dots & R_{1N} \\ \dots & \dots & \dots \\ R_{N1} & \dots & R_{NN} \end{pmatrix} + j \begin{pmatrix} X_{11} & \dots & X_{1N} \\ \dots & \dots & \dots \\ X_{N1} & \dots & X_{NN} \end{pmatrix}$$

De même la matrice correspondante au courant  $\bar{I}$  s'exprime en fonction de la matrice courant actif ( $I_a$ ) et matrice courant réactif ( $I_r$ ).

$$[\bar{I}] = I_a + j I_r = \begin{pmatrix} I_{a1} \\ I_{a2} \\ \vdots \\ \bar{I}_{aN} \end{pmatrix} + j \begin{pmatrix} I_{r1} \\ I_{r2} \\ \vdots \\ I_{rN} \end{pmatrix}$$

L'équation (130) peut être exprimée de la façon suivante, en substituons (135) dans (130).

$$\bar{E}_k = \sum_{m=1}^N Z_{km} \bar{I}_m \quad (135)$$

D'où :

$$PL + jQL = \sum_{k=1}^N \sum_{m=1}^N \bar{I}_k^* Z_{km} \bar{I}_m \quad (136)$$

$$PL + jQL = \sum_{k=1}^N \sum_{m=1}^N (I_{ka} - j I_{kr}) (I_{ma} + j I_{mr}) (R_{km} + j X_{km}) \quad (137)$$

la partie réelle de l'équation (4.83) est les pertes actives PL

$$PL = \sum_{k=1}^N \sum_{m=1}^N I_{ka} R_{km} I_{ma} - I_{ka} X_{km} I_{mr} + I_{kr} X_{km} I_{ma} + I_{kr} R_{km} I_{mr} \quad (138)$$

La matrice  $[X]$  est symétrique, ce qui entraîne l'égalité suivante :

$$I_{ka} X_{km} I_{mr} = I_{kr} X_{km} I_{ma}$$

Donc on obtient ainsi l'expression des pertes actives :

$$PL = \sum_{k=1}^N \sum_{m=1}^N (I_{ka} R_{km} I_{ma} + I_{kr} R_{km} I_{mr})$$

$$PL = \sum_{k=1}^N \sum_{m=1}^N R_{km} ( I_{ka} I_{ma} + I_{kr} I_{mr} ) \quad (139)$$

Pratiquement, les pertes actives  $PL$  sont généralement exprimées en fonction des puissances injectées et des tensions nodales.

De ce fait, l'équation (139) doivent être exprimés en fonction des puissances.  
Soit le courant injecter au nœud « k »

$$\bar{I}_k = \frac{S_k^*}{\bar{E}_k^*} = \frac{P_k - j Q_k}{\bar{E}_k^*} = \frac{P_k - j Q_k}{|\bar{E}_k^*|} (\cos \delta_k + j \sin \delta_k) \quad (140)$$

D'où :

$\delta_k$  : représente le déphasage de la tension  $\bar{E}_k$  au nœud  $k$  par rapport au nœud de référence.

$|\bar{E}_k|$  : représente le module de la tension  $\bar{E}_k$ .

$$I_k = \frac{P_k \cos \delta_k + Q_k \sin \delta_k}{|\bar{E}_k|} + \frac{P_k \sin \delta_k - Q_k \cos \delta_k}{|\bar{E}_k|} \quad (141)$$

Les expressions des composantes active et réactive du courant injecté au nœud « k » sont égales à :

$$I_{ka} = \frac{1}{|\bar{K}_{en}|} (P_k \cos \delta_k + Q_k \sin \delta_k) \quad (142)$$

$$I_{kr} = \frac{1}{|\bar{E}_k|} (P_k \sin \delta_k - Q_k \cos \delta_k) \quad (143)$$

Les expressions des composantes active  $I_{ma}$  et réactive  $I_{mr}$  du courant injecté au nœud  $m$  sont égales à :

$$I_{ma} = \frac{1}{|\bar{S}_{Em}|} (P_m \cos \delta_m + Q_m \sin \delta_m) \quad (144)$$

$$I_{mr} = \frac{1}{|\bar{E}_m|} (P_m \sin \delta_m - Q_m \cos \delta_m) \quad (145)$$

Où :

$m$  : représente le déphasage de la tension  $\bar{E}_m$  du nœud  $m$  par rapport au nœud de référence .

$|\bar{E}_m|$  : représente le module de la tension  $\bar{E}_m$  .

En remplaçant dans ( 139 ) les expressions des courants  $I_k$  ,  $I_m$  nous aurons :

$$\begin{aligned}
 PL = & \sum_{k=1}^N \sum_{m=1}^N \frac{R_{km}}{|\bar{E}_k| |\bar{E}_m|} ((P_k \cos \delta_k + Q_k \sin \delta_k) (P_m \cos \delta_m + Q_m \sin \delta_m) + \\
 & + \sum_{k=1}^N \sum_{m=1}^N \frac{R_{km}}{|\bar{E}_k| |\bar{E}_m|} (P_k \sin \delta_k - Q_k \cos \delta_k) (P_m \sin \delta_m - Q_m \cos \delta_m) )
 \end{aligned} \tag{146}$$

En simplifiant cette expression et en appliquant la règle de la trigonométrie, rassemblant les termes dans l'équation ( 164 ) on aura :

$$\begin{aligned}
 PL = & \sum_{k=1}^N \sum_{m=1}^N R_{km} \frac{\cos (\delta_m - \delta_k)}{|\bar{E}_k| |\bar{E}_m|} (P_k P_m + Q_k Q_m) + \\
 & + \sum_{k=1}^N \sum_{m=1}^N R_{km} \frac{\sin (\delta_m - \delta_k)}{|\bar{E}_k| |\bar{E}_m|} (Q_k P_m - P_k Q_m)
 \end{aligned} \tag{147}$$

Afin de réduire l'expression ( 4.93 ) nous introduisons les notations suivantes :

$$\begin{aligned}
 \cos (\delta_m - \delta_k) & = - \cos (\delta_k - \delta_m) = - \cos \delta_{km} - \cos \delta_{ka} \\
 \sin (\delta_m - \delta_k) & = - \sin (\delta_k - \delta_m) = - \sin \delta_{km}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{d'où :} \quad \alpha_{km} & = \frac{R_{km} \cos \delta_{km}}{|\bar{E}_k| |\bar{E}_m|}
 \end{aligned} \tag{148}$$

$$\begin{aligned}
 \beta_{km} & = \frac{- R_{km} \sin \delta_{km}}{|\bar{E}_k| |\bar{E}_m|}
 \end{aligned} \tag{149}$$

En remplaçant ( 148 ) et ( 149 ) dans l'équation ( 147 ) l'expression des pertes actives PL s'écrit de la façon suivante :

$$PL = \sum_{k=1}^N \sum_{m=1}^N ( \alpha_{km} ( P_k P_m + Q_k Q_m ) - \beta_{km} ( Q_k P_m - P_k Q_m ) ) \quad ( 150 )$$

où :

$\delta_{km} = \delta_k - \delta_m$  : représente la différence des angles de phase des nœuds k et m .

#### **IV – 3 – 4 - EXPRESSION DES PERTES INCREMENTALES DE TRANSMISSION (ITL)**

Ayant obtenu l'expression des pertes actives PL ( 150 ) , nous pouvons déterminer l'expression des pertes incrémentales de transmission soit les dérivées partielles de PL par rapport à Pgk :

$$\begin{aligned} (ITL)_k &= \frac{\partial PL}{\partial PGk} = \\ &= \sum_{k=1}^N \sum_{m=1}^N \frac{\partial}{\partial PGk} ( \alpha_{km} ( P_k P_m + Q_k Q_m ) - \beta_{km} ( Q_k P_m - P_k Q_m ) ) \quad ( 151 ) \end{aligned}$$

Dans la pratique, on utilise la formule suivante pour le calcul des pertes incrémentales (ITL)k .

$$(ITL)_k = \frac{\partial Pk}{\partial PGk} = 2 \sum_{m=1}^N ( P_m \alpha_{km} + \beta_{km} Q_m ) \quad ( 152 )$$

$$(IC)_k = \frac{\partial Ck}{\partial PGk} = \lambda ( (ITL)_k - 1 ) \quad ( 153 )$$

La solution de ( 153 ) dépend du choix de la valeur de  $\lambda$  et de l'expression des pertes incrémentales (ITL) .

Connaissant la puissance active optimale par l'expression suivante :

$$Pg k^{(i)} = A (IC)^2 + B (IC) + C \quad (154)$$

Où :

A , B , C : représentent des coefficients.

On peut déterminer la puissance active optimale par une autre expression si la fonction de coût est du deuxième ordre , qui s'écrit de la façon suivante :

$$Pg k^{(i)} = \frac{(IC)k - A1}{B1} \quad (155)$$

Où :

A1, B1 : représente des coefficients.

Il est à noter cette dernière formule que nous avons utiliser dans notre étude.

#### **IV – 3 – 5 - LA RESOLUTION DE LA REPARTITION OPTIMALE DES PUISSANCES ACTIVES**

L'algorithme de résolution obéit aux étapes suivantes :

Etape 1 : Détermination de la matrice impédance nodale [ Z ] par inversion de la matrice admittance nodale [ Y ].

On passe par la phase inversion de la matrice admittance [ Y ] pour avoir la matrice impédance [ Z ] dont la partie réelle [ R ] nous permet le calcul des éléments  $\alpha (k,m)$  et  $\beta (k,m)$  ( dans le programme de calcul donné en chapitre 5 , on utilise les indices i et j au lieu de k et m ) qu'on utilise pour la détermination de la transmission marginale des pertes ITL et par suite calculer le coût marginal de production IC dont dépend la puissance optimale à générer .

Etape 2 : On calcul les éléments  $r (k , m)$  de la matrice résistance [ R ] pour  $k = 1 , 2 , \dots , Ng$  et  $m = 1 , 2 , \dots , N$ . Les éléments  $r (k , m)$  interviennent dans les équations ( 148 ) et ( 149 ) donnant  $\alpha (k , m)$  et  $\beta (k , m)$  utilisés dans l'expression ( 151 ) de la transmission marginale des pertes . ( Nous rappelons que nous utilisons les indices i et j au lieu de k et m dans le programme d'optimisation ) .

Etape 3 : On calcul les coefficients  $\alpha(k, m)$  et  $\beta(k, m)$  pour  $k = 1, 2, \dots, Ng$  et  $m = 1, 2, \dots, N$  à partir des expressions (148) et (149).

On calcul la transmission marginale des pertes ITL(k) en chaque nœud producteur k pour  $k = 1, 2, \dots, Ng$  à partir de l'expression (152).

dans cette étape le facteur de Lagrange  $\lambda$  intervient dans l'expression  $IC(k) = 1 - ITL(k)$ .

On calcul IC(k) et par suite PGk pour  $k = 1, 2, \dots, Ng$  (dans le programme, on a utilisé l'indice h au lieu de k c'est-à-dire  $h = i$ ).

Etape 4 : On vérifie la contrainte du type inégalité :

$$PGk^{\min} \leq PGk^{(i)} \leq PGk^{\max}$$

Si par exemple l'unité «k» ne vérifie pas cette contrainte, nous la fixons à sa valeur maximale  $PGk^i = PGk^{\max}$ , et nous la soustrayons de la puissance de charge totale, et on refait la répartition entre les autres unités qui restent.

Etape 5 : Si les conditions suivantes sont respectées, c'est-à-dire :

$$\sum_{k=1}^N PGk^i = PD1 + PL$$

$$(PGk^i - (PD1 + PL)) \leq 1MW \quad \text{pour } k = 1, 2, \dots, Ng$$

On aura déterminé les puissances actives optimales à générer  $PGk^i$  pour  $k = 1, 2, \dots, Ng$ .

Si l'une des conditions n'est pas satisfaite, on passe à l'itération suivante et on refait les opérations de l'étape 3.

Dans les itérations successives, pour déterminer  $PGk^{(i)}$  on utilise  $\lambda$  tel que

$$\lambda = \lambda \pm \Delta\lambda$$

On ajoute

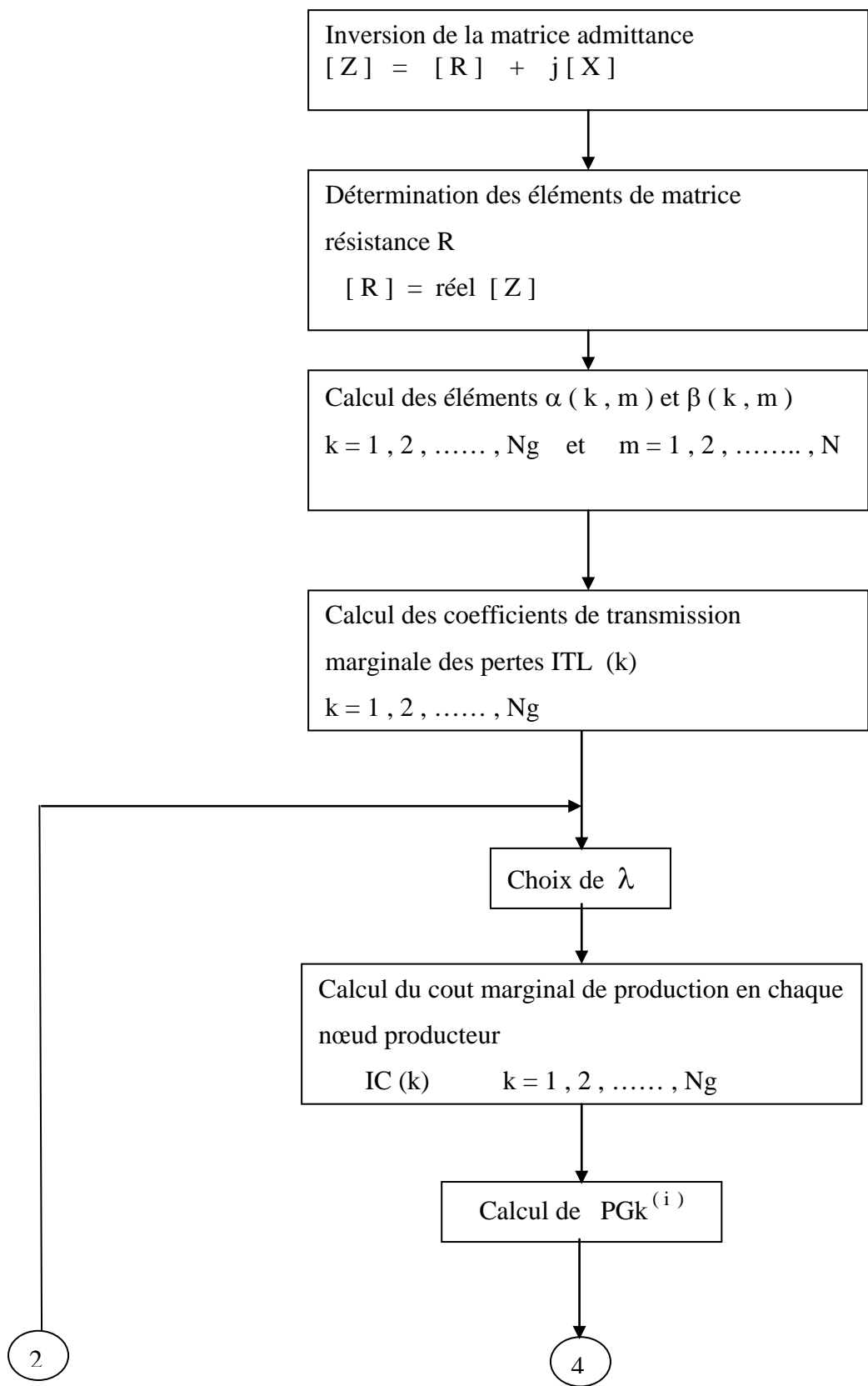
$$-\Delta\lambda \quad \text{si} \quad \sum_{k=1}^{NG} PGk^{(i)} > PD1 + PL$$

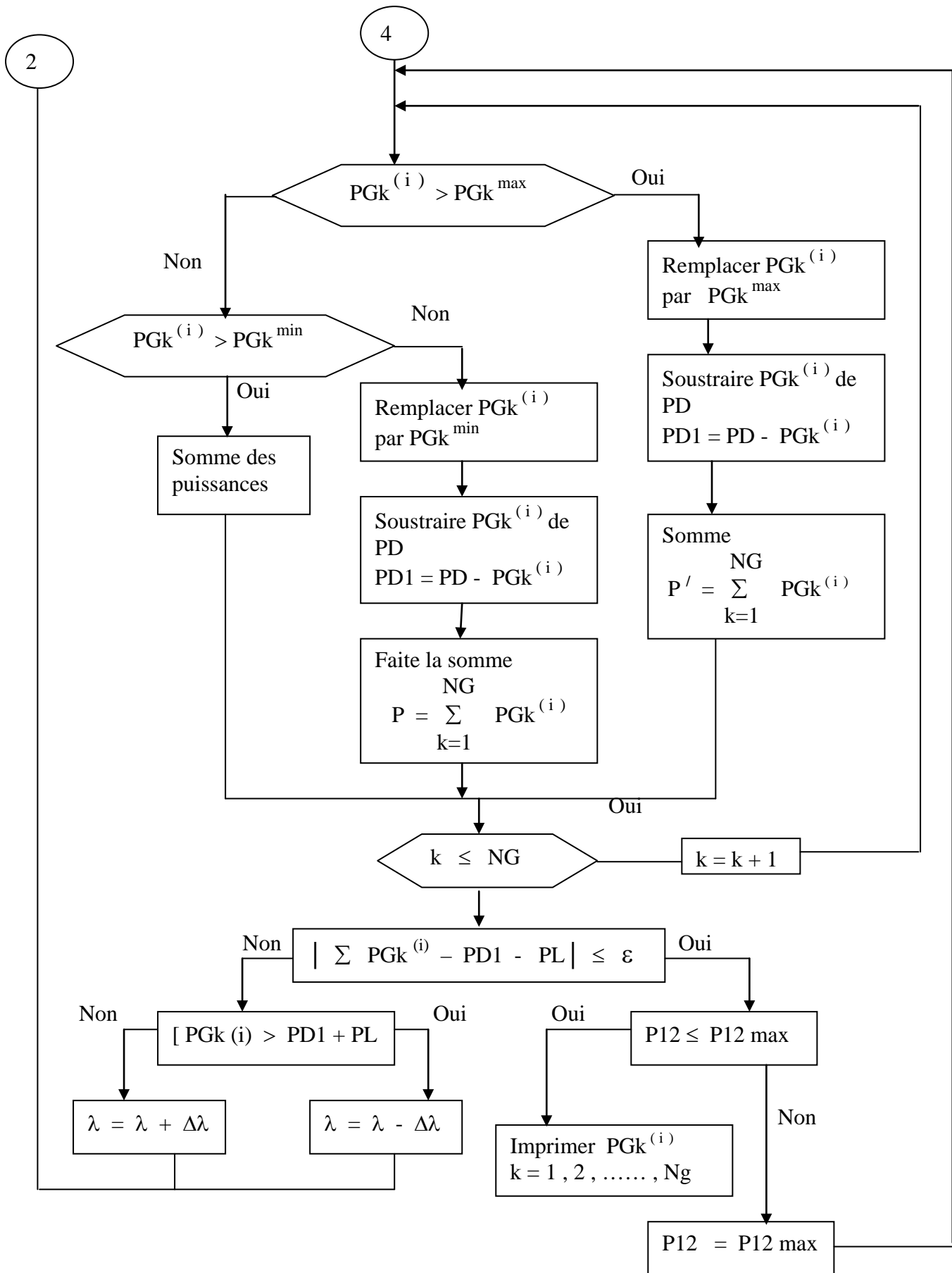
On ajoute

$$+\Delta\lambda \quad \text{si} \quad \sum_{k=1}^{NG} PGk^{(i)} < PD1 + PL$$

Etape 6 : On teste pour les lignes à protéger si elles respectent la valeur maximale de puissance de transmission.

Etape 7 : Si une des lignes ( au moins ) ne vérifie pas l'étape 6 , on calcule les corrections à introduire suivant .





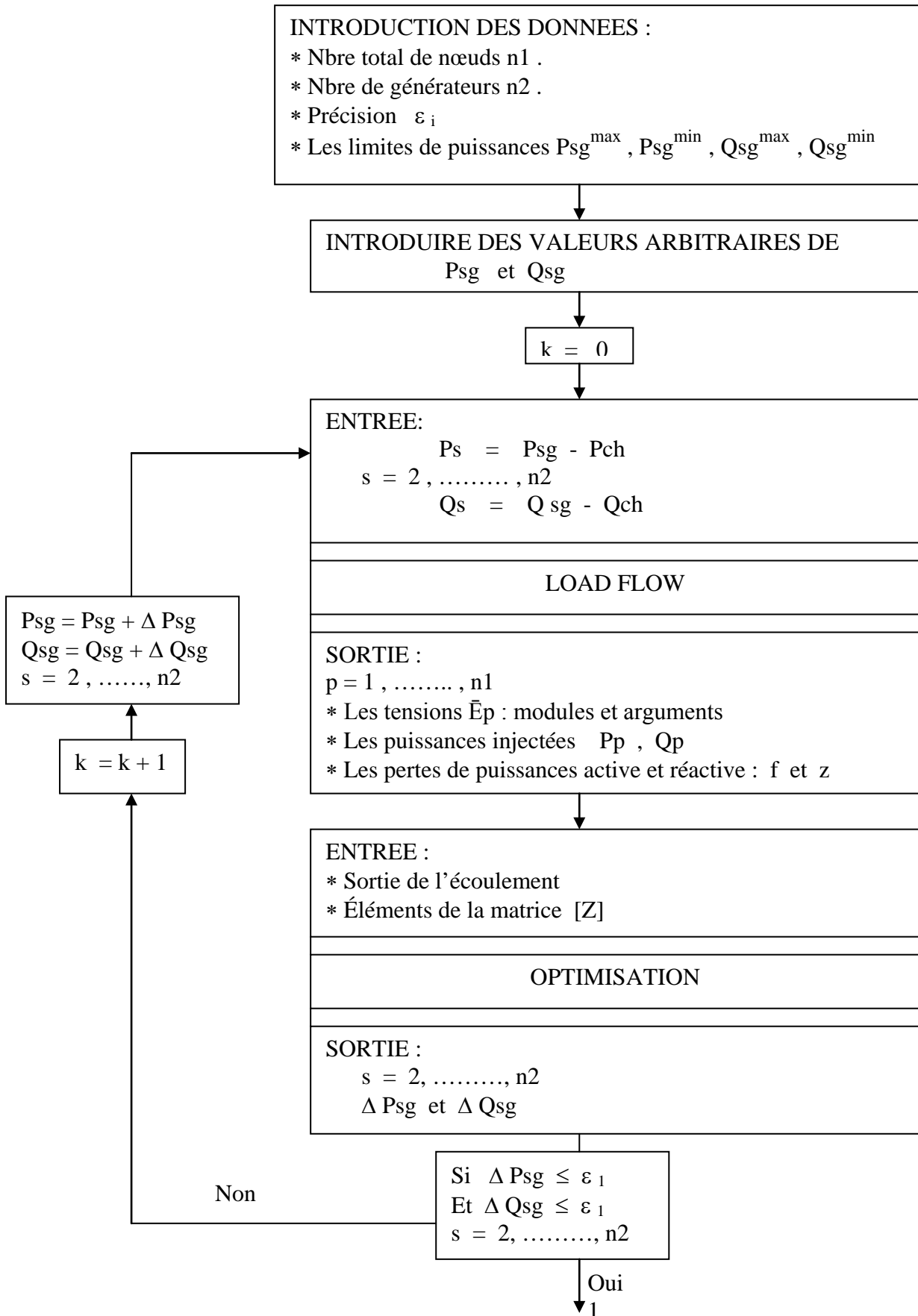
**Fig. 9 :** Organigramme de résolution de la répartition optimale des puissances actives

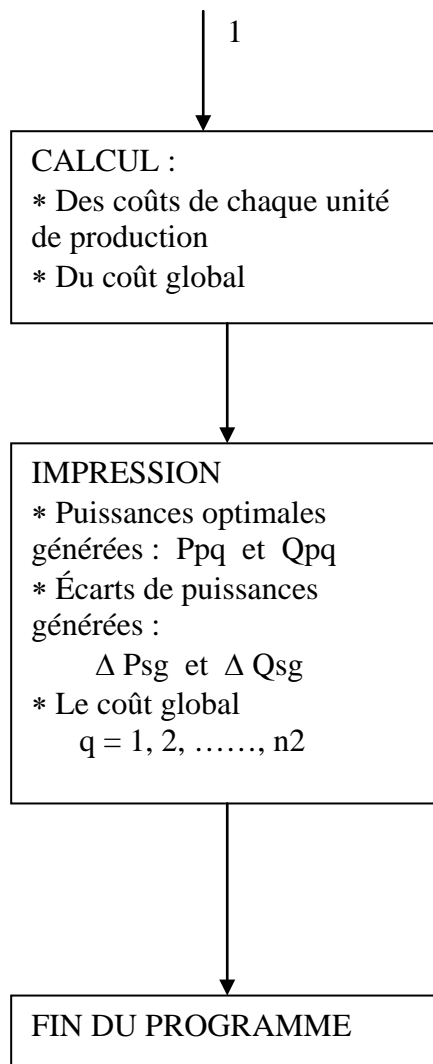
# **CHAPITRE V**

**VALIDATION SUR  
UN RESEAU DE 25  
NOEUDS**

**V - 1 - METHODE DES FONCTION IMPLICITES**

**V - 1 - 1 - ORGANIGRAMME D'OPTIMISATION**





**Fig. 10 :** Organigramme d'optimisation.

## V – 1 – 2 - APPLICATION AU RESEAU ELECTRIQUE AYANT 25 NCEUDS

Considérons maintenant un réseau électrique Fig. 11 ayant 25 nœuds et comportant 5 générateurs dont les fonctions coûts en dinars par heure , sont données par les expressions :

$$C1 = 0,0015 P_{g1}^2 + 1,8 P_{g1} + 40$$

$$C2 = 0,0030 P_{g1}^2 + 1,7 P_{g2} + 60$$

$$C3 = 0,0012 P_{g3}^2 + 2,1 P_{g3} + 100$$

$$C4 = 0,0080 P_{g4}^2 + 2,0 P_{g4} + 25$$

$$C5 = 0,0010 P_{g5}^2 + 1,9 P_{g5} + 120$$

Ou les puissances générées sont exprimées en (MW) , et avec les contraintes suivantes :

\* Les puissances en valeurs réduites ( p.u )

$$1,0 \leq P_{1g} \leq 3,0 \qquad - 1,5 \leq Q_{1g} \leq 2,5$$

$$0,8 \leq P_{2g} \leq 1,5 \qquad - 0,8 \leq Q_{2g} \leq 1,5$$

$$0,8 \leq P_{3g} \leq 2,0 \qquad - 0,8 \leq Q_{3g} \leq 1,5$$

$$0,2 \leq P_{4g} \leq 1,0 \qquad - 0,8 \leq Q_{4g} \leq 1,5$$

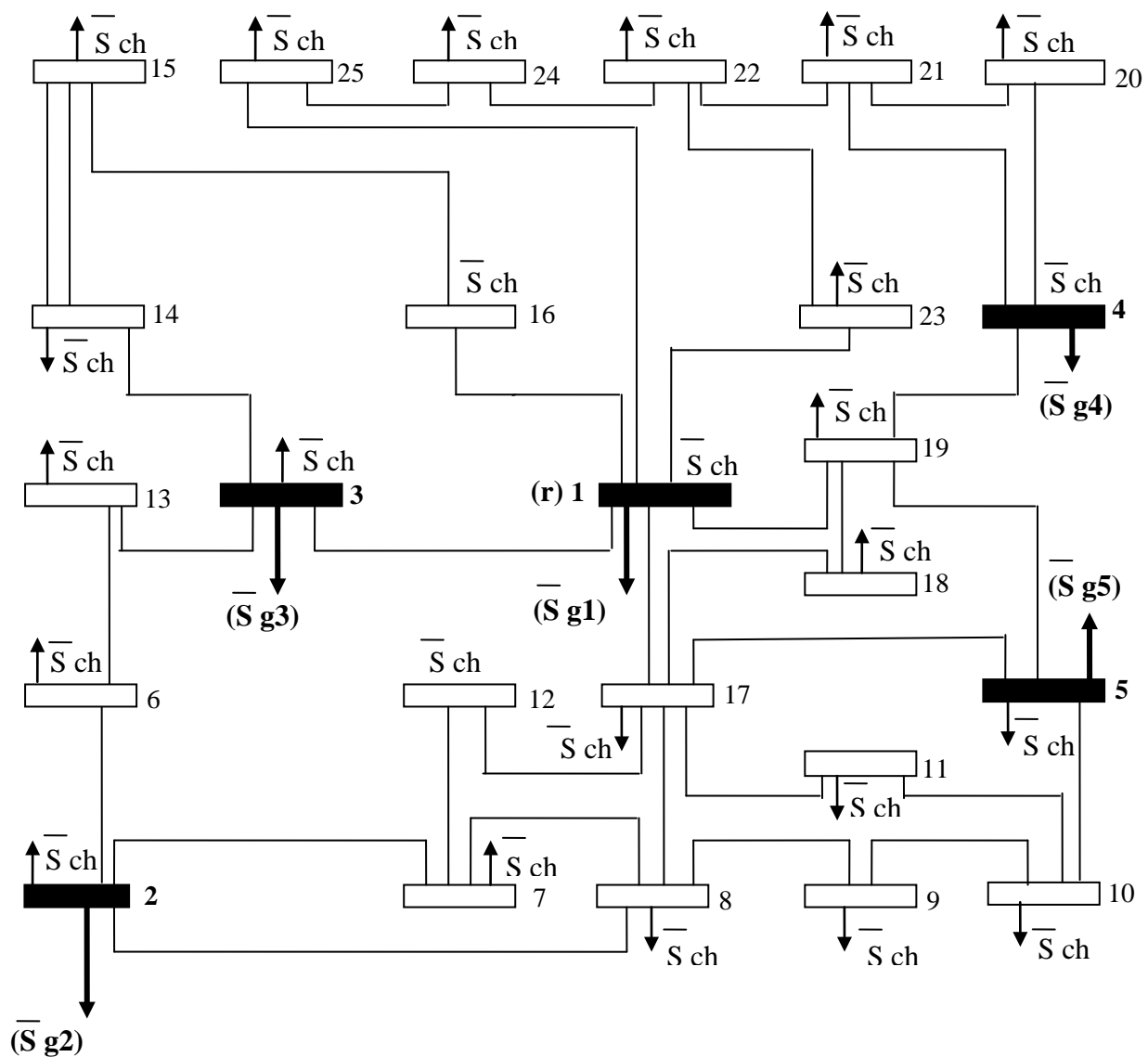
$$1,0 \leq P_{5g} \leq 3,0 \qquad - 0,8 \leq Q_{5g} \leq 1,5$$

\* Les tensions en valeurs réduites (p.u)

$$0,9 \leq |\bar{E}_p| \leq 1,1$$

Dans le tableau (2) sont données les impédances de lignes et les admittances de charges par rapport à la terre, exprimées en valeurs réduites dans la base de la puissance apparente égale à 100 MVA.

Dans le tableau (3) ou le tableau de planification sont données les valeurs de tension du nœud de référence des puissances générées et des puissances de charge .



**Fig. 11 :** Représentation d'un réseau a 25 nœuds et 5 générateurs.

Liaison p - q	Impédance $Z_{pq}$ (pu)	Admittance de charge $Y'_{pq} / 2$ (pu)
1 - 3	0,0720 + j 0,2876	j 0,0179
1 - 16	0,0290 + j 0,1379	j 0,0337
1 - 17	0,1012 + j 0,2799	j 0,0144
1 - 19	0,1407 + j 0,0097	j 0,0579
1 - 23	0,1015 + j 0,2245	j 0,0873
1 - 25	0,0759 + j 0,3593	j 0,0186
2 - 6	0,0617 + j 0,2935	j 0,0155
2 - 7	0,0511 + j 0,2442	j 0,0175
2 - 8	0,0579 + j 0,2763	j 0,0185
3 - 13	0,0564 + j 0,1478	j 0,0185
3 - 14	0,1183 + j 0,3573	j 0,0113
4 - 19	0,0196 + j 0,0514	j 0,0220
4 - 20	0,0382 + j 0,1007	j 0,0558
4 - 21	0,0970 + j 0,2547	j 0,0577
5 - 10	0,0497 + j 0,2372	j 0,1335
5 - 17	0,0144 + j 0,1269	j 0,0140
5 - 19	0,0929 + j 0,2442	j 0,0140
6 - 13	0,0263 + j 0,0691	j 0,0040
7 - 8	0,0529 + j 0,1465	j 0,0078
7 - 12	0,0364 + j 0,1736	j 0,0110
8 - 9	0,0387 + j 0,1847	j 0,0118
8 - 17	0,0407 + j 0,2075	j 0,0078
9 - 10	0,0970 + j 0,2091	j 0,0900
10 - 11	0,0890 + j 0,2859	j 0,0137
11 - 17	0,1068 + j 0,2807	j 0,0161
12 - 17	0,0460 + j 0,2196	j 0,0139
14 - 15	0,0281 + j 0,0764	j 0,0044
15 - 16	0,0256 + j 0,0673	j 0,0148
17 - 18	0,0806 + j 0,2119	j 0,0122
18 - 19	0,0872 + j 0,2294	j 0,0132
20 - 21	0,0615 + j 0,1613	j 0,0354
21 - 22	0,0414 + j 0,1087	j 0,0238
22 - 23	0,2250 + j 0,3559	j 0,0169
22 - 24	0,0970 + j 0,2595	j 0,0567
24 - 25	0,0472 + j 0,1458	j 0,0317

**Tab. 2:** Tableau d'impédance de ligne et d'admittance de charge p/p a la terre.

Nombre du nœud	TENSION		GENERATEUES		CHARGES	
	Module ( pu )	Arg . (Deg)	Pg (MW)	Qg (MVAR)	Pg (MW)	Qg (MVAR)
1	1,02	0	0	0	0	0
2	1	0	100	17	10	3
3	1	0	150	4	50	17
4	1	0	50	- 4	30	10
5	1	0	200	- 47	25	8
6	1	0	0	0	15	5
7	1	0	0	0	15	5
8	1	0	0	0	25	0
9	1	0	0	0	15	5
10	1	0	0	0	15	5
11	1	0	0	0	5	0
12	1	0	0	0	10	0
13	1	0	0	0	25	8
14	1	0	0	0	20	7
15	1	0	0	0	30	10
16	1	0	0	0	30	10
17	1	0	0	0	60	20
18	1	0	0	0	15	5
19	1	0	0	0	15	5
20	1	0	0	0	25	8
21	1	0	0	0	20	7
22	1	0	0	0	20	7
23	1	0	0	0	15	7
24	1	0	0	0	15	5
25	1	0	0	0	25	8

**Tab. 3 :** Tableau de planification.

**\* CALCUL DU TRANSIT DE PUISSANCES POUR 25 NOEUDS**

Numéro de nœud de référence  $r = 1$

Nombre total de nœuds  $N = 25$

Nombre de générateurs  $G = 5$

Précision epsilon = 0,0005

L'accélération alpha = 1,4

Numéros des générateurs

Gen (2) = 2

Qmax (2) = 1,5

Qmin (2) = - 0,8

Emod (2) = 1

Gen (3) = 3

Qmax (3) = 1,5

Qmin (3) = - 0,8

Emod (3) = 1

Gen (4) = 4

Qmax (4) = 1,5

Qmin (4) = - 0,8

Emod (4) = 1

Gen (5) = 5

Qmax (5) = 1,5

Qmin (5) = - 1,8

Emod (5) = 1

Voir les résultats dans le tableau : Tab. 5

Le calcul du transit de puissances a été fait dans le but de tester les valeurs obtenues des tensions et des puissances réactives se sorte qu'elles restent dans l'intervalle imposé par les contraintes de tensions et de puissances réactives.

## RESULTATS DU TRANSIT DE PUISSANCE POUR 25 NŒUDS

Nombre d'itérations = 45

- Les tensions nodales

NŒUD p	MODELE ( Ep )	ARGUMENT ( Deg. )
1	1,0200	0,0000
2	0,8899	13,6778
3	0,9583	8,2464
4	0,8912	0,8590
5	0,8853	13,7695
6	0,9055	8,1692
7	0,8850	7,6969
8	0,8864	6,9877
9	0,8751	6,2616
10	0,8835	8,0669
11	0,8923	6,4329
12	0,8921	6,0823
13	0,9137	7,4816
14	0,9351	- 1,6043
15	0,9423	- 2,8527
16	0,9627	- 2,7879
17	0,9018	5,7101
18	0,8877	3,0449
19	0,8959	2,4340
20	0,8823	- 2,0318
21	0,8940	- 3,8754
22	0,9117	- 5,4578
23	0,9723	- 3,3918
24	0,9397	- 7,3541
25	0,9593	- 6,8335

**Tab. 4** : tableau de résultat du transit de puissance pour 25 nœuds avec 45 itérations.

- Les puissances injectées

<b>NCEUD p</b>	<b>P (p) (MW)</b>	<b>Q (p) (MVAR)</b>
1	54,4277	147,1767
2	89,8917	- 19,7079
3	99,9820	- 12,8688
4	20,0802	- 13,3763
5	174,8421	- 54,5883
6	- 15,0010	- 4,8175
7	- 15,0141	- 4,7211
8	- 25,0185	0,1255
9	- 14,9877	- 4,9606
10	- 14,9843	- 4,9835
11	- 4,9994	0,0337
12	- 10,0047	0,0384
13	- 24,9853	- 8,1352
14	- 19,9873	- 6,9656
15	- 29,9922	- 9,9917
16	- 30,0051	- 10,0209
17	- 59,9359	- 20,12.8
18	- 14,9912	- 4,9586
19	- 15,0145	- 5,2372
20	- 24,9831	- 7,9761
21	- 19,9796	- 6,9593
22	- 19,9935	- 7,0146
23	- 15,0057	- 5,0126
24	- 14,9850	- 4,9750
25	- 25,0080	- 8,0250

- Les pertes de puissances

<b>LES PERTES ACTIVES ( MW )</b>	<b>LES PERTES REACTIVES ( MVAR )</b>
24, 3496	- 78, 0431

**Tab. 5 :** tableau des puissances injectées et des pertes totales des puissances

**SOLUTIONS OPTIMALES POUR UN AJUSTEMENT DE 30 %**

**TABLEAU DES PUISSANCES GENEREES**

it.	Pg [1] [MW]	Pg[2] [MW]	Pg [3] [MW]	Pg[4] [MW]	Pg [5] [MW]	Qg[1] [MVAR]	Qg [2] [MVAR]	Qg[3] [MVAR]	Qg[4] [MVAR]	Qg[5] [MVAR]	COUT TOTAL [DA/H]
1	289,75	97,98	130,65	49,71	189,53	386,40	- 22,10	5,20	- 5,20	-61,10	2195,54
2	271,03	94,72	139,80	46,70	199,55	187,98	1,44	33,15	23,22	- 0,40	1948,49
3	260,62	97,82	131,51	45,83	205,17	- 4,59	31,50	47,54	60,03	28,01	1971,53
4	265,85	98,53	136,77	44,39	201,57	- 129,00	60,82	47,87	73,48	33,63	1961,93
5	266,13	98,10	131,80	44,93	206,14	- 117,27	59,06	45,95	65,58	37,94	1964,72

**TABLEAU DE VARIATION DE PUISSANCES**

it.	DPg [2] [MW]	DPg[3] [MW]	DPg[4] [MW]	DPg[5] [MW]	DQg [2] [MVAR]	DQg[3] [MVAR]	DQg[4] [MVAR]	DQg[5] [MVAR]	COUT TOTAL [DA/H]
1	-12,02	-34,35	-5,29	-30,47	23,54	27,95	28,42	60,70	2195,54
2	-3,26	9,14	-3,01	10,02	30,15	14,39	36,81	28,41	1948,49
3	3,10	-8,26	-0,87	5,61	29,33	0,33	13,45	5,62	1971,53
4	0,71	5,23	-1,44	-3,59	-1,76	-1,92	-7,90	4,31	1961,93
5	-0,43	-4,97	0,54	4,57	-0,29	-0,23	-0,66	-2,06	1964,72

**Tab. 6** : Tableau des puissances générées et tableau de variation de puissance avec solution optimal pour un ajustement de 30%.

## SOLUTIONS OPTIMALES POUR UN AJUSTEMENT DE 40 %

### TABLEAU DES PUISSANCES GENEREES

it.	Pg [1] [MW]	Pg[2] [MW]	Pg [3] [MW]	Pg[4] [MW]	Pg [5] [MW]	Qg[1] [MVAR]	Qg [2] [MVAR]	Qg[3] [MVAR]	Qg[4] [MVAR]	Qg[5] [MVAR]	COUT TOTAL [DA/H]
1	289,92	98,03	131,06	49,69	189,11	394,43	-23,80	5,60	-5,60	-65,80	2196,00
2	271,02	94,67	139,47	46,68	199,98	195,18	-0,16	32,61	21,57	-2,37	1948,54
3	270,70	94,01	131,91	45,06	201,24	9,19	30,30	16,90	50,35	26,01	1971,77
4	265,03	98,51	136,43	44,42	201,91	-124,69	59,80	47,76	72,53	33,01	1961,85
5	266,15	98,11	132,15	44,93	205,78	-114,85	58,60	45,80	65,19	37,54	1964,77

### TABLEAU DE VARIATION DE PUISSANCES

it.	DPg [2] [MW]	DPg[3] [MW]	DPg[4] [MW]	DPg[5] [MW]	DQg [2] [MVAR]	DQg[3] [MVAR]	DQg[4] [MVAR]	DQg[5] [MVAR]	COUT TOTAL [DA/H]
1	-11,97	33,91	5,31	-30,09	23,61	27,01	27,17	63,43	2196,00
2	-3,36	8,10	-3,01	10,07	30,51	14,37	36,78	29,22	1940,54
3	3,14	-7,55	0,82	4,76	29,42	0,78	14,17	6,17	1971,77
4	0,70	4,52	-1,44	-2,83	-1,20	-1,96	-7,33	4,53	1961,85
5	-0,40	-4,28	0,50	3,87	-0,04	-0,08	-0,45	-1,86	1964,77

**Tab. 7:** Tableau des puissances générées et tableau de variation de puissances avec solution optimale pour un ajustement de 40%.

## SOLUTIONS OPTIMALES POUR UN AJUSTEMENT DE 50 %

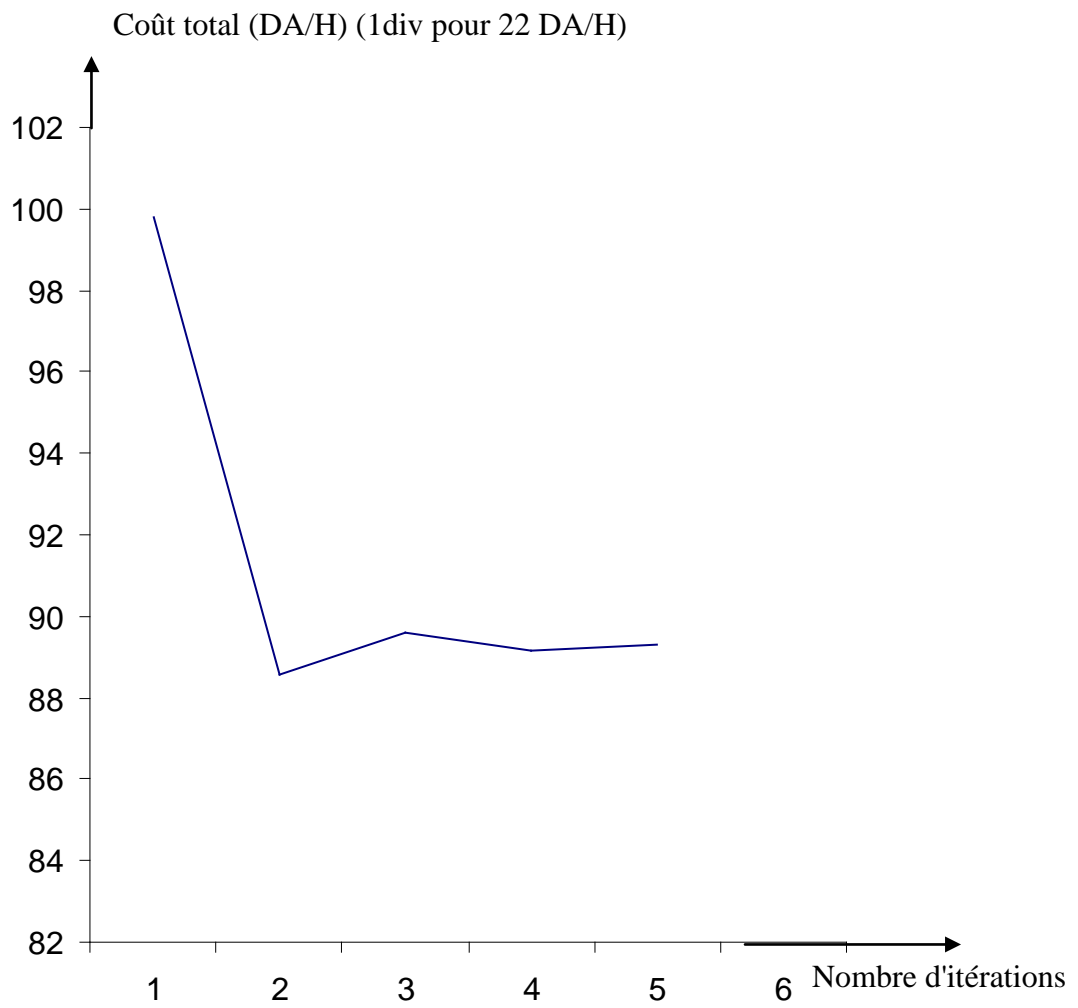
### TABLEAU DES PUISSANCES GENEREES

it.	Pg [1] [MW]	Pg[2] [MW]	Pg [3] [MW]	Pg[4] [MW]	Pg [5] [MW]	Qg[1] [MVAR]	Qg [2] [MVAR]	Qg[3] [MVAR]	Qg[4] [MVAR]	Qg[5] [MVAR]	COUT TOTAL [DA/H]
1	290,10	98,08	131,49	49,67	188,68	402,49	-25,50	6,00	-6,00	-70,50	2196,48
2	271,00	94,63	139,12	46,66	200,42	202,42	-1,75	32,07	19,93	-4,38	1948,60
3	268,80	97,80	132,30	45,90	204,30	9,61	29,16	46,42	56,68	25,67	1972,02
4	265,80	98,49	136,09	44,46	202,26	-120,37	58,78	47,64	71,57	32,39	1961,78
5	266,16	98,12	132,51	44,92	205,40	-112,41	58,14	45,64	64,81	37,14	1964,82

### TABLEAU DE VARIATION DE PUISSANCES

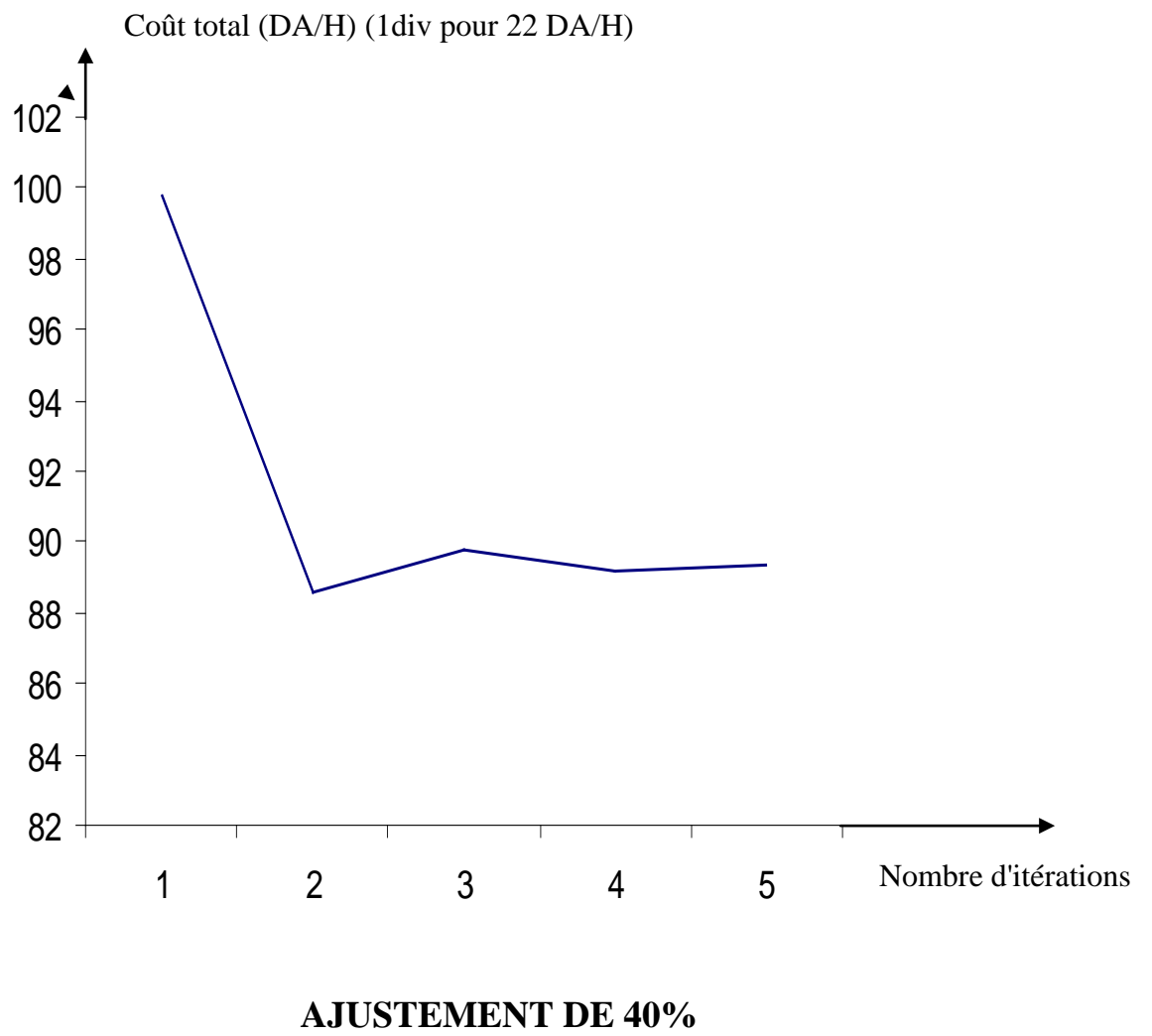
it.	DPg [2] [MW]	DPg[3] [MW]	DPg[4] [MW]	DPg[5] [MW]	DQg [2] [MVAR]	DQg[3] [MVAR]	DQg[4] [MVAR]	DQg[5] [MVAR]	COUT TOTAL [DA/H]
1	-11,92	-33,51	-5,33	-31,32	23,75	26,07	25,93	66,12	2196,48
2	-3,45	7,64	-3,01	11,74	30,92	14,35	36,74	30,06	1948,60
3	3,17	-6,83	-0,76	3,88	29,62	1,22	14,89	6,71	1972,02
4	0,69	3,79	-1,44	-2,04	-0,65	-2,00	-6,76	4,75	1961,76
5	-0,37	-3,57	0,47	3,14	0,21	0,07	-0,23	-1,66	1964,82

**Tab. 8 :** Tableau des puissances générées et tableau de variation de puissances avec solution optimale pour un ajustement de 50%.

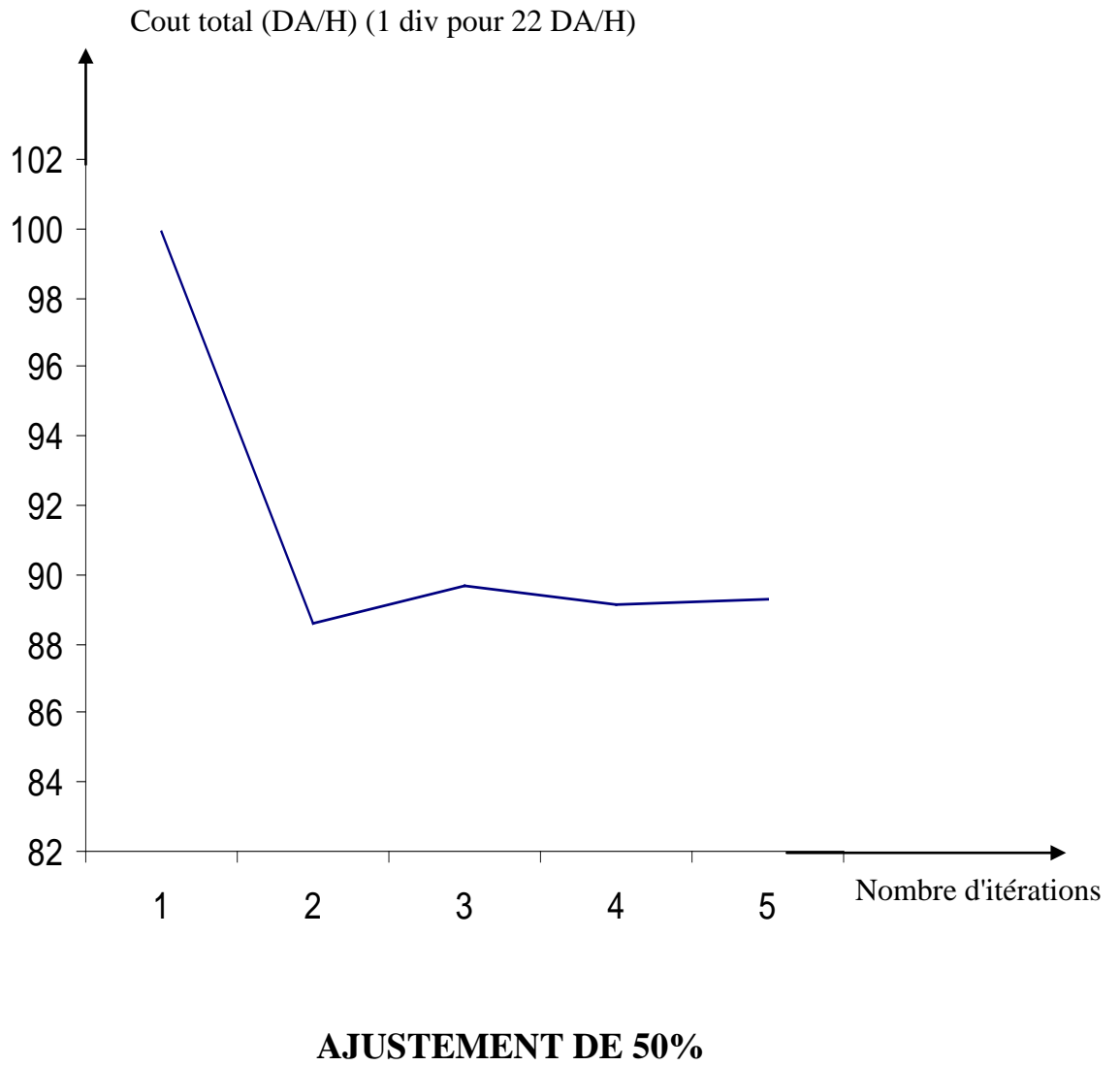


### AJUSTEMENT DE 30%

**Fig. 12** : Courbe du cout total en fonction du nombre d'itérations



**Fig. 13:** Courbe du cout total en fonction du nombre d'itérations



**Fig. 14** : Courbe du cout total en fonction du nombre d'itérations

### **V – 1 – 3 - RESULTATS ET INTERPRETATION**

L'exemple d'un réseau à 25 nœuds fig. 11 traité précédemment est un modèle type d'un réseau de grande taille avec le groupement des petites charges afin de réduire le nombre total de nœuds.

Nous avons tout d'abord effectué une étude en planification, qui consiste à déterminer les moyens de compensation supplémentaires à installer sur le réseau pour assurer un fonctionnement dans les limites des tensions admissibles ; on a constaté que la méthode numérique utilisée pour le calcul de la répartition de puissances converge et donne des résultats acceptables ( Tab. 5 ).

En deuxième lieu , les valeurs de tensions nodales obtenues dans l'écoulement après 45 itérations étaient prises comme valeurs initiales dans le programme de la répartition optimale , pour activer la convergence de la méthode de Gauss – Seidel . Il est tout à fait évident que l'importance de la taille du réseau influe sur l'efficacité de la méthode d'optimisation et par la suite la précision dans le calcul est plus ou moins bonne.

Dans notre exemple, nous avons pris trois ajustements différents sur les puissances réactives ( 30% , 40% et 50% ) , en gardant un même ajustement de 10% sur les puissances actives . La convergence de la méthode est liée directement à la précision de calcul prédéfinie.

Pour une précision de 0,05, les résultats obtenus dans les différents cas sont sensiblement identiques :

#### **Ajustement de 10 % sur le Psg et Qsg**

	30 % des Qsg	40 % de Qsg	50 % de Qsg
N <sup>0</sup> d'iter.	5	4	4
COUT TATAL	1964,72	1964,77	1964,82

**Tab. 9** : Tableau d'ajustement de 10% sur les Psg.

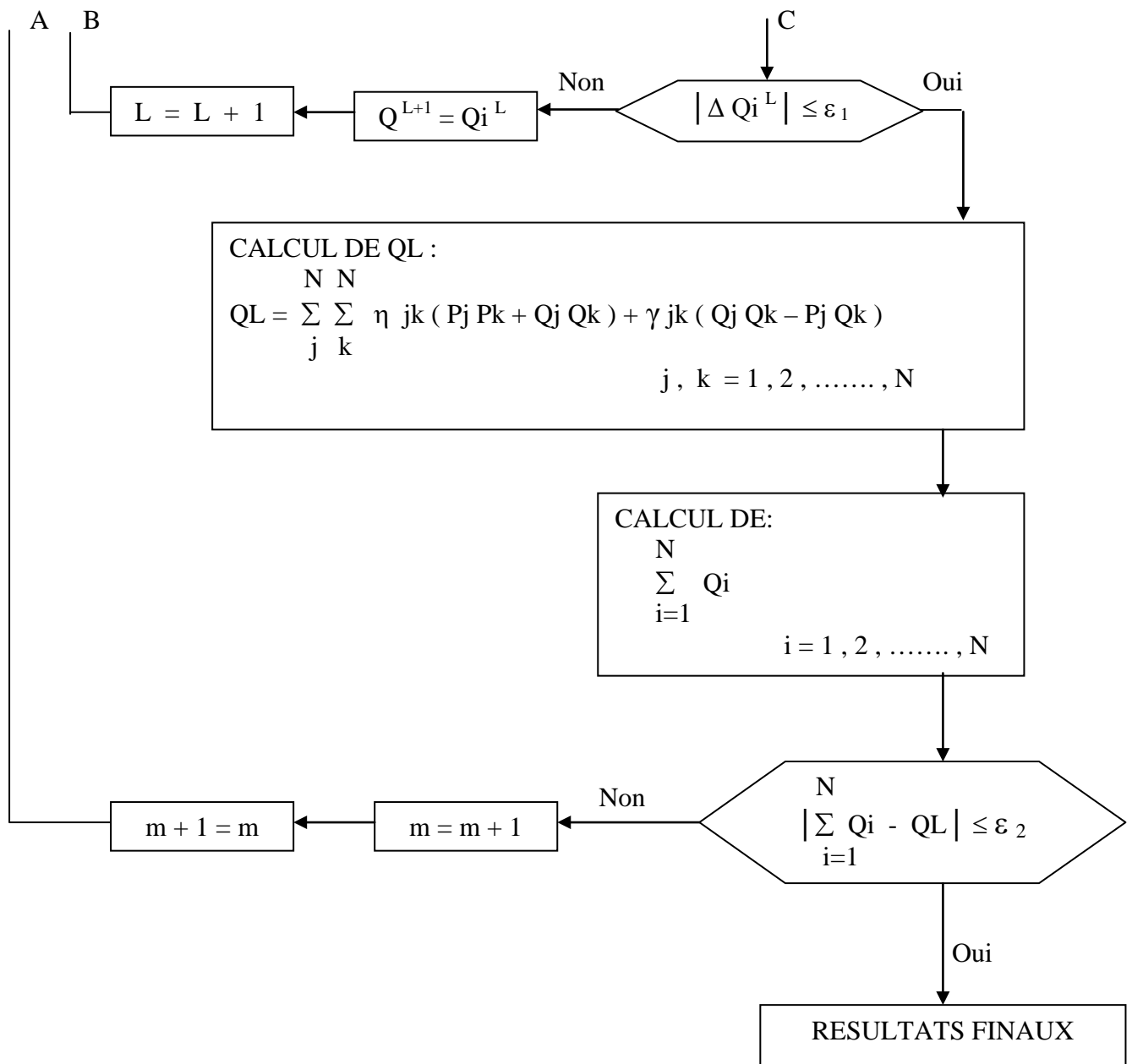
Les valeurs optimales des puissances se trouvent dans les tableaux ( 6 , 7 et 8 ).

Pour voir réellement la convergence de la méthode , nous avons amélioré la précision  $\epsilon$  à 0,005 et le résultat obtenu après 92 itérations montre que la fonction coût oscille autour d'une valeur moyenne qui est de 1963 , 96 DA / h .

Avec une autre valeur de précision  $\epsilon = 0,01$  la méthode converge après 66 itérations et donne la valeur optimale du coût 1963,98 DA / h. Ceci nous permet de conclure que la convergence s'obtient toujours quelque soit la précision avec un nombre d'itérations très élevées. Pour gagner du temps nous pouvons admettre dès que nous constatons que la fonction coût est oscillatoire entre deux valeurs constamment retrouvées, on peut prendre la valeur moyenne comme solution optimale .

Les courbes de variations du coût global en fonction du nombre d'itérations ( fig . 12 , 13 et 14 ) montrent bien la convergence de la méthode vers la valeur du coût minimale .





**Fig. 15** : Organigramme d'optimisation.

### **V – 2 – 2 - APPLICATION AU RESEAU ELECTRIQUE AYANT 25 NŒUDS**

On reprend le même réseau électrique à 25 nœuds fig. 11 avec les contraintes suivantes :

\* Les puissances en valeurs réduites ( p . u )

$$- 0,80 \leq Q1g \leq 1,15$$

$$- 0,20 \leq Q2g \leq 0,97$$

$$- 0,30 \leq Q3g \leq 1,08$$

$$- 0,20 \leq Q4g \leq 0,9$$

$$- 0,60 \leq Q5g \leq 1,32$$

\* Les tensions en valeurs réduites ( p . u )

$$0,9 \leq Ep \leq 1,1$$

Dans le Tableau 10 ou tableau de planification sont données les valeurs de tension du nœud de référence, des puissances générées et des puissances de charge.

Nombre du nœud	TENSION		GENERATEUES		CHARGES	
	Module ( pu )	Arg . (Deg)	Pg (MW)	Qg (MVAR)	Pg (MW)	Qg (MVAR)
1	1,02	0	0	0	0	0
2	0,900	0	100	17	10	3
3	0,950	0	150	4	50	17
4	0,900	0	50	- 4	30	10
5	0,900	0	200	- 47	25	8
6	1	0	0	0	15	5
7	1	0	0	0	15	5
8	1	0	0	0	25	0
9	1	0	0	0	15	5
10	1	0	0	0	15	5
11	1	0	0	0	5	0
12	1	0	0	0	10	0
13	1	0	0	0	25	8
14	1	0	0	0	20	7
15	1	0	0	0	30	10
16	1	0	0	0	30	10
17	1	0	0	0	60	20
18	1	0	0	0	15	5
19	1	0	0	0	15	5
20	1	0	0	0	25	8
21	1	0	0	0	20	7
22	1	0	0	0	20	7
23	1	0	0	0	15	7
24	1	0	0	0	15	5
25	1	0	0	0	25	8

**Tab. 10** : Tableau de planification.

## **\*CALCUL DE L'ÉCOULEMENT DE PUISSANCES POUR 25 NŒUDS**

Numéro de nœud de référence  $r = 1$

Nombre total de nœuds  $N = 25$

Nombre de générateurs  $G = 5$

Précision epsilon = 0,00001

L'accélération alpha = 1,4

Numéros des générateurs

Gen (2) = 2

Qmax (2) = 0,97

Qmin (2) = - 0,20

Emod (2) = 0,900

Gen (3) = 3

Qmax (3) = 1,08

Qmin (3) = - 0,30

Emod (3) = 0,950

Gen (4) = 4

Qmax (4) = 0,9

Qmin (4) = - 0,20

Emod (4) = 0,900

Gen (5) = 5

Qmax (5) = 1,32

Qmin (5) = - 0,6

Emod (5) = 0,900

Voir les résultats dans le tableau Tab. 13

Le calcul de l'écoulement de puissances a été fait dans le but de tester les valeurs obtenues des tensions et des puissances réactives de sorte qu'elles restent dans l'intervalle imposé par les contraintes de tension et de puissances réactives .

## RESULTATS DE L'ECOULEMENT DE PUISSANCE POUR 25 NŒUDS

Nombre d'itérations = 45

- Les tensions nodales

NŒUD p	MODELE ( Ep )	ARGUMENT ( Deg. )
1	1,0200	0,0000
2	0,900	13,36
3	0,950	8,43
4	0,900	0,8590
5	0,900	13,7695
6	0,905	8,1692
7	0,896	7,6969
8	0,897	6,9877
9	0,887	6,2616
10	0,897	8,0669
11	0,905	6,4329
12	0,903	6,0823
13	0,911	7,4816
14	0,931	- 1,6043
15	0,939	- 2,8527
16	0,961	- 2,7879
17	0,913	5,7101
18	0,898	3,0449
19	0,905	2,4340
20	0,891	- 2,0318
21	0,901	- 3,8754
22	0,918	- 5,4578
23	0,975	- 3,3918
24	0,944	- 7,3541
25	0,962	- 6,8335

**Tab. 11** : Tableau des résultats du transit des puissances pour 25 nœuds avec 32 itérations.

- Les puissances transitées

<b>Liaison p - q</b>	<b>P ( pu )</b>	<b>Q ( pu )</b>
1 - 3	- 39,8	+ j 36,6
1 - 16	42,2	+ j 32,3
1 - 17	- 15,1	+ j 44,5
1 - 19	1,8	+ j 27,2
1 - 23	29,6	+ j 1,1
1 - 25	34,7	+ j 1,9
2 - 6	24,2	- j 6,9
2 - 7	33,1	- j 4,8
2 - 8	32,7	- j 5,5
3 - 1	41,9	- j 31,6
3 - 13	16,7	+ j 18,2
3 - 14	41,4	- j 6,6
4 - 19	- 40,3	+ j 5,8
4 - 20	37,5	- j 6,7
4 - 21	22,7	- j 12,6
5 - 10	31,9	- j 8,6
5 - 17	86,2	- j 23,8
5 - 19	56,9	- j 18,6
6 - 2	- 23,7	+ j 6,1
6 - 13	8,8	- j 11,1
7 - 2	- 32,4	+ j 5,7
7 - 8	5,6	- j 3,7
7 - 12	11,7	- j 7,0
8 - 2	- 31,9	+ j 6,4
8 - 7	- 5,6	+ j 2,6
8 - 9	6,2	+ j 2,7
8 - 17	6,3	- j 11,7
9 - 8	- 6,2	- j 4,5
9 - 10	- 8,8	- j 0,5
10 - 5	- 31,2	+ j 2,3
10 - 9	8,9	- j 0,6
10 - 11	7,3	- j 6,7
11 - 10	- 7,2	+ j 4,8
11 - 17	2,2	- j 4,8
12 - 7	- 11,7	+ j 5,6
12 - 17	1,7	- j 5,6
13 - 3	- 16,3	- j 18,6
13 - 6	- 8,7	+ j 10,6
14 - 3	- 39,1	+ j 10,2
14 - 15	19,1	- j 17,2
15 - 14	- 18,9	+ j 17,0
15 - 16	- 11,1	- j 27,0
16 - 1	- 41,3	- j 34,9
16 - 15	11,3	+ j 24,9
17 - 1	17,4	- j 40,9
17 - 5	- 84,9	+ j 13,8
17 - 8	- 6,2	+ j 2,6
17 - 11	- 2,2	+ j 2,2
17 - 12	- 1,7	+ j 3,3

17 – 18	17,6	- j 0,9
18 – 17	- 17,3	- j 0,3
18 – 19	2,3	- j 4,7
19 – 1	- 0,6	- j 28,1
19 – 4	40,7	- j 6,6
19 – 5	- 52,8	+ j 27,0
19 – 18	- 2,3	+ j 2,6
20 – 4	- 36,9	+ j 5,0
20 – 21	11,9	- j 13,0
21 – 4	- 22,0	+ j 5,4
21 – 20	- 11,7	+ j 7,8
21 – 22	13,7	- j 20,2
20 – 21	- 13,4	+ j 17,0
22 – 23	- 13,1	- j 7,7
22 – 24	6,5	- j 16,3
23 – 1	- 28,6	- j 10,5
23 – 22	13,6	+ j 5,5
24 – 22	- 6,3	+ j 7,0
24 – 25	- 8,7	- j 12,0
25 – 1	- 33,8	- j 14,5
25 – 24	8,8	+ j 6,5

**Tab. 12** : Tableau des puissances transitées.

- Les puissances injectées

<b>NŒUD p</b>	<b>P (p) (MW)</b>	<b>Q (p) (MVAR)</b>
1	53,4	143,7
2	90,0	- 17,3
3	100,0	- 19,9
4	20,0	- 13,6
5	175,0	- 51,0
6	- 15,0	- 5,0
7	- 15,0	- 5,0
8	- 25,0	0,0
9	- 15,0	- 5,0
10	- 15,0	- 5,0
11	- 5,0	- 0,0
12	- 10,0	0,0
13	- 25,0	- 8,0
14	- 20,0	- 7,0
15	- 30,0	- 10,0
16	- 30,0	- 10,0
17	- 60,0	- 20,0
18	- 15,0	- 5,0
19	- 15,0	- 5,0
20	- 25,0	- 8,0
21	- 20,0	- 7,0
22	- 20,0	- 7,0
23	- 15,0	- 5,0
24	- 15,0	- 5,0
25	- 25,0	- 8,0

- Les pertes totales des puissances

<b>LES PERTES ACTIVES (MW)</b>	<b>LES PERTES REACTIVES (MVAR)</b>
23 , 418	- 83 , 213

**Tab. 13** : Tableau des puissances injectées et tableau des pertes totales des puissances.

## **OPTIMISATION DES PUISSANCES REACTIVES**

Nombre de nœud total  $n = 25$

Nombre de générateurs  $m = 5$

Précision epsilon = 0,001

$Q_{\max}(1) = 1,15$

$Q_{\min}(1) = - 0,80$

$Q_{\max}(2) = 0,97$

$Q_{\min}(2) = - 0,20$

$Q_{\max}(3) = 1,8$

$Q_{\min}(3) = - 0,30$

$Q_{\max}(4) = 0,90$

$Q_{\min}(4) = - 0,20$

$Q_{\max}(5) = 1,32$

$Q_{\min}(5) = - 0,60$

$w = - 0,00932$

variation  $dw = 0,0005$

$w = - 0,00882$

variation  $dw = 0,0001$

$w = - 0,00872$

variation  $dw = 0,0001$

$w = - 0,00852$

variation  $dw = 0,0001$

$w = - 0,00842$

variation  $dw = 0,0001$

$w = - 0,00832$

variation  $dw = 0,0001$

$w = - 0,00812$

variation  $dw = 0,0001$

$w = - 0,00802$

## **LES PUISSANCES REACTIVES OPTIMALES**

$qq(2) = 1,2$

$qq(3) = 13,0$

$qq(4) = 1,8$

$qq(5) = - 10,1$

### **V – 2 – 3 - RESULTAS ET INTERPRETATION**

Le calcul de la répartition des charges par la méthode de Gauss – Seidel modifié a donné de très bons résultats. Elle nous a permis non seulement de déterminer les paramètres de n'importe quel réseau à partir de valeurs planifiées , mais en plus de déterminer les puissances réactives injectées aux nœuds de production tout en contrôlant leur module de tension .

La méthode de la répartition optimale des puissances réactives en utilisant le critère de minimisation des pertes actives a donné des résultats très satisfaisants . Cette optimisation des puissances réactives aux nœuds de production influe sur tous les paramètres du réseau que :

- Augmentation des tensions nodales.
- Chute de tension minimale.
- Augmentation de la puissance capacitive des lignes.
- Transit moins important de la puissance réactive.
- Pertes de puissance active minimale.

## CONCLUSION GENERALE

L'importance de l'étude de la répartition des puissances dans un réseau est capitale, elle nécessite l'élaboration d'une méthode de calcul numérique plus stable et efficace afin de répondre à ce besoin.

Dans le présent travail, notre première préoccupation était de trouver une méthode numérique qui permet de résoudre le problème d'optimisation de la répartition des puissances.

On peut remarquer aussi que toutes les étapes décrites, sont faciles à suivre, et les outils essentiels utilisés pour sa réalisation sont les méthodes numériques et l'informatique. Les ordinateurs ont été conçus pour être capables de faire des calculs numériques très rapidement, nous déchargeant ainsi de la tâche fastidieuse de les effectuer à la main.

Un premier choix a été fixé sur la méthode de Gauss – Seidel pour le calcul de l'écoulement de puissances . Ce choix n'était pas arbitraire mais basé surtout sur la simplicité et l'efficacité de la méthode , contrairement à celle de Newton – Raphson qui malgré sa précision et sa rapidité , reste marginalisée pour la simple raison qu'elle est lourde dans son application à un réseau de grande taille .

La méthode de Gauss – Seidel a été modifiée et accélérée dans le but de l'intégrer entièrement dans la méthode d'optimisation. Elle permet en considération les contraintes des puissances réactives et des tensions aux nœuds de production.

La deuxième choix a été fait sur la répartition optimale des puissances active et réactive. Trois méthodes ont fait l'objet de notre étude :

- La première fait appel à des fonctions implicites exprimant une variable en fonction des autres. Dans notre étude la variable étant les puissances active et réactive générées par le nœud de référence. Elle permet de déterminer la répartition économique selon le coût du combustible.
- La deuxième nous permet de déterminer la répartition des puissances réactives selon le critère de minimisation des pertes actives.
- La troisième choisie aussi comme la première le critère économique comme étant le coût minimal de production pour une productivité donnée qui est la définition générale du coût marginal.

Les deux premières méthodes ont été illustrées par une application dans un réseau à 25 nœuds.

Les résultats obtenus sont très satisfaisants et confirment bien la validité et l'efficacité des méthodes. De plus les valeurs trouvées par les deux méthodes se situent dans le domaine délimité par les contraintes fonctionnelles du réseau.

La méthode de fonctions implicites permet d'optimiser simultanément les deux puissances active et réactive par contre la méthode de Lagrange optimise uniquement la puissance réactive, et par conséquent on préconise la première méthode dans les applications pratiques.

Nous espérons que le résultat de notre travail sera d'un apport modeste, certes, mais néanmoins utile pour les prochaines recherches en vue d'aboutir à une meilleure maîtrise de cette technique.

## **BIBLIOGRAPHIE**

- [1] SASSON A.-"Non linear programming solutions for load flow Minimum loss and economic dispatch problem ". I EEE trans.on pas, vol. pas 88 N<sup>0</sup> 4, p 399-409.
- [2] SASSON A.-"Combined use of the Powell and Fletcher Powell non Linear programming methods for optimal load flow ".I EEE trans.on pas, vol.pas 88 N<sup>0</sup> 10, p 1530-157-37.
- [3] SASSON A., VILORIA F., ABOYTES F.-"optimal load flow using the Hessian matrix ".I EEE Trans.on pas. 92 N<sup>0</sup>1, p 31-41.
- [4] PESCHON j. PIERCY D.S., TINNEY W F., TVEIT O.J. GUENO M.-"Optimal control reactive power flow ". I EEE Trans. .on pas, vol.Pas 87 N<sup>0</sup> 1.p 40-48
- [5] CARPENTIER j. –"differential injections methods: A general method For secure and optimal load ". Proceeding of the I EEE PICA Conference. Minneapolis p 255-262.
- [6] ABADIE J., CARPENTIER J.-"Generalization of the Wolfe reduced Gradient method to the case of non linear constraints ". Dans Optimization .R. FLETCHER <ed>, Academic press, London .p37-49.
- [7] PESCHON J., BREE D.W.HADJU L.P.-"Optimal solutions involving System security ".Proceeding of the I EEE PICA Conference. Boston p 210-218.
- [8] PESCHON J. BREE D.W .HADJU L.P.-"optimal power flow solutions For paper system planning ". Proceeding of the I EEE .vol 60N<sup>0</sup> 1 p64-70
- [9] CARPENTIER J.SAMINADEN V. BOULLE D.GIRARD R.-"Real and reactive Decoupling possibilities in optimal load flows: A compact version Of the differential injection conference Cambridge.
- [10] ALSAC O., STOTT B.-"Decoupled algorithms on optimal load flow Calculations ". I EEE PES Summer Meeting Paper A75 545-4 San Francisco.
- [11] BLANCHON G., DODU J.C, MERLIN A.-" Developing a new tool for real Time control in order to goodinate the regulation of reactive Power and the voltage schedule in large-scale EHV power system". International symposium in control applications for power systems:Florence.
- [12] ALSC O., STOTT B.-"Experience with successive linear programming For optimal rescheduling of active and reactive powers". International symposium in control applications for power systems:Florence.
- [13] BURCHETT R.C., HAPP H.H. WIRGAU K.A.-"large scale optimal power Flow ". I EEE PES Winter Meeting Paper 82 WM 065-1 New York.

- [14] FERNANDES R.A., LANGE F., BURCHETT R.C HAPP H.H, WIRGAU K.A.-" large Scale reactive power planning ". I EEE PES Summer Meeting, Paper.82 SM 376-2 San Francisco.
- [15] BURCHETT R.C., HAPP H.H., VIERATH D.R.-"Quadratic ally convergent Optimal power flow ". I EEE PES Winter Meeting, paper 84 WN 045-1,Dallas, Texas.
- [16] AOKI k, KANEZASHI M.-"A modified Newton method for optimal power Flow using approximated power flow ". I EEE Trans. .on pas, vol.pas104 N<sup>0</sup>8, p2119-2125.
- [17] MARIA G.A., FINDLY J.A –"A Newton optimal power flow program for Ontario hydro EMS ". I EEE Trans .on power system, vol .Pwrs 2, N<sup>0</sup>3,P 576-584.
- [18] VAN AMERONGEN R.A.M.-" Optimal power flow solved with sequential Reduced quadratic programming ". Archive for Electrotechnik, 71.P 213-219.
- [19] GIRAS T.C TALUKDAR S.N.-"Quasi-Newton method for optimal power Flow ".Int.J of electrical power and Energy systems, vol 3 N<sup>0</sup> 2 P 59-64.
- [20] LIPOWSKY J.S., CHARLEMBOUS C.-" Solution of optimal load flow Problem by modified recursive quadratic programming method ".I EEE proc. Vol.28 prt. C N<sup>0</sup> 5. P 288-294.
- [21] TALUKDAR S.N GIRAS T C.-"A fast and robust variable metric Method for optimum power flow ".I EEE Trans .on.pas .vol .pas.101N<sup>0</sup>2 p 415-420.
- [22] TALUKDAR S.N GIRAS T C., KALYAN V.K.-"decompositions for optimal Power flows ". Proc .of the I EEE PICA Conference, Houston, p 20-26
- [23] NADIRA R.-"optimal reactive power flows for power system Operation ". M S .Thesis, case Western Reserve University, Cleveland, Ohio.
- [24] FRANCHI L., INNORIA M., MARRANIOV P., SABELLI C.-" Evaluation of Economy and/or security oriented objective functions for reactive Power scheduling in large scale systems". I EEE Trans. .on pas.vol.pas 102 N<sup>0</sup> 10 p 3481-3487.
- [25] FRANCHI L., INNORIA M., MARRANIOV P.-"the han-powll algorithm Applied to the optimization of the reactive generation in A large-scale electric power system ".IFAC Symp. Large scale Systems: theory and applications. Warsaw .p178-184.
- [26] COYA B GRANELLI G.P., MONTAGNA M.SILVESTRI A.INNORTA M.-"large Scale application of the Han Powell algorithm to compact models Of static and dynamic dispatch of real power". Int J of Electrical power and Energy systems, vol 9, N<sup>0</sup> 3 p130-141.
- [27] PERZOZ H. SANTUCCI G., LEMONIE J.C SAPET P.-"La planification Des réseaux électriques ". Eyrolles 1984.

- [28] SANTUCCI G.-"problème générale de planification des réseaux ".Revue générale de l'électricité 1980 p 260-263.
- [29] STAGG G.W., ELABIAD H.A-" computer methods in power system Analysis ". Mc Graw HILL Book Company New York 1983.
- [30] SINGH L.P –"Advanced power system analysis and dynamic ". Willey Eastern limited 1986.
- [31] STANG N.F, GUNGOR R.B TSANG N.F., WEBB JR.W.-"A technique for Optimizing real and reactive power schedules ". I EEE pas 90.1971 p1781-1790.
- [32] CALAER R.-" Dynamique des grands réseaux ". Faculté des sciences Appliquées liège. Belgique. Dec .1981.
- [33] CIRALET P.G., MIARA B., THOMAS J. M –"Exercices d'analyse numérique Matricielle et d'optimisation ". Masson 1987.
- [34] CIARLET P.G.-" introduction à l'analyse Numérique matricielle et à l'optimisation ". Masson 1985
- [35] VAISSERIE J. C. NOUGIER J.P.-"Programmes et exercices sur les Méthodes numériques ". Masson 1990.
- [36] RUSSELL E.L ERWIN A.R.-"Basic Electric Circuits for engineersInternational textbook company Scant on, Pennsylvania 1967.
- [37] TCHIRO H.YUSUO T.SEINOSUKE N., KIMIO M.-"Real time control ofSystem voltage and reactive power". I EEE October 1969.P 1544-1969.
- [38] PESHON J., PIERCY D.S.TINNEY W.F., ODD J.T., GUENOD M.-"optimum Control of reactive power flow". I EEE January 1968, p 40-47
- [39] DAVID C.YL. JOHN F.F., BORBIE F.-" An optimal load flow Study by the generalized reduced gradient approach". I EEE 1988P 47-53
- [40] SLODODAN T.-" A new decoupled load flow method ". I EEE 1973. P884-891.
- [41] DATAZO J.F., KLITIN OA., STAGG GW, WATSONS M.-" An optimization Technique for real and reactive power allocation ". I EEE vol 05 N<sup>0</sup> 1 1967 p 1877-1885.
- [42] J S LMO, K F.HIIIIm T.H. Lee " Bus incremental costs and Economic dispatch ". I EEE Trans. On power systems, vol .106 FWRSI pp. 161-167, 1986.
- [43] "Optimal Power Flow by Newton Approach" I EEE Transaction on Power apparatus and systems. Volume PAS 103, N<sup>0</sup> 10 pp 2864- 2880, October 1984.
- [44] W F Tinuey V Brandwajirand S M Chan –" Spaise vector Methods ". I EEE Transaction on Power apparatus and systems. Vol .PAS 104, Feb 1985 pp295-301.

- [45] John R.Nenenswader –" Modern Power system ". International Text books company 1971.
- [46] M Huneault F.D Galiane –" A survey of the optimal powerFlow literature I IEEE volume 6 N<sup>o</sup> 2, 1991 pp 762-766.
- [47] C Branchon T.F Bonnaus, J C. Douder –" application of a Recessive quadratic programming method to optimal power Flow in large – scale electric power systems" EDF. Bulletin de la direction des études et recherches, série G mathématique. Informatique N<sup>o</sup> 2 1991, pp 67-94.
- [48] Shan and M.A Langhton –" Determination of optimum Power- system operating conditions under constraints ". I IEEE, vol .116 N<sup>o</sup> 2. 1969. pp 225-228.
- [49] K.Y.Lee, J.I Ortiz .Y M Park, L.C.Pond –" an optimization Technique for reactive power planning of subs transmission Network under normal operation" I IEEE Trans .on power Systems, vol.PWRS -1 N<sup>o</sup> 2 May 1986.
- [50] P.Gill .W, Murry, M Wright –" practical optimization ". Academy Press .1981.
- [51] A Calvaert –" Dynamique des grands réseaux ". Faculté des Sciences appliquées. Université de Bruxelles 1990.
- [52] A. Chaker, M.Khiat –" Optimisation de la puissance réactive D'un réseau électrique ". 11<sup>ème</sup> congrès des sciences. Beyrouth Liban. 1990.
- [53] A. Chaker, M.Khiat –" Optimisation de la puissance réactive D'un réseau électrique ". Concret du MOAD .Bejaia . 1993.
- [54] V.A.Venikov –" systèmes electro-energetiques .Transport De l'énergie en courant continu et alternatif ". Moscou. 1972.
- [55] V.A.Venikov –" Calcul et analyse des régimes optimaux des Réseaux électriques ". Moscou. 1974.
- [56] V.M.Gorchtein –" des méthodes d'optimisation des régimes Des systèmes electro-énergétiques ". Moscou. 1981.
- [57] V.I.Idelchik –" calcul des régimes permanâtes des systèmes Electriques ". Moscou .1977.
- [58] A.A Gueracimenko –" utilisation de l'ordinateur pour le Calcul électro-énergétique ". Krasnoyark .1983.
- [59] G.E.Pospelov .I.Z.Chapiro. M.I .Foursanov-" L'utilisation De l'informatique pour le calcul de réduction et de Planification de consommation de l'énergie dans les Systèmes électro-énergétiques ". Minsk. 1987.

- [60] V.V.Kolesnichenko. L.I.Petrenko –" calcul des réseaux Electriques sur les micro-ordinateurs ". Kiev. 1988.
- [61] B.Softt and of. Alsac , "Fast decoupled power flow " I EEE Trans. On Power Apparatus and System , PP 859 – 869 , May /Jun 1974.
- [62] D .Rajicic and B.Aujin," A modification to the fast decoupled power flow for network with high r/x ratios "I EEE Trans. on PWRS, vol. . 3 n0. 2 , PP. 743 – 746 , May 1988.
- [63] K . Behnam – Guilani,"Fast decoupled load flow : The hybrid model "I EEE Trans. on PWRS , vol. 3 , n0 2 , PP. 734 - 742 , May 1988
- [64] R.A.M van Amerogan "A general version of the fast decoupled load flow "I EEE Trans on PWRS , vol. 4 , n0 2 , May 1989.
- [65] L. Wang , N.D.Xiang , S.Y.Wang , and M.Huang " Novel decoupled power flow " I EEE Proc., pt. C vol. 137 , n0 1 , pp. 1 - 7 Jan 1990.
- [66] L. Wang "Henristic analysis and development in decoupled power flow " In Proc. of International Conference on Power System Technology , Beijing , 1991 , PP. 375 - 380.
- [67] A Mouticelli "Fast decoupled load flow : Hypothesis , derivations, and testing, IEEE Trans.on PWRS , vol.5, n0.4 , pp. 1425 – 1431 , 1990.
- [68] L.Wang and X , R , Li , "A voltage-normalized network model for decoupled power system calculation , in Industrial and commercial Power System Technical Conference . Edmonton , Alberta , Canada , May 3 – 8 , 1998 , ICPS – 98 – 27 .
- [69] S . M .Chan and V. Brandwajn , "Partial matrix refatorization , IEEE Trans . on Power System , vol . 1 , n<sup>0</sup>.1 , pp . 193 – 200 ,Feb . 1986 .

## Résumé

Les problèmes relatifs au fonctionnement des réseaux électriques sont nombreux et variés tant par leur importance que par leur diversité. Les marges, dont on disposait autrefois, semblent disparaître, laissant parfois place à des situations qui seraient inacceptables pour l'exploitation des réseaux si des dispositions appropriées n'étaient pas mises en œuvre.

D'une manière générale, l'examen des cartes de topologie électrique montre que les réseaux ne présentent aucune régularité dans leur structure géographique. Les puissances appelées par les consommateurs sont tout à fait aléatoires, tout au plus, elles peuvent avoir des caractéristiques spatio-temporelles matérialisées par une moyenne et une dispersion.

Le problème, auquel nous sommes toujours confronté est celui de la répartition tant des puissances actives que réactives.

Initialement, la méthode utilisée consistait à faire produire à leur maximum les unités productrices les plus efficaces. Cette solution n'est pas rentable car l'abus de fonctionnement des machines diminue leur durée de vie, et par voie de conséquence augmente considérablement les frais d'entretien et de maintenance.

L'évolution rapide et importante des systèmes énergétiques, ainsi que le transit de l'énergie électrique à longue distance, ont contribué à la recherche de méthodes efficaces permettant la résolution du transit des puissances

Cette évaluation, liée au perfectionnement et à l'accroissement des possibilités des ordinateurs, a permis d'élaborer plusieurs nouvelles méthodes permettant de répartir d'une manière optimale les puissances active et réactive

Pour garantir une conduite économique et fiable des réseaux qui se présentent généralement sous forme complexe, plusieurs contraintes doivent être prises en considération telle que les transits de courant, des tensions, puissances active transmissible et réactive nécessaire.

Le but de notre travail est de mettre en œuvre plusieurs méthodes de résolution de la répartition optimale des puissances active et réactive nous permettant de cerner le problème avec plus d'intérêt et de faire une comparaison entre ces dernières

## **ABSTRACT**

Problems relating to the functioning of electrical networks are numerous and various both by their importance and by their diversity. Margins, which they had in the past, seem to disappear, sometimes leaving place in situations which would be unacceptable to the working of networks if appropriate dispositions were not implemented.

Generally, the exam of the cards of electrical topology shows that networks introduce no regularity in their geographical structure. Potency called by the consumers is wholly unpredictable, at the very most, they can have spatiotemporal characteristics, by an average and a dispersion.

The problem, to which we are always confronted that of sharing out is so much active potency as reactive.

Initially, used method consisted in making produce the most efficient productive units in their maximum. This resolution is not lucrative because the abuse of functioning of machines diminishes their life, and in series augments considerably the expenses of maintenance and service.

The quick and important evolution of the energy systems, as well as the transit of the electrical at long distance, contributes in search of efficient methods allowing the resolution of the transit of potency

This valuation was linked to refinement and to increase of the possibilities of computers and allowed to work out several new methods allowing dividing active and reactive potency in a optimum way

To guarantee a dependable and economic behavior of networks which come in general under complex form, several pressures must be taken in consideration such as the borders of transits of current, of tensions, active and reactive potency.

The purpose of our job is to implement several methods of resolution of the optimum sharing out of active and reactive potency allowing us to work out problem with more interest and to make a comparison between these last.

## الخلاصة

إن المشاكل المتعلقة بتوظيف الشبكات الكهربائية متعددة و متنوعة سواء لأهميتها أو لتنوعها. ويبدو أن الهوامش المركبة سابقا قد تلاشت تاركة أثرا غير مقبول لاستغلال الشبكات خاصة إذا لم توظف التنظيمات المخصصة لها .

بصفة عامة قد أظهر البحث على بطاقات الهندسة اللاكمية (الطوبولوجية ) أن هذه الشبكات لانسجم مع تكوينها الجغرافي و أن الطاقات التي ذكرها المستهلكون جد محتملة بالإضافة إلى أن لها خصائص زمنية و مكنية يتحكم فيها معدل تشتت التيار.

يتعلق المشكل الذي نواجه دائما بتقسيم الطاقة سواء الفعالة أو غير الفعالة. لقد اشتملت الطريقة المستعملة أساسا على إنتاج أكبر قدر من الوحدات المنتجة و الأكثر فعالية و لكن هذه الطريقة ليست مربحة لأن فرط التشغيل الآلات قلل من عمرها الزمني و بنظر إلى النتائج يظهر أن تكاليف الصيانة قد ازدادت بشكل واضح.

لقد أدى التطور السريع و المهم للأنظمة الطاقوية و كذلك نقل الطاقة الكهربائية عن بعد إلى البحث عن طرق فعالة تسمح بنقل الطاقة .

لقد سمح التقييم المتعلق بإتقان و إصلاح إمكانيات الكمبيوتر بإعداد طرق عديدة تسمح بتقسيم الطاقات الفعالة و غير الفعالة بطريقة أفضل.

فعلينا أخذ الحيطة لظمان السير الاقتصادي و المربح للشبكات التي تتمثل عادة في شكل مركب مثل: مرور التيار و الضغط و الطاقة الفعالة المنقولة و الطاقة غير الفعالة الضرورية.

إن الهدف من عمله هو توظيف عدة طرق للتقسيم الأفضل للطاقة الفعالة و الطاقة غير الفعالة بحيث تسمح لنا بتحديد المشكل و إعطائه حجم أكثر من الاهتمام و إجراء مقارنة مع هذه الأخيرة.

## - LISTE DES FIGURES -

- Figure 1 : Représentation d'une ligne reliant 2 nœuds p et q par l'admittance  $Y_{pq}$ .
- Figure 2 : Représentation d'une ligne utilisée dans le calcul de transit de la puissance.
- Figure 3: Organigramme de calcul de résolution.
- Figure 4: Schéma bloc de l'algorithme d'optimisation.
- Figure 5 : Organigramme d'optimisation.
- Figure 6: Représentation d'une d'une ligne capacitive.
- Figure 7: Représentation d'un réseau assimilable a une impédance  $Z$  alimentant une charge  $L$ .
- Figure 8 : Organigramme de l'optimisation de la répartition des puissances réactives.
- Figure 9 : Organigramme de résolution de la répartition optimale des puissances actives.
- Figure 10 : Organigramme d'optimisation.
- Figure 11 : Représentation du réseau type IEEE .
- Figure 12 : Courbe du coût total en fonction du nombre d'itération avec ajustement de 30%.
- Figure 13: Courbe du coût total en fonction du nombre d'itération avec ajustement de 40%.
- Figure 14 : Courbe du coût total en fonction du nombre d'itération avec ajustement de 50%.
- Figure 15 : Organigramme d'optimisation.

## **- LISTE DES TABLEAUX -**

Tableau 1 : Type de nœuds avec leurs différentes variables.

Tableau 2: Tableau d'impédances de ligne et d'admittances de charge p/p a la terre.

Tableau 3 : Tableau de planification.

Tableau 4 : Tableau de résultat de l'écoulement de puissance pour 25 nœuds avec 45 itérations.

Tableau 5 : Tableau des puissances injectes et tableau de pertes totales des puissances.

Tableau 6 : Tableau des puissances générées et tableau de variation de puissance avec solution optimale pour un ajustement de 30%.

Tableau 7: Tableau des puissances générées et tableau de variation de puissance avec solution optimale pour un ajustement de 40%.

Tableau 8 : Tableau des puissances générées et tableau de variation de puissance avec solution optimale pour un ajustement de 50%.

Tableau 9: Tableau d'ajustement de 10% sur les Psg.

Tableau 10 : Tableau de planification.

Tableau 11: Tableau de résultat du transit de puissance pour 25 nœuds avec 32 itérations.

Tableau 12: Tableau des puissances transitées.

Tableau 13 : Tableau des puissances injectées et tableau des pertes totales des puissances.

- SYMBOLES -

$F(x)$  : Fonction algébrique.  
 $X_1, X_2, \dots, X_n$  : Valeurs variables.  
 $\Delta X$  : Correction associée a  $X$ .  
 $\Phi$  : fonction du plus haut degré de  $\Delta X$  (minimum non nul)  
 $Y$  : solution non nul de  $F(x)$   
 $J$  : Jacobien  
 $K, i$  nombre d'itération  
Max : maximum  
 $\varepsilon$  : erreur absolue (tolérance)  
 $\alpha$  : facteur d'accélération coefficient  
 $\bar{I}$  : facteur complexe des courants injecté au noeud  
 $Y$ : matrice admittance complexe  
 $\bar{E}$  : valeur complexe des tentions de chaque nœuds  
 $P$  : puissance active  
 $Q$  : puissance réactive  
 $P_i$  : puissance active injecte au nœud  $i$   
 $Q_i$  : puissance réactive injecte au nœud  $i$   
 $\bar{E}_i^*$  : complexe conjugué du vecteur tension  
 $S$  : Puissance apparente  
 $\delta$  : angle de déphasage de la tension  
 $\bar{I}_p$  : courant injecté au nœud  $p$   
 $\bar{E}_p, \bar{E}_q$  : tentions aux nœuds  $p, q$   
 $Y_{qp}/2$  : admittance shunt  $p/p$  à la terre du nœud  $q$   
 $Y_{pq}/2$  : admittance shunt  $p/p$  à la terre du nœud  $p$   
 $Y_{pq}$  : admittance mutuelle du nœud  $p$   $p/p$  au nœud  $q$   
 $\bar{I}'_{pq}$  : courant de fuite du nœud  $p$  vers la terre  
 $\bar{I}_{pq}$  : courant circulant entre les nœuds  $q$  vers  $q$   
 $\alpha(p)$  : ensembles des nœuds raccordés aux nœuds  $p$   
 $n$  : nombre totale des nœuds dans le réseau  
 $e_p$  : partie réel de la tension au nœud  $p$   
 $e_q$  : partie réel de la tension au nœud  $q$   
 $f_p$  : partie imaginaire de la tension au nœud  $p$   
 $f_q$  : partie imaginaire de la tension au nœud  $q$   
 $G_{pq}$  : partie réel de l'admittance mutuelle  
 $B_{gp}$  : partie imaginaire de l'admittance mutuelle  
 $\Delta P$  : variation de la puissance active  
 $\Delta Q$  : variation de la puissance réactive  
 $\Delta e$  : variation de la partie réel de la tension  
 $\Delta f$  : variation de la partie imaginaire de la tension  
 $\delta_p$  : angle de déphasage de la tension au nœud  $p$   
 $\alpha_{pq}$  : angle de déphasage de l'admittance  
 $S_p^*$  : conjugué de vecteur  $S_p$

A : matrice  
 X : vecteur colonne  
 B : vecteur colonne  
 D : matrice diagonale  
 E : matrice triangulaire inférieur  
 F : matrice triangulaire supérieur  
 $a_{ij}$  : dimension de la matrice  
 p,q : nœuds considérés  
 r : nœud de référence  
 $Q_p^{\min}$  : puissance réactive min du générateur p  
 $Q_p^{\max}$  : puissance réactive max du générateur p  
 $Y_{sh}$  : admittance shunt (transversale)  
 R : résistance  
 X : réactance  
 Z : impédance  
 $P_L$  : perte active dans la ligne  
 $Q_L$  : perte réactive dans la ligne  
 $e_{pn}, f_{pn}$  : les nouvelles composantes de la tension  
 $e_{pn}^k, f_{pn}^k$  : ajustement sur les nouvelles composantes de la tension  
 F : fonction coût globale du réseau  
 $F_i(P_{ig})$  : fonction coût ou fonction objective  
 G : nombre de générateur  
 i : unité de production  
 $a_i, b_i, c_i, d_i$  : coefficient de coût  
 $P_{ig}, Q_{ig}$  : puissance active et réactive générées par l'unité  
 $P_{chi}, Q_{chi}$  : puissance active et réactive des charges au nœud i  
 $P_{1g}$  : puissance active génère par le nœud 1(nœud de referance)  
 $P_{sg}, Q_{sg}$  : puissance active et réactive génère par le nœud s  
 $\Delta\Phi$  : variation de perte  
 $I_a, I_r$  : composante réel et imaginaire du vecteur courant  
 $[\bar{E}]^t$  : vecteur transposé de  $[\bar{E}]$   
 $[\bar{I}^*]$  : vecteur conjugue de  $[\bar{I}]$   
 $\alpha, \beta, \gamma$  : coefficients  
 $Q_{Gen}$  : puissance réactive générer par toutes les unités de productions du réseau  
 $\Delta Q_{sg}$  : variation entre les puissance réactive générer  
 $\Delta Q_{sg}$  : variation entre les puissance active générer  
 $\cos Q_n$  : facteur de puissance des générateur  
 $P_{gn}$  : puissance active du nominale du générateur  
 $Q_{gn}$  : puissance réactive du nominale du générateur  
 $Q_c$  : puissance capacitive produite par les lignes  
 i : nombre de ligne des réseaux donnes  
 $E_j$  : tention de la ligne j  
 $C_j$  : capacité de la ligne j  
 $L_j$  : langleur de la ligne j

THT : très haute tension  
HT : haute tension  
 $Q_i(t)$  : puissance réactive au nœud  $i$   
 $Q_{gi}(t)$  : puissance réactive fournie au réseau par les centrales au nœud  $i$   
 $Q_{si}(t)$  : puissance réactive produite par les sources d'énergie installées au nœud  $i$   
 $Q_j(t)$  : les pertes de puissance réactive dans l'éleveur  $j$  du réseau  
 $w$  : pulsation  
 $S_c$  : puissance caractéristique  
 $Z_c$  : puissance caractéristique  
 $P_e$  : chute de tension  
 $N$  : nombre de nœuds total  
 $\lambda$  : facteur de Lagrange  
PF : facteur de pénalité  
 $L$  : fonction de Lagrange  
 $\lambda, \mu$  : multiplicateurs de Lagrange  
 $\gamma, \alpha, \beta, \gamma$  : multiplicateurs de kuhn-tuclier  
ITL : pertes incrémentales de transmission  
ITC : coût incrémental