

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية  
وزارة التعليم العالي و البحث العلمي



**BADJI MOKHTAR ANNABA UNIVERSITY**  
**UNIVERSITE BADJI MOKHTAR ANNABA**

جامعة باجي مختار - عنابة

Faculté des sciences

Année 2020

Département de physique

THESE

Présentée en vue de l'obtention du diplôme de Doctorat

Etude de la propagation des impulsions solitoniques  
modélisée par l'équation de Schrödinger non-linéaire dans  
les fibres optiques.

Option :

Physique et technologie de l'optique nonlinéaire appliquée aux télécommunications optiques

Par :

***Khelil Khadidja***

DIRECTEUR DE THESE :

**SAOUCHI Kaddour** Professeur Université Badji Mokhtar d'Annaba

PRESIDENT :

**TOUMI Salah** Professeur Université Badji Mokhtar d'Annaba

EXAMINATEURS :

**OMEIRI Djamel** Professeur Université 20 Aout 1955- Skikda

**LAFIFI Saddek** Professeur Université Badji Mokhtar d'Annaba



## **Résumé**

Les solitons optiques ont été proposés pour améliorer les performances des réseaux optiques dans les systèmes de télécommunication. À cet égard, dans cette thèse, nous étudions la propagation dynamique des solitons. Le modèle avec lequel on décrit la propagation des solitons dans les fibres optiques en plusieurs régimes dynamiques est la fameuse équation de Schrodinger Non-Linéaire. Vu son importance théorique et pratique, cette équation a attiré l'attention des chercheurs pendant plusieurs décennies. A cet effet, il existe plusieurs méthodes numériques et analytiques proposées dans la littérature permettant de résoudre cette équation non-intégrable. Pour cela, on consacre une partie de cette thèse aux rappels des méthodes de résolution les plus récentes afin de s'y appuyer pour caractériser la dynamique des solitons dans les fibres optiques en tenant compte de plusieurs effets tels que les effets d'ordres supérieurs, les interactions et l'inhomogénéité de la fibre optique. Enfin, on propose des solutions pour une propagation des solitons dans une fibre optique classique sans interaction et sans effet secondaire perturbateur.

A partir de l'étude de la propagation des solitons dans une fibre inhomogène modélisée par l'équation de Schrodinger nonlinéaire d'ordre supérieur, on montre que la variation des coefficients change les caractéristiques du soliton lui-même, les décalages temporels et les interactions. Pour les solitons quartiques purs, la durée initiale de l'impulsion change uniquement. Le reste des caractéristiques est inchangé. Enfin, nous montrons l'existence d'un système de gestion de dispersion précis permettant d'éviter l'interaction des solitons.

### **Mots clés :**

Soliton, non-linéarité, dispersion, fibre optique, transmission à haut débit, équation de Schrodinger Non-Linéaire, interaction, effets perturbateurs.

## **Abstract:**

Optical solitons have been proposed to improve the performance of optical networks in telecommunication systems. In this regard, in this thesis, we study the dynamic of the propagation of solitons. The model with which we characterize the propagation of solitons in optical fibers in several dynamic regimes is the famous non-linear Schrodinger equation. Given its theoretical and practical importance, this equation has attracted the attention of researchers for several decades. For this reason, there are several numerical and analytical methods proposed in the literature allowing resolving this non-integrable equation. For this, we devote a part of this thesis to remind of the most recent resolution methods in order to use it to characterize the dynamics of solitons in optical fibers, taking into account several effects such as higher order effects, fiber interactions and inhomogeneity. Finally, solutions are proposed for propagation of solitons in a conventional optical fiber without interaction and without disturbing effects.

From the study of the propagation of solitons in an inhomogeneous fiber modeled by the nonlinear Schrodinger equation of higher order, we show that the variation of the variable coefficients changes the characteristics of the soliton itself, the time shifts and the interactions. For Pure-quartic solitons the initial duration of the pulse changes only. The rest of the specifications are unchanged. Finally, we show the existence of a precise dispersion management system making possible to avoid the interaction of the solitons.

### **Keywords:**

Soliton, transmission channel, nonlinearity, dispersion, optical fiber, interaction, perturbed propagation.

## ملخص

تم اقتراح حلول لتحسين أداء الشبكات الضوئية في أنظمة الاتصالات. في هذا الصدد ، في هذه الأطروحة ، ندرس الانتشار الديناميكي للسوليتونات ، والنموذج الذي يتميز به انتشار السوليتونات في الألياف البصرية في العديد من الأنظمة الديناميكية هو معادلة شرودنجر غير الخطية الشهيرة. نظرًا لأهميتها النظرية والعملية ، جذبت هذه المعادلة انتباه الباحثين لعدة عقود. تحقيقًا لهذه الغاية ، هناك العديد من الأساليب العددية والتحليلية المقترحة في المراجع التي تسمح بحل هذه المعادلة غير القابلة للتكامل. لهذا ، نكرس جزءًا من هذه الأطروحة للتذكير بأحدث طرق الحل من أجل استخدامه لتمييز ديناميكيات السوليتونات في الألياف البصرية من خلال مراعاة العديد من التأثيرات مثل تأثيرات الترتيب الأعلى ، تفاعلات الألياف وعدم التجانس. وأخيرًا ، تم اقتراح حلول لانتشار السوليتونات المنفصلة في ألياف بصرية تقليدية بدون تفاعل وبدون تأثير جانبي مزعج. من دراسة انتشار السوليتونات في ألياف غير متجانسة على غرار معادلة شرودنجر غير الخطية ذات الترتيب الأعلى ، نظهر أن اختلاف المعاملات المتغيرة يغير خصائص السوليتونات نفسها ، والتحويلات الزمنية والتفاعلات . بالنسبة للسوليتونات الرباعية النقية ، تتغير المدة الأولية للنبض فقط. بقية المواصفات دون تغيير. وأخيرًا ، نظهر وجود نظام إدارة تشتت دقيق يجعل من الممكن تجنب تفاعل السوليتونات.

### كلمات البحث

السوليتونات ، عدم الخطية ، التشتت ، الألياف الضوئية ، الإرسال عالي السرعة ، معادلة شرودنجر غير الخطية.

# *Remerciements*

*Je remercie Dieu tout puissant pour tout ce qu'il m'a donné et que la paix soit sur notre prophète Mohammed.*

*Je remercie chaleureusement Monsieur Saouchi Kaddour professeur à l'université Badji Mokhtar Annaba, d'avoir accepté de diriger ce travail de thèse.*

*Je remercie Monsieur le professeur Toumi Salah directeur du laboratoire LERICA pour m'avoir permis d'être parmi les membres de l'équipe 'Télécommunication et Optoélectronique' afin de réaliser ma thèse et d'avoir accepté d'être président des membres du jury de thèse.*

*Je remercie Monsieur Omeiri Djamel d'avoir accepté d'être membre du jury et pour son soutien durant la préparation de ma thèse*

*Je remercie Monsieur Lafifi Saddek d'avoir accepté d'être membre du jury et pour son soutien durant la préparation de ma thèse*

*Je remercie le chef de département Monsieur Chibanni Allaoua, ainsi que le directeur du laboratoire Monsieur Merradji Houcine.*

*J'adresse mes sincères remerciements à Monsieur Behloul Derradji, professeur à l'Université de Batna1, d'avoir contribué à mes publications.*

*Je remercie tous mes enseignants qui m'ont accompagné durant le cycle de la graduation et tous ceux ou celles qui ont contribué de près ou de loin à la concrétisation de cette thèse.*

*Je remercie mon collègue Azzeddine Dekhane d'avoir été à mon côté, ainsi que Monsieur Benselhoub Aissa pour leurs encouragements.*

*Je remercie mes parents et ma famille.*

## LISTE DES FIGURES

<i>Fig I.1 : La structure d'une fibre standard</i> .....	5
<i>Fig I.2 : Un faisceau passant d'un matériau à un autre avec deux indices différents</i> .....	6
<i>Fig I.3 : La propagation d'un faisceau à l'intérieur d'une fibre optique</i> .....	7
<i>Fig I.4 : L'ouverture numérique dépend de l'angle d'incidence</i> .....	8
<i>Fig I.5 : Les modes de transmission de la fibre optique</i> .....	9
<i>Fig I.6 : Profils spatiaux de guidage dans une fibre</i> .....	11
<i>Fig I.7 : Illustration de la courbe de la dispersion</i> .....	13
<i>Fig I.8 : Représentation temporelle d'une onde quasi-sinusoidale</i> .....	14
<i>Fig I.9 : Structure de la dispersion de polarisation</i> .....	16
<i>Fig I.10 : Illustration de l'atténuation</i> .....	18
<i>Fig II.11 : illustration de la compensation de la nonlinéarité par la dispersion</i> .....	28
<i>Fig II.12: Types de solution de l'équation de Schrödinger non-linéaire simplifiée</i> .....	29
<i>Fig II.13.(a) : Soliton d'ordre 2 : sur une période</i> .....	30
<i>Fig II.13.(b) : Evolution du soliton d'ordre 2</i> .....	31
<i>Fig II.14.(a) : Soliton d'ordre 3 sur une période</i> .....	31
<i>Fig II.14.(b) : Evolution du soliton d'ordre 3</i> .....	32
<i>Fig II.15.(a) : Soliton d'ordre 4 sur une période</i> .....	32
<i>Fig II.15.(b) : Evolution du soliton d'ordre 4</i> .....	33
<i>Fig II.16.(a) : Soliton d'ordre 5 sur une période</i> .....	33
<i>Fig II.16.(b) : Evolution du soliton d'ordre 5</i> .....	34
<i>Fig II.17 : Evolution du soliton noir</i> .....	36
<i>Fig II.18.(a) : L'atténuation du soliton fondamental par les pertes de la fibre</i> .....	36
<i>Fig II.18.(b) : La diminution en intensité du soliton d'ordre 2 par l'atténuation</i> .....	36
<i>Fig III.19: Le diagramme du programme de la simulation</i> .....	40
<i>Fig III.20.(a) : La répulsion entre deux solitons <math>\tau = 2</math>, avec différentes valeurs de <math>\theta_2</math> et <math>\theta_1</math> nulle</i> .....	42
<i>Fig III.20.(b) : La répulsion avec transfert d'énergie entre deux solitons pour différentes valeurs de simulation avec : <math>\theta_1=0, \theta_2=\pi/2</math></i> .....	42
<i>Fig III.20.(c) : La répulsion entre deux solitons ayant des phases opposées avec <math>\tau=2</math></i> .....	43
<i>Fig III.20.(d) : La répulsion de deux solitons identiques dont les phases sont de l'ordre de <math>\theta_1=-\pi/2</math> et <math>\theta_2=\pi/2</math> pour différentes valeurs de <math>\tau</math></i> .....	44
<i>Fig III.20.(e) : L'attraction entre deux solitons ayant les phases: <math>\theta_1 =\pi</math> et <math>\theta_2 = -\pi</math> ou bien <math>\theta_1 =0</math> et <math>\theta_2 = 0</math></i> .....	44
<i>Fig III.20.(f) :L'attraction entre deux solitons pour différentes valeurs de <math>\tau</math></i> .....	45

<i>Fig. III.21 : La propagation des solitons séparés</i> .....	47
<i>Fig. III.21.(a) : La propagation de trois solitons.</i> .....	47
<i>Fig. III.21.(b) : La propagation de quatre solitons.</i> .....	47
<i>Fig. III.21.(c) : La propagation de cinq solitons</i> .....	47
<i>Fig. III.22.(a) : Trois solitons identiques se propageant avec les mêmes phases et amplitudes</i> .....	48
<i>Fig. III.22.(b) : Trois solitons identiques se propageant avec les mêmes phases</i> .....	48
<i>Fig. III.22.(c) : Trois solitons identiques se propageant avec les mêmes amplitudes</i> .....	48
<i>Fig. III.23.(a) : Quatre solitons identiques se propageant avec les mêmes phases et amplitudes</i> .....	48
<i>Fig. III.23.(b) : Quatre solitons identiques se propageant avec les mêmes phases</i> .....	48
<i>Fig. III.23.(c) : Quatre solitons identiques se propageant avec les mêmes amplitudes</i> .....	48
<i>Fig. III.24.(a): Cinq solitons identiques se propageant avec les mêmes phases et amplitudes</i> .....	48
<i>Fig. III.24.(b): Cinq solitons identiques se propageant avec les mêmes phases</i> .....	48
<i>Fig. III.24.(c) : Cinq solitons identiques se propageant avec les mêmes amplitudes</i> .....	48
<i>Fig. III.25.(a): Effet de la diffusion Raman sur deux solitons co-propagatifs pour différents temps de réponse Raman</i> .	50
<i>Fig. III.25.(b): Effet de la phase sur les interactions de deux solitons durant leurs propagation ayant respectivement les phases: <math>\theta_1 = 0, \theta_2 = (\pi/8, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}, \pi, 1.2\pi, 1.5\pi, 1.8\pi, 2\pi)</math> sans diffusion Raman</i> .....	51
<i>Fig. III.25.(c): Effet de la phase sur les interactions de deux solitons durant leurs propagation ayant respectivement les phases: <math>\theta_1 = 0, \theta_2 = (\pi/8, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}, \pi, 1.2\pi, 1.5\pi, 1.8\pi, 2\pi)</math> avec la diffusion Raman</i> .....	51
<i>Fig. III.25.(d) : Effet de l'amplitude sur l'interaction des deux solitons durant leur propagation en présence de l'effet Raman</i> .....	52
<i>Fig. III.26.(a) : Un seul soliton avec la dispersion du troisième ordre positive</i> .....	54
<i>Fig. III.26.(b) : Un seul soliton avec la dispersion du troisième ordre négative</i> .....	54
<i>Fig. III.27.(a): Un seul soliton se propageant avec les dispersions du troisième positive et deuxième ordre</i> .....	54
<i>Fig. III.27.(b): Un seul soliton se propageant avec les dispersions du troisième négative et deuxième ordre</i> .....	54

Fig. III.28.(a) : Deux solitons se propageant avec les dispersions du troisième ordre positives .....	55
Fig. III.28.(b) : Deux solitons se propageant avec les dispersions du troisième ordre négative .....	55
Fig. III.29.(a) : Deux solitons se propageant avec les dispersions du troisième positive et deuxième ordre GVD (-25)...55	
Fig. III.29.(b) : Deux solitons se propageant avec les dispersions du troisième négative et deuxième ordre GVD (-25)...55	
Fig. III.30 : Effet des différentes amplitudes sur l'interaction en présence du TOD .....	56
Fig. III.31 : Effet du FOD sur deux solitons co-propagatives .....	57
Fig. III.32 : Effet du FOD en présence de GVD et TOD sur les solitons co-propagatifs.....	58
Fig. III.33 : Effet du FOD sur les deux solitons co-propagatifs avec $\beta_4=500 \text{ ps}^4/\text{km}$ et différentes valeurs de la séparation temporelle .....	59
Fig. III.34.(a) : La propagation de deux solitons ayant $\beta_3 = -25 \text{ ps}^3/\text{km}$ ; $\beta_4=500 \text{ ps}^4/\text{km}$ ; $\beta_2= -25 \text{ ps}^2/\text{km}$ ; $\tau=3$ .....	60
Fig. III.34.(b) : La propagation de deux solitons $\beta_3 =25 \text{ ps}^3/\text{km}$ ; $\beta_4=500 \text{ ps}^4/\text{km}$ ; $\beta_2= -25 \text{ ps}^2/\text{km}$ , $\tau=3$ .....	60
Fig. III.35.(a) : La propagation de deux solitons pour $\beta_3 = -7.5 \text{ ps}^3/\text{km}$ ; $\beta_4=500 \text{ ps}^4/\text{km}$ ; $\beta_2= -25 \text{ ps}^2/\text{km}$ ; $\tau=3$ .....	?.....60
Fig. III.35.(b) : La propagation de deux solitons pour $\beta_3 =7.5 \text{ ps}^3/\text{km}$ ; $\beta_4=500 \text{ ps}^4/\text{km}$ ; $\beta_2= -25 \text{ ps}^2/\text{km}$ ; $\tau=3$ .....	60
Fig. III.36.(a) : La propagation de deux solitons pour $\beta_3 =- 3 \text{ ps}^3/\text{km}$ ; $\beta_4=500 \text{ ps}^4/\text{km}$ ; $\beta_2= -25 \text{ ps}^2/\text{km}$ ; $\tau=3$ .....	61
Fig. III.36.(b) : Propagation de deux solitons pour $\beta_3 =3 \text{ ps}^3/\text{km}$ ; $\beta_4=500 \text{ ps}^4/\text{km}$ ; $\beta_2= -25 \text{ ps}^2/\text{km}$ ; $\tau=3$ .....	61
Fig. III.37.(a) : Propagation du soliton fondamental en présence d'un chirp positif ou négatif ( $\beta_2= -25 \text{ ps}^2/\text{km}$ , $C_1= 0.5$ ; $C_2= - 0.5$ ) .....	63
Fig. III.37.(b) : Propagation d'un soliton chirpé avec GVD de l'ordre de : $\beta_2=12\text{ps}^2/\text{km}$ .....	63
Fig. III.37.(c) : la propagation d'un soliton chirpé avec GVD de l'ordre de : $\beta_2= 6\text{ps}^2/\text{km}$ .....	64
Fig. III.37.(d) la propagation d'un soliton chirpé avec GVD de l'ordre de : $\beta_2= 0 \text{ ps}^2/\text{km}$ .....	64
Fig. III.37.(e) : la propagation de deux solitons fondamentaux en présence d'un chirp positif: $C=4$ et $\tau=2$ .....	65
Fig. III.37.(f) : la propagation de deux solitons fondamentaux en présence d'un chirp positif: $C=4$ et $\tau=3$ .....	65
Fig. III.37.(g) : La propagation de deux solitons fondamentaux en présence d'un chirp positif est: $C=2$ ; $\tau=2.5$ .....	66
Fig. III.37.(h) : La propagation de deux solitons fondamentaux en présence d'un chirp positif est: $C=3$ ; $\tau=2.5$ .....	66
Fig. III.37.(i) : La propagation de deux solitons fondamentaux en présence d'un chirp positif est: $C=4$ ; $\tau=2.5$ .....	66
Fig. III.37.(j): La propagation de deux solitons en présence du chirp positif avec $C=4$ ; $\tau=2.5$ et différentes amplitudes .....	67
Fig. III.37.(k) : La propagation de deux solitons en présence du chirp positif avec : $C=3.5$ ; $\tau=2.5$ et différentes phases.	67
Fig. III.37.(m) : La propagation de deux solitons en présence d'un chirp positif avec $C=3.5$ ; $N=2$ ; $\tau=3$ .....	68
Fig. III.37.(n) : La propagation de deux solitons en présence d'un chirp positif avec $C=3.5$ ; $N=3$ ; $\tau=3$ .....	68
Fig. III.37.(l) : La propagation de deux solitons en présence d'un chirp positif avec $C=3.5$ ; $N=4$ ; $\tau=3$ .....	68
Fig. III.38 : Les motifs des solitons d'ordres supérieurs .....	70

Fig. III.39.(a):Soliton du 3 <sup>ème</sup> ordre avec phases opposées	71
Fig. III.39.(b): Soliton du 3 <sup>ème</sup> ordre avec la même phase	71
Fig. III.40.(a) :Soliton du 4 <sup>ème</sup> ordre avec phases opposées	71
Fig. III.40.(b) : Soliton du 4 <sup>ème</sup> ordre avec même phase	71
Fig. III.41.(a) : Soliton du 5 <sup>ème</sup> ordre avec phases opposées	72
Fig. III.41.(b) : Soliton du 5 <sup>ème</sup> ordre avec mêmes phases	72
Fig. III.42 : la fission des solitons d'ordre supérieurs	73
Fig. III.43.(a): l'effet de l'atténuation sur les solitons du 2 <sup>ème</sup> ordre ( les coefficients d'atténuation sont respectivement : (a) :0dB /km, (b) :0.001Db/km, (c) :0.002dB/km, (d) :0.003dB/km, (e) :0.004dB/km,(f) :0.005dB /km )	73
Fig. III.43.(b) : l'effet de l'atténuation sur l'interaction des solitons du 5 <sup>ème</sup> ordre	73
Fig. III.43.(c): l'effet de l'atténuation sur l'interaction des solitons du 4 <sup>ème</sup> ordre	74
Fig. III.43.(d): l'effet de l'atténuation sur l'interaction des solitons du 3 <sup>ème</sup> ordre	74
Fig. III.44.(a): L'effet de $\Gamma(\xi)$ sur l'interaction	76
Fig. III.44.(b) : L'effet de $(\eta_1, \eta_2)$	76
Fig. III.44.(c) :L'effet de $(C_1, C_2)$	77
Fig. III.44.(d) :L'effet de la dispersion du troisième ordre $\delta(\xi)$	77
Fig. III.44.(f) :L'effet de la dispersion de la vitesse du groupe $a(\xi)$	77
Fig. IV.45 : Le spectre de la réflectivité	84
Fig. IV.46.(a):Schéma simulé du montage simulé pour la compensation de la dispersion avec réseau de Bragg	88
Fig. IV.46.(b): Le signal à l'entrée de la fibre avec la durée 12ps	89
Fig.IV.46.(c) : Le signal de sortie de la fibre après 10Km ayant la largeur 48ps	89
Fig. IV.46.(d): le signal de Sortie du FBG (réfléchi) ayant la durée 12ps	90
Fig. III.47 : Les différents types de réseaux de Bragg	91
Fig.IV.48.(a): Profil couchy	92
Fig.IV.48.(b): Profil Blackmen	92
Fig.IV.48.(c): Profil tanh	93
Fig.IV.48.(d): Profil Hamming	93
Fig.IV.48.(e): profil cosine	93
Fig.IV.48.(f): Profil sinc	94
Fig.IV.48.(g): Profil Gaussian	94
Fig.IV.48.(h): profil sin	94
Fig.IV.49 : Causalité de l'FBG	96
Fig.IV.50.(a) Spectre de la dispersion d'un FBG uniforme sans compression	96
Fig.IV.50.(b) Spectre de la réflectivité et la transmittivité d'un FBG sans compression	96
Fig.IV.51.(a) Spectre de la transmission et la réflexion d'un FBG nonlinéaire apodisé (apodisation uniforme)	97
Fig.IV.51.(b) La compression de la dispersion par un FBG nonlinéaire apodisé ( apodisation uniforme)	97

Fig.IV.52.(a) Spectre de la transmission et la réflexion d'un FBG nonlinéaire apodisé (apodisation gaussienne).....	97
Fig.IV.52.(b) La compression de la dispersion par un FBG nonlinéaire apodisé ( apodisation gaussienne) .....	97
Fig.IV.53.(a) Spectre de la transmission et la réflexion d'un FBG nonlinéaire apodisé (apodisation tangeante hyperbolique ) .....	98
Fig.IV.53.(b) La compression de la dispersion par un FBG nonlinéaire apodisé ( apodisation tangeante hyperbolique) .....	98
Fig.IV.54.(a) Spectre de la transmission et la réflexion d'un FBG nonlinéaire chirpé (chirp linéair) .....	99
Fig.IV.54.(b) La compression de la dispersion par un FBG nonlinéaire chirpé (chirp linéair) .....	99
Fig.IV.55.(a) Spectre de la transmission et la réflexion d'un FBG nonlinéaire chirpé (chirp quadratique) .....	99
Fig.IV.55.(b) La compression de la dispersion par un FBG nonlinéaire chirpé (chirp quadratique).....	99
Fig .IV.56.(a) Spectre de la transmission et la réflexion d'un FBG nonlinéaire chirpé (chirp racine carré) .....	100
Fig.IV.56.(b) La compression de la dispersion par un FBG nonlinéaire chirpé (chirp racine carré) .....	100
Fig.IV.57.(a) Spectre de la transmission et la réflexion d'un FBG nonlinéaire chirpé (chirp racine cubique) .....	100
Fig.IV.57.(b) La compression de la dispersion par un FBG nonlinéaire chirpé (chirp racine cubique) .....	100
Fig.IV.58.(a) Spectre de la transmission et la réflexion d'un FBG nonlinéaire chirpé (chirp racine carré) .....	101
Fig.IV.58.(b) La compression de la dispersion par un FBG nonlinéaire chirpé (chirp racine cubique) .....	101
Fig.IV.59 Illustration de la propagation d'une onde dans un LPG .....	103
Fig.IV.60.(a) Spectre de la transmission et la réflexion de la compression par un LPG ( $n_{\text{coeur}} = 1.46, n_{\text{gaine}} = 1.45$ )....	105
Fig.IV.60.(b) Spectre de la dispersion compressé par un LPG ( $n_{\text{coeur}} = 1.46, n_{\text{gaine}} = 1.45$ ) .....	105
Fig.IV.61.(a) Spectre de la transmission et la réflexion de la compression par un LPG ( $n_{\text{coeur}} = 1.46, n_{\text{gaine}} = 1$ ) .....	105
Fig.IV.61.(b) Spectre de la dispersion compressé par un LPG ( $n_{\text{coeur}} = 1.46, n_{\text{gaine}} = 1$ ) .....	106
Fig.IV.62.(a) Spectre de la transmission et la réflexion de la compression par un LPG ( $n_{\text{coeur}} = 1.7, n_{\text{gaine}} = 1.45$ ) ...	106
Fig.IV.62.(b) Spectre de la dispersion compressé par un LPG ( $n_{\text{coeur}} = 1.7, n_{\text{gaine}} = 1.45$ ) .....	106
Fig.IV.63 : Les deux modes de propagations : (a) LP(0,2) et (b) LP(0,5).....	107
Fig.IV.64.(a) Spectre de la transmission et la réflexion de la compression par un LPG .....	107
Fig.IV.64.(b) Spectre de la dispersion compressé par un LPG .....	107
Fig.IV.65.(a) Spectre de la transmission et la réflexion de la compression par un LPG .....	107
Fig.IV.65.(b) Spectre de la dispersion compressé par un LPG .....	108
Fig.IV.66 : Simulation de la propagation des solitons dans une fibre optique biréfringente.....	113
Fig.IV.67 : Le résultat de la simulation de deux solitons avant et après une propagation dans une fibre avec une biréfringence déterministe .....	113
Fig. IV.68.1 : Le résultat de la simulation de deux solitons avant une propagation dans une fibre avec une biréfringence stochastique .....	114
Fig. IV.68.2 : Le résultat de la simulation de deux solitons après une propagation dans une fibre avec une biréfringence stochastique (a) : selon l'axe X, (b) : selon l'axe Y .....	114
Fig.IV.69 : Structures des fibres microstructurées .....	116
Fig.IV.70 : Simulation de la propagation des solitons quartiques purs .....	117
Fig.IV.71 : La propagation des solitons quartiques purs avec les paramètres $P=0.25; \alpha(\xi) = -0.01 \cos(d\xi); \beta(\xi) = 0.01 \sin(d\xi); w_0 = 0$ .....	118
Fig.IV.72 : La propagation des solitons quartiques purs avec les paramètres $P=0.25; \alpha(\xi) = 0.1(d\xi); \beta(\xi) = 0.1 \sin(d\xi); w_0 = 3$ .....	118
Fig.IV.73 : La propagation des solitons quartiques purs avec les paramètres $P=0.5; \alpha(\xi) = 0.1(d\xi); \beta(\xi) = -0.1 \sin(\xi); w_0 = -3$ .....	118
Fig.IV.74 : La propagation des solitons quartiques purs avec les paramètres $P1=0.25 ; P2=0.5 ; \alpha(\xi) = 0.01 \cos(\xi); \beta(\xi) = 0.01 \sin(\xi); w_0 = 5$ .....	119

*Fig.IV.75 : La propagation des solitons quartiques purs avec les paramètres*

$P1=0.25 ; P2=0.5 ; \alpha(\xi) = 0.01\cos(\xi); \beta(\xi) = 0.01\sin(\xi); w_0 = -5$  .....119

## Liste des Abreviations

FWM :	Mélange à quatre ondes.
SPM :	Auto-modulation de phase.
XPM :	Modulation de phase croisée.
SRS :	Diffusion Raman stimulée.
SBS :	Diffusion Brillouin stimulée.
MI :	Instabilité de modulation.
GVD :	Dispersion de la vitesse de groupe.
TOD :	Dispersion du troisième ordre.
FOD :	Dispersion du quatrième ordre.
EKdV :	Equation de Korteweg-de-Vries.
FBG :	Réseau de Bragg fibré.
LPG :	Réseau de Bragg à long pas.
PBG :	Bande photonique interdite.
PCF :	Fibre à cristaux photoniques (microstructurée).
ENLS :	Equation non-linéaire de Schrödinger.
EMCNL :	Equation des modes couplés non-linéaires.
ENLSP :	Equation non-linéaire de Schrödinger perturbée.
ESNL-CV:	Equation de Schrodinger non-linéaire à coefficients variables.
ESNLH :	Equation de Schrodinger non-linéaire d'ordres superieurs.
SSF :	Méthode de Fourier à pas divisé.
IS :	Méthode d'inverse scattering.

## Liste des symboles

I:	L'intensité du pic	
$\tau$ :	La durée de l'impulsion	s
n:	L'indice de réfraction linéaire	
$w$ :	La fréquence de l'impulsion	Hz
$\lambda$ :	La longueur d'onde de l'impulsion	nm
$\vec{F}$ :	La force de Lorenz	N
Q:	La charge électrique	C
$\vec{E}$ :	Le champ électrique	N.C
$\vec{v}$ :	La vitesse	m/s
$\vec{B}$ :	Le champ magnétique	T
$\vec{\Delta x}$ :	Le déplacement des électrons	
$\chi^{(1)}$ :	La susceptibilité linéaire du milieu	
$\epsilon_0$ :	La perméabilité du vide	T.m/A
$\overline{P(t)}$ :	Le vecteur de polarisation	C/m
e:	La charge de l'électron	C
k:	Le nombre d'onde	rad/m
N:	Le nombre des atomes	
$x(z,t)$ :	La composante de propagation	m
$v_g$ :	La vitesse de groupe	
$v_p$ :	La vitesse de phase	
$A(z, t)$ :	L'amplitude complexe	
$\beta_2$ :	La dispersion de la vitesse de groupe	ps <sup>2</sup> /km
$\beta_3$ :	La dispersion du troisième ordre	ps <sup>3</sup> /km
$\beta_4$ :	La dispersion du quatrième ordre	ps <sup>4</sup> /km
$L_{NL}$ :	La longueur non lineaire	km
$L_D$ :	La longueur dispersive	km
$\gamma$ :	Le coefficient de non-linéarité	1/W .km
$P_e$ :	La puissance d'entrée	mW

$T_0$ :	La durée de l'impulsion	ps
$A_{eff}$ :	L'aire effective de la fibre	
$R(T)$ :	Fonction reliée à l'effet Raman	
$f_R$ :	La contribution fractionnaire de la réponse Raman à la polarisation non-linéaire,	
$h_R$ :	La fonction de la réponse Raman relié à la vibration des molécules de la silice.	
$\hat{D}$ :	L'opérateur de dispersion	
$\hat{N}$ :	L'opérateur de nonlinéarité	
$S$ :	Les ondes qui se propagent en arrière	
$R$ :	Les ondes qui se propagent en avant	
$\Omega$ "dc" :	Le coefficient d'auto-couplage	
$K$ "AC" :	Le coefficient de couplage	
$\sigma$ "DC" :	Le coefficient de couplage	
$\delta$ :	Facteur de désaccord	
$\bar{n}$ :	Indice de réfraction moyen	
$n_2$ :	Coefficient de l'indice de réfraction non-linéaire	$m^2/W$
$\Delta n$ :	La variation de l'indice de réfraction	
$\Lambda$ :	La période spatiale	m
$n_{eff}$ :	Indice Effectif	
$\delta n_{eff}$ :	Les variations du profil de l'indice effectif dans le réseau	
$\lambda_B$ :	La longueur d'onde de Bragg	nm
$\omega_B$ :	La fréquence de Bragg	Hz
$k_B$ :	Le nombre d'onde de Bragg	rad/m
$\delta$ :	Facteur de désaccord	
$K$ :	Coefficient de couplage	
$P_f$ :	L'enveloppe de polarisation à variation lente induite par l'enveloppe de champ électrique	
$P_b$ :	L'enveloppe de polarisation à variation lente induite par l'enveloppe de champ électrique	
$\Lambda_g$ :	La période du réseau	m
$\theta$ :	La phase /	
$C$ :	Le chirp /	
$\alpha$ :	Le coefficient de l'atténuation	dB /km

# TABLE DES MATIERE

INTRODUCTION GENERALE .....	1
<b><u>Chapitre I : Généralités sur les fibres optiques</u></b> .....	2
<b>I .1.Introduction</b> .....	3
<b>I.2 Généralités sur les fibres optiques</b> .....	4
I.2.1 Définition et avantages.....	4
I.2.2 Applications.....	4
I.2.3 Construction.....	5
I.2.4 Principe de la fibre optique .....	6
I.2.5 Les modes de propagation .....	7
I.2.6 L’ouverture numérique .....	7
I.2.7 La bande passante .....	8
I.2.8 La puissance de transmission .....	8
I.2.9 Types de fibres standards (monomodes et multimodes).....	9
I.2.9.1 La fibre monomode (Mode simple) .....	9
I.2.9.2 Fibre multimode à gradient d’indice .....	10
I.2.9.3 Fibre multimode à saut d’indice .....	10
<b>I.3 Concept théorique : La compensation dispersion-non-linéarité</b> .....	11
I.3.1 L’automodulation de phase.....	11
I.3.2 La dispersion .....	12
I.3.2.1 La dispersion chromatique .....	13
I.3.2.2 La dispersion du guide .....	16
I.3.2.3 La dispersion modale.....	16
I.3.2.4 La dispersion de polarisation.....	16
I.3.3 L’atténuation.....	16
<b>I.4 Conclusion</b> .....	19
<b><u>Chapitre II : Modèles d’équations et méthodes mathématiques</u></b> .....	20
<b>II.1. Introduction</b> .....	21
<b>II.2. Modèles et méthodes de résolution</b> .....	21
II.2.1. Modèle d’équation .....	21
II.2.2 .Méthodes de résolution .....	23
II.2.2.1. La méthode de Fourier .....	23
II.2.2.2 .La méthode de Hirota Bilinéaire .....	23
II.2.2.3. La méthode d’Ansatz .....	27
II.2.3. Simulation des solutions de l’équation de Schrodinger nonlinéaire simplifiée .....	29
II.2.3.1. La compensation de la nonlinéarité-dispersion .....	29
II.2.3.2. Les solution du types secante hyperbolique, gaussienne et supergaussienne .....	30

II.2.3.3. Les solitons d'ordre supérieurs .....	30
II.2.3.4. Le soliton noir .....	36
II.2.3.5 .L'atténuation .....	36
<b>II.5. Conclusion</b> .....	37
<b>Chapitre III : Les interactions des solitons dans la fibre optique</b> .....	38
<b>III.1. Introduction</b> .....	39
<b>III.2. Méthode</b> .....	41
<b>III.3. Résultats</b> .....	42
III.3.1. Etude des interactions attractives ou répulsives .....	42
III.3.2. L'influence de l'amplitude sur l'interaction des solitons .....	46
III.3.3. L'effet de la diffusion Raman sur les interactions des solitons .....	49
III.3.4. L'effet de la dispersion du 3ème ordre sur les collisions des solitons .....	53
III.3.5. L'effet de la dispersion du 4ème ordre .....	56
III.3.6. La suppression des interactions avec le chirp .....	61
III.3.7. Les interactions des solitons d'ordres supérieurs .....	69
III.3.8. L'interaction des solitons modélisés par cv-NLSE .....	74
<b>III.4. Conclusion</b> .....	78
<b>Chapitre IV: La propagation des solitons dans les fibres optiques de nouvelles générations</b> .....	79
<b>IV.1. Introduction</b> .....	80
<b>IV.2. Les fibres à réseaux de Bragg</b> .....	81
IV.2.1. Les fibres à réseaux de Bragg uniforme .....	82
IV.2.1.1 Gap solitons noirs et brillants .....	85
IV.2.1.2 Bragg grating solitons noirs et brillants .....	86
IV.2.2 Les fibres à réseaux de Bragg non-uniformes .....	90
IV.2.3 SIT-Bragg solitons .....	102
IV.2.4 Les fibres à Long-Periode-Grating .....	103
IV.2.5 Les fibres à réseaux de Bragg bidimensionnels .....	108
<b>IV.3. Les fibres biréfringentes</b> .....	109
<b>IV.4. Les fibres microstructurées</b> .....	115
IV.4.1 .Généralités sur les fibres microstrucurées ... ..	115
IV.4.2. La propagation des solitons quartiques purs dans les fibres microstructurées .....	117
IV.4.3. Les solitons quartiques purs dans la fibre microstructurée inhomogène ... ..	118
<b>IV.5. Conclusion</b> .....	120
CONCLUSION GENERALE .....	121
ANNEXE.A .....	122

ANNEXE.B.....124  
ANNEXE.C.....128

# Introduction générale

L'équation de Schrödinger est l'une des plus importantes équations de la physique entière. Elle est appliquée dans tous les domaines de la physique. Cette équation est maintenant devenue un modèle principale dans l'optique non linéaire comme en hydrodynamique pour décrire la propagation des ondes à la surface d'un fluide [1], dans les milieux diélectriques [2], dans les plasmas [3] ou encore en atomes froids [4]. Dans les systèmes à deux ou trois dimensions, l'équation de Schrödinger non linéaire amène à décrire des phénomènes particuliers tels que la condensation d'onde [5] ou encore de l'émergence de singularités ("wave collapse") [6]. Cependant, l'équation NLS est une équation différentielle partielle, pour cette raison elle est difficile à résoudre analytiquement. Récemment, une diversité de solutions de l'équation non linéaire existe comme les solitons rogue, lump, breather, kink. Plusieurs autres types de solitons sont trouvés à l'aide de méthodes numériques parmi lesquelles on cite la méthode de Split-Step Fourier [7,8], la méthode de Hirota-binaire [9-19], la méthode d'Ansatz [20-24], la méthode d'inverse Scattering [25-29], la transformation de Darboux basée sur Lax pair [30-33], la transformation de Backlund transformation [34-40]....etc.

La fibre optique utilisée dans le domaine des télécommunications est manipulée de sorte que le soliton garde ses caractéristiques de l'entrée jusqu'à la sortie. Cependant la propagation de plusieurs solitons dans la même fibre optique augmente les effets néfastes qui peuvent changer les caractéristiques initiales des solitons ou encouragent leurs interactions. Notre contribution se concentre autour d'un des problèmes des fibres optiques qui est l'interaction. A l'aide de l'équation de Schrodinger non-linéaire, nous avons développé des solutions stables sans aucune interaction.

Le manuscrit est organisé comme suit :

Le chapitre I est consacré aux généralités sur la fibre optique et les effets qui interviennent à la création des solitons tels que la dispersion et la nonlinéarité.

Le chapitre II traite la résolution de l'équation de Schrodinger Non-Linéaire avec plusieurs méthodes numériques et analytiques. La méthode choisie pour la simulation des résultats de cette thèse avec le logiciel Matlab est celle de « Fast-Fourier transforme ».

Le chapitre III concerne l'étude de l'interaction des solitons sous l'effet de plusieurs effets dispersifs et non-linéaires dont on discutera leurs influences afin d'en déduire les conditions favorables pour une propagation sans interaction.

Enfin dans le chapitre IV on étudie la propagation des solitons dans les fibres optiques de nouvelles générations modélisée par l'équation de Schrodinger appropriée. A partir des méthodes analytiques on obtient la solution de la propagation des solitons dans les fibres à réseaux de Bragg, les fibres biréfringentes, et les fibres microstructurées.

**Chapitre I**  
***Généralités sur les  
fibres optiques***

## **I.1. Introduction**

L'emploi des fibres optiques [41] dans les systèmes de transmission d'informations (vidéo, échange de fichiers, travail à distance, etc.) est en progression depuis 1960, grâce à leurs avantages de supporter l'information à travers de longues distances, l'isolation électrique, la transmission des données à des taux très élevés, et la non-affectation par le bruit. En parallèle, le laser a été inventé en 1961. Cette maîtrise de la nouvelle technologie de la communication a permis de nombreux développements tels que les solitons en premier lieu, les amplificateurs optiques, la spectroscopie Raman et la génération de super continuum. Dès lors, les solitons sont reliés aux fibres optiques et ont fait le sujet de larges études théoriques et expérimentales [42-45]. Les solitons sont aussi appliqués dans d'autres domaines comme l'hydrodynamique, la biologie, la physique des plasmas, la théorie des champs, l'astrophysique et l'optique non linéaire [46-48]. Historiquement, Russel fut le premier observateur des solitons en 1834 [49]. Cependant, ce phénomène reste incompréhensible jusqu'à ce que le modèle mathématique soit établie en résolvant des équations non-linéaires à l'aide de 'l'inverse scattering méthode'[50] par Zakharov et Shabat en 1972 [51], ensuite lorsque les solitons furent découverts théoriquement en 1973 par Hasegawa et Tappert [52,53]. 1980 est l'année où Mollenauer et ses collaborateurs ont expérimentalement créé les solitons. Bien avant l'emploi des solitons dans la transmission, la stabilité des impulsions est assurée par la gestion de la dispersion. Son principe consiste à lier deux fibres ayant des signes de dispersion chromatique opposés. Dès la validation de l'apparition des solitons issus de l'équation de Schrödinger et des fibres non linéaires, la révolution de la transmission s'est déclenchée.

Dans ce contexte, l'utilisation des solitons optiques a été proposée pour améliorer la performance des transmissions dans les réseaux optiques de télécommunications en raison de leurs propagations sur de longues distances sans déformation de leurs ondes [49, 54-56]. En effet, cette stabilité résulte de la balance équilibrée de la dispersion chromatique avec la non-linéarité. Cette dernière est définie comme la dépendance de l'indice de réfraction à l'intensité de l'onde incidente [57]. Ce phénomène apparaît lorsque l'intensité est élevée, mais pas au point d'endommager la fibre. La non-linéarité a comme origine le phénomène de polarisation qui résulte de la déformation et de l'orientation des nuages électroniques qui peuvent être d'origine microscopique ou macroscopique. En effet, la relation entre  $P$  et  $E$  est linéaire quand le champ électromagnétique est faible mais devient non linéaire lorsque celui-ci devient élevé au point de modifier la force de rappel exercée par l'électron sur le noyau. L'effet du champ magnétique de l'onde électromagnétique est quant à lui beaucoup plus faible et peut être négligé.

Dans ce chapitre on va considérer les sections suivantes :

La section.2 est consacrée aux généralités sur les fibres optiques, en passant par leurs avantages, les applications, les différents types de fibres selon le principe de la propagation, leur construction.

La section.3 rend compte des origines de la nonlinéarité et de la dispersion dans une fibre optique. Après avoir expliqué théoriquement ces origines, on essaie d'énumérer les différents effets qui dérivent de la nonlinéarité et la dispersion.

## **I.2. Généralités sur les fibres optiques :**

### **I.2.1. Définition et avantages**

Les fibres optiques sont en verre ou en plastique. La plupart ont environ le diamètre d'un cheveu humain, et leur longueur peut être longue. La lumière est transmise d'un bout à l'autre de la fibre et un signal peut être imposé. Les systèmes à fibres optiques sont supérieurs aux conducteurs métalliques dans de nombreuses applications. Leur plus gros avantage est la bande passante. En raison de la longueur d'onde de la lumière, il est possible de transmettre un signal contenant beaucoup plus d'informations que ce qui est possible avec un conducteur métallique, même coaxial. Les autres avantages incluent:

-Isolation électrique : les fibres optiques ne nécessitent pas de connexion à la terre. L'émetteur et le récepteur sont isolés l'un de l'autre et n'ont donc aucun problème de boucle de masse. En outre, il n'y a aucun risque d'étincelles ou de choc électrique.

Absence d'interférences électromagnétiques : Les fibres optiques sont insensibles aux interférences électromagnétiques (EMI) et n'émettent aucune radiation et évitant ainsi d'autres interférences.

-Faible perte de puissance : Ceci permet des longueurs de câble plus longues et moins d'amplificateurs à répéteur.

-Plus légère et plus petite : La fibre optique est moins chère et nécessite moins d'espace que les conducteurs métalliques à capacité de transmission équivalente.

-Le fil de cuivre est environ 13 fois plus lourd. La fibre est également plus facile à installer et nécessite moins d'espace dans les conduits.

### **I.2.2. Les applications des fibres optiques**

Les principaux domaines d'application des fibres optiques sont les suivants :

Communications : La transmission de la voix, des données et de la vidéo sont les utilisations les plus courantes de la fibre optique, notamment :

- télécommunications
- Réseaux locaux (LAN)
- Systèmes de contrôle industriels
- Systèmes avioniques
- Systèmes de commandement, de contrôle et de communications militaires

Détection : La fibre optique peut être utilisée pour transmettre la lumière d'une source distante à un détecteur afin d'obtenir des informations sur la pression, la température ou les informations spectrales. La fibre peut également être utilisée directement comme transducteur pour mesurer un certain nombre d'effets environnementaux, tels que la déformation, la pression, la résistance électrique et le pH. Les changements environnementaux affectent l'intensité, la phase et / ou la polarisation de la lumière de manière à pouvoir être détectés à l'autre extrémité de la fibre.

Livraison de puissance : Les fibres optiques peuvent fournir des niveaux de puissance remarquablement élevés pour des tâches telles que le découpage au laser, le soudage, le marquage et le perçage.

Illumination : Un faisceau de fibres rassemblé avec une source de lumière à une extrémité peut éclairer des zones difficiles à atteindre, par exemple à l'intérieur du corps humain, en conjonction avec un endoscope. En outre, ils peuvent être utilisés comme signe d'affichage ou simplement comme éclairage décoratif.

### **I.2.3. Structure de la fibre optique**

Une fibre optique est constituée de trois éléments concentriques de base: le cœur, la gaine et le revêtement extérieur (Figure I.1).

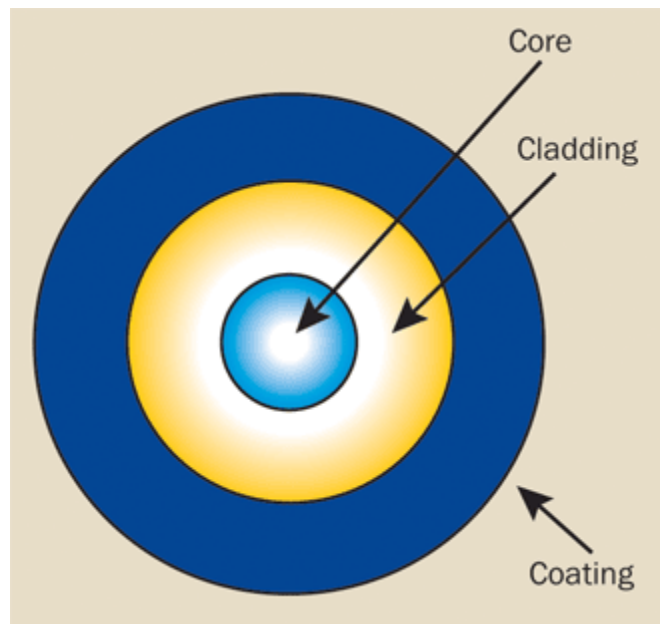


Fig I.1 : La structure d'une fibre optique standard [57]

Le cœur est généralement en verre ou en plastique, bien que d'autres matériaux soient parfois utilisés, en fonction du spectre de transmission souhaité.

Le cœur est la partie de la fibre qui transmet la lumière. La gaine est généralement constituée du même matériau que le cœur, mais avec un indice de réfraction légèrement inférieur

(généralement inférieur d'environ 1%). Cette différence d'indice provoque une réflexion interne totale à l'interface cœur-gaine sur toute la longueur de la fibre, de sorte que la lumière soit transmise dans la fibre et ne s'échappe pas à travers les parois latérales.

Le revêtement comprend généralement une ou plusieurs couches de matière plastique pour protéger la fibre du milieu physique. Parfois, des gaines métalliques sont ajoutées au revêtement pour renforcer la protection physique.

Les fibres optiques sont généralement spécifiées par leur taille, exprimée en diamètre extérieur du cœur, de la gaine et du revêtement. Par exemple, par 62,5 / 125/250, on entend une fibre avec un cœur de 62,5  $\mu\text{m}$  de diamètre, une gaine de 125  $\mu\text{m}$  de diamètre et un revêtement extérieur de 250 mm de diamètre.

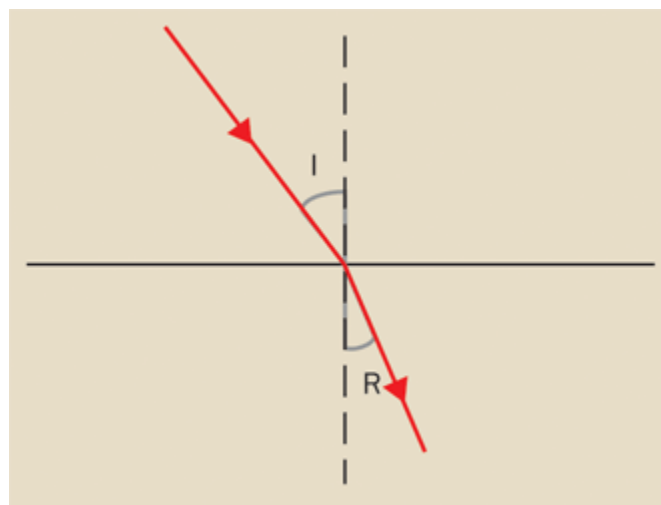


Fig I.2 : un faisceau passant d'un matériau à un autre avec deux indices différents [57]

#### **I.2.4.Des principes sur la fibre optiques**

Les matériaux optiques sont caractérisés par leur indice de réfraction, appelé  $n$ . L'indice de réfraction d'un matériau est le rapport entre la vitesse de la lumière dans le vide et la vitesse de la lumière dans le matériau. Lorsqu'un faisceau de lumière passe d'un matériau à un autre avec un indice de réfraction différent, le faisceau est réfracté à l'interface (Fig I.2)

La loi de Snell décrivant la réfraction est :

$$n_I \sin I = n_R \sin R \quad (1)$$

Où  $n_I$  et  $n_R$  sont les indices de réfraction des matériaux à travers lesquels le faisceau est réfracté et  $I$  et  $R$  sont les angles d'incidence et de réfraction du faisceau. Si l'angle d'incidence est supérieur à l'angle critique de l'interface (généralement environ  $82^\circ$  pour les fibres optiques), la lumière est renvoyée dans le milieu incident sans perte par un processus appelé réflexion interne totale.

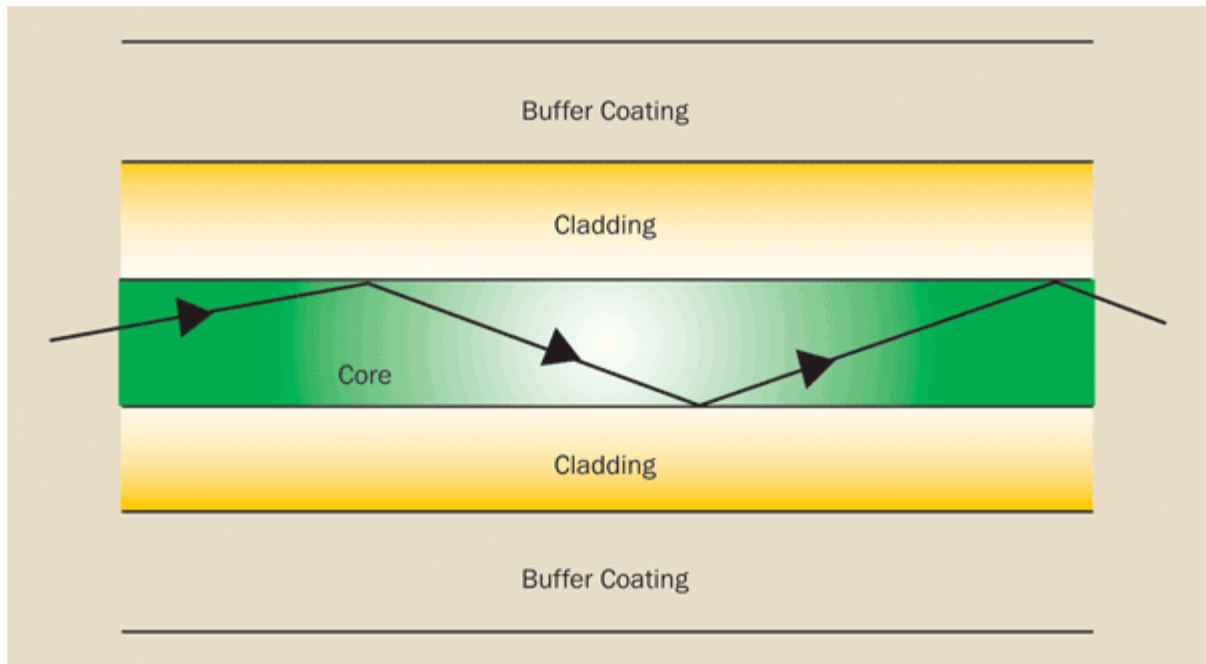


Fig I.3 : la propagation d'un faisceau à l'intérieur d'une fibre optique [57]

### **I.2.5. Les modes de propagation**

Lorsque la lumière est guidée (Fig.3) dans une fibre (comme les micro-ondes sont guidées dans un guide d'onde), des déphasages se produisent à chaque limite de réflexion. Il existe un nombre fini et discret de chemins le long de la fibre optique (appelés modes) qui produisent des déphasages constructifs renforçant la transmission. Étant donné que chaque mode se produit à un angle différent de l'axe de la fibre lorsque le faisceau se déplace le long de la longueur, chacun parcourt une longueur différente dans la fibre, de l'entrée à la sortie. Un seul mode, le mode d'ordre zéro parcourt la longueur de la fibre sans réflexion sur les parois latérales. C'est ce qu'on appelle une fibre monomode. Le nombre réel de modes pouvant être propagé dans une fibre optique donnée est déterminé par la longueur d'onde de la lumière, par le diamètre et l'indice de réfraction du cœur de la fibre.

### **I.2.6 Ouverture numérique**

L'ouverture numérique (NA) illustrée à la figure I.4, est la mesure de l'angle maximal d'incidence des rayons lumineux permettant la pénétration et l'acheminement dans la fibre. Ceci est représenté par l'équation suivante :

$$NA = \sqrt{n_{\text{cœur}}^2 - n_{\text{gaine}}^2} = \sin \Theta \quad (2)$$

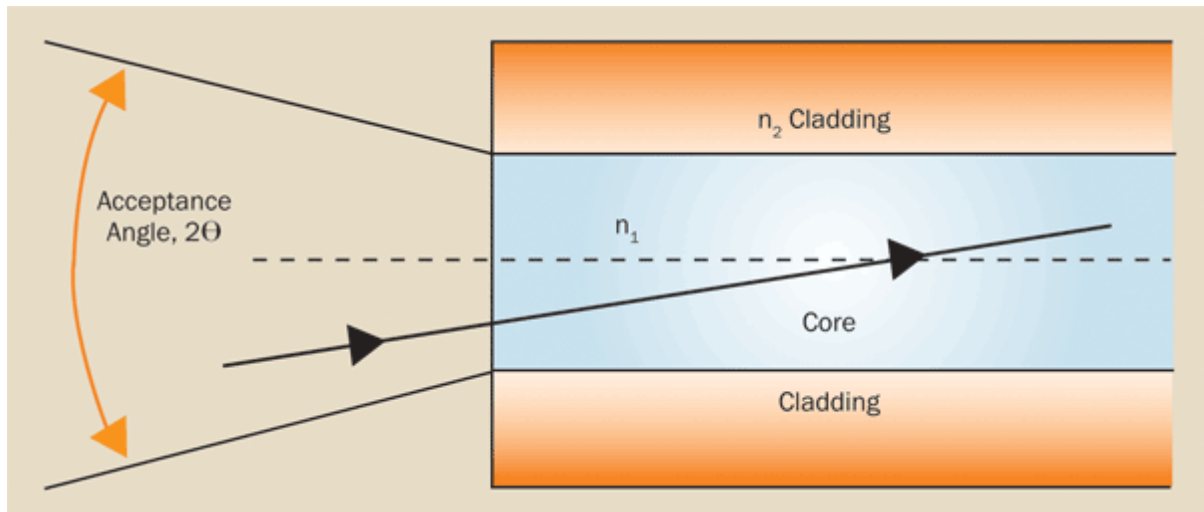


Fig I.4 : l'ouverture numérique dépend de l'angle d'incidence [57]

### **1.2.7. Bande passante**

La bande passante mesure la capacité de transmission de données d'une fibre optique et est exprimée par le produit de la fréquence des données et de la distance parcourue (MHz-km ou GHz-km, en général). Par exemple, une fibre avec une largeur de bande de 400 MHz-km peut transmettre 400 MHz sur une distance de 1 km ou 20 MHz de données sur 20 km. La limite principale de la largeur de bande est l'élargissement des impulsions, résultant de la dispersion modale et chromatique de la fibre.

### **1.2.8. Puissance de transmission**

La quantité de puissance qu'une fibre peut transmettre (sans être endommagée) est généralement exprimée en termes de densité de puissance maximale acceptable. La densité de puissance est le produit de la puissance maximale du laser et de la surface du faisceau laser.

La sortie d'un laser pulsé (généralement spécifiée en milli-joules d'énergie par impulsion) doit d'abord être convertie en puissance par impulsion. Par exemple, un laser pulsé qui produit 50 mJ en une impulsion de 10 ns fournit une puissance de sortie de 5 MW

La densité de puissance peut alors être calculée à partir de la taille du spot.

Pour transmettre les niveaux d'énergie absolus maximum dans une fibre, les extrémités des fibres doivent être absolument lisses, polies, perpendiculaires à l'axe de la fibre et au faisceau lumineux. En outre, le diamètre du faisceau ne doit pas dépasser environ la moitié de la surface du cœur (ou du diamètre du cœur). Si le faisceau n'est pas correctement focalisé, une partie de l'énergie peut pénétrer dans la gaine, ce qui peut rapidement endommager les fibres de silice recouvertes de polymère. Pour cette raison, il est préférable d'utiliser des fibres de silice revêtues de silice dans des applications à densité de puissance plus élevée (fibre à gradient d'indice).

### **1.2.9. Les types de fibres optiques standards (monomode et multimode)**

Il existe essentiellement trois types de fibres optiques : monomode, à gradient d'indice multimode et à saut d'indice multimode. Ils se caractérisent par la façon dont la lumière parcourt la fibre et dépendent à la fois de la longueur d'onde de la lumière et de la géométrie mécanique de la fibre. Des exemples de propagations de la lumière sont illustrés à la figure I 5.

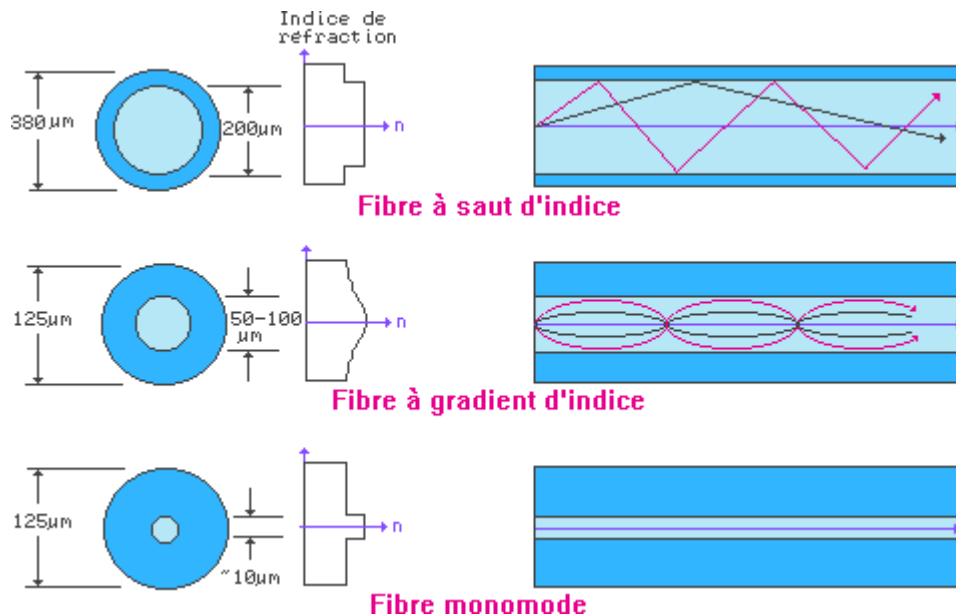


Fig I.5 : les modes de transmission de la fibre optique [57]

#### **1.2.9.1 La fibre monomode (Mode simple)**

Seul le mode d'ordre zéro fondamental est transmis dans une fibre monomode. Le faisceau de lumière parcourt la fibre sans aucune réflexion sur les parois latérales du revêtement central. La fibre monomode est caractérisée par la valeur de coupure en longueur d'onde, qui dépend du diamètre du cœur, de la NA et de la longueur d'onde de fonctionnement. Au-dessous de la longueur d'onde de coupure, des modes d'ordre supérieur peuvent également se propager, ce qui modifie les caractéristiques de la fibre.

Comme la fibre monomode ne propage que le mode fondamental, la dispersion modale (principale cause du chevauchement des impulsions) est éliminée. Ainsi, la bande passante est beaucoup plus élevée avec une fibre monomode que celle d'une fibre multimode. Cela signifie simplement que les impulsions peuvent être transmises beaucoup plus étroitement ensemble dans le temps sans chevauchement. En raison de cette largeur de bande plus importante, les fibres monomodes sont utilisées dans tous les systèmes de communication modernes à longue portée. Les diamètres de noyau typiques sont compris entre 5 et 10 μm.

Le nombre réel de modes pouvant être propagé à travers une fibre dépend du diamètre du cœur, de l'ouverture numérique et de la longueur d'onde de la lumière transmise. Ceux-ci peuvent être combinés dans le paramètre de fréquence normalisé ou le nombre  $V$ .

$$V=2\pi a \sqrt{\frac{n_{\text{cœur}}^2 - n_{\text{gaine}}^2}{\lambda}} \quad (3)$$

Où  $a$  est le rayon du cœur,  $\lambda$  est la longueur d'onde et  $n$  est l'indice du cœur et de la gaine. La condition pour le fonctionnement en mode unique est la suivante :

$V < 2,405$  pour une fibre à saut d'indice

$V < 3,518$  pour une fibre à gradient d'indice

La longueur d'onde de coupure est la longueur d'onde en dessous de laquelle la fibre permettra la propagation de plusieurs modes. Elle peut être exprimée pour une fibre saut d'indice comme suit :

$$2\pi a \sqrt{\frac{n_{\text{cœur}}^2 - n_{\text{gaine}}^2}{2.405}} > \lambda \quad (4)$$

Une fibre est généralement choisie avec une longueur d'onde de coupure légèrement inférieure à la longueur d'onde de fonctionnement souhaitée. Pour les lasers généralement utilisés comme sources (avec des longueurs d'onde de sortie comprises entre 850 et 1550 nm), le diamètre de cœur d'une fibre monomode est compris entre 3 et 10  $\mu\text{m}$ .

### **1.2.9.2. Fibre multimode à gradient d'indice**

Les diamètres de cœur des fibres multimodes sont beaucoup plus grands que les fibres monomodes. En conséquence, les modes d'ordre supérieur sont également propagés.

Le cœur d'une fibre à gradient d'indice a un indice de réfraction qui décroît radialement de manière continue du centre à l'interface de gaine. En conséquence, la lumière se déplace plus rapidement au bord du noyau qu'au centre. Différents modes empruntent des chemins courbés avec des temps de trajet presque égaux. Cela réduit considérablement la dispersion modale dans la fibre.

Les fibres à gradient d'indice ont donc des largeurs de bande nettement supérieures à celles des fibres à sauts d'indice, mais néanmoins très inférieures à celles des fibres monomodes. Les diamètres de noyau typiques des fibres à gradient d'indice sont 50, 62,5 et 100  $\mu\text{m}$ . La principale application des fibres à gradient d'indice concerne les communications à moyenne portée comme par exemple les réseaux locaux.

### **1.2.9.3. Fibre multimode à saut d'indice**

Le cœur d'une fibre à saut d'indice a un indice de réfraction uniforme jusqu'à l'interface de gaine où l'indice change comme un pas. Étant donné que les différents modes dans une fibre à saut d'indice parcourent différentes longueurs de chemin lors de leurs parcours dans la fibre, les distances de transmission de données doivent rester courtes pour éviter des problèmes considérables de dispersion modale.

Les fibres à gradient d'indice sont disponibles avec des diamètres de noyau de 100 à 1500  $\mu\text{m}$ . Elles sont bien adaptées aux applications nécessitant des densités de puissance élevées, telle que la puissance fournie aux secteurs médical et industriel.

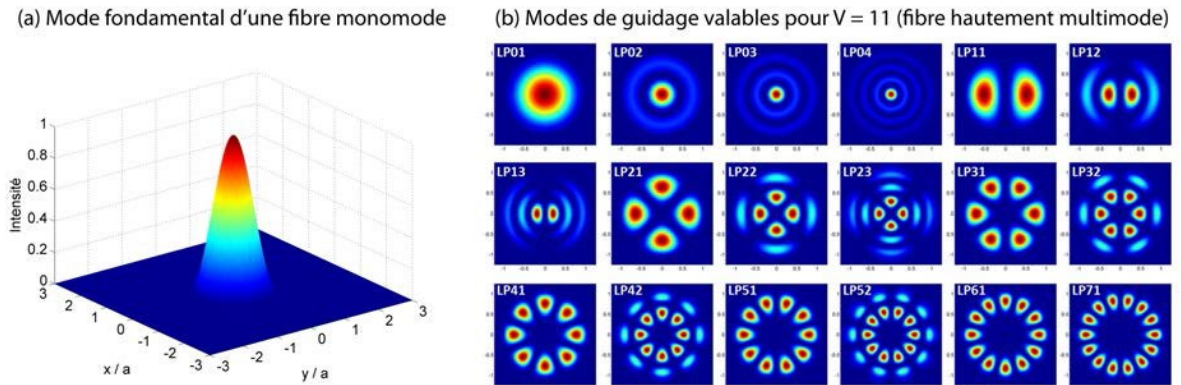


Fig I.6 : Profils spatiaux de guidage dans une fibre. (a) Mode de guidage fondamental (LP01) obtenu dans une fibre purement monomode. (b) Modes de guidages d'ordres supérieurs obtenus dans une fibre possédant un paramètre de fréquence normalisée  $V = 11$  (fibre hautement multimode) [58]

### ***1.3. Concept théorique de la compensation dispersion et non-linéarité***

#### ***1.3.1. La non-linéarité***

L'effet Kerr optique découvert en 1875 par le physicien écossais John Kerr est responsable de la dépendance de l'indice de réfraction à l'intensité de l'impulsion. Ceci est dû à la polarisation induite par les électrons du matériau qui n'est pas une fonction linéaire de l'intensité de l'impulsion. Le degré de polarisation augmente d'une manière non-linéaire avec l'intensité, donc les forces de ralentissement exercées par le matériau sur l'impulsion augmentent avec l'intensité. A cause de l'effet Kerr, l'intensité élevée dans un milieu engendre un retard de phase non-linéaire qui a la même forme temporelle de l'intensité. Ceci peut être décrit comme un changement non-linéaire de l'indice de réfraction avec l'indice de réfraction non-linéaire et l'intensité optique  $I$ .

L'intensité instantanée  $I(t)$  est donnée par:

$$I(t) = I_0 \exp\left(-\frac{t^2}{\tau^2}\right) \quad (3)$$

Où:  $I_0$  est l'intensité de pic et  $\tau$  est la moitié de la durée de l'impulsion. Si l'impulsion traverse un milieu diélectrique, l'effet Kerr optique produit un changement d'indice de réfraction comme ce qui suit :

$$N(I) = n_0 + n_2 I \quad (4)$$

Où :  $n_0$  est l'indice de réfraction linéaire et  $n_2$  est l'indice de réfraction du second ordre du milieu.

La polarisation d'un milieu diélectrique peut être représentée sous sa forme la plus générale par la relation :

$$P(t) = \epsilon_0 [\chi^{(1)} E(t) + \chi^{(2)} E(t) E(t) + \chi^{(3)} E(t) E(t) E(t)] \quad (5)$$

$\chi^{(1)}$  : La susceptibilité linéaire du milieu

$\chi^{(2)}$  : La susceptibilité non-linéaire du 2ème ordre  
 $\chi^{(3)}$  : La susceptibilité non-linéaire du 3ème ordre  
 $\epsilon_0$  : La perméabilité du vide  
 $E(t)$  : Le champ électrique

Ces coefficients de susceptibilité linéaire et non linéaires ont des tenseurs d'ordre  $n + 1$ .

Cette polarisation peut être décomposée selon une composante linéaire et une contribution nonlinéaire :

$$P(t) = P_L + P_{NL} \quad (6)$$

Tel que :

$$P_L = \epsilon_0 \chi^{(1)} E(t) \quad (7)$$

$$P_{NL} = \epsilon_0 [\chi^{(2)} E(t) E(t) + \chi^{(3)} E(t) E(t) E(t)] \quad (8)$$

Dans le cas où le matériau est de type centro-symétrique, la susceptibilité non linéaire du second ordre est nulle ( $\chi^{(2)} = 0$ ) et la susceptibilité nonlinéaire du 3<sup>ème</sup> ordre est à l'origine d'effets nonlinéaires dans ces milieux.

Le détail de cette nonlinéarité est expliqué dans l'annexe A.

### **1.3.2. La dispersion**

Dans les systèmes de communication digitale, l'information est préalablement codée sous forme impulsionnelle pour être ensuite transmise, via la fibre optique, de l'émetteur vers le récepteur. Plus est grand le nombre d'impulsions pouvant être envoyé par unité de temps tout en demeurant discernable à la réception, plus la capacité du système est large. Cependant, lorsque l'impulsion se propage à travers ce support optique, sa durée temporelle s'étale. Ce phénomène est appelé Dispersion. La dispersion est l'un des deux plus importants facteurs qui limitent la capacité de la fibre (l'autre est l'atténuation).

# DISPERSION CHROMATIQUE

- **Courbe dans la silice :  $D_c = D_M + D_G$**

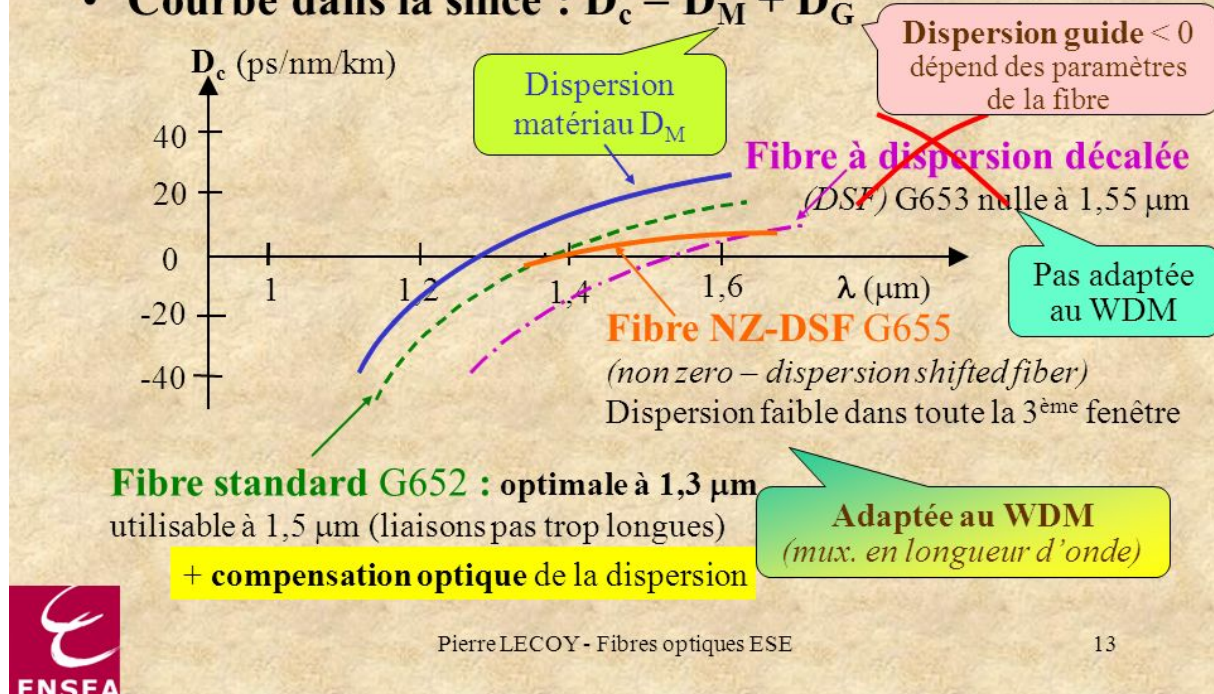


Fig I.7 : illustration de la courbe de la dispersion de fibres optiques [59]

L'impulsion se disperse à cause de quatre raisons essentielles :

## 1.3.2.1. Dispersion chromatique

L'onde électromagnétique se propage dans l'espace vide ou l'air avec une vitesse constante ( $3 \times 10^8$  mètres). De l'interaction du rayonnement avec la matière diélectrique résulte un indice de réfraction et une vitesse de propagation qui dépendent de la fréquence de ce rayonnement. Ce phénomène est connu sous le nom de Dispersion chromatique.

Les impulsions optiques sont générées par un laser qui produit un faisceau lumineux quasi-monochromatique, cohérent, directif, et de forte intensité. L'émission d'une source quasi-monochromatique réelle est constituée d'une succession de trains d'ondes de même fréquence, de durée et de longueur finies (Fig. 1b). L'intervalle de temps moyen  $\tau_c$  pendant lequel la phase reste pratiquement constante s'appelle le temps de cohérence. L'intervalle spatial  $L_c$  correspondant au temps de cohérence  $\tau_c$  s'appelle la longueur de cohérence temporelle. Ces propriétés exceptionnelles sont à la base des applications potentielles du rayonnement laser dans plusieurs domaines.

$$L_c = c \times \tau_c \quad (9)$$

Le spectre en fréquence d'une source quasi-monochromatique est constitué d'une raie spectrale de fréquence  $\nu_0$  et de largeur spectrale  $\Delta\nu$  non nulle, liée au temps de cohérence  $\tau_c$  par la relation

$$\Delta\nu = 1/(2 \pi \times \tau_c) \quad (10)$$

La relation (10) montre que plus la durée moyenne  $\tau_c$  du train d'ondes est grande, plus la largeur spectrale  $\Delta\nu$  est petite, plus la longueur de cohérence temporelle  $L_c$  est grande et plus il est

possible de réaliser des interférences avec des différences de marches  $\delta$  élevées : lorsque  $\delta \ll L_c$ , le contraste des franges d'interférences est bon ; lorsque  $\delta \gg L_c$ , les interférences ne sont plus observables.

(Exemple du Laser CO2 stabilisé :  $\lambda_0 = 10,6 \mu\text{m}$  ;  $\nu_0 = 2,83 \times 10^{13} \text{ Hz}$  ;  $\Delta\nu = 10 \text{ kHz}$  ;  $\tau_c = 100 \mu\text{s}$  ;  $L_c = 30 \text{ km}$ ). Ces valeurs numériques montrent que les lasers sont aptes à émettre un rayonnement situé dans un intervalle étroit  $\Delta\lambda$  de longueur d'onde [61]. Ceci veut dire que les photons dans une impulsion optique émis par une source laser à faible largeur spectrale se propagent avec des fréquences variant dans une faible marge  $\Delta\nu$  autour de  $\nu_0$

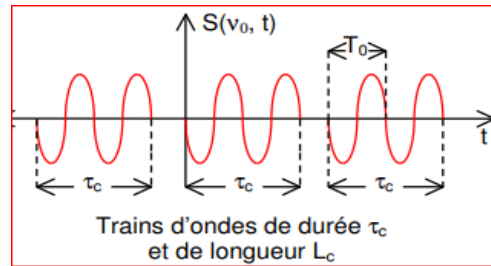


Fig I. 8 : Représentation temporelle d'une onde quasi-sinusoïdale [61].

La dispersion chromatique apparaît dans le développement en série de Taylor de la constante de propagation  $\beta$  autour de la pulsation  $\omega_0$  centrale de l'impulsion.

$$\beta(\omega) = \beta_0 + \beta_1(\omega - \omega_0) + \frac{\beta_2}{2}(\omega - \omega_0)^2 + \frac{\beta_3}{6}(\omega - \omega_0)^3 + \dots \quad (11)$$

Où la constante de propagation  $\beta_0$  est:

$$\beta_0 = \omega_0 \frac{n(\omega_0)}{c} \quad (12)$$

Et la dispersion du 1<sup>er</sup> ordre est:

$$\beta_1 = \frac{1}{v_g} \quad (13)$$

Et la dispersion du deuxième ordre :

$$\beta_2 = \frac{d^2\beta(\omega)}{d\omega^2} = \frac{4\pi c_0}{\omega^3} \frac{d^2n(\lambda_0)}{d\lambda_0^2} = -\frac{1}{v_g} \frac{\partial v_g}{\partial \omega} \quad (14)$$

Avec :

$c_0$  : la vitesse de la lumière dans le vide

$\lambda_0$  : la longueur d'onde de la lumière dans le vide

$n(\lambda_0)$  : est l'indice de réfraction du milieu dispersif en fonction de la longueur d'onde où  $v_g$  et  $v_p$  étant respectivement la vitesse de groupe et la vitesse de phase .

Le paramètre de la dispersion s'exprime alors par l'expression suivante :

$$D_{chrom} = -\frac{2\pi c_0}{\lambda_0^2} \beta_2 = -\frac{\lambda_0}{c_0} \frac{d^2n(\lambda_0)}{d\lambda_0^2} \quad (15)$$

- **Dispersion normale :  $\beta_2 > 0$**

Une dispersion positive  $\beta_2 > 0$  correspond bien à une variation  $\frac{\partial v_g}{\partial \omega}$  négative. Cela veut dire que la dispersion de la vitesse de groupe  $\beta_2$  a un signe positif vers les courtes longueurs d'ondes (fréquences élevées). Dans cette région spectrale, la dispersion chromatique est dite positive et elle est connue sous le nom de dispersion normale. Notons que la plupart des matériaux optiques présente une dispersion positive dans la partie visible du spectre électromagnétique et une dispersion négative quelque part dans le proche infrarouge.

- **Dispersion anormale:  $\beta_2 < 0$**

Dans le cas de la silice pure la dispersion s'annule ( $\beta_2 = 0$ ) vers la longueur d'onde  $\lambda \approx 1,3 \mu\text{m}$  [41]. Celle-ci est souvent appelée longueur d'onde à dispersion zéro  $\lambda_D$ . Au delà de cette longueur d'onde, la dispersion devient négative ( $\beta_2 < 0$ ), et on la qualifie comme une dispersion anormale. Notons enfin, que dans le régime de propagation non linéaire, la combinaison des effets de dispersion anormale et les effets de non linéarité conduisent à la formation des solitons optiques. Un système de communication optique typique utilise la longueur d'onde de  $1,55 \mu\text{m}$ , qui coïncide avec la dispersion anormale de la plupart des fibres optiques. La dispersion chromatique, c'est un paramètre important dans une fibre optique. Elle comporte la dispersion du matériau (est causée par la dépendance de l'indice de réfraction de la longueur d'onde) et la dispersion du guide d'onde (Elle est causée par le fait que la répartition de la lumière du mode fondamental sur le cœur et la gaine dépend de la longueur d'onde) ; elle s'exprime alors selon :

$$D_c = D_m + D_g \quad (16)$$

### 1.3.2.1.1. La dispersion matérielle $D_m$ :

Son origine provient de la dépendance fréquentielle de la réponse dynamique du matériau diélectrique (silice) soumis à un champ optique exciteur Ceci se traduit par une dépendance fréquentielle de l'indice de réfraction du matériau. Cette dépendance de l'indice de réfraction en fonction de la longueur d'onde engendre une modification de la vitesse de groupe propre au milieu [9]. L'expression de la dispersion du matérielle s'exprime par la relation suivante :

$$D_m = -\frac{\lambda}{c} \frac{d^2 n(\lambda)}{d\lambda^2} \quad (17)$$

### 1.3.2.1.2. Dispersion de guide d'onde

La dispersion de guide d'onde liée à la structure géométrique du guide d'onde, elle résulte de la variation de la constante de propagation  $\beta$  avec la fréquence normalisée  $V$  (qui dépend-elle même de la longueur d'onde  $\lambda$ ) ; la dispersion du guide est toujours négative et dépend des paramètres de la fibre [22].

La dispersion du guide est donnée par :

$$D_g = -\frac{n_1}{c\lambda} \left[ V \frac{d^2 (Vb)}{dV^2} \right] \quad [\text{ps.nm}^{-1}.\text{Km}^{-1}] \quad (18)$$

Avec  $b$  la constante de propagation normalisée et  $\Delta$  la différence d'indice relative dont les expressions sont respectivement :

$$b = \frac{\frac{\beta}{k_0} - n_2}{n_1 - n_2} \quad (19)$$

$$\Delta = (n_1 - n_2) / n_1 \quad (20)$$

$V$  : la fréquence spatiale normalisée

$c$  : célérité de la lumière

$\lambda$  : Longueur d'onde

$k_0$  : vecteur d'onde dans le vide

### 1.3.2.2. Dispersion modale

La dispersion modale vient du fait que les différents modes d'une fibre ont leur vitesse de groupe propre et donc au bout d'un certain temps de propagation, les différents modes seront décalés les uns par rapport aux autres. L'ensemble des retards entre les différents rayons qui composent le signal lumineux, provoque l'élargissement de l'impulsion. Ce phénomène est appelé Dispersion Modale. Il apparaît dans les fibres multimodes à saut d'indice ou à gradient d'indice et dans le cas d'une fibre optique monomode, cette dispersion est nulle. La dispersion modale  $D_{\text{mod}}$  est l'élargissement temporel maximum  $\tau$  d'une impulsion par unité de longueur de la fibre

La dispersion modale est donnée par :

$$D_{\text{mod}} = (t_{\text{max}} - t_{\text{min}}) / L = \tau / L \quad [\text{ps.Km}^{-1}] \quad (16)$$

$t_{\text{max}}$  et  $t_{\text{min}}$  représentent respectivement le temps de parcours du mode le plus lent et celui du mode le plus rapide

$L$  : Longueur de la fibre optique.

### 1.3.2.4. La dispersion de mode de polarisation

Le mode fondamental d'une fibre monomode est une combinaison de deux modes électromagnétiques notés  $\text{LP}_{x01}$  et  $\text{LP}_{y01}$  qui ne se propagent pas à la même vitesse dans la fibre si celle-ci présente une biréfringence parasite, de forme ou de contrainte.

Cette variation de vitesse provoque un déphasage entre les deux composantes du mode fondamental et par conséquent, introduit un phénomène de dispersion de polarisation.

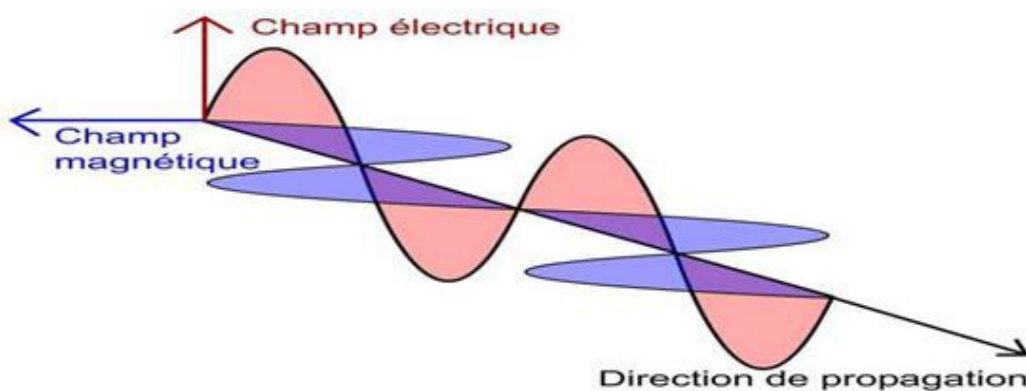


Fig I.9 Structure de la dispersion de polarisation [20]

### 1.3.3. L'atténuation

Cette partie concerne l'effet des pertes de la fibre optique sur le soliton fondamental et les solitons d'ordre supérieur ainsi que le train solitonique.

Les signaux perdent de la force lorsqu'ils se propagent dans la fibre : c'est ce qu'on appelle l'atténuation du faisceau. L'atténuation est mesurée en décibels (dB) par unité de longueur avec la relation :

$$A(\text{dB}) = \frac{10}{L} \log\left(\frac{P_s}{P_e}\right) = 4.343 \alpha \quad (18)$$

Où  $\alpha$  est le coefficient d'atténuation linéaire,  $P_e$  et  $P_s$  se rapportent à la puissance optique entrante et sortante de la fibre. La figure (I.10) ci-dessous montre la puissance généralement perdue en décibels dans une fibre optique en fonction de la longueur d'onde.

L'atténuation d'une fibre optique dépend de la longueur d'onde. Aux extrémités de la courbe de transmission, l'absorption multi-photonique prédomine. L'atténuation est généralement exprimée en dB / km à une longueur d'onde spécifique. Les valeurs typiques vont de 10 dB / km pour les fibres à saut d'indice à 850 nm à quelques dixièmes de dB / km pour les fibres monomodes à 1550 nm. Il y a plusieurs causes d'atténuation dans une fibre optique :

**Diffusion de Rayleigh** : Des variations à l'échelle microscopique de l'indice de réfraction du matériau du cœur peuvent provoquer une dispersion considérable dans le faisceau, entraînant des pertes de puissance optique substantielles. La diffusion de Rayleigh dépend de la longueur d'onde et est moins importante à des longueurs d'onde plus grandes. C'est le mécanisme de perte le plus important dans les fibres optiques modernes, représentant généralement jusqu'à 90% de toute perte subie.

**Absorption** : Les méthodes de fabrication actuelles ont permis de ramener l'absorption causée par les impuretés (notamment l'eau dans la fibre) à des niveaux très bas. Dans la bande passante de transmission de la fibre, les pertes par absorption sont insignifiantes.

**Flexion** : Les méthodes de fabrication peuvent produire des courbures minuscules dans la géométrie de la fibre. Parfois, ces courbures seront suffisantes pour que la lumière à l'intérieur du cœur atteigne l'interface cœur / gaine à un angle inférieur à l'angle critique, de sorte que la lumière se perde dans le matériau de gaine. Cela peut également se produire lorsque la fibre est pliée dans un rayon étroit (moins de, par exemple, quelques centimètres). La sensibilité de courbure est généralement exprimée en termes de perte en dB / km pour un rayon de courbure et une longueur d'onde particuliers.

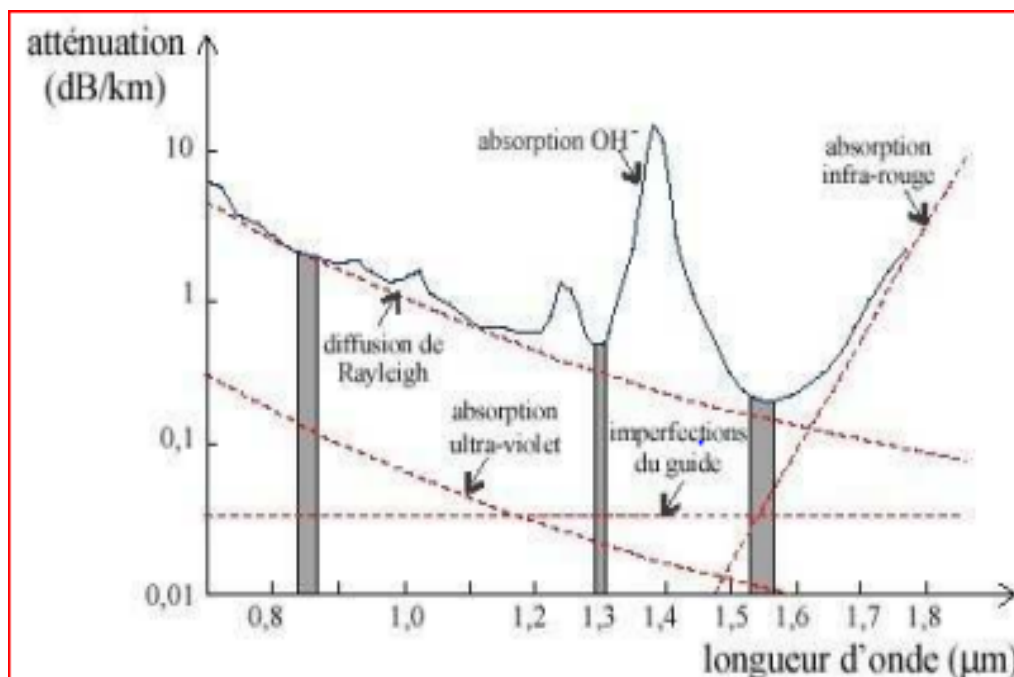


Fig I.10 : atténuation pour une fibre monomode [62]

Historiquement, la toute première fibre utilisée pour transmission a produit une atténuation énorme de l'ordre de 1000 dB/km, par contre, dans l'atmosphère la même transmission a produit une atténuation de quelque dB/km. Là, l'atténuation a été directement reliée aux impuretés de la fibre, et pour la réduire, Kapron, Kech and Maurer ont fabriqué en 1970 une fibre en silice dont l'atténuation est de l'ordre de 20 dB/km. Jusqu'aujourd'hui, l'atténuation est seulement minimisée mais pas encore nulle. Les solutions qui existent actuellement sont :

- les amplificateurs insérés périodiquement à chaque 100 km.
- les fibres à silice dopées erbium sont considérées aussi comme amplificatrices et non comme des guides d'ondes seulement.
- les fibres monomodes à dispersion décalée : la dispersion et l'atténuation sont reliées dans les fenêtres 0.8, 1.3 et 1.55 $\mu\text{m}$ , avec un minimum de dispersion à 1.3 $\mu\text{m}$  et un minimum d'atténuation à 1.55 $\mu\text{m}$ . Ainsi, pour gagner conjointement les deux avantages, c-à-d pour bénéficier à la fois du minimum d'atténuation et du zéro dispersion, la fibre à dispersion décalée est conçue en dopant la fibre de sorte que l'indice de réfraction soit varié, en rajoutant GeO<sub>2</sub> au cœur pour augmenter l'indice ou la fluorine à la gaine pour diminuer son indice. Il en est résulté une dispersion du guide exactement opposée à celle du matériau (car les deux dispersions sont de signes différents et inégaux naturellement).

Au cours de la propagation du soliton dans une fibre optique, la perte de son énergie est due à l'atténuation intrinsèque ou extrinsèque. La première provient de l'absorption par les impuretés (comme Si-O, OH-, Cr, Fe, Mn, et Ni) ou la diffusion (comme Rayleigh Scattering, et l'absorption due à la transition des électrons). La deuxième est issue des défauts de fabrication comme la non-uniformité géométrique et celle de la connexion imparfaite entre fibres.

#### **1.4. Conclusion**

La nonlinearité et la dispersion sont deux effets pouvant s'unir pour détruire l'onde porteuse de l'information ou se compenser pour créer un soliton qui se déplace à vitesse constante en véhiculant l'information sans se déformer sur de longues distances. Dans ce chapitre nous avons donné un aperçu sur quelques effets rencontrés lors de la propagation d'impulsions dans une fibre optique. Ces effets sont à l'origine de la dégradation du signal dans les liaisons par fibres optiques. Dans le chapitre suivant on donne un aperçu des modèles de propagation des impulsions dans une fibre optique ainsi que des méthodes mathématiques de résolution.

# **Chapitre II**

## ***Modèles d'équations et méthodes mathématiques***

## II.1. Introduction :

L'ensemble des effets rencontrés dans le chapitre précédent peuvent être modélisé par l'équation de Schrodinger non linéaire simplifiée [63-69] qui prédit l'enveloppe lentement variable d'une onde se propageant dans une fibre optique. Les différentes solutions sont interprétées par les types de compensation comme suit: en régime solitonique, la non-linéarité compense l'élargissement dû à la dispersion (soliton temporel). Comme il existe deux types de dispersion: normal et anormal, la compensation avec l'effet Kerr dépend du signe de la dispersion: si elle est anormal, le soliton est créé, mais si elle est normal, l'élargissement est renforcé. Cependant, dans ce cas, l'impulsion n'est pas un soliton brillant mais un soliton noir car il est stable [70-72]. Ainsi, la création d'un soliton a lieu, lorsque la non-linéarité et la dispersion sont exactement compensées [73]. Ceci est valorisé par les deux longueurs non-linéaire et dispersive, mais dans la réalité, si la longueur non-linéaire vaut double ou triple la valeur dispersive, ces solitons sont dit d'ordre supérieur [74,75]. Il est important aussi d'expliquer les différents méthodes utilisés pour résoudre l'équation de Schrödinger vue la grande diversité des techniques qui existe dans la bibliographie. Les fameuses méthodes considérées dans ce chapitre sont dans l'ordre: Fourier, Hirota Bilinaire, et en fin Ansatz.

## II.2. Modèle et méthodes de résolution :

### II.2.1 Modèle d'équation:

Commençons par l'équation de Schrödinger non-linéaire générale GNLS :

$$\frac{\partial A(Z,T)}{\partial Z} = +i \sum_{n=2}^N \frac{i^n}{n!} \beta_n \frac{\partial^n A}{\partial T^n} + (i\gamma(\omega_0) - \frac{i}{\omega_0} \frac{\partial}{\partial T}) [A(Z,T) \int_0^\infty R(T') |A(Z, T - T')|^2 dT'], \quad (1)$$

L'équation (1) s'écrit dans la forme normalisée sous la forme suivante:

$$i \frac{\partial u}{\partial \xi} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial \tau^2} = i \delta_3 \frac{\partial^3 u}{\partial \tau^3} - N^2 (1 + i s \frac{\partial}{\partial \tau}) u(\xi, \tau) \left[ \int_0^\infty R(\tau') |u(\xi, \tau - \tau')|^2 d\tau' \right], \quad (2)$$

En utilisant les variables suivants:  $u = \frac{A}{\sqrt{P_0}}$ ;  $\xi = \frac{Z}{L_D}$ ;  $\tau = \frac{T}{T_0}$ ;  $\Gamma = \alpha L_D$ ;  $\delta_3 = \frac{\beta_3}{6 T_0 \beta_2}$ ;  $s = \frac{1}{T_0 \omega_0}$

Ou:  $i = \sqrt{-1}$  et  $A(Z, T)$  est l'enveloppe du soliton optique.

$T = t_{lab} - \frac{Z}{v_g} \equiv t - \beta_1 Z$  est la coordonnée temporelle en délai qui bouge avec une vitesse de groupe  $v_g$  de l'impulsion qui se propage,  $Z$  est la coordonnée spatiale qui représente la distance de transmission, et  $\beta_n$  représente le paramètre de dispersion d'ordre  $n$ . Si  $n = 2$ ,  $\beta_2$  est du 2<sup>ème</sup> ordre dit le paramètre de la dispersion de la vitesse du groupe (GVD), et si  $n = 3$ ,  $\beta_3$  représente le paramètre de la dispersion du 3<sup>ème</sup> ordre. D'autre part,  $\alpha$  est le facteur de l'atténuation. Pour les fibres en silice standards  $\beta_2 \sim 20 \text{ ps}^2/\text{km}$  à  $\lambda_0 \sim 1550 \text{ nm}$  [76].  $\gamma = n_2 \omega_0 / c A_{eff}$  est le coefficient de l'effet Kerr non-linéaire.  $n_2$  est le coefficient de l'indice de réfraction non-linéaire, dont la valeur vaut  $n_2 = 2.2 \times 10^{-20} \text{ m}^2/\text{W}$  pour les fibres en silice standards pour la même longueur d'onde [76]. Le terme proportionnel à  $1/\omega_0$  gouverne la dispersion Kerr qui est responsable de l'effet de

l'auto-raïdissement et la formation du choc. Dans le dernier terme la fonction de la réponse non-linéaire  $R(T)$  est reliée à l'effet Raman, elle est définie comme suit :

$$R(T) = (1-f_R)\delta(T) + f_R h_R(T) \quad (3)$$

Où  $f_R$  représente la contribution fractionnaire de la réponse Raman à la polarisation non-linéaire,

$h_R$  est la fonction de la réponse Raman reliée à la vibration des molécules de la silice. On utilise sa forme donnée:

$$h_R(T) = (1-f_b)H_R(T) + f_b[(2\tau_b - T)/\tau_b^2] \exp(-T/\tau_b) \quad (4)$$

Ou:  $f_b=0.21, \tau_b \approx 96$  fs, et  $H_R(T)$  a la forme:

$$H_R(T) = \frac{\tau_1^2 + \tau_2^2}{\tau_1 \tau_2^2} \exp(-T/\tau_2) \sin(-T/\tau_1) \quad (5)$$

Avec:  $\tau_1=12.2$  fs,  $\tau_2=32$  fs, et  $f_R=0.245$ .

Quand la réponse Raman est approchée en supposant que le gain Raman est linéaire en fréquence, l'équation (2) devient :

$$i \frac{\partial u}{\partial \xi} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial \tau^2} + |u|^2 u + \frac{i}{2} \Gamma u = i \delta_3 \frac{\partial^3 u}{\partial \tau^3} - i s \frac{\partial}{\partial \tau} (|u|^2 u) + \tau_R u \frac{\partial}{\partial \tau} |u|^2 \quad (6)$$

Le dernier terme est responsable de l'auto-décalage en fréquence causé par l'intrapulse diffusion Raman, et:  $\tau_R = \frac{T_R}{T_0}$ , ou  $T_R$  est relié à la fonction de la réponse Raman. Notant qu'à la longueur d'onde  $\lambda_0 \sim 1550$  nm;  $T_R \approx 3$  fs.

Pour les impulsions avec une largeur:  $T_0 > 5$  ps, les deux effets d'auto-raïdissement et la diffusion Raman devient plus petit que trois fois l'ordre de grandeur des autres termes et peuvent donc être négligés. De plus, pour les impulsions qui ont des spectres loin de la longueur d'onde de dispersion nulle la contribution du terme de la dispersion du troisième ordre peut être aussi négligée et l'on peut employer l'équation de Schrödinger non-linéaire simplifiée (NLS) qui s'écrit comme suit :

$$\frac{\partial A(Z,T)}{\partial Z} = -\frac{i}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 A}{\partial T^2} + i\gamma[|A|^2 A] \quad (7)$$

Ou sous la forme normalisée:

$$i \frac{\partial u}{\partial \xi} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial \tau^2} + |u|^2 u = 0 \quad (8)$$

Pour résoudre l'équation de Schrödinger non-linéaire on utilise la méthode de la transformé de Fourier avec une impulsion initiale injecté de type sécant hyperbolique :

$$A(z = 0, T) = A_0 \operatorname{sech}\left(\frac{T}{T_0}\right) \quad (9)$$

La solution normalisée est:

$$u(\xi = 0, \tau) = \operatorname{sech}(\tau) \quad (10)$$

## **II.2.2 Méthodes de résolution :**

### **II.2.2.1 La méthode de Fourier :**

Le principe de la méthode Split-Step Fourier est de considérer l'équation de Schrodinger sous la forme suivante :

$$\frac{\partial A}{\partial z} = (\hat{N} + \hat{D})A \quad (11)$$

Où  $\hat{N}$  et  $\hat{D}$  represent les deux operateurs nonlinéaire et linéaire respectivement. Les deux opérateurs s'écrivent comme suit :

$$\hat{N} = i\gamma[|A|^2] \quad (12)$$

et:

$$\hat{D} = -\frac{i}{2}\beta_2 \frac{\partial^2}{\partial T^2} \quad (13)$$

Généralement, la dispersion et la nonlinéarité agissent simultanément au long de la fibre. Cependant, la méthode de Split-Step-Fourier est basée sur une approximation qui consiste à dire que sur une distance  $h$ , les opérateurs se commutent, c'ad que chaqu'un des opérateurs agit simultanément, alternativement et indépendamment l'un de l'autre. La resolution de cette équation dans le domaine fréquentiel est comme suit :

$$\hat{A}(z+h, \omega) = \hat{A}(z, \omega) \exp[h \hat{D}] \quad (14)$$

A l'aide de la transformation inverse de Fourier,  $TF^{-1}$  l'on peut écrire la solution dans le domaine temporel :

$$A'(z+h, T) = TF^{-1}[\hat{A}(z, \omega) \exp[h \hat{D}(i\omega)]] \quad (15)$$

L'opérateur  $\hat{N}$  est alors, appliqué sur le domaine temporel:

$$A(z+h, T) = A(z, T) \exp[h \hat{N}] \quad (16)$$

Finallement, la solution devient:

$$A'(z+h, T) = \exp(hi\gamma[|A|^2]) TF^{-1}[\hat{A}(z, \omega) \exp[h \hat{D}(i\omega)]] \quad (17)$$

En repentant les deux opérateurs sur toute la longueur de la fibre, on peut realizer une simulation numérique de la propagation des solitons sur la fibre.

### **II.2.2.2 La méthode de Hirota Bilinéaire :**

La méthode de Hirota Bilinéaire est appliquée pour décrire la propagation des solitons dans les fibres optique en prenant en considération les défauts de fabrication et l'inhomogénéité de la fibre. Pour cela on doit transformer les coefficients constants des effets non-linéaires et dispersifs en des coefficients variables en fonction de la longueur de la fibre.

L'équation de Schrödinger qui décrit la propagation d'un type spécial de soliton surnommé «soliton purement quartique» que nous détaillerons dans le chapitre III s'écrit sous la forme suivante :

$$iU_{\xi} + \alpha(\xi) U_{tttt} + \beta(\xi) |U|^2 U = 0 \quad (18)$$

Où:  $U=U(\xi, t)$  est l'enveloppe du soliton,  $\xi$  est la distance de propagation normalisée et  $t$  est le temps relatif,  $\alpha(\xi)$  est la dispersion du quatrième ordre, et  $\beta(\xi)$  est le paramètre de la non-linéarité.  $U_{\xi}$  est la dérivé de l'enveloppe par rapport à la distance et  $U_{tttt}$  est la quatrième dérivé par rapport au temps.

**La forme bilinéaire:** afin d'utiliser la méthode de Hirota Bilinéaire, on doit écrire l'enveloppe comme suit:

$$U(\xi, t) = \frac{g(\xi, t)}{f(\xi, t)} \quad (19)$$

Où :  $f(\xi, t)$  et  $g(\xi, t)$  sont des fonctions différentiables réelles et complexes respectivement. On obtient l'équation suivante quand on remplace l'équation (19) dans l'équation (18) :

$$i \frac{D_{\xi}(g.f)}{f^2} + \alpha(\xi) \left[ \frac{D_t^4(g.f)}{f^2} - 6 \frac{D_t^2(g.f) D_t^2(f.f)}{f^2} + 6 \frac{g}{f} \left( \frac{D_t^2(f.f)}{f^2} \right)^2 - \frac{g D_t^4(f.f)}{f^2} \right] + \beta(\xi) \frac{g^2 g^*}{f^3} = 0 \quad (20)$$

Pour expliquer comment on a trouvé l'équation (20), on doit évoquer certaines propriétés de la méthode de Hirota. Les équations de Hirota sont obtenues en introduisant l'opérateur de Hirota  $D$ , les équations obtenues sont appelées les dérivatives de Hirota :

$$D_t^4(g.f) = (\partial_t - \partial_{t'})^4 [g(t).f(t')] |_{t=t'} \quad (21)$$

$$D_t^2(g.f) = (\partial_t - \partial_{t'})^2 [g(t).f(t')] |_{t=t'} \quad (22)$$

$$D_{\xi}(g.f) = (\partial_{\xi} - \partial_{\xi'}) [g(\xi).f(\xi')] |_{\xi=\xi'} = g_{\xi} f - f_{\xi} g \quad (23)$$

Notons que la dérivé peut être écrite sous plusieurs formes :

$$\frac{\partial^4}{\partial t^4} f = f_{tttt} = \partial_t^4 f \quad (24)$$

Pour plus d'informations sur les propriétés de la méthode de Hirota Bilinéaire, voir les référence [77] :

Il en découle les équations de Hirota suivantes:

$$i \frac{D_{\xi}(g.f)}{f^2} + \alpha(\xi) \frac{D_t^4(g.f)}{f^2} = 0 \quad (25)$$

$$- \alpha(\xi) \frac{g D_t^4(f.f)}{f^2} + \beta(\xi) \frac{g^2 g^*}{f^3} = 0 \quad (26)$$

$$\frac{D_t^2(g.f) D_t^2(f.f)}{f^2} = 0 \quad (27)$$

$$\left( \frac{D_t^2(f.f)}{f^2} \right)^2 = 0 \quad (28)$$

Le développement de  $f(\xi, \tau)$  et  $g(\xi, \tau)$  selon les puissances du paramètre arbitraire  $\chi$  donne:

$$g = \chi g_1 + \chi^2 g_2 + \chi^3 g_3 + \dots \quad (29)$$

$$f=1+\chi^2 f_1+\chi^3 f_2+\dots\dots\dots (30)$$

On va utiliser les expressions de Hirota pour trouver une solution en remplaçant les équations (29) et (30) dans les équations (25-28) selon la puissance du paramètre  $\chi$ :

À partir de l'équation (25):

$$X^1: \partial_\xi(g_1 \cdot 1) + \alpha(\xi)\partial_t^4(g_1 \cdot 1) = 0 \quad (31)$$

$$X^2: i \partial_\xi(f_1 \cdot 1) + \alpha(\xi)\partial_t^4(1 \cdot f_1) = 0 \quad (32)$$

$$X^3: i \partial_\xi(g_1 \cdot f_1) + \alpha(\xi)\partial_t^4(g_1 \cdot f_1) = 0 \quad (33)$$

À partir de l'équation (26):

$$X^1: -\alpha(\xi)\partial_t^4(1 \cdot 1) + \beta(\xi) g_1 \cdot 1 = 0 \quad (34)$$

$$X^2: -\alpha(\xi)\partial_t^4(1 \cdot f_1) + \beta(\xi)g_1 \cdot g_1^* = 0 \quad (35)$$

À partir de l'équation (27):

$$X^1: \partial_t^2(g_1 \cdot 1)\partial_t^2(1 \cdot 1) = 0 \quad (36)$$

$$X^2: \partial_t^2(g_1 \cdot f_1)\partial_t^2(1 \cdot 1) = 0 \quad (37)$$

À partir de l'équation (28):

$$X^2: (\partial_t^2(1 \cdot f_1))^2 = 0 \quad (38)$$

$$X^4: (\partial_t^2(f_1 \cdot f_1))^2 = 0 \quad (39)$$

• **La solution d'un soliton unique:**

A partir des dérivatives précédentes on prend l'équation (31) pour l'intégrer et déduire l'expression de  $g_1$ :

$$g_1 = e^{\eta_1} \quad (40)$$

En remplaçant l'équation (40) dans l'équation (31) on obtient :

$$\eta_1 = pt + w(\xi) \quad (41)$$

Et :

$$w(\xi) = ip^4 \int \alpha(\xi) + w_0 \quad (42)$$

Comme  $\eta_1$  est un nombre complexe, on peut extraire à partir de l'équation (41) que :

$$w(\xi) = ip^4 \int \alpha(\xi) + w_0 = 0 \quad (43)$$

On obtient aussi à partir de l'intégration de l'équation (42) :

$$f_1 = \theta_{11} e^{\eta_1 + \eta_1^*} \quad (44)$$

Tel que:

$$\eta_1 = p t + w(\xi) \quad (45)$$

Et :

$$\theta_{11} = \frac{\lambda}{(\gamma_{11})^4} \quad (46)$$

Et :  $\lambda$  est une constante d'intégration

Et :

$$\gamma_{11} = 2p \quad (47)$$

En remplaçant dans (19), l'enveloppe U s'exprime comme suit :

$$U = \frac{g_1}{1+f_1} = \frac{e^{\eta_1}}{1+\theta_{11}e^{\eta_1+\eta_1^*}} \quad (48)$$

- **La solution de deux solitons:**

Pour construire la solution de deux solitons on utilise l'équation (29) et (30). On doit noter que la méthode de Hirota Bilinéaire nous permet de construire les solutions solitoniques un par un, ç-à-d que la solution de deux solitons (2SS) est construite à partir d'une seule solution solitonique (1SS), et les trois solutions solitoniques (3SS) sont aussi construits à partir de la solution de deux solitons (2SS). La technique avec laquelle on obtient la solution de deux solitons est la même que celle d'une solution : on intègre les dérivatives, on remplace la solution pour trouver la constante d'intégration et on trouve la solution. A partir de l'intégrale on trouve :

$$g_1 = e^{\eta_1+\eta_2} \quad (49)$$

Tel que:

$$\begin{cases} \eta_1 = p_1 t + w_1(\xi) \\ \eta_2 = p_2 t + w_2(\xi) \end{cases} \quad (50)$$

Et :

$$f_1 = \theta_{11}e^{\eta_1+\eta_1^*} + \theta_{12}e^{\eta_1+\eta_2^*} + \theta_{21}e^{\eta_2+\eta_1^*} + \theta_{22}e^{\eta_2+\eta_2^*} \quad (51)$$

À partir des dérivatives de Hirota on obtient:

$$g_2 = \delta_1 e^{\eta_1+\eta_1^*+\eta_2} + \delta_2 e^{\eta_1+\eta_2^*+\eta_2} \quad (52)$$

Et:

$$f_2 = \delta_1 \delta_2 e^{\eta_1+\eta_1^*+\eta_2^*+\eta_2} \quad (53)$$

Où:

$$\delta_1 = \theta_{11} + \theta_{21} \quad (54)$$

$$\delta_2 = \theta_{22} + \theta_{12} \quad (55)$$

Alors la solution de deux solitons est:

$$U = \frac{g_1 + g_2}{1 + f_1 + f_2} = \frac{e^{\eta_1 + \eta_2 + \delta_1} e^{\eta_1 + \eta_1^* + \eta_2 + \delta_2} e^{\eta_1 + \eta_2^* + \eta_2}}{1 + \theta_{11} e^{\eta_1 + \eta_1^* + \theta_{12}} e^{\eta_1 + \eta_2^* + \theta_{21}} e^{\eta_2 + \eta_1^* + \theta_{22}} e^{\eta_2 + \eta_2^* + \delta_1} \delta_2 e^{\eta_1 + \eta_1^* + \eta_2^* + \eta_2}} \quad (56)$$

### II.2.2.3. La méthode d'Ansatz

Dans cette partie on applique la méthode d'Ansatz [77], à l'équation générale de Schrodinger suivante :

$$E_z = -i \frac{\beta_2}{2} E_{tt} + i \gamma_1 |E|^2 E + i \frac{\beta_3}{6} E_{ttt} - i \gamma_2 |E|^4 E + i \frac{\beta_4}{24} E_{tttt} \quad (57)$$

Tel que:

$$E_z = \frac{\partial}{\partial z} E$$

$$E_{tttt} = \frac{\partial^4}{\partial t^4} E$$

$\gamma_1$  est le coefficient de la nonlinéarité Kerr cubique

$\gamma_2$  est le coefficient de la nonlinéarité Kerr quintique

Soit la solution de l'amplitude complexe présentée par Li et al [78], sous la forme :

$$E(z,t) = q(z,t) \exp[\phi(kz - \Omega t)] \quad (58)$$

Avec

$q(z,t)$  : la fonction d'enveloppe complexe

$\phi(kz - \Omega t)$  : le shift linéaire de la phase.

En remplaçant cette solution dans l'équation (57) et en levant le terme exponentiel, cette équation prend la forme suivante :

$$i q_z + a_5 q + a_2 q_{tt} + i a_1 q_t + i \gamma_1 |q|^2 q - i a_3 q_{ttt} + i \gamma_2 |q|^4 q + a_4 q_{tttt} = 0 \quad (59)$$

Tel que :

$$a_1 = \beta_2 \Omega + \left(\frac{\beta_3}{2}\right) \Omega^2 + \left(\frac{\beta_4}{6}\right) \Omega^3 \quad (60)$$

$$a_2 = -\frac{1}{2} (\beta_2 + \beta_3 \Omega + \left(\frac{\beta_4}{2}\right) \Omega^2) \quad (61)$$

$$a_3 = \frac{1}{6} (\beta_3 + \Omega \beta_4) \quad (62)$$

$$a_4 = \frac{1}{24} \beta_4 \quad (63)$$

$$a_5 = k - \left(\frac{\beta_2}{2}\right) \Omega^2 + \left(\frac{\beta_3}{6}\right) \Omega^3 + \left(\frac{\beta_4}{24}\right) \Omega^4 \quad (64)$$

Dans ce qui suit, on considère comme solution la fonction d'enveloppe complexe sous la forme de la superposition de l'amplitude du soliton noir avec celle du soliton brillant A condition que l'amplitude de solutions d'ondes solitaires soit non nulle lorsque la variable du temps s'approche à l'infini, alors :

$$q(z,t) = i\beta + \lambda \tanh[\eta(t - \chi z)] + i\rho \operatorname{sech}[\eta(t - \chi z)] \quad (65)$$

La fonction de déphasage non linéaire (Shift phase) s'écrit sous l'expression :

$$\emptyset(z,t) = \arctan\left[\frac{\beta + \rho \lambda \operatorname{sech}[\eta(t - \chi z)]}{\lambda \tanh[\eta(t - \chi z)]}\right] \quad (66)$$

Où les paramètres  $k$ ,  $\eta$ ,  $\chi$  et  $\Omega$  sont des valeurs réelles ;  $\beta$ ,  $\lambda$  et  $\rho$  peuvent être des nombres complexes ou réels. En plus, les paramètres  $\eta$ ,  $\chi$  désignent respectivement la largeur d'impulsion et le décalage de l'inverse de vitesse de groupe.

L'amplitude peut être écrite sous la forme suivante :

$$|q(z,t)| = \{(\beta^2 + \lambda^2) + 2\lambda\beta \operatorname{sech}[\eta(t - \chi z)] + (\rho^2 + \lambda^2)\operatorname{sech}^2[\eta(t - \chi z)]\}^{\frac{1}{2}} \quad (67)$$

Ensuite on obtient les équations paramétriques suivantes en remplaçant l'équation (59) et (65) dans l'équation (59):

$$\rho\{a_2\eta^2 + a_4\eta^4 + \gamma_1(3\beta^2 + \lambda^2) + (\beta^2 + \lambda^2)(5\beta^2 + \lambda^2)\gamma_2 - a_5\} = 0 \quad (68)$$

$$\lambda\{-\chi\eta + a_1\eta - 4a_3\eta^3\} + \beta\{(3\rho^2 - \lambda^2)[\gamma_1 + 2(\beta^2 + \lambda^2)\gamma_2 + 4\rho^2\beta^2\gamma_2]\} = 0 \quad (69)$$

$$\rho\{-2a_2\eta^2 - 20a_4\eta^4 + (\rho^2 - \lambda^2)[\gamma_1 + 2(3\beta^2 + \lambda^2)\gamma_2 + 4\rho^2\beta^2\gamma_2]\} = 0 \quad (70)$$

$$6a_3\eta^3\lambda + \beta\gamma_2[(\rho^2 - \lambda^2)(5\rho^2 - \lambda^2)] = 0 \quad (71)$$

$$\rho[24a_4\eta^4 + \gamma_2(\rho^2 - \lambda^2)(\rho^2 - \lambda^2)] = 0 \quad (72)$$

$$\rho[6a_3\eta^3 + 4\lambda\beta\gamma_2(\rho^2 - \lambda^2)] = 0 \quad (73)$$

$$\lambda\{-2a_2\eta^2 - 8a_4\eta^4 + (\rho^2 - \lambda^2)[\gamma_1 + 2(\beta^2 + \lambda^2)\gamma_2 + 4\rho^2\beta^2\gamma_2]\} = 0 \quad (74)$$

$$\rho\{-\chi\eta + a_1\eta - a_3\eta^3\} + 2\lambda\beta[\gamma_1 + 2(\beta^2 + \lambda^2)\gamma_2] = 0 \quad (75)$$

$$\lambda[24a_4\eta^4 + \gamma_2(\rho^2 - \lambda^2)] = 0 \quad (80)$$

$$\lambda\{(\beta^2 + \lambda^2)[\gamma_1 + 2(\beta^2 + \lambda^2)\gamma_2] - a_5\} = 0 \quad (81)$$

$$\beta\{(\beta^2 + \lambda^2)[\gamma_1 + 2(\beta^2 + \lambda^2)\gamma_2] - a_5\} = 0 \quad (82)$$

A l'aide des équations paramétriques précédentes on rappelle les différents cas considérés par l'auteur de [28,29]:

- **Premier cas** :  $\beta_3 = \beta_4 = \gamma_2 = 0$

On obtient :

$$q(z,t) = i\beta + i\rho \operatorname{sech}[\eta(t - \chi z)] \quad (83)$$

Où :

$$\chi = \Omega\beta_2 \quad (84)$$

$$\eta^2 = \frac{4\gamma_1}{\beta_2}\beta_2 \quad (85)$$

$$k = \frac{\beta_2}{2}\Omega^2 + \beta_2\gamma_1 \quad (86)$$

- **Deuxième cas** :  $\rho = 0, \beta \neq 0, \lambda \neq 0, \beta_3 = \gamma_2 = 0$

la solution est donc :

$$q(z,t) = i\beta + \lambda \tanh[\eta(t - \chi z)] \quad (87)$$

Avec :

$$\chi = 0 \quad (88)$$

$$\eta = -\frac{\gamma_2}{2\Omega\beta_2}\beta\lambda^3 \quad (89)$$

$$k = \frac{1}{24}\beta_2\Omega^2 + \gamma_2\lambda^4 \quad (90)$$

$$\Omega^2 = \frac{-2\beta_2}{\beta_4} \quad (91)$$

## II.2.3. Simulation de la propagation numérique des impulsions solitoniques modélisée par l'équation de Schrodinger nonlinéaire simplifiée

### II.2.3.1 La balance entre $L_{NL}$ et $L_D$ :

Le soliton reste parfait si la longueur dispersive compense exactement la longueur non-linéaire, mais il y a des cas où ces deux quantités ne sont pas égales. Dans ce qui suit, on étudie l'influence de la balance entre les deux longueurs sur le comportement du soliton [76]. La dispersion et la non linéarité sont directement liées à la longueur dispersive et la longueur non linéaire :

$$L_{NL} = \frac{1}{\gamma P_0} \quad (92)$$

$$L_D = \frac{T_0^2}{\beta_2} \quad (93)$$

La variation de l'une de ces quantités se répercute sur l'intensité du soliton. Cela est montré dans la figure (II.11) :

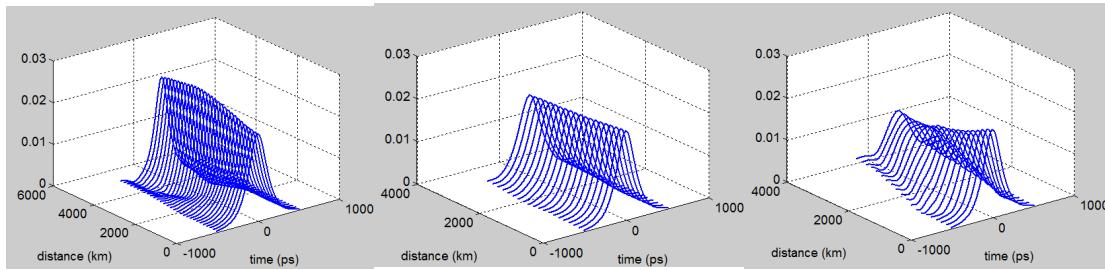


Figure (II.11.(a)) :  $L_{NL} > L_D$

Figure(II. 11. (b))  $L_{NL} = L_D$

Figure(II.11.(c)) :  $L_{NL} < L_D$

Fig II.11 : illustration de l'influence de la balance entre la longueur de nonlinéarité et de dispersion

La figure (II.11) représente l'effet du déséquilibre entre  $L_{NL}$  et  $L_D$ . La diminution de l'intensité a lieu au départ de la propagation dans le cas où  $L_{NL} > L_D$ , et après le début de propagation dans le cas contraire ( $L_{NL} < L_D$ ). Le soliton est stable seulement si  $L_{NL} = L_D$ .

### II.2.3.2 les solutions du type gaussienne, supergaussienne et secante hyperbolique

L'équation de Schrödinger simplifiée a comme solution les trois expressions :

- Impulsion gaussienne

$$u = A \cdot \exp\left(-\frac{\tau^2}{2T_0}\right) \quad (94)$$

- Impulsion super gaussienne

$$u = A \cdot \exp\left(-\frac{(1+iC)\tau^{2m}}{2T_0^{2m}}\right) \quad (95)$$

- Impulsion Sécante-Hyperbolique

$$u = \text{sech}(\tau/T_0) \quad (96)$$

Leurs graphes sont illustrés dans la figure (II.12) :

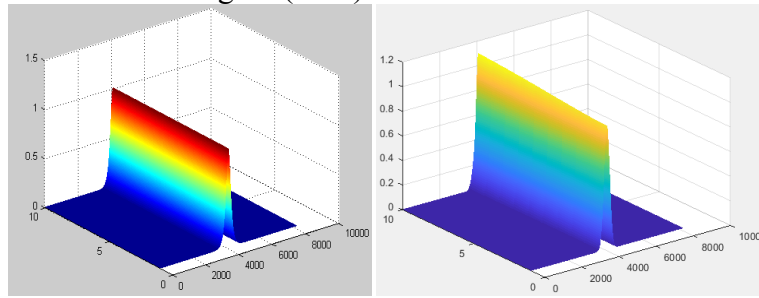


Fig II. 12.(a) Profil sécante

Fig II. 12.(b) Profil gaussien m=1

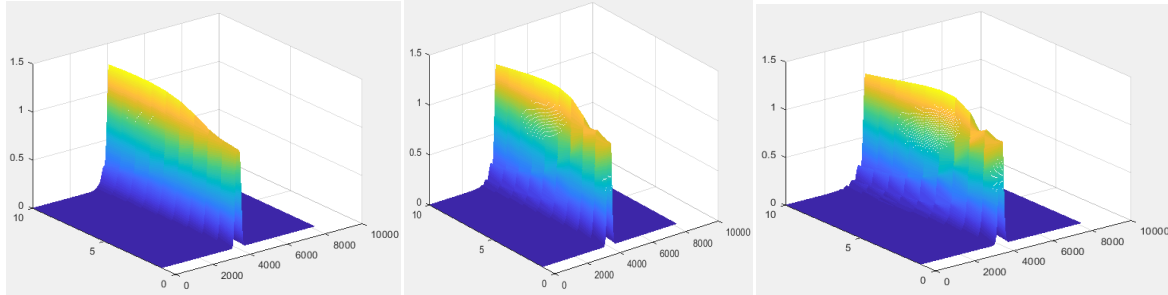


Fig II.12.(c) : Profil supergaussien m=2 ; Fig II.12.(d) :Profil supergaussien m=3 ; Fig II.12.(e) :Profil supergaussien m=4

Fig II.12 Graphes des différents types de solutions de l'équation de Schrödinger non-linéaire simplifiée

### II.2.3.3 Les solitons d'ordres supérieurs :

Le soliton se propage sous la forme d'un soliton d'ordre supérieur dans le cas où N prend les valeurs supérieures à 1 : 2,3,4,.....[75] .Son expression standard est donnée par :

$$A = N^2 A_0 \text{sech}(T/T_0) \exp(i \frac{\pi Z}{4 Z_0}) \quad (100)$$

Où sous la forme normalisée:

$$u(z,\tau) = N \text{sech}(\tau) e^{iz/2} \quad (101)$$

Celle de la période spatiale du soliton est :

$$Z_0 = \frac{\pi T_0^2}{2 |\beta_2|} \quad (102)$$

L'ordre du soliton est :

$$N^2 = \gamma P_0 \frac{T_0^2}{|\beta_2|} \quad (103)$$

Le soliton est dit soliton d'ordre supérieur [70,71], si N est plus grand que 1; [74] l'évolution est dans ce cas périodiquement dépendante de Z. L'interprétation physique est que le chirp positif généré par SPM est supérieur au chirp négatif produit par GVD .A cause de cela, ces deux chirps ne peuvent être compensés complètement.

L'équation de Schrödinger non-linéaire qui prend en compte les ordres supérieurs des solitons est la suivante:

$$i \frac{\partial u}{\partial \xi} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial \tau^2} + N^2 |u|^2 u = 0 \quad (104)$$

On voit bien que l'opérateur non-linéaire est affecté par l'ordre du soliton. C'est la raison pour laquelle la dispersion n'atteint pas la valeur qui compense la non linéarité. L'allure du spectre dans le domaine temporel (où fréquentiel) est reliée à la valeur de N.

Les solitons d'ordres supérieurs sont soumis à toutes sortes de perturbations : Hamiltonien (biréfringence, dispersion) ou non-Hamiltonien (atténuation, effet Raman, auto-raïdissement). Contrairement aux solitons fondamentaux qui sont robustes, conservent leurs énergies en présence des effets Hamiltoniens et perdent leurs énergies en présence des perturbations non-Hamiltoniennes.

Le phénomène impressionnant concernant les solitons d'ordres supérieurs est la désintégration en semi-solitons (soliton-like) dont le nombre est égal à l'ordre du soliton (par exemple, le soliton d'ordre 3 se désintègre en 3 impulsions). Le premier soliton est en avance alors que les suivants sont en retard. L'éclatement des solitons d'ordres supérieurs est produit par l'effet Raman [79], auto-raïdissement et la dispersion d'ordres supérieurs (cela sera étudié ultérieurement dans le chapitre suivant). La désintégration des solitons d'ordres supérieurs sont appliqués dans la génération des supercontinuum et aussi la compression des impulsions à l'échelle femtoseconde [80].

A cause de leur périodicité spatiale, les solitons d'ordres supérieurs ne sont pas adaptés à la transmission de l'information comme les solitons fondamentaux. L'étude de la périodicité des solitons d'ordres supérieurs est faite dans ce travail [74]. Les formes propres aux ordres solitoniques 2, 3, 4 et 5 sont représentées dans les figures (II.13.(a)), (II.14.(a)), (II.15.(a)), (II.16.(a)). Les figures (II.13.(b)), (II.14.(b)), (II.15.(b)), (II.16.(b)) représentent l'évolution de ces solitons :

- **Soliton d'ordre 2 :**

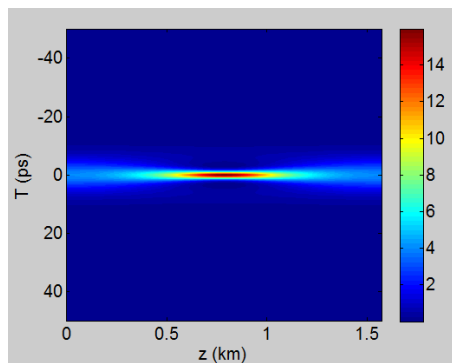


Fig II.13.(a) Soliton d'ordre 2 sur une période

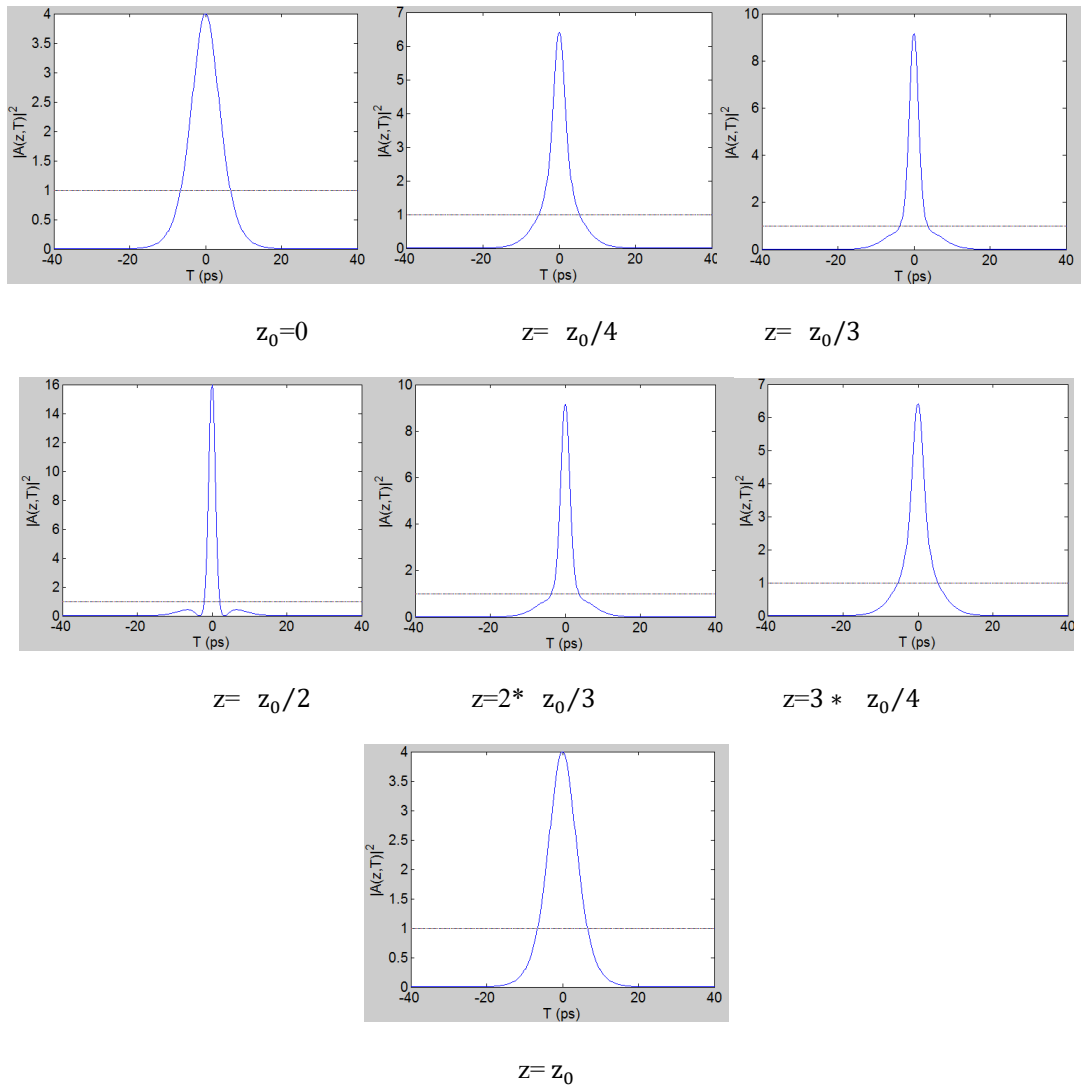


Fig II.13.(b) Evolution du soliton d'ordre 2

- **Soliton d'ordre 3 :**

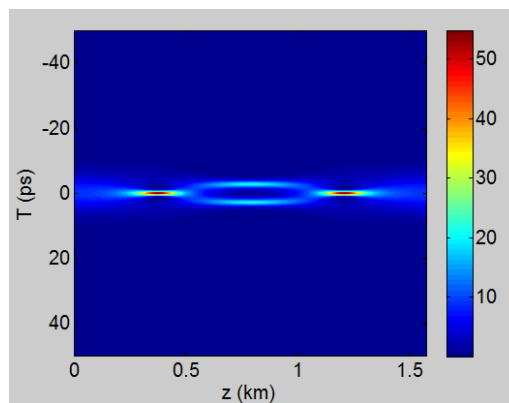


Fig II.14.(a) Soliton d'ordre 3 sur une période

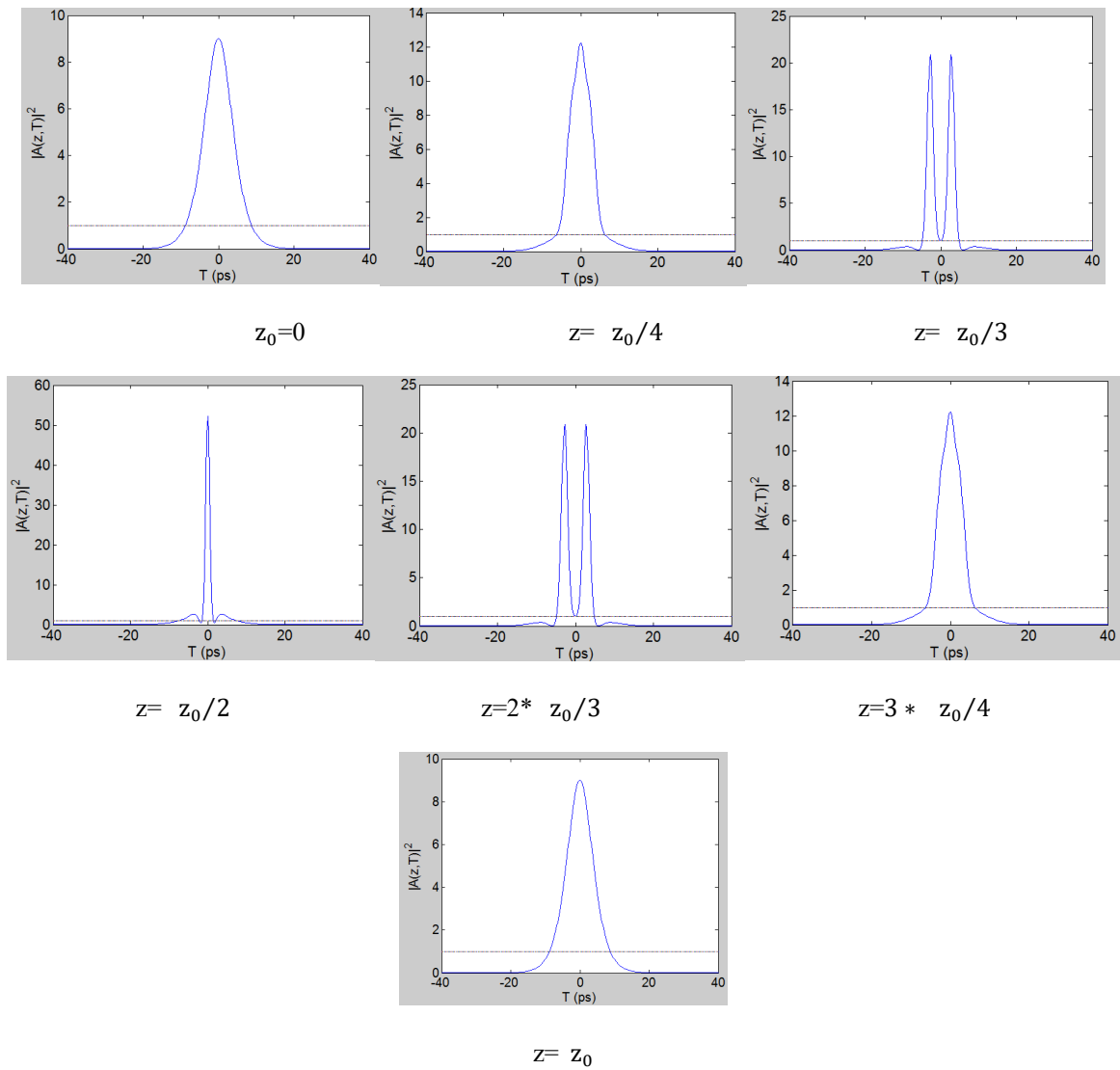


Fig II.14.(b) Evolution du soliton d'ordre 3

- **Soliton d'ordre 4 :**

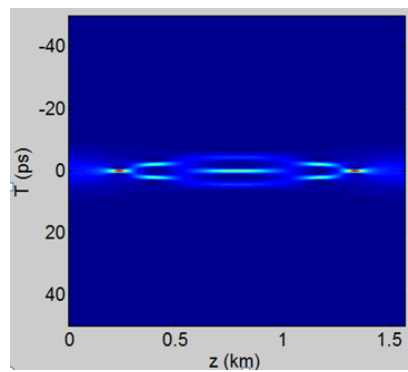


Fig II.15.(a) Soliton d'ordre 4 sur une période

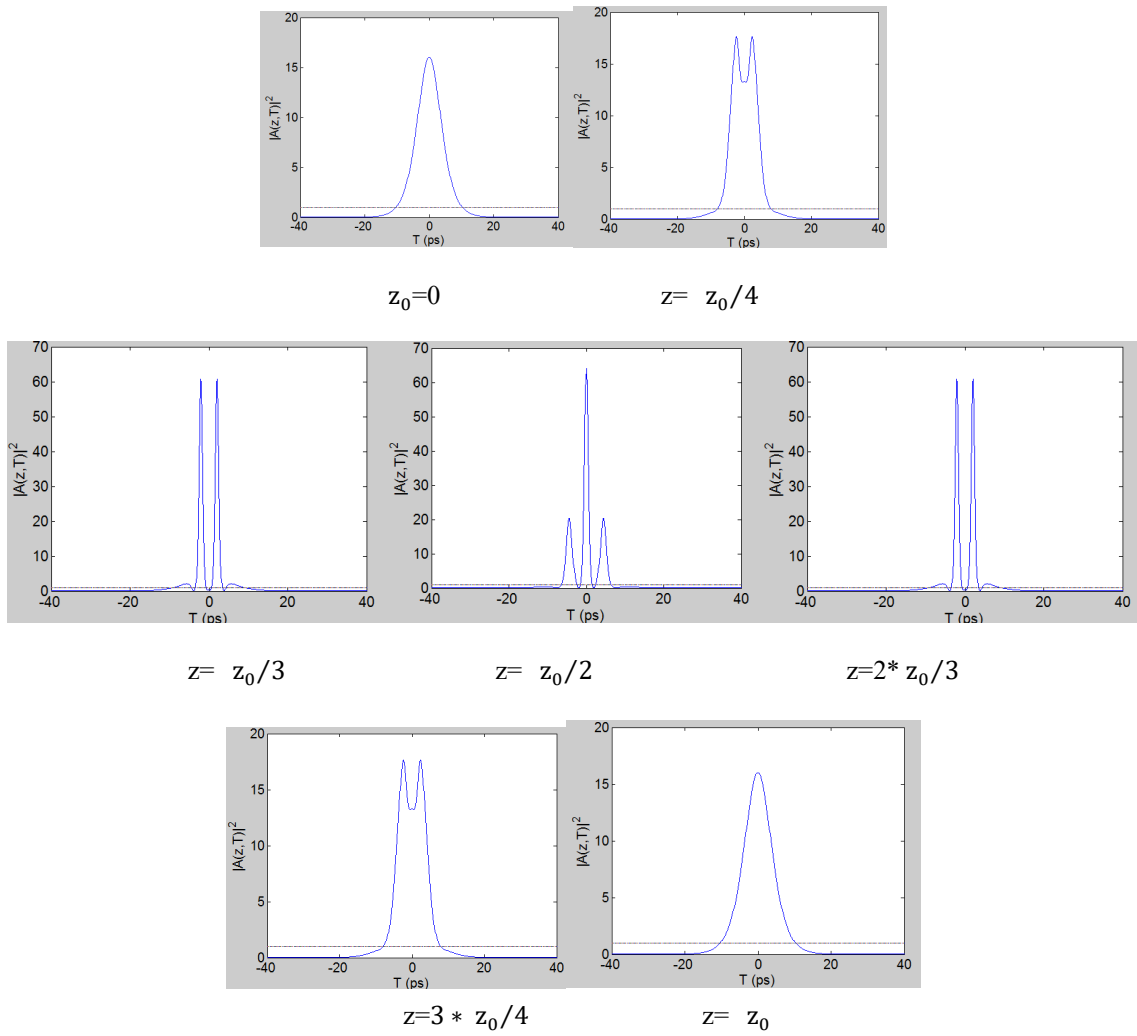


Fig II.15.(b) Evolution du soliton d'ordre 4

- Soliton d'ordre 5 :

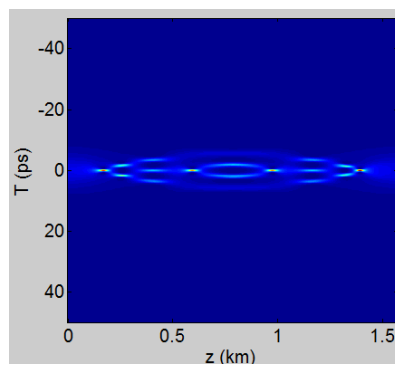


Fig II.16.(a) Soliton d'ordre 5 sur une période

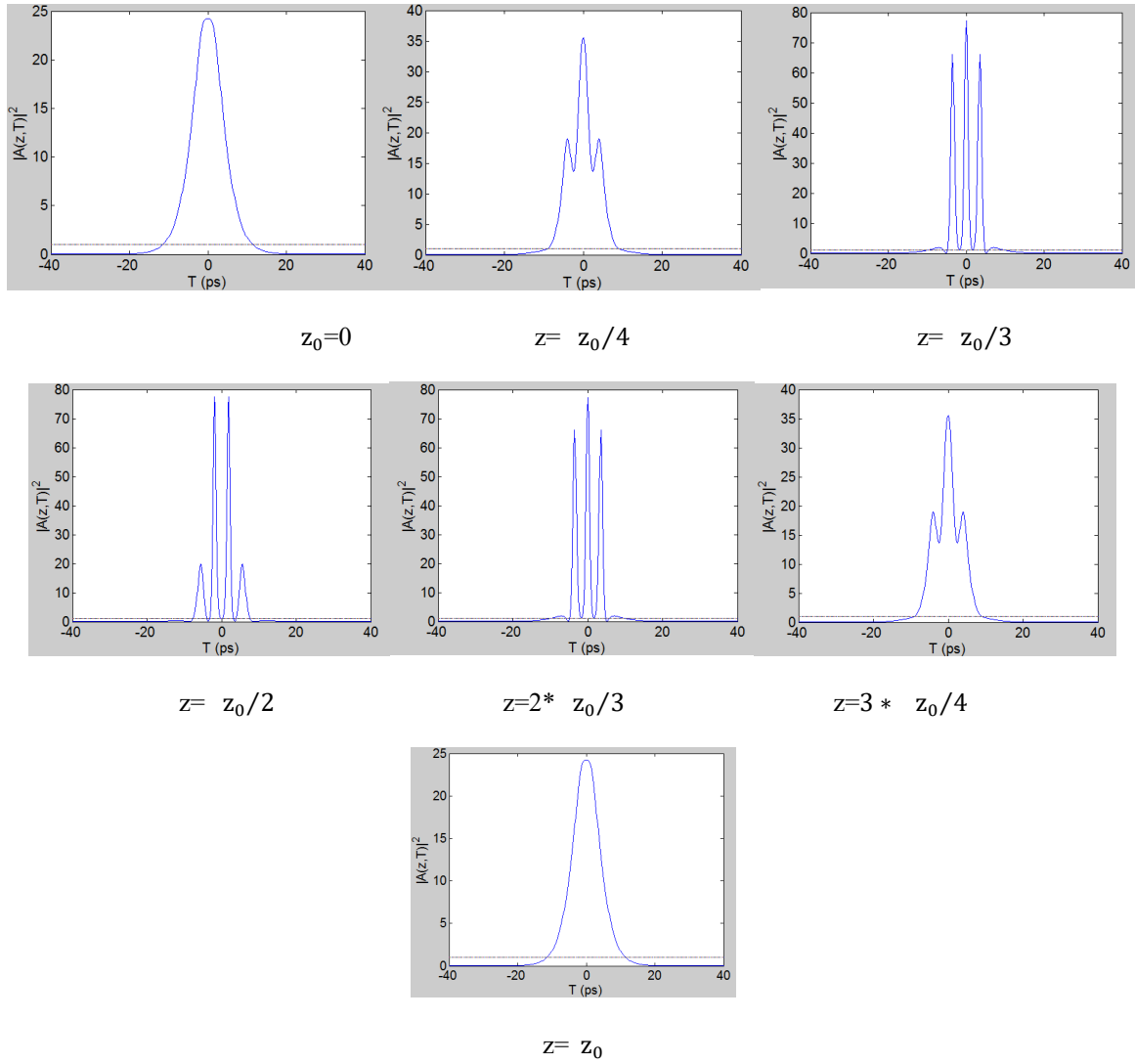


Fig II.16.(b) Evolution du soliton d'ordre 5

#### **II.2.3.4. Le soliton noir**

Les solitons noirs [79-84] sont aussi utilisés pour transférer l'information, car par rapport au soliton brillant [85], il est plus rapide et a une plus haute stabilité en raison de leur insensibilité à la gigue temporelle, à l'effet Raman et l'atténuation. Cependant, sa production nécessite plus d'énergie que celle d'un soliton brillant. Ces solitons sont le résultat de la compensation de la dispersion normale avec un chirp de nonlinéarité négatif afin d'obtenir un trou de lumière dans un fond continu. Le soliton noir est donné par la formule :

$$u = \tanh(\tau/T_0) \quad (105)$$

Or, il y a l'expression suivante qui permet de discuter la noirceur [86-88] du soliton noir :

$$u = B * \left(\frac{1}{B^2} \operatorname{sech}^2(B\tau)\right)^{1/2} \quad (106)$$

Le soliton est dit « soliton noir » si son coefficient de noirceur  $B=1$ , alors que le soliton est dit gris si  $B<1$ .

Plusieurs solitons noirs sont simulés dans la figure (II.17) et les valeurs du coefficient de noirceur sont respectivement :  $B=0.25, 0.5, 0.75$ .

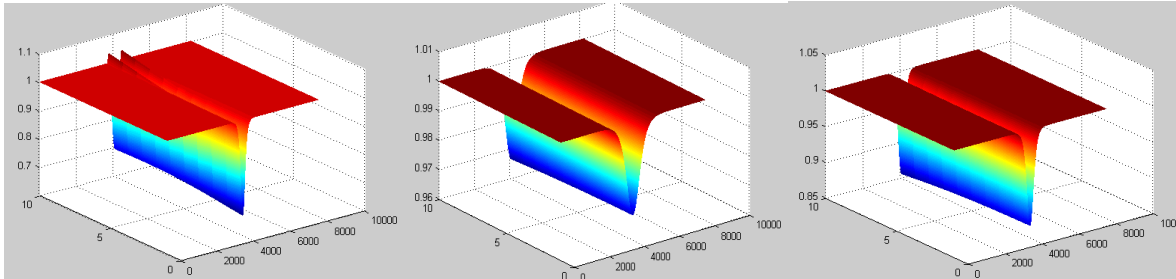


Fig II.17.(a) soliton gris pour  $B=0.25$  Fig II.17.(b) soliton gris pour  $B=0.50$  Fig II.17.(c) soliton gris pour  $B=0.75$

Fig II.17 Evolution du soliton gris

Le coefficient de noirceur influe sur l'intensité du soliton gris comme représenté dans la figure (II.17) d'une façon proportionnelle. Ces figures montrent que même les solitons gris demeurent constants lors de leurs propagations [89].

#### II.2.3.5. L'atténuation

L'équation de Schrödinger contenant les pertes s'écrit comme suit :

$$i \frac{\partial u}{\partial \xi} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial \tau^2} + |u|^2 u + \frac{i}{2} \Gamma u = 0 \quad (107)$$

L'équation ci-dessus n'est soluble que si elle est simplifiée. C'est pourquoi pour pouvoir simuler l'effet des pertes sur les solitons, on doit utiliser la transformé de fourrier. Le terme d'atténuation une fois rajouté à la transformé de fourrier, il induit une diminution en intensité sur le spectre du soliton fondamental, alors que son effet est différent sur les solitons d'ordre supérieurs, car en plus de la diminution en intensité, il provoque un retard du soliton par rapport à sa période, ou autrement dit, une prolongation du soliton. Par contre, pour un train de solitons, l'atténuation mène à un chevauchement entre les solitons, ce qui entraîne une disparition complète de l'information. L'effet du coefficient d'atténuation qu'on étudie dans cette partie est représenté sur les figures suivantes qui montrent que ce coefficient emmène une diminution progressive de l'intensité du spectre, alors que les autres paramètres restent invariables. Il est à noter que plus le coefficient augmente plus la déformation est importante.

Les résultats de simulation montrent que l'atténuation du soliton fondamental connaît une diminution en intensité proportionnelle au coefficient de perte (figure II.18.(a)).

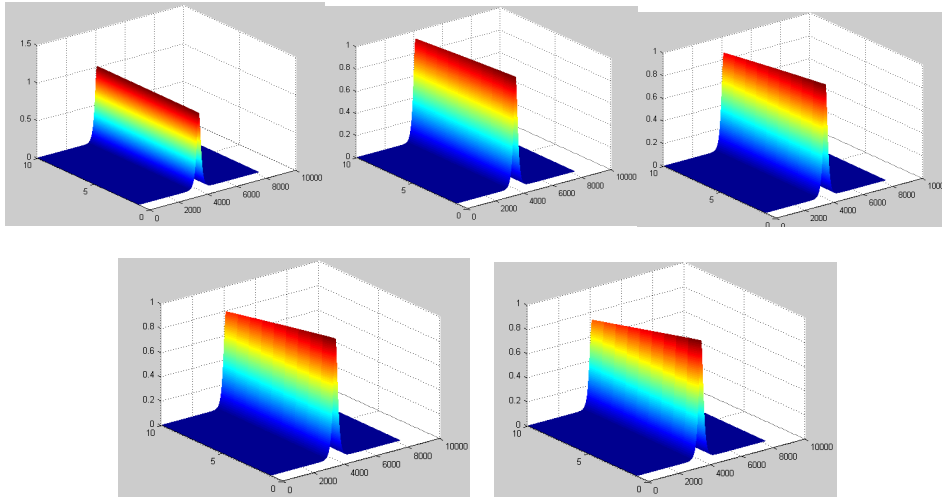


Fig II.18.(a) : Représentation de l'atténuation du soliton fondamental par les pertes de la fibre pour les valeurs respectives suivantes  $\alpha = 0, 0.3, 0.6, 0.9, 1.2$  dB /km

La figure (II.18.(b)) montre l'effet des pertes sur les solitons d'ordre 2. On voit que le coefficient d'atténuation provoque non seulement l'atténuation, mais aussi influe sur la périodicité spatiale du soliton d'ordre supérieur.

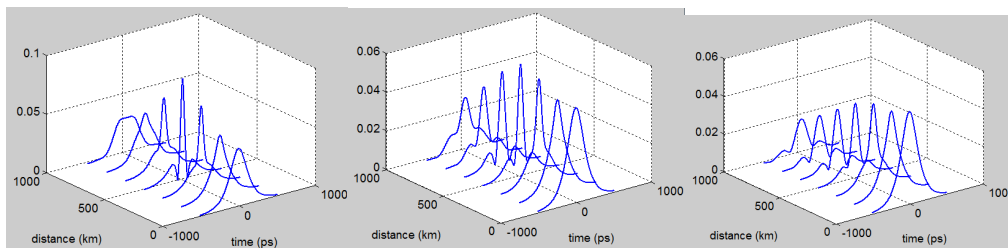


Fig II.18.(b) La diminution en intensité du soliton d'ordre 2 par l'atténuation de l'ordre de  $\alpha = 0.01, 0.02, 0.03$  dB/km

## II.5. Conclusion

Dans ce chapitre l'équation de Schrödinger simplifiée est considérée. Cette équation a plusieurs solutions possibles : soliton fondamentaux du type (sécante hyperbolique, gaussienne, super gaussienne), soliton brillant, soliton noir, et enfin les solitons d'ordre supérieur. L'effet de l'atténuation est aussi considéré.

## **Chapitre III**

# ***Interactions des Solitons Co-propagatifs dans une Fibre Optique***

### **III.1.Introduction**

Le développement des moyens de télécommunications a toujours été un souci majeur pour l'homme. La croissance du trafic de l'information nécessite le développement des réseaux de télécommunications toujours plus performants. Pour y parvenir et grâce à des efforts de recherches la capacité et la portée des liaisons optiques ont augmenté considérablement ces dernières décennies. L'augmentation du débit ( $B=1/T_B$ ) par canal et le régime de propagation solitonique ont également contribué à l'amélioration de la capacité des liaisons. Cependant si l'intervalle du temps bit  $T_B$  du soliton est réduit, le taux d'erreur augmente. En effet, si la séparation temporelle seuil est franchie, les solitons deviennent assez proches et créent des interactions nuisibles induites par l'effet Kerr, ainsi que l'échange d'énergie induit par le mélange à quatre ondes (FWM). Cet effet surnommé « la Gigue temporelle de Gordon Haus » a des conséquences sérieuses qui limitent la performance des systèmes de communication [90-111].

La propagation des solitons à travers les fibres optiques peut être modélisée par la fameuse équation de Schrodinger non-linéaire. Pour les impulsions en régime des picosecondes, les impulsions peuvent être décrites avec l'NLSE simplifiée, mais dans le régime des femtosecondes les effets d'ordre supérieurs comme la dispersion du troisième ordre, auto-raïdissement et l'effet Raman doivent être considérés. La propagation est donc décrite par l'équation de Schrödinger généralisée (GNLS) obtenue par Kodama et Hasegawa [112,113]. Le commun entre les effets d'ordres supérieurs est la déviation temporelle des solitons fondamentaux menant à une variation de la vitesse de propagation. Or, cette déviation est transmise dans le spectre fréquentiel par la création d'une onde dispersive qui se décale progressivement de l'onde solitonique. Ce résultat a été confirmé dans plusieurs travaux expérimentaux [114-116]. Quant aux solitons d'ordres supérieurs ils se fissionnent en N solitons fondamentaux sous l'influence des effets d'ordre supérieurs. Ce phénomène est utilisé expérimentalement pour la génération des supercontinuum [117-122]. Lorsqu'il s'agit des interactions des solitons, les effets d'ordre supérieurs peuvent être bénéfiques avec leur capacité de séparer les solitons adjacents. En outre, l'équation de Schrödinger non-linéaire généralisée est adéquate pour les fibres optiques idéales. Mais en réalité, le milieu du cœur est inhomogène. Pour résoudre le problème on doit utiliser l'équation de Schrödinger à coefficients variables (vc-HNLS) [123-133]. Cette équation admet des solutions du type 'les solitons à gestion de dispersion' [134,135].

Pendant les dernières décennies, plusieurs travaux de recherches ont été accomplis pour minimiser les interactions des solitons et améliorer les systèmes de communications optiques [136,137]. La solution évidente consiste à séparer les solitons adjacents par une largeur temporelle égale à six fois la durée de l'impulsion [138-154], mais cette contrainte ne pouvant être observée fréquemment, on ne peut pas donc compter sur la séparation temporelle des solitons. Dans ce chapitre, on s'intéresse aux interactions des solitons pour passer en revue des solutions qui sont déjà en œuvre et ensuite proposer notre contribution afin d'avoir une propagation saine et sans interactions des solitons .

Dans la section.1, nous allons revoir les types d'interactions pouvant être attractives ou répulsives selon les paramètres utilisés (la phase et la séparation temporelle) et reconsidérer leurs rôles sur l'interaction des solitons [153].

Dans la section.2, on se concentre sur les interactions d'un ensemble de solitons et reconsidérer la possibilité de les séparer par différentes amplitudes [141].

Dans la section.3, nous discutons l'effet de la phase et des différentes amplitudes sur le scénario des collisions en présence de l'effet Raman par rapport aux travaux de l'auteur [155] concernant la séparation des solitons adjacents par l'effet Raman où il est expliqué que la dynamique des collisions dépend des deux effets Raman (intrapulse et interpulse).

Dans la section.4, en reconsidérant l'effet de la dispersion du troisième ordre (TOD) sur les interactions des solitons [156], on discute l'influence, dans les systèmes à gestion de dispersion, de la dispersion du troisième ordre (avec, sans et signe du TOD).

Dans la section.5, l'effet de la dispersion du quatrième ordre (FOD) sur les interactions est considéré. Pour cet objectif, en se basant sur le résultat de l'étude faite par [157] concernant l'effet de FOD sur le soliton fondamental on l'introduit sur deux solitons adjacents pour étudier son efficacité dans la suppression des interactions. La séparation des solitons par FOD n'a jamais été faite auparavant à notre connaissance.

Dans la section.6, on introduit le chirp temporel pour séparer deux solitons adjacents. Pour cela on refait premièrement l'effet du chirp sur le soliton fondamental considéré dans [158]. Ensuite on étudie l'effet du chirp sur les solitons qui ont différentes valeurs de GVD. Comme résultat, on montre que si le chirp est appliqué sur des solitons ayant des GVD très faibles ou bien nulles les interactions seront supprimées pour des solitons ayant différentes amplitudes, phases ou différents ordres des solitons. La séparation des solitons en utilisant le chirp n'a jamais été faite avant ce travail.

Dans la section.7, on considère la fission des solitons d'ordre supérieurs après l'interaction. Dans [159] la fission des solitons spatiaux est considérée. La fission des solitons d'ordres supérieurs sous l'effet Raman, la dispersion du troisième ordre TOD, et l'auto-raïdissement ont été étudiés dans [159-167]. En outre, l'étude de la fission des solitons temporelles sous l'effet des interactions n'a pas été faite précédemment à notre connaissance. Dans notre étude on analyse l'effet de la phase sur les solitons fondamentaux générés après la collision.

Dans la section.8, on reconsidère l'interaction des solitons d'ordres supérieurs en présence de l'atténuation qui est un effet sévère et inévitable dans les fibres optiques. Ce travail a été fait par les auteurs de [165], là où c'est prouvé que l'atténuation provoque la fusion des solitons d'ordres supérieurs au lieu de la fission.

Dans la section.9, on discute les interactions des solitons modélisés par l'équation de Schrödinger non-linéaire à coefficients variables qui prend en compte l'inhomogénéité de la fibre optique. L'étude de la solution de cette équation est faite dans [150], et dans notre article on discute l'effet des paramètres de ce modèle sur les interactions.

## III.2. Méthode :

Dans ce chapitre on a regroupé tous les types d'interactions qui peuvent intervenir entre les différents types de solitons. Afin de définir les causes et les conséquences des interactions, et dans le but de proposer des solutions et même de profiter des supercontinuuums générés due aux interactions, on a consacré ce chapitre contenant les résultats de la simulation sous environnement MATLAB. Les algorithmes rédigés sont instruits selon le diagramme illustré dans la figure.19, notant que tous nos algorithmes sont structurés par les trois étapes suivantes :

- Les données d'entrée
- L'équation gouvernante
- Les données de sortie

Comme fruit de notre étude, on a proposé des méthodes pour séparer les solitons co-propagatives, chose qui a été le sujet de plusieurs publications [157,158].

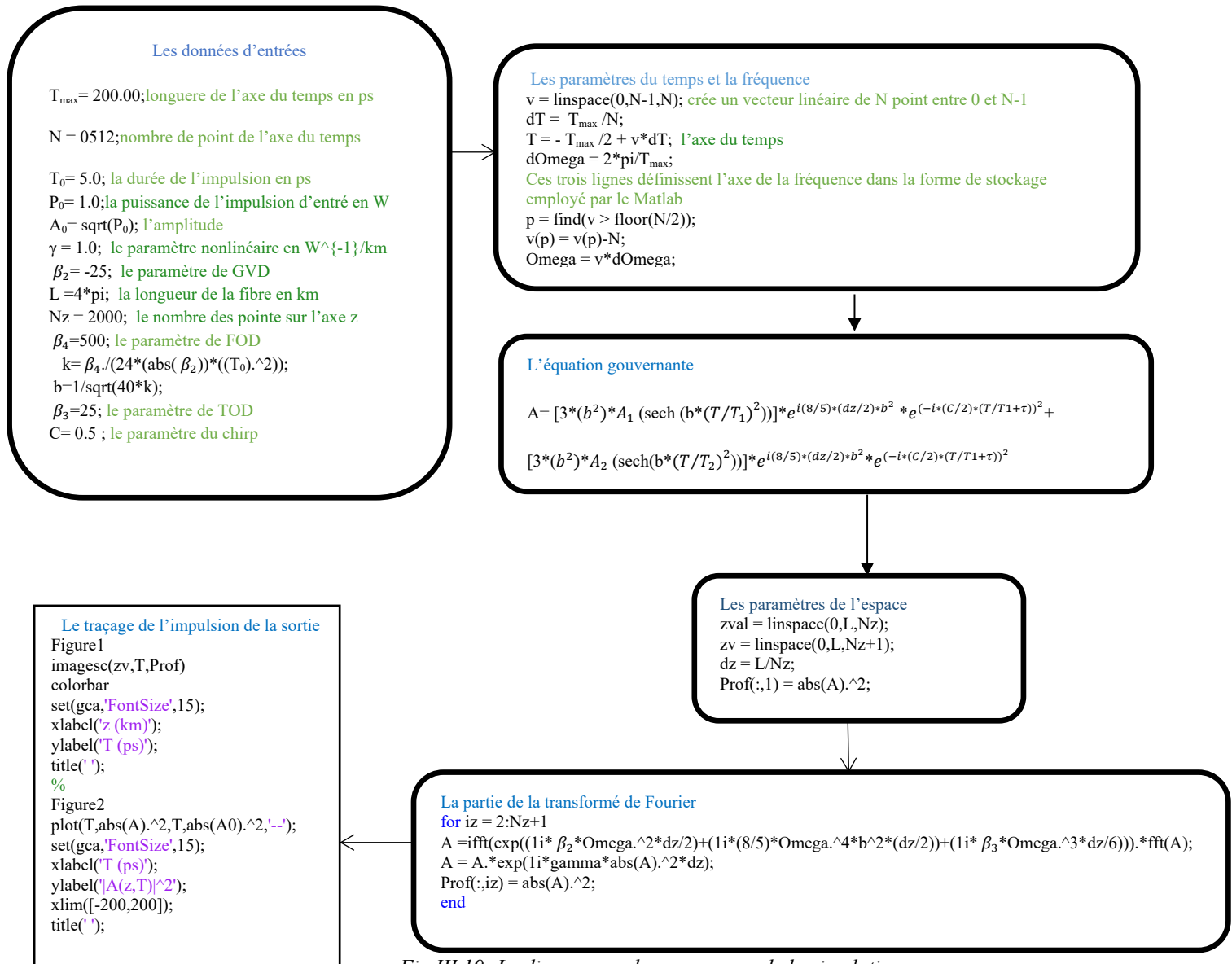


Fig III.19: Le diagramme du programme de la simulation

### **III.3. Résultats**

#### **III.3.1. Etude des interactions attractives où répulsives**

Dans cette section, on essaie d'analyser les différents types d'interactions : l'attraction et la répulsion. Pour cette raison, la simulation des solitons adjacents est faite en fonction de différentes phases pour montrer son influence sur les solitons adjacents, et préciser les conditions provoquant l'attraction ou favorisant la répulsion. De plus, on étudie l'influence de la séparation temporelle sur les conditions de l'attraction ou la répulsion entre les solitons.

Quand l'interaction est répulsive, non seulement le taux de répulsion est affecté par la phase et la séparation temporelle, mais aussi il existe un échange d'énergie qui apparaît sous la forme d'une variation de l'intensité. Cet échange dépend lui aussi des deux paramètres en question. Si l'interaction est attractive, on obtient une attraction périodique dont la période dépend de la séparation temporelle. Donc notre objectif est d'énumérer les différents cas de répulsions et étudier la périodicité de l'attraction.

Dans ce qui suit, la simulation des solitons adjacents est faite afin d'éclaircir la différence entre la répulsion et l'attraction des solitons. Les paramètres de la simulation sont évoqués dans le tableau.1

Paramètre	valeur	Unité
Paramètre non-linéaire $\gamma$	1.0	1/W .km
Dispersion du deuxième ordre $\beta_2$	-25	$ps^2/km$
Largeur de l'impulsion $T_0$	5.0	Ps

(Tab.1) : Valeurs des paramètres de simulation

#### **III.3.1.1. La répulsion pour $0 < \theta_2 < 2\pi$ et $\theta_2 \neq 0, \theta_2 \neq \pi$ avec une séparation temporelle constante:**

Les figures suivantes sont les résultats de simulation de l'équation.94 avec  $\theta_1=0$  et différentes valeurs de :  $\theta_2 = \pi/8, \pi/6, \pi/4, 1.2\pi, 1.5\pi, 1.8\pi$  avec  $\tau = 2$ .

$$A = A_0 * \text{sech}(t/T_0 - \tau) * \exp(i * \theta_1) + A_0 * \text{sech}(t/T_0 + \tau) * \exp(i * \theta_2) \quad (94)$$

Tel que :

$A_0$ : est l'amplitude,  $\theta$ :est la phase relative , et  $\tau = \Delta t_0 / T_0$  dépend de la séparation temporelle initiale  $\Delta t_0$ .

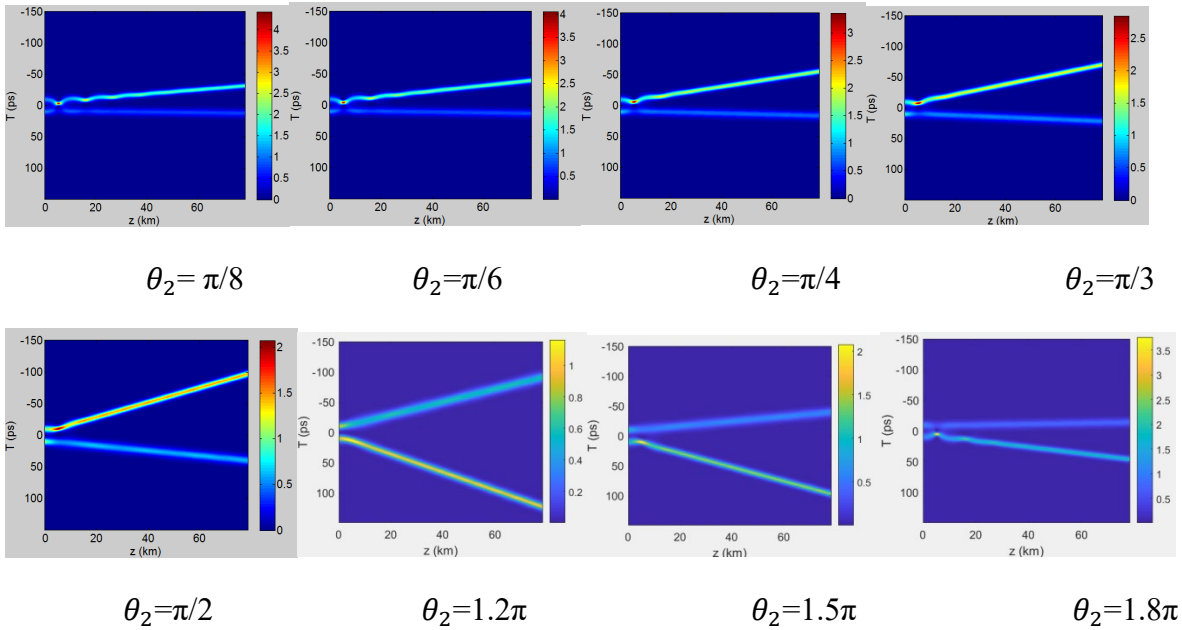


Fig III.20. (a) La répulsion entre deux solitons  $\tau = 2$ , et différentes valeurs de  $\theta_2$  et  $\theta_1$  nulle

### III.3.1.2. La répulsion pour $\theta_1=0$ , $\theta_2= \pi/2$ et différentes valeurs de séparation

#### temporelles

La figure (III.20.(b)) illustre les résultats de simulation de deux solitons co-propagatifs modélisés par l'équation (94) pour différentes valeurs de séparation temporelle :  $\tau = 2.2.5, 3$ , et  $3.5$  respectivement. Le premier soliton possède une phase nulle, alors que le deuxième a une phase de l'ordre de :  $\pi / 2$ . Le choix de cette phase est fait car c'est là où la répulsion est maximal. Ceci est prouvé après avoir comparé les résultats de la figure (III.20.(a)).

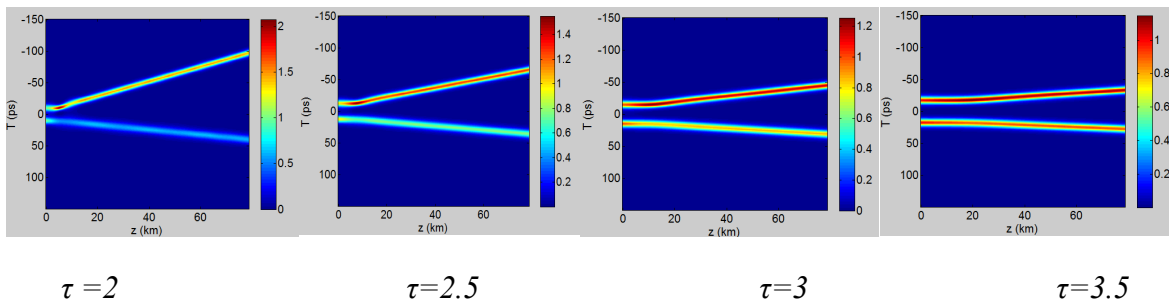


Fig. III.20.(b) La répulsion avec transfert d'énergie entre deux solitons pour différentes valeurs de simulation avec :  $\theta_1=0$ ,  $\theta_2=\pi/2$

#### Discussion :

- D'après les résultats, on remarque d'après les deux figures (III.20.(a), III.20.(b)) que pour les valeurs de  $\theta_1 = 0$  et  $0 < \theta_2 < 2\pi$  il y'a un échange d'énergie entre les solitons en plus de la répulsion qui apparait par une variation d'amplitudes. Notons que les amplitudes initiales changent après une propagation considérable à cause de l'échange d'énergie du soliton menant vers le soliton trainant quand  $\theta_2 < \pi / 2$ , et du soliton trainant vers le soliton menant quand

$\theta_2 > \pi / 2$ . La quantité d'énergie transférée est une fonction de la phase de la manière suivante : elle est proportionnelle à la phase quand  $\theta_2 < \pi / 2$  et inversement proportionnelle à la phase quand :  $\theta_2 > \pi / 2$ .

Le taux de répulsion dépend aussi de la phase comme suit: quand  $\theta_2 < \pi / 2$ , plus la phase est élevée, plus la répulsion est forte. D'une autre part on remarque que le soliton trainant subit un décalage temporel plus important que celui du soliton menant. Par ailleurs, on voit qu'il existe dans les cas précédents une attraction entre les deux solitons avant qu'ils ne s'éloignent l'un de l'autre. L'effet de la séparation temporelle initiale entre les deux solitons est illustré dans la figure (III.20.(b)). On remarque d'après les résultats que la répulsion est inversement proportionnelle à la valeur de la séparation temporelle : si la séparation augmente, la répulsion diminue et inversement. Quant au transfert d'énergie, il diminue au fur et à mesure de l'augmentation de la séparation temporelle.

### III.3.1.3. La répulsion de deux solitons ayant deux phases opposées avec $\tau=2$ :

La figure (III.20.(c)) représente la répulsion entre deux solitons qui ont la même séparation temporelle et des phases contraires. La figure (III.20.(c)) est obtenue par la simulation de l'équation (III.20.(c)).

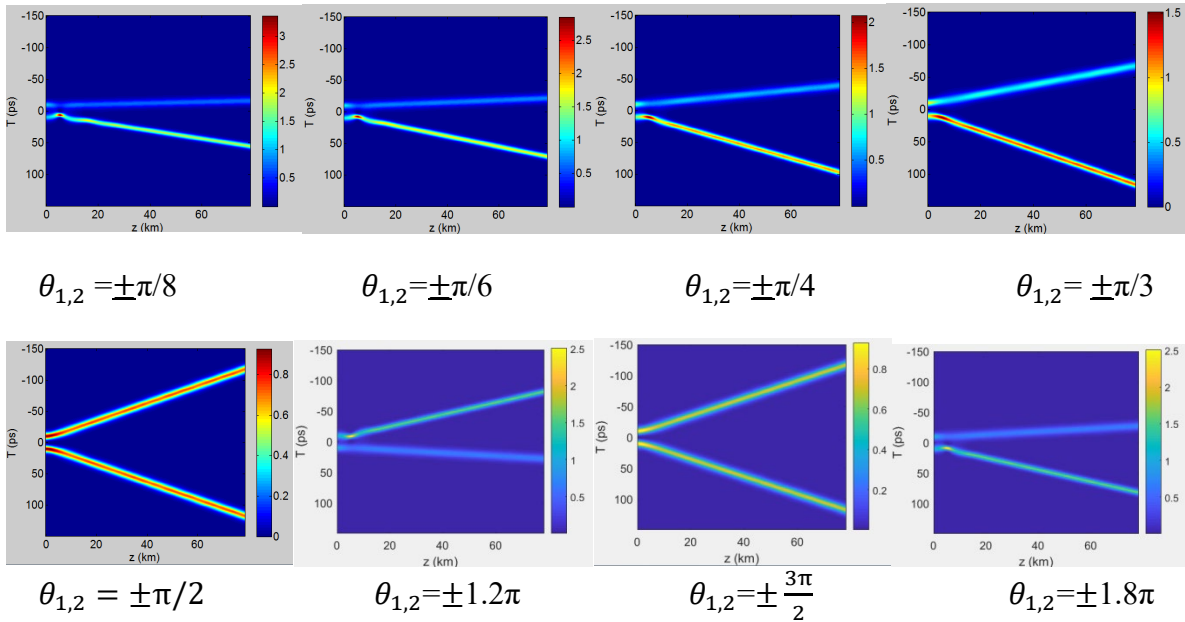


Fig. III.20.(c) La répulsion entre deux solitons ayant des phases opposées avec :  $\tau=2$

### III.3.1.4. La répulsion de deux solitons avec $\theta_{1,2} = \pm\pi/2$ et différentes valeurs de $\tau$

Dans cette partie les deux solitons ont deux valeurs opposées de la phase :  $\theta_1 = \pi/2$ ,  $\theta_2 = -\pi/2$ , en variant respectivement la séparation temporelle :  $\tau = 2, 2.5, 3, 3.5$  et le résultat de la simulation de l'équation (94) est désigné sur la figure (III.20.(d)).

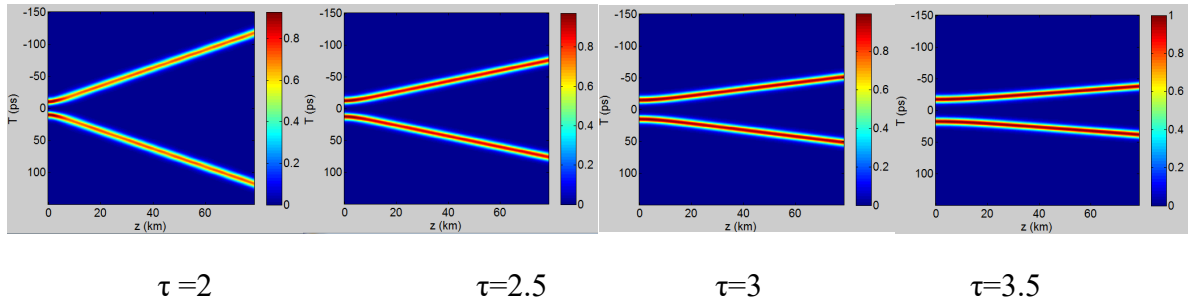


Fig.20. III. (d) La répulsion de deux solitons identiques dont les phases sont de l'ordre de  $(\theta_1 = -\pi/2$  et  $\theta_2 = \pi/2)$  pour différentes valeurs de  $\tau$

### Discussion:

- Dans la figure (III.20.(c)), les solitons qui ont des phases opposés  $\theta_1 = -\theta_2$  subissent une attraction avant la répulsion à l'exception des deux cas  $\pm \pi / 2$  et  $\pm 3\pi/2$ , car si les phases sont égales à  $(\theta_1 = \pi/2$  et  $\theta_2 = -\pi/2)$  ou bien  $(\theta_1 = 3\pi/2$  et  $\theta_2 = -3\pi/2)$ , ils subissent une répulsion directe et symétrique. Sinon, pour les autres valeurs de phases la répulsion est asymétrique : le soliton principal se décale dans le temps plus que le soliton trainant si  $\theta_{1,2} < \pm\pi/2$  et  $\theta_{1,2} > \pm 3\pi/2$ , dans cet intervalle l'énergie est transférée du soliton trainant vers le soliton principal. Si  $\pm\pi/2 < \theta_{1,2} < \pm 3\pi/2$ , le décalage du soliton trainant est plus élevé que celui du soliton menant. Le transfert d'énergie se passe du soliton menant vers le soliton trainant si la phase est dans le même intervalle.

L'effet de la séparation temporelle sur la propagation des solitons ayant des phases contraires  $(\theta_{1,2} = \pm\pi/2)$  est illustrée dans la figure (III.20.(d)). On remarque que la répulsion est inversement proportionnelle à la séparation temporelle  $\tau$ .

### III.3.1.5. Attraction entre deux solitons:

L'attraction des solitons est obtenue si les valeurs des phases sont de l'ordre de :  $\theta_1 = -\pi$  et  $\theta_2 = \pi$  ou bien  $\theta_1 = 0$  et  $\theta_2 = 0$ . La figure (III.20.(e)) illustre l'attraction obtenue par la simulation de l'équation (94).

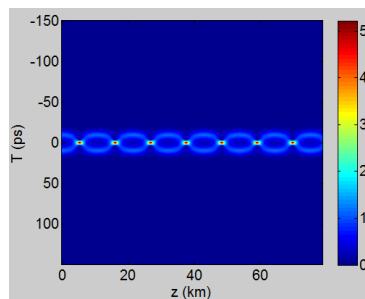


Fig III. 20.(e) L'attraction entre deux solitons ayant les phases:  $\theta_1 = \pi$  et  $\theta_2 = -\pi$  ou bien  $\theta_1 = 0$  et  $\theta_2 = 0$

Dans la figure (III.20.(f)) on montre l'effet de la séparation temporelle sur la périodicité de l'attraction.

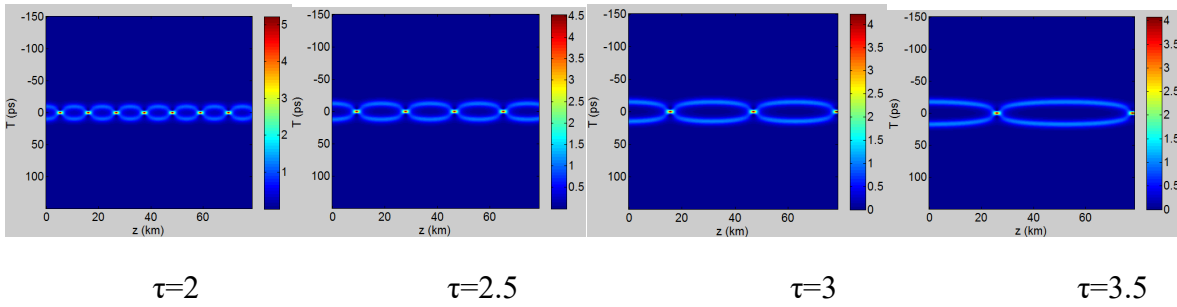


Fig. III.20.(f) l'attraction entre deux solitons pour différentes valeurs de  $\tau$

Discussion:

- Dans le cas où les phases sont: ( $\theta_1 = \pi$  et  $\theta_2 = -\pi$ ) ou bien ( $\theta_1 = 0$  et  $\theta_2 = 0$ ), on obtient une attraction périodique. Le scénario d'attraction illustré dans la figure (III.20.(e)) montre que l'attraction est symétrique et se déroule sans aucun échange d'énergie pour les deux solitons. Quant à la séparation temporelle, la figure (III.20.(f)) montre qu'elle est proportionnelle à la période.

**III.3.2. Influence de l'amplitude sur l'interaction des solitons:**

Dans ce qui suit on étudie l'interaction d'un ensemble de plusieurs solitons initialement séparés. La solution pour maintenir la séparation est l'injection de plusieurs solitons avec différentes amplitudes. Les auteurs de [141] ont proposé cette solution, mais ils n'ont pas trouvé une séparation parfaite comme celle trouvée par notre simulation. Les résultats suivants prouvent que la propagation des solitons avec différentes amplitudes est la meilleure solution pour éviter les interactions. Pour confirmer le résultat la simulation est divisée en trois catégories :

- Solitons ayant la même phase et la même amplitude.
- Solitons ayant la même phase et les différentes amplitudes.
- Solitons ayant la même amplitude et différentes phases.

Le tableau.3 regroupe les valeurs des paramètres de la simulation des équations (95, 96 et 97) :

Paramètre	Valeur	Unité
Paramètre non-linéaire $\gamma$	1.0	1/W .km
Dispersion du deuxième ordre $\beta_2$	-25	ps <sup>2</sup> /km
Largeur de l'impulsion $T_0$	5.0	Ps

(Tab.3) les valeurs des paramètres de la simulation

Les équations utilisées pour la simulation sont les suivantes :

$$A = A_1 \operatorname{sech} [A_1(t/T_0 - \tau)] \exp(i\theta_1) + A_2 \operatorname{sech} [A_2(t/T_0)] \exp(i\theta_2) + A_3 \operatorname{sech} [A_3(t/T_0 + \tau)] \exp(i\theta_3) \quad (95)$$

$$A = A_1 \operatorname{sech} [A_1(t/T_0 - 2\tau)] \exp(i\theta_1) + A_2 \operatorname{sech} [A_2(t/T_0 - \tau)] \exp(i\theta_2) + A_3 \operatorname{sech} [A_3(t/T_0 + \tau)] \exp(i\theta_3) \\ + A_4 \operatorname{sech} [A_4(t/T_0 + 2\tau)] \exp(i\theta_4) \quad (96)$$

$$A = A_1 \operatorname{sech} [A_1(t/T_0 - 2\tau)] \exp(i\theta_1) + A_2 \operatorname{sech} [A_2(t/T_0 - \tau)] \exp(i\theta_2) + A_3 \operatorname{sech} [A_3(t/T_0)] \exp(i\theta_3) \\ + A_4 \operatorname{sech} [A_4(t/T_0 + \tau)] \exp(i\theta_4) + A_5 \operatorname{sech} [A_5(t/T_0 + 2\tau)] \exp(i\theta_5) \quad (97)$$

Avec les valeurs des phases et des amplitudes suivantes:

- Phases:  $\theta_i = \pi / 2, \pi / 3, \pi / 4, \pi / 6, \pi, 1.2\pi, 1.5\pi, 1.8\pi, 2\pi,$
- Amplitudes:  $A_0 = 1.0W, A_1 = 1.2W, A_2 = 1.5W, A_3 = 1.7W, A_4 = 2.0W, A_5 = 2.3W.$

La figure (21) montre que les solitons sont maintenus distants donc n'interagissent pas les uns avec les autres.

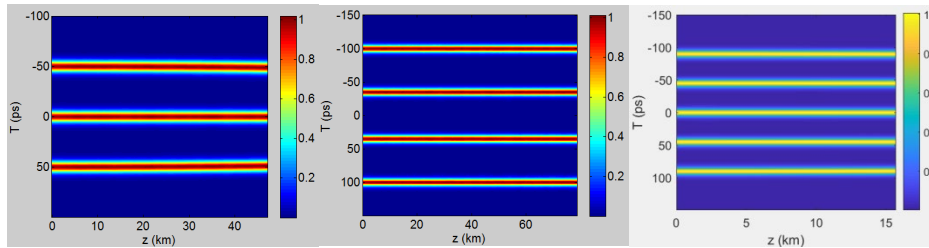


Fig. III.21.(a)

Fig. III.21.(b)

Fig. III.21.(c)

Fig. III.21 La propagation des solitons séparés: Fig. III.21.(a) La propagation de trois solitons. Fig. III.21.(b) La propagation de quatre solitons. Fig. III.21.(c) La propagation de cinq solitons.

Les résultats suivants sont obtenus pour des solitons extrêmement proches (la séparation dépasse la séparation seuil des interactions).

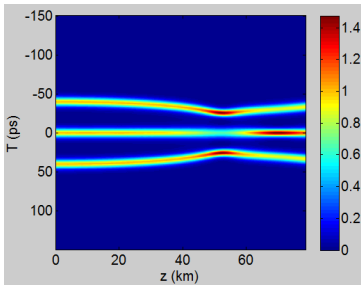


Fig. III.22.(a) Trois solitons identiques se propageant avec les mêmes phases et amplitudes

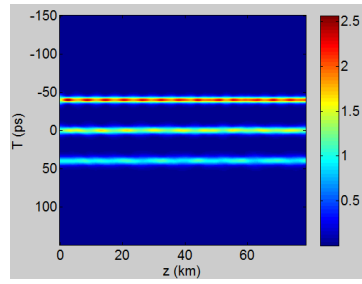


Fig. III.22.(b) Trois solitons identiques se propageant avec les mêmes phases et différentes amplitudes

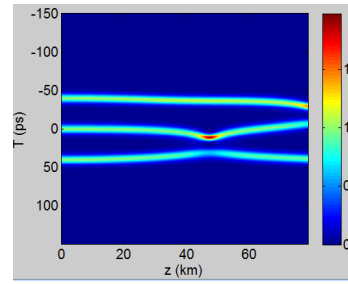


Fig. III.22.(c) Trois solitons identiques se propageant avec les mêmes amplitudes

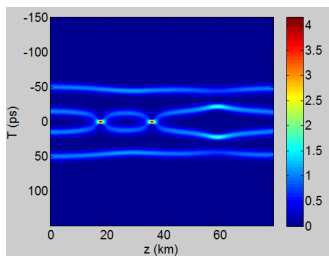


Fig.23. III. (a) quatre solitons identiques se propageant avec les mêmes phases et amplitudes

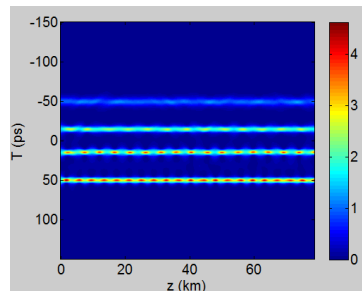


Fig.23. III. (b) quatre solitons identiques se propageant avec les mêmes phases et différentes amplitudes

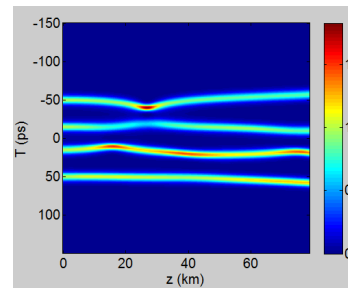


Fig.23. III. (c) quatre solitons identiques se propageant avec les mêmes amplitudes

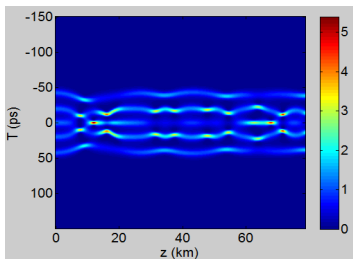


Fig. III.24.(a) Cinq solitons identiques se propageant avec les mêmes phases et amplitudes

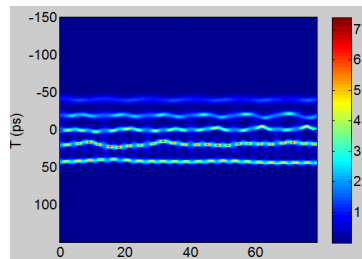


Fig. III.24.(b) Cinq solitons identiques se propageant avec les mêmes phases et différentes amplitudes

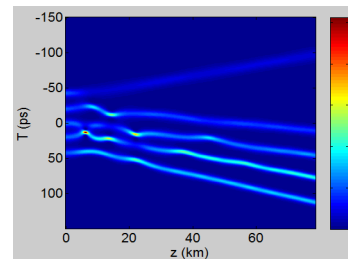


Fig. III.24.(c) Cinq solitons identiques se propageant avec les mêmes amplitudes

### Discussion:

A partir des résultats de l'étude numérique on remarque que :

- Les interactions n'apparaissent pas pour les solitons bien distants car ils ne sont pas assez proches pour créer l'attraction induite par la non-linéarité Kerr.
- Lorsque les solitons se propagent avec la même phase et amplitude dont leur séparation dépasse la séparation seuil d'interaction, on remarque que les attractions et les répulsions induites par la non-linéarité Kerr apparaissent sur différents points. Notons que les interactions surviennent symétriquement en comparant les solitons du haut et du bas. (voir les Figures (III.22.(a)), (III.23.(a)), (III.24.(a))). En outre, on remarque un transfert d'énergie

symétrique entre les solitons des deux côtés (celle du haut et celle du bas), l'effet responsable est le mélange à quatre ondes FWM.

- Les Figures (III.22.(b)), (III.23.(b)), (III.24.(b)), le résultat montre que la variation des amplitudes des solitons produit une séparation entre les solitons même si la séparation temporelle dépasse le seuil d'interaction. On remarque aussi que les solitons gardent leurs caractéristiques initiales, sauf qu'il y a une variation d'intensité indiquant l'existence d'un transfert d'énergie du soliton qui a l'amplitude la plus élevée vers les autres solitons. Ceci est causé par l'intrapulse FWM.
- Les figures (III.22.(c)), (III.23.(c)), (III.24.(c)), on a maintenu la même amplitude et on a changé la phase. Le résultat est un enchevêtrement entre les solitons, un asymétrique échange d'énergie, et un décalage temporel inégal des solitons. Ceci est interprété par la variation des vitesses de déplacement, donc ils s'échangent des interactions asymétriques induites par la non-linéarité Kerr et l'intrapulse FWM.

En conclusion la meilleure manière pour maintenir la séparation des solitons adjacents est la diversification des valeurs de leurs amplitudes.

### **III.3.3. L'Effet de la diffusion Raman sur les interactions des solitons :**

Il est étudié dans la section.1, l'évidence de l'interaction entre deux solitons co-propagatifs qui dépend de la valeur et du signe de la phase et de la séparation temporelle. Dans cette section, on reconsidère l'effet de la diffusion Raman sur les interactions observées dans [64]. On doit noter que la diffusion Raman a deux différents effets sur la propagation des solitons : le premier est l'intrapulse diffusion Raman qui apparaît quand un seul soliton se propage avec une largeur inférieure à 10 picosecondes. Cet effet produit un décalage vers les longueurs d'ondes rouges (auto-décalage en fréquence (RSFS)) ce qui crée une variation de la vitesse de déplacement. Le deuxième effet apparaît lorsque deux solitons se propagent l'un près de l'autre. La présence de la diffusion Raman provoque un transfert d'énergie entre les deux solitons ce qui change la largeur et l'amplitude de l'impulsion, sous l'effet surnommé l'interpulse diffusion Raman. Ce dernier a plusieurs applications citées dans [81-85]. Notre objectif est d'étudier l'effet de la diffusion Raman sur les interactions, ainsi que l'effet de la phase et les différentes amplitudes dans la présence de l'effet Raman.

$$i \frac{\partial u}{\partial \xi} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial \tau^2} + |u|^2 u = \tau_R u \frac{\partial}{\partial \tau} |u|^2 \quad (98)$$

Les valeurs de la simulation de l'équation (98) sont évoquées dans le tableau.2 avec les valeurs des phases suivantes :  $\theta_1 = 0, \theta_2 = 0, \pi/8, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}, \pi, 1.2\pi, 1.5\pi, 1.8\pi, 2\pi$ .

<i>Paramètre</i>	<i>Valeur</i>	<i>Unités</i>
Paramètre non-linéaire $\gamma$	3.0	1/W .km
Dispersion du deuxième order $\beta_2$	15	$ps^2/km$
Longueur de la fibre L	1000	Km
Larguer de l'impulsion $T_0$	100	Ps
Puissance d'entrée $P_0$	0.15	Mw

(Tab.5) les valeurs des paramètres de la simulation

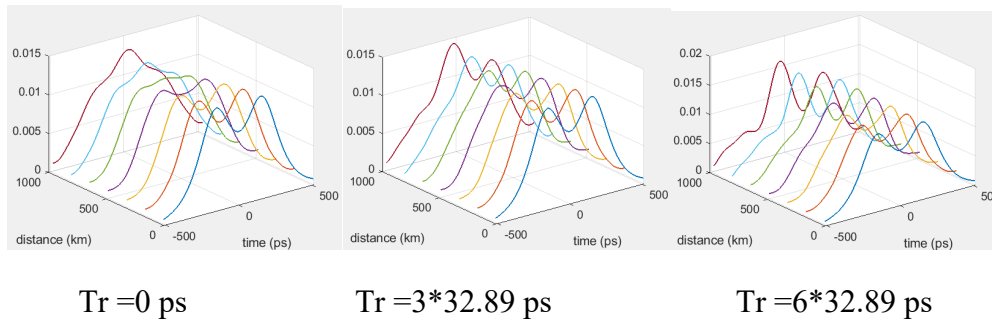


Fig. III.25.(a): Effet de la diffusion Raman sur deux solitons co-propagatifs pour différents temps de réponse Raman  $Tr$

### Discussion:

La figure (III.25.(a)) illustre la séparation des solitons co-propagatifs en introduisant la diffusion Raman. Les résultats montrent que le décalage temporel et la séparation des solitons augmente avec l'augmentation du temps de réponse Raman. Ceci est relié à l'intrapulse diffusion Raman. La variation des amplitudes des solitons après une propagation considérable indiquent qu'il y a un échange d'énergie du soliton menant vers le soliton trainant à cause des trois effets : la non-linéarité Kerr, le mélange à quatre ondes et l'interpulse diffusion Raman. Dans [64] l'équation qui décrit ce phénomène est la suivante :

$$i \frac{\partial u_1}{\partial \xi} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u_1}{\partial \tau^2} + (1 - f_R)[|u_1|^2 + 2|u_2|^2]u_1 = -(1 - f_R)u_1^2 u_2^* - f_R u_1 \int_0^\infty (|u_1|^2 + |u_2|^2) h_R(\tau') d\tau' - f_R u_2 \int_0^\infty (u_1 u_2^* + u_1^* u_2) h_R(\tau') d\tau' \quad (99)$$

### III.3.3.2. L'effet de la phase en présence de l'effet Raman:

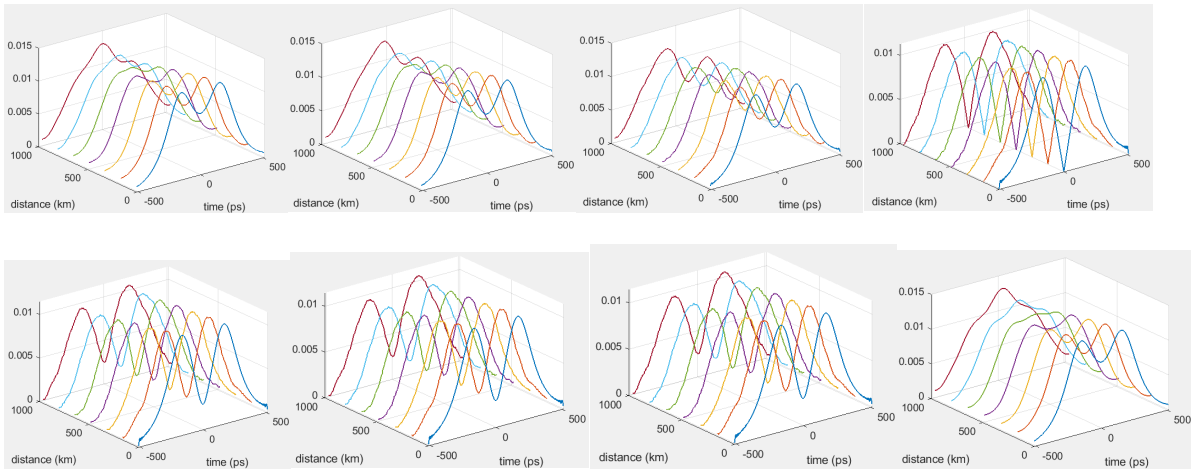


Fig. III.25.(b): l'effet de la phase sur les interactions de deux solitons durant leurs propagations ayant respectivement les phases:  $\theta_1 = 0$ ,  $\theta_2 = (\pi/8, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}, \pi, 1.2\pi, 1.5\pi, 1.8\pi, 2\pi)$  sans la diffusion Raman

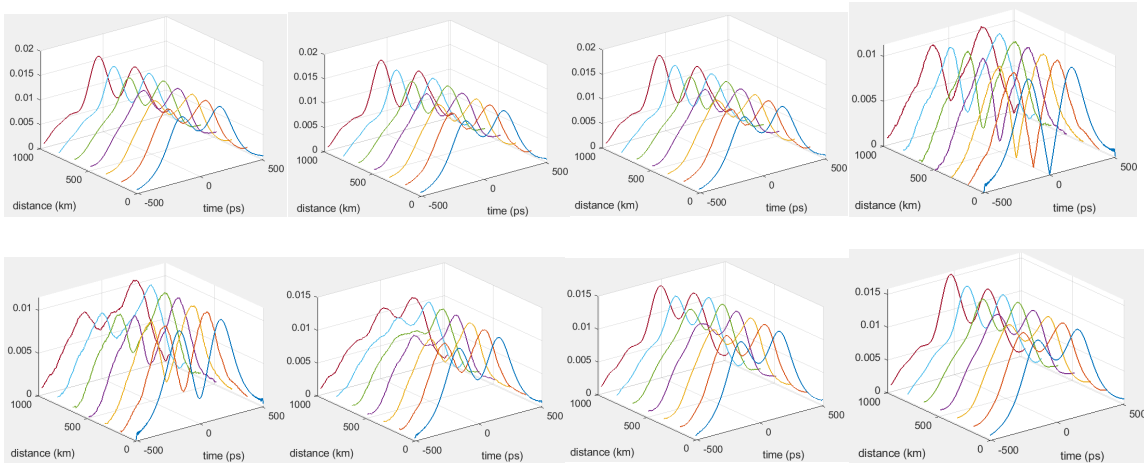


Fig. III.25.(c): l'effet de la phase sur les interactions de deux solitons durant leurs propagations ayant respectivement les phases:  $\theta_1 = 0$ ,  $\theta_2 = (\pi/8, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}, \pi, 1.2\pi, 1.5\pi, 1.8\pi, 2\pi)$  avec la diffusion Raman

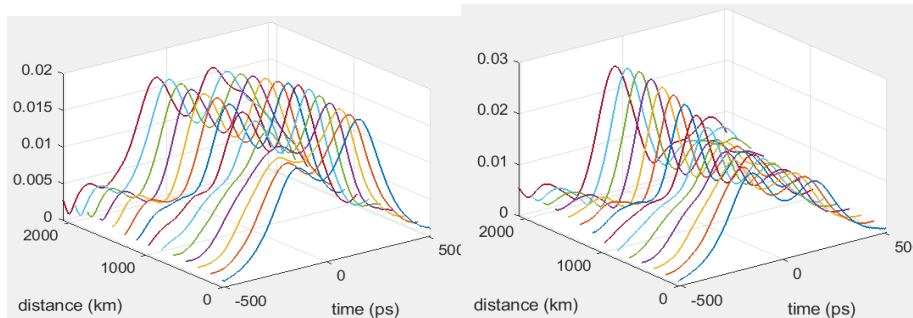
### Discussion:

La figure (III.25.(b)) montre la dépendance des interactions induites par l'effet Kerr sans l'effet Raman. Dans la figure on remarque qu'il y a une valeur de la phase qui coïncide avec une bonne séparation des solitons :  $(0, \pi)$ . Hormis cette remarque, la figure (III.25.(b)) sert à souligner l'effet Raman sur les interactions en la comparant avec la figure (III.25.(c)) là où l'effet Raman est introduit.

Figure (III.25.(c)) montre le changement qui arrive sur le scénario des interactions des solitons ayant différentes phases quand l'effet Raman est introduit. Par rapport à la figure (III.23.(b)), on trouve que les interactions qui apparaissent après une propagation considérable disparaissent quand l'effet Raman est additionné. L'interprétation donnée dans [64] est que la séparation est faite à cause de l'intrapulse diffusion Raman qui provoque un décalage des deux solitons, et comme le décalage n'est pas le même pour les deux solitons, ils ne peuvent se rattraper. D'une autre part, le transfert d'énergie entre deux solitons est dû à l'interpulse diffusion Raman. Cet

effet a comme résultat une modification des amplitudes et des largeurs des deux solitons, notant que la quantité d'énergie transférée dépend de la valeur de la phase et se produit du soliton menant vers le soliton trainant si:  $\theta_1 = 0$  et  $\theta_2 < \pi$  &  $\theta_2 > 1.5\pi$ , et du soliton trainant vers le soliton menant si  $\theta_1 = 0$ ,  $\pi < \theta_2 < 1.5\pi$ . La dernière remarque est que le transfert d'énergie induit existe même si la phase est  $(0, \pi)$  qui sans l'effet Raman sépare les deux solitons. L'interprétation est la suivante : l'effet Raman et la non-linéarité Kerr sont les deux effets en compétition pour influencer l'interaction, en plus du rôle de la phase (étudié en détail dans la section .1) qui change le sens du transfert de l'énergie (du soliton menant vers le trainant ou inversement). Alors quand le transfert d'énergie induit par la non-linéarité Kerr (qui dépend de la phase) et l'effet Raman lorsque les deux ont le même sens, il se fait du soliton menant vers le soliton trainant, mais si la non-linéarité Kerr et l'effet Raman on des sens contraires, le transfert d'énergie induit par l'effet Kerr domine et on obtient un transfert du soliton trainant vers le soliton menant, et dans ce cas l'influence de l'effet Raman est le décalage asymétrique des deux solitons qui les sépare.

### **III.3.3.3. L'effet des différentes amplitudes en présence de l'effet Raman:**



*Fig. III.25.(d). L'effet de l'amplitude sur l'interaction des deux solitons durant leur propagation en présence de l'effet Raman*

#### **Discussion:**

La figure (III.25.d) illustre le comportement de deux solitons adjacents ayant différentes amplitudes en présence de l'effet Raman. Pour ça, on approprie l'amplitude élevée au soliton menant dans la 1ère figure (III.25.d) et au soliton trainant dans la 2ème figure (III.25.d). On trouve que la différence des amplitudes n'a aucune influence sur le sens du transfert d'énergie qui se produit du soliton menant vers le soliton trainant qu'importe le soliton ayant l'amplitude élevée. D'autre part on remarque que l'amplitude a une influence sur le décalage des deux solitons : quand le soliton trainant a l'amplitude la plus élevée, il se décale plus que le soliton menant. Sinon, si le soliton menant a l'amplitude supérieure, le décalage est le même pour les deux solitons.

### **III.3.4. L'effet de la dispersion du 3ème ordre:**

Dans ce qui suit, on reconsidère l'effet de la dispersion du troisième ordre (TOD) sur les solitons. Cet effet ne peut être négligé pour les solitons dont la largeur temporelle est inférieure à 5 ps. C'est la raison pour laquelle il a été le sujet de plusieurs résultats expérimentaux et numériques [176-186]. Le TOD a deux applications majeures dans les chaînes de transmissions : la réduction de la puissance près de la dispersion nulle et la génération des supercontinuum en l'introduisant sur les solitons d'ordres supérieurs [189]. Dans la littérature il est mentionné que le décalage d'un soliton sous l'effet de la dispersion du troisième ordre est accompagné d'une création d'une onde surnommée 'l'onde dispersive'. Celle-ci se décale plus que le soliton sous l'effet du TOD, et le transfert d'énergie du soliton vers l'onde dispersive est aussi proportionnel au TOD [190,192].

Le terme de TOD peut être pris en compte dans l'GNLS sans ou avec le terme de GVD, et peut être négatif ou positif aussi. Ces différents cas donnent plusieurs systèmes à gestion de dispersion. Dans cette section on reconsidère l'influence de la dispersion du troisième ordre sur les interactions considéré dans [156]. Pour cette raison on révisé l'effet de la dispersion du troisième ordre sur un seul soliton, ensuite on l'introduit sur deux solitons assez proches pour créer l'attraction induite par la non-linéarité Kerr afin d'étudier la possibilité de les séparer. Ensuite on discute l'influence des différents systèmes de gestion de dispersion engendrée par la dispersion du troisième ordre : avec signe positif ou négatif, et sans ou avec le GVD. Les différentes amplitudes en présence de TOD sont aussi considérées.

L'équation utilisée dans cette section est :

$$\frac{\partial A(Z,T)}{\partial Z} + \frac{i}{2}\beta_2 \frac{\partial^2 A}{\partial T^2} - \frac{i}{6}\beta_3 \frac{\partial^3 A}{\partial T^3} = +i\gamma[|A|^2 A] \quad (100)$$

Ou sa forme normalisée :

$$i \frac{\partial u}{\partial \xi} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial \tau^2} + |u|^2 u = i \delta_3 \frac{\partial^3 u}{\partial \tau^3} \quad (101)$$

Tel que :  $\delta_3 = \frac{\beta_3}{6 T_0 \beta_2}$

Les valeurs des paramètres de la simulation sont mentionnées dans le tableau.6

Parametre	values	Unités
Le paramètre non-linéaire $\gamma$	1.0	1/W .km
La dispersion du deuxième ordre $\beta_2$	-25	ps <sup>2</sup> /km
Largeur de l'impulsion $T_0$	5.0	Ps
dispersion du troisième ordre $\beta_3$	25 / -25	ps <sup>3</sup> /km

(Tab.6) : Valeurs des paramètres de simulation

### **III.3.4.1.Effet de la dispersion du troisième ordre sur le soliton fondamental:**

Dans le tableau suivant, on analyse l'effet de la dispersion du troisième ordre sur un soliton fondamental.

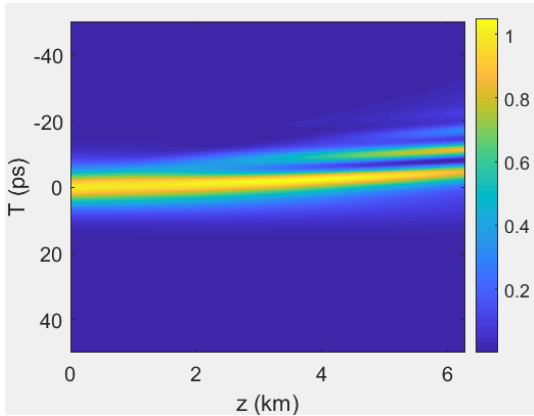


Fig. III.26.(a) Un seul soliton avec TOD positive (+25 ps<sup>3</sup>/km) et GVD=0

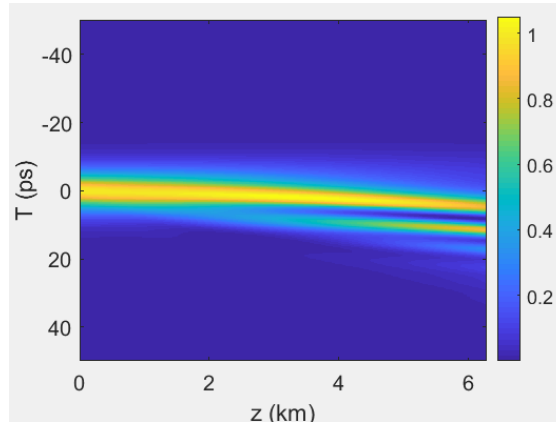


Fig. III.26.(b) Un seul soliton avec TOD negative (-25 ps<sup>3</sup>/km) et GVD=0

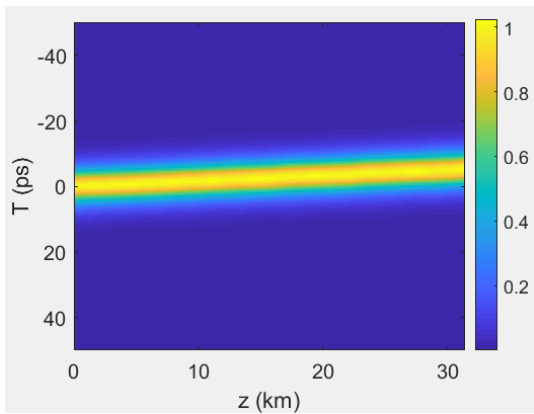


Fig. III.27.(a) Un seul soliton se propageant avec TOD positive (+25 ps<sup>3</sup>/km) et GVD (-25ps<sup>2</sup>/km)

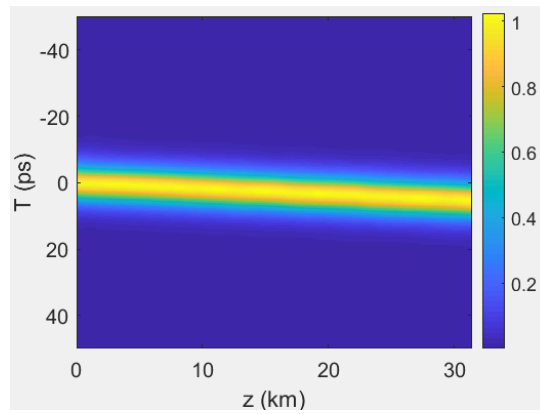


Fig. III.27.(b) Un seul soliton se propageant avec l TOD négative (-25 ps<sup>3</sup>/km) et GVD (-25ps<sup>2</sup>/km)

### Discussion:

Les figures précédentes illustrent l'influence du TOD sur un soliton. On remarque la présence du TOD et du GVD décale le soliton vers la gauche ou la droite selon le signe du terme du TOD négatif ou positif respectivement. En outre le TOD induit un élargissement supplémentaire responsable de l'apparition des lobes secondaires sur le même côté de la déviation. Ces lobes secondaires n'apparaissent pas si le TOD est considéré seul (sans GVD), on obtient seulement une déviation du soliton en gardant les mêmes caractéristiques initiales.

### III.3.4.2. L'effet du TOD sur l'interaction des solitons

Dans les figures suivantes, on discute l'interaction des solitons adjacents. On utilise la même équation et les valeurs de simulation utilisées dans la figure (III.20.5) en rajoutant le TOD.

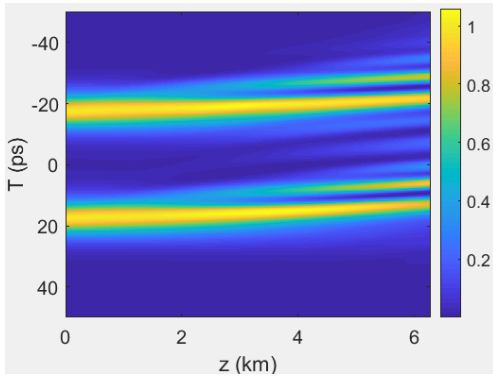


Fig. III.28.(a) Deux solitons se propageant avec les dispersions du troisième ordre positive (+25 ps<sup>3</sup>/km) et GVD=0

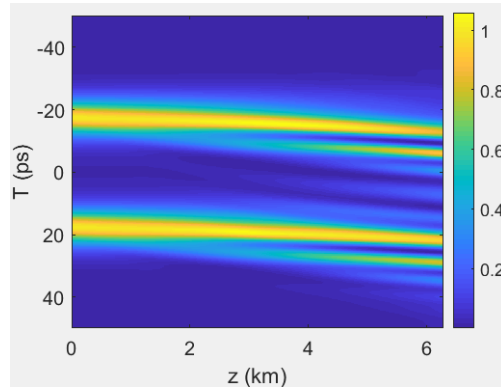


Fig. III.28.(b) Deux solitons se propageant avec les dispersions du troisième ordre négative (-25 ps<sup>3</sup>/km) et GVD=0

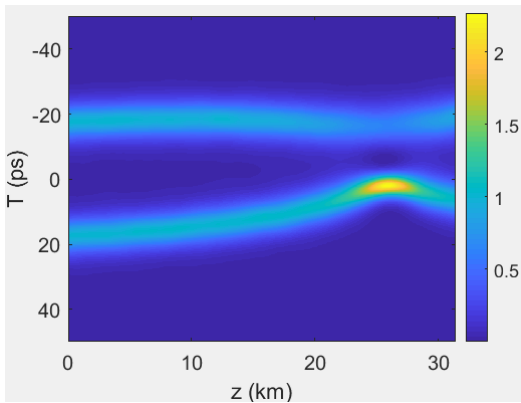


Fig. III.29.(a) Deux solitons se propageant avec les dispersions du troisième positive et deuxième ordre GVD (-25)

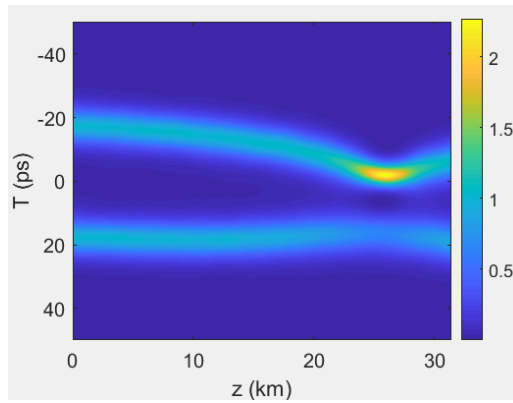


Fig. III.29.(b) Deux solitons se propageant avec les dispersions du troisième négative et deuxième ordre GVD (-25)

### Discussion:

Dans les figures précédentes les résultats confirment que les interactions des solitons sont évitables grâce au terme du TOD. En comparant ces figures avec la figure (éà.5), on note que l'attraction périodique disparaît et les deux solitons restent séparés si le TOD est avec ou sans GVD.

Dans les figures du haut (TOD + GVD), chaque soliton fondamental se décale dans le temps et s'élargit selon le signe du TOD sans aucune interaction induite par l'effet Kerr.

Dans les figures du dessus, quand la GVD est nulle, le TOD affaiblit l'interaction induite par l'effet Kerr mais ne la supprime pas complètement car il existe une légère attraction après une propagation d'environ  $27L_D$ . Il est clair que l'attraction n'est pas symétrique : le soliton menant est attiré vers le soliton trainant si le TOD est négatif, et vice versa si le TOD est positif. À l'exception de ce point d'attraction, les deux solitons restent séparés et gardent leurs caractéristiques initiales, il y a seulement un décalage temporel qui dépend du signe du TOD comme expliqué précédemment.

### III.3.4.3. Effet des différentes amplitudes sur l'interaction en présence du TOD

L'effet de différentes amplitudes avec le TOD est illustré dans la figure (III.30).

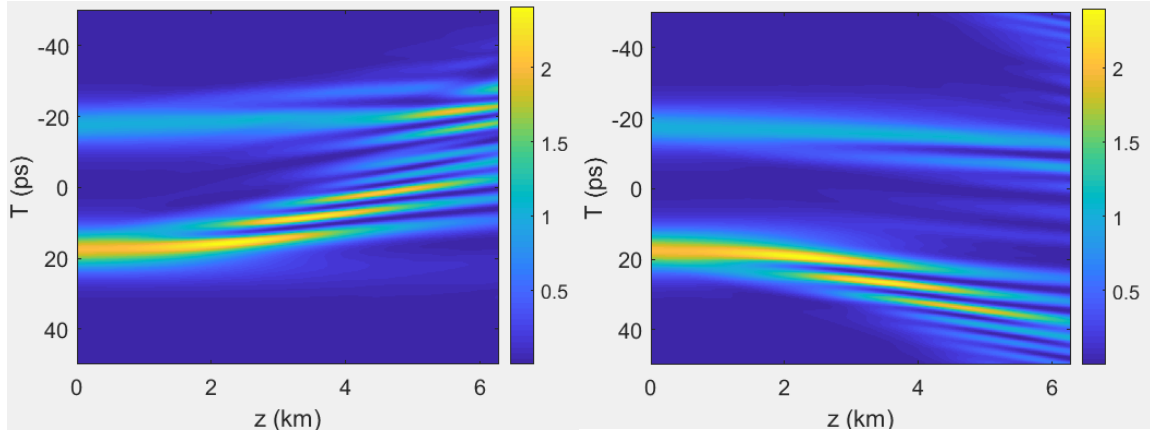


Fig. III.30 L'effet des différentes amplitudes sur l'interaction en présence du TOD:

#### Discussion:

La figure (III.30) montre le résultat de deux solitons qui se propagent avec différentes amplitudes avec le TOD seul. La différence des amplitudes ne sépare pas les solitons comme dans la section.2, mais comme résultat on obtient un élargissement des solitons malgré le TOD introduit sans le GVD. Les lobes secondaires créés obéissent à la loi du signe du TOD expliqué précédemment. Ces lobes secondaires s'élargissent au fur et à mesure de la propagation au point où ils interfèrent.

### III.3.5.Effet de la dispersion du quatrième ordre

Dans cette partie on discute l'effet de la dispersion du quatrième ordre FOD sur les interactions. L'effet du FOD est considéré dans [157,193-196], mais son influence sur les interactions n'a jamais été considérée. Notre étude consiste à analyser l'effet du FOD avec le GVD dans les deux cas : sans et avec le TOD. Ensuite on applique ces différents gestions de dispersion sur deux solitons afin d'étudier la possibilité de les séparer.

La propagation des solitons en tenant en compte les dispersions du second, troisième et quatrième ordre est décrite dans l'équation suivante :

$$\frac{\partial A(z,T)}{\partial z} + \frac{i}{2}\beta_2 \frac{\partial^2 A}{\partial T^2} - \frac{i}{6}\beta_3 \frac{\partial^3 A}{\partial T^3} - \frac{i}{24}\beta_4 \frac{\partial^4 A}{\partial T^4} = +i\gamma[|A|^2 A] \quad (102)$$

Ou sa forme normalisée :

$$i \frac{\partial u}{\partial \xi} + |u|^2 u + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial \tau^2} - i \delta_3 \frac{\partial^3 u}{\partial \tau^3} - i \delta_4 \frac{\partial^4 u}{\partial \tau^4} = 0 \quad (103)$$

Dont la solution est la suivante [167]:

$$A = [3*(b^2)*A_0 (\text{sech}(b*(T/T_0)^2))] * e^{i(8/5)*(dz/2)*b^2} \quad (104)$$

Où :  $\delta_4 = \beta_4 / (24*|\beta_2|*(T_0)^2)$

Avec:  $b = 1/(40 * \delta_4)^2$

Les valeurs des paramètres de la simulation sont les suivants:

Paramètres	Valeurs	Unités
Le paramètre non-linéaire $\gamma$	1.0	1/W .km
La dispersion du deuxième ordre $\beta_2$	-25	$ps^2/km$
Largeur de l'impulsion $T_0$	5.0	Ps

Table.9: les valeurs des paramètres de la simulation

**III.3.5.1. L'effet du FOD avec le GVD sur le soliton fondamental**

L'effet du FOD avec le GVD et sans le TOD est illustré dans la figure (III.31) :

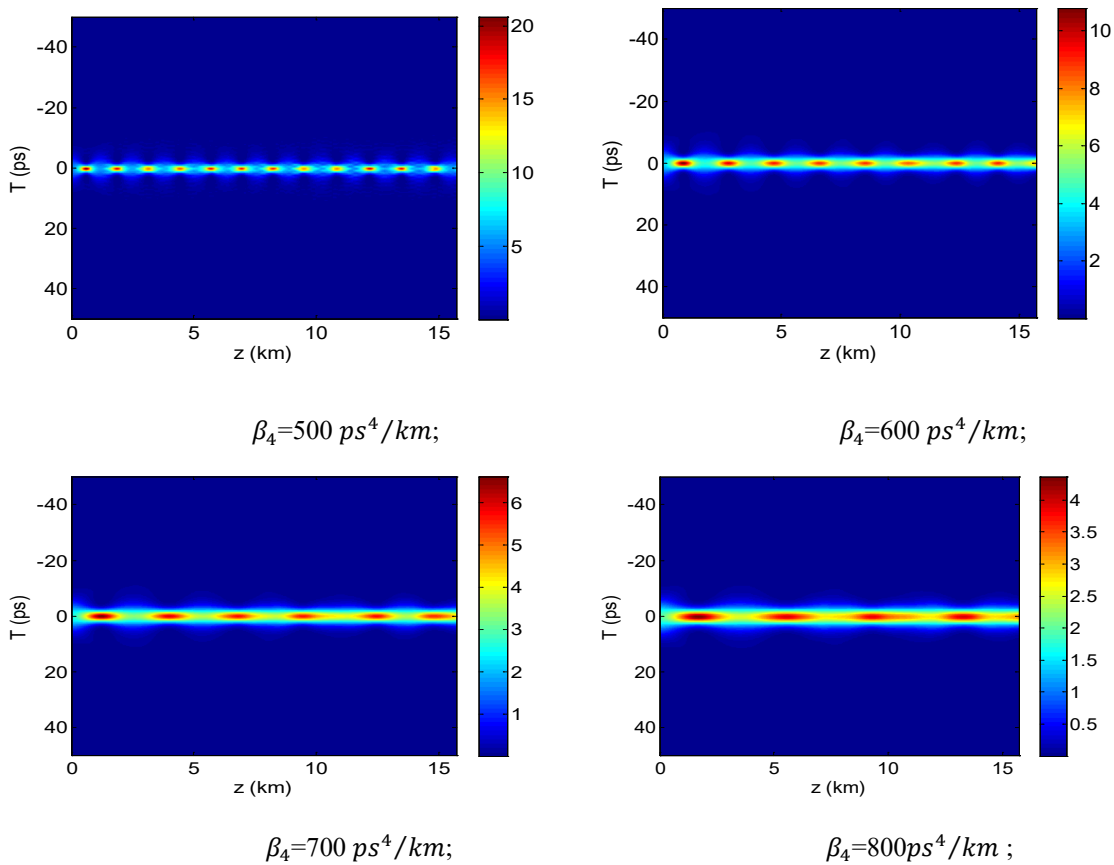


Fig. III.31 Effet du FOD sur deux solitons co-propagatifs

Discussion:



Dans l'étude suivante on se concentre sur l'influence du FOD sur deux solitons co-propagatifs. L'étude numérique est faite pour deux solitons ayant différentes valeurs de la séparation temporelle en gardant les mêmes valeurs du GVD et FOD, et sans introduire le TOD.

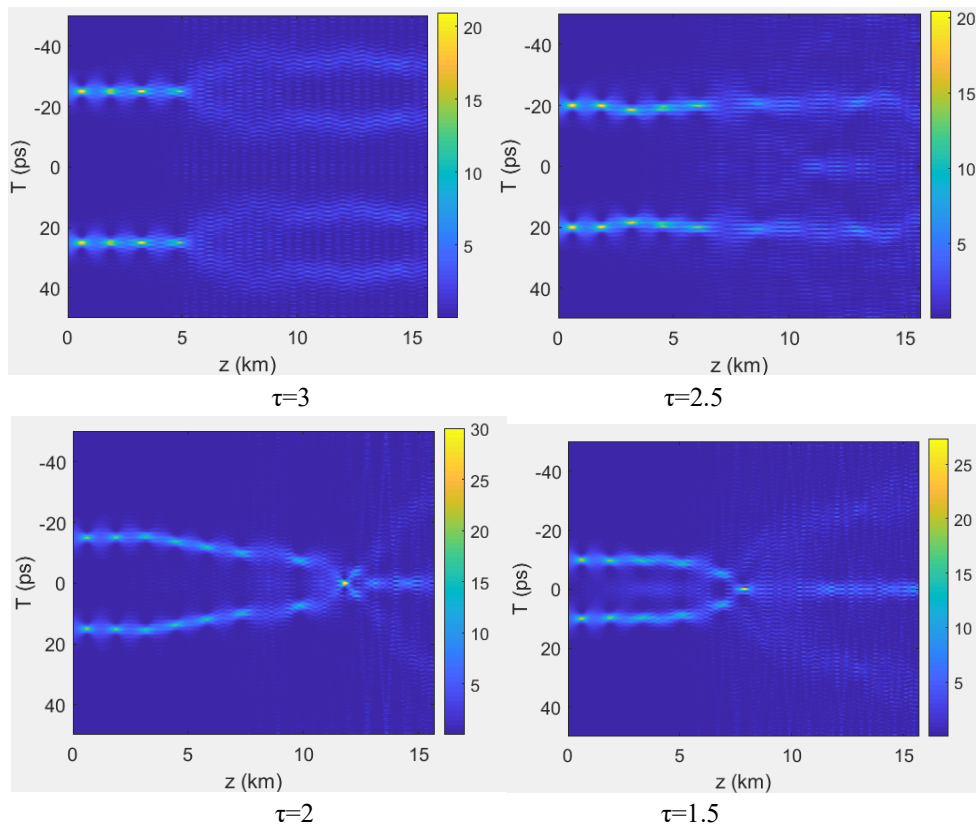


Fig III.33 L'effet du FOD sur les deux solitons co-propagatifs avec  $\beta_4=500 \text{ ps}^4/\text{km}$  et différentes valeurs de la séparation temporelle

**Discussion:**

Les résultats de la simulation montrent que le soliton se fissionne en deux impulsions identiques après une propagation considérable. Plus la séparation est réduite, plus les deux ondes de l'intérieurs s'interfèrent (voir la rangée du haut de la figure III.33), mais lorsque la séparation est inférieure à  $\tau=2.5$ , l'attraction devient très forte et induit une collision entre les solitons avant qu'ils ne se fissionnent (voir la rangée du dessus de la figure III.33). Ensuite, après la collision les solitons se fissionnent en deux autres impulsions. Les impulsions du milieu se réunissent en une seule impulsion, on obtient donc trois impulsions au total. Le phénomène de l'interaction qui devance la fission est interprété par le fait que la non-linéarité Kerr est prépondérante par rapport à la dispersion. C'est la raison pour laquelle l'interaction a lieu avant la fission.

**III.3.5.4. L'effet de FOD avec GVD et TOD sur deux solitons fondamentaux**

La propagation des deux solitons en présence du GVD, TOD et le FOD, est illustrée dans les figures suivantes :

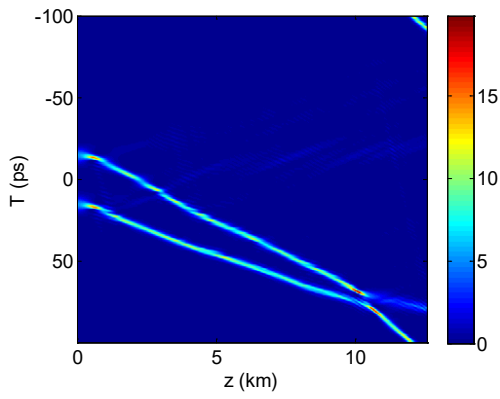


Fig. III.34.(a) La propagation de deux solitons

$$\beta_3 = -25 \text{ ps}^3; \beta_4 = 500 \text{ ps}^4/\text{km};$$

$$\beta_2 = -25 \text{ ps}^2/\text{km}; \tau = 3$$

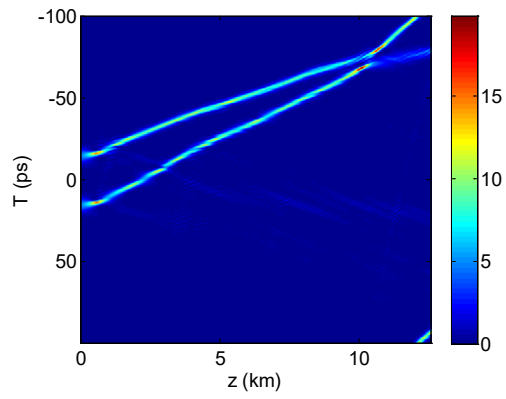


Fig. III.34.(b) La propagation de deux solitons

$$\beta_3 = 25 \text{ ps}^3; \beta_4 = 500 \text{ ps}^4/\text{km};$$

$$\beta_2 = -25 \text{ ps}^2/\text{km}, \tau = 3$$

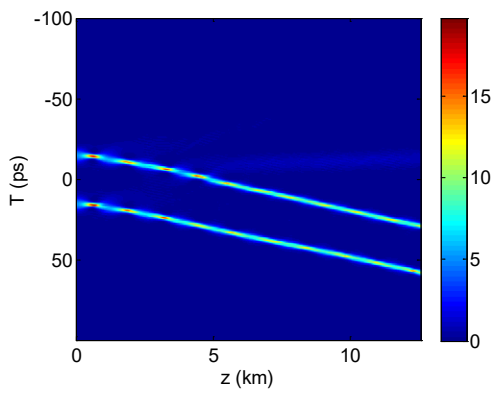


Fig. III.35.(a) La propagation de deux solitons pour

$$\beta_3 = -7.5 \text{ ps}^3; \beta_4 = 500 \text{ ps}^4/\text{km};$$

$$\beta_2 = -25 \text{ ps}^2; \tau = 3$$

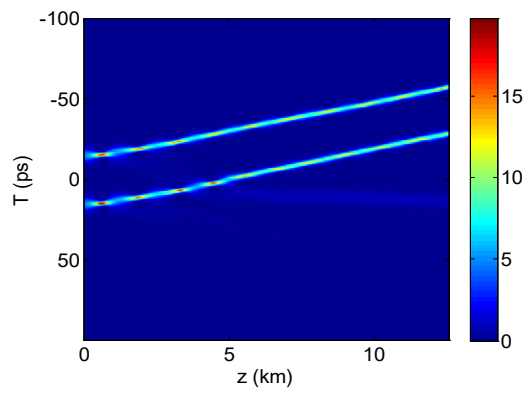


Fig. III.35.(b) La propagation de deux solitons pour

$$\beta_3 = 7.5 \text{ ps}^3; \beta_4 = 500 \text{ ps}^4/\text{km};$$

$$\beta_2 = -25 \text{ ps}^2; \tau = 3$$

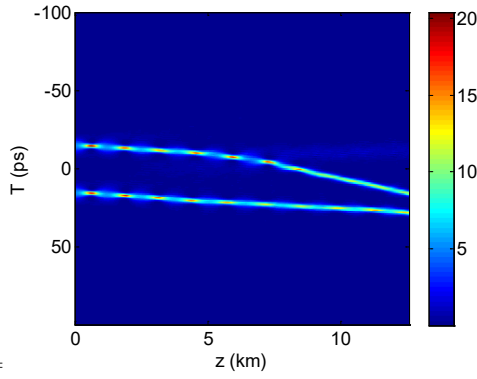


Fig. III.36.(a) La propagation de deux solitons pour

$$\beta_3 = -3 \text{ ps}^3/\text{km}; \beta_4 = 500 \text{ ps}^4/\text{km};$$

$$\beta_2 = -25 \text{ ps}^2/\text{km}; \tau = 3$$

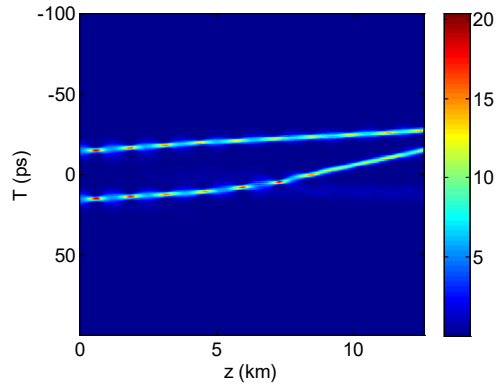


Fig. III.36.(b) La propagation de deux solitons pour

$$\beta_3 = 3 \text{ ps}^3/\text{km}; \beta_4 = 500 \text{ ps}^4/\text{km};$$

$$\beta_2 = -25 \text{ ps}^2/\text{km}; \tau = 3$$

### Discussion:

Il est montré dans la figure que le décalage temporel induit par le terme de TOD (en présence de FOD et GVD) crée une séparation entre les deux solitons. On doit noter que le décalage temporel est proportionnel à la valeur et au signe du TOD, car plus le TOD est élevé plus le décalage est fort, mais l'impressionnant est que les deux solitons ne subissent pas le même décalage. Par contre le signe du TOD affecte le côté du décalage temporel comme expliqué dans la section précédente.

En observant le tableau (10) on remarque que le décalage des solitons augmente si le TOD augmente, mais le soliton menant et le soliton trainant ne se décalent pas identiquement sauf lorsque  $\beta_3 = 7.5 \text{ ps}^3/\text{km}$ , là les deux solitons se propagent avec la même vitesse et subissent le même décalage donc ils restent parallèles durant la propagation. Si  $\beta_3$  est différent de  $7.5 \text{ ps}^3/\text{km}$ , le soliton menant est plus influencé par le TOD que le soliton trainant, alors il se décale plus rapidement et rattrape l'autre soliton après une certaine distance de propagation. Après la séparation ils se séparent une deuxième fois. Si le TOD est négatif, le scénario inverse est obtenu.

D' autre part, on remarque que le TOD a une influence sur la compression périodique induite par le FOD : la compression est inversement proportionnelle au TOD. En conclusion, il est possible d'améliorer la propagation avec le bon choix du système de gestion de dispersion.

### **III.2.6. Suppression des interactions avec le chirp :**

Dans cette section on étudie l'influence du chirp sur l'interaction des solitons [106-108]. L'étude des solitons chirpés est faite dans [158], mais la compression des interactions en utilisant le chirp n'a pas été considérée auparavant. Quand la phase nonlinéaire est considérée, la solution est écrite comme suit :

$$A(z = 0, T) = A_0 \cdot \text{sech}(T/T_0) \cdot \exp(i \cdot \hat{\theta}(T/T_0)) \quad (105)$$

Tel que  $\hat{\theta}(T/T_0)$  est la phase temporelle de l'impulsion:

Quand la phase de l'impulsion varie d'une façon hyperbolique dans le temps, sa fréquence instantanée (dérivé de la phase) varie linéairement selon le temps. Cette information sur la fréquence instantanée est décrite par un paramètre appelé le coefficient du chirp C. Pour cette raison le chirp est appelé dans la littérature comme la dépendance temporelle de la fréquence instantanée.

Un cas particulier est celui de la phase quadratique dont la forme est :

$$\hat{\theta}(T/T_0) = \theta - \frac{C}{2} (T/T_0)^2 \quad (106)$$

Tel  $\theta$  est la phase constante de l'impulsion.

L'impulsion sécant-hyperbolique chirpée est décrite dans [76] par l'expression suivante :

$$A = A_0 \operatorname{sech}(T/T_0) * e^{(-i*(C/2)*(T/T_0)^2)} \quad (107)$$

Les valeurs des paramètres de la simulation sont dans le tableau suivant:

Paramètre	Valeur	Unités
Paramètre non-linéaire $\gamma$	1.0	1/W .km
La dispersion du deuxième ordre $\beta_2$	-25	ps <sup>2</sup> /km
Longueur de la fibre L	80	Km
La largeur de l'impulsion $T_0$	5.0	Ps

Tableau.11: Valeurs des paramètres de la simulation

Dans ce qui suit on étudie l'influence du chirp sur l'interaction des solitons, et l'influence de la séparation temporelle, la phase et les différentes amplitudes sur le soliton chirpé. Pour cela on doit revoir l'effet du chirp sur le soliton fondamental fait par les auteurs de [67] pour l'impulsion gaussienne (voir la figure (III.21.1)).

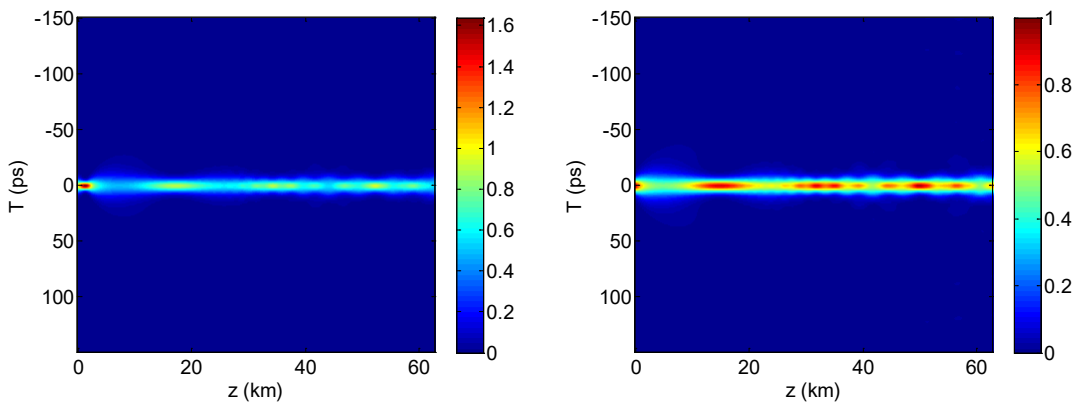


Fig. III.37.(a) : Propagation du soliton fondamental en présence d'un chirp positif ou négatif

$$(\beta_2 = -25 \text{ ps}^2/\text{km}, C_1 = 0.5; C_2 = -0.5)$$

Discussion:

La figure (III.37.(a)) montre la propagation du soliton fondamental en présence d'un chirp positif ou négatif respectivement. Les résultats indiquent que le chirp crée une compression périodique. Chaque période est plus courte que la précédente, et les périodes de la compression se rapprochent au fur et mesure de la propagation. D'autre part, le signe du chirp agit sur la position des points compressés et leurs amplitudes : si le chirp est négatif la compression est plus intense que s'il est positif, et la compression est plus longue sous l'effet du chirp négatif que le chirp positif.

Dans l'étude suivante, on étudie l'effet du GVD sur le soliton chirpé. Dans les figures qui suivent la simulation est faite pour un soliton chirpé avec différentes valeurs de GVD.

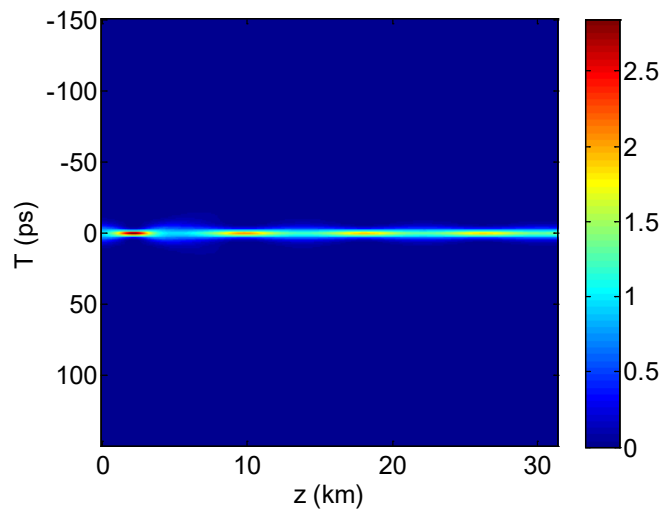


Fig. III.37.(b) la propagation d'un soliton chirpé avec GVD de l'ordre de :  $\beta_2 = 12 \text{ ps}^2/\text{km}$

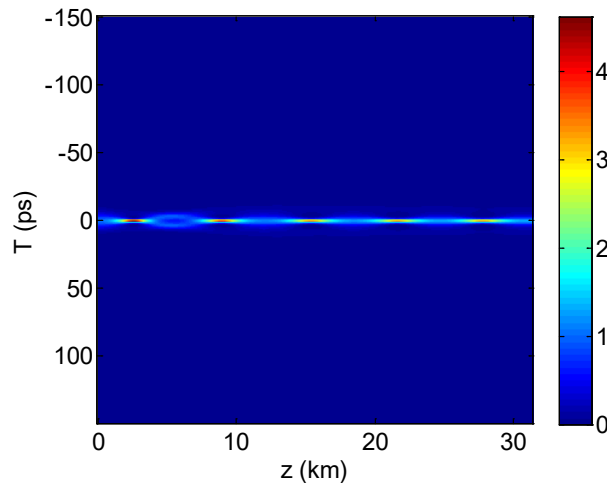


Fig. III.37.(c) : la propagation d'un soliton chirpé avec GVD de l'ordre de :  $\beta_2 = 6 \text{ ps}^2/\text{km}$

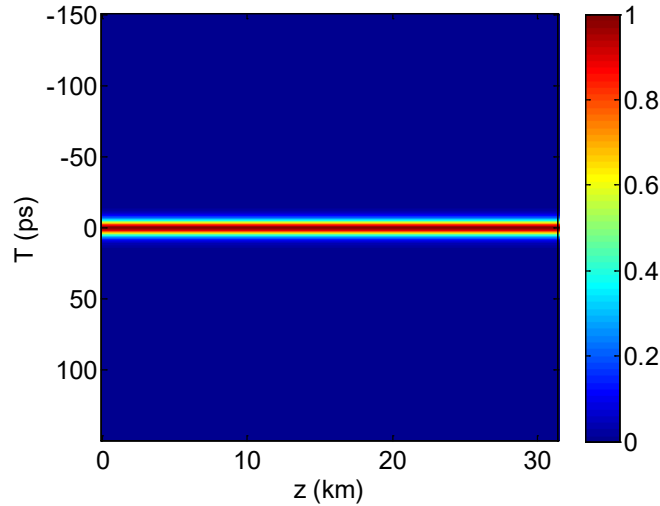


Fig. III.37.(d) : Propagation d'un soliton chirpé avec GVD de l'ordre de :  $\beta_2 = 0 \text{ ps}^2/\text{km}$

Discussion:

La diminution du GVD mène à l'apparition d'un nombre croissant des points compressés ; la compression reste constante quand le GVD est nul, car le soliton est compressé sur toute sa longueur. Pour cela, on garde le GVD nul pour le reste de l'étude.

**III.3.6.1. Influence de la séparation temporelle :**

L'influence de la séparation temporelle sur deux solitons qui ont le même chirp est considérée dans les figures (III.37.(e), III.37.(f)). L'étude numérique est faite en utilisant l'équation (108) :

$$A = A_0 \operatorname{sech}(T/T_0 + \tau) * e^{(-i*(C/2)*(T/T_0 + \tau))^2} + A_0 \operatorname{sech}(T/T_0 - \tau) * e^{(-i*(C/2)*(T/T_0 - \tau))^2} \quad (108)$$

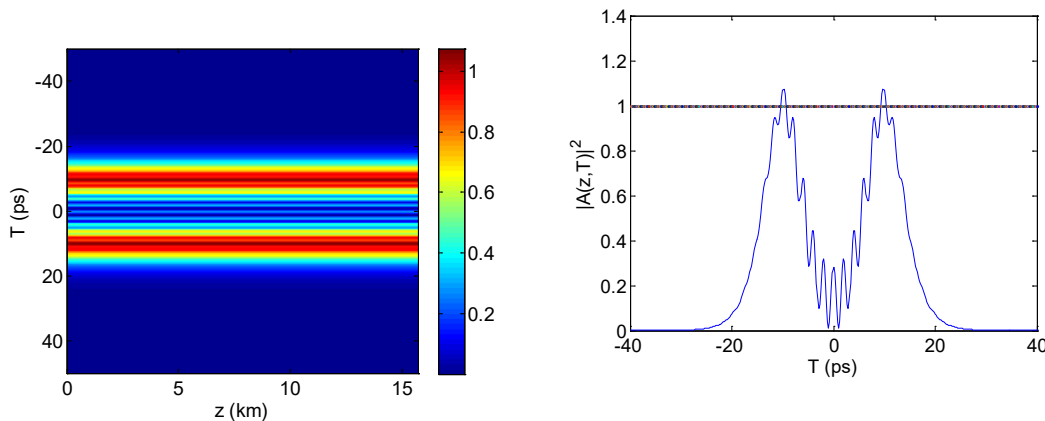


Fig. III.37.(e) La propagation de deux solitons fondamentaux en présence d'un chirp positif:  $C=4$  et  $\tau=2$

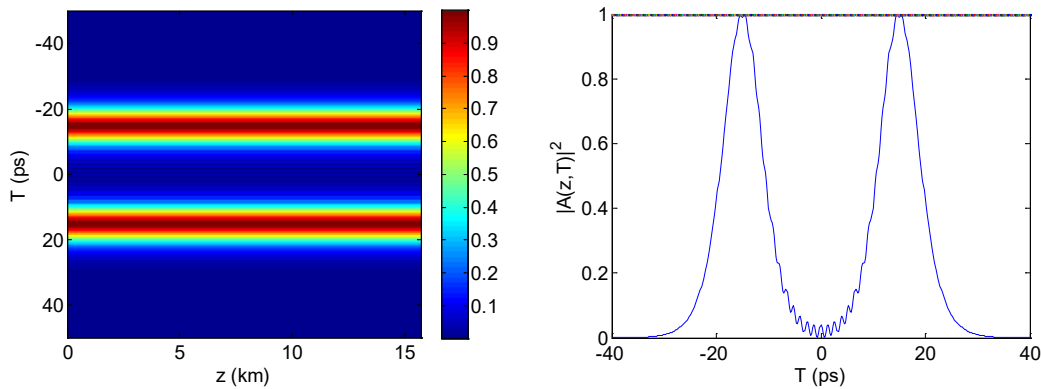


Fig. III.37.(f) La propagation de deux solitons fondamentaux en présence d'un chirp positif:  $C=4$  et  $\tau=3$

**Discussion:**

Les résultats obtenus montrent qu'en gardant le chirp constant et en variant la séparation temporelle on n'obtient aucune interaction entre les solitons. Une deuxième remarque est celle des lobes secondaires au milieu des deux solitons. Le nombre de ces lobes s'accroît avec la diminution de la séparation. En outre, les caractéristiques initiales des deux solitons ne changent pas.

**III.3.6.2 :Influence de la valeur du chirp**

L'influence du paramètre du chirp est montrée par la simulation de l'équation (107) dans les figures (III.37.(g), III.37.(h), III.37.(i)):

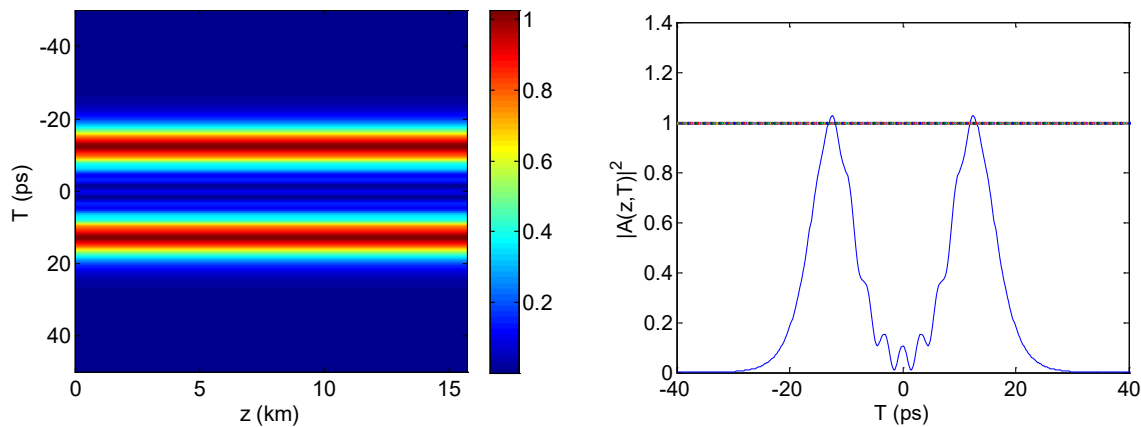


Fig. III.37.(g). La propagation de deux solitons fondamentaux en présence d'un chirp positif est:  $C=2$ ;  $\tau=2.5$

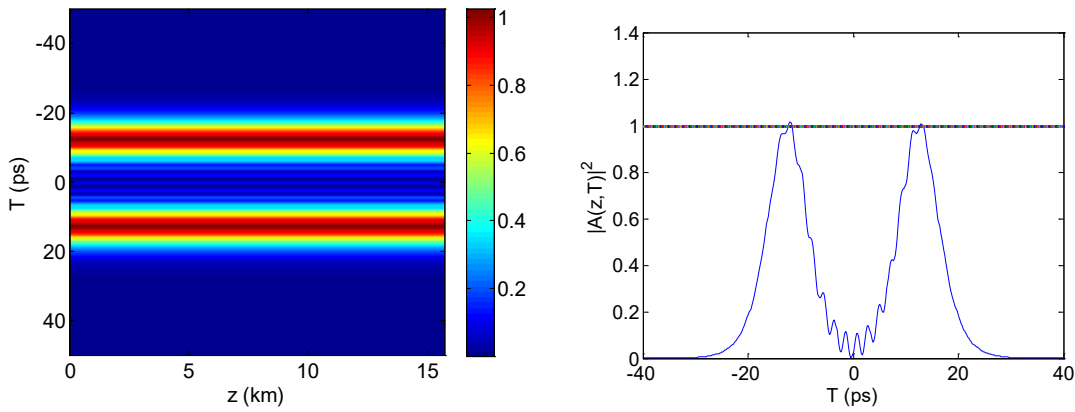


Fig. III.37.(h). La propagation de deux solitons fondamentaux en présence d'un chirp positif ( $C=3$ ;  $\tau=2.5$ )

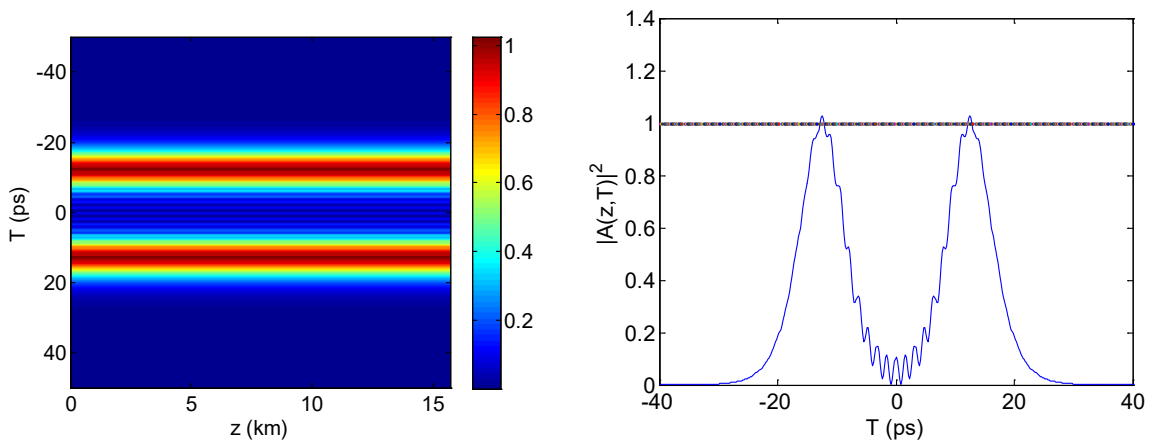


Fig. III.37.(i). La propagation de deux solitons fondamentaux en présence d'un chirp positif est ( $C=4$ ;  $\tau=2.5$ )

#### Discussion:

Une deuxième fois il n'y a aucune interaction entre les solitons, seulement l'apparition des lobes secondaires qui s'accroissent en nombre avec l'augmentation de la valeur du chirp.

#### III.3.6.3. Influence des différentes amplitudes:

L'effet des différentes amplitudes sur les solitons chirpés est étudié et illustré en utilisant l'équation (106) :

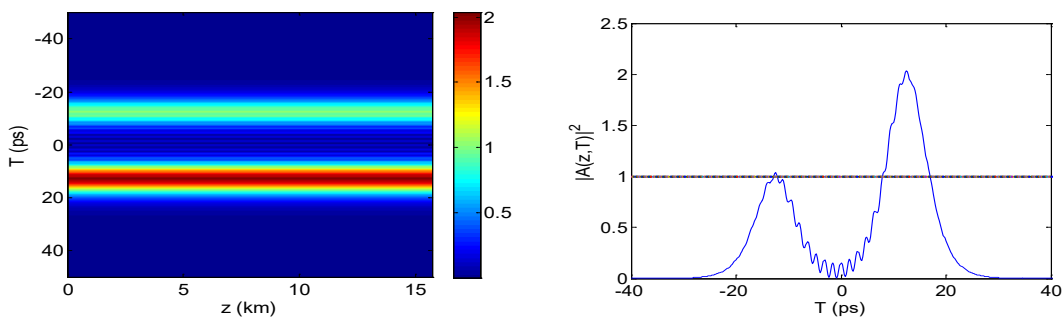


Fig. III.37.(j). La propagation de deux solitons en présence du chirp positive avec  $C=4$ ;  $\tau=2.5$  et différentes amplitudes

Discussion:

La figure précédente confirme que la différence d'amplitudes ne change rien par rapport aux résultats précédents : aucune interaction et création de lobes secondaires.

**III.3.6.4. L'effet de la phase sur les solitons chirpés:**

Par ce qui suit, on étudie l'effet de la phase sur les interactions des solitons chirpés en absence des GVD par la simulation numérique de l'équation (109):

$$A=A_0 \operatorname{sech}(T/T_0 + \tau) * e^{-i*(C/2)*(T/T_0+\tau)^2} * e^{i*\phi} + A_0 \operatorname{sech}(T/T_0 - \tau) * e^{-i*(C/2)*(T/T_0-\tau)^2} * e^{-i*\phi} \quad (109)$$

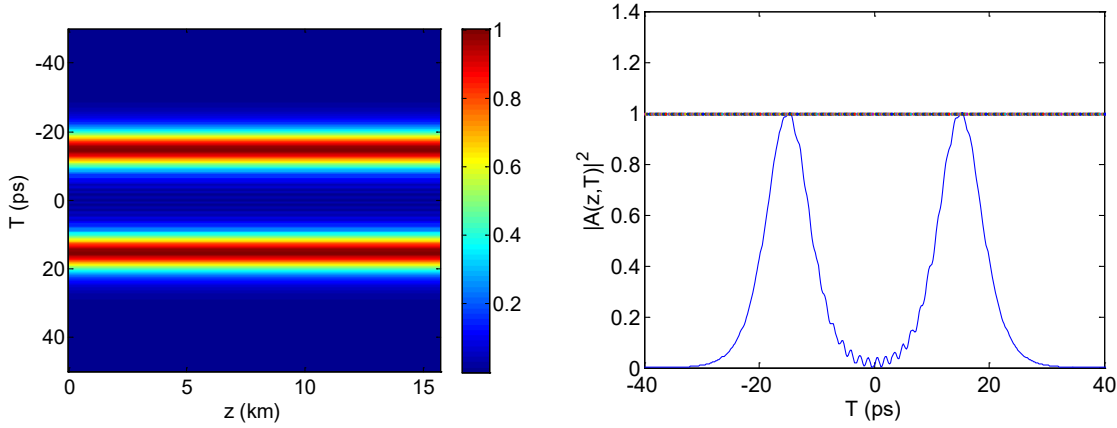


Fig. III.37.(k). Propagation de deux solitons en présence du chirp positif avec :  $C=3.5$ ;  $\tau=2.5$  et différentes phases

Discussion:

Le résultat de simulation pour deux solitons en opposition de phase est montré dans la figure (III.37.(k)). On obtient la suppression de l'attraction et la répulsion entre les deux solitons. L'interprétation de ce phénomène est que le chirp neutralise toutes les attractions et les répulsions des champs électriques des deux impulsions.

**III.3.6.5. Effet du chirp sur les solitons d'ordres supérieurs :**

L'effet du chirp sur les solitons d'ordres supérieurs est montré dans la figure (III.37.(l)) par la simulation numérique de l'équation (110). La simulation est faite avec un GVD nul.

$$A=N * A_0 \operatorname{sech}(T/T_0 + \tau) * e^{-i*(C/2)*(T/T_0+\tau)^2} + N * A_0 \operatorname{sech}(T/T_0 - \tau) * e^{-i*(C/2)*(T/T_0-\tau)^2} \quad (110)$$

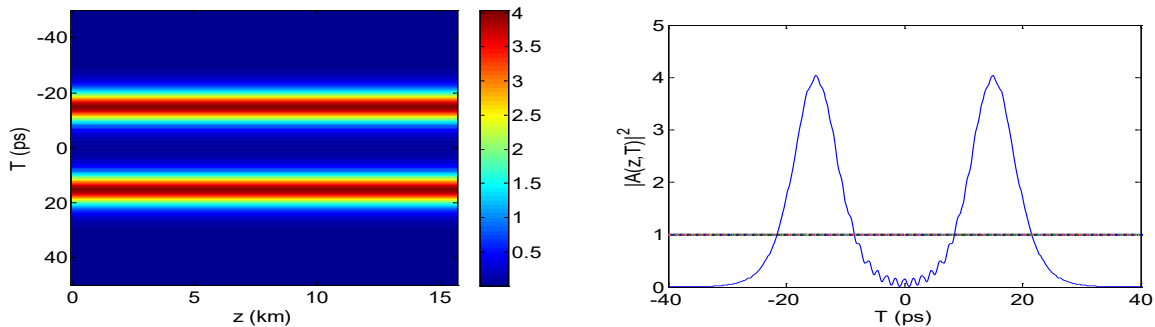


Fig. III.37.(l). Propagation de deux solitons en présence d'un chirp positif avec  $C=3.5$ ;  $N=2$ ;  $\tau=3$

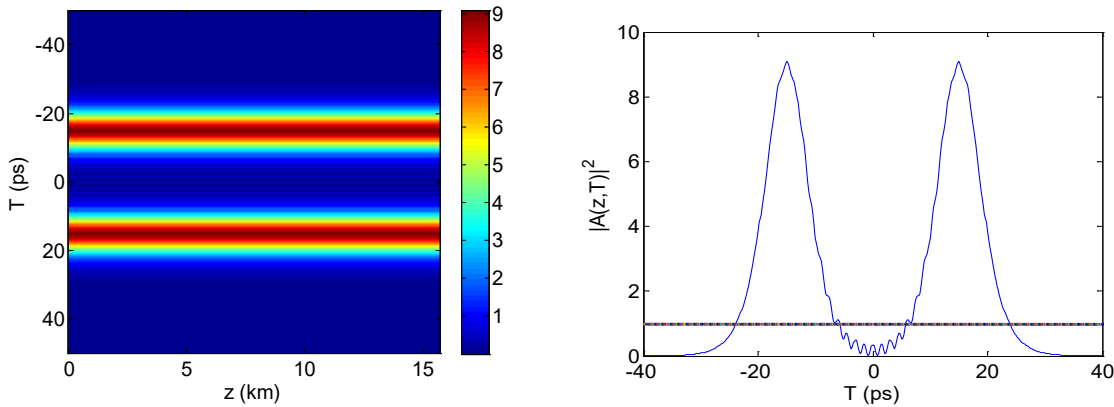


Fig. III.37.(m). Propagation de deux solitons en présence d'un chirp positif avec  $C=3.5$ ;  $N=3$ ;  $\tau = 3$

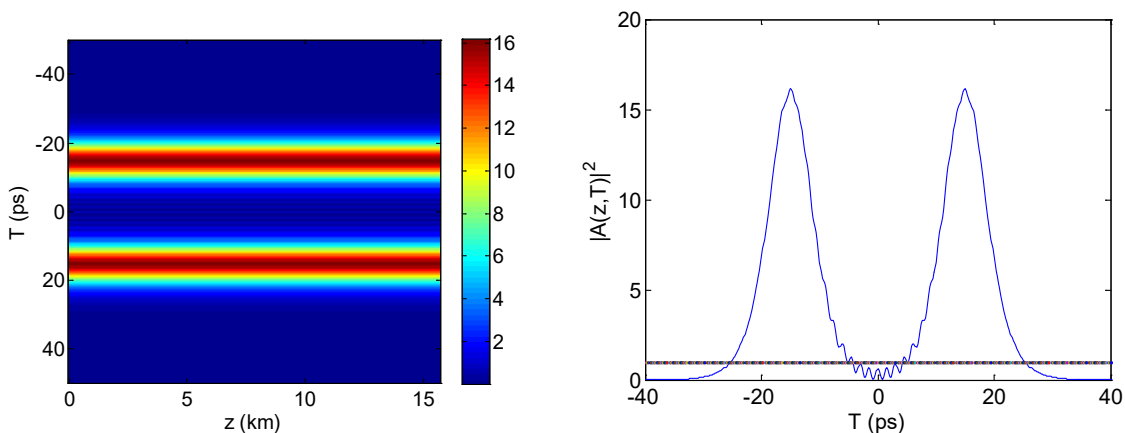


Fig. III.37.(n) : La propagation de deux solitons en présence d'un chirp positif avec  $C=3.5$ ;  $N=4$ ;  $\tau = 3$

### Discussion:

Les figures précédentes montrent que pour chaque soliton d'ordre supérieur perd sa forme périodique alors on obtient deux solitons fondamentaux avec une intensité proportionnel à l'ordre du soliton (elle est égale au carré de l'ordre du soliton), sans aucune interaction entre eux. Les lobes secondaires restent les mêmes quelque soit l'ordre du soliton.

### **III.3.7. Les interactions des solitons supérieurs:**

#### **III.3.7.1. La fission solitons d'ordres supérieurs :**

Les solitons d'ordres supérieurs ont une forme périodique interprétée physiquement par la supériorité du chirp positif généré par le SPM par rapport au chirp négatif produit par le GVD. Voilà pourquoi ils ne peuvent se contrebalancer complètement. Contrairement aux solitons fondamentaux, les solitons d'ordre supérieur sont destructibles en présence de toutes sortes de perturbations : Hamiltoniens (biréfringence, dispersion) ou non-Hamiltonien (atténuation, effet Raman, auto-raïdissement). Le phénomène impressionnant concernant les solitons d'ordre supérieur est la fission des solitons d'ordre supérieur en  $N$  solitons fondamentaux tel que  $N$  est l'ordre du soliton. Ce phénomène est surnommé « la fission des solitons d'ordres supérieurs », et a débouché sur de très larges applications dont la plus fameuse est la génération des supercontinuum [117-122].

La fission des solitons d'ordres supérieurs qui existe dans la littérature est causée par les effets d'ordres supérieurs représenté dans l'GNLSE comme : l'effet Raman, l'auto-raïdissement et la dispersion d'ordre supérieur. Cependant, il y a un autre effet qui cause la fission des solitons d'ordre supérieur .C'est l'interaction des solitons d'ordres supérieurs créant des solitons ultracourts à longueur d'onde accordable [201]. La fission par l'interaction apparaît à cause de l'attraction des champs électriques qui dépend de la séparation temporelle entre les impulsions et la différence des phases relatives des impulsions.

La fission des solitons d'ordre supérieurs causés par l'interaction a lieu en rapprochant deux solitons. Cela crée une perturbation échangée mutuellement entre deux solitons qui se fissionne après une distance  $L_S$  [164] définie comme la distance de fission:

$$L_S = \frac{L_D}{N} = \sqrt{\frac{\tau_0}{|\beta_2 \gamma P_0|}} \quad (111)$$

L'intensité des solitons fondamentaux générés est:

$$P_j = P_0(2N - 2j - 1)^2 \quad (112)$$

Tel que: N est l'ordre du soliton et j le nombre de solitons fondamentaux générés.

Le motif des solitons d'ordre supérieurs est illustré dans la figure (III.38). La simulation est obtenue avec l'équation (113) :

$$A = N_i^2 * \text{sech}(t/T_0) \quad (113)$$

Les valeurs des paramètres de cette étude sont dans le tableau.12 :  $N_2 = 2, N_3 = 3, N_4 = 4, N_5 = 5$

Paramètres	valeurs	Unités
Paramètre non-linéaire $\gamma$	1.0	1/W .km
Dispersion du second ordre $\beta_2$	- 25.0	$ps^2/km$
Lengueur de la fibre L	6	Km
Largeur de l'impulsion $T_0$	5.0	Ps

(Tab.12) les valeurs des paramètres de la simulation

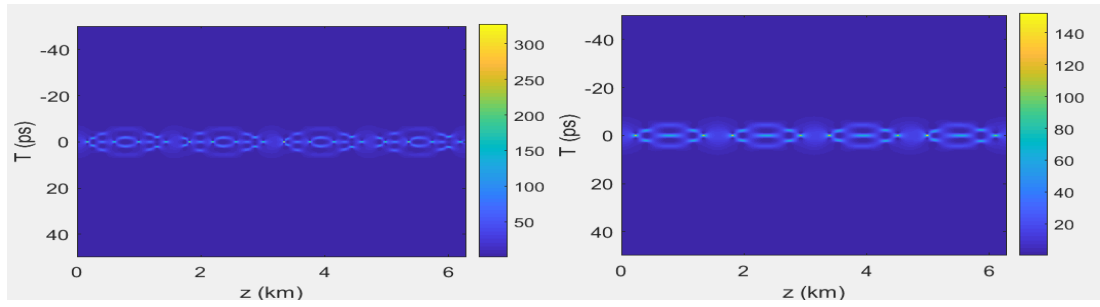


Fig.38.(a)

Fig.38.(b)

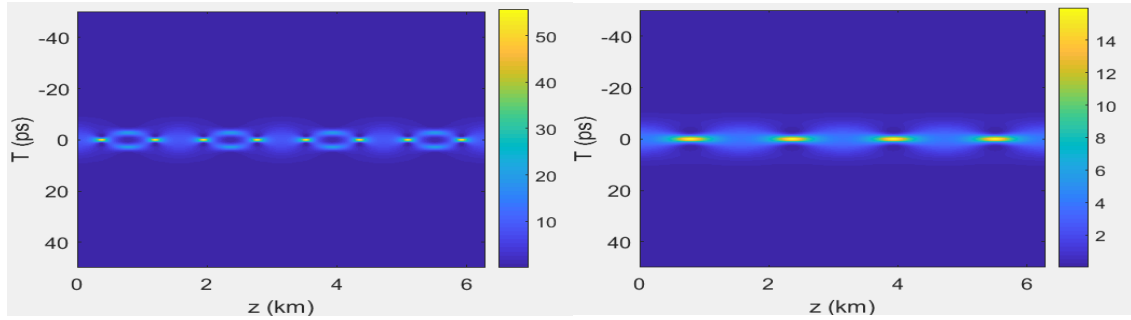


Fig.38.(c)

Fig.38.(d)

Fig.38 Les motifs des solitons d'ordres supérieurs

(Fig.38.(a) Un soliton d'ordre 5, Fig.38.(b) Un soliton d'ordre 4, Fig.38.(c) Un soliton d'ordre 3, Fig.38.(d) Un soliton d'ordre 2)

On voudrait comparer la fission des solitons d'ordre supérieur en phase et déphasés. Pour cette raison, on choisit de coupler des solitons de même ordre.

Les équations de la simulation sont les suivants :

- Pour les solitons en opposition de phase :

$$A = A_i^2 * \text{sech}(t/T_0-3) * \exp(i*\pi/2) + A_i^2 * \text{sech}(t/T_0+3) * \exp(-i*\pi/2) \quad (114)$$

- Pour les solitons déphasés :

$$A = A_i^2 * \text{sech}(t/T_0-3) + A_i^2 * \text{sech}(t/T_0+3) \quad (115)$$

Les valeurs de la simulation sont regroupées dans le tableau.13 :

Paramètres	Valeurs	Unités
Paramètre non-linéaire $\gamma$	1.0	1/W .km
Dispersion du second ordre $\beta_2$	- 25.0	$ps^2/km$
Lengueur de la fibre L	6	Km
Largeur de l'impulsion $T_0$	5.0	Ps

(Tab.13) les valeurs des paramètres de la simulation

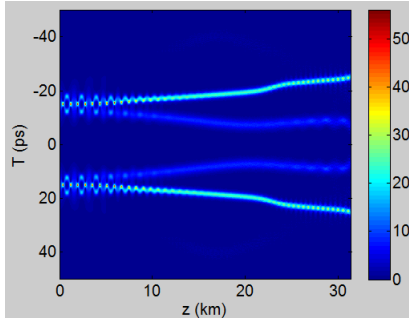


Fig.39.(a) Soliton du 3<sup>ème</sup> ordre avec phases opposées

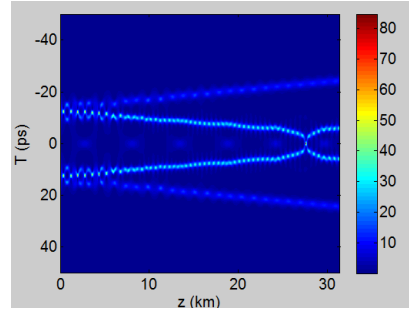


Fig.39.(b) Soliton du 3<sup>ème</sup> ordre avec la même phase

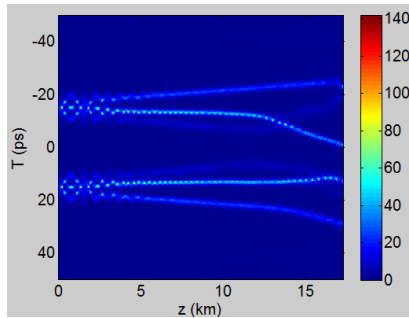


Fig.40.(a) Soliton du 4<sup>ème</sup> ordre avec phases opposées

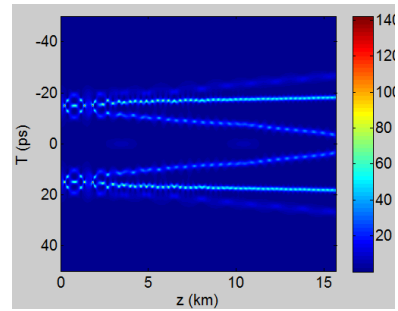


Fig.40.(b) Soliton du 4<sup>ème</sup> ordre avec mêmes phases

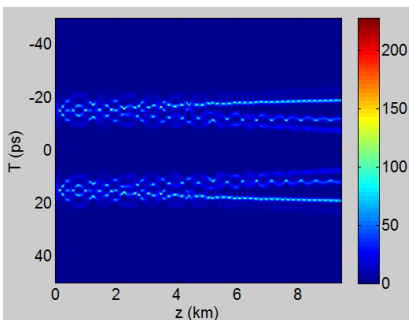


Fig.41.(a) Soliton du 5<sup>ème</sup> ordre avec phases opposées

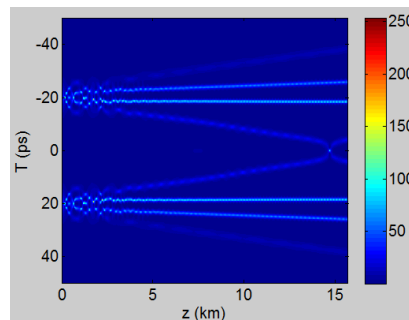


Fig.41.(b) Soliton du 5<sup>ème</sup> ordre avec mêmes phases

### Discussion:

Les résultats de la simulation confirment que la fission des solitons en rapprochant les solitons adjacents induit une grande attraction qui cause leur désintégration en plusieurs solitons fondamentaux. En comparant les figures on remarque que :

- La fission induit l'apparition de N solitons fondamentaux
- Les solitons fondamentaux créés après l'interaction n'ont pas la même intensité, et ne subissent pas le même décalage temporel durant la propagation.
- Il y a aucune énergie échangé entre les solitons fondamentaux créés par la fission, vu que leur intensité est constante durant la propagation.

- La phase a un effet sur les solitons fondamentaux générés : s'ils sont en phase le décalage temporel des solitons fondamentaux diffère du décalage lorsqu'ils sont déphasés, car dans le premier cas le décalage est constant alors qu'au deuxième cas il est fait avec une vitesse variable.
- Des attractions et des répulsions existent entre les solitons fondamentaux.
- La phase n'a aucune influence sur le point où la fission commence. Par exemple les solitons d'ordre 5 se fissionnent après 3 périodes quand les solitons sont en-phase ou déphasés.
- Les solitons fondamentaux n'apparaissent pas en même temps si les phases sont opposées, ils apparaissent un par un. Alors que pour les solitons en phase, ils naissent sur le même point, et les solitons fondamentaux sont donc générés ensemble.
- La longueur de la fission dépend de l'ordre du soliton. Par exemple le soliton du 5<sup>ème</sup> ordre se désintègre après une seule période alors que le soliton du 4<sup>ème</sup> ordre après deux périodes.

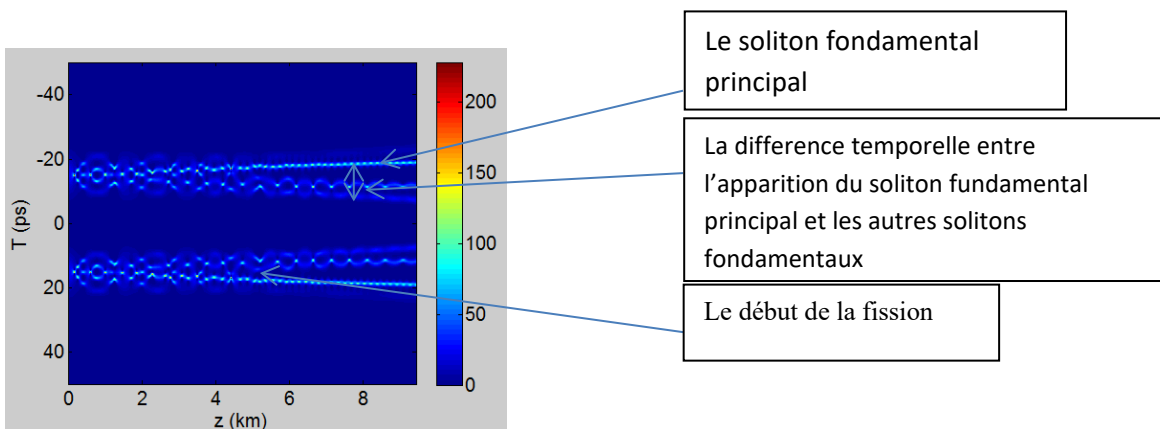


Fig.III.42 la fission des solitons d'ordres supérieurs

### **III.3.7.2. Fusion des solitons d'ordre supérieurs:**

Dans cette section on reconsidère les résultats des auteurs de [74] afin d'étudier l'effet de l'atténuation sur l'interaction des solitons d'ordres supérieurs. L'auteur de [47] montre que l'atténuation mène à la fusion des solitons au lieu de leur fission à cause de l'élargissement induit.

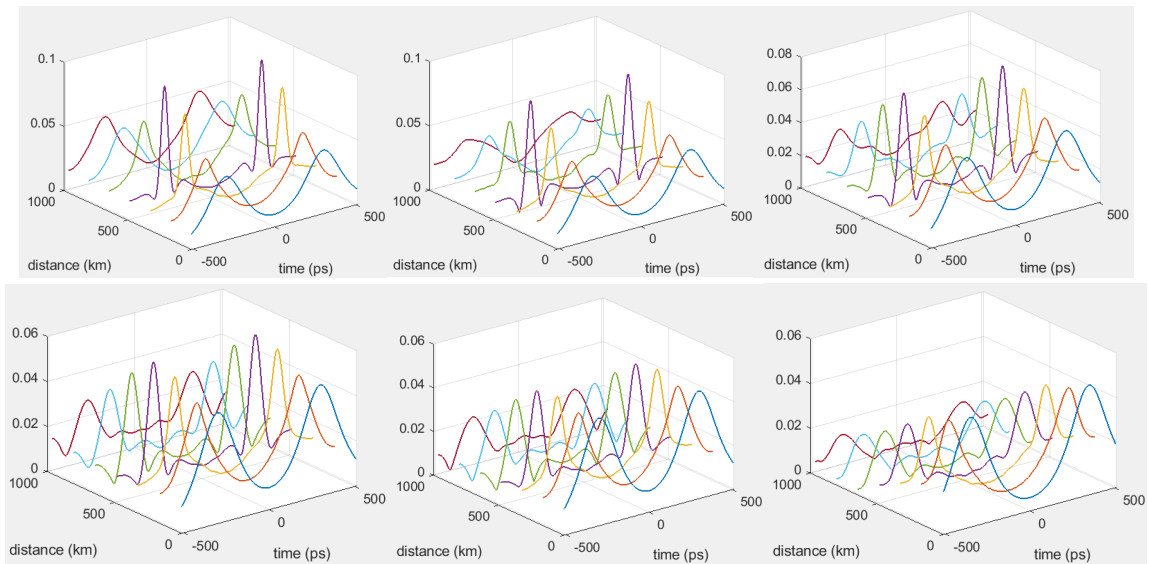


Fig. III.43.(a) : l'effet de l'atténuation sur les solitons du 2<sup>ème</sup> ordre ( les coefficients d'atténuation sont respectivement : (a) :0dB /km, (b) :0.001Db/km, (c) :0.002dB/km, (d) :0.003dB/km, (e) :0.004dB/km, (f) :0.005dB /km

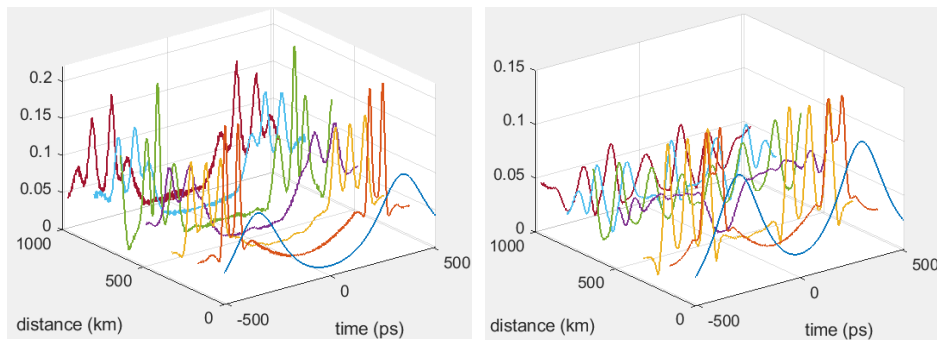


Fig. III.43.(b) : l'effet de l'atténuation sur l'interaction des solitons du 5<sup>ème</sup> ordre

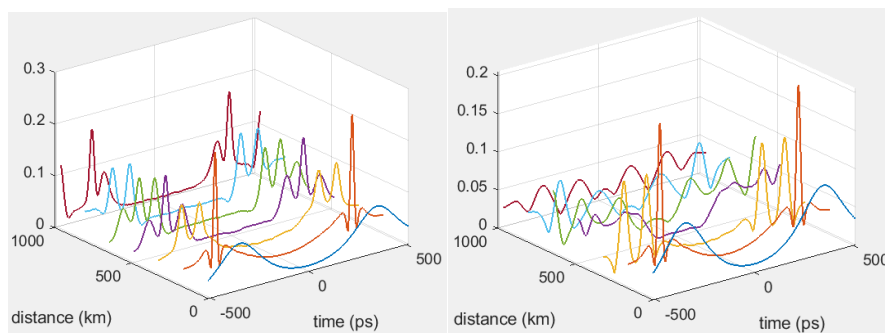


Fig. III.43.(c) : l'effet de l'atténuation sur l'interaction des solitons du 4<sup>ème</sup> ordre

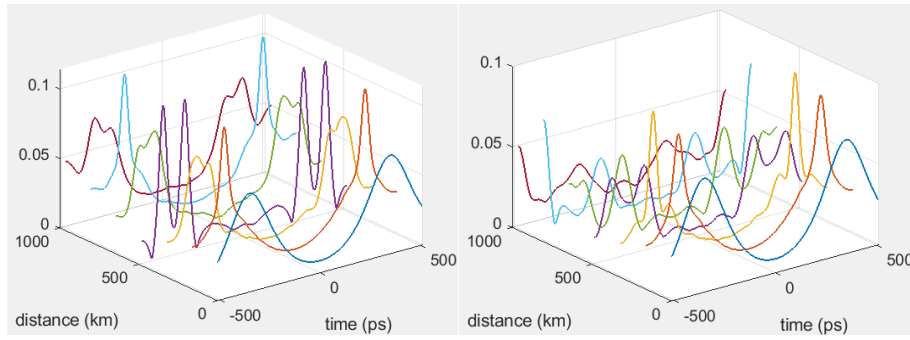


Fig. III.43.(d) : l'effet de l'atténuation sur l'interaction des solitons du 3<sup>ème</sup> ordre

### Discussion :

Si l'atténuation est considéré, les solitons d'ordres supérieurs se fusionnent, et en plus de la diminution en intensité, les solitons seront complètement détruits. L'interprétation donnée dans la littérature est que l'atténuation a deux effets : la diminution en intensité et la croissance de la largeur de l'impulsion. L'augmentation de l'intensité affaiblit l'attraction des champs électrique, mais d'autre part l'augmentation du largeur de l'impulsion renforce l'attraction. L'induction à l'augmentation de la largeur temporelle est plus robuste que l'induction à l'augmentation de l'intensité. C'est pour cela que la fusion a lieu au lieu de la fission et les solitons perdent leurs propriétés.

### **III.3.8. Interactions des solitons modélisées par vc-NLSE :**

Dans cette section, on étudie l'interaction modélisée par vc-NLSE (équation (116)), qui tient compte de tous les effets d'ordres supérieurs négligés dans l'équation de Schrödinger simplifiée es. L'avantage de ce modèle est la prise en compte de l'inhomogénéité de la fibre qui rend les effets d'ordres supérieurs inconstants.

Notre objectif est de montrer l'effet des paramètres de l'équation (116) sur les interactions afin de montrer les différents systèmes à gestion de dispersion et d'ajuster les paramètres pour assurer la bonne propagation. L'explicite solution analytique sur laquelle on se base est présentée par les auteurs de [124] en imposant certaines conditions paramétriques. La solution de l'équation en question a été construite par plusieurs méthodes : la méthode d'ansatz [130-133], dans [127-128] avec la transformation de straightforward Darboux basée sur Lax pair, dans [198] avec la transformation de Bäcklund, et finalement dans [202-204, 150] la solution est construite avec la méthode Bilinéaire. Dans cette section on discute l'influence de chaque paramètre sur l'intéraction des solitons.

L'équation de Schrödinger à coefficients variables (vc-HNLS) [112, 113, 171] est l'équation qui gouverne la propagation des solitons en régime femtoseconde prenant en compte les effets d'ordre supérieurs variables à cause de l'inhomogénéité de la fibre [171]. Cette équation s'écrit sous la forme suivante :

$$iu_{\xi} + \alpha(\xi)u_{\tau\tau} + \beta(\xi)|u|^2u + i\gamma(\xi)|u|^2u_{\tau} + i\zeta(\xi)(|u|^2)_{\tau}u + i\delta(\xi)u_{\tau\tau\tau} = -i\Gamma(\xi)u \quad (116)$$

Où :

- $\alpha(\xi)$  est la dispersion de la vitesse du groupe.
- $\delta(\xi)$  est la dispersion du troisième ordre.
- $\beta(\xi)$  est le paramètre de non-linéarité.
- $\gamma(\xi)$  est le paramètre de l'auto-raïdissement.
- $\zeta(\xi)$  est le paramètre relié à l'effet Raman.
- $\Gamma(\xi)$  est le coefficient du gain ou l'atténuation.

L'équation de l'évolution non-linéaire est:

$$u(\xi, \tau) = k(\xi) \frac{g(\tau, \xi)}{f(\tau, \xi)} \quad (117)$$

Où :  $k(\xi)$  est une fonction réelle donnée par:

$$k(\xi) = C_0 e^{-\int \Gamma(\xi) d\xi} \quad (118)$$

Avec :  $C_0$  est une constante d'intégration non-nulle.

$f(\xi, \tau)$  et  $g(\xi, \tau)$  sont des fonctions réelle et complexe différentiables dont l'expression est:

$$f(\xi, \tau) = 1 + \frac{C_1 C_0^2}{8\eta_1^2} e^{\theta_1 + \theta_1^*} + \frac{C_1 C_0^2}{8\eta_2^2} e^{\theta_2 + \theta_2^*} + \frac{C_1 C_0^2}{2(\eta_1 + \eta_2)^2} e^{\theta_2 + \theta_1^*} + \frac{C_1 C_0^2}{2(\eta_1 + \eta_2)^2} e^{\theta_1 + \theta_2^*} + \frac{C_0^4 C_1^2 (\eta_1 - \eta_2)^4}{64(\eta_1 + \eta_2)^4} e^{\theta_1 + \theta_1^* + \theta_2 + \theta_2^*} \quad (119)$$

$$g(\xi, \tau) = e^{\theta_1} + e^{\theta_2} + \frac{C_0^2 C_1 (\eta_1 - \eta_2)^2}{8\eta_1^2 (\eta_1 + \eta_2)^2} e^{\theta_1 + \theta_1^* + \theta_2} + \frac{C_0^2 C_1 (\eta_1 - \eta_2)^2}{8\eta_2^2 (\eta_1 + \eta_2)^2} e^{\theta_1 + \theta_2^* + \theta_2} \quad (120)$$

$$\text{Tel que: } \theta_j = \eta_j \tau + i \eta_j^2 \int \alpha(\xi) d\xi - \eta_j^3 \int \delta(\xi) d\xi + \varphi_{0j} \quad (121)$$

Avec :  $\eta_j$  et  $\varphi_{0j}$  sont des constantes réelles.

La solution est donnée sous les conditions suivantes :  $u(\xi, \tau) : \frac{\beta(\xi)}{\alpha(\xi)} = \frac{\gamma(\xi)}{3\delta(\xi)}$  et  $\frac{\beta(\xi)}{\alpha(\xi)} = C_1 e^{2 \int \Gamma(\xi) d\xi}$  avec :

$C_1$  est une constante d'intégration.

$$u(\xi, \tau) = k(\xi) \frac{g(\tau, \xi)}{f(\tau, \xi)} = \sqrt{\frac{8}{C_1 C_0^2}} \left( \frac{\eta_1 + \eta_2}{\eta_1 - \eta_2} \right) e^{-\int \Gamma(\xi) d\xi} \{ \eta_1 \cosh(\varepsilon_1 + \sigma_1) e^{-i\eta_2^2 \int \alpha(\xi) d\xi} + \eta_2 \cosh(\varepsilon_2 + \sigma_2) e^{-i\eta_1^2 \int \alpha(\xi) d\xi} \} * \{ \cosh(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \sigma_3) + \frac{(\eta_1 + \eta_2)^2}{(\eta_1 - \eta_2)^2} \cosh(\varepsilon_2 - \varepsilon_1 + \sigma_4) + \frac{8\eta_1 \eta_2}{(\eta_1 - \eta_2)^2} \cos [(\eta_1^2 - \eta_2^2) \int \alpha(\xi) d\xi] \}^{-1} \quad (122)$$

Tel que:

$$\varepsilon_j = \eta_j \tau - \eta_j^3 \int \delta(\xi) d\xi + \varphi_{0j} \quad (j=1, 2)$$

$$\sigma_j = \ln \sqrt{\frac{C_0^2 C_1 (\eta_1 - \eta_2)^2}{8\eta_j^2 (\eta_1 + \eta_2)^2}} \quad (j=1, 2)$$

$$\sigma_3 = \ln \sqrt{\frac{C_0^2 C_1 (\eta_1 - \eta_2)^2}{8\eta_1 \eta_2 (\eta_1 + \eta_2)^2}}$$

$$\sigma_4 = \ln\left(\frac{\eta_1}{\eta_2}\right)$$

III.3.8.1. Influence du coefficient d'amplification ou d'absorption  $\Gamma(\zeta)$  :

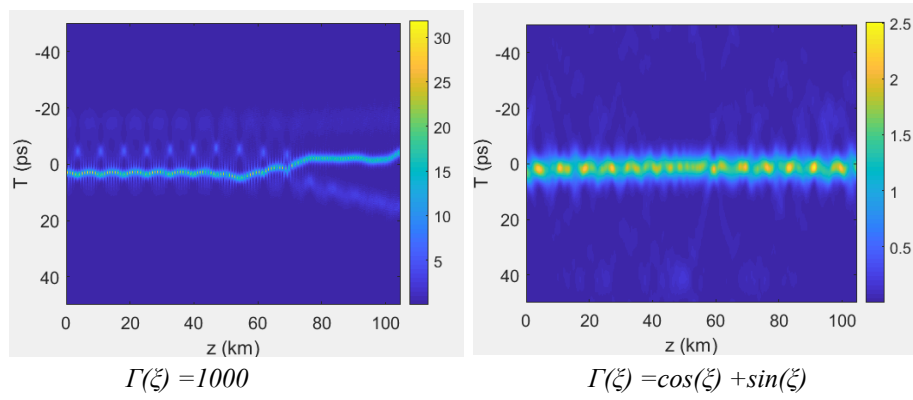


Fig. III.44.(a): L'effet du  $\Gamma(\zeta)$  sur l'interaction

III.3.8.2 Influence de  $(\eta_1, \eta_2)$  :

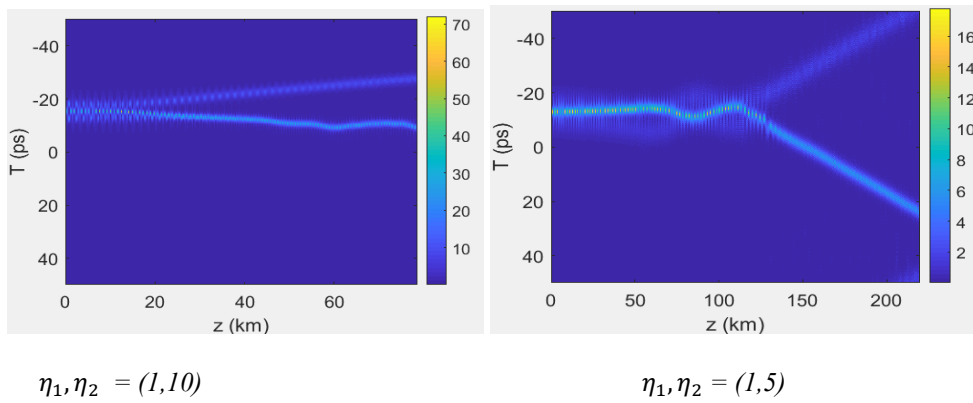


Fig. III.44.(b) : Effet de  $(\eta_1, \eta_2)$

III.3.8.3. Influence de  $(C_1, C_2)$  :

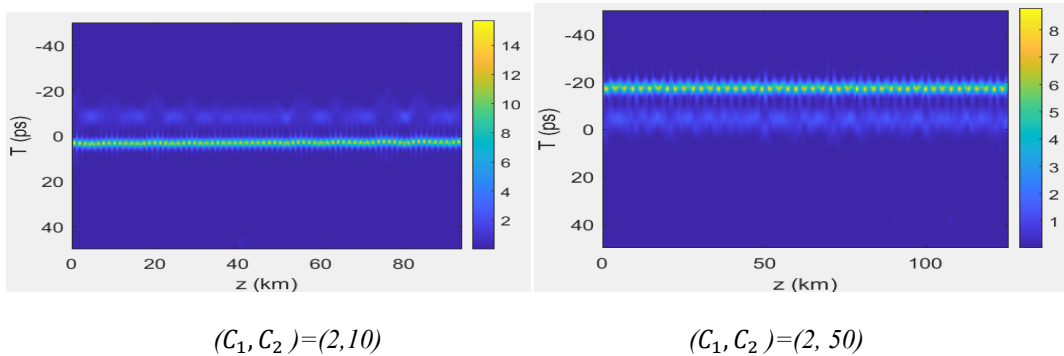
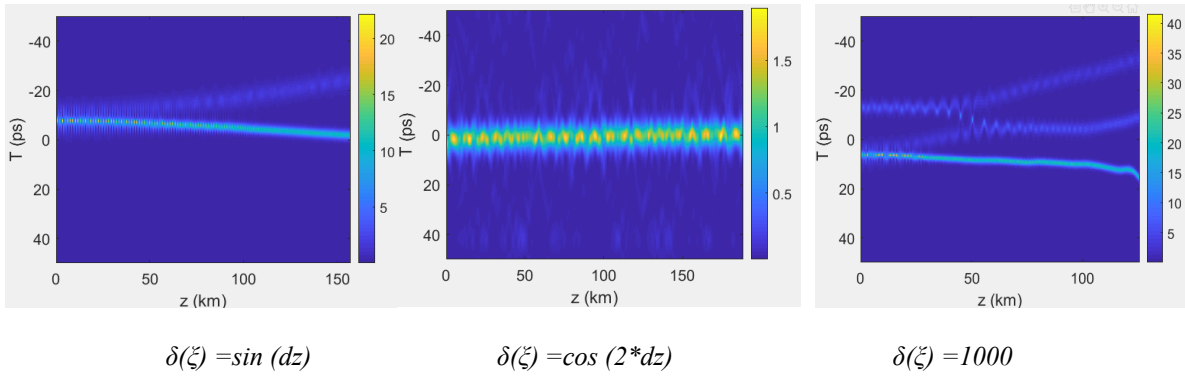


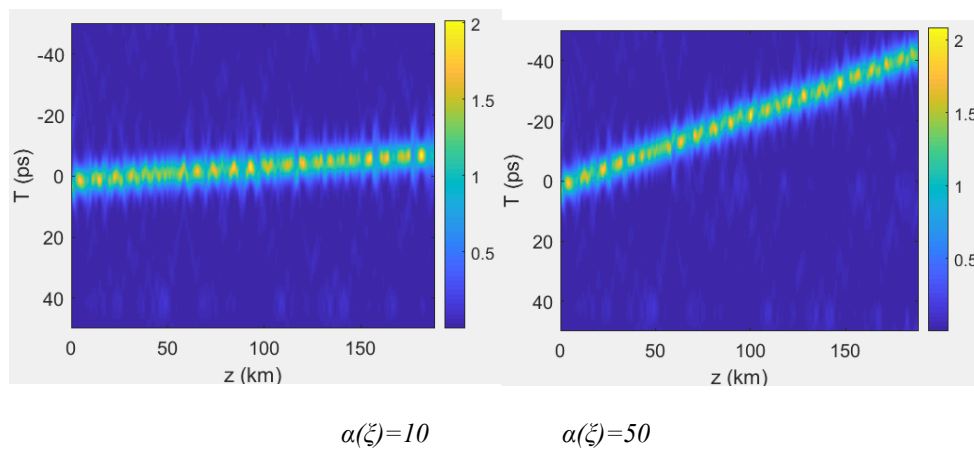
Fig. III.44.(c) L'effet de  $(C_1, C_2)$

III.3.8.4. Influence de la dispersion du troisième ordre  $\delta(\zeta)$  :



*Fig. III.44.(d) Effet de la dispersion du troisième ordre  $\delta(\xi)$*

**III.3.8.5. Influence de la dispersion de la vitesse du groupe  $\alpha(\xi)$  :**



*Fig. III.44.(e) Effet de la dispersion de la vitesse du groupe  $\alpha(\xi)$*

**Discussion :**

D'après les figures ci-dessus, on peut retenir les remarques suivants :

- La dispersion de la vitesse du groupe  $\alpha(\xi)$ , induit seulement un shift qui augmente avec l'augmentation du GVD à cause de la variation de la vitesse de la propagation.
- L'effet de la dispersion du troisième ordre  $\delta(\xi)$  dépend de son profil, il peut mener à la séparation des solitons co-propagatifs ou divise chaque soliton en deux impulsions, ainsi qu'un décalage temporel de chaque impulsion créée. Cependant certains profils de TOD ne créent aucun changement sur la propagation.
- La valeur de  $(\eta_1, \eta_2)$  affecte le décalage temporel et le point de séparation des deux solitons.
- La valeur de  $(C_1, C_2)$  affecte l'amplitude du soliton menant et du soliton trainant, ainsi qu'elle provoque un décalage temporel initial.
- Le coefficient d'amplification ou d'absorption  $\Gamma(\xi)$  augmente ou diminue l'énergie des solitons, alors il peut provoquer des interactions ou leur séparation selon le profil du coefficient.

**III.4. Conclusion:**

Une des avantages des solitons est leur invariance au cours d'une propagation à longues distances sans interactions d'un nombre maximum de solitons.

Dans cet article, l'interaction des solitons co-propagatifs est considérée. Les résultats de la simulation montrent que les solitons fondamentaux subissent une interaction attractive ou répulsive selon la valeur de la phase. L'attraction a lieu pour des phases spécifiques. Sinon, il y a une répulsion. Ces interactions induisent un décalage temporel ainsi qu'un échange d'énergie.

Les solitons proposés pour perfectionner la propagation sont les solitons ayant leur largeur temporelle de plusieurs picosecondes avec les bonnes valeurs des phases ou de cibler des solitons avec différentes amplitudes. Si la largeur du soliton est inférieure à 5 picosecondes, les interactions sont alors affectées par les effets d'ordres supérieurs parmi lesquels l'effet Raman, les dispersions du troisième ordre et du quatrième ordre qu'on a considérés pour leurs capacités de séparer les solitons adjacents grâce au décalage temporel. D'une autre part, on a démontré que le chirp est capable de supprimer l'interaction si la dispersion de la vitesse du groupe est nulle.

L'interaction des solitons d'ordres supérieurs diffère selon les effets pris en compte dans l'équation qui gouverne leur propagation. Dans notre travail, on a considéré leur interaction avec et sans atténuation. En absence de l'atténuation, les solitons d'ordres supérieurs se fissionnent sous l'effet de la forte attraction entr'eux, alors qu'en présence de l'atténuation ils se fusionnent et perdent leurs caractéristiques initiales.

La discussion des différents systèmes de gestion de la dispersion est considérée afin de préciser le rôle de chaque paramètre. Par cette étude, on a montré la possibilité de maîtriser l'interaction si les bons paramètres sont choisis adéquatement.

## **Chapitre IV**

# ***La propagation des solitons dans les fibres optiques de nouvelles générations***

## **IV.1. Introduction :**

Grâce au développement important de la recherche portant sur les fibres optiques et les générateurs d'impulsions solitoniques pendant plusieurs décennies, il existe actuellement différents types de fibres optiques parmi lesquelles les fibres à réseau de Bragg, les fibres microstructurées et les fibres biréfringents. Dans ce chapitre on étudie la propagation dynamique des impulsions solitoniques dans ces trois milieux de propagations.

Dans la section.1 on va discuter la propagation des solitons dans l'FBG [204]. Dans la fibre standard la compensation dispersion-nonlinéarité nécessite une fibre de plusieurs kilomètres de longueur pour que l'onde soliton apparaisse, alors qu'il suffit de quelques centimètres de fibre à réseau de Bragg pour la même compensation. Cela est dû à la dispersion de l'FBG (**grating dispersion**) qui l'emportent sur la dispersion totale de la fibre due à la dispersion du guide et la dispersion du matériau [205]. Cette dispersion (grating dispersion) permet au soliton de se propager avec une vitesse moindre que celle d'une onde se propageant dans une fibre standard, et ne dépasse jamais 75% de la vitesse de la lumière. C'est la raison pour laquelle ces solitons sont utiles dans les 'slow light applications' [206]. Ces solitons (issus de la propagation dans FBG) sont appelés **grating solitons** se différencient en deux catégories : **gap solitons** et **bragg solitons** [207].

Les deux solitons réfléchis et transmis (backward et forward) sont accouplés dans l'FBG [208]. Ils subissent des interactions qui peuvent être répulsives ou attractives selon leurs phases, mais comme c'est déjà mentionné, le soliton reste parfait après collisions. D'autre part, l'existence des deux solitons (backward et forward) génère une bande interdite photonique (Photonic Band Gap PBG) [207], les fréquences transmises sont celles de l'extérieur de la bande, alors que celles de l'intérieur sont réfléchis [209].

Les équations des modes couplés non-linéaires (NLCM) [210], sont les équations dont la solution analytique est celle du **gap soliton**. Celui-ci n'est pas un soliton proprement dit mais une onde solitaire stable. On doit noter que plusieurs méthodes sont proposées pour résoudre ces équations. D'un autre côté, les **Bragg solitons** sont obtenus à partir des équations non linéaire de Schrodinger (NLS), leur fréquence est en dehors du PBG, tandis que la fréquence des **gap solitons** se trouve à l'intérieur. A partir de ce concept, on distingue deux classes de **gap solitons** selon leurs fréquences [206]:

- GS à basses fréquences supportés par la nonlinéarité cubique [211,212] et compensés par la dispersion anormale. Le soliton garde uniquement 11.6% de son énergie initiale.
- GS à hautes fréquences (two-tier solitons), supportés par la nonlinéarité quintique [211,212] et contrebalancé par la dispersion anormale. Cette famille retient 92.4% de son énergie initiale.

Les chercheurs ont utilisé, pour résoudre NLCM, plusieurs méthodes dont la plus fréquente et simple suppose que le « detuning paramètre » et « self-phase modulation » soient nulles. Cette approximation est intégrable et dite *Massive Thirring Model*, (*MTM*). Un autre moyen est celui de *Stokes paramètres*, qui permet de calculer l'énergie totale et la différence entre l'énergie des deux ondes réfléchies et transmises. Un autre moyen est de réduire les équations de NLCM en NLS

équations perturbées (PNLS) qui décrivent la propagation non-linéaire à l'intérieur du PBG. Cette approximation est ensuite résolue avec la méthode couplée Amplitude- phase. Le résultat est un soliton exacte du genre Grating soliton, non pas comme les premières méthodes qui génèrent des ondes solitaires. Vu qu'il existe plusieurs types de réseaux de Bragg, on étudie la propagation des solitons dans le réseau uniforme, le réseau non-uniforme, le SIT-Bragg solitons, le réseau à long pas.

La section.2 concerne la modélisation des solitons dans la fibre biréfringente. Un aperçu sur les solutions proposées par les chercheurs est présenté. Les fibres biréfringentes ont plusieurs applications dans le domaine de télécommunication Dans ces pages on va donner un intérêt particulier à la propagation des solitons et à l'existence de la biréfringence dans la fibre .Vu que dans la littérature, la fibre est considérée unimodale dans la plupart des cas, mais en réalité la fibre est bimodale si l'anisotropie est manifestée (c'est la biréfringence). Cependant, la biréfringence et le bruit créé par l'amplification sont considérés comme les deux problèmes majeurs de la transmission dont la solution n'est pas encore trouvée.

Dans la section.3, on étudie la propagation des solitons dans les fibres microstructurées aussi surnommés « Photonic Cristal Fiber PCF». Les PCF sont constituées d'un arrangement périodique de silice fondu et de trous d'air fonctionnant parallèlement à l'axe de la fibre. L'échelle de la micro-structuration étant comparable à la longueur d'onde du rayonnement électromagnétique guidé par les fibres. Ils sont largement utilisés dans le domaine d'optique nonlinéaire car leur dispersion est beaucoup plus facile à manipuler par rapport à celle des fibres standards. Sur ce concept on évoque dans cette section une nouvelle catégorie de solitons dite « Pure-quartic solitons », ainsi que notre étude concernant leurs propagations en considérant l'inhomogénéité de la fibre.

## **IV.2. La propagation des solitons dans les fibres à réseau de Bragg :**

Les réseaux de Bragg optique ont un type spécial de structures périodiques. Récemment ils sont appliqués comme filtres optiques, coupleurs, réflecteurs, comparateurs de dispersion. Ce guide d'onde a beaucoup d'applications dans la technologie des télécommunications et la détection optique. Son utilisation comme détecteur pour mesurer la température, la contrainte et la pression est en progression depuis 20 ans, lorsque la photosensitivité de la silice dopée germanium a été découverte par Hill et al en 1978. Appliqué dans le domaine de détection, l'FBG a plusieurs avantages, comme la durabilité, anti-interférence électromagnétique, entrée asymétrique, petite taille, mesures de quasi-distribution, anti-humidité et l'indépendance à l'intensité modérée.

La fabrication de l'FBG est faite en inscrivant une variation périodique de l'indice de réfraction du cœur de la fibre avec une source intense d'ultraviolet (UV) comme le laser UV . Le concept d'FBG est basé sur la théorie de la réflexion de Bragg. L'FBG réfléchit généralement le rayonnement d'une courte gamme de longueurs d'onde et transmet le reste des longueurs d'onde. Quand le rayonnement se propage à travers l'FBG, la réflexion totale a lieu sur la longueur d'onde de Bragg, et le reste des longueurs d'onde n'est pas affecté par le réseau de Bragg. Ces FBG sont appliqués dans la compression des impulsions, et les opérateurs logiques.

### IV.2.1 Les fibres à réseau de Bragg uniforme:

Comme il y a deux modes de propagation à l'intérieur de l'FBG (transmis et réfléchi), l'FBG est donc un guide d'ondes couplées, alors il peut être caractérisé par CMT. Dans cette approximation, les deux modes de propagation sont exprimés comme suit :

$$E(x,y,z,t) = A(z) (\exp(i\beta z) + B(z) \exp(-i\beta z)) e(x,y) \exp(i\omega t) \quad (121)$$

$A(z); B(z)$  les amplitudes variables des modes réfléchis et transmis

$e(x,y)$  : la distribution du champ suivant  $x$  et  $y$

$\beta$  : la constante de propagation

$\omega$  : la fréquence angulaire

$A(z)$  et  $B(z)$  l'évolution des modes sur le long du réseau est et donnée par:

$$\frac{dS}{dz} = i\Omega R(z) + i\kappa S(z) \quad (122)$$

$$\frac{dR}{dz} = -i\Omega R(z) - i\kappa S(z) \quad (123)$$

$S, R$ : sont les ondes qui se propagent en avant et en arrière; et sont reliés par les équations CMT

$S(z); R(z)$  sont les amplitudes des deux modes, leurs expressions sont les suivantes :

$$S(z) = A(z) \exp(i\delta z + \varphi/2) \quad (124)$$

$$R(z) = B(z) \exp(i\delta z - \varphi/2) \quad (125)$$

Posons :

$$\Omega = \delta + \sigma - \frac{d\varphi}{2dz} \quad (126)$$

$$\kappa = \frac{\pi}{\lambda} \Delta n_{eff} \quad (127)$$

$$\sigma = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta n_{eff} \quad (128)$$

$$\delta = 2\pi n_{eff} \left( \frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_B} \right) \quad (129)$$

Les paramètres ci-dessus représentent :

$\Omega$  "dc" le coefficient d'auto-couplage

$\kappa$  est le coefficient de couplage "AC"

$\sigma$  est le coefficient de couplage "DC"

$\delta$  facteur de désaccord

Quand l'FBG est uniforme on suppose que :  $\frac{d\varphi}{2dz} = 0$

Dans le cas de propagation uniforme, la relation suivante est satisfaite:

$$\begin{bmatrix} S_0 \\ R_0 \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} S_N \\ R_N \end{bmatrix} \quad (130)$$

Si lapropagation est non-uniforme, la matrice de transfert de chaque segment est assumée par  $T_i$

$$\begin{bmatrix} S_0 \\ R_0 \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} S_N \\ R_N \end{bmatrix} = \prod_{i=1}^N T_i \begin{bmatrix} S_N \\ R_N \end{bmatrix} \quad (131)$$

La matrice totale est alors:

$$T = T_N \cdot T_{N-1} \cdot \dots \cdot T_2 \cdot T_1 \quad (132)$$

Les éléments des sections individuelles des matrices sont:

$$\begin{bmatrix} S_i \\ R_i \end{bmatrix} = T_i \begin{bmatrix} S_{i+1} \\ R_{i+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11}^i & T_{12}^i \\ T_{21}^i & T_{22}^i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{i+1} \\ R_{i+1} \end{bmatrix} \quad (133)$$

Où :

$$T_{11}^i = \cosh(\gamma_B dz_i) + i \frac{\Omega}{\gamma_B} \sinh(\gamma_B dz_i) \quad (134)$$

$$T_{22}^i = \cosh(\gamma_B dz_i) - i \frac{\Omega}{\gamma_B} \sinh(\gamma_B dz_i) \quad (135)$$

$$T_{12}^i = i \frac{k}{\gamma_B} \sinh(\gamma_B dz_i) \quad (136)$$

$$T_{21}^i = -i \frac{k}{\gamma_B} \sinh(\gamma_B dz_i) \quad (137)$$

$$\gamma_B = \sqrt{k^2 + \Omega^2} \quad (138)$$

La loi de Bragg est décrite:

$$\lambda_B = 2n_{eff} \Lambda \quad (139)$$

La mise en oeuvre d'un logiciel simulant l'onde réfléchiée par le réseau de Bragg uniforme donne le spectre représenté par la figure (IV.45)

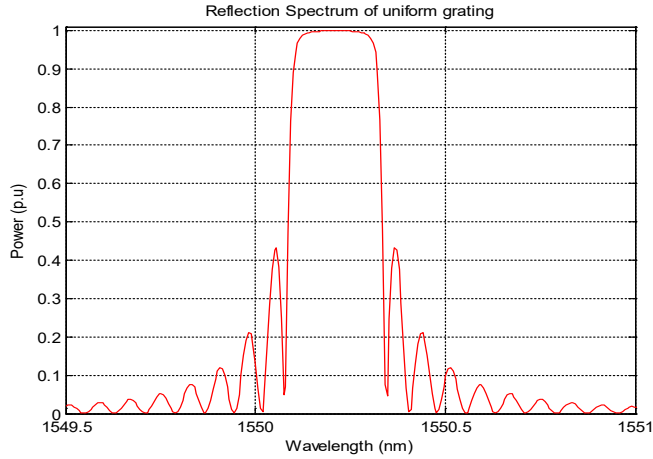


Fig IV.45 : Le spectre reflechi par un réseau de Bragg uniforme

L'indice de réfraction d'un FBG uniforme linéaire est exprimé comme ci-dessous [204,213] :

$$n(z) = \bar{n} + \Delta n(z) \quad (140)$$

Tel que :

$$\Delta n(z) = n_{eff} + \delta n_{eff} \cos(2\pi/\Lambda_0(z)) \quad (141)$$

$\bar{n}$  : Indice de réfraction moyen

$\Delta n$  : la variation de l'indice de réfraction.

$\Lambda$  : la periode spatiale

$n_{eff}$  : l'indice effectif

$\delta n_{eff}$  : variation de l'indice effectif du réseau.

La longueur d'onde de Bragg est une fonction définit comme suit :

$$\lambda_B = 2(n_{eff} + \delta n_{eff}) \Lambda(Z) \quad (142)$$

$\lambda_B$  : La longueur d'onde de Bragg

L'expression du champ électrique comprend le champ transmis et réfléchi [213], l'expression est la suivante :

$$E(z,t) = [E_+(z,t) \exp(ik_B z) + E_- \exp(-ik_B z)] \exp(-i\omega_B t) + c.c \quad (143)$$

Tel que :

$\omega_B$  : La fréquence de Bragg

$k_B$  : Le nombre d'onde de Bragg

Les champs électriques transmis et réfléchi obéissent au NLCME [214] comme suit :

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_+}{\partial Z} &= \beta_1^g \frac{\partial E_+}{\partial t} + \frac{j\beta_2^g}{2} \frac{\partial^2 E_+}{\partial t^2} = j\delta E_+ + jkE_- + j\gamma^g (|E_+|^2 + 2|E_-|^2) |E_+| \\ \frac{\partial E_-}{\partial Z} &= \beta_1^g \frac{\partial E_-}{\partial t} + \frac{j\beta_2^g}{2} \frac{\partial^2 E_-}{\partial t^2} = j\delta E_- + jkE_+ + j\gamma^g (|E_-|^2 + 2|E_+|^2) |E_-| \end{aligned} \quad (144)$$

Le facteur de dispersion du 1er ordre:  $\beta_1^g(Z) = \frac{1}{v_g \sqrt{1 + \frac{K(Z)^2}{\delta(Z)^2}}} \quad (145)$

Le facteur de dispersion du 2ème ordre:  $\beta_2^g(Z) = -\frac{sgn(\delta(z))K(z)^2/v_g^2}{[\delta(z)^2 - K(z)^2]^{3/2}} \quad (146)$

$$\text{la vitesse du groupe: } v_g = \frac{d\omega}{dK} \quad (147)$$

$\delta$  : Facteur de désaccord,

$k$  : coefficient de couplage.

Leurs expressions sont :

$$\delta(Z) = 2\pi n_{eff} \left( \frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\lambda_B} \right) = \frac{\bar{n}}{c} (\omega - \omega_B) = \pm \sqrt{K^2 + Q^2} \quad (148)$$

$$K(Z) = \frac{2\pi n_{eff}(Z)}{\lambda} \quad (149)$$

Une condition intéressante sur le facteur de désaccord est que le soliton ayant un facteur de désaccord compris entre  $K_-(Z) < \delta(Z) < K_+(Z)$ , se trouve dans le gap de dispersion. Celui-ci ne peut donc se propager dans l'FBG, il est alors réfléchi .

#### **IV.2.1.1 Gap solitons brillants et noirs :**

Comme c'est indiqué précédemment, les gap- solitons sont obtenus à partir de NLCME et leurs spectres se trouvent dans l'PBG (photonic band gap). La construction des gap-solitons brillants et noirs dépend du signe de la dispersion induite par l'FBG : pour avoir un gap- soliton brillant [215], la non-linéarité positive est contrebalancée par la dispersion anormale, par contre l'enveloppe correspondant au soliton noir est formée par la compensation de la non-linéarité et la dispersion normale.

Comme c'est déjà mentionné dans l'équation (24), NLCME a comme expression [216]:

$$\begin{aligned} I \frac{\partial E_f}{\partial z} + i \frac{\bar{n}}{c} \frac{\partial E_f}{\partial t} + K E_b + (\Gamma_s |E_f|^2 + 2 \Gamma_x |E_b|^2) E_b &= 0 \\ -I \frac{\partial E_b}{\partial z} + i \frac{\bar{n}}{c} \frac{\partial E_b}{\partial t} + K E_f + (\Gamma_s |E_b|^2 + 2 \Gamma_x |E_f|^2) E_f &= 0 \end{aligned} \quad (150)$$

Les démarches de la résolution de ce système sont décrits en détail dans l'annexe.A.

La solution du soliton brillant est :

$$A_0 = \sqrt{\frac{8(2K^2 + 3\Gamma C)}{9\Gamma^2}} \operatorname{sech}(\sqrt{(4K^2 + 6\Gamma C)})z \quad (151)$$

L'expression du soliton noir est :

$$A_0 = \sqrt{\frac{4(2K^2 + 3\Gamma C)}{9\Gamma^2}} \tanh(\sqrt{(2K^2 + 3\Gamma C)})z \quad (152)$$

#### **IV.2.1.2 Bragg grating solitons :**

Contrairement au gap-sollitons noir et brillant, Grating solitons sont liés à la fréquence du laser, Cette famille a une fréquence centrale située hors du PBG mais se propage à l'intérieur de l'FBG. Un Grating soliton brillant a une fréquence centrale décalée vers la branche supérieure de la courbe de dispersion, à cause de l'effet d'auto-focalisation (non-linéarité positive). Le Grating soliton noir est formé à partir de la compensation de la non-linéarité négative et la GVD normale [216 ,217]. On aura un effet d'auto défocalisation qui décale la fréquence centrale vers les branche inférieure de la courbe de dispersion :

Les champs électriques transmis et réfléchis sont liés comme suit:

$$\begin{aligned} i \frac{1}{v_g} \frac{\partial E_+}{\partial t} + i \frac{\partial E_+}{\partial Z} + k E_- + \gamma (|E_+|^2 + 2|E_-|^2) |E_+| &= 0 \\ i \frac{1}{v_g} \frac{\partial E_+}{\partial t} - i \frac{\partial E_-}{\partial Z} + k E_+ + \gamma (|E_-|^2 + 2|E_+|^2) |E_-| &= 0 \end{aligned} \quad (153)$$

Les champs électriques transmis et réfléchis sont liés comme suit:

$$\begin{aligned} i \frac{1}{v_g} \frac{\partial E_+}{\partial t} + i \frac{\partial E_+}{\partial Z} + k E_- + \gamma (|E_+|^2 + 2|E_-|^2) |E_+| &= 0 \\ i \frac{1}{v_g} \frac{\partial E_+}{\partial t} - i \frac{\partial E_-}{\partial Z} + k E_+ + \gamma (|E_-|^2 + 2|E_+|^2) |E_-| &= 0 \end{aligned} \quad (154)$$

Tel que:

$$\gamma = \frac{n_2 k_0}{A_{eff}} \quad (155)$$

Les démarches de la résolution de ce systèmesontexpliquées dans l'Annexe.B :

Pour obtenir la solution brillante on suppose que :

$$q(z,t) = i\rho \operatorname{sech} [P(t - \beta z)] \quad (156)$$

L'intensité est donc :

$$|q(z, t)| = \rho \operatorname{sech} [P(t - \beta z)] \quad (157)$$

Par résolution des équations paramétriques précédentes on obtient:

$$P^2 = \frac{(k + \frac{\omega^2}{2k} + \frac{\omega^3}{8k^3})}{(\frac{1}{2k} + \frac{3\omega}{8k^3})} \quad (158)$$

$$\beta = - \left( \frac{\omega}{k} + \frac{3\omega^2}{8k^3} \right) + \frac{1}{8k^3} \frac{(k + \frac{\omega^2}{2k} + \frac{\omega^3}{8k^3})}{(\frac{1}{2k} + \frac{3\omega}{8k^3})} \quad (159)$$

$$\rho^2 = \frac{1}{2\gamma k} P^2 = \frac{1}{2\gamma k} \frac{(k + \frac{\omega^2}{2k} + \frac{\omega^3}{8k^3})}{(\frac{1}{2k} + \frac{3\omega}{8k^3})} \quad (160)$$

$$\omega = \frac{4}{3} k^2 \quad (161)$$

Pour obtenir la solution noire on suppose que :

$$q(z,t) = \lambda \tanh [P(t - \beta z)] \quad (162)$$

Et l'intensité est alors:

$$|q(z, t)| = \lambda \{1 - \operatorname{sech}^2 [P(t - \beta z)]\}^{1/2} \quad (163)$$

Dans ce cas-là les paramètres sont alors :

$$\lambda^2 = -\frac{1}{2k\gamma} P^2 \quad (164)$$

$$P^2 = \frac{(2k^2 + \omega^2 + \frac{\omega^3}{4k^2})}{3(1 + \frac{\omega}{4k^2})} \quad (165)$$

$$\beta = -\left(\frac{\omega}{k} + \frac{3\omega^2}{8k^3}\right) + \frac{1}{8k^3} P^2 + \frac{\gamma}{2k^2} \lambda^2 \quad (166)$$

$$\omega = \frac{4}{3} k^2 \quad (167)$$

• **Propagation des solitons dans les FBG hautement nonlinéaires :**

On considère ci-dessous la propagation des solitons dans les FBG couplés hautement nonlinéaire, c'est-à-dire contenant le terme de nonlinéarité cubique, quintique et septique. Ce travail a été développé par les auteurs de [219].

L'indice de réfraction d'un système d'FBGs couplé contenant la nonlinéarité cubique-quintique et septique s'écrit sous la forme suivante :

$$n(z) = \bar{n} + n_1(z) \cos[2\pi/\Lambda_0 + z + \Theta(z)] + n_2 |E_-(z)|^2 + n_4 |E_-(z)|^4 + n_6 |E_-(z)|^6 \quad (168)$$

Tel que :

$\bar{n}$  : L'indice de réfraction moyen

$\Theta(z)$ : le shift de la phase

$E(z)$ : Le champ électrique

$\Lambda$ : la période de Bragg

$n_1$  : L'amplitude de la variation périodique de l'indice

$n_2$  : Le coefficient de la nonlinéarité Kerr

En remplaçant l'expression de l'indice de réfraction dans l'équation de Maxwell on obtient l'équation NLCM cubique-quintique-septique suivante :

$$\begin{aligned} & i \frac{1}{v_g} \frac{\partial E_+}{\partial t} + i \frac{\partial E_+}{\partial z} + k E_- + \gamma_1 (|E_+|^2 + 2|E_-|^2) |E_+| + \gamma_2 (|E_+|^4 + 6|E_-|^2 |E_+|^2 + 3|E_-|^4) |E_+| + \\ & \gamma_3 (|E_+|^6 + 12|E_+|^4 |E_-|^2 + 18|E_+|^2 |E_-|^4 + 6|E_-|^4) |E_+| = 0 \\ & i \frac{1}{v_g} \frac{\partial E_-}{\partial t} - i \frac{\partial E_-}{\partial z} + k E_+ + \gamma_1 (|E_-|^2 + 2|E_+|^2) |E_-| + \gamma_2 (|E_-|^4 + 6|E_-|^2 |E_+|^2 + 3|E_+|^4) |E_-| + \gamma_3 \\ & (|E_-|^6 + 12|E_-|^4 |E_+|^2 + 18|E_-|^2 |E_+|^4 + 6|E_+|^4) |E_-| = 0 \end{aligned} \quad (169)$$

Après avoir poursuivi les mêmes démarches de la démonstration expliquée ci-dessus (présentés dans l'Annexe.B), on obtient l'équation de PNLS suivante:

$$i \frac{\partial E}{\partial \tau_1} + \frac{1}{2k} \frac{\partial^2 E}{\partial z^2} + 3\gamma E |E|^2 + \frac{i}{8k^3} \frac{\partial^3 E}{\partial z^3} + \frac{i}{8k^3} \frac{\partial^4 E}{\partial z^4} + \frac{i\gamma}{2k^2} \partial_z (|E|^2 E) + E |E|^4 + \partial_z (|E|^4 E) + E |E|^6 +$$

$$\partial_z(|E|^6 E) = 0 \quad (170)$$

Pour obtenir la solution solitonique, on pose :

$$E(z,t) = q(z,t) e^{i\varphi(z,t)} \quad (171)$$

Tel que  $\varphi$  est le décalage linéaire de la phase, et  $q(z,t)$  est la fonction de l'enveloppe complexe :

$$q(z,t) = i\beta + \lambda \tanh(P(t-\alpha z)) + i\rho \operatorname{sech}(P(t-\alpha z)) \quad (172)$$

La solution exacte est trouvée après avoir résolues équations paramétriques mentionnées dans [15], les coefficients sont donc donnés selon les expressions suivantes :

$$P = \left(\frac{80}{3k^2\gamma_3}\right)^{1/3} \beta \lambda \quad (173)$$

$$K = -\left(\frac{\omega^2}{2k} + \frac{\omega^3}{8k^3} + \frac{\omega^4}{16k^4}\right) + (3\gamma_1 + \frac{\gamma_1}{2k^2} \omega) (\lambda^2 + \beta^2) + \left(\frac{5\gamma_2}{k} - \frac{\gamma_2}{2k^2} \omega\right) (\lambda^2 + \beta^2)^2 + \left(\frac{35\gamma_3}{2k} - \frac{5\gamma_3}{4k^2} \omega\right) (\lambda^2 + \beta^2)^3 \quad (174)$$

$$\beta = \left(\frac{\omega^3}{4k^4} - 3\frac{\omega^2}{8k^3} - \frac{\omega}{k}\right) + \left(\frac{1}{8k^3} - \frac{\omega}{4k^4}\right) P^2 + \left(6\gamma_1 + \frac{\omega\gamma_1}{2k^2}\right) \frac{\beta\lambda}{P} - \frac{\gamma_1}{2k^2} (\lambda^2 - \beta^2) + \frac{\gamma_2}{k^2} (\lambda^4 - \beta^4) + \left(\frac{\gamma_1}{k^2} + \left(\frac{20\gamma_2}{k} - \frac{2\gamma_2\omega}{k^2}\right) \frac{\beta\lambda}{P} + \frac{15\gamma_3}{4k^2} (\lambda^4 - \beta^4)\right) (\lambda^2 + \beta^2) + \left(\left(\frac{105\gamma_3}{k} - \frac{15\gamma_3\omega}{2k^2}\right) \frac{\beta\lambda}{P} - \frac{3\gamma_2}{2k}\right) (\lambda^2 + \beta^2)^2 - \frac{5\gamma_3}{k^2} (\lambda^2 + \beta^2)^3 \quad (175)$$

$$\omega = \left(\frac{80k^2\gamma_3}{3}\right)^{1/3} + \left(\frac{\gamma_2}{5\gamma_3} + \frac{3}{2} (\lambda^2 + \beta^2)\right) - 4k \quad (176)$$

- **Compensation de la dispersion**

La compensation de la dispersion par un FBG uniforme est obtenue par le montage de la figure (IV.46)

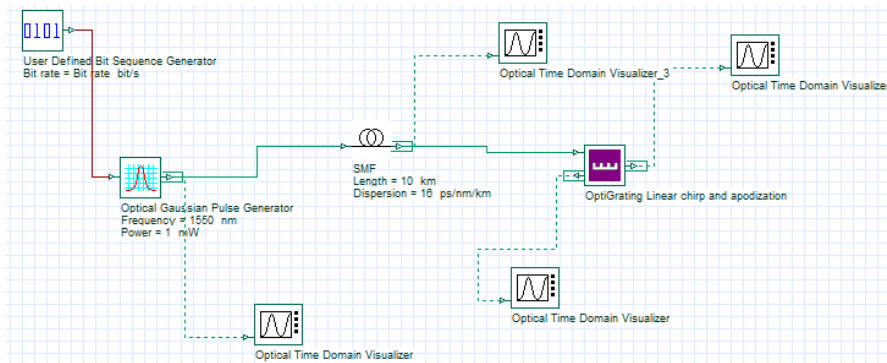


Fig.IV.46.(a) Schéma du montage simulé par le logiciel Optisystem 7 permettant la compensation de la dispersion d'un signal avec réseau de Bragg

La largeur à mi-hauteur de l'impulsion en début de la fibre optique est 12ps (Fig.46.(b))

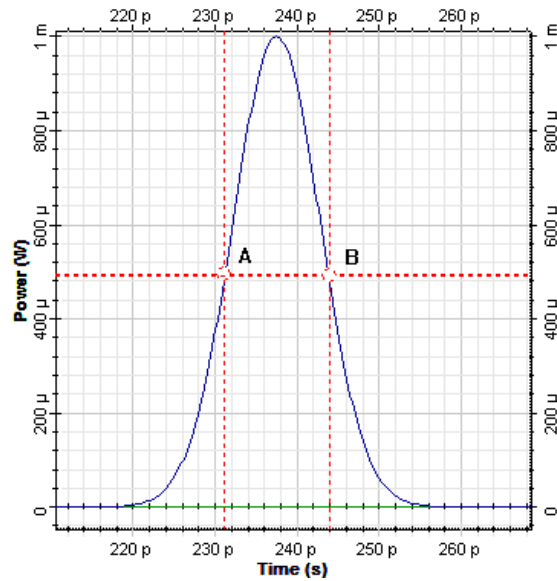


Fig. IV.46.(b): Le signal initial présent à l'entrée de la fibre avec une durée de 12ps

Après propagation de ce signal dans une longueur de fibre optique égale à 10 km. La largeur à mi hauteur de l'impulsion devient égale à 48ps comme représenté sur la figure (IV.46.(c))

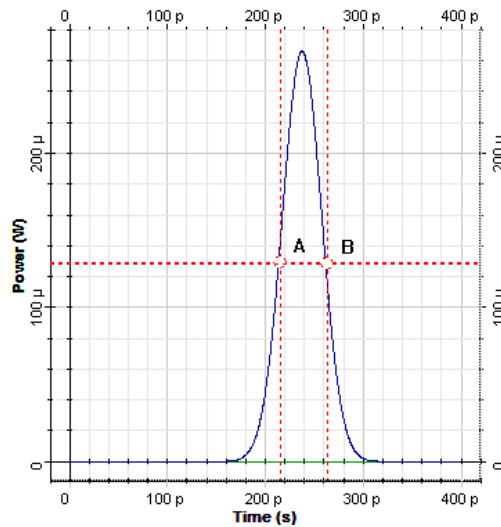


Fig. IV.46.(c) Le signal après 10km de propagation ayant le largeur de 48ps.

L'introduction de cette impulsion ayant une durée à mi-hauteur de 48 ps dans le composant FBG représenté à la figure (IV.46.(a)) pour compenser la dispersion. Le signal délivré par le FBG compensant la dispersion produite par 10 km de propagation dans une fibre optique est indiqué sur la figure (IV.46.(d))

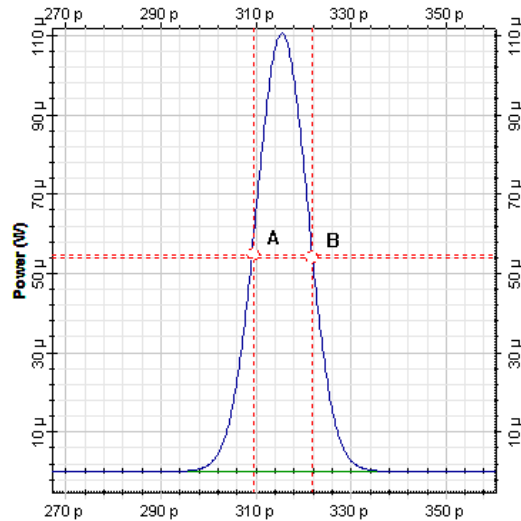


Fig.IV.46.(d) Le signal délivré par le FBG ayant la durée 12ps

### Discussion :

On remarque qu'après la propagation de 10 km dans une fibre dispersive l'impulsion s'élargisse jusqu'à 4 fois vis-à-vis de la durée temporelle initiale. Après la compensation avec l'FBG, l'impulsion retrouve sa durée initiale.

### **IV.2.2 Les fibres à réseau de Bragg non-uniforme :**

On veut dire par FBG non-uniforme : FBG chirpé, apodisé, déphasé ou superstructuré, un FBG dont la période du grating est non uniforme ou l'indice de réfraction varie à travers l'axe de propagation  $z$  [17]. Cela est bénéfique dans le domaine des télécommunications à cause de sa capacité de diminuer ou même d'enlever les « sidelobs » et de son efficacité de coupler les deux ondes à l'intérieur du FBG (voir la figure.IV.47).

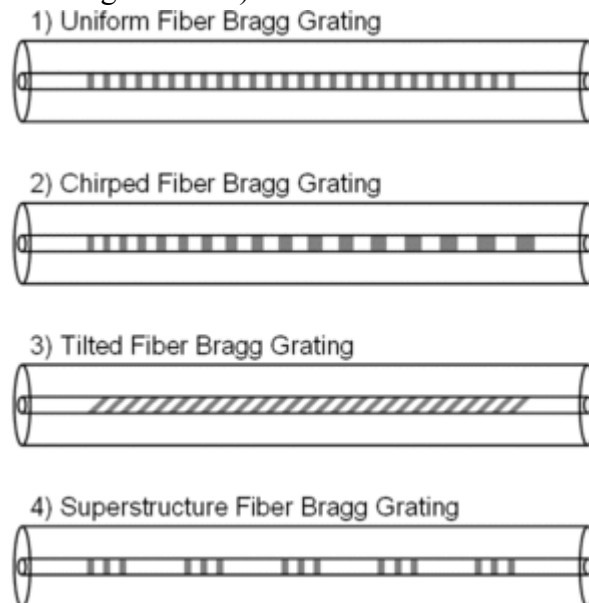


Fig.IV.47 Les types de réseaux de Bragg [222]

L'indice de ce FBG s'écrit :

$$n = \bar{n} + \Delta n(z) + n_2|E| \quad (185)$$

Tel que :

$$\Delta n(z) = n_{eff} + \delta n_{eff} \cos(2\pi/\Lambda_0(z + cz^2)) \quad (186)$$

Le déphasage (chirp) et la période dépendants de Z [221] sont dans l'ordre :

$$\varphi(Z) = 2\pi/\Lambda_0(cz^2) \quad (187)$$

$$\Lambda(Z) = \Lambda_0(1 - 2cz) \quad (188)$$

On doit préciser que les apodisations sont relatives à l'expression de l'indice de réfraction, et les chirps sont relatifs à l'expression du pas de l'FBG. Les différentes apodisations sont illustrées dans la figure (IV.48) :

- Profil cauchy:

$$x = 2\pi(s*dz - L/2)/L$$

$$\delta n_{eff} = Dn \cdot \cos(2\pi*s*dz/d) * ((1 + (1.19*\cos(x)) + (0.19*\cos(2*x)))/2.38) \quad (189)$$

- Profil Blackmen

$$x = ((s*dz) - L/2)$$

$$\delta n_{eff} = Dn \cdot \cos(2\pi*s*dz/d) * (1 - ((2*x/L)*(2*x/L)))/(1 - ((x/L)*(x/L))) \quad (190)$$

- Profil tanh:

$$\delta n_{eff} = Dn \cdot \tanh(8*s*dz/L) * \cos(2\pi*s*dz/d) \quad (191)$$

- Profil Hamming

$$\delta n_{eff} = Dn \cdot \cos(2\pi*s*dz/d) * ((1 + 0.5*\cos((2\pi*(L/2))/L))/1.5) \quad (192)$$

- Profil cosinus

$$\delta n_{eff} = Dn \cdot \cos(2\pi*s*dz/d) * \cos(\pi*dz/L) \quad (193)$$

- Profil sinc:

$$\delta n_{eff} = Dn \cdot \cos(2\pi*s*dz/d) * (\text{sinc}((2*((s*dz) - (L/2))/L))) \quad (194)$$

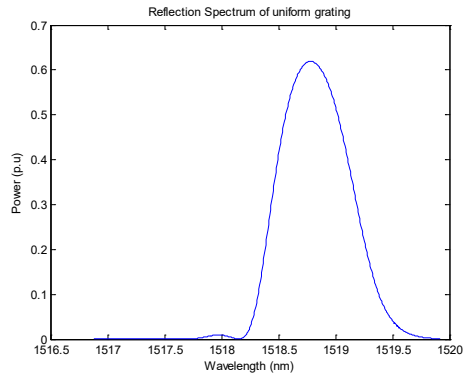
- Profil gaussian :

$$\delta n_{eff} = Dn \cdot \exp(-\alpha*(s*dz/L - 1/2).^2) * \cos(2\pi*s*dz/d) \quad (195)$$

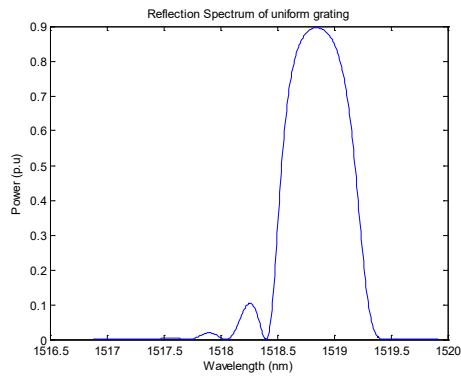
- Profil sin:

$$\delta n_{eff} = Dn \cdot \sin(\pi*s*dz/L) * \cos(2\pi*s*dz/d) \quad (196)$$

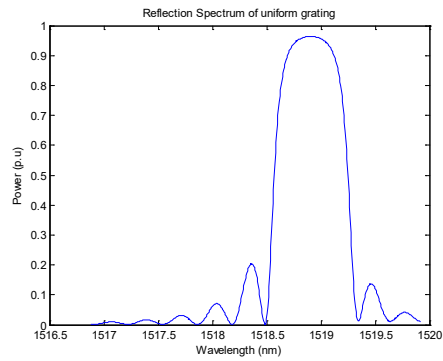
Les figures suivantes illustrent les différents types d'apodisations de l'FBG:



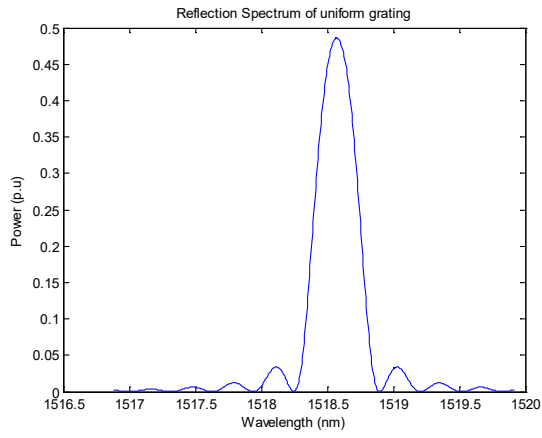
*Fig.IV.48.(a): Profil Cauchy*



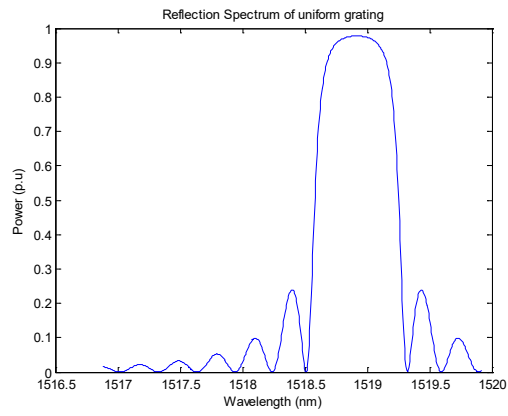
*Fig.IV.48.(b): Profil Blackmen*



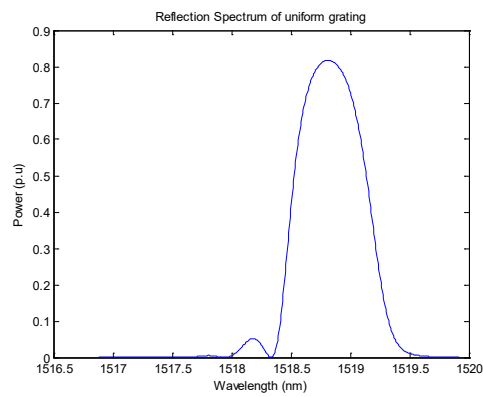
*Fig.IV.48.(c): Profil tanh*



*Fig.IV.48.(d): Profil Hamming*



*Fig.IV.48.(e): profil cosine*



*Fig.IV.48.(f): profil sinc*

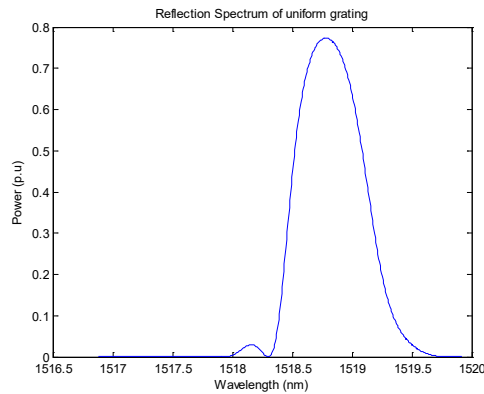


Fig.IV.48.(g): Profil Gaussian

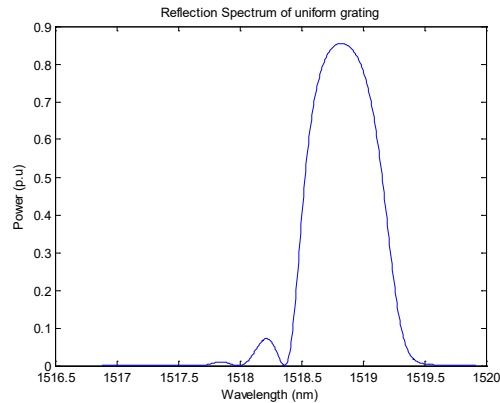


Fig.IV.48.(h): profil sin

Dans le cas d'un FBG non-uniforme, il apparait un effet de dispersion spatiale de la réflectivité de Bragg [223,224]. Les équations de la théorie des modes couplés NLCME changent et ne sont pas comme celle d'un FBG uniforme. NLCME avec réflectivité dispersive [223,224] n'ont pas actuellement de solution analytique. L'existence de solitons dans ce type de fibre à réseau de Bragg non-uniforme a été prouvée par plusieurs méthodes numériques comme « Rung-Kutta » et « Split-Step Fourier symétrique modifié » [224]. La solution est classée en deux catégories selon la vitesse de groupe  $v$ , si  $v=0$ , le soliton est dit stationnaire « quiescent », à l'opposé, si  $v \neq 0$ , il est dit « Moving soliton ». Ces solitons sont eux-mêmes ou bien symétriques ou asymétriques [224-226]. Une vaste bibliographie contient une analyse du FBG pour connaître là où les solutions solitoniques peuvent exister, sachant que les paramètres  $m$ ,  $v$ , et  $\rho$  sont d'une importance capitale dans cette étude et en particulier sur la stabilité et la collision entre « moving » et entre « quiescent » solitons.

Les équations de Schrödinger non-linéaires couplées propres à une propagation dans un FBG non-uniforme sont [224]:

$$\begin{aligned} iu_t + i u_x + \left(\frac{1}{2}|u|^2 + |v|^2\right)u + v + m v_{xx} &= 0 \\ iv_t + i v_x + \left(\frac{1}{2}|u|^2 + |v|^2\right)v + u + m u_{xx} &= 0 \end{aligned} \quad (197)$$

Les termes supplémentaires sont  $m = \frac{\partial^2 u_{1,2}}{\partial x^2}$  and  $m = \frac{\partial^2 v_{1,2}}{\partial x^2}$  tel que :

$m$  : le paramètre de réflectivité dispersive.  $m = \frac{1}{2} \frac{\Lambda}{2\pi} \langle \theta^2(x) \rangle$ ,

Une approximation est celle de prendre :  $(u, v) \sim \exp(kx - i\omega t)$ .

(Comme cas particulier, si  $k=0$ , la réflectivité est maximale :  $(u, v) \sim \exp(i\omega t)$ , dans ce qui suit, on ne prendra pas cela en considération).

En remplaçant, on aura la relation de dispersion :

$$\omega^2 = (1 - m k^2)^2 + k^2 \quad (198)$$

L'analyse est faite selon  $m$  afin de discuter des valeurs de  $\omega$  qui caractérise la stabilité du soliton :

Si  $m \leq 1/2$ , on distingue deux cas :

$$k^2 = 0 : \omega^2 = \omega_0^2$$

$$k^2 \neq 0 : \omega^2 < \omega_0^2$$

Si  $m > 1/2$ ,

$$\omega_0^2 = (4m - 1)/(4m^2) \quad (199)$$

$$k^2 = (2m - 1)/(2m^2) \quad (200)$$

$\omega_0^2$  : Valeur minimale de  $\omega^2(k^2)$

A l'aide de l'analyse dans le plan de  $(m, \omega)$  ; il est clair que la réflectivité dispersive améliore la stabilité des moving solitons, cela s'applique sur les solitons « moving » et « quiescent » [18], d'autre part, pour les moving solitons, la vitesse de groupe diminue la stabilité.

La figure.49 illustre l'allure de l'amplitude et la phase d'un soliton créée par un FBG.

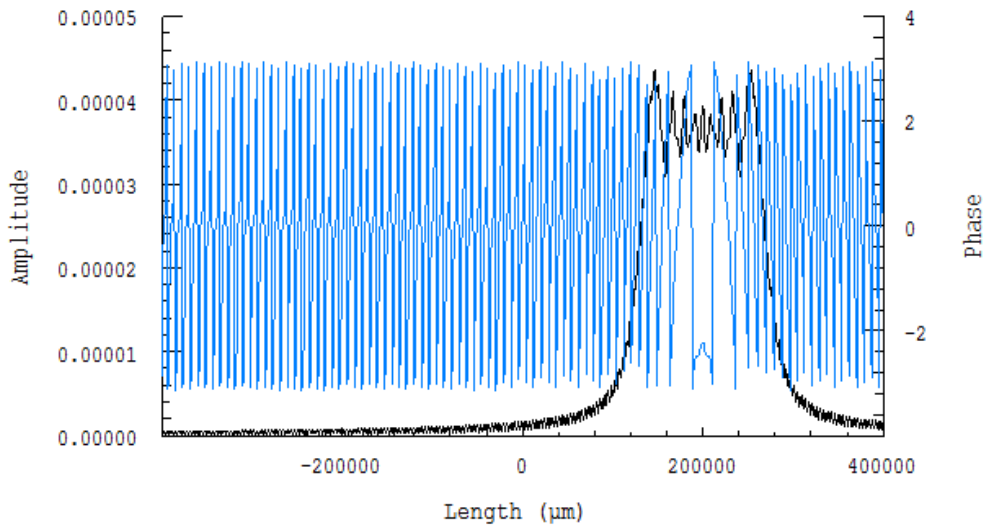


Fig.IV.49 Causalité de l'FBG

**IV. 3.2.1. Compensation de la dispersion par un FBG apodisé :**

Les figures suivantes montrent les réponses spectrales de la compensation de la dispersion qui correspondent à chaque apodisation. Le tableau montre le spectre de la dispersion réfléchive et le spectre de la transmittivité et la réflectivité. Les résultats sont simulés avec Optigrating optiwave.

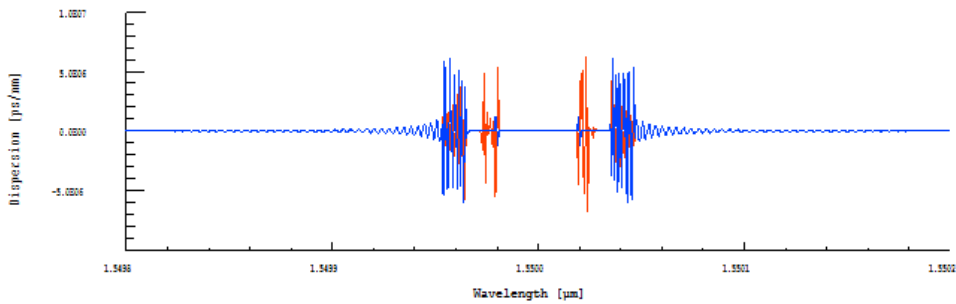


Fig.IV.50.(a) Spectre de la dispersion d'un FBG uniforme sans compression

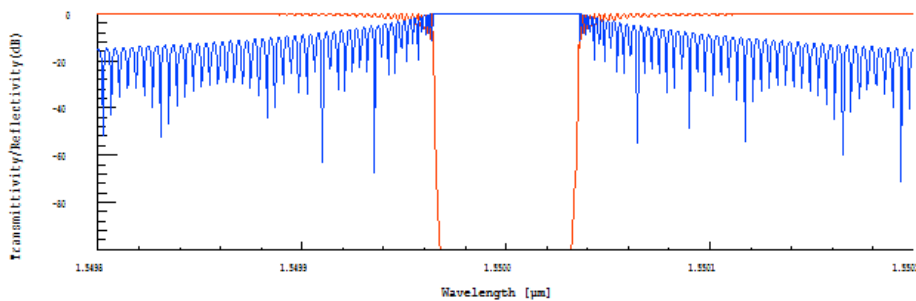


Fig. IV.50.(b) Spectre de la réflectivité et la transmittivité d'un FBG sans compression

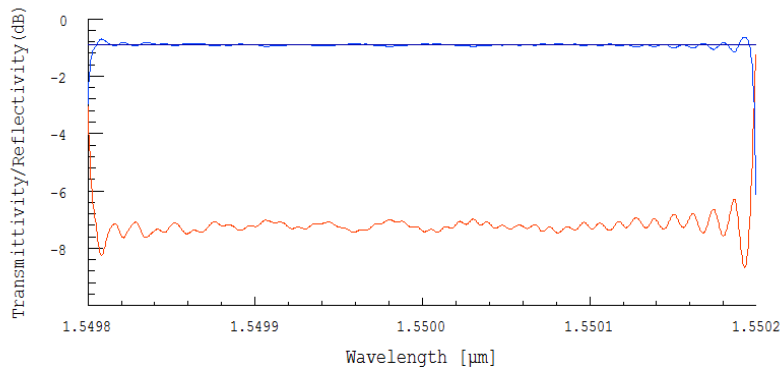


Fig.IV.51.(a) Spectre de la transmission et la réflexion d'un FBG non linéaire (sans apodisation )

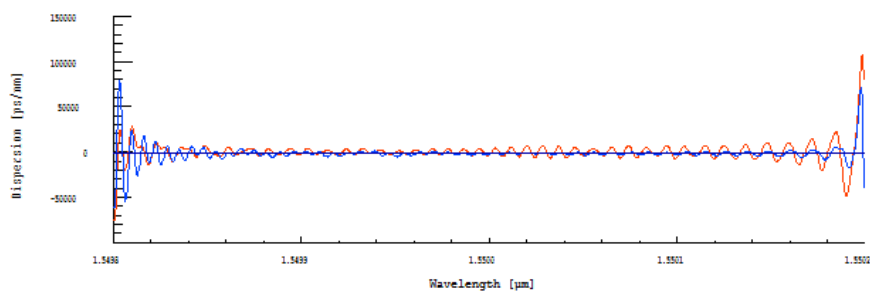


Fig.IV.51.(b) La compression de la dispersion par un FBG non linéaire ( sans apodisation)

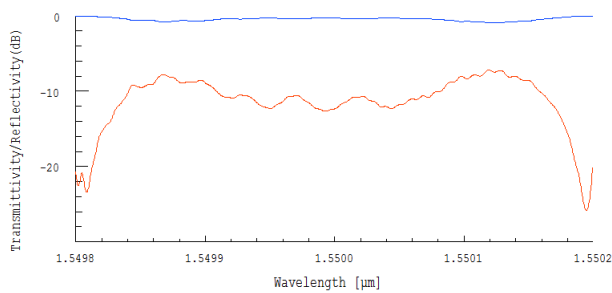


Fig.IV.52.(a) Spectre de la transmission et la réflexion d'un FBG non linéaire apodisé (apodisation gaussienne)

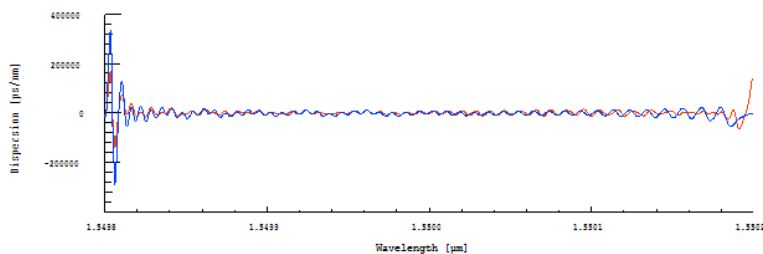


Fig.IV.52.(b) La compression de la dispersion par un FBG non linéaire apodisé ( apodisation gaussienne)

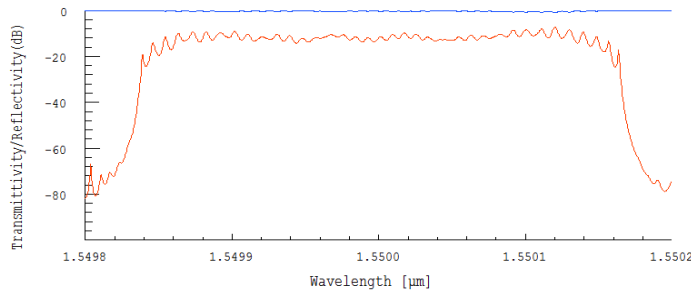


Fig.IV.53.(a) Spectre de la transmission et la réflexion d'un FBG nonlinéaire apodisé (apodisation uniforme)

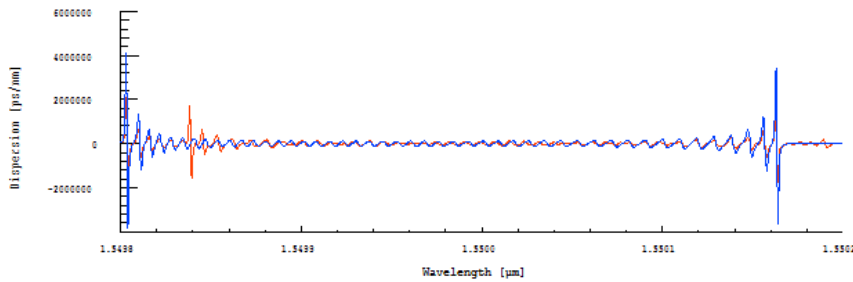


Fig.IV.53.(b) La compression de la dispersion par un FBG nonlinéaire apodisé ( apodisation uniforme)

#### Discussion :

On remarque que l'introduction de la compensation change complètement les spectres de la réflectivité et la transmittivité ainsi que celui de dispersion : par rapport à la figure (IV.50), le spectre de la réflectivité est maximale et presque constante avec tous types d'apodisations, le spectre de la transmittivité est aussi constant sur une gamme spectrale plus large sauf qu'il contient beaucoup de lobes. La dispersion est amélioré en introduisant la compensation, cependant, le type d'apodisation influe sur le taux des fluctuations existantes dans le spectre.

#### **IV.3.2.2. Compensation de la dispersion par un FBG chirpé :**

Les figures suivantes montrent les réponses spectrales de la compression de la dispersion qui correspondent à chaque chirp. Le tableau montre le spectre de la dispersion réfléctive et le spectre de la transmittivité et la réflectivité. Les résultats sont simulés avec Optigrating optiwave.

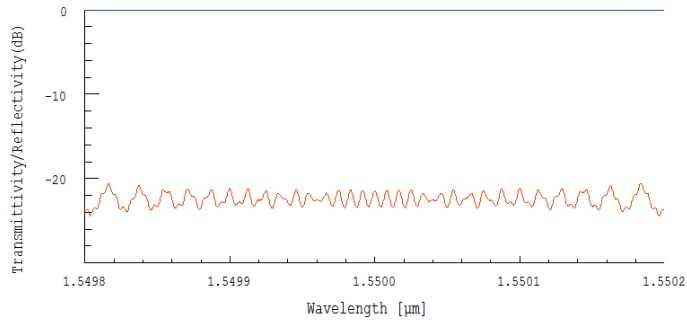


Fig.IV.54.(a) Spectre de la transmission et la réflexion d'un FBG nonlinéaire chirpé (chirp linéair)

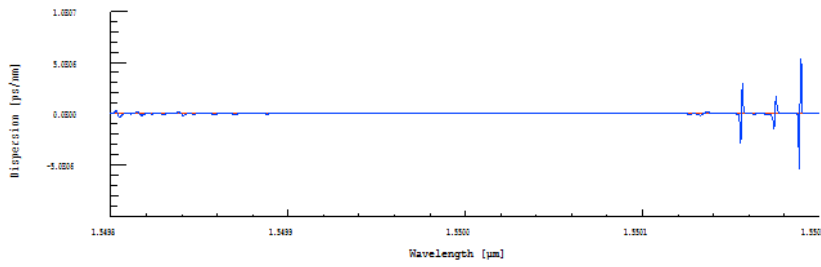


Fig.IV.54.(b) La compression de la dispersion par un FBG nonlinéaire chirpé (chirp linéair)

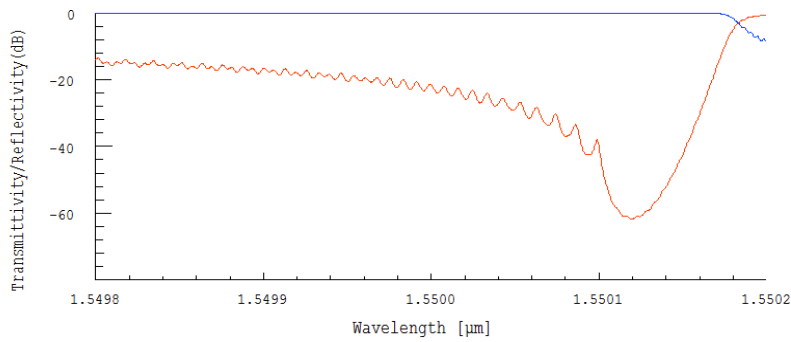


Fig.IV.55.(a) Spectre de la transmission et la réflexion d'un FBG nonlinéaire chirpé (chirp quadratique)

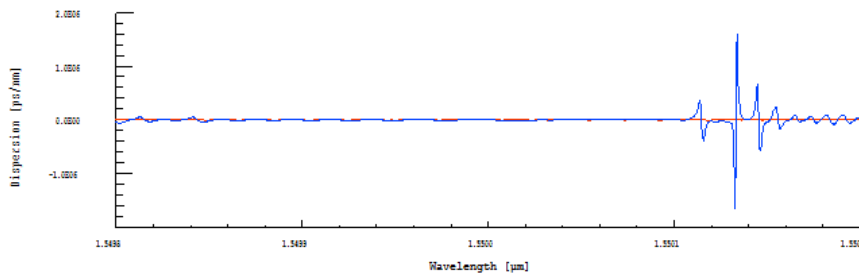


Fig.IV.55.(b) La compression de la dispersion par un FBG nonlinéaire chirpé (chirp quadratique)

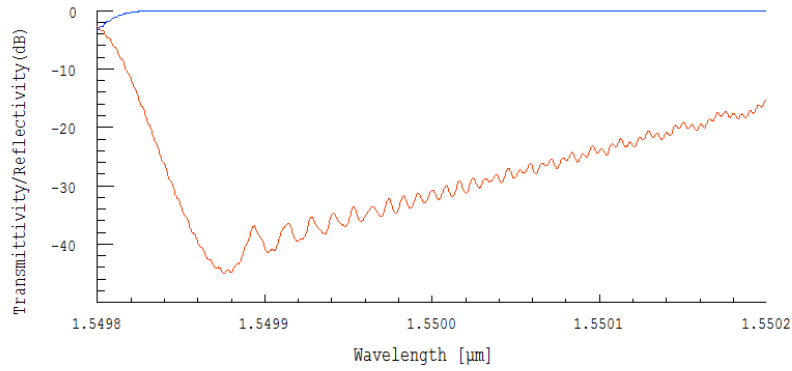


Fig .IV.56.(a) Spectre de la transmission et la réflexion d'un FBG nonlinéaire chirpé (chirp racine carré)

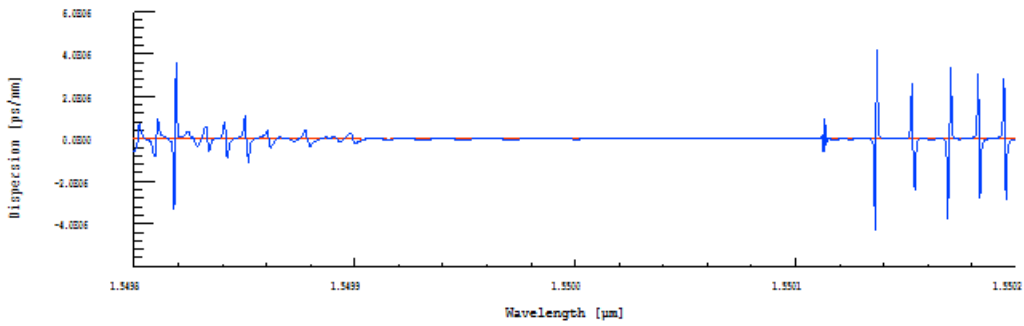


Fig.IV.56.(b) La compression de la dispersion par un FBG nonlinéaire chirpé (chirp racine carré)

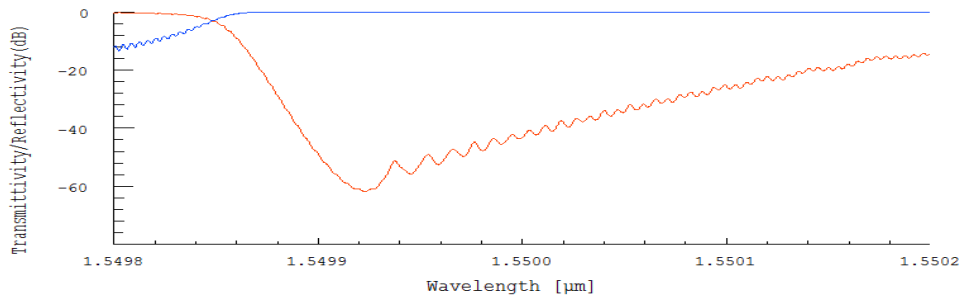


Fig.IV.57.(a) Spectre de la transmission et la réflexion d'un FBG nonlinéaire chirpé (chirp racine cubique)

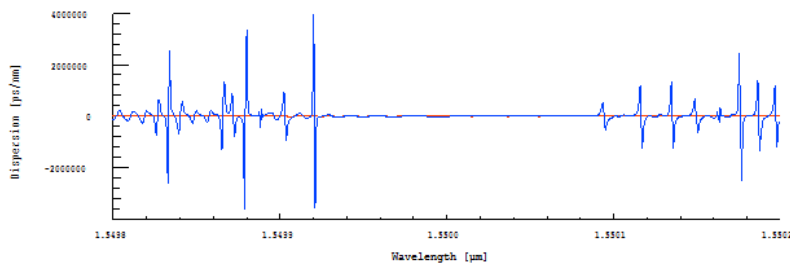


Fig.IV.57.(b) La compression de la dispersion par un FBG nonlinéaire chirpé (chirp racine cubique)

### Discussion :

On remarque que le chirp n'a pas une grande influence sur le spectre de la réflectivité alors qu'il a un effet bien clair sur la transmittivité : apparition des lobes secondaires et changement de la longueur d'onde correspondante à la transmittivité maximale. La dispersion est gravement affecté par le type du chirp par des fluctuations qui accompagnent chaque chirp.

#### **IV.3.2.3. Compensation de la dispersion par un FBG chirpé et apodisé:**

Les figures suivantes montrent les réponses spectrales de la compression de la dispersion qui correspondent à un FBG chirpé apodisé. Le tableau montre le spectre de la dispersion réfléctive et le spectre de la transmittivité et la réflectivité.

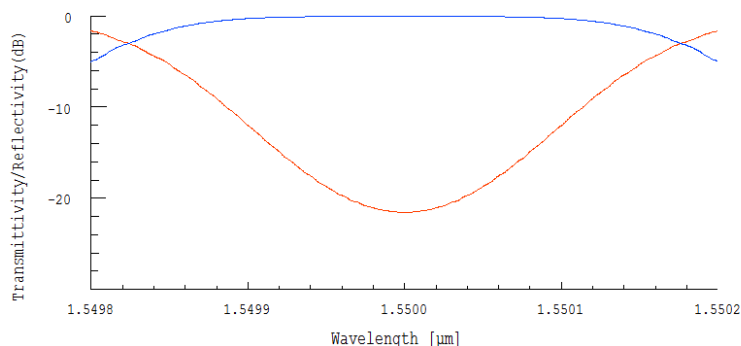


Fig.IV.58.(a) Spectre de la transmission et de la réflexion d'un FBG nonlinéaire chirpé (chirp racine carré)

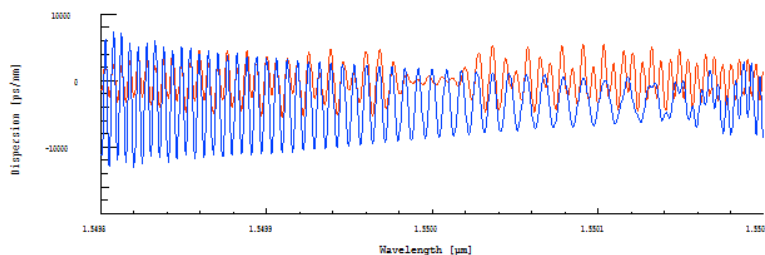


Fig.IV.58.(b) La compression de la dispersion par un FBG nonlinéaire chirpé (chirp racine cubique)

### Discussion :

D'après les figures précédentes, il est possible d'identifier deux conséquences de la compensation avec l'FBG apodisé chirpé : une compression incomplète du signal déformé, ç-à-d une compensation médiocre de la dispersion cumulée, en plus de ça la dispersion est tantôt positive, tantôt négative. On remarque aussi la disparition des lobes secondaires dans le spectre de la réflectivité et la transmittivité.

### IV.2.3. SIT- Bragg soliton

Outre les démonstrations théoriques, une des techniques réalisée expérimentalement pour assurer une propagation des solitons sans atténuation à travers l'FBG est le « *self-induced transparency SIT* » [212]; cela consiste à doper l'FBG avec des atomes résonants pour permettre au grating soliton de se propager sans atténuation, comme dans l'Erbium, le Neodyme, le Thulium, ..... SIT Bragg solitons [215] sont caractérisés par les équations des modes couplés non-linéaires en rajoutant les équations de Maxwell-Bloch qui correspondent aux effets résonants (NLCM-MB) [219]. Comme les autres solitons, SIT Bragg solitons se propagent hors mais près du FBG. Les équations considérées sont :

$$\begin{aligned} i\frac{\partial E_f}{\partial z} + i\beta_1 \frac{\partial E_f}{\partial t} + \delta\beta_0 E_f + K E_b + \Gamma (|E_f^2| + 2|E_b^2|)E_f + \frac{\mu_0 \omega_B^2}{2\beta_g} (P_f + \frac{2i}{\omega_B} \frac{\partial P_f}{\partial t}) &= 0 \\ -i\frac{\partial E_b}{\partial z} + i\beta_1 \frac{\partial E_b}{\partial t} + \delta\beta_0 E_b + K E_f + \Gamma (|E_b^2| + 2|E_f^2|)E_b + \frac{\mu_0 \omega_B^2}{2\beta_g} (P_b + \frac{2i}{\omega_B} \frac{\partial P_b}{\partial t}) &= 0 \end{aligned} \quad (201)$$

$\begin{cases} P_f \\ E_f \end{cases}$  : L'enveloppe de polarisation à variation lente induite par l'enveloppe de champ électrique de l'onde « forward »

$\begin{cases} P_b \\ E_b \end{cases}$  : L'enveloppe de polarisation à variation lente induite par l'enveloppe de champ électrique de l'onde « backward »

$\delta\beta_0 = \beta_0 - \beta_g$  : implique que le nombre d'ondes se désaccorde de la résonance de Bragg exacte

$\beta_g = \pi/\Lambda_g$  : le nombre d'onde du réseau

$\Lambda_g$  : La période du réseau

$\beta_0$  &  $\beta_1$  : Les constantes des modes de propagation

$\beta(\omega) = (\omega/c)n(\omega)$

$\Gamma = \omega_B n_2 / (c A_{eff})$  ; le coefficient de nonlinéarité Kerr

$\omega_B = 2\pi c/\lambda_B$  ; la fréquence de Bragg

$\mu_0$  : la perméabilité du vide

$K$  : le coefficient de couplage linéaire

$$\begin{aligned} i\frac{\partial E_f}{\partial z} + i\beta_1^e \frac{\partial E_f}{\partial t} + \delta\beta_e E_f + K E_b + \Gamma_e (|E_f^2| + 2|E_b^2|)E_b &= 0 \\ -i\frac{\partial E_b}{\partial z} + i\beta_1^e \frac{\partial E_b}{\partial t} + \delta\beta_e E_b + K E_f + \Gamma_e (|E_b^2| + 2|E_f^2|)E_b &= 0 \end{aligned} \quad (202)$$

Les paramètres effectifs sont:

$$\delta\beta_e = \delta\beta_0 + s c_1 I_1 - (2s I_1 / \omega_B) + s c_2 I_2 \quad (203)$$

$$\beta_1^e = \beta_1 + s c_1 I_1 + (2s c_2 I_2 / \omega_B) \quad (204)$$

$$\Gamma_e = \Gamma + s c_1 I_1 \mu^2 / (\omega_B \hbar^2) \quad (205)$$

$$s = \mu_0 \mu \omega_B^2 \omega_i / (2\beta_g \hbar) \quad (206)$$

Les démarches de la résolution du système précédent sont expliqués dans l'Annexe.C.

Les solutions sont données par les expressions suivantes :

La solution brillante :

$$Q = \sqrt{\frac{2(2A_1\omega + 3A_3\omega^2 - \beta_1)}{A_4}} \operatorname{sech} \left( \sqrt{\frac{2A_1\omega + 3A_3\omega^2 - \beta_1}{A_3}} \chi e^{i(kz - \omega t)} \right) \quad (207)$$

La solution noire:

$$Q = \sqrt{\frac{2(2A_1\omega + 3A_3\omega^2 - \beta_1)}{A_4}} \tanh \left( \sqrt{\frac{2A_1\omega + 3A_3\omega^2 - \beta_1}{A_3}} \chi e^{i(kz - \omega t)} \right) \quad (208)$$

#### **IV.2.4. Les fibres aux réseaux à longues périodes :**

Un réseau à longue période (LPG) est formé en introduisant des modulations périodiques de l'indice de réfraction le long d'une fibre optique monomode. Il couple de manière résonante la lumière du mode fondamental de base à certains modes de revêtement et conduit à des creux dans le spectre de transmission. Les LPG ont été largement utilisés en communications par fibre optique et les capteurs.

Les dispositifs incluent des filtres à bande de réjection [209], [212], des aplatissements gain dans les amplificateurs à fibres dopées à l'erbium [206], les capteurs de contraintes, de température et la mesure de l'indice de réfraction externe [205] [215]. Comme les LPG ont un couplage léger entre deux modes, leurs propriétés peuvent être très différentes de celles de la fibre à réseau de Bragg (FBG). Un LPG peut avoir des températures très différentes.

La sensibilité dépend du type de la fibre et de la période de l'LPG. En choisissant un type de fibre et les modes couplés, la réponse à la température d'une résonance LPG peut être positive, négative ou nulle [228-232]. Les LPG insensibles à la température ont attiré une attention particulière en raison de leurs applications dans la réalisation de filtres optiques stables, atténuateurs, et gagner des aplatissements sans nécessiter d'emballage complexe, ainsi que dans la réalisation de capteurs insensibles à la température [228-232].

En général, en tant que dispositifs à fibres et éléments sensibles, les LPG ont l'avantage d'une faible perte d'insertion, d'une faible réflexion vers l'arrière, immunité aux interférences électromagnétiques, à faible coût et faible taille [228-232]. (Voir la figure.IV.59)

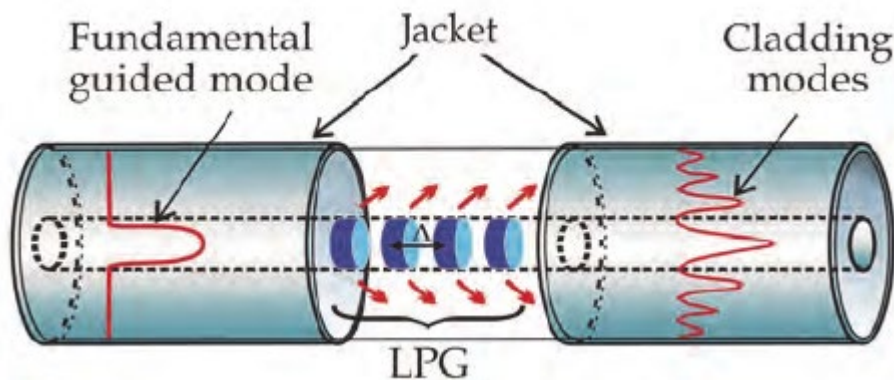


Fig.IV.59 Illustration de la propagation d'une onde dans un LPG [233]

L'FBG est estimé pour former les solitons grâce à leur forte dispersion et la capacité de coupler les deux ondes transmise et réfléchi, ces deux ondes se propagent à l'intérieur du cœur de la fibre dans l' FBG, contrairement à l' LPG [227-230] qui couple les modes qui se propagent dans

le cœur et la gaine de la fibre. Ce couplage est à la base de l'effet appelé « phase-matching » décrite par l'équation suivante [232] :

La condition Phase matching est:

$$\beta_{coeur} - \beta_{gaine}^n = 2\pi/\Lambda \quad (209)$$

L'équation ci-dessus est propre au mode fondamental du cœur couplé avec le N ième mode de la gaine, celui de la gaine a comme formule :  $\beta = 2\pi n/\lambda$ , avec  $\lambda_n = \Lambda \Delta n$

la condition de résonance est :

$$2ik \frac{\partial A}{\partial Z} + \nabla^2 A + k^2 V(x,y)A = 0 \quad (210)$$

L'équation de Schrödinger décrivant le mode guidé a pour solution :

$$A_{1,2} = \sum_{n=1}^N B_n(Z,T) \psi_n(x,y) \exp(i \frac{\beta_n Z}{2k}) \quad (211)$$

Les modes co-propagatifs dans le cœur et la gaine ont comme expression d'enveloppe totale :

$$E(x,y,z,t) = U(Z,T) \Phi_1(x,y) e^{i(k_1 z - \omega t)} + V(Z,T) \Phi_2(x,y) e^{i(k_2 z - \omega t)} \quad (212)$$

Avec les variations d'enveloppes suivantes :  $U = e^{i\Delta z/2} A_1$ ,  $V = e^{i\Delta z/2} A_2$

L'équation de NLSE devient alors :

$$\begin{aligned} i \frac{\partial U}{\partial Z} - \frac{1}{2} k^n \frac{\partial^2 U}{\partial T^2} + (c_1 |U|^2 + 2c_2 |V|^2)U + d e^{i\Delta Z} V &= 0 \\ i \frac{\partial V}{\partial Z} - \frac{1}{2} k^n \frac{\partial^2 V}{\partial T^2} + (c_2 |U|^2 + 2c_3 |V|^2)V + d e^{-i\Delta Z} U &= 0 \end{aligned} \quad (213)$$

Tel que:  $V_g = k'_{clad} - k'_{core}$

Les figures suivantes simulés avec Optigrating optiwave illustrent les résultats de la simulation de la compression de la dispersion par un LPG dont le diamètre du coeur est de l'ordre de 20 mm, le diamètre de la gaine est de l'ordre de 30 mm et la période est de l'ordre de 100  $\mu\text{m}$ .

Les résultats discutent l'effet de l'indice de réfraction du cœur et de la gaine ainsi que l'effet des modes de propagations sur la compression de la dispersion.

Dans les deux parites suivantes, on discutera l'impact des indices de réfractons et les modes de propagations sur la compensation par LPG.

#### **IV.2.4.1. L'effet de l'indice de réfraction sur la compensation par un LPG :**

Les figures suivantes montrent l'impact de l'indice de réfraction sur la compensation de la dispersion par un LPG. Pour cela différentes valeurs d'indices de réfraction sont utilisés pour un LPG dont le diamètre du cœur est de l'ordre de 20mm, le diamètre de la gaine est 30mm, et la période est de l'ordre de 100 $\mu\text{m}$ .

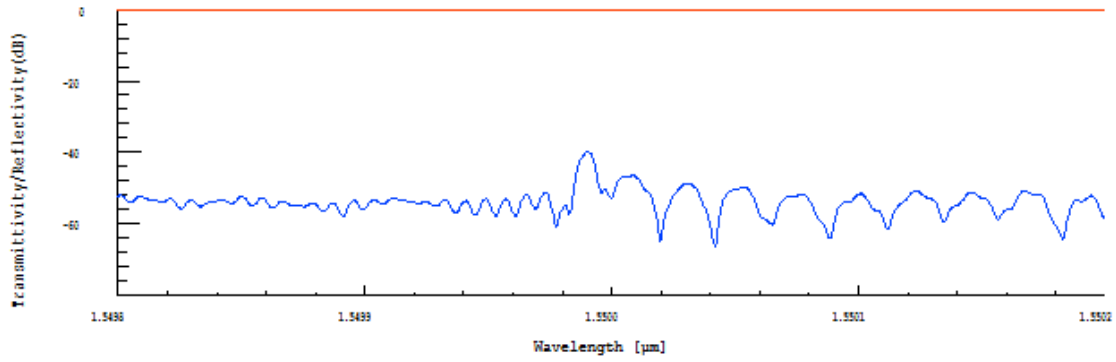


Fig.IV.60.(a) Spectre de la transmission et la réflexion de la compression par un LPG ( $n_{coeur} = 1.46, n_{gaine} = 1.45$ )

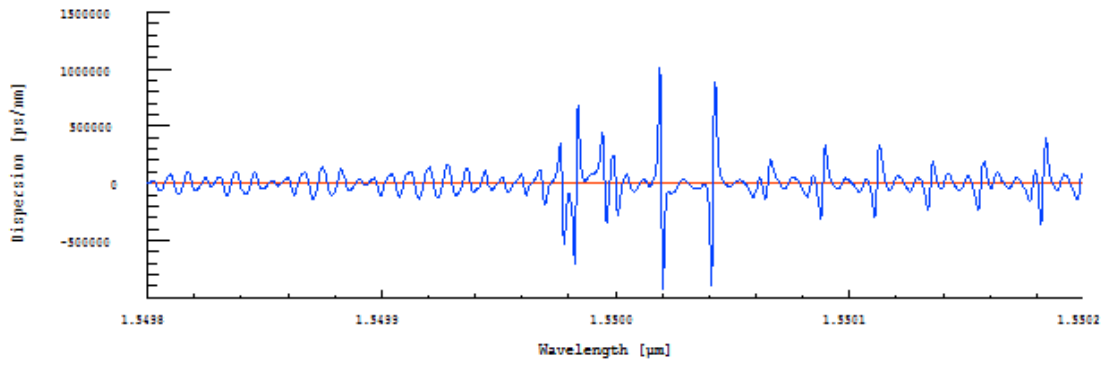


Fig.IV.60.(b) Spectre de la dispersion compressé par un LPG ( $n_{coeur} = 1.46, n_{gaine} = 1.45$ )

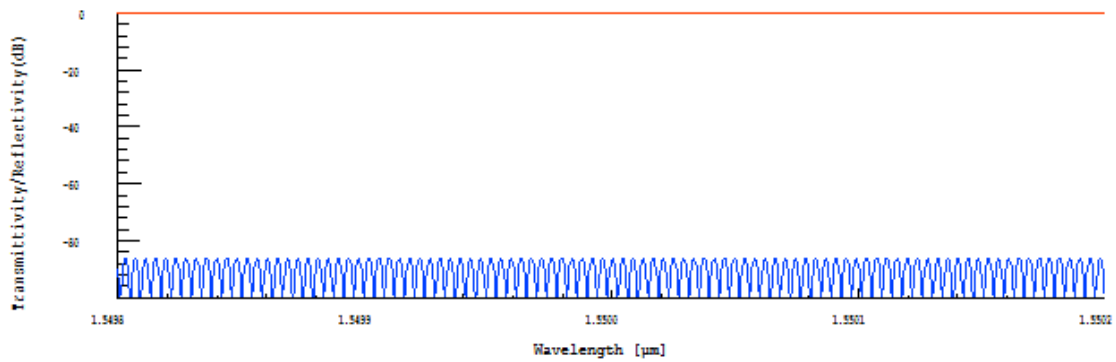


Fig.IV.61.(a) Spectre de la transmission et la réflexion de la compression par un LPG ( $n_{coeur} = 1.46, n_{gaine} = 1$ )

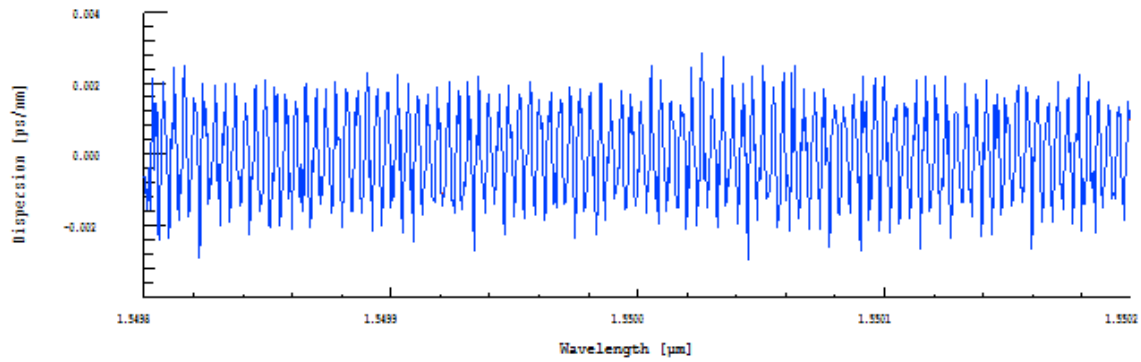


Fig.IV.61.(b) Spectre de la dispersion compressé par un LPG ( $n_{coeur} = 1.46, n_{gain} = 1$ )

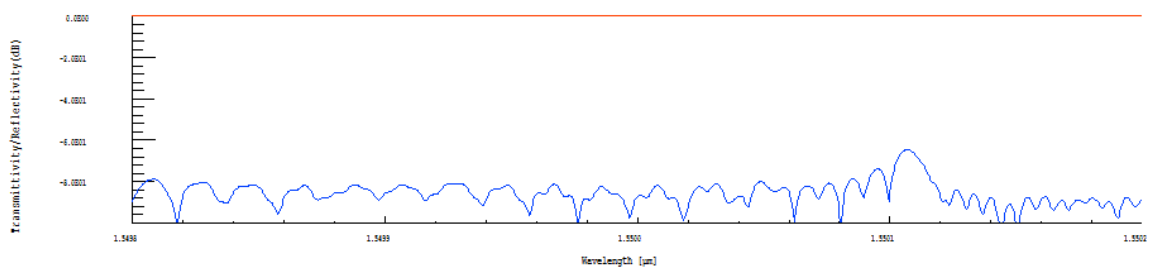


Fig.IV.62.(a) Spectre de la transmission et la réflexion de la compression par un LPG ( $n_{coeur} = 1.7, n_{gain} = 1.45$ )

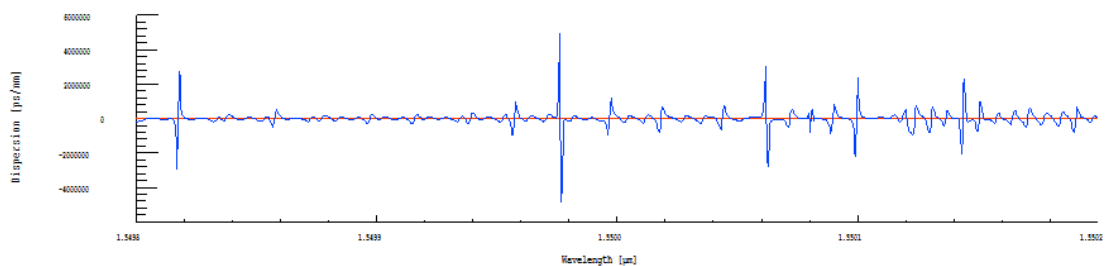


Fig.IV.62.(b) Spectre de la dispersion compressé par un LPG ( $n_{coeur} = 1.7, n_{gain} = 1.45$ )

### Discussion :

On peut dire après l'étude des figures que l'indice de réfraction a un effet majeur sur le spectre de la réflectivité et la transmittivité ainsi que la compensation de la dispersion : le spectre de la réflectivité est complètement déformé et change d'allure selon la valeur des indices. La dispersion est affectée par la valeur des indices car les fluctuations augmentent et diminuent selon la valeur des indices, avec une compensation incomplète de la dispersion (dispersion par parfaitement linéaire).

#### IV.2.4.2. L'effet des modes de propagation sur la compression par un LPG :

Les figures suivantes montrent l'impact des modes de propagation sur la compensation de la dispersion par un LPG. Pour cela deux modes de propagation sont utilisés pour un LPG dont le diamètre du cœur est de l'ordre de 20mm, le diamètre de la gaine est 30mm, et la période est de l'ordre de 100 $\mu$ m. Ces deux modes sont : LP(0,2) et LP(0,5). Ces deux modes sont simulés avec Optigrating optiwave et illustrés dans la figure (63).

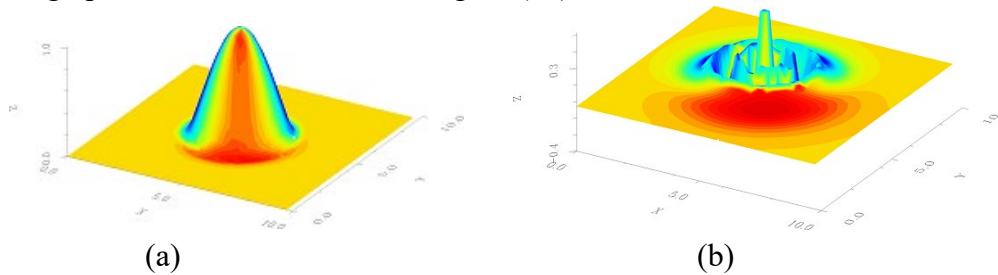


Fig.IV.63 : Les deux modes de propagations : (a) LP(0,2) et (b) LP(0,5)

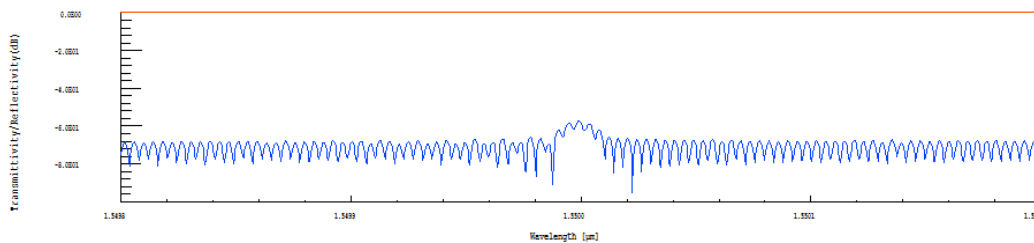


Fig.IV.64.(a) Spectre de la transmission et la réflexion de la compression par un LPG

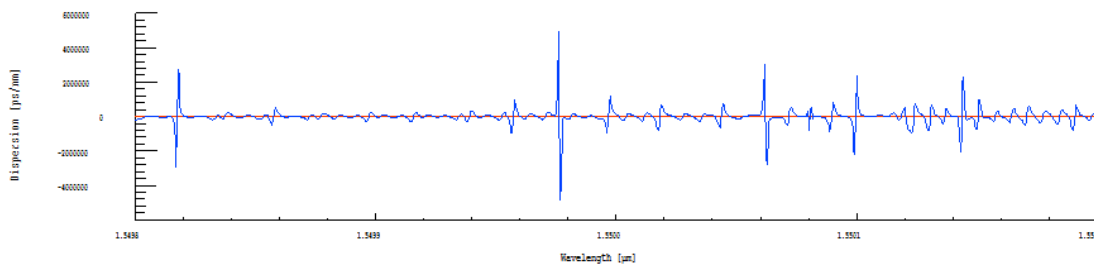


Fig.IV.64.(b) Spectre de la dispersion compressé par un LPG

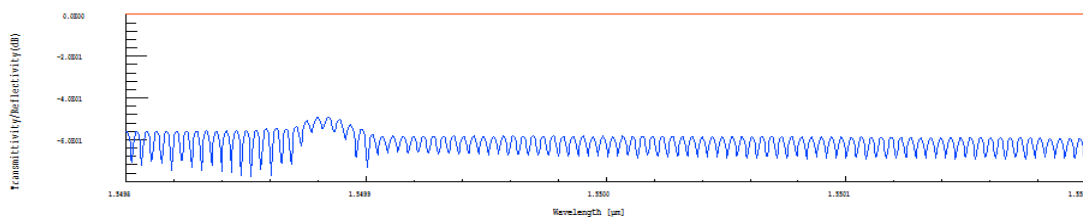


Fig.IV.65.(a) Spectre de la transmission et la réflexion de la compression par un LPG

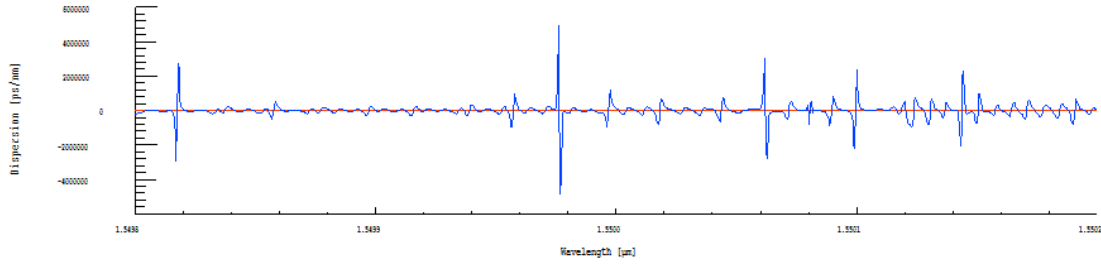


Fig.IV.65.(b) Spectre de la dispersion compressé par un LPG

### Discussion :

On peut dire après l'étude des figures que les modes de propagations influe sur le spectre de la réflectivité et la transmittivité ainsi que la compensation de la dispersion par un décalage du spectre. A part ce seul et unique effet, il n'a aucune différence entre les résultats obtenus par les deux LPG.

### **IV.2.5. Les fibres à réseaux bidimensionnels**

Dans cette partie on note l'existence des solitons dans 2D, on discute aussi la construction des solitons stationnaires.

La meilleure méthode traitée dans la bibliographie pour construire un soliton dans 2D est l'itération de Newton et la solution obtenue est nommée « 2D gap solitons » [232-236]. Les 2D gap solitons sont similaires au 1D gap solitons. Le soliton n'est stable que s'il est en 1D, car la stabilité dépend en fait du nombre des dimensions spatiales. En 2D le soliton devient « singulier en temps fini » par diffraction ou convergence. Dans ce modèle, le champ électrique diffracte selon la direction X, et est confiné selon la direction Y, alors que la périodicité suit la direction Z.

Le champ électrique est donné par l'expression :

$$\vec{E} = U(y)(E_+(X,Z,T)e^{i(k_z z - \omega t)} + E_-(X,Z,T)e^{i(-k_z z - \omega t)} + c.c)\vec{x} \quad (214)$$

Les équations couplées dans 2D :

$$\begin{aligned} \partial_t E_+ + c_g \partial_z E_+ + id \partial_{x^2} E_+ + ik E_- + i \Gamma (|E_+|^2 + 2 |E_-|^2) E_+ &= 0 \\ \partial_t E_- - c_g \partial_z E_- + id \partial_{x^2} E_- + ik E_+ + i \Gamma (|E_+|^2 + 2 |E_-|^2) E_- &= 0 \end{aligned} \quad (215)$$

Où :

$c_g \partial_z E_+$  : Terme d'advection

$id \partial_{x^2} E_+$  : Terme de diffraction

$ik E_-$  : Terme de couplage

$\Gamma (|E_+|^2 + 2 |E_-|^2) E_+$  : terme de non-linéarité

$$c_g, d, k, \Gamma \geq 0$$

Les coefficients  $c_g, d$  sont parfois égales à 1, les équations sont donc simplifiées comme ci :

$$\begin{aligned} \partial_t E_+ + \partial_z E_+ + i \partial_{x^2} E_+ + ik E_- + i \Gamma (|E_+|^2 + 2 |E_-|^2) E_+ &= 0 \\ \partial_t E_- - \partial_z E_- + i \partial_{x^2} E_- + ik E_+ + i \Gamma (|E_+|^2 + 2 |E_-|^2) E_- &= 0 \end{aligned} \quad (216)$$

La relation de dispersion correspondante à l'onde plane  $e^{(k_z z + k_x x - i \omega t)}$  est:

$$\omega = k_x^2 \mp \sqrt{k_x^2 + k} \quad (217)$$

La solution des équations couplées est proposée de la forme :

$E_{\mp}(x, z, t) = \varepsilon_{\mp}(x, z) e^{-i \omega t}$  ; en remplaçant dans les équations couplées :

$$\begin{aligned} \omega \varepsilon_+ + c_g \partial_z \varepsilon_+ + i \partial_{x^2} \varepsilon_+ + ik \varepsilon_- + i \Gamma (|\varepsilon_+|^2 + 2 |\varepsilon_-|^2) \varepsilon_+ &= 0 \\ \omega \varepsilon_- - c_g \partial_z \varepsilon_- + i \partial_{x^2} \varepsilon_- + ik \varepsilon_+ + i \Gamma (|\varepsilon_+|^2 + 2 |\varepsilon_-|^2) \varepsilon_- &= 0 \end{aligned} \quad (218)$$

Soit :

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |\varepsilon_+|^2 + |\varepsilon_-|^2 dz dx = N \quad (219)$$

Pour déterminer une solution qui dépend de X, on suppose la séparation de variables suivante:

$$\varepsilon_{\mp}^{(0)}(x, z) = F_{\mp}(z) G(x), \quad F_{\mp}(z) e^{-i \omega^{(0)} t}, \quad \omega^{(0)} = k \cos(\delta) \quad (220)$$

Après avoir remplacé dans les équations couplées, la fonction G(X) est déterminée par les démarches suivantes :

on trouve:  $G'' + b(G^3 - G) = 0$ , tel que :  $b = 2 \frac{k}{\delta} (\sin(\delta) - \delta \cos(\delta))$ ,  $\delta \in (0, \pi/2)$  ;

La solution est donc :  $G(x) = \sqrt{2} \operatorname{sech}(\sqrt{b} x) \quad (221)$

### **IV.3. Les fibres biréfringentes :**

La biréfringence est définie dans le domaine de l'optique non linéaire comme la dépendance de l'indice de réfraction à la direction de polarisation [239-242], cela mène à la création de deux axes de biréfringences qui sont nommés : axe rapide et axe lent [243]; tel que l'axe lent est celui qui porte l'onde ayant l'indice de réfraction le plus élevé, et cela donne naissance à une double réfraction. Plusieurs cas sont distingués : dans le cas d'une onde polarisée se propageant dans une fibre biréfringente dont l'un des axes orthogonaux coïncide avec la direction de polarisation de l'onde alors la polarisation de la fibre reste stable. Par contre si l'onde polarisée se propage avec une direction de propagation qui n'est alignée avec aucun des axes biréfringent, il y aura deux composantes de polarisation, par conséquent, l'état de polarisation change dans chaque point de la fibre à cause du changement de la phase relative des deux composantes polarisées ayant différents

nombre d'onde. « *Nonlinear polarisation rotation* » a lieu lorsque l'amplitude détermine la direction de propagation de la composante de la pulse.

La non-linéarité induite par l'effet Kerr peut stabiliser les solitons contre la biréfringence [244] comme elle compense la dispersion dans une fibre uni-modale ; Pratiquement, si la biréfringence est linéaire, les deux ondes s'éclatent en plusieurs ondes substantielles, or en présence de l'effet Kerr, les deux pulsations se propagent sans fission [245]. C'est pour cela que la propagation du soliton dans la fibre biréfringente est modélisée par deux *équations non-linéaires de Schrodinger couplées*. Ces dernières ont plusieurs formes dans la bibliographie. Du point de vue de la polarisation par exemple, certains supposent que les deux polarisations exposent les mêmes vitesses de groupes alors que d'autres admettent que les vitesses de groupes sont différentes. D'autre part, les termes rapidement oscillant sont parfois négligés et parfois pris en compte [240,242]. La fibre biréfringente peut posséder la dispersion d'ordres supérieurs comme dans la fibre uni-modale, la biréfringence avec troisième ordre de dispersion est bien traitée dans la littérature [238]. Le travail qui suit contient les cas discutés précédemment.

Le champ électrique dans une fibre biréfringente est donné par l'expression :

$$E_{x,y}(t,z) = F(x,y) E_{x,y}(t,z) \exp(i(\beta z - \omega t)) \quad (222)$$

avec:  $\beta = \beta_x + \beta_y/2$  ;  $\beta_{x,y}$  sont les constantes de propagation.

La propagation dans une fibre biréfringente la plus générale (avec troisième ordre de dispersion) [240] est décrite par :

$$i \frac{\partial A_x}{\partial z} + i B_1 \frac{\partial A_x}{\partial t} + \frac{1}{2} B_2 \frac{\partial^2 A_x}{\partial t^2} - B_3 \frac{1}{6} \frac{\partial^3 A_x}{\partial t^3} + \frac{\alpha}{2} A_x + \gamma [ (|A_x|^2 + \frac{2}{3} |A_y|^2) A_x + \frac{1}{3} A_x^2 A_y^* \exp(-2i\Delta\beta) ] = 0 \quad (223)$$

$$i \frac{\partial A_y}{\partial z} + i B_1 \frac{\partial A_y}{\partial t} + \frac{1}{2} B_2 \frac{\partial^2 A_y}{\partial t^2} - B_3 \frac{1}{6} \frac{\partial^3 A_y}{\partial t^3} + \frac{\alpha}{2} A_y + \gamma [ (|A_y|^2 + \frac{2}{3} |A_x|^2) A_y + \frac{1}{3} A_x^2 A_y^* \exp(2i\Delta\beta) ] = 0 \quad (224)$$

Tel que :

$$\delta = \frac{k_1 - l_1}{2k_2} \tau = \frac{L_d \Delta n}{2ct_0} = \frac{\Delta n t_0 \pi}{\lambda^2 D}, \quad Z = \frac{|k_2|z}{\tau^2}, \quad T = \frac{1}{\tau} (t - \frac{z}{v_g}), \quad A_x = \left| \frac{k_2}{\gamma \tau^2} \right|^{1/2} U; \quad A_y = \left| \frac{k_2}{\gamma \tau^2} \right|^{1/2} V; \quad \beta = \frac{k_3}{\tau k_2}; \quad \Gamma = \frac{\alpha \tau^2}{2k_2}; \quad v_g = \frac{2}{k_1 + l_1}$$

Dans le système (224), le dernier terme qui représente les termes rapidement oscillants est négligé Il devient :

$$\begin{aligned} i \frac{\partial u}{\partial z} + i \delta \frac{\partial u}{\partial T} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial T^2} + i \frac{1}{6} \frac{\partial^3 u}{\partial T^3} + (|u|^2 + \frac{2}{3} |v|^2) u + i \Gamma u &= 0 \\ i \frac{\partial v}{\partial z} - i \delta \frac{\partial v}{\partial T} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 v}{\partial T^2} + i \frac{1}{6} \frac{\partial^3 v}{\partial T^3} + (|v|^2 + \frac{2}{3} |u|^2) v + i \Gamma v &= 0 \end{aligned} \quad (225)$$

Comme la dispersion du troisième ordre n'est prise en compte que numériquement, alors dans cette démonstration elle est négligée, les équations (226) deviennent :

$$\begin{aligned} i\left(\frac{\partial u}{\partial z} + \delta \frac{\partial u}{\partial t}\right) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + (|u|^2 + \frac{2}{3} |v|^2)u + i\gamma u &= 0 \\ i\left(\frac{\partial v}{\partial z} - \delta \frac{\partial v}{\partial t}\right) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + (|v|^2 + \frac{2}{3} |u|^2)v + i\gamma v &= 0 \end{aligned} \quad (226)$$

tel que:  $\delta = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{V_{g1}} - \frac{1}{V_{g2}} \right)$  est la vitesse de groupe relative des deux modes.

Il est important de dire que si le terme rapidement oscillant est pris en compte l'équation est alors [244] :

$$\begin{aligned} i\frac{\partial u}{\partial z} + i\Delta\beta_1 \frac{\partial u}{\partial \tau} + \frac{\alpha}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial \tau^2} + \gamma \left[ (|u|^2 + \frac{2}{3} |v|^2)u + \frac{1}{3} v^2 u^* \right] - ku &= 0 \\ i\frac{\partial v}{\partial z} - i\Delta\beta_1 \frac{\partial v}{\partial \tau} + \frac{\alpha}{2} \frac{\partial^2 v}{\partial \tau^2} + \gamma \left[ (|v|^2 + \frac{2}{3} |u|^2)v + \frac{1}{3} u^2 v^* \right] - kv &= 0 \end{aligned} \quad (227)$$

La solution proposée dans les conditions initiales est :

$$\begin{aligned} U(0,t) &= A \cos\alpha \operatorname{sech} t \\ V(0,t) &= A \sin\alpha \operatorname{sech} t \end{aligned} \quad (228)$$

Avec :

$\alpha$  est l'angle de polarisation, dans le cas le plus simple,  $\alpha = 45^\circ$ , on a alors:

$$n_2 = 3.2 \cdot 10^{-20}$$

$$\gamma = 2\pi n_2 / (\lambda A_{eff}) \quad (229)$$

$$K = \pi/B = \pi (n_x - n_y) / \lambda \quad (230)$$

$$\Delta\beta_1 = (\beta_{1x} - \beta_{1y}) / 2 \quad (231)$$

$$\tau = t - \beta_1 z, \beta_1 = (\beta_{1x} + \beta_{1y}) / 2 \quad (232)$$

La solution estimée dans ce cas est :

$$E_{x,y}(z, t) = A_{x,y}(\tau) \exp [i((q + \Delta\beta_1^2 / (2\alpha))z \mp \Omega\tau \mp \Phi)] \quad (233)$$

$A_{x,y}(\tau)$  les amplitudes complexes

$\Phi$  : la différence de phase entre  $E_x E_y$  :

$$\Omega = \Delta\beta_1 / \alpha \quad (234)$$

$$\omega_x = \omega + \Omega$$

$$\omega_y = \omega - \Omega \quad (235)$$

$$(q-k)A_x - \frac{\alpha}{2} \frac{d^2 A_x}{d\tau^2} = \gamma[(|A_x|^2 + \frac{2}{3}|A_y|^2)A_x + \frac{1}{3}A_y^2 A_x^* \exp(4i(\Omega\tau - \Phi))] \quad (236)$$

$$(q+k)A_y - \frac{\alpha}{2} \frac{d^2 A_y}{d\tau^2} = \gamma[(|A_y|^2 + \frac{2}{3}|A_x|^2)A_y + \frac{1}{3}A_x^2 A_y^* \exp(-4i(\Omega\tau - \Phi))] \quad (236)$$

Les équations précédentes sont résolues par la méthode des amplitudes complexes, mais dans cette démonstration la solution des équations (236) est donnée par les auteurs [246]:

$$u(0,t) = v(0,t) = \frac{A}{\sqrt{2}} \operatorname{sech} t \quad (237)$$

si on suppose que  $\delta = 0, \gamma=0$  et on met :  $V = \sqrt{1 + \epsilon} u = \sqrt{1 + \epsilon} v$ , on trouve :

$$i \frac{\partial V}{\partial z} + \frac{1}{2} \partial^2 V / \partial t^2 + |V|^2 V = 0 \quad (238)$$

Dont la solution dans les conditions initiales est :

$$V(0,t) = B \operatorname{sech} t \quad (239)$$

Si l'intensité de la pulse est entre :  $1/2 < B < 3/2$  ; alors la solution est :

$$V(z,t) = 2\eta \exp(2i\eta^2 z) \operatorname{sech}(2\eta t) \quad (240)$$

tel que l'amplitude :

$$\eta = B = 1/2 \quad (241)$$

les solutions sont alors :

$$u=v = \frac{2}{\sqrt{1+\epsilon}} \left( A \frac{\sqrt{1+\epsilon}}{\sqrt{2}} - \frac{1}{2} \right) \exp(2i\eta^2 z) \operatorname{sech}(2\eta t) \quad (242)$$

La figure (IV.66) illustre un layout réalisé avec Optisystem optiwave pour simuler la birefringence d'une fibre nonlinéaire à fin d'étudier son effet sur les solitons. L'impulsion en question est d'une puissance de 19 mW, largeur à mi-hauteur 0.5 bit, et longueur d'onde 1550 nm, alors que la fibre est d'une dispersion de l'ordre de  $\beta_2 = -20 \text{ ps}^2/\text{km}$ ,  $A_{eff} = 93 \mu\text{m}^2$  et  $n_2 = 3 \cdot 10^{-20} \text{ m}^2/\text{W}$ .

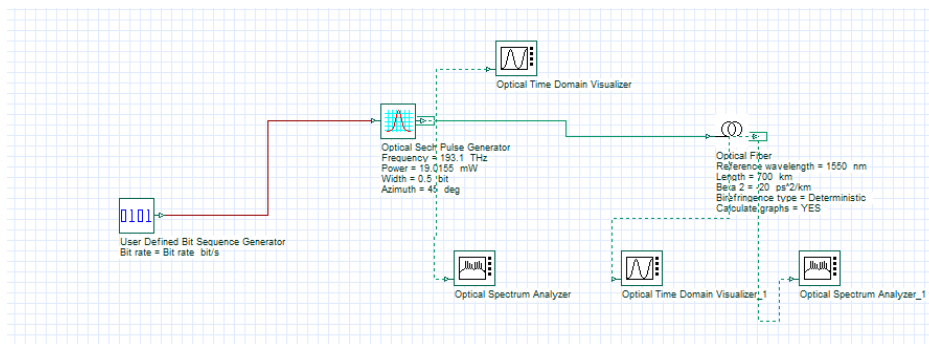


Fig.IV.66 : Simulation de la propagation des solitons dans une fibre optique biréfringente

La figure (IV.67) illustre le résultat de simulation du layout précédent. La figure contient la comparaisant entre le soliton d'entrée et le soliton de sortie pour une biréfringence déterministe ont la difference du délai du groupe est de l'ordre de 0.2 ps/km.

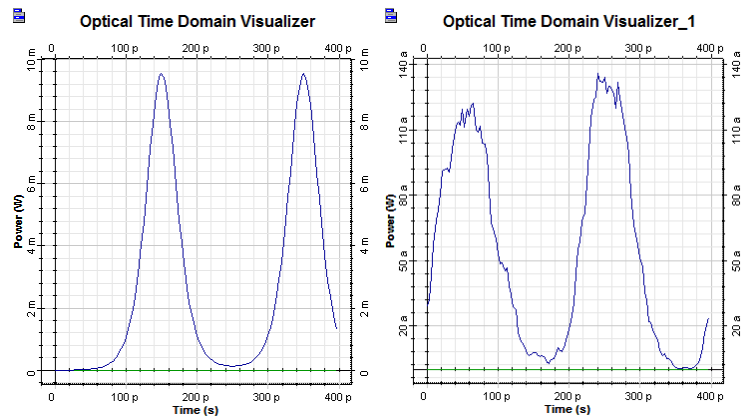


Fig. IV.67 : Le résultat de la simulation de deux solitons avant et après une propagation dans une fibre avec une biréfringence déterministe

Discussion :

On remarque d'après les figures que la biréfringence déterministe induit un décalage et une déformation des pics des solitons d'une façon innégale.

La figure (IV.68) illustre le résultat de simulation du layout de la figure (IV.66). La figure contient la comparaisant entre le soliton d'entrée et le soliton de sortie pour une biréfringence stochastique dont le coefficient du PMD vaut  $0.05 \text{ ps}/\sqrt{km}$ .

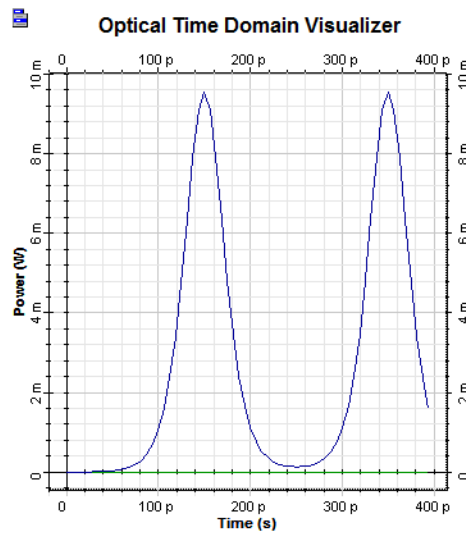


Fig.IV.68.(a) : Le résultat de la simulation de deux solitons avant une propagation dans une fibre avec une biréfringence stochastique

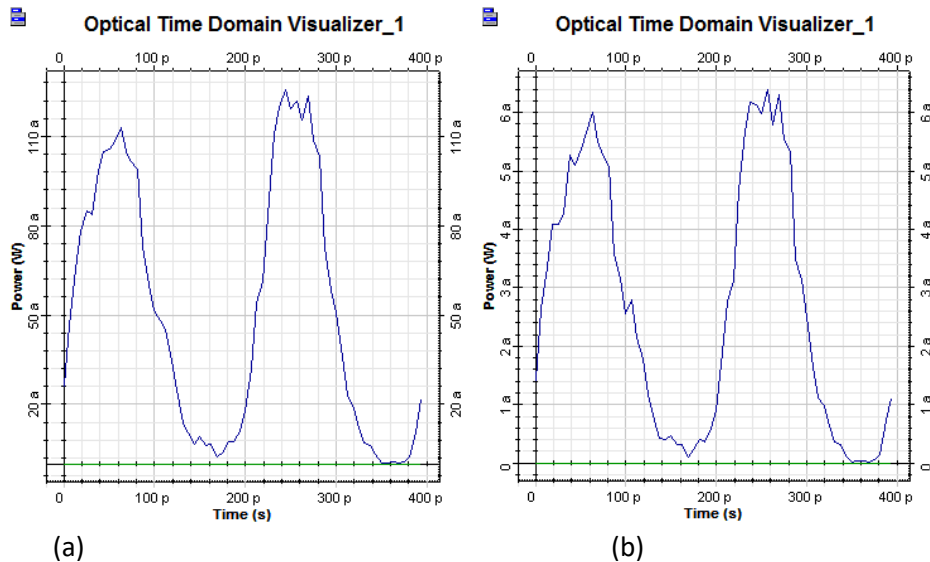


Fig.IV.68.(b) : Le résultat de la simulation de deux solitons après une propagation dans une fibre avec une biréfringence stochastique (a) : selon l'axe X, (b) : selon l'axe Y

#### Discussion :

On remarque d'après les figures que la biréfringence stochastique induit un décalage et une déformation des solitons, ce décalage n'est pas le même selon les deux axes X et Y.

### **IV.4. Les fibres microstructurées**

#### **IV.4.1. Généralité sur les fibres microstructurées :**

Les fibres à cristaux photoniques (PCF) sont utiles pour manipuler les caractéristiques spectrales et temporelles d'impulsions ultra-courtes. Elles sont utilisées dans de nombreux domaines de recherche, par exemple dans les études biologiques et la tomographie par cohérence optique [251], dans l'optique quantique [251] et dans l'observation d'objets non conventionnels comme le soliton «peregrine» [252]. Dans le domaine de l'optique les fibres à cristaux photoniques microstructurés (PCF) ont récemment attiré une attention significative en raison de leur dispersion et leurs propriétés de guidage d'ondes spécifiquement contrôlés, tels que le décalage de la longueur d'onde à dispersion nulle dans la plage du visible [251] et le fonctionnement en mode monomode sur une large plage spectrale [251]. Le succès des PCF a commencé par la démonstration d'un élargissement spectaculaire du spectre pour une large gamme de paramètres d'impulsions [253]. L'élargissement dépend de la durée de l'impulsion et de la longueur d'onde de la pompe par rapport à la longueur d'onde à dispersion nulle (ZDW).

Dans de nombreux cas, des solitons optiques peuvent être observés, jouant un rôle majeur dans le mécanisme de mise en forme spectrale [254].

Un effet essentiel de la structure périodique transversale est de modifier l'indice de réfraction efficace pour la propagation dans la direction de la fibre conduisant à de nouvelles propriétés dispersives. Les fibres peuvent être un air-guide si la lumière est confinée à un défaut d'air au centre de la fibre. La Figure (IV.69) affiche une image au microscope électronique à balayage (MEB) d'une telle extrémité de fibre. Autour du trou d'air central, la disposition périodique de l'air et de la silice

forment une structure cristalline photonique 2D. (On peut dire que le cristal photonique 2D forme la gaine de la fibre et le trou d'air dans le milieu est le cœur de la fibre, où la lumière est guidée). Dans cette fibre, la lumière est guidée par l'effet de bande interdite photonique (PBG). Les fréquences dans une bande interdite de la structure connaîtront de multiples réflexions de Bragg conduisant à des interférences destructives de la lumière qui essaye de se propager loin du noyau d'air. La fonction du noyau d'air doit fournir un défaut dans la structure périodique dans laquelle la propagation des fréquences à l'intérieur de la bande interdite est réellement autorisée. Par conséquent, l'on parle d'un mode à l'intérieur de la bande interdite et ce type de fibre est appelé photonique fibre de bande interdite. Ils ont été révéllés par le groupe de P. St. J. Russell à Bath. Une autre possibilité est de laisser le défaut central être en silice au lieu de l'air tel qu'illustré à la Figure (IV.68). Ce type de fibre a également été démontré pour la première fois par groupe à Bath.

Le cristal photonique 2D autour du cœur a un indice de réfraction efficace entre celui de la silice et l'air. Par conséquent, le guidage de la lumière peut être expliqué par la réflexion interne totale (TIR), qui est également la façon dont la lumière est guidée dans les fibres à saut d'indice. Ces fibres qui présentent un défaut matériel central sont donc appelées les fibres guides d'indice.

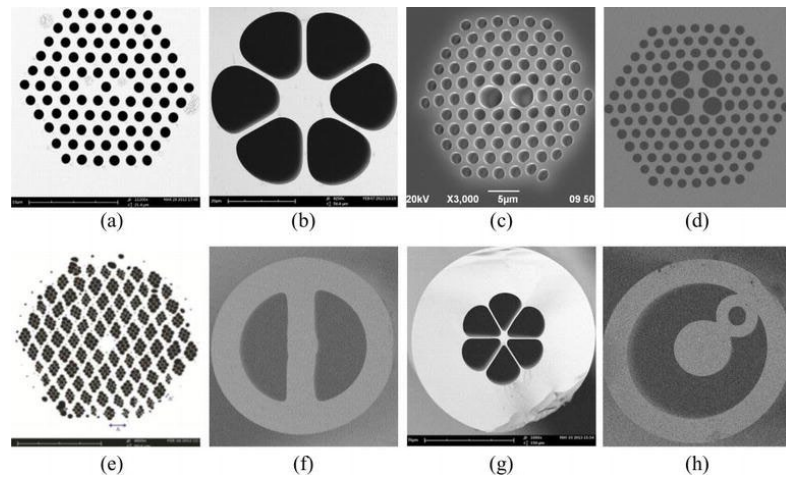


Fig.IV.69 La structures des fibres microstructurées(a) twin-core photonic crystal fiber (TC-PCF), (b) six-hole suspended-core fiber (SH-SCF), (c) high birefringence PCF (HB-PCF), (d) two-core HB-PCF, (e) superlattice PCF, (f) two semicircle hole fiber, (g) high birefringence suspended-core fiber (HB-SCF) , and (h) single-ring suspended fiber. [255]

Concernant les avantages des fibres à cristaux photoniques on remarquera premièrement que l'augmentation du rapport  $d/\Lambda$  mène à une augmentation du paramètre de dispersion  $D$ . Selon cette approche, l'ajustement des paramètres de la structure a permis la conception de fibres possédant une longueur de dispersion nulle s'étendant sur la plage 500 - 1500 nm [256–266].

D'autre part, l'optimisation des paramètres de la structure peut permettre une diminution de la zone équivalente au cœur de la fibre. Il s'agit d'une caractéristique clé puisque l'aire effective du mode guidé peut alors être fortement diminuée et ainsi permettre un meilleur confinement spatial de la puissance optique au sein du matériau [260]. De cette manière, le confinement de l'onde électromagnétique sur une aire effective réduite augmente l'intensité lumineuse locale au sein du cœur et il est alors possible d'améliorer la non-linéarité Kerr des PCF de plusieurs ordres de grandeur par rapport à une fibre standard,

La modification conjointe de ces deux effets (décalage de la longueur d'onde de dispersion nulle et augmentation de la non-linéarité) font des PCF un candidat idéal pour l'étude de processus non-linéaires variés [62, 63] tels que la génération de spectres à large bande [63].

**IV. 4.2. La propagation des pure-quartiques solitons dans les fibres microstructurées :**

Le modèle théorique avec lequel on décrit la propagation des solitons à l'intérieur d'une fibre microstructurée est le même qu'on utilise pour décrire la propagation dans une fibre standard. Cependant, la création des fibres microstructurée en silicone (semiconducteur) nécessite un modèle spécial vu la variation des caractéristiques de la propagation dans ce type de fibre. Dans [64], l'équation gouvernante de la propagation des soliton dans les fibres dites « Silicon Photonic crystals » est donnée par l'expression suivante:

$$\frac{\partial A(Z,T)}{\partial Z} = -\frac{\alpha_{1,eff}}{2} A - \frac{i}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 A}{\partial T^2} + \frac{1}{6} \beta_3 \frac{\partial^3 A}{\partial T^3} + \frac{i}{24} \beta_4 \frac{\partial^4 A}{\partial T^4} + (i\gamma_{eff} - \frac{\alpha_{TPA,eff}}{2}) [|A|^2 A] + (ik_0 n_{FC,eff} - \frac{\sigma_{eff}}{2}) N_c A \quad (243)$$

A l'opposé des solitons classiques, les mêmes auteurs de [65] ont découvert une nouvelle catégorie de solitons par la compensation de la dispersion du 4ème ordre avec la nonlinéarité Kerr. Ces solitons surnommés « Pure-quartic solitons » ont fait le projet d'un travail expérimental qui confirme l'existence des ondes solitoniques issues de l'équation suivante :

$$\frac{\partial A(Z,T)}{\partial Z} = \frac{i}{24} \beta_4 \frac{\partial^4 A}{\partial T^4} + i\gamma_{eff} [|A|^2 A] \quad (244)$$

Dont la solution est alors:

$$A = A_0 e^{-i\mu A_0^2 z \gamma_{eff}} e^{-(A_0 \sqrt{\frac{\gamma_{eff}}{|\beta_4|}}) T^2} \quad (245)$$

La création des « Pure-quartic solitons » est démontrée par le dispositif suivant [63]

La simulation des pure-quartic solitons est illustrée dans la figure.IV.70 ; Le résultat de la simulation de l'équation (245) montre que les pure-quartic solitons sont beaucoup plus étroit que les solitons traditionnels. Pour cette raison, nous avons réalisé une étude afin de vérifier si les pure-quartic solitons peuvent être affectés par l'inhomogénéité de la fibre. L'équation pour gouverner ce problème est démontrée par les auteurs indiqués au chapitre .La solution proposée par ces auteurs est :

$$iU_\xi + \alpha(\xi) U_{\tau\tau\tau\tau} + \beta(\xi) |U|^2 U = 0 \quad (246)$$

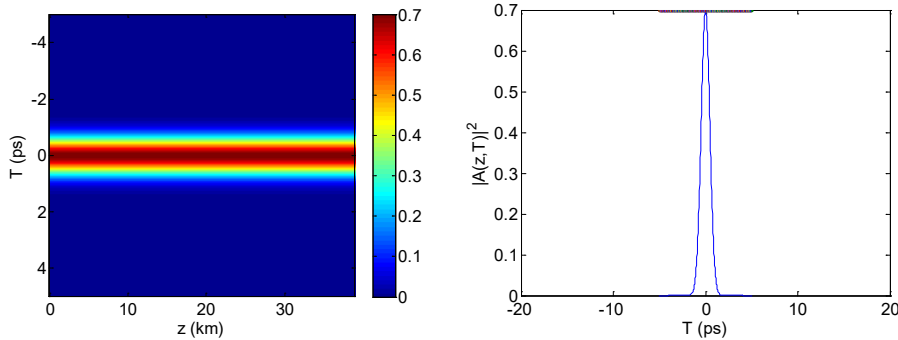


Fig.IV.70 Simulation de la propagation des pure-quartiques solitons

### Discussion :

La figure (IV.70) montre que les pure-quartiques sont ont une durée beaucoup plus courte que celle des solitons classiques.

### **IV.4.3. Les pure-quartiques solitons dans la fibre microstructurée inhomogène :**

Les figures.IV (71-75) montrent la propagation dans une fibre microstructurée inhomogène modélisée par l'équation de Schrödinger à coefficients variables, résolue par la méthode de Hirota-Bilinéaire. A partir des résultats de la simulation on observe que les Pure-quartic solitons ne s'affectent pas par l'inhomogénéité de la fibre comme les solitons conventionnelles. Dans ce chapitre, l'étude de la propagation des solitons dans une fibre inhomogène est simulée à partir de l'équation de Schrodinger nonlinéaire d'ordre superieur, et on montre que la variation des coefficients variables change les caractéristiques du soliton lui-même, ainsi que les décalages temporels et les interactions, alors que pour les Pure-quartic solitons la durée initiale change uniquement, sinon le reste des caractéristiques est inchangé.

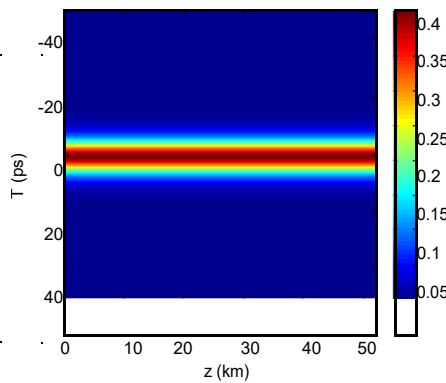


Fig.IV.71. La propagation des pure-quartic solitons avec les paramètres  $P=0.25; \alpha(\xi) = -0.01\cos(d\xi); \beta(\xi) = 0.01\sin(d\xi); w_0 = 0$

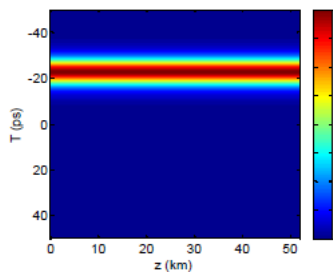


Fig.IV.72. La propagation des pure-quartic solitons avec les paramètres

$$P=0.25; \alpha(\xi) = 0.1(d\xi); \beta(\xi) = 0.1\sin(d\xi); w_0 = 3$$

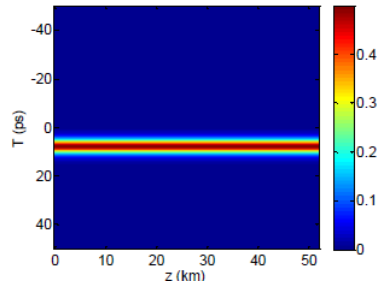


Fig.IV.73. La propagation des pure-quartic solitons avec les paramètres  $P=0.5; \alpha(\xi) = 0.1(d\xi); \beta(\xi) = -0.1\sin(\xi); w_0 = -3$

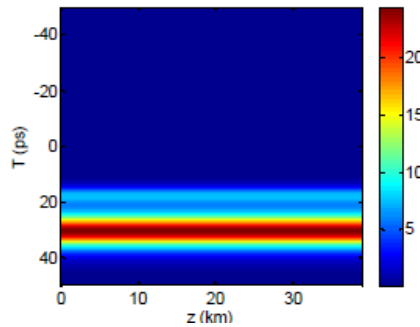


Fig.IV.74. La propagation des pure-quartic solitons avec les paramètres  $P1=0.25; P2=0.5; \alpha(\xi) = 0.01\cos(\xi); \beta(\xi) = 0.01\sin(\xi); w_0 = 5$

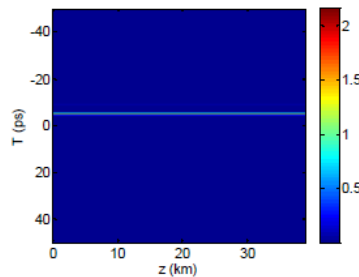


Fig.IV.75. La propagation des pure-quartic solitons avec les paramètres  $P1=0.25; P2=0.5; \alpha(\xi) = 0.01\cos(\xi); \beta(\xi) = 0.01\sin(\xi); w_0 = 5$

### **Discussion :**

À partir des figures.IV (70-75) on Remarque que l'inhomogénéité de la fibre n'influe pas sur la propagation des pure-quartic solitons à l'opposé des solitons classiques comme c'est illustré dans le troisième chapitre, ces solitons là sont donc pas stable et résiste l'inhomogénéité de la fibre grace à leur courte durée. Cependant, les coefficient variables on un impact sur les caractéristiques des pure-quartic solitons, qui reste stable le long de la propagation.

D'une autre part on remarque que les pure quartic solitons n'interragissent pas entre eux, ceci est due à la très faire attraction entre les solitons adjacents. Comme ça on conclue alors que les pure-quartic solitons sont compatibles pour une bonne télécommunication.

#### **IV.5.Conclusion :**

Dans ce chapitre on a étudié numériquement la propagation des solitons dans plusieurs types speciaux de fibres optiques. Dans ces fibres de nouvelles générations la propagation est meilleure que celle d'une fibre standard. Ormis les avantages des fibres de nouvelles générations du point de vue nonlinéarité, il existe d'autres avantages comme la possibilité de créer de nouveaux types solitons autres que les solitons noirs et brillants. Or, la propagation des solitons dans les fibres de nouvelles générations nécessite une étude approfondie des conditions de propagation sur la stabilité des solitons.

## Conclusion générale

Notre étude théorique qui traite la propagation des solitons dans les fibres optiques caractérisée par l'équation de Schrödinger non linéaire, nous a permis de proposer plusieurs solutions aux problèmes rencontrés par les solitons lors de leurs utilisations dans les chaînes de télécommunication à la fois dispersives et nonlinéaires.

L'équation de Schrödinger non linéaire d'ordre supérieur est l'équation de Schrödinger simplifiée à laquelle des termes d'ordres supérieurs sont rajoutés décrivant les phénomènes qui apparaissent lors des régimes ultra-courts de propagation solitonique. L'adaptation des méthodes analytiques pour résoudre ce modèle non-intégrable permet donc après étude de rendre meilleur les performances des fibres optiques.

Au cours de la première étape nous avons rappelé le concept de l'impulsion solitonique et la balance nonlinéarité-dispersion afin de pouvoir étudier ensuite la dynamique de propagation des impulsions en régime solitonique.

Dans la deuxième étape, nous avons évoqué les méthodes analytiques et leurs solutions. Après avoir cité les méthodes qui se trouvent dans la littérature, nous avons choisi pour l'équation de Schrödinger nonlinéaire simplifiée la méthode de Split-Step Fourier pour la suite de notre étude. Cela nous a permis de faire l'étude dynamique du soliton brillant, le soliton noir et les solitons d'ordre supérieurs

Sur ce concept, nous avons proposé dans la troisième partie de la thèse les conditions favorables à l'absence d'interactions lors de la propagation des solitons dans les fibres standards. Ainsi, après avoir simulé les solutions considérées, nous avons confirmé la possibilité de séparer les solitons adjacents sous certaines conditions des caractéristiques de la fibre.

Quatrièmement nous nous sommes intéressés à la propagation des solitons dans les fibres de nouvelles générations comme les fibres à réseaux de Bragg, les fibres biréfringentes et les fibres microstructurées. Ce vocable (nouvelles générations) est utilisé pour désigner les fibres optiques différentes de la fibre standard. Comme récapitulatif nous avons conclu que la modification des caractéristiques de la fibre est capable d'améliorer la propagation voire même la création des solitons. Ces derniers sont mis en évidence théoriquement dans chaque type de fibre par des méthodes analytiques et semi-analytiques expliqués dans le chapitre précédent comme la méthode d'Ansatz. A partir des résultats de la simulation on observe que les Pure-quartic solitons ne sont pas affectés par l'inhomogénéité de la fibre comme les solitons conventionnels. Comme perspective futur, on escompte étudier les solutions de modèles d'équation de propagation en régime femtoseconde et attoseconde pour la création de nouveaux types de solitons avec applications d'autres méthodes analytiques.

## Annexe A :

### La solution des équations nonlinéaires des modes couplés

Comme c'est déjà mentionné dans l'équation (24), NLCME a comme expression :

$$\begin{aligned} I \frac{\partial E_f}{\partial z} + i \frac{\bar{n}}{c} \frac{\partial E_f}{\partial t} + K E_b + (\Gamma_s |E_f^2| + 2 \Gamma_x |E_b^2|) E_b &= 0 \\ -I \frac{\partial E_b}{\partial z} + i \frac{\bar{n}}{c} \frac{\partial E_b}{\partial t} + K E_b + (\Gamma_s |E_b^2| + 2 \Gamma_x |E_f^2|) E_b &= 0 \end{aligned} \quad (\text{A.1})$$

La solution est :

$$E_{b,f}(z,t) = e_{f,b}(z) e^{-i\hat{\delta} ct/\bar{n}} \quad (\text{A.2})$$

Tel que :

Le paramètre de désaccord :

$$\hat{\delta} = \frac{n_0}{c} (\omega_0 - \omega_B) \quad (\text{A.3})$$

La fréquence de Bragg :

$$\omega_B = \frac{\pi c}{n_0 \Lambda} = \frac{2\pi c}{\lambda_B} \quad (\text{A.4})$$

Par substitution, on obtient les équations indépendantes du temps:

$$\begin{aligned} i \frac{\partial e_f}{\partial z} + \hat{\delta} e_f + K e_b + (\Gamma_s |e_f^2| + 2 \Gamma_x |e_b^2|) e_b &= 0 \\ -i \frac{\partial e_b}{\partial z} + \hat{\delta} e_b + K e_b + (\Gamma_s |e_b^2| + 2 \Gamma_x |e_f^2|) e_b &= 0 \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

Soient les paramètres de Stocks utilisés pour résoudre l'équation ci-dessus :

$$A_0 = |e_f|^2 + |e_b|^2 \quad (\text{A.6})$$

$$A_1 = e_f e_b^* + e_f^* e_b \quad (\text{A.7})$$

$$A_2 = i(e_f e_b^* - e_f^* e_b) \quad (\text{A.8})$$

$$A_3 = |e_f|^2 - |e_b|^2 \quad (\text{A.9})$$

Avec :

$$A_0^2 = A_1^2 + A_2^2 + A_3^2 \quad (\text{A.10})$$

La puissance totale est définie par:

$$P_0 = A_3 = |e_f|^2 - |e_b|^2 \quad (\text{A.11})$$

Si on écrit la NLCM avec les termes de Stocks on aura :

$$\frac{dA_0}{dz} = -2 k A_2 \quad (\text{A.12})$$

$$\frac{dA_1}{dz} = 2 \hat{\delta} A_2 + 3 \Gamma A_0 A_2 \quad (\text{A.13})$$

$$\frac{dA_2}{dz} = -2 \hat{\delta} A_2 - 3 \Gamma A_0 A_2 - 2 k A_2 \quad (\text{A.14})$$

$$\frac{dA_3}{dz} = 0 \quad (\text{A.15})$$

Pour construire l'équation de type oscillatoire inharmonique on suit les étapes suivantes :

$$\hat{\delta} A_0 + \frac{3}{4} \Gamma A_0^2 + k A_1 = C \quad (\text{A.16})$$

On remplace dans les équations des paramètres de Stocks :

$$\frac{d^2}{dz^2} A_0 - \alpha A_0 + \beta A_0^2 + \gamma \hat{\delta} A_0^3 = 4 C \quad (\text{A.17})$$

Tel que :

$$\alpha = (-4 \hat{\delta}^2 + 4k^2 + 6\Gamma C) \quad (\text{A.18})$$

$$\beta = 9 \hat{\delta} \Gamma \quad (\text{A.19})$$

et :

$$\gamma = \frac{9}{2} \Gamma^2 \quad (\text{A.20})$$

Selon les conditions de propagation du soliton brillant on a :  $\alpha < 0$ ,  $\gamma > 0$  et  $C = 0$ . L'équation considérée devient alors :

$$\frac{1}{2} \left( \frac{dA_0}{dz} \right)^2 - \alpha \frac{A_0^2}{2} + \gamma \frac{A_0^4}{4} = 0 \quad (\text{A.21})$$

La solution du soliton brillant est après la substitution des paramètres :

$$A_0 = \sqrt{\frac{8(2K^2 + 3\Gamma C)}{9\Gamma^2}} \operatorname{sech}(\sqrt{(4K^2 + 6\Gamma C)}z) \quad (\text{A.22})$$

Les conditions de propagation du soliton noir implique que :  $\alpha > 0$ ,  $\gamma < 0$  ;  $\alpha^2/4\gamma$ , on obtient :

$$\frac{1}{2} \left( \frac{dA_0}{dz} \right)^2 + \alpha \frac{A_0^2}{2} - \gamma \frac{A_0^4}{4} = \frac{\alpha^2}{4\gamma} \quad (\text{A.23})$$

La résolution de l'équation ci-dessus donne:

$$A_0 = \sqrt{\frac{\alpha}{\gamma}} \tanh\left(\sqrt{\frac{\alpha}{2}}z\right) \quad (\text{A.24})$$

Cette solution est l'expression du soliton noir :

$$A_0 = \sqrt{\frac{4(2K^2 + 3\Gamma C)}{9\Gamma^2}} \tanh(\sqrt{(2K^2 + 3\Gamma C)}z) \quad (\text{A.25})$$

## Annexe.B :

### La solution de la méthode d'Ansatz

La solution du système d'équation est:

$$\begin{pmatrix} E_+ \\ E_- \end{pmatrix} = U \exp(i(kz - \omega t)) + c.c \quad (B.1)$$

Tel que:

$$U = \begin{pmatrix} U_+ \\ U_- \end{pmatrix} \quad (B.2)$$

Le problème linéaire a comme solution:

$$\begin{pmatrix} E_+ \\ E_- \end{pmatrix} = c \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} e^{-ikt} + c.c \quad (B.3)$$

On note que la solution satisfait:  $L \begin{pmatrix} E_+ \\ E_- \end{pmatrix} = 0$  comme  $L$  est l'opérateur:  $L = \begin{bmatrix} i\partial_t & k \\ k & i\partial_t \end{bmatrix}$

Il est connu que les équations NLCM se réduisent à l'équation de Schrödinger non-linéaire (NLS), quand on considère la limite à basse intensité.

$$\begin{pmatrix} E_+ \\ E_- \end{pmatrix} = \varepsilon^{1/2} E(\tau_1, \tau_2, Z) \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} e^{-ikt} + \varepsilon U_1 + \varepsilon^{3/2} U_2 + \varepsilon^2 U_3 + c.c \quad (B.4)$$

Où:  $\tau_1 = \varepsilon t, \tau_2 = \varepsilon^2, Z = \varepsilon^{1/2} z$

Pour commencer, on doit résoudre ( $E_+, E_-$ ) pour des ordres successifs de  $\varepsilon$ . En balançant les termes  $O(\varepsilon)$ :

$$L U_1 = -i \partial_z E \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} e^{-ikt} + c.c \quad (B.5)$$

La solution de l'équation précédente est :

$$U_1 = \frac{-i}{2k} \partial_z E \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} e^{-ikt} + c.c \quad (B.6)$$

Dans la suivante, on continue à calculer la correction d'ordre supérieur jusqu'à ( $E_+, E_-$ ) pour balancer les termes à  $O(\varepsilon^{3/2})$ , il est nécessaire de calculer les termes nonlinéaires:

$$\begin{aligned} (|E_+|^2 + 2|E_-|^2)|E_+| &= \left( \left| \varepsilon^{1/2} E - \frac{i\varepsilon}{2k} \frac{\partial E}{\partial Z} \right|^2 + 2 \left| -\varepsilon^{1/2} E - \frac{i\varepsilon}{2k} \frac{\partial E}{\partial Z} \right|^2 \right) \left( \varepsilon^{1/2} E - \frac{i\varepsilon}{2k} \frac{\partial E}{\partial Z} \right) e^{-ikt} + c.c \\ &= \left[ 3\varepsilon^{3/2} E |E|^2 - i \frac{\varepsilon^2}{2k} (E^2 \partial_z E^* + 2|E|^2 \partial_z E) + \frac{\varepsilon^{5/2}}{4k^2} (E^* (\partial_z E)^2 + 2E \partial_z E \partial_z E^*) - i \frac{3\varepsilon^3}{8k^3} (\partial_z E)^2 (\partial_z E^*) \right] e^{-ikt} \\ &+ c.c \end{aligned} \quad (B.7)$$

Similairement pour les autres termes nonlinéaires, on a:

$$\begin{aligned} (|E_-|^2 + 2|E_+|^2)|E_-| &= \left( \left| -\varepsilon^{1/2} E - \frac{i\varepsilon}{2k} \frac{\partial E}{\partial Z} \right|^2 + 2 \left| \varepsilon^{1/2} E - \frac{i\varepsilon}{2k} \frac{\partial E}{\partial Z} \right|^2 \right) \left( -\varepsilon^{1/2} E - \frac{i\varepsilon}{2k} \frac{\partial E}{\partial Z} \right) e^{-ikt} + c.c \\ &= - \left[ 3\varepsilon^{3/2} E |E|^2 + i \frac{\varepsilon^2}{2k} (2|E|^2 \partial_z E + E^2 \partial_z E^*) + \frac{\varepsilon^{5/2}}{4k^2} (2E \partial_z E \partial_z E^* + E^* (\partial_z E)^2) + i \frac{3\varepsilon^3}{8k^3} (\partial_z E)^2 (\partial_z E^*) \right] \\ &e^{-ikt} + c.c \end{aligned} \quad (B.8)$$

En balançant le terme à ( $\varepsilon^{3/2}$ ):

$$L U_2 = \left(-i \frac{\partial E}{\partial \tau_1} - \frac{1}{2k} \frac{\partial^2 E}{\partial Z^2} - (3\gamma)E|E|^2\right) \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} e^{-ikt} + \text{c.c} \quad (\text{B.9})$$

Pour résoudre l'équation précédente on doit annuler les termes séculiers:

$$-i \frac{\partial E}{\partial \tau_1} - \frac{1}{2k} \frac{\partial^2 E}{\partial Z^2} - (3\gamma)E|E|^2 = 0 \quad (\text{B.10})$$

En balançant les termes de ( $\varepsilon^2$ ):

$$L U_3 = \left[\frac{i\gamma}{2k} (2|E|^2 \partial_z E + E^2 \partial_z E^*) + \frac{1}{4k^2} \frac{\partial^3 E}{\partial Z^3}\right] \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} e^{-ikt} + \text{c.c} \quad (\text{B.11})$$

À partir de l'équation précédente on obtient:

$$\frac{\partial}{\partial Z} \left(i \frac{\partial E}{\partial \tau_1}\right) = \frac{1}{2k} \frac{\partial^3 E}{\partial Z^3} + (3\gamma) \partial_z (E|E|^2) \quad (\text{B.12})$$

La solution est alors:

$$L U_3 = \left[\frac{i\gamma}{2k} (4|E|^2 \partial_z E + 2E^2 \partial_z E^*) + \frac{1}{4k^2} \frac{\partial^3 E}{\partial Z^3}\right] \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} e^{-ikt} + \text{c.c} \quad (\text{B.13})$$

A partir de l'équation précédente on obtient:

$$U_3 = \frac{-i}{4k^2} \left[\gamma (4|E|^2 \partial_z E + 2E^2 \partial_z E^*) + \frac{1}{2k} \frac{\partial^3 E}{\partial Z^3}\right] \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} e^{-ikt} + \text{c.c} \quad (\text{B.14})$$

Enfin, on obtient l'équation différentielle suivante:

$$i \frac{\partial E}{\partial \tau_1} + \frac{1}{2k} \frac{\partial^2 E}{\partial Z^2} + 3\gamma E|E|^2 + \frac{i}{8k^3} \frac{\partial^3 E}{\partial Z^3} + \frac{i\gamma}{2k^2} (2|E|^2 \partial_z E + E^2 \partial_z E^*) = 0 \quad (\text{B.15})$$

Pour obtenir la solution on doit supposer que:

$$E(z,t) = q(z,t) e^{i\varphi(z,t)} \quad (\text{B.16})$$

Tel que le décalage de la fréquence est:

$$\varphi(z,t) = kz - \omega t \quad (\text{B.17})$$

Et l'amplitude complexe est:

$$q(z,t) = i\beta + \lambda \tanh(P(t-\alpha z)) + i\rho \operatorname{sech}(P(t-\alpha z)) \quad (\text{B.18})$$

l'intensité est donc:

$$|q(z,t)|^2 = (\lambda^2 + \beta^2) + 2\beta\rho \operatorname{sech}(P(t-\alpha z)) + (\rho^2 - \lambda^2) \operatorname{sech}^2(P(t-\alpha z)) \quad (\text{B.19})$$

La phase nonlinéaire s'écrit alors:

$$\varphi(z,t) = \arctan\left(\frac{\beta + \rho \operatorname{sech}(P(t-\alpha z))}{\lambda \tanh(P(t-\alpha z))}\right) \quad (\text{B.20})$$

En remplaçant on obtient:

$$i\partial_z q - \left(k + \frac{\omega^2}{2k} + \frac{\omega^3}{8k^3}\right) q - i\left(\frac{\omega}{k} + \frac{3\omega^2}{8k^3}\right) \partial_t q + \left(\frac{1}{2k} + \frac{3\omega^2}{8k^3}\right) \partial_t^2 q + \frac{i}{8k^3} \partial_z^3 q + 3\gamma\left(1 + \frac{\omega}{4k^2}\right) |q|^2 q + \frac{2i\gamma}{4k^2} (2|q|^2 \partial_t q + q^2 \partial_z q^*) = 0 \quad (\text{B.21})$$

En remplaçant on obtient les équations paramétriques suivantes:

$$\lambda \left[ \frac{-3}{4k^3} P^2 + \frac{3\gamma}{2k^2} (\rho^2 - \lambda^2) \right] = 0 \quad (\text{B.22})$$

$$\rho \left[ \frac{-3}{4k^3} P^2 + \frac{3\gamma}{2k^2} (\rho^2 - \lambda^2) \right] = 0 \quad (\text{B.23})$$

$$\lambda \left[ -2\left(\frac{1}{2k} + \frac{3\omega^2}{8k^3}\right) P^2 + 3\gamma\left(1 + \frac{\omega}{4k^2}\right) (\rho^2 - \lambda^2) \right] = 0 \quad (\text{B.24})$$

$$\rho \left[ -2\left(\frac{1}{2k} + \frac{3\omega^2}{8k^3}\right) P^2 + 3\gamma\left(1 + \frac{\omega}{4k^2}\right) (\rho^2 - \lambda^2) \right] = 0 \quad (\text{B.25})$$

$$\rho \left[ \left(\frac{1}{2k} + \frac{3\omega^2}{8k^3}\right) P^2 + 3\gamma\left(1 + \frac{\omega}{4k^2}\right) \lambda^2 - \left(k + \frac{\omega^2}{2k} + \frac{\omega^3}{8k^3}\right) \right] = 0 \quad (\text{B.26})$$

$$\lambda \left[ 3\gamma\left(1 + \frac{\omega}{4k^2}\right) \lambda^2 - \left(k + \frac{\omega^2}{2k} + \frac{\omega^3}{8k^3}\right) \right] = 0 \quad (\text{B.27})$$

$$\lambda \left[ -\gamma P - \left(\frac{\omega}{k} + \frac{3\omega^2}{8k^3}\right) P + \frac{1}{2k^2} P^3 + \frac{3\gamma}{2k^2} P \lambda^2 - \frac{\gamma}{k^2} P^2 \right] = 0 \quad (\text{B.28})$$

$$\rho \left[ \gamma P + \left(\frac{\omega}{k} + \frac{3\omega^2}{8k^3}\right) P - \frac{1}{8k^2} P^3 - \frac{\gamma}{2k^2} P \lambda^2 \right] = 0 \quad (\text{B.29})$$

Pour obtenir la solution brillante on suppose que :

$$q(z,t) = i\rho \operatorname{sech} [P(t - \beta z)] \quad (\text{B.30})$$

L'intensité est donc :

$$|q(z,t)| = \rho \operatorname{sech} [P(t - \beta z)] \quad (\text{B.31})$$

Par résolution des équations paramétriques précédentes on obtient:

$$P^2 = \frac{\left(k + \frac{\omega^2}{2k} + \frac{\omega^3}{8k^3}\right)}{\left(\frac{1}{2k} + \frac{3\omega}{8k^3}\right)} \quad (\text{B.32})$$

$$\beta = -\left(\frac{\omega}{k} + \frac{3\omega^2}{8k^3}\right) + \frac{1}{8k^3} \frac{\left(k + \frac{\omega^2}{2k} + \frac{\omega^3}{8k^3}\right)}{\left(\frac{1}{2k} + \frac{3\omega}{8k^3}\right)} \quad (\text{B.33})$$

$$\rho^2 = \frac{1}{2\gamma k} P^2 = \frac{1}{2\gamma k} \frac{\left(k + \frac{\omega^2}{2k} + \frac{\omega^3}{8k^3}\right)}{\left(\frac{1}{2k} + \frac{3\omega}{8k^3}\right)} \quad (\text{B.34})$$

$$\omega = \frac{4}{3} k^2 \quad (\text{B.35})$$

Pour obtenir la solution noire on suppose que :

$$q(z,t) = \lambda \tanh [P(t - \beta z)] \quad (\text{B.36})$$

Et l'intensité est alors:

$$|q(z, t)| = \lambda \{1 - \operatorname{sech}^2 [P(t - \beta z)]\}^{1/2} \quad (\text{B.37})$$

Dans ce cas-là les paramètres sont alors :

$$\lambda^2 = -\frac{1}{2k\gamma} P^2 \quad (\text{B.38})$$

$$P^2 = \frac{(2k^2 + \omega^2 + \frac{\omega^3}{4k^2})}{3(1 + \frac{\omega}{4k^2})} \quad (\text{B.39})$$

$$\beta = -\left(\frac{\omega}{k} + \frac{3\omega^2}{8k^3}\right) + \frac{1}{8k^3} P^2 + \frac{\gamma}{2k^2} \lambda^2 \quad (\text{B.40})$$

$$\omega = \frac{4}{3} k^2 \quad (\text{B.41})$$

## Annexe.C : La solution des SIT-Bragg solitons

Il est connu que les SIT Bragg solitons sont des ondes indestructibles qui résultent de la dispersion induite par le réseau, contrebalancé par la nonlinéarité Kerr et l'effet de résonance déterminé par l'équation de Bloch. Pour introduire l'analyse à plusieurs échelles (multiple scale analysis), nous étendons la solution linéaire de la forme suivante :

$$\begin{pmatrix} E_+ \\ E_- \end{pmatrix} = \varepsilon^{1/2} E(\tau_1, \tau_2, Z) \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} e^{-ikt} + \varepsilon U_1 + \varepsilon^{3/2} U_2 + \varepsilon^2 U_3 + \text{c.c} \quad (\text{C.1})$$

Où:  $\tau_1 = \varepsilon t, \tau_2 = \varepsilon^2, Z = \varepsilon^{1/2} z$ .  $U_1, U_2, U_3, \dots$  représentent les paramètres de perturbations qui reflètent en effet à la fois les effets d'ordres supérieurs linéaires et non-linéaires. Ainsi, les effets d'ordres supérieurs sont étudiés par la balance des ordres successives ordres  $\varepsilon$  avec les enveloppes des champs correspondants. Afin d'étudier l'effet des perturbations d'ordres supérieurs, on continue de balancer les termes de  $O(\varepsilon^2)$  et il en résulte l'équation de NLS donnée par :

$$i\partial_z q + \theta_1 \partial_t^2 q + \theta_2 \partial_z^3 q + \theta_3 |q|^2 q + \theta_4 (|q|^2 q)_t = 0 \quad (\text{C.2})$$

Là  $\theta_1, \theta_2, \theta_3$  and  $\theta_4$  sont les paramètres physiques de l'équation NLCM dans la structure périodique qui sont définis comme suit:  $\theta_1 = \frac{1}{2k}$ ;  $\theta_2 = 3\Gamma_e$ ;  $\theta_3 = \frac{1}{8k^3}$ ;  $\theta_4 = 3\Gamma_e / 4k^2$

L'équation de NLS perturbée représente le modèle de la propagation de l'impulsion non-linéaire dans un milieu périodique avec les effets d'ordres supérieurs en dehors de la structure du PBG dans un FBG dopé.

Pour cela on exprime l'enveloppe du champ 'q' comme suit :

$$q(z,t) = Q(t + \beta z) \exp[i(kz - \omega t)] \quad (\text{C.3})$$

Où :  $\chi = (t + \beta z)$

En utilisant l'équation (3) dans (2) et en comparant l'équation résultante avec Bloch équation on obtient

$$\left(\frac{dQ}{d\chi}\right)^2 = \alpha Q^2 - \frac{1}{2} \beta Q^4 + \gamma \quad (\text{C.4})$$

Tel que :  $\alpha = \left(\frac{2\omega\theta_1 + 3\omega^2\theta_3 - \beta}{\theta_3}\right)$ ;  $\beta = \frac{\theta_4}{\theta_3}$ ;  $\gamma = \frac{4c_0^2}{Q^3}$

L'équation précédente a plusieurs solutions comme « les ondes cnoïdales » pour  $\gamma \neq 0$ , ou la solution d'impulsion singulière lorsque  $\gamma = 0$ . Dans ce travail, on discute ces deux cas sous les conditions physiques appropriés.

Si on suppose que :

$$\gamma = m^2(1-m^2)\alpha^2 / (2m^2 - 1)^2 \beta \quad (\text{C.5})$$

On obtient la solution cnoïdal suivante :

$$q = \sqrt{P_0} \operatorname{cn} \left[ \frac{t - (z/V)}{T_0}, m \right] e^{i(kz - \omega t)} \quad (\text{C.6})$$

Tel que :

$$P_0 = 2m^2\alpha / (2m^2 - 1)\beta \quad (C.7)$$

La période est :

$$T_0 = \sqrt{2m^2 / \beta p_0} \quad (C.8)$$

Selon la deuxième condition physique,  $\gamma = 0$ , on obtient la formation du soliton brillant [15] :

$$Q = \sqrt{\frac{2(2A_1\omega + 3A_3\omega^2 - \beta_1)}{A_4}} \operatorname{sech} \left( \sqrt{\frac{2A_1\omega + 3A_3\omega^2 - \beta_1}{A_3}} \chi e^{i(kz - \omega t)} \right) \quad (C.9)$$

On doit noter que la différence entre les SIT-Bragg solitons et les Bragg solitons conventionnels est que l'amplitude et la largeur de l'impulsion du SIT-Bragg soliton dépendent des facteurs coefficient-Kerr et la densité du dopage des atomes à deux niveaux.

Si on choisit :

$$\gamma = -(m\alpha)^2 / (m^2 + 1)^2 \beta \quad (C.10)$$

L'on obtient une exacte solution périodique en termes de sn comme suit :

$$q = \sqrt{P_0} \operatorname{sn} \left[ \frac{t - (z/V)}{T_0}, m \right] e^{i(kz - \omega t)} \quad (C.11)$$

Tel que la période est :

$$P_0 = \frac{2m^2\alpha}{(m^2 + 1)\beta} \quad (C.12)$$

Et la largeur de l'impulsion est :

$$T_0 = \sqrt{\frac{m^2 + 1}{\alpha}} \quad (C.13)$$

Donc en se basant sur la condition  $\gamma = 0$  pour  $m=1$ , on peut avoir la formation d'un SIT Bragg soliton noir dont l'équation est :

$$Q = \sqrt{\frac{2(2A_1\omega + 3A_3\omega^2 - \beta_1)}{A_4}} \tanh \left( \sqrt{\frac{2A_1\omega + 3A_3\omega^2 - \beta_1}{A_3}} \chi e^{i(kz - \omega t)} \right) \quad (C.14)$$

### Références:

[1] P. R. Babu, "Self-induced transparency Bragg solitons in a nonlinear photonic bandgap structure", India Optics and Photonics Letters, Vol. 4, No. 1, p.11–16, (2011).

