

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

BADJI MOKHTAR-ANNABA UNIVERSITY
UNIVERSITE BADJI MOKHTAR-ANNABA



جامعة باجي مختار – عنابة

Année : 2023

Faculté de Technologie

Département de Génie Civil

THESE

Présentée en vue de l'obtention du diplôme de DOCTORAT EN SCIENCES

**ELEMENTS FINIS POUR L'ANALYSE LINEAIRE ET NON LINEAIRE DES
PLAQUES ET COQUES MINCES ET EPAISSES
APPLICATION AUX ELEMENTS TUBULAIRES EN ACIER REMPLIS DE
BETON**

Spécialité

Structures

Par

Yousria BOULMAALI-HACENE CHAUCHE

DEVANT LE JURY

Président	Hocine OUCIEF	Pr	Université Badji Mokhtar - Annaba
Rapporteur	Kamel DJEGHABA	Pr	Université Badji Mokhtar - Annaba
Examineur	Zahreddine NAFAA	Pr	Université 8 Mai 1945 - Guelma
Examineur	Yacine CHERAIT	Pr	Université 8 Mai 1945 - Guelma
Membre invité	Bachir KEBAILI	MCA	Université Badji Mokhtar - Annaba

Remerciements

Je remercie Dieu pour m'avoir donné force et courage afin d'aller de l'avant et de m'avoir permis de finir ce modeste travail.

Je remercie mon époux, mon fils et ma fille, ainsi que ma maman, ma sœur et mes frères pour leurs encouragements, et particulièrement mon époux pour sa patience et son soutien indéfectibles.

Je remercie mon directeur de thèse Pr. Kamel DJEGHABA pour son aide, ses précieux conseils ainsi que sa disponibilité tout au long de notre collaboration.

Je remercie Mr le président du jury de m'avoir fait l'honneur de présider mon jury de soutenance,

Je remercie Messieurs les examinateurs, membres du jury, d'avoir expertisé mon travail,

Je remercie les collègues qui m'ont soutenue et encouragée ainsi que toutes les personnes qui m'ont aidée afin que cette thèse puisse être menée à terme et en particulier Mme Nadia Kouider pour son aide et sa disponibilité.

Résumé

Il a été démontré que l'utilisation de béton normal ou à haute résistance, confiné dans un tube en acier de forme circulaire peut améliorer considérablement sa ductilité ainsi que sa capacité de charge, grâce à la combinaison des qualités des deux matériaux constitutifs, ces tubes possèdent une facilité d'exécution (le béton utilisé dans les CFST ne nécessite ni coffrage ni armatures), une durabilité des deux matériaux ainsi qu'un bon comportement au feu, ce qui était l'effet recherché à l'origine de leur élaboration. Dans ce travail de recherche nous étudions le comportement sous compression axiale de tubes courts de section circulaire en acier remplis de béton; leur modélisation sera effectuée à l'aide du programme de calcul ABAQUS/Standard. Pour avoir une référence de comparaison, nous nous sommes basés sur une série de tests expérimentaux de tubes courts en acier de différentes caractéristiques géométriques, remplis de béton de caractéristiques mécaniques différentes. Ces tests ont été menés au laboratoire de génie civil. Ces tubes sont modélisés de manière à simuler des comportements en état plastique différents à savoir : un état élasto-plastique parfait, un état élasto-plastique avec écrouissage multilinéaire et un troisième comportement élasto-plastique avec écrouissage proposé par Tao. Les colonnes ou poteaux testés au nombre de vingt-sept (27), sont constitués de sections creuses de forme circulaire qui sont désignées dans la littérature par Concrete Filled Steel Tube (CFST), pour lesquelles nous faisons varier les caractéristiques géométriques, et que nous remplissons de béton de qualités différentes. Le comportement en compression, qui englobe les charges ultimes, le confinement ; la relation entre les charges et les déformations ainsi que les modes de ruine, a été obtenu à partir du modèle numérique, ce qui nous a permis de le comparer aux résultats expérimentaux et théoriques basés sur les normes Eurocode 4. L'ensemble de ces résultats nous ont montré une que l'approche préconisée par le modèle proposé par Tao est en bonne concordance et une corrélation satisfaisante avec le modèle expérimental, nous permettant ainsi de disposer d'un modèle fiable pour simuler le comportement de ce type de composite (CFST).

Mots clés : Tubes en acier remplis de béton, Compression axiale, éléments finis coque et solide, Béton confiné, CFST.

Abstract

It has been shown that the use of normal or high-strength concrete confined in a circular steel tube can considerably improve its ductility and load-bearing capacity, thanks to the combination of the qualities of the two constituent materials. These tubes are easy to construct (the concrete used in the CFST does not require formwork or reinforcement), the durability of the two materials and good fire behaviour, which was the desired effect when they were originally developed. In this research work, we are studying the behaviour under axial compression of short circular steel tubes filled with concrete; their modelling will be carried out using the ABAQUS/Standard calculation programme. In order to have a reference for comparison, we based ourselves on a series of experimental tests on short steel tubes of different geometric characteristics, filled with concrete of different mechanical characteristics. These tests were carried out in the civil engineering laboratory, as part of the doctoral thesis of [B.KEBAILI 2013]. These tubes are modelled in such a way as to simulate different plastic state behaviours, namely: a perfect elasto-plastic state, an elasto-plastic state with multilinear strain-hardening and a third elasto-plastic behaviour with strain-hardening proposed by Tao. Twenty-seven(27) columns were tested, consisting of circular hollow sections known in the literature as Concrete Filled Steel Tube (CFST), for which we varied the geometric characteristics, and which we filled with concrete of different qualities. Compressive behaviour, including ultimate loads, confinement, load-deflection relationships and failure modes, was obtained from the numerical model and compared with experimental and theoretical results based on Eurocode 4 standards. All these results showed good agreement and correlation, allowing us to assume that correct modelling may be sufficient to simulate CFST behaviour.

Key words: Concrete-filled steel tubes, Axial compression, Shell and solid finite elements, Concrete confine, CFST.

المخلص

لأكثر من عقدين من الزمن ، كانت تقنية البناء باستخدام أنابيب فولاذية مملوءة بالخرسانة منتشرة بشكل متزايد في جميع أنحاء العالم. في الواقع، لقد ثبت أن استخدام الخرسانة العادية أو عالية القوة، المحصورة في أنبوب فولاذي ذي شكل دائري، يمكن أن يحسن إلى حد كبير ليونة وكذلك قدرتها على التحمل، وذلك بفضل مزيج من صفات مادتين أساسيتين. تتميز هذه الأنابيب بسهولة التنفيذ، في الواقع، لا تتطلب الخرسانة المستخدمة في CFST صب الخرسانة ولا تقوية، ومتانة المادتين بالإضافة إلى سلوك حريق جيد، وهو التأثير المنشود في الأصل لتطويرها. في هذا العمل البحثي نحن دراسة السلوك تحت الضغط المحوري لأنابيب قصيرة ذات مقطع دائري من الصلب المملوء بالخرسانة؛ سيتم تنفيذ النمذجة الخاصة بهم باستخدام برنامج الحساب أباكيس من أجل تحديد سلوكهم بدقة، أنشأنا نماذج مختلفة. في الواقع، سيتم تصميم هذه الأنابيب بطريقة تحاكي السلوكيات في حالات بلاستيكية مختلفة، وهي: حالة لدائن مطاطية مثالية، وحالة من البلاستيك المرن مع تصلب متعدد الخطوط وسلوك ثالث من البلاستيك المرن مع تصلب اقترحه تاو. تتكون الأعمدة التي تم اختبارها من مقاطع دائرية مجوفة تم تحديدها في الأدبيات بواسطة أنبوب فولاذي مملوء بالخرسانة (CFST) ، حيث تقوم بتغيير الأقطار والارتفاعات وكذلك سمك الجدار ، والتي نملأها بخرسانة عالية الجودة. السلوك في الانضغاط، والذي يشمل الأحمال القصوى، والحبس؛ تم الحصول على العلاقة بين الأحمال والتشوهات وكذلك أنماط الفشل من النماذج العددية، مما سمح لنا بمقارنتها مع النتائج التجريبية التي تم إجراؤها لاحقًا والنتائج النظرية بناءً على معايير أورو كود 4 وأظهرت هذه النتائج لنا جيدًا الاتفاق والارتباط المرضي، مما يسمح لنا بافتراض أن النمذجة الصحيحة يمكن أن تكون كافية لمحاكاة سلوك (CFST).

الكلمات المفتاحية: أنابيب فولاذية مملوءة بالخرسانة، ضغط محوري، قشرة وعناصر محدودة صلابة، خرسانة محصورة.

Sommaire

Remerciements.....	i
Résumé.....	ii
Abstract.....	iii
الملخص.....	iv
Sommaire	1
Liste des tableaux.....	5
Liste des figures	6
INTRODUCTION GENERALE	9
Chapitre I	
I.1 INTRODUCTION	12
I.2 LA THEORIE DE L'ELASTICITE	12
I.2.1 Définition des Forces.....	13
I.2.2 Equations d'équilibre.....	13
I.3 ETAT PLAN DE DEFORMATION	13
I.3.1 Matrice des constantes élastiques (matrice contrainte-déformation)	16
I.3.2 Etat plan de contraintes.....	16
I.3.3 Matrice des constantes élastiques	18
I.3.4 Energie de déformation de l'état plan de contrainte.....	19
I.4 THEORIE DES PLAQUES.....	20
I.4.1 Introduction	20
I.4.2 Définition.....	20
I.4.3 Différents types de plaques.....	20
I.4.4 Différents types de comportements des plaques.....	21
I.4.5 Etat membranaire et état flexionnel.....	21
I.5 HYPOTHESES POUR L'ETUDE DES PLAQUES.....	24
I.6 DIFFERENTES APPROCHES POUR L'ANALYSE DES PLAQUES	25
I.6.1 Plaques minces et épaisses et critère de classification :	27

I.6.1.1 Théorie des plaques minces	28
I.6.1.2 Hypothèses pour l'étude des plaques minces	28
I.6.1.3 Champs de déplacement	30
I.6.1.4 Champs de déformation.....	31
I.6.2 Théorie des plaques épaisses	32
I.6.2.1 Hypothèses pour l'étude des plaques épaisses	32
I.6.2.2 Champs de déplacement	33
I.6.2.3 Champs de déformation.....	34
I.6.3 Approche élastique	35
I.7 THEORIE DES COQUES ET SOLIDES EN ANALYSE LINEAIRE.....	35
I.7.1 Théorie des coques en analyse linéaire.....	36
I.7.1.1 Approche Par Coque Profonde (à forte courbure).....	37
I.7.1.2 Approche Par Coque Surbaissée (à faible courbure).....	37
I.7.1.3 Approche par Coque Plane (facettes planes).....	38
I.7.1.4 Hypothèses de LOVE – KIRCHHOFF	39
I.7.2 L'élément coque plane produit de la superposition plaque – membrane	40
I.7.3 Comportement non-linéaire	42
I.8 Conclusion	43

Chapitre II

II.1 INTRODUCTION.....	44
II.2 GENERALITES SUR LES STRUCTURES MIXTE ACIER-BETON.....	44
II.3 MATERIAUX UTILISES DANS UN ELEMENT MIXTE.....	44
II.4.CARACTERISTIQUES DES MATERIAUX	44
II.4.1 Acier de construction	45
II.4.2 Acier d'armature	45
II.5 LES COLONNES METALLIQUES A PAROIS PLEINES VIDES.....	46
II.5.1 Pièces courtes	47
II.5.2 Poteaux Elancés.....	47
II.5. 2.1 Elancement λ	47
II.5.2.2 Longueur de flambement	47
II.5.3 Aspect théorique du flambement.....	49
II.6 INSTABILITE DES POTEAUX	52

II.7 LES COURBES DE FLAMBEMENT	53
II.8 FONDEMENTS DES COURBES DE FLAMBEMENT DU CECM (CABINET D'ÉTUDES DE LA CONSTRUCTION METALLIQUE)	54
II.9 RESISTANCE A LA COMPRESSION AVEC FLAMBEMENT	56
II.10 LES POTEAUX MIXTES ACIER – BETON	57
II.10.1 Définitions et utilisation	57
II.10.2 Différents types de poteaux mixte	58
II.11 LE BETON	59
II.11.1 Le matériau béton armé fretté	62
II.12 Conclusion	63

Chapitre III

III.1 INTRODUCTION	64
III.2 ETAT DE L'ART	64
III.3 ASPECT THEORIQUE ET COMPORTEMENT DES COLONNES MIXTES	67
III.4 Méthodes de calcul des colonnes mixtes	70
III.4.1 La méthode générale	70
III.4.2 La méthode simplifiée	70
III.4.3 Voilement local des parois des éléments structuraux en acier	73
III.4.4 Hypothèses et limitations de la méthode simplifiée	73
III.4.4.1 Résistance des sections transversales aux charges axiales	74
III.4.4.2 Elancement réduit	75
III.5. CONCLUSION	76

Chapitre IV

IV.1 INTRODUCTION	78
IV.2 PRESENTATION DU CODE DE CALCUL ABAQUS :	78
IV.2.1 ABAQUS CAE	78
IV.2.2 ABAQUS STANDARD :	79
IV.2.3 ABAQUS EXPLICIT :	79
IV.2.4 Présentation des différents types d'éléments sur ABAQUS	79
IV.3 MODELISATION DES COLONNES REMPLIES DE BETON PAR ELEMENTS FINIS	80
IV.4 LOIS DE COMPORTEMENT DE L'ACIER UTILISE POUR LES CFST	82

IV.5 MODELISATION DES TUBES REMPLIS DE BETON SOUS CHARGEMENT AXIAL .	84
IV.5 .1 Analyse des tubes vides	84
IV.5 .2 Analyse des tubes remplis de béton (Elément solide pour le tube en acier)...	85
IV.5 .2.1 Maillage et interaction des tubes remplis de béton (tube solide).....	86
IV.5 .2.2 Modes de ruine des colonnes mixtes de type solide	88
IV.5.3 Analyse des tubes remplis de béton (Elément coque pour le tube en acier)...	90
IV.5.3.1 Maillage des tubes remplis de béton (tube élément coque).....	91
IV.5.3.2 Modes de ruine des colonnes mixtes (tube élément coque)	92
IV.6 CONCLUSION.....	94
Chapitre V	
V.1 INTRODUCTION	96
V.2 COMPORTEMENT DES TUBES REMPLIS DE BETON (Elément solide pour le tube en acier).....	96
V.2 .1 Tubes T1C1, T2C1 et T3C1.....	96
V.2 .2 Tubes T1C2, T2C2 et T3C2.....	99
V.2 .3 Tubes T1C2, T2C2 et T3C2.....	101
V.3 ETATS DE DEFORMATIONS LATERAL ET VERTICAL DES TUBES SOUS COMPORTEMENT ELASTO-PLASTIQUE PARFAIT	102
V.4 ETUDE COMPARATIVE DES TUBES T3C1 MODELISES A PARTIR DES ELEMENTS COQUE ET SOLIDE.....	103
V.5 VALIDATION DES RESULTATS NUMERIQUES DES MODELES ETUDIES (TYPE SOLIDE).....	106
V.6 CONCLUSION.....	112
CONCLUSION GENERALE.....	113
RECOMMANDATIONS	114
REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES.....	115

Liste des tableaux

Tableau II.1 : Facteurs d'imperfection56

Tableau IV.1: Caractéristiques géométriques et mécaniques des tubes en acier remplis de béton étudiés..... 82

Tableau V.1: Comparaison des résultats théoriques, expérimentaux et numériques des tubes courts remplis de béton..... 111

Liste des figures

Figure I.1 Cas de l'état plan de déformation.....	14
Figure I.2 Cas de l'état plan de contrainte.	17
Figure I.3 Plaque en état flexionnel.	22
Figure I.4 Etat membranaire de paroi	22
Figure I.5 Etat flexionnel de plaque.....	23
Figure I.6 Superposition des états membranaire et flexionnel.....	23
Figure I.7 Plaque avec cinq efforts intérieurs par section.....	24
Figure I.8 Description d'une plaque (géométrie et variables)	25
Figure I.9 Variables cinématiques utilisées pour l'étude des poutres et des plaques en flexion : (a) Configuration non déformée, (b) Configuration déformée – théorie améliorée.....	27
Figure I.10 Plaque mince en théorie de Kirchhoff.....	29
Figure I.11 Déformation d'une plaque mince.....	30
Figure I.12 Cinématique de love - Kirchhoff.....	30
Figure I.13 Cinématique de Reissner – Mindlin.....	33
Figure I.14 Représentation de la géométrie de la coque	36
Figure I.15 Élément fini Coque : a- élément courbe, b- élément plan.....	39
Figure II.1 Relation contrainte –déformation spécifique des aciers de construction..	45
Figure II.2 Diagramme contrainte-déformation de calcul pour l'armature	46
Figure II.3: Présentation des colonnes métalliques.....	46
Figure II.4: Différents modes de flambement.....	48
Figure II.5: Différents modes de flambement.....	49
Figure II.6: Mode de déformation d'une pièce comprimée	49
Figure II.7: Différents modes de flambement.....	50
Figure II.8 : Plastification et ruine par flambement.....	52
Figure II.9: Diagramme adimensionnel	52
Figure II.10: Courbe de flambement d'Euler et courbe réelle.	53
Figure II.11: Les courbes de flambement	56
Figure II.12 : Exemples typiques de sections transversales de poteaux mixtes.....	58
Figure II.13 Schéma de confinement dans des profilés rectangulaire et circulaire. ..	59
Figure II.14 Diagramme parabolique conventionnel	60
Figure II.15 Schéma de l'évolution de la micro fissuration dans le béton.	60

Figure II. 16 Loi de comportement du béton en fonction du temps	61
Figure II.17 Propagation de la fissuration dans le béton	61
Figure II. 18 Rupture d'une colonne en béton armé lors d'un séisme.....	62
Figure.III.1 : Relation charge déplacement béton confiné dans un tube de K.Lahlou (1997).....	65
Figure III.2 Courbes contraintes-déformation du béton confiné et non confiné par des sections circulaires creuses	68
Figure III.3 Types de colonnes mixtes avec différentes épaisseurs.....	72
Figure IV.1 Différents types d'éléments disponibles dans la bibliothèque d'Abaqus	80
Figure IV.2 Courbes contrainte- déformation pour l'acier : (a) Élasto-plastique parfait, (b) Élasto-plastique avec écrouissage multilinéaire et (c) le modèle proposé par Tao et al,	83
Figure IV.3 Les modes de ruine par EF des tubes en acier vides ($f_e = 240$ MPa) en état élasto-plastique avec écrouissage multilinéaire : (a)Tube T1, (b)Tube T2, (c) Tube T3	85
Figure IV.4 Présentation tridimensionnelle du tube de type solide : (a) Tube en acier vide, (b) noyau de béton, (c) tube rempli de béton.	86
Figure IV.5 Maillage des colonnes remplies de béton avec plaques rigides aux extrémités : Béton, (b) Tube en acier, (c) Tube rempli de béton.	87
Figure IV.6 Interaction, chargement et conditions aux limites des modèles : (a) Chargement et conditions aux limites, (b) interaction et contact.....	88
Figure IV.7: Les modes de ruine par EF des tubes en acier remplis de béton (solide) : (a)Tube T1C1, (b) Tube T2C1, (c) Tube T3C1	89
Figure IV.8 Les modes de ruine des tubes en acier remplis de béton (solide) : (a)Tube T1C2, (b) Tube T2C2, (c) Tube T3C2.....	89
Figure IV.9 Les modes de ruine des tubes en acier remplis de béton (solide) : (a)Tube T1C3, (b) Tube T2C3, (c) Tube T3C3.....	90
Figure IV.10 Présentation tridimensionnelle du tube de type coque	91
Figure IV.11 Présentation tridimensionnelle du béton	91
Figure IV.12 Maillage des colonnes remplies de béton avec plaques rigides aux extrémités : (a) Acier, (b) Béton, (c) Tube rempli de béton.	92
Figure IV.13 Les modes de ruine de tube T3C1 avec comportement élasto-plastique avec écrouissage multilinéaire	93
Figure IV.14 Les modes de ruine de tube T3C1 au comportement élasto-plastique..	93
Figure IV.15 : Les modes de ruine de tube T3C1 avec comportement élasto-plastique parfait	94

Figure V.1 Etat charge-déformation latérale sous comportements en état plastique différents (Tube T1C1)	97
Figure V.2 Etat charge-déformation latérale sous comportements en état plastique différents (Tube T2C1)	98
Figure V.3 Etat charge-déformation latérale sous comportements en état plastique différents (Tube T3C1)	98
Figure V.4 Etat charge-déformation latérale sous différents comportements en état élasto- plastique du Tube T3C2	99
Figure V.5 Etat charge-déformation latérale sous différents comportements en état élasto- plastique du Tube T2C2	100
Figure V.6 Etat charge-déformation latérale sous différents comportements en état élasto- plastique du Tube T1C2	100
Figure V.7 Etat charge-déformation latérale sous comportements en état plastique différents : (a) Tube T1C3 (V.7), (b) Tube T2C3(V.8), (c) Tube T3C3	102
Figure V.8 Etat de déformation latéral et vertical des tubes courts T2 etT3 selon le comportement de l'acier parfaitement plastique.....	103
Figure V.9 Comportement non linéaire plastique parfait de tube T3C1 modélisé à partir des éléments coques et solides	104
Figure V.10 Comportement non linéaire plastique linéaire de tube T3C1 modélisé à partir des éléments coques et solides	105
Figure V.11 Comportement non linéaire selon modèle TAO de tube T3C1 modélisé à partir des éléments coques et solides	106
Figure V.12 Validation des résultats numériques et expérimentaux des tubes : T1C1(a), T1C2(b) et T1C3(c).....	107
Figure V.13 Validation des résultats numériques et expérimentaux des tubes : T2C1(a), T2C2(b) et T2C3(c).....	109
Figure V.14 Validation des résultats numériques et expérimentaux des tubes remplis de béton : T3C1(a), T3C2(b) et T3C3(c).....	110
Figure V.15 Validation des résultats des tubes remplis de béton (théoriques Eurocode4, expérimentaux et numériques).....	112

INTRODUCTION GENERALE

INTRODUCTION GENERALE

Dans la vie de tous les jours, nous sommes constamment en présence de constructions qui sont de plus en plus élaborées sous des formes plus ou moins complexes, pour lesquelles le recours à des solutions analytiques pour leur réalisation devient très ardu voire impossible, ce qui nécessite le recours à une alternative qui fait appel à la décomposition en morceaux déformables ou modélisation. Par conséquent, l'outil le plus puissant pour l'analyse linéaire des structures est la méthode des éléments finis, cependant, et pour des raisons pratiques, la limitation au calcul linéaire des structures (faibles déplacements et petites déformations) s'avère parfois suffisant pour décrire un comportement plus ou moins proche de la réalité, cependant, nous ne devons pas négliger le fait qu'en réalité les structures ont de manière générale, un comportement non-linéaire.

Depuis quelques années, le développement accéléré des méthodes d'analyse numérique, notamment la méthode des éléments finis, ainsi que le progrès dans le domaine de l'informatique, ont permis d'élaborer des approches plus réalistes pour la simulation du comportement des structures, particulièrement celui des coques, plaques et solides. Toutefois, l'utilisation sans cesse grandissante des structures complexes, dans des domaines exigeant un degré de sécurité élevé souligne l'insuffisance d'une analyse linéaire. En effet, la simulation plus réaliste de la réponse de ce type de structures exige une modélisation exacte de sa géométrie, des lois constitutives réalistes et une stratégie de résolution efficace. C'est pourquoi l'intérêt s'est concentré ces dernières années sur les problèmes non-linéaires matériels et géométriques.

En effet, il est à présent, possible de décrire ou d'évaluer le comportement d'une structure au moment de la ruine, et ce, grâce à la puissance non négligeable des calculateurs numériques qui effectuent des opérations numériques accrues par la difficulté et la complexité des problèmes non-linéaires à résoudre, d'une part, aussi, l'évolution significative des normes de construction, impose aux concepteurs, l'élaboration de structures plus sécurisées et aussi plus performantes du point de vue économique. Dans ce contexte, nous nous sommes intéressés au comportement des tubes métalliques remplis de béton.

. L'utilisation de ce type de structures mixtes a débuté au siècle dernier, ce type de structures mixtes était utilisé en premier lieu pour protéger les sections métalliques contre les effets néfastes du feu, compte tenu de leur faible résistance, mais au fil du temps, les chercheurs ont remarqué que ce type d'éléments présentait des avantages qui n'avaient pas été pris en compte au début de leur utilisation à partir des années 1960. Les avantages des éléments en acier sont

principalement la résistance à la traction et la ductilité élevées, tandis que ceux des éléments en béton sont la résistance à la compression et la rigidité qui sont également importantes; c'est pourquoi l'association de ces deux matériaux (acier et béton), sous forme de structure composite procure à cette dernière une combinaison optimale de leurs qualités respectives; quelques années plus tard, une étude détaillée effectuée par Tomii et al (1977) sur 268 poteaux composites (Concrete Filled Steel Tube (CFST)), a mis en évidence deux modes de rupture qui ont été observés au cours des essais, à savoir le voilement global pour les poteaux élancés et l'écrasement du béton accompagné d'un voilement local du tube en acier pour les poteaux courts. L'utilisation de tubes en acier remplis de béton dans différents domaines de la construction devient une solution des plus attrayantes, elle permet non seulement une augmentation de la capacité de charge, pour une section transversale réduite, mais également une économie et une rapidité de construction, et donc une réduction importante des coûts. L'analyse par éléments finis est une méthode qui est de plus en plus utilisée car elle permet de prendre en compte l'action composite à condition de disposer d'un modèle concret rationnel et précis permettant de décrire le comportement du béton sous confinement passif.

Ce constat nous a amenés à nous intéresser aux différentes lois de comportement de l'acier (élasto-plasticité parfaite; élasto-plasticité avec écrouissage multilinéaire et élasto-plasticité avec écrouissage proposée par Tao et al(2011)) Pour cela, nous avons étudié un certain nombre de modèles pour lesquels nous avons varié certaines caractéristiques géométriques et mécaniques afin de mettre en évidence le comportement et l'évolution des résultats obtenus au cours de nos modélisations.

OBJECTIFS DE LA THESE :

L'objectif premier de ce travail, est l'élaboration d'un modèle numérique qui permet de reproduire le comportement d'une structure composite(dans notre cas les CFST),en nous basant sur des modèles expérimentaux étudiés par KEBAILI,2013 dans le cadre de sa thèse de doctorat ,afin de les comparer, ce qui nous permettra d'évaluer les performances du modèle numérique et de généraliser son utilisation dans un futur proche, et ainsi pouvoir éviter les tests en laboratoire qui sont parfois très onéreux et fastidieux.

Pour ce faire, il s'agissait de disposer d'éléments finis fiables permettant cette simulation. Nous avons utilisé dans ce cas des modèles existants dans des codes de calcul avec lesquels nous avons développé une approche d'analyse non linéaire, utilisant différentes lois de comportement classiques (parfaitement plastique ou avec écrouissage) et aussi une approche proposée par plusieurs auteurs (Tao et al) tenant compte du confinement et prédisant une analyse plus proche de la réalité.

PLAN DE TRAVAIL :

La thèse que nous nous proposons de présenter comporte une introduction générale, dans laquelle nous avons présenté de manière succincte la méthode des éléments finis de plaques, coques minces et épaisses et solides, appliquée au calcul des structures mixtes non linéaires constituées par des tubes en acier remplis de béton.

Elle sera organisée en cinq chapitres

Le premier chapitre sera une synthèse concernant la formulation par éléments finis de plaques et coques basées sur les différentes théories existant dans la littérature, ainsi qu'une présentation générale des théories de l'élasticité linéaire et celle de la non linéarité pour le calcul des plaques et coques.

Le second chapitre sera consacré à la présentation des colonnes composites mixtes, en citant les différents types existant, les caractéristiques des matériaux qui les composent, ainsi que leur utilité dans les constructions contemporaines.

Dans le troisième chapitre, nous présentons une approche analytique basée sur les normes européennes Eurocode4, du comportement des colonnes en acier remplies de béton (Concrete Filled Steel Tube (CFST)), mettant ainsi en exergue les différentes théories qui ont généré ce type de structures, ainsi que les différentes publications qui ont été faites dans ce sens.

Le quatrième chapitre est consacré à l'étude numérique tridimensionnelle non linéaire des structures tubulaires en acier remplies de béton, dans lequel nous présenterons les différents modèles numériques que nous avons élaboré à l'aide du code de calcul Abaqus.

La validation des différents modèles fait l'objet du cinquième chapitre, qui englobe les différents résultats obtenus en faisant varier les caractéristiques géométriques des tubes remplis de béton d'une part, et en changeant les caractéristiques mécaniques du béton de remplissage et les lois de comportement des tubes en acier, d'autre part. Cette validation se fera par la comparaison des résultats numériques et expérimentaux.

Cette étude sera finalisée par une conclusion générale sur le sujet auquel nous nous sommes intéressés, ce qui nous permettra d'émettre des recommandations pour des travaux à venir.

CHAPITRE I :

***THÉORIE DES PLAQUES et
COQUES EN ELEMENTS FINIS***

I.1 INTRODUCTION

Sur le plan analytique, et pour la résolution de la quantité de problèmes de technologie liés à la mécanique des milieux continus, des solutions sont disponibles dans la littérature, cependant elles restent insuffisantes, et en particulier, pour l'analyse des plaques et coques en comportement non linéaire géométrique et/ou matériel. Ceci est dû à la complexité mathématique de ce type de problèmes. Pour ce faire, on fait appel à la théorie non linéaire de la mécanique des milieux continus qui permet de décrire le comportement du système physique grâce à des équations aux dérivées partielles. Durant des décennies, différentes théories, telles que la théorie des plaques ainsi que celle des coques et des éléments solides ont été élaborées, permettant plus ou moins la résolution de problèmes complexes. La formulation par éléments finis, appliquée à des domaines de plus en plus complexes, reste donc liée à l'amélioration des outils de calcul que sont les ordinateurs et leur performances durant les dernières décennies, lui octroyant ainsi le pouvoir de résoudre des problèmes très ardues en un temps record, réduisant ainsi considérablement les coûts de réalisation.

I.2 LA THEORIE DE L'ELASTICITE

L'élasticité classique est l'étude du comportement des solides déformables, élastiques, isotropes, en petites déformations, avec une loi de comportement linéaire. Dès lors que l'on suppose que les déplacements restent petits, nous sommes donc en présence d'un modèle élastique linéaire pour lequel l'hypothèse de linéarité est émise à deux reprises. Dans un premier temps, on néglige les termes du second ordre du tenseur de déformations, ce qui implique que les vecteurs forces intérieures dues aux déformations et les vecteurs de déplacements sont proportionnels, dans ce cas, il s'agit d'une linéarité géométrique. En second lieu, l'hypothèse émise est que le tenseur des contraintes est proportionnel à celui des déformations, c'est le cas de la linéarité matérielle.

Ces hypothèses ont pour effet, le fait de rendre linéaires les équations différentielles de l'élasticité, et ont pour but, dans la pratique, de limiter le domaine de fonctionnement des structures à des déplacements et des déformations très faibles, permettant ainsi de prédire leur comportement. Le couple d'hypothèses "petits déplacements" et "petites déformations" est souvent appelé hypothèses de petites perturbations, et la vérification de la validité de ces deux conditions ne peut se faire qu'en analysant la solution complète du problème, car dans la réalité, les structures ont un comportement non linéaire.

Nous savons à présent que la théorie de l'élasticité, de par sa simplicité, ne peut suffire au calcul de structures complexes que l'on rencontre dans notre quotidien, et dans les différents domaines (industrie, bâtiments etc...), c'est pour cela, que le recours à l'analyse non linéaire des structures devient inévitable lorsque les hypothèses liées au calcul linéaire ne sont plus satisfaites.

Tout matériau homogène et isotrope soumis à des contraintes, est élastique, si après retrait de ces dernières, les déformations disparaissent, On parle d'élasticité linéaire lorsque la relation entre les contraintes et les déformations décrit une équation linéaire, ce qui n'est possible que dans le cas où les déformations sont très petites.

I.2.1 Définition des Forces

Deux types de forces peuvent agir sur un solide, des forces volumiques ou des forces surfaciques, les premières agissant à l'intérieur du volume (gravité, forces électrostatiques,...etc.), tandis que les secondes agissent à la surface extérieure du corps solide engendrant ainsi des déplacements et des déformations (Yves DEBARD 2001).

I.2.2 Equations d'équilibre

La résolution des problèmes de calcul de structures élastiques repose essentiellement sur un système d'équations aux dérivées partielles qu'il est souvent difficile voire impossible de résoudre analytiquement.

Pour un corps élastique déformable, les équations d'équilibre dans un repère (x y z), sont les suivantes :

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial x_j} \sigma_{ij} + f_i = 0 \\ \sigma_{ij} = \sigma_{ji} \end{cases} \quad \text{avec } i, j=1, 2, 3 \text{ ou } x, y, z \quad (\text{I.1})$$

I.3 ETAT PLAN DE DEFORMATION

Un problème de déformation plane apparaît, lorsque le corps étudié dont l'une des dimensions est relativement très importante comparativement aux deux autres, et que celui-ci est soumis à une force perpendiculaire à la direction de la longueur (Figure I.1). [O.Rahmani, et S.Kabdani 1994]

les déplacements dans le plan sont définis par :

$$\begin{cases} u = u(x, y) \\ v = v(x, y) \\ w = 0 \end{cases} \quad (I.2)$$

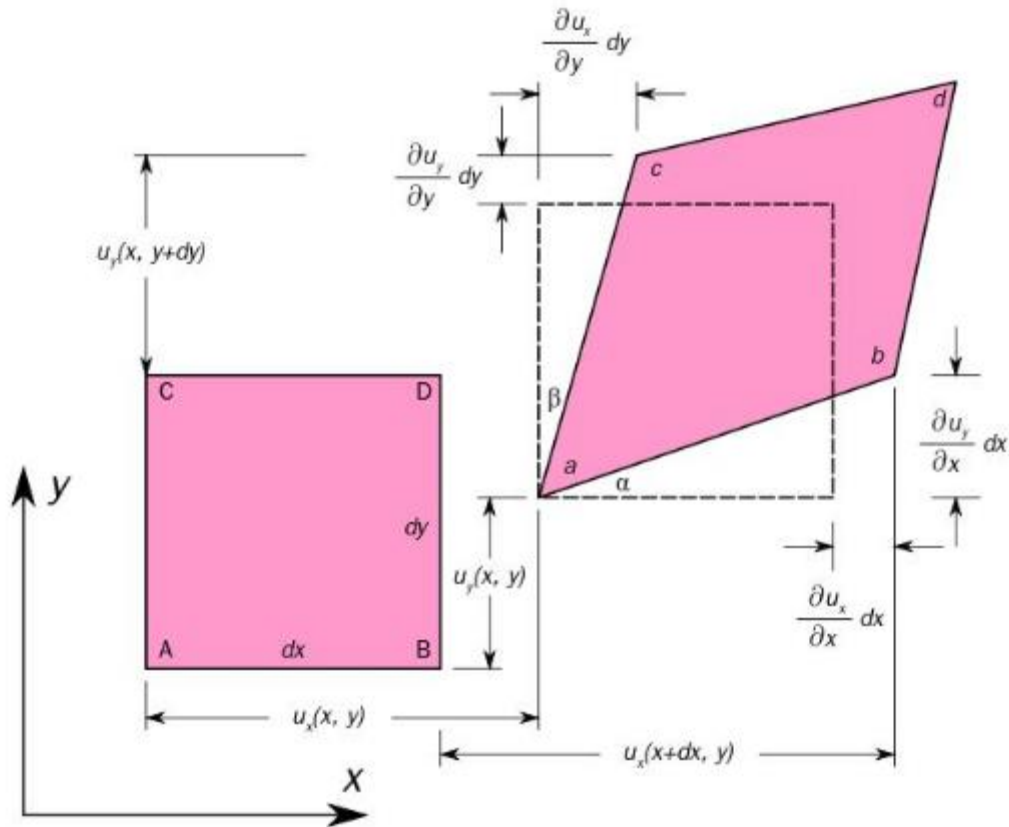


Figure I.1 Cas de l'état plan de déformation

les relations entre les déformations et les déplacements sont les suivantes :

$$\begin{cases} \varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} \\ \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} \\ \gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \\ \varepsilon_z = \varepsilon_{xz} = \varepsilon_{zx} = \varepsilon_{yz} = \varepsilon_{zy} = 0 \end{cases} \quad (I.3)$$

D'après la loi de Hooke, lorsqu'on est en présence de déformations planes, les équations donnant les contraintes qui agissent sur ce corps et les lient aux déformations sont les suivantes :

$$\begin{cases} \sigma_x = 2G \cdot \varepsilon_x + \lambda(\varepsilon_x + \varepsilon_y) \\ \sigma_y = 2G \cdot \varepsilon_y + \lambda(\varepsilon_x + \varepsilon_y) \\ \sigma_z = \lambda(\varepsilon_x + \varepsilon_y) \\ \tau_{xy} = G \cdot \gamma_{xy} \end{cases} \quad (I.4)$$

Avec $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$, et $\lambda = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)}$ où G et λ sont appelées constantes de Lamé.

Inversement, les déformations $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy}$ s'expriment en fonction des contraintes, σ_x, σ_y et τ_{xy} , par les relations :

$$\begin{cases} \varepsilon_x = \frac{1}{E} [\sigma_x - \nu \sigma_y] \\ \varepsilon_y = \frac{1}{E} [\sigma_y - \nu \sigma_x] \\ \gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G} \end{cases} \quad (I.5)$$

Z et \bar{Z} (suivant z), étant nuls, les équations d'équilibres deviennent :

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + X = 0 \\ \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + Y = 0 \end{cases} \quad (I.6)$$

Et les conditions aux limites deviennent :

$$\begin{cases} \alpha \sigma_x + \beta \tau_{xy} = \bar{X} \\ \alpha \tau_{xy} + \beta \sigma_y = \bar{Y} \end{cases} \quad (I.7)$$

Les conditions d'intégration du tenseur de déformation se réduisent donc à la seule relation :

$$2 \frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial x^2} \quad (I.8)$$

On associe dans la majorité des cas, la MEF à l'analyse approximative de la forme faible des équations différentielles, ainsi u satisfait aux relations ci-dessous qui permettent de le déterminer comme suit:

$$\int_{\Omega} \sigma_{ij} \varepsilon_{ij} (\delta u) d\Omega = \int_{\partial\Omega} \delta u \cdot t ds + \int_{\partial\Omega} \delta u \cdot f d\Omega \quad (I.9)$$

Après intégration du premier terme (partie gauche de la relation I.9), on obtient l'équation suivante :

$$\sigma_{ij} \varepsilon_{ij} (\delta u) = \sigma_x \varepsilon_x (\delta u) + \tau_{xy} \varepsilon_{xy} (\delta u) + \tau_{yx} \varepsilon_{yx} (\delta u) + \sigma_y \varepsilon_y (\delta u) \quad (I.10)$$

En utilisant la propriété de symétrie de $\sigma_{ij}(u)$ et $\varepsilon_{ij}(\delta u)$ par rapport à i et j .

$$\sigma_{ij} \varepsilon_{ij} (\delta u) = \sigma_x \varepsilon_x (\delta u) + \tau_{xy} \varepsilon_{xy} (\delta u) + \sigma_y \varepsilon_y (\delta u) = \{\varepsilon(\delta u)\}^T \{\sigma\} \quad (I.11)$$

$\{\varepsilon(\delta u)\}, \{\sigma\}$ sont définies par :

$$\{\varepsilon(\delta u)\} = \begin{cases} \varepsilon_x(\delta u) \\ \varepsilon_y(\delta u) \\ \gamma_{xy}(\delta u) \end{cases} ; \{\sigma\} = \begin{cases} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{cases} \quad (\text{I.12})$$

I.3.1 Matrice des constantes élastiques (matrice contrainte-déformation)

Basée sur la relation entre σ_{ij} et ε_{ij} , on lie $\{\sigma(u)\}$ et $\{\varepsilon(u)\}$ par la matrice $[D]$

$$\{\sigma(u)\} = [D]\{\varepsilon(u)\} \quad (\text{I.13})$$

$[D]$ Étant la matrice des constantes élastiques.

Les composantes de σ_{ij} dans $\{\sigma(u)\}$ sont données par,

$$\sigma_x = k(\varepsilon_x + \varepsilon_y) + 2G\varepsilon_x - \frac{2G}{3}(\varepsilon_x + \varepsilon_y) \quad (\text{I.14})$$

$$\sigma_y = k(\varepsilon_x + \varepsilon_y) + 2G\varepsilon_y - \frac{2G}{3}(\varepsilon_x + \varepsilon_y) \quad (\text{I.15})$$

$$\tau_{xy} = G\gamma_{xy} \quad (\text{I.16})$$

Où k est le module de compression ou module de compressibilité volumique :

$$k = \frac{E}{3(1-2\nu)}$$

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k & k & 0 \\ k & k & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 4G/3 & -2G/3 & 0 \\ -2G/3 & 4G/3 & 0 \\ 0 & 0 & G \end{bmatrix} + \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} \quad (\text{I.17})$$

Les intégrants σ_{ij} et $\varepsilon_{ij}(\delta u)$ dans la partie gauche de la relation (I.9) peuvent être exprimés par :

$$\sigma_{ij} \varepsilon_{ij} \delta u = \{\varepsilon(\delta u)\}^T [D] \{\varepsilon(u)\} \quad (\text{I.18})$$

I.3.2 Etat plan de contraintes

La condition de contrainte plane est basée sur l'hypothèse liée l'infériorité de la dimension suivant z par rapport à celles des deux autres directions selon x et y , par opposition à celle de déformation plane, qui stipule que la dimension dans la direction z est plus grande comparativement aux dimensions suivant x et y . (Figure I.2)

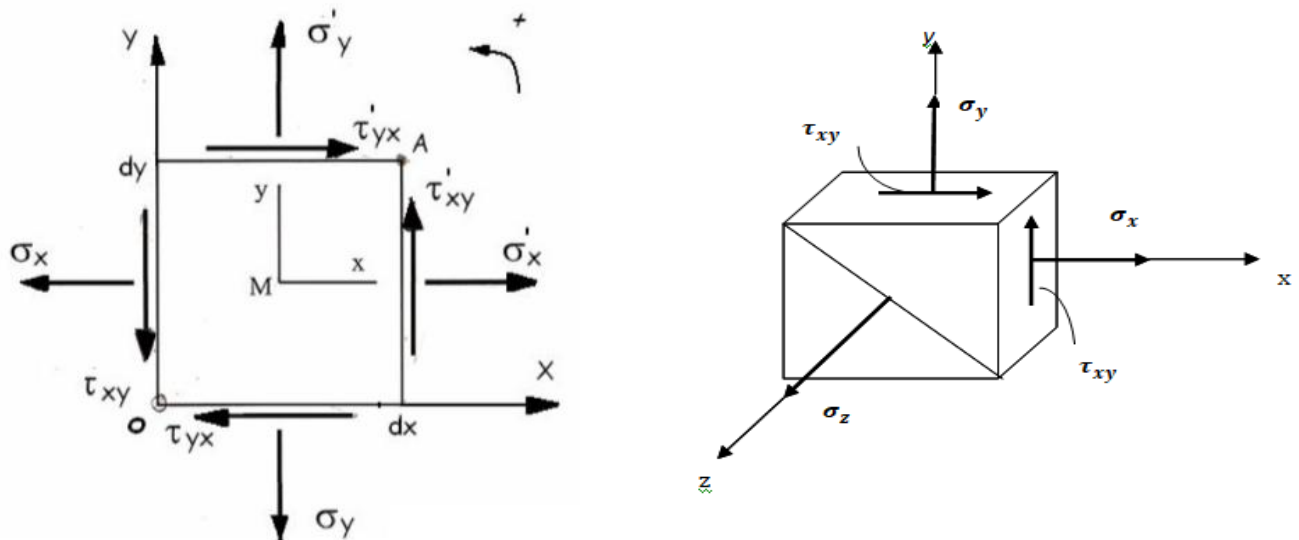


Figure I.2 Cas de l'état plan de contrainte.

Toutes les contraintes suivant z sont nulles, sauf la déformation ϵ_{zz} qui ne sera pas nulle par effet de Poisson.

Aussi, afin de faciliter les calculs, l'utilisation des relations ci-dessus pour les états plans de contraintes et de déformation est primordiale, elles permettent ainsi d'aboutir à la relation suivante pour définir l'état plan des contraintes comme pour celui des déformations:

$$\sigma_{ij}\epsilon_{ij}(\delta u) = \sigma_x \epsilon_x(\delta u) + \tau_{xy} \gamma_{xy}(\delta u) + \sigma_y \epsilon_y(\delta u) = \{\epsilon(\delta u)\}^T \{\sigma\} \quad (I.19)$$

$\{\epsilon(\delta u)\}$ et $\{\sigma\}$ Sont définies par :

$$\{\epsilon(\delta u)\} = \begin{Bmatrix} \epsilon_x(\delta u) \\ \epsilon_y(\delta u) \\ \gamma_{xy}(\delta u) \end{Bmatrix}; \{\sigma\} = \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} \quad (I.20)$$

Les relations liant les déformations aux contraintes, dans le cas où la déformation est plane, s'écrivent ainsi :

$$\begin{cases} \epsilon_x = \frac{1}{E}(\sigma_x - \nu\sigma_y) \\ \epsilon_y = \frac{1}{E}(\sigma_y - \nu\sigma_x) \\ \gamma_{xy} = \frac{1+\nu}{E}\tau_{xy} \\ \epsilon_z = -\frac{\nu}{E}(\sigma_x + \sigma_y) \end{cases} \quad (I.20.a)$$

Dans le cas contraire, soit pour exprimer les déformations $\epsilon_1, \epsilon_2, \gamma_3$ en fonction des contraintes $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$, nous utilisons les relations ci-dessous :

$$\begin{cases} \sigma_x = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_x + \nu \varepsilon_y) \\ \sigma_y = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_y + \nu \varepsilon_x) \\ \tau_{xy} = G \cdot \gamma_{xy} \end{cases} \quad (\text{I.20.b})$$

Idem que pour le cas de la déformation plane, il est impératif que $Z = 0$ et $\bar{Z} = 0$; ce qui réduit les équations d'équilibre ainsi que les conditions aux limites aux seules équations (I.6) et (I.7). Les conditions d'intégrabilité du tenseur de déformation étant, lui aussi, lié aux conditions suivantes :

$$2 \frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial x^2} \quad (\text{I.21})$$

I.3.3 Matrice des constantes élastiques

La matrice $[D]$ lie $\{\sigma(u)\}$ et $\{\varepsilon(u)\}$ à partir de la relation entre les tenseurs de déformation et celui des contraintes ce qui se traduit par :

$$\{\sigma(u)\} = [D] \{\varepsilon(u)\} \quad (\text{I.22})$$

Les composantes de σ_{ij} dans $\{\sigma(u)\}$ sont données par :

$$\sigma_x = k(\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z) + 2G\varepsilon_x - \frac{2G}{3}(\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z) \quad (\text{I.23})$$

$$\sigma_y = k(\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z) + 2G\varepsilon_y - \frac{2G}{3}(\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z) \quad (\text{I.24})$$

$$\sigma_z = k(\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z) + 2G\varepsilon_z - \frac{2G}{3}(\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z) = 0 \quad (\text{I.25})$$

$$\tau_{xy} = G\gamma_{xy} \quad (\text{I.26})$$

$$\gamma_{yz} = \gamma_{zx} = 0 \quad (\text{I.27})$$

On peut obtenir la relation suivante en effectuant des transformations:

$$\varepsilon_z = \frac{\frac{2G}{3} - k}{\frac{4G}{3} + k} (\varepsilon_x + \varepsilon_y) \quad (\text{I.28})$$

Et les relations (I.23, 24) deviennent:

$$\sigma_x = \frac{2G(\frac{2G}{3} + 2k)}{\frac{4G}{3} + k} \varepsilon_x + \frac{2G(k - \frac{2G}{3})}{\frac{4G}{3} + k} \varepsilon_y \quad (\text{I.29})$$

$$\sigma_y = \frac{2G(k - \frac{2G}{3})}{\frac{4G}{3} + k} \varepsilon_x + \frac{2G(\frac{2G}{3} + 2k)}{\frac{4G}{3} + k} \varepsilon_y \quad (\text{I.30})$$

Soit sous forme matricielle :

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2G(\frac{2G}{3}+2k)}{\frac{4G}{3}+k} & \frac{2G(k-\frac{2G}{3})}{\frac{4G}{3}+k} & 0 \\ \frac{2G(k-\frac{2G}{3})}{\frac{4G}{3}+k} & \frac{2G(\frac{2G}{3}+2k)}{\frac{4G}{3}+k} & 0 \\ 0 & 0 & G \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (I.31)$$

De la même façon que précédemment, les intégrants σ_{ij} et $\varepsilon_{ij}(\delta u)$ dans la partie gauche de la relation (I.9) peuvent être exprimés par :

$$\sigma_{ij}(u)\varepsilon_{ij}(u) = \{\sigma(\delta u)\}^T [D]\{\varepsilon(u)\} \quad (I.32)$$

I.3.4 Energie de déformation de l'état plan de contrainte

L'expression de l'énergie de déformation pour un état de contrainte tridimensionnel peut être écrite sous la forme suivante :

$$U = \frac{1}{2} \int_V \{\varepsilon\}^t \{\sigma\} dv \quad (I.33)$$

Où σ représente le vecteur contenant les six composantes des contraintes et ε celui qui contient les six composantes de déformation.

D'après la loi de Hooke, l'équation d'énergie de déformation peut être exprimée en fonction des contraintes sous la forme suivante :

$$U = \int_V \left[\frac{1}{2E}(\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2) - \frac{\nu}{E}(\sigma_x\sigma_y + \sigma_y\sigma_z + \sigma_x\sigma_z) + \frac{1}{2G}(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2) \right] dv \quad (I.34)$$

Dans le cas de l'état plan de contrainte où, $\sigma_z = \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0$ l'équation (I.34) devient :

$$U = \int_V \left[\frac{1}{2E}(\sigma_x^2 + \sigma_y^2) - \frac{\nu}{E}(\sigma_x\sigma_y) + \frac{1}{2G}(\tau_{xy}^2) \right] dv \quad (I.35)$$

En combinant les équations contrainte/déformation à celles liant les déformations aux déplacements on obtient l'écriture suivante de l'énergie :

$$U = \frac{E}{2(1+\nu^2)} \int_A \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + 2\nu \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right) + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \frac{1-\nu}{2} \left(\frac{\partial y}{\partial x} + \frac{\partial y}{\partial x} \right)^2 \right] t dA \quad (I.36)$$

I.4 THEORIE DES PLAQUES

I.4.1 Introduction

Au fil des ans, et depuis plus d'un siècle, les plaques sont utilisées dans des domaines stratégiques et contribuent à l'essor de secteurs économiques ; elles sont utilisées notamment dans l'industrie sous marine, aérospatiale, le génie civil, on les retrouve aussi dans les constructions courantes (ponts, toitures de bâtiments etc. ...), comme elles peuvent être utilisées dans la conception de pièces mécaniques (turbines, carrosserie de voiture etc....) ; On les retrouve aussi dans la nature, plus particulièrement dans le corps humain (artères, bronches etc....).

I.4.2 Définition

On appelle plaque, un solide bidimensionnel défini par une surface plane de référence (plan xy), doté d'une épaisseur (notée $h(xy)$) très petite comparativement aux autres dimensions (longueur et largeur, figure).

La plaque peut être constituée d'un matériau homogène, ou bien de la superposition de plusieurs couches de matériaux orthotropes. L'étude des plaques en élasticité, revient à l'analyse de ces dernières à l'aide d'un modèle mathématique bidimensionnel aboutissant à l'analyse d'un problème d'élasticité plane. [Jean-Louis Batoz 1990]

I.4.3 Différents types de plaques

Les plaques sont classées en trois types, et ceci selon les matériaux qui les constituent ainsi que la géométrie de leur section transversale :

- 1) *Les plaques isotropes*: elles sont constituées d'un matériau isotrope (acier, béton) et leur section transversale est homogène. Elles sont définies par deux paramètres élastiques (E et ν : respectivement le module d'élasticité et le coefficient de Poisson). On les retrouve dans les constructions civiles courantes (bâtiments, ouvrages d'art, etc...).
- 2) *Les plaques orthotropes*: leurs propriétés élastiques sont différentes dans deux directions perpendiculaires. L'orthotropie peut être naturelle (bois) ou techniques (dalles raidies). Le comportement de ces dalles est défini par quatre paramètres élastiques et on les retrouve dans

les constructions navales, aéronavales, de réservoirs de l'industrie chimique, des bâtiments et d'ouvrages d'art etc... [K.J. BATHE, D. CHAPELLE, and P.S. Lee 2003]

3) *Les plaques anisotropes*: leurs propriétés élastiques sont différentes dans toutes les directions. Neuf paramètres élastiques sont nécessaires pour les définir. Elles sont souvent constituées de matériaux composites et sont surtout utilisées dans l'industrie aéronavale.

I.4.4 Différents types de comportements des plaques

L'énergie de déformation d'une plaque peut être décomposée en trois termes principaux : la flexion, la membrane et le cisaillement. Lorsqu'on fait tendre l'épaisseur vers zéro, l'énergie de cisaillement devient négligeable et la déformation subie par la plaque appartient à l'une des trois catégories asymptotiques suivantes en fonction de la géométrie, des conditions aux limites et des forces appliquées :

- 1) La flexion dominante;
- 2) La membrane dominante;
- 3) Le cas mixte;

Dans les deux premières catégories, c'est la partie correspondante de l'énergie de déformation qui est dominante, tandis que dans les cas mixtes aucune partie n'est négligeable par rapport à l'autre. En considérant la même force, matériau et conditions aux limites, une plaque peut montrer des comportements asymptotiques complètement différents en fonction de la nature géométrique de la surface moyenne. [PITKÀRANTA,1995] [J. SANCHEZ-HUBERT and E. SANCHEZ-PALENCIA 1997.]

L'espace continu des déplacements « avec énergies de membrane et cisaillement nul », est nommé V_0 et joue un rôle fondamental dans la classification énumérée ci-dessus : dans le cas d'une flexion-dominante, le problème limite est formulé dans cet espace qui doit être différent de zéro, tandis que dans le cas membrane-dominante, cet espace est réduit au champ nul.

I.4.5 Etat membranaire et état flexionnel

Les efforts intérieurs qui décrivent un état de contrainte, permettant à la structure considérée, de résister aux actions extérieures, sont généralement définis au niveau de la surface moyenne. On appelle « ligne moyenne », la trace de la surface moyenne dans une section droite. La mesure de ces efforts internes se fait par unité de longueur de ligne moyenne le long des sections droites.

L'état **membranaire** est associé aux efforts internes de type force représentés par les efforts normaux et les efforts tangentiels, qui agissent au niveau de la surface moyenne.

L'état **flexionnel** est constitué par les efforts intérieurs liés à la flexion qui sont les moments de flexion, les moments de torsion ainsi que les efforts tranchants.

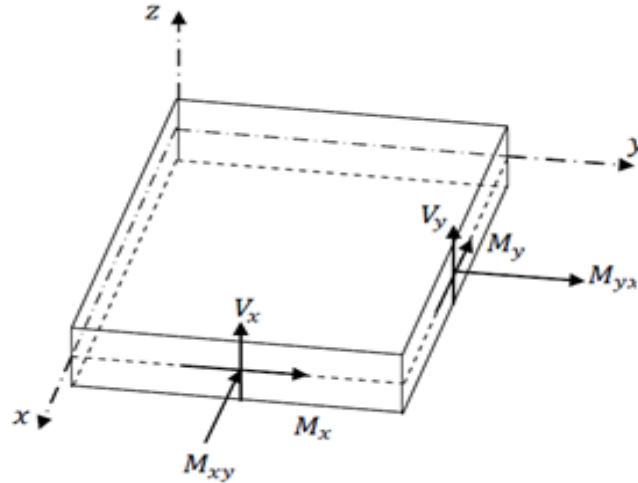


Figure I. 3 Plaque en état flexionnel.

Il existe quatre types d'éléments structuraux liés à leur type de comportement :

-L'**élément de paroi** : défini par la géométrie plane de sa surface moyenne (plan moyen) et par son épaisseur, il est sollicité par des charges agissant dans son plan moyen, qui engendrent une résistance par un état membranaire (fig. I.4) dont les efforts normaux et tangentiels sont dus à un état plan de contrainte.

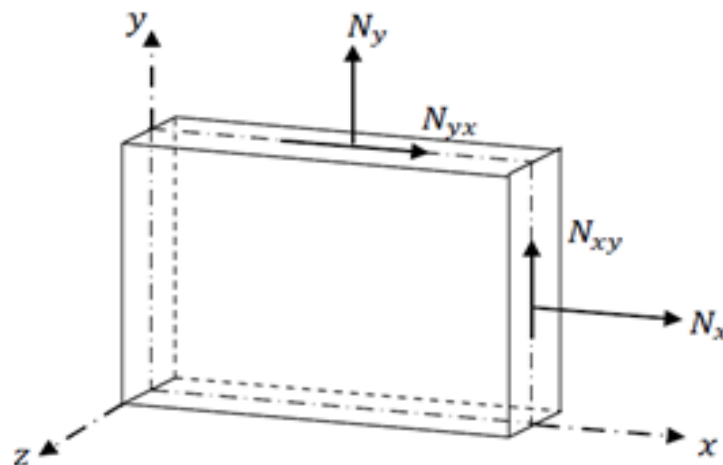


Figure I. 4 Etat membranaire de paroi

L'**élément de plaque** : défini par la géométrie plane de sa surface moyenne (feuillet moyen, plan); il résiste aux charges agissant perpendiculairement à son plan moyen par un état flexionnel (fig.I.5).

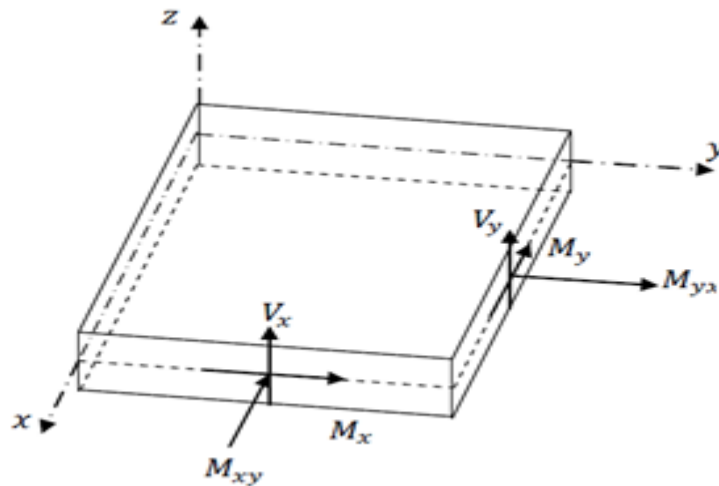


Figure I. 5 Etat flexionnel de plaque

-L'**élément de plaque-membrane** : cet élément résulte de la superposition des deux éléments précédents unissant ainsi les deux états: membranaire de paroi et flexionnel de plaque (fig I.6) Cet élément peut être soumis à des charges quelconques, lui octroyant un comportement dans l'espace, dû à des charges pouvant être parallèles ou perpendiculaires au plan moyen. Cet élément constitue la base des structures plissées.

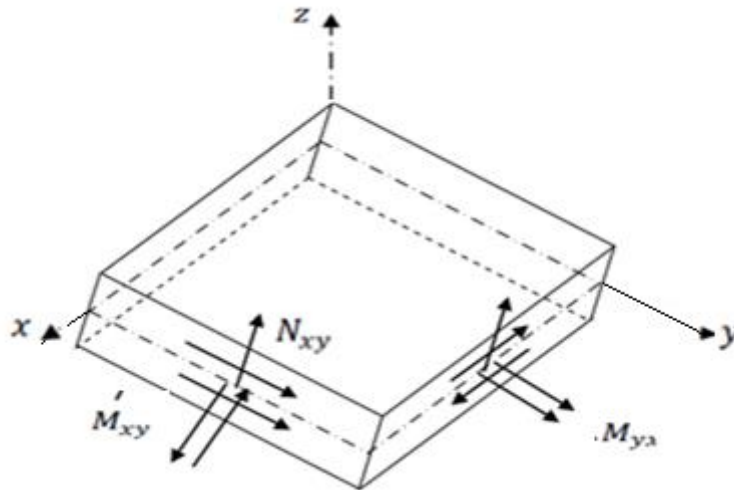


Figure I. 6 Superposition des états membranaire et flexionnel

L'**élément structural de plaque** : il utilise quant à lui, les deux états membranaire et flexionnel, lui permettant de s'opposer aux actions aléatoires pouvant le solliciter (fig. I.7) ; ainsi, grâce à sa courbure, une plaque peut exceptionnellement résister aux charges uniquement par l'état membranaire (structure gonflable, textiles, peau, etc....)

[C. BAIOCCHI and C. LOVADINA 2002].

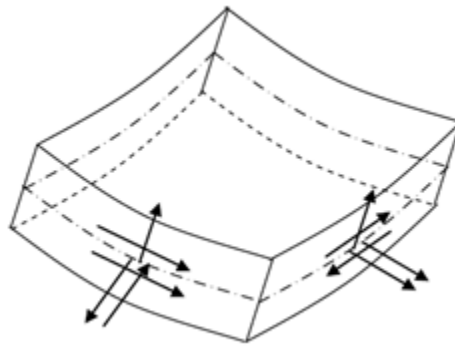


Figure I. 7 Plaque avec cinq efforts intérieurs par section

I.5 HYPOTHESES POUR L'ETUDE DES PLAQUES

La théorie des plaques est basée sur un nombre d'hypothèses que nous énumérerons dans ce qui suit :

- L'hypothèse dite des sections droites (ou planes) : lorsque la plaque est déformée, les points matériels situés sur la normale à la surface moyenne avant déformation, restent sur une droite.

En un point quelconque de coordonnées (x, y, z) , les déplacements u et v (suivant x et y) varient linéairement en z , par contre le déplacement transversal w (suivant z) n'est fonction que de x et y ; cette hypothèse a été proposée par nombre d'auteurs, dont Reissner, Hencky, Bollé, et Mindlin qui sont les plus connus, elle permet notamment de prendre en compte l'influence des déformations de CT (cisaillement transversal). Cette hypothèse a été proposée pour les plaques isotropes dans un premier temps, et a été élargie par la suite aux plaques orthotropes et multicouches.

- L'hypothèse que la déformation transversale ε_z est nulle ce qui suppose qu'il n'y a pas de variation d'épaisseur.

- L'hypothèse de l'état plan de contraintes : dans les relations de comportement, la contrainte σ_z est négligeable comparativement aux deux autres composantes du tenseur de contraintes σ_x et σ_y .

- L'hypothèse d'anisotropie plane pour chaque couche dans le cas d'une plaque composite.

La théorie des plaques relative aux effets du cisaillement transversal CT, est appelée théorie ou modèle de Reissner/Mindlin. Elle fait intervenir ce qui suit : (figure I.8)

- Cinq variables cinématiques indépendantes (les déplacements de membrane u et v dans le plan de référence $z=0$, le déplacement transversal et les rotations et de la normale à la surface moyenne dans les plans $(x z)$ et $(y z)$ respectivement ;
- Trois efforts résultants de membrane notés N_x, N_y, N_z ; trois moments de flexion (ou couples) notés M_x, M_y, M_{xy} ; deux efforts tranchants notés T_x, T_y .

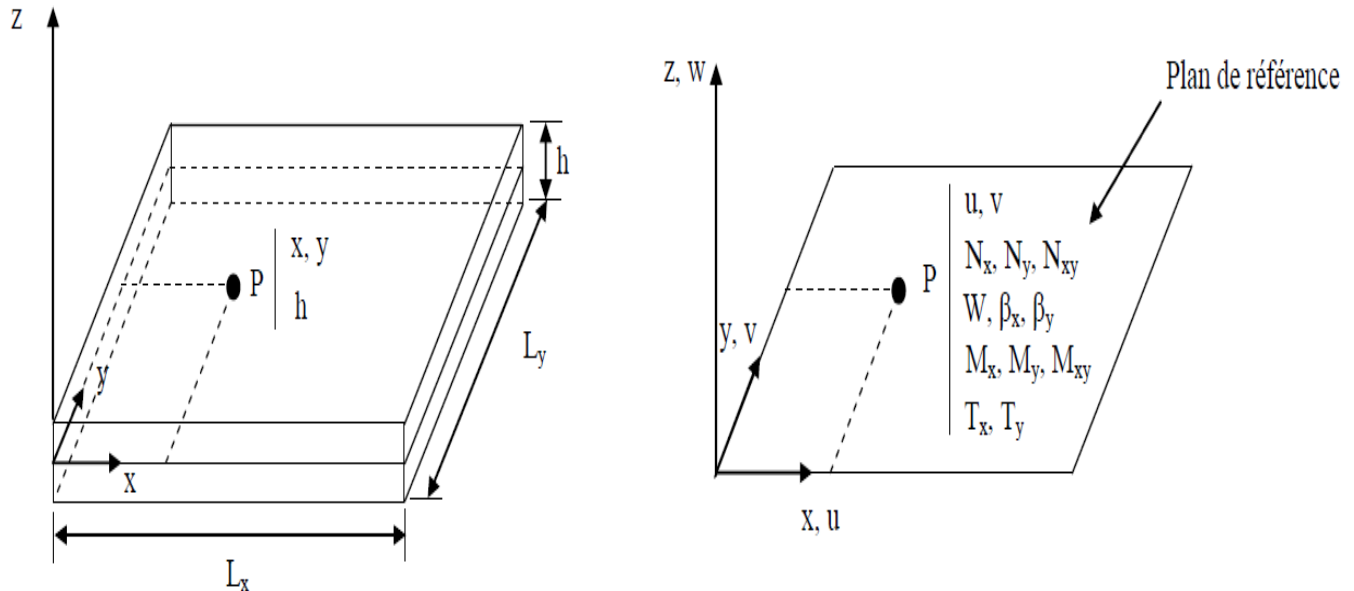


Figure I. 8 Description d'une plaque (géométrie et variables)

I.6 DIFFERENTES APPROCHES POUR L'ANALYSE DES PLAQUES

La théorie de la flexion des plaques la plus simple est la théorie de Kirchhoff-Love, appelée aussi théorie classique de la flexion (Classical Plate Theory). Elle est basée sur le champ de déplacements suivant:

$$\begin{cases} u = -z \frac{\partial w}{\partial x} \\ v = -z \frac{\partial w}{\partial y} \\ w = w(x, y) \end{cases} \quad (I.37)$$

Dans lequel sont les composantes du déplacement, dans un repère de coordonnées cartésiennes, d'un point appartenant au feuillet moyen (plan de la plaque de coordonnée cartésiennes). Le champ de déplacement, composé des équations (I.37), (I.38) et (I.42), repose sur les hypothèses classiques selon lesquelles une section droite, normale au feuillet moyen avant déformation, reste droite et normale après déformation (Figure. II.3.a). Sous ces

hypothèses, les déformations à l'effort tranchant et les contraintes normales au feuillet moyen sont négligées : l'état de déformation est généré uniquement par la flexion et les extensions du feuillet moyen (tensions de membrane).

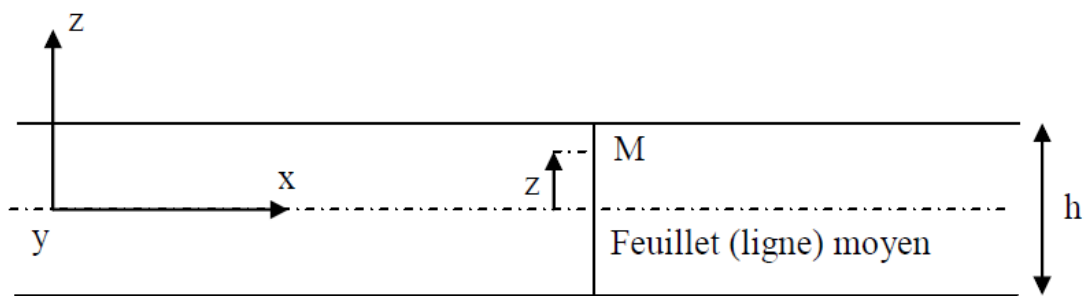
Les bases d'une théorie prenant en compte les déformations au cisaillement ont été posées par Reissner en 1945. Puis la théorie complète a été publiée par Mindlin en 1951. Cette théorie est connue sous le nom de théorie améliorée (Improved Plate Theory -IPT).

Elle est basée sur le champ de déplacement suivant:

$$\begin{cases} u = -z\phi_y(x, y) \\ v = -z\phi_x(x, y) \\ w = w_0(x, y) \end{cases} \quad (I.38)$$

Où les termes ϕ_y et ϕ_x désignent les rotations des sections droites autour des axes y et x, respectivement. Selon cette théorie, une section droite, normale au feuillet moyen avant déformation, reste droite mais n'est plus normale au feuillet moyen après déformation (Figure. I.8). De plus, il est possible de prendre en compte, en plus des déformations à l'effort tranchant, l'inertie de rotation des sections droites.

Un modèle de plaque plus complexe a pu être développé en utilisant comme composantes du champ de déplacement des fonctions de la variable z d'ordre deux [Reddy 1984]. Ce modèle introduit des nouvelles inconnues dont l'interprétation physique n'est pas évidente. De plus, l'apport de ce type de modèle sur les résultats n'est pas justifié en regard de la complexité introduite dans les calculs Reddy .



(a)

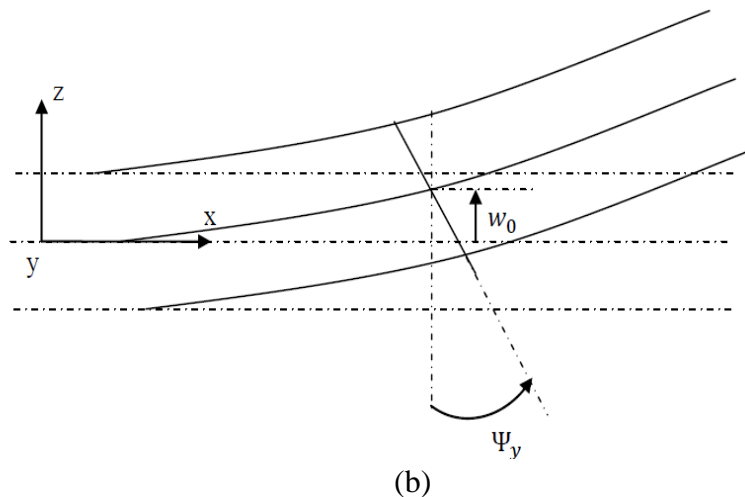


Figure I. 9 Variables cinématiques utilisées pour l'étude des poutres et des plaques en flexion : (a) Configuration non déformée, (b) Configuration déformée – théorie améliorée

I.6.1 Plaques minces et épaisses et critère de classification :

- Le plan (x y) noté A est généralement le plan moyen de la plaque :

$$-t \leq z \leq t \text{ avec } t = \frac{h}{2}$$

Et représente le plan neutre si les propriétés matérielles sont symétriques par rapport au plan (x y).

- Pour les plaques homogènes isotropes, la validité de la théorie de plaque retenue dépend des caractéristiques géométriques. On admet généralement les hypothèses de Mindlin si $4 \leq L/h \leq 20$ et celles de Kirchhoff si $L / (h > 20)$ où L est une dimension caractéristique dans le plan xy

- Pour les plaques composites le rôle des déformations de CT dépend non seulement des caractéristiques géométriques (l'élanement L/h), mais également des caractéristiques mécaniques représentées par le rapport E/kG (où E est un module caractéristique intervenant dans la flexion, G un module de CT et k un facteur de correction de CT). Comme pour les poutres on peut utiliser le coefficient Φ pour évaluer l'influence du CT :

$$\Phi = (h/L)^2 (E/kG)$$

Par exemple, pour une plaque carrée homogène isotrope avec $E/kG = 2$:

$$L/h = 4 ; \Phi = 0.125 ; L/h = 20 \Phi = 0.005 ; L/h = 100 \Phi = 0.002$$

Pour une plaque composite avec $E/kG = 50$:

$$L/h = 4 \quad \phi = 3.125 ; L/h = 20 \quad \phi = 0.125 ; L/h = 100 \quad \phi = 0.005$$

On observe que ϕ est identique pour une plaque isotrope avec $L/h = 4$ et pour une plaque composite ($E/kG = 50$ avec ($L/h = 20$) l'influence du TC sera sensiblement la même pour les deux cas).

- La théorie de Kirchhoff peut être interprétée comme un cas particulier de la théorie de Reissner / Mindlin. (Ainsi, un "bon" modèle élément fini basé sur la théorie de Reissner/Mindlin devra donner des résultats en accord avec la théorie de Kirchhoff si l'influence du CT est faible).
- La détermination de la loi de comportement en cisaillement (relation entre efforts tranchants et cisaillements moyens) peut se faire expérimentalement ou par calculs à partir de différentes hypothèses à caractère statique ou dynamique.
- Pour les plaques composites, la précision des résultats de la théorie du premier ordre en CT (par rapport aux solutions tridimensionnelles) dépend beaucoup de la loi de comportement modifiée par les facteurs de correction de CT. Pour les plaques homogènes, le facteur de correction de CT est généralement admis $k = 5/6$ (comme pour les poutres rectangulaires).
- Les théories de plaques, dites d'ordre supérieur, sont basées sur des distributions plus générales des champs de déplacements (et éventuellement des champs de contraintes) : les déplacements sont représentés par les termes 1, ou trigonométriques. Ces théories d'ordre supérieur permettent d'éviter l'introduction des facteurs de correction de CT mais font généralement intervenir plus de cinq variables cinématiques. signalant qu'une des premières contributions à ces théories fut celle de Lévy en 1877 ainsi que le soulignent Bollé et Reissner). [Jean-Louis Batoz et Gouri Dhatt 1990]

I.6.1.1 Théorie des plaques minces

Les modèles sont basés sur une distribution linéaire des déplacements dans l'épaisseur. L'hypothèse adoptée est celle de Love-Kirchhoff [G. KIRCHHOFF] de contraintes planes, les déformations dues aux cisaillements transverses sont négligées. La normale reste droite et est perpendiculaire à la surface moyenne après avoir été déformée (Figures. I.11 et I.12)

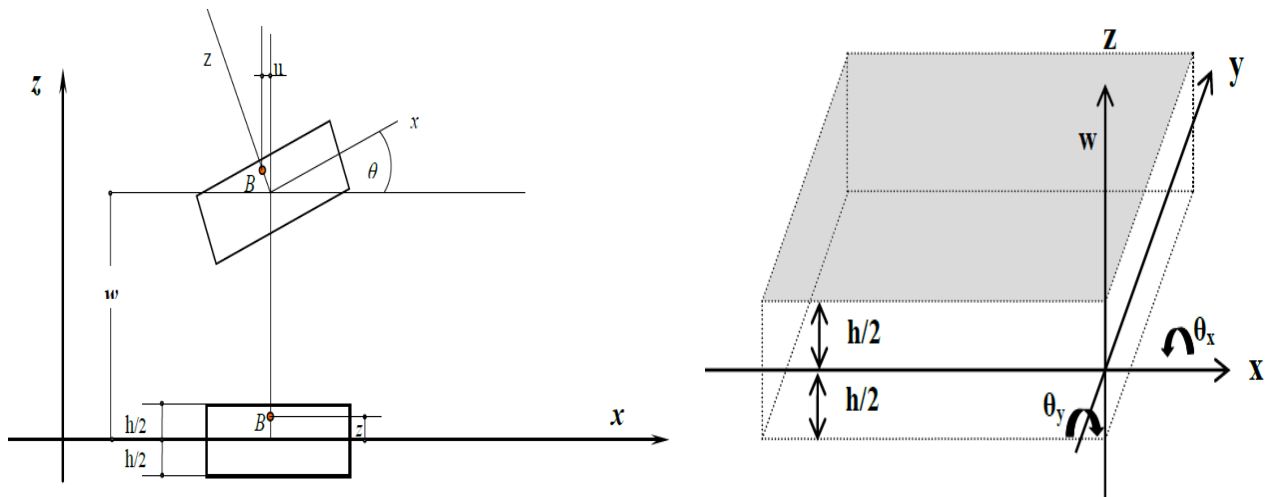


Figure I. 10 Plaque mince en théorie de Kirchhoff

I.6.1.2 Hypothèses pour l'étude des plaques minces

Les hypothèses cinématiques adoptées pour les plaques minces par Kirchhoff de contrainte plane, généralisent à deux dimensions celles adoptées pour les poutres sans déformation à l'effort tranchant.

- 1) La plaque est d'épaisseur très petite devant les autres dimensions. Elle possède un plan moyen aussi appelé plan neutre.
- 2) L'hypothèse des sections droites inclut celle dite de conservation des normales (les points matériels situés sur une normale à la surface moyenne non déformée restent sur la normale à la surface moyenne déformée) ce qui conduit au modèle classique généralement associé au nom de Kirchhoff (mais qui doit également beaucoup aux scientifiques français du 19e siècle : Sophie Germain, Lagrange, Poisson, Boussinesq, Levy, Saint-Venant).
- 3) La déformation en cisaillement transverse est donc négligée.
- 4) Les termes non linéaires du déplacement sont négligés, en particulier, l'inertie de rotation est négligée. Seul le déplacement transversal w est considéré.
- 5) La contrainte σ_z dans la direction transversale est nulle. Elle doit en effet s'annuler sur les faces extérieures et, du fait que la plaque est mince, il est naturel d'admettre qu'elle est nulle sur z .
- 6) Les éléments basés sur la théorie sont les mieux adaptés à la modélisation des plaques minces. Leur formulation ne nécessite que l'approximation d'une seule composante de déplacement $w(x, y)$. Les dérivées secondes des déplacements interviennent dans l'expression de l'énergie de déformation. Ainsi, la condition de compatibilité inter-éléments correspond à

la continuité C^1 du déplacement traverse c.-à-d. à la continuité de w et de la pente normale $\frac{dw}{dx}$

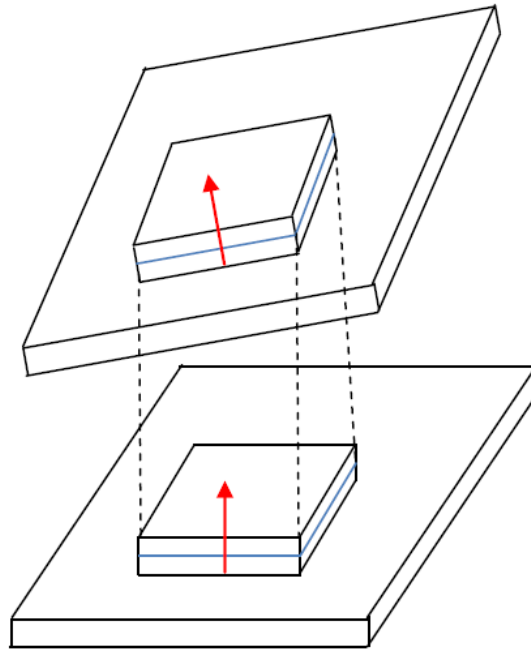


Figure I. 11 Déformation d'une plaque mince.

I.6.1.3 Champs de déplacement

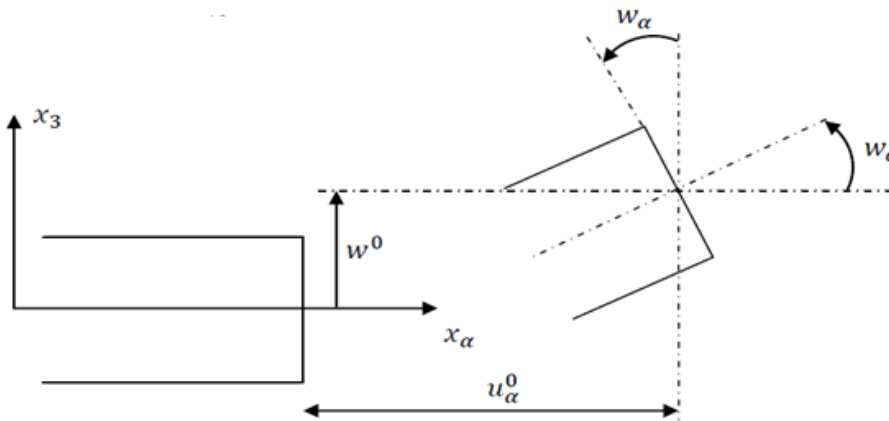


Figure I. 12 Cinématique de love - Kirchhoff.

Les composantes des champs de déplacements pour cette théorie des plaques minces s'expriment comme suit :

$$\begin{cases} u_\alpha(x_1, x_2, x_3 = z) = u_\alpha^0(x_1, x_2) - z \cdot w_\alpha(x_1, x_2) & \alpha = 1, 2 \\ u_3(x_1, x_2, x_3 = z) = w(x_1, x_2) \end{cases} \quad (\text{I.39})$$

Avec :

u_α : le déplacement de membrane dans la direction x_α

w : la flèche de la plaque

w_α : la rotation due à la flexion (sans cisaillement)

D'autre part, les rotations sont données par :

$$\begin{cases} \beta_x = -\frac{\partial w}{\partial x} \\ \beta_y = -\frac{\partial w}{\partial y} \end{cases} \quad (\text{I.40})$$

Dans ce cas, le champ de déplacement est défini uniquement par une variable, c'est le déplacement transverse w .

$$\begin{cases} u = -z \frac{\partial w}{\partial x} \\ v = -z \frac{\partial w}{\partial y} \\ w = w(x, y) \end{cases} \quad (\text{I.41})$$

I.6.1.4 Champs de déformation

D'après la définition du tenseur des déformations, les équations des déformations sont les suivantes :

$$\begin{cases} \varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} = z \frac{\partial \theta_y}{\partial x} = -z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} = z \frac{\partial \theta_x}{\partial y} = -z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\ \varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \\ 2\varepsilon_{xy} = \gamma_{xy} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) = \frac{z}{2} \left(\frac{\partial \theta_y}{\partial y} - \frac{\partial \theta_x}{\partial x} \right) = -2z \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \\ 2\varepsilon_{xz} = \gamma_{xz} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) = \frac{1}{2} (\theta_y - \theta_y) = 0 \\ 2\varepsilon_{yz} = \gamma_{yz} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) = \frac{1}{2} (-\theta_x + \theta_x) = 0 \end{cases} \quad (\text{I.42})$$

Ainsi, les relations déformations-contraintes s'écrivent comme suit :

$$\begin{cases} \varepsilon_x = \frac{1}{E}(\sigma_x - \nu\sigma_y) \\ \varepsilon_y = \frac{1}{E}(\sigma_y - \nu\sigma_x) \\ \gamma_{xy} = \frac{1}{G}\tau_{xy} \end{cases} \quad (I.43)$$

Nous pouvons aussi les écrire sous forme matricielle de la manière suivante :

$$\begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{pmatrix} = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2}(1-\nu) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{pmatrix} \quad (I.44)$$

I.6.2 Théorie des plaques épaisses

Lorsque l'épaisseur de la plaque ne permet plus de vérifier les hypothèses de Kirchhoff quant à leur mouvement de flexion (elle n'est plus très petite devant la dimension des ondes de flexion), une théorie plus complète basée sur celle des poutres de Timoshenko est nécessaire.

Rayleigh en 1877 puis Timoshenko en 1921 montrent que la prise en compte des effets d'inertie de rotation et de cisaillement, affectent les fréquences propres de flexion des poutres. Ces deux effets tendent à diminuer les fréquences de résonances calculées en raison de la croissance de l'inertie et de la flexibilité du système.

Une extension à la théorie des plaques vis-à-vis du cisaillement est proposée par Reissner en 1945 dans le cas statique. Une première théorie pour le cas dynamique, incluant les effets du cisaillement et de l'inertie de rotation est proposée par Uflyand en 1948. C'est cependant l'article de Mindlin, publié trois ans plus tard qui fera date. [S.Timoshenko 1961],

I.6.2.1 Hypothèses pour l'étude des plaques épaisses

Les hypothèses de Mindlin, reprennent les points 1 et 5 de celles de Kirchhoff. Les points 2 et 4 des précédentes hypothèses ne sont plus retenus afin de prendre en compte les deux nouveaux effets.

- Les éléments basés sur la théorie Mindlin-Reissner sont les mieux adaptés dans le cas des plaques d'épaisseur modérée. Leur formulation est basée sur une approximation des trois variables indépendantes w, θ_x, θ_y . Cependant, on note que dans l'expression de l'énergie de déformation n'interviennent que des dérivées premières de w, θ_x, θ_y . La condition de la compatibilité inter-éléments ne nécessite qu'une continuité C^0 .

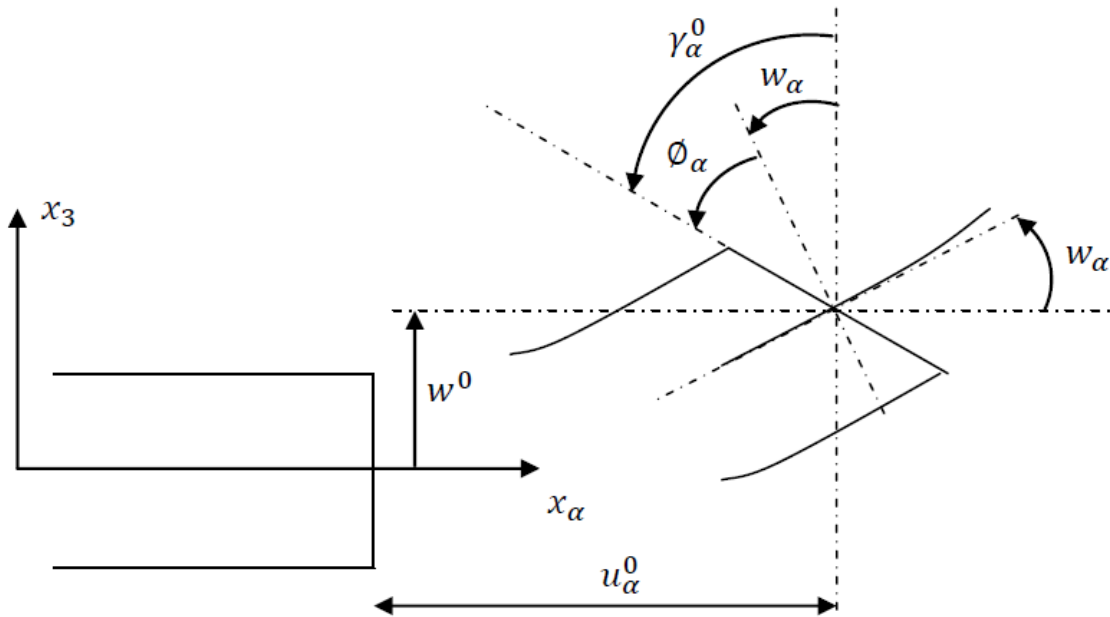


Figure I . 13 Cinématique de Reissner – Mindlin

I.6.2.2 Champs de déplacement

Dans la théorie des plaques épaisses, ou théorie de Reissner et Mindlin, la fibre normale reste toujours rectiligne, mais n'est plus nécessairement perpendiculaire au plan moyen. Si θ_x et θ_y désignent les angles que fait la fibre normale avec l'axe, ils ne correspondent plus à l'inclinaison du plan moyen, on a donc :

$$\begin{cases} u_\alpha(x_1, x_2, x_3 = z) = U_\alpha^0(x_1, x_2) + z\phi_\alpha(x_1 + x_2) \\ u_3(x_1, x_2, x_3 = z) = w(x_1, x_2) \end{cases} \quad (I.45)$$

D'autre part, les rotations sont données par :

$$\theta_x \neq \frac{\partial w}{\partial y} \quad (I.46)$$

$$\theta_y \neq -\frac{\partial w}{\partial x} \quad (I.47)$$

Donc, les variables cinématiques indépendantes sont :

u et v : Les déplacements de la membrane ;

w : Le déplacement transversal ;

$\beta_x(\theta_y)$: La rotation du plan xy autour de y ;

$\beta_y(-\theta_x)$: La rotation du plan xy autour de x ;

Avec ce choix de la forme des champs de déplacements, les déformations transversales sont constantes en z . Les contraintes de cisaillement sont donc uniformes dans chaque couche et discontinues entre les couches. Cette mauvaise description oblige à introduire des coefficients correcteurs pour mieux prendre en compte, dans l'écriture de l'énergie, les effets de cisaillement transversal. Les résultats obtenus dépendent essentiellement du choix empirique dans des situations complexes des coefficients correcteurs et l'étude des composites épais restes aléatoires par ce type d'approche cinématique.

Donc, le champ des déplacements s'exprime alors en fonction des trois variables par la relation suivante :

$$\begin{Bmatrix} u(x, y, z) \\ v(x, y, z) \\ w(x, y, z) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u(x, y) \\ v(x, y) \\ w(x, y) \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} \beta_x(x, y) \\ \beta_y(x, y) \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (\text{I.48})$$

I.6.2.3 Champs de déformation

Concernant le champ de déformation, les termes gardent leur forme générale :

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x = z \frac{\partial \beta_x}{\partial x} \\ \varepsilon_y = z \frac{\partial \beta_y}{\partial y} \\ \varepsilon_z = 0 \\ 2\varepsilon_{xy} = \gamma_{xy} = z \left(\frac{\partial \beta_x}{\partial y} + \frac{\partial \beta_y}{\partial x} \right) \end{Bmatrix} \quad (\text{I.49})$$

Et par ailleurs, ε_{xz} et ε_{yz} ne sont plus nuls :

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{xz} = \gamma_{xz} = \beta_x + \frac{dw}{dx} \\ \varepsilon_{yz} = \gamma_{yz} = \beta_y + \frac{dw}{dy} \end{Bmatrix} \quad (\text{I.50})$$

On ne peut donc plus négliger le cisaillement.

Le vecteur et le tenseur des courbures ne peuvent plus se simplifier et restent :

$$\vec{\chi} = \begin{pmatrix} \frac{\partial \theta_y}{\partial x} \\ -\frac{\partial \theta_x}{\partial y} \\ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \theta_y}{\partial y} - \frac{\partial \theta_x}{\partial x} \right) \end{pmatrix} \quad (\text{I.51})$$

Et l'on a toujours :

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_x & \tau_{xy} \\ \tau_{xy} & \varepsilon_y \end{pmatrix} = zK \quad (I.52)$$

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{pmatrix} = z \cdot \vec{\chi}$$

• Efforts résultants de membrane :

$$N_x = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_x dz, \quad N_y = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_y dz, \quad N_{xy} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_{xy} dz \quad (I.53)$$

• Moments de flexions :

$$M_x = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_x z dz, \quad M_y = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_y z dz, \quad M_{xy} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_{xy} z dz \quad (I.54)$$

• Efforts tranchants :

$$T_x = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_{xz} dz, \quad T_y = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_{yz} dz \quad (I.55)$$

I.6.3 Approche élastique

Le comportement élastique d'une plaque doit satisfaire trois conditions.

- 1) **L'équilibre**: toutes les forces extérieures, y compris les réactions appliquées au système, doivent s'équilibrer;
- 2) **La résistance**: les efforts intérieurs doivent être en tout point inférieurs à la résistance ultime;
- 3) **La compatibilité et la continuité des déformations**: la déformée de la structure doit être compatible avec les conditions d'appuis et ne doit présenter aucune discontinuité.

[François. Frey(1999)]

I.7 THEORIE DES COQUES ET SOLIDES EN ANALYSE LINEAIRE

La théorie des coques et solides, est une théorie qui concerne tous les solides déformables au niveau de leur surface, ou plus précisément, et à des fins de simplification, des solides

déformables dont la géométrie est assimilée à une surface avec une épaisseur, ce qui permet de supposer que les déplacements sont connus uniquement grâce à la connaissance de ceux de la surface moyenne, en se basant sur des hypothèses et des simplifications physiquement justifiables sur son épaisseur et ceci, afin d'évaluer la déformation d'une structure mince tridimensionnelle en formulant le problème sur la surface moyenne.

I.7.1 Théorie des coques en analyse linéaire

Il est naturel d'affirmer que l'épaisseur d'un élément fini de coque est un petit paramètre comparativement à ses autres dimensions, il est donc nécessaire de connaître deux paramètres essentiels qui permettent l'analyse et la prédiction ainsi que l'optimisation de son comportement, à savoir : l'épaisseur h qui sera comparée à la dimension transverse et le rapport entre l'épaisseur et le rayon de courbure locale de la coque R qui sera noté r .

la construction de modèles approchés au modèle tridimensionnel est basée sur les ordres de grandeur de ces deux paramètres ; en effet, les modèles de plaques minces correspondent à un rapport $r=0$, pour $r=h$ ce sera un modèle de membrane et enfin, les modèles de coques classiques auront pour rapport $r=h^2$.

Au fil du temps, les recherches dans ce domaine ont évolué et ont permis l'élaboration de différentes approches, regroupant tous les modèles énumérés plus haut en un modèle unique surfacique qui permet de matérialiser l'une des trois situations au choix.

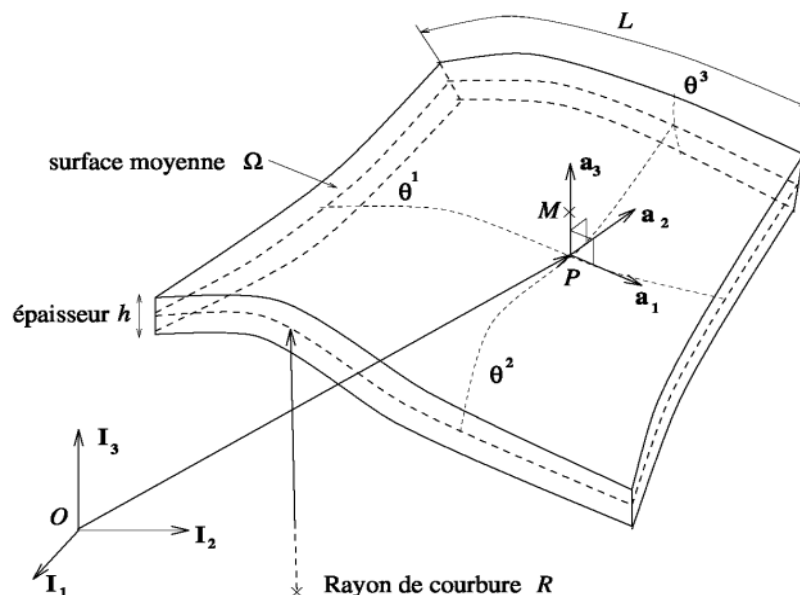


Figure I. 14 Représentation de la géométrie de la coque

Dans un souci de simplification des équations nécessaires à la résolution de problèmes inhérents à des formes géométriques particulières de coques, les équations générales de la théorie des coques de formes quelconque, ont été établies avec des coordonnées orthogonales des lignes de courbure changeant ainsi leur expression.

Parmi ces approches, les plus usitées pour l'analyse linéaire des coques sont les suivantes :

- Approche par coque profonde ;
- Approche par coque surbaissée,
- Approche par coque plane (facettes planes).

Chacune de ces approches présente ses avantages comme ses inconvénients, en effet, ceci nous amène à dire qu'aucune de ces approches n'a été universellement reconnue, effectivement, vu la diversité et la complexité des problèmes (géométrie, conditions aux limites, chargements....) ainsi que la différence de comportement d'un modèle à l'autre ainsi que ses composants (multicouches, non linéarité, dynamique etc.....).

I.7.1.1 Approche Par Coque Profonde (à forte courbure)

L'approche par coque profonde a permis de formuler des éléments qui sont très proches de la réalité, cependant, et malgré le fait que cette formulation soit la plus juste, elle reste difficile à mettre en place. Plusieurs théories basées sur cette approche ont été élaborées et proposées par bon nombre d'auteurs, nous citons parmi ceux qui ont été à l'origine de ces recherches [NAGHDI 1963], [KOITER & all 1972].

Afin d'assurer la conformité des éléments basés sur cette approche, il est impératif de conserver une continuité des rayons de courbure (la rotation de la normale doit être continue pour assurer la continuité exacte à la frontière de l'élément), c'est pourquoi, le choix du type de coordonnées à adopter reste un facteur prépondérant dans la mise en œuvre de ce type d'éléments, et aboutit à des éléments performants, très souvent mais dont la manipulation est ardue.

I.7.1.2 Approche Par Coque Surbaissée (à faible courbure)

On appelle coque surbaissée, une coque possédant en tout point, une surface moyenne de faible courbure. Une théorie basée sur ce type de coque a été élaborée, introduisant de ce fait, des hypothèses visant à simplifier l'approche par coque profonde citée précédemment.

Pour simplifier l'approche par coque profonde, la théorie basée sur une approche par coque surbaissée nécessite l'introduction des hypothèses simplificatrices.

On adopte, pour lignes de coordonnées (x,y) sur la projection sur le plan π . On peut dire que la surface moyenne de la coque est surbaissée si $\frac{\partial Z}{\partial X}$ et $\frac{\partial Z}{\partial Y}$ sont petites, c'est-à-dire si les carrés et produits des dérivées premières de $Z(x,y)$ sont négligeables devant l'unité.

$$\left(\frac{\partial Z}{\partial X}\right)^2 \ll 1, \left(\frac{\partial Z}{\partial Y}\right)^2 \ll 1, \left|\left(\frac{\partial Z}{\partial X} \cdot \frac{\partial Z}{\partial Y}\right)\right|^2 \ll 1$$

Dans la pratique, les pentes que l'on obtient ne devraient pas excéder 0,1 radian, mais peuvent aller jusqu'à 0,5radian et donner des résultats intéressants [FREY & al 2000].

Les deux théories de coque surbaissée les plus utilisées sont les suivantes :

la théorie ou approche de « Donnelle », qui utilise des coordonnées curvilignes et celle de « Marguerre » avec des coordonnées cartésiennes. la différence entre les deux est négligeable du point de vue pratique, mais elle est significative dans le cas de calculs numériques.

- *Théorie en coordonnées curvilignes (Donnelle, 1933) :*

Cette théorie privilégie l'emploi de coordonnées curvilignes (ξ, η) de la surface moyenne, pour toutes les grandeurs et les équations, de plus, elle impose une hypothèse cinématique qui se traduit par la négligence des composantes membranaires u et v du déplacement comparativement à la composante transversale w , à laquelle sont liées les rotations ainsi que les variations de courbure.

- *Théorie en coordonnées cartésiennes (Marguerre) :*

La modélisation se fait dans un repère cartésien de coordonnées (X, Y, Z) , qui est utilisé pour décrire toutes les grandeurs ; le plan de référence (x,y) est obtenu par projection orthogonale (X,Y) , ne nécessitant aucune autre hypothèse. La coque est donc obtenue par déplacement fictif d'une surface plane, qui est en fait la déformée initiale, ce qui permet de tenir compte de la courbure initiale, en introduisant dans le tenseur de déformation, un terme qui est dû à la géométrie. Cette théorie est une combinaison de l'approche rigoureuse, par coque profonde tout en tenant compte de sa courbure initiale, et de la simplicité de formulation, grâce à l'utilisation des coordonnées cartésiennes, préconisée par l'approche par facettes planes.

I.7.1.3 Approche par Coque Plane (facettes planes)

Dans cette approche, on suppose que la coque est confondue avec sa surface de référence (localement). Bon nombre d'articles et d'ouvrages ont été publiés dans ce sens [BATOZ & al 2000], [LEVY & GAL 2001], [ZHANG & CHEUNG 2003], [ANDRADE & al 2007]. Cette

approche est largement utilisée, de par le monde, pour le calcul en analyse linéaire, non linéaire et dynamique, de par son efficacité prouvée, à travers les différentes publications d'une part, et du fait de sa simplicité de mise en œuvre d'autre part. Cependant, elle ne permet pas de représenter de manière précise la structure courbe, nécessitant pour cela des calculs onéreux. Aussi, il est utile de remarquer que le découplage entre le mode de déformation de membrane et le mode de flexion exclue le problème du blocage de membrane.

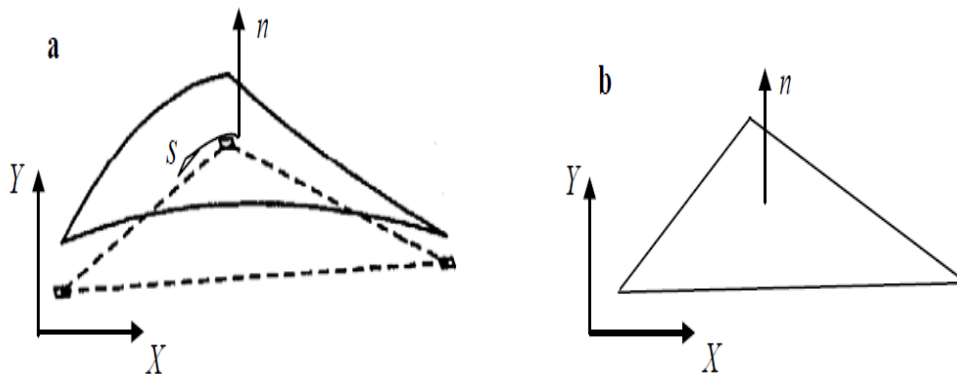


Figure I. 15 Elément fini Coque : a- élément courbe, b- élément plan

Il est à noter que toute simplification apportée aux différents modèles qui sont étudiés, doit être justifiée. Deux propriétés fondamentales, doivent être préservées d'un point de vue mathématique et physique, à savoir, la conservation de l'énergie mise en jeu, par unité de matière, quel que soit le modèle étudié qu'il soit complet ou obtenu après simplification ; la seconde étant liée au principe fondamental de la mécanique qui se traduit par la conservation de l'équilibre des efforts.

Notons que les équations d'équilibre permettent d'atténuer les imprécisions liées à la conservation de l'énergie.

Toutes ces hypothèses nous permettent d'affirmer que l'équilibre de la coque est lié aux deux phénomènes suivants :

- Un effet de flexion qui induit les mouvements de rotation de la surface moyenne ;
- Un effet de membrane lié aux déformations propres de la surface moyenne.

I.7.1.4 Hypothèses de LOVE – KIRCHHOFF

Ces hypothèses appelées de Love-Kirchhoff, réunissent celles liées aux poutres de Bernoulli et à celles des plaques de Kirchhoff, en effet, elles introduisent des limitations sur le champ des déplacements et sur le champ des déformations dans une coque.

Il arrive tout de même que ces hypothèses soient contestées, de ce fait, et afin d'émettre des théories de coques plus élaborées, certaines hypothèses peuvent être remises en question.

Hypothèse 1 : petites déformations.

Pour que les équations cinématiques soient linéaires, il est nécessaire de supposer que les déformations sont petites (au sens des coques), les pentes de surface moyenne après déformation sont inférieures à l'unité, ainsi que des conditions d'existence d'un tenseur de variation de courbure linéaire en \vec{U} satisfaisantes.

Hypothèses 2 : linéarisation en Z (coque mince)

On suppose que le champ de déplacement $U(x, y)$ est peu différent de $U(x, y, z)$. Cette hypothèse est dite hypothèse de coque mince.

Hypothèse 3 : distorsion nulle sur la surface moyenne

Cette hypothèse, appelée « loi de conservation de la normale », stipule que la distorsion dans le plan contenant la normale n est supposée négligeable, ce qui permet de dire que tout point M se trouvant sur la normale n reste sur une normale n' après déformation

Hypothèse 4 : allongement transversal nul sur la surface moyenne

Cette hypothèse permet de supposer que, sur la surface moyenne, la contrainte ainsi que l'allongement, dans la direction de la normale n , sont négligeables comparativement aux composantes de déplacement et de contraintes, ainsi, les changements à travers l'épaisseur sont ignorés.

I.7.2 L'élément coque plane produit de la superposition plaque – membrane

D'une manière générale, il est relativement simple de créer une combinaison de deux champs de contraintes, l'un étant un champ d'effet de membrane et l'autre étant celui de la flexion, ce qui aboutit à la création d'un élément plat (plaque-membrane), appelé élément coque plane.

En analyse linéaire, les déplacements étant très petits, l'erreur commise est insignifiante, lorsqu'on suppose que ces deux états de contraintes sont indépendants, et sont donc dissociés à l'intérieur de l'élément, sachant que l'association des deux effets ne peut s'effectuer qu'aux frontières inter-éléments.

Nous présentons ci-après une brève formulation des équations qui régissent le comportement d'une coque.

A partir du champ de déplacement suivant :

$$\bar{U} = \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u_0 + \beta_x \\ v_0 + \beta_y \\ w_0 \end{Bmatrix} \quad (\text{I.58})$$

On définit le champ de déformation ci-dessous :

$$\begin{aligned} \langle \varepsilon \rangle &= \langle \varepsilon_x \quad \varepsilon_y \quad 2\varepsilon_{xy} \rangle = \langle e \rangle + z \langle x \rangle \\ \langle \varepsilon \rangle &= \langle u_{o'ix} \quad u_{o'y} \quad u_{o'iy} + u_{o'ix} \rangle + \langle \beta_{x'x} \quad \beta_{y'y} \quad \beta_{x'iy} + \beta_{y'ix} \rangle \\ \langle \gamma \rangle &= \langle \gamma_{xz} \quad \gamma_{yz} \rangle = \langle u_{o'ix} + \beta_x \quad v_{o'iy} + \beta_y \rangle \end{aligned} \quad (\text{I.59})$$

$$\begin{cases} \varepsilon_x = \frac{\partial u_0}{\partial x} + z \frac{\partial \beta_x}{\partial x} \\ \varepsilon_y = \frac{\partial v_0}{\partial y} + z \frac{\partial \beta_y}{\partial y} \\ \gamma_{xy} = \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} + \left(\frac{\partial \beta_x}{\partial y} + \frac{\partial \beta_y}{\partial x} \right) \\ \gamma_{xz} = \beta_x + \frac{\partial w}{\partial x} \\ \gamma_{yz} = \beta_y + \frac{\partial w}{\partial y} \end{cases} \quad (\text{I.60})$$

Avec :

$\langle e \rangle$: Déformation de membrane ;

$z \langle x \rangle$: Déformation de flexion, avec x définissant la courbure ;

$\langle \gamma \rangle$: Déformation de cisaillement transversal.

Les efforts unitaires s'exerçant sur un élément de coque sont définis par :

$$\begin{cases} \langle N_x \quad N_{xy} \quad Q_x \rangle = \int_{-h/2}^{h/2} \langle \sigma_x \quad \tau_{xy} \quad \tau_{xz} \rangle \\ \langle N_{yx} \quad N_y \quad Q_y \rangle = \int_{-h/2}^{h/2} \langle \tau_{yx} \quad \sigma_y \quad \tau_{yz} \rangle \\ \langle M_x \quad M_{xy} \rangle = \int_{-h/2}^{h/2} \langle \sigma_x \quad \tau_{xy} \rangle \\ \langle M_{yx} \quad M_y \rangle = \int_{-h/2}^{h/2} \langle \tau_{yx} \quad \sigma_y \rangle \end{cases} \quad (\text{I.61})$$

La relation contraintes efforts est la suivante :

$$\{\sigma\} = \frac{1}{h} \{N\} + \frac{12}{h^2} z \{M\} \quad (\text{I.61})$$

$$\begin{Bmatrix} \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{Bmatrix} = \frac{1}{h} \begin{Bmatrix} Q_x \\ Q_y \end{Bmatrix} \quad (\text{I.62})$$

Ce qui nous permet de déduire les équations permettant de calculer les efforts que nous énumérons ci-dessous :

$$\begin{aligned}
 N_x &= S.(\varepsilon_{x_0} + \nu\varepsilon_{y_0}), & N_y &= S.(\varepsilon_{y_0} + \nu\varepsilon_{x_0}), & N_{xy} &= N_{yx} = S.\frac{1-\nu}{2}\gamma_{xy_0} \\
 M_x &= D.(\mathcal{X}_x + \nu\mathcal{X}_y), & M_y &= D.(\mathcal{X}_y + \nu\mathcal{X}_x) & M_{xy} &= D.\frac{1-\nu}{2}\mathcal{X}_{xy} \\
 Q_x &= T.\gamma_{xy}, & Q_y &= T.\gamma_{yx}
 \end{aligned}
 \tag{I.63}$$

Avec : $S = \frac{E.h}{1-\nu^2}$, $D = \frac{E.h^3}{12(1-\nu^2)}$ et $T = \frac{5.E.h}{12(1+\nu)}$ qui sont respectivement les rigidités de membrane, de flexion et de cisaillement de la coque.

Ce qui nous amène à l'écriture de l'équation de l'énergie de déformation élastique d'une coque comme suit :

$$U = \pi_m + \pi_f + \pi_c$$

L'expression de l'énergie de déformation est la suivante :

$$U = \frac{1}{2}M_x k_x + M_y k_y + M_{xy} k_{xy} + N_x \varepsilon_x + N_y \varepsilon_y + 2N_{xy} \varepsilon_{xy} + Q_x \gamma_{xz} + Q_y \gamma_{yz} \tag{I.64}$$

I.7.3 Comportement non-linéaire

Nous savons à présent que la théorie de l'élasticité, de par sa simplicité, ne peut satisfaire à tous les besoins dans tous les domaines industriels, technique etc. ... (procédés de pliage, forgeage, etc. ...), il devient indispensable de recourir à l'analyse non linéaire.

- Dans les bâtiments, par exemple, il est parfois permis de dépasser la limite élastique (sans toutefois aller jusqu'à la rupture.
- Afin d'évaluer le comportement au moment de la ruine (aviation, chemin de fer, crash en automobile ...), un calcul non linéaire est indispensable.
- L'emploi de plus en plus fréquent de matériaux nouveaux possédant des lois de comportement non linéaires ou non isotropes (élastomères, matériaux composites par exemple), pour lesquels l'utilisation de théories plus complexes devient nécessaire.

Le comportement non linéaire des structures peut se traduire de trois manières différentes :

- 1- La non linéarité géométrique, qui apparait lorsque les déplacements deviennent importants, ce qui se traduit par des caractéristiques de rigidité de la structure qui sont non linéaires ainsi que des déplacements qui ne sont plus proportionnels aux forces.
- 2- La non linéarité matérielle, qui se produit dans le cas où le comportement d'un matériau n'est plus être supposé comme étant élastique linéaire, et de ce fait, les déformations ne sont plus proportionnelles aux contraintes.

- 3- La non linéarité de contact, cette dernière apparaissant lorsque les conditions aux limites se modifient lors du mouvement (processus de formage à froid, assemblages par boulons, etc....).

Ces non linéarités peuvent toutefois apparaître seules ou simultanément.

Pour conclure, nous avons recours à l'analyse non linéaire lorsque les trois hypothèses essentielles requises pour la théorie de l'élasticité ne sont plus satisfaites :

- les déplacements sont infiniment petits(les états déformé et non déformé sont confondus).
- les matériaux ont un comportement élastique linéaire(les déformations sont proportionnelles aux déplacements).
- il n'y a pas de changement des conditions aux limites lors du mouvement.

I.8 Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre ,succinctement, les différentes théories et les hypothèses de calcul qui ont été développées au fil des ans, voire des siècles, concernant les éléments de plaque ,coque et solide en élasticité linéaire et non linéaire cependant nous savons que dans la réalité, lorsque les déplacements deviennent grands, la relation déformation-déplacement n'est plus linéaire, nous sommes donc en grands déplacements ,ce qui ne nous permet plus de confondre les configurations déformées et initiales de l'élément considéré.

Le changement de géométrie de la structure lorsqu'elle se déforme, est à l'origine de son comportement non-linéaire ; ce qui se traduit mathématiquement par la non-linéarité de l'équation (déformation-déplacement).et la nécessité d'étudier le mouvement d'un corps formé d'une infinité de points matériels qui va se déformer et se déplacer sous l'effet des sollicitations.

La formulation de ce type de comportement est présenté en détail dans la littérature nous citerons en référence [DJEGHABA 1990], [ROBERT 1999], [LEGAY2002],[BOUTAGOUGA 2008].

De nos jours, l'évolution des techniques de calcul et le développement des logiciels très performants permettent d'étudier tous types de structures, et afin de montrer de manière plus concrète le comportement non linéaire de ces dernières, nous nous intéresserons dans la suite de notre travail au comportement des structures mixtes composées de tubes en acier remplis de béton, qui seront modélisés par des éléments de type coque et solides par la méthode des éléments finis.

CHAPITRE II :

Les colonnes composites

II.1 INTRODUCTION

Au début du dix-neuvième siècle, le procédé de construction utilisant des profilés creux remplis de béton était déjà utilisé, cependant, la couronne d'acier était considérée en premier lieu, comme coffrage n'intervenant pas dans la résistance, et en second lieu, le béton avait le rôle de protecteur de l'acier contre la corrosion, mais au fil du temps et grâce aux multiples expériences qui ont été menées, ces suppositions se sont avérées inexactes et ont été reconsidérées en tenant compte de la liaison entre les deux matériaux et ce qu'elle pouvait entraîner comme comportement .

II.2 GENERALITES SUR LES STRUCTURES MIXTE ACIER-BETON

Une structure est dite mixte si, lors de l'élaboration de ses différents éléments (poutres, poteaux, dalles ...), cette dernière associe deux matériaux de natures et de propriétés différentes, ici l'acier et le béton [KERNOU, 2016]

Cette association à caractère mécanique des deux matériaux qui sont l'acier et le béton, va augmenter la rigidité ainsi que la résistance de l'élément, ceci, grâce à la connexion entre les interfaces des deux matériaux.

II.3 MATERIAUX UTILISES DANS UN ELEMENT MIXTE

L'élaboration des éléments structuraux mixtes nécessite l'emploi de quatre matériaux de base qui sont :

- L'acier d'armature ou de renfort
- L'acier de construction
- Les tôles profilées en acier
- Le béton

II.4.CARACTERISTIQUES DES MATERIAUX

Ces matériaux sont décrits dans différents codes de calcul. Certaines exigences essentielles sont abordées également dans des règlements comme les Eurocodes [EC2, EC3, EC4].

Leurs principales caractéristiques sont présentées dans ce qui suit :

II.4.1 Acier de construction

Il existe plusieurs types de classification des aciers, basés, soit sur leur composition chimique (aciers alliés, aciers non alliés, etc.) soit sur leurs caractéristiques mécaniques (résistance à la traction, limite d'élasticité). La classification couramment utilisée en construction métallique est la "Nuance d'acier " qui est définie par sa limite d'élasticité f_y .

L'Eurocode 4 couvre le calcul des structures mixtes fabriquées à partir des matériaux en acier relevant des nuances courantes S235, S275, S355, S460, définies dans les normes européennes EN10025 et EN10113.

Les valeurs de calcul des principales caractéristiques des aciers de construction sont les suivantes :

- Module d'élasticité longitudinale : $Ea = 210000 \text{ N/mm}^2$
- Module de cisaillement : $Ga = Ea \cdot 1 / (1 + \nu a)$
- Coefficient de Poisson : $\nu a = 0.3$
- Masse volumique : $\rho a = 7850 \text{ kg/m}^3$

Pour les calculs et la conception, l'Eurocode 3 (EC3) admet l'idéalisation de la relation contrainte-déformation de l'acier de construction sous forme élastique parfaitement plastique, comme indiqué sur la figure II.1.

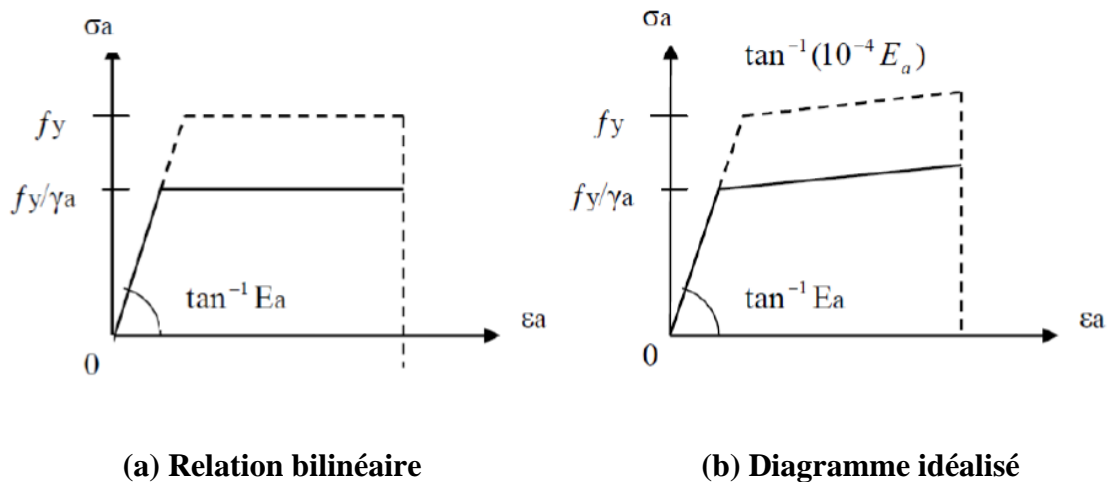


Figure II.1 Relation contrainte –déformation spécifique des aciers de construction

II.4.2 Acier d'armature

Les aciers d'armature se distinguent des aciers de construction non seulement par leur forme, mais également par leur mode de fabrication, leur composition chimique et leurs propriétés mécaniques; ils sont caractérisés par leur limite

supérieure ou apparente d'élasticité correspondant dans ce dernier cas à un allongement permanent de 0.2%. Le module d'élasticité lui varie très peu. Il peut être admis comme égal à celui de l'acier de construction (figure II.2).

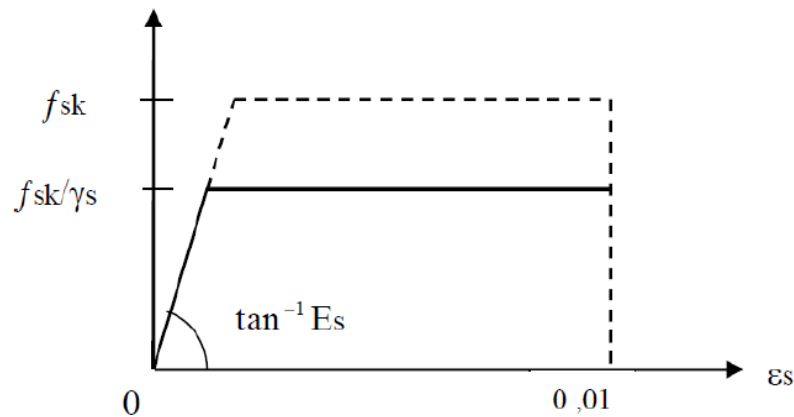


Figure II.2 Diagramme contrainte-déformation de calcul pour l'armature

II.5 LES COLONNES METALLIQUES A PAROIS PLEINES VIDES

Les poteaux ou colonnes à parois pleines sont des éléments constitués d'une seule section simple telle que IPE, HE, UAP, CORNIERE, TUBE D'ACIER....Il existe d'autres types de poteaux composés de plusieurs profilés qu'on appelle : pièces composées à treillis et pièces composées à traverses de liaisons.

Les poteaux doivent reprendre des efforts de compression, de flexion due au vent et résister au flambement. Leur section doit présenter une bonne rigidité à la compression dans toutes les directions et en particulier suivant leurs axes principaux.

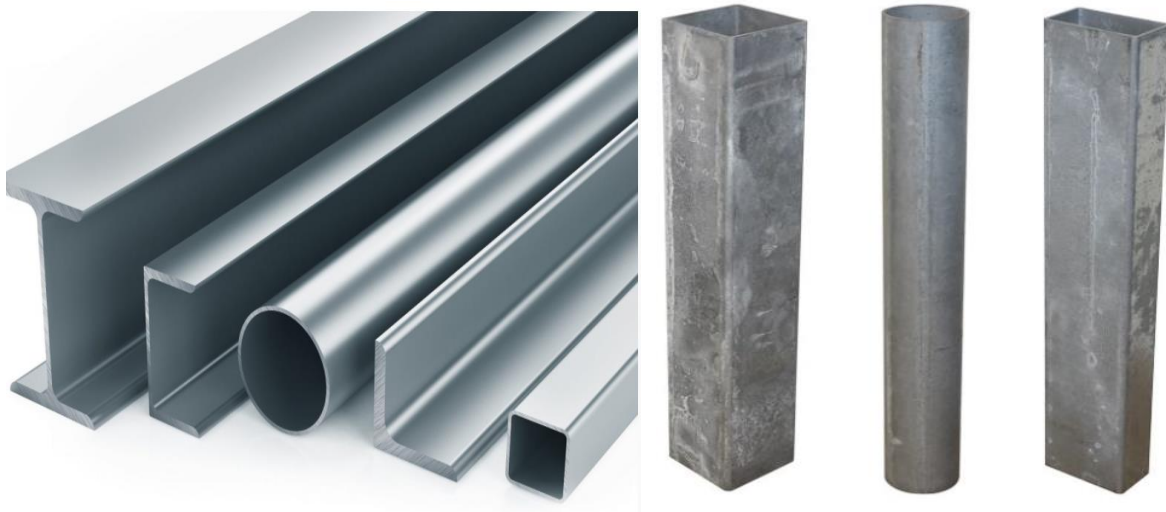


Figure II.3: Présentation des colonnes métalliques

II.5.1 Pièces courtes

Les poteaux courts ont un élancement très faible ($\bar{\lambda} \leq 0,2$), de telle sorte qu'ils ne sont pas affectés par un flambement global. Dans ce cas, la résistance à la compression de l'élément est dictée par la résistance à la compression de la section transversale, qui est fonction de la classification de la section. Les sections transversales de Classes 1, 2, 3 sont toutes insensibles au voilement local à ce niveau de la charge axiale et donc la résistance à la compression de calcul est prise égale à la résistance plastique de calcul de la section:

$$N_{c,Rd} = N_{p,c,Rd} = Af_y / \gamma_{M0} \quad (\text{II.1})$$

Pour les sections transversales de Classe 4, le voilement local dans une ou plusieurs parois de la section transversale, ne permet pas d'atteindre la charge d'écoulement plastique, de ce fait, la résistance à la compression de calcul est limitée à la résistance au voilement local.

$$N_{c,Rd} = N_{o,Rd} = A_{eff} \cdot f_y / \gamma_{M1} \quad (\text{II.2})$$

Avec : A_{eff} aire efficace de section

$N_{c,Rd}$ sollicitation de calcul

II.5.2 Poteaux Elancés

Les poteaux présentent, selon leur élancement, deux types différents de comportement : ceux dont l'élancement est élevé flambent quasiment dans le domaine élastique de comportement tandis que les autres, d'élancement intermédiaire, sont très sensibles aux imperfections.

II.5. 2.1 Elancement λ

L'élancement d'un poteau est donné par les formules suivantes :

$$\lambda = \frac{l_f}{i} = \frac{\text{longueur de flambement}}{\text{rayon de giration}} ; i = \sqrt{\frac{I}{A}} \quad (\text{II.3})$$

$$\text{Ce qui donne : } \lambda_z = \frac{l_{fz}}{i_z} \text{ et } \lambda_y = \frac{l_{fy}}{i_y} \quad (\text{II.4})$$

II.5.2.2 Longueur de flambement

La longueur de flambement est la distance la plus grande entre deux points d'articulations ou d'inflexions successifs de la ligne moyenne de l'élément déformé par flambement.

Pour les pièces comprimées isolées (Cas qui n'existe pas en pratique sauf pour les éléments soumis aux essais dans des laboratoires), on a (Voir les figures II.4 et II.5)

NB : Pour les éléments comprimés appartenant aux structures en charpente métallique, les longueurs de flambement se déterminent en étudiant la déformée de toute la structure

Les figures II.4 et II.5 montrent les quatre modes de flambement avec la présentation des longueurs de flambement [Eurocodes 3et4]

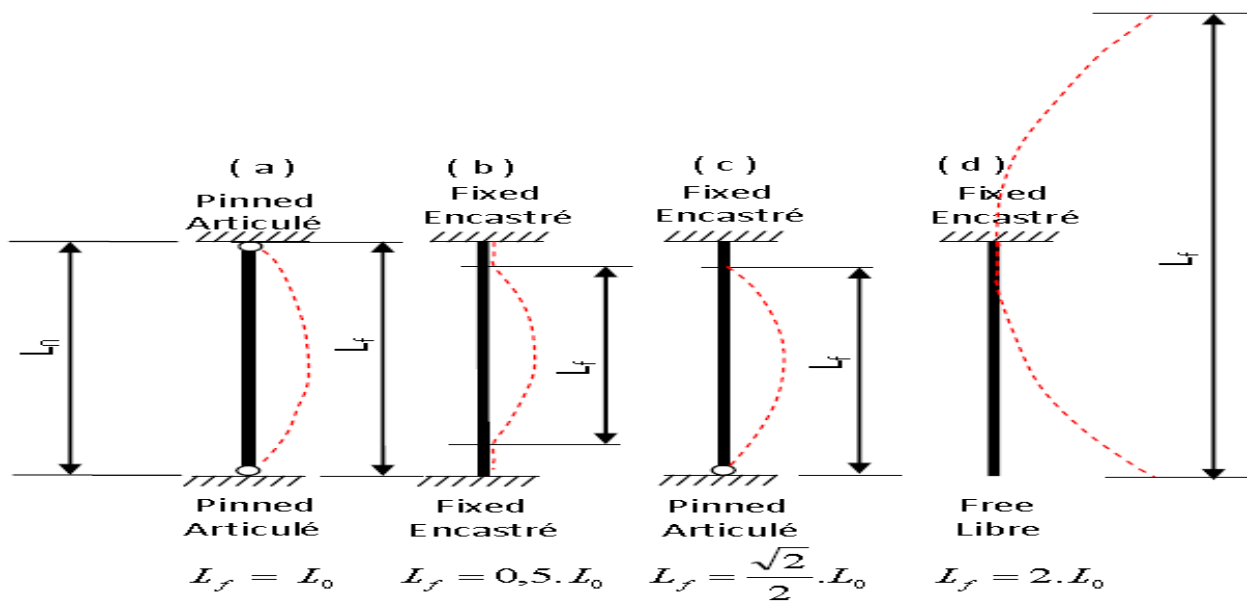


Figure II.4: Différents modes de flambement

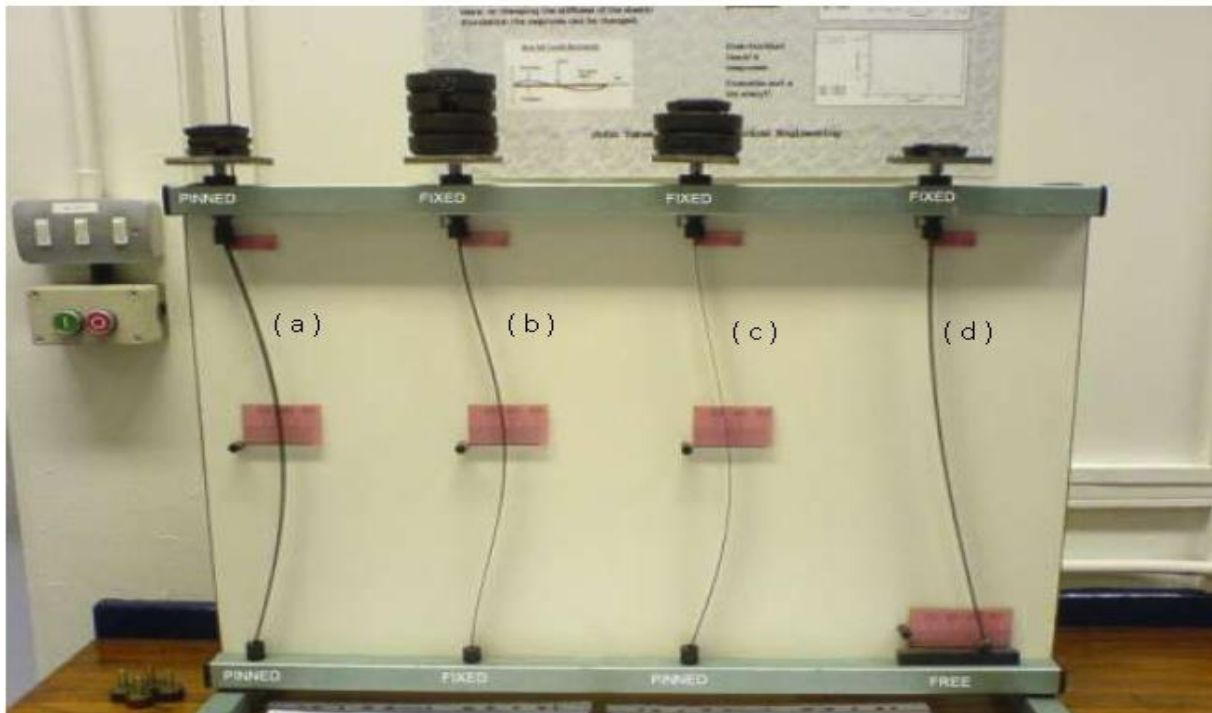


Figure II.5: Différents modes de flambement

II.5.3 Aspect théorique du flambement

A la charge critique, l'équilibre stable du poteau rectiligne se trouve à sa limite et il existe une configuration légèrement déformée du poteau qui peut aussi satisfaire l'équilibre figure II.6.

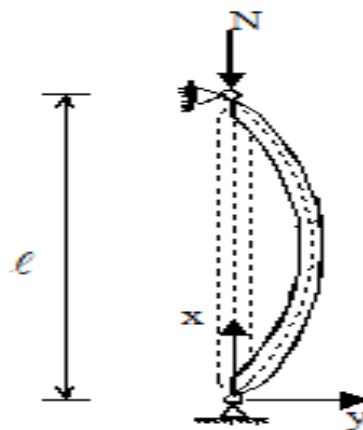


Figure II.6: Mode de déformation d'une pièce comprimée

Pour cette configuration, le moment de flexion, à chaque position de la section droite et pour une barre bi-articulée, est donné par :

$$M = N \cdot y \tag{II.5}$$

Si l'on utilise l'équation différentielle donnée par la théorie de la flexion simple:

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = - \frac{M}{E I} \quad (II.6)$$

Où : $E I$ représente la rigidité de flexion du poteau dans le plan de flambement

E : module d'élasticité longitudinale $E = 21\,000\,000 \text{ N / mm}^2$

I : moment d'inertie par rapport à l'axe de flambement.

La solution générale de cette équation est :

$$y = A \sin kx + B \cos kx \quad (II.7)$$

On pose :

$$k^2 = \frac{N}{E I_z} \quad (II.8)$$

A et B sont des constantes d'intégration qui sont déterminées de manière à satisfaire les conditions aux limites :

$$y = 0 \quad \text{pour } x = 0 \quad \rightarrow \quad B = 0$$

$$\text{et } y = 0 \quad \text{pour } x = \ell \quad \rightarrow \quad A \sin k\ell = 0$$

$A \neq 0$ (pas de déplacement dans ce cas) on aura $\sin k\ell = 0$

La racine de cette équation $k\ell$ peut prendre un nombre infini de valeurs : $0, \pi, 2\pi, \dots ; n\pi$ c'est-à-dire

$k\ell = n\pi$ avec n entier quelconque.

$$k^2 \ell^2 = n^2 \pi^2$$

La figure II.7 montre les trois premiers modes de flambement ($n = 1, 2$ et 3 respectivement $n=0$ exclu)

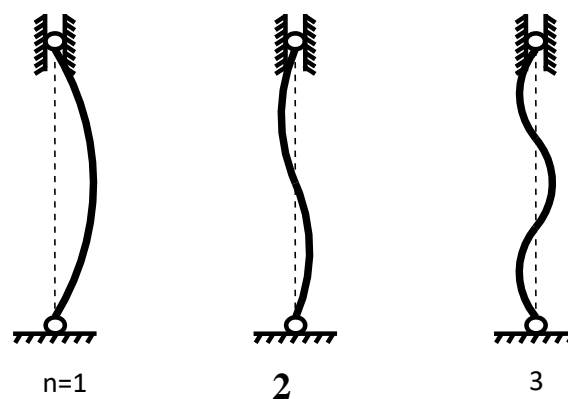


Figure II.7: Différents modes de flambement

Finalement, la charge critique s'obtient de la manière suivante :

$$N_{\text{cr},n} = \frac{n^2 \pi^2 E I}{\ell_{\text{cr}}^2} \quad (\text{II.9})$$

Si ℓ_{cr} désigne la longueur critique (longueur de flambement) , la charge critique d'Euler N_{cr} pour le mode 1 est égale à :

$$N_{\text{cr}} = \frac{\pi^2 E I}{\ell_{\text{cr}}^2} \quad (\text{II.10})$$

Et on peut alors définir la contrainte critique d'Euler σ_{cr} comme suit :

$$\sigma_{\text{cr}} = \frac{N_{\text{cr}}}{A} = \frac{\pi^2 E I}{\ell_{\text{cr}}^2 A} \quad (\text{II.11})$$

En introduisant le rayon de giration, $i = \sqrt{I/A}$ et l'élancement, $\lambda = \ell_{\text{cr}} / i$ correspondant au mode de flambement considéré et σ_{cr} devient :

$$\sigma_{\text{cr}} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \quad (\text{II.12})$$

Si l'on représente sur un graphe l'évolution de σ_{cr} en fonction de λ figure II.6, ainsi que la droite traduisant le comportement parfaitement plastique, $\sigma = f_y$, il est intéressant de noter les zones idéalisées correspondant à la ruine par flambement et par plastification ainsi que celle correspondant à la sécurité. Le point d'intersection P entre les deux courbes représente la valeur théorique maximale d'élancement pour laquelle un poteau périt par plastification. Cet élancement maximum (parfois dit élancement eulérien), noté λ_1 dans l'Eurocode 3, est égal à :

$$\lambda_1 = \pi \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 93,9 \varepsilon \quad (\text{II.13})$$

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}} \quad (\text{II.14})$$

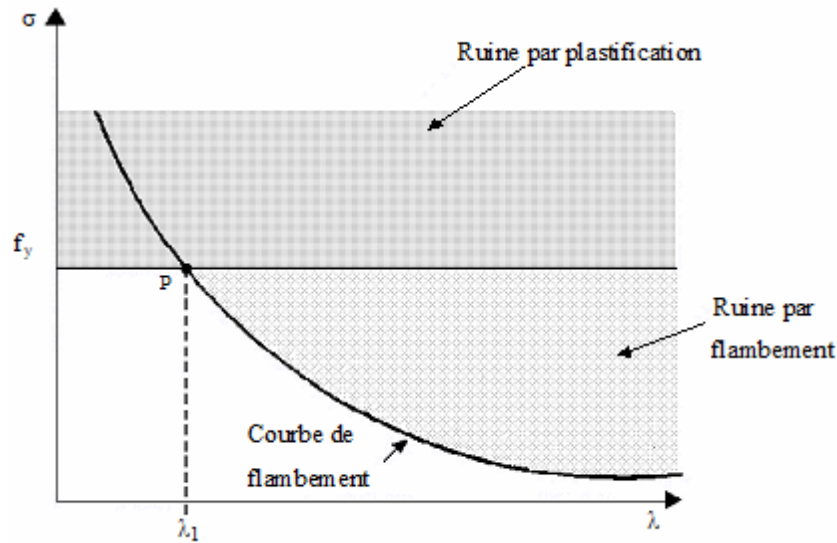


Figure II.8 : Plastification et ruine par flambement

Un diagramme adimensionnel peut être obtenu en reportant les valeurs de σ/f_y en fonction de λ/λ_1 (Figure II.9). Les coordonnées du point P sont par conséquent P (1,1).

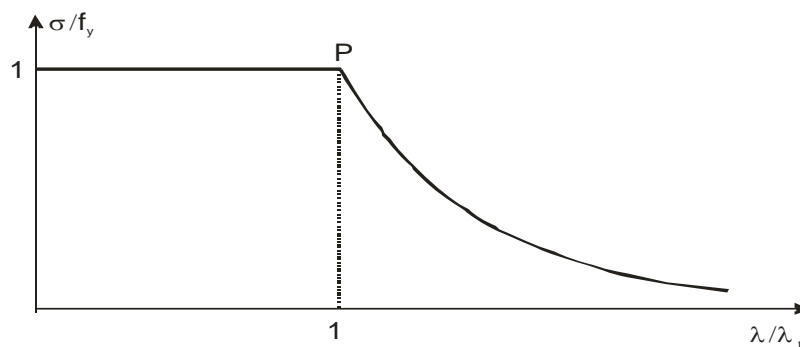


Figure II.9: Diagramme adimensionnel

II.6 INSTABILITE DES POTEAUX

Le comportement réel des poteaux en acier diffère sensiblement de celui décrit plus haut, dans la mesure où les poteaux sont en état de ruine, généralement par instabilité dans le domaine plastique avant d'atteindre la charge de flambement eulérienne.

La différence entre les comportements réel et théorique est due aux diverses imperfections dont le poteau "réel" est le siège : défaut de rectitude, contraintes résiduelles, excentricité des charges appliquées et écrouissage. Toutes les imperfections affectent le flambement et influencent par conséquent la capacité portante du poteau. Les études expérimentales

effectuées sur des poteaux réels fournissent des résultats similaires à ceux reportés à la figure II.10.

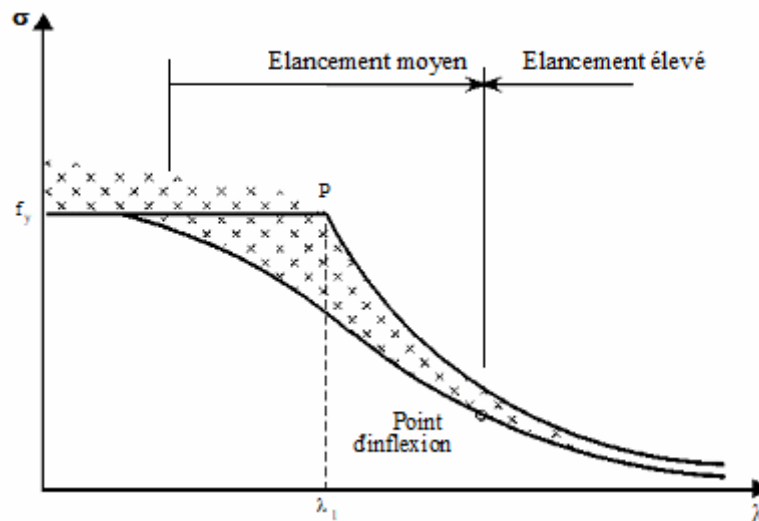


Figure II.10: Courbe de flambement d'Euler et courbe réelle.

Le comportement réel s'écarte nettement plus des courbes théoriques dans le domaine des élancements intermédiaires que dans celui des grands élancements. Dans la zone des valeurs intermédiaires de λ (ce qui couvre la plupart des poteaux utilisés en pratique), l'effet des imperfections structurales est significatif et doit être pris soigneusement en considération. La réduction la plus importante de la valeur théorique apparaît aux alentours de l'élancement eulérien λ_1 . La courbe limite inférieure résulte d'une analyse statistique ; elle représente la limite de chargement sécuritaire à ne pas dépasser.

II.7 LES COURBES DE FLAMBEMENT

- **Elancement réduit**

L'élancement réduit $\bar{\lambda}$ est un paramètre adimensionnel défini de la manière suivante pour les sections transversales de classe 1, 2 ou 3 :

$$\bar{\lambda} = \frac{\lambda}{\lambda_1} \quad (\text{II.15})$$

λ : Elancement

λ_1 : Elancement Eulérien

$\bar{\lambda}$ peut également s'exprimer sous la forme suivante :

$$\bar{\lambda}^{-2} = \frac{\lambda^2}{\pi^2} \frac{f_y}{E} = \frac{f_y}{\sigma_{cr}} \quad (\text{II.16})$$

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{cr}}} = \sqrt{\frac{A \cdot f_y}{A \cdot \sigma_{cr}}} = \sqrt{\frac{A \cdot f_y}{N_{cr}}} \quad (\text{II.17})$$

II.8 FONDEMENTS DES COURBES DE FLAMBEMENT DU CECM (CABINET D'ÉTUDES DE LA CONSTRUCTION METALLIQUE)

A partir de 1960, un programme expérimental a été mené au niveau international par la CECM en vue d'étudier le comportement des poteaux courants. Plus de 1000 essais de flambement ont été effectués sur une variété de membrures (I, H, T, U, sections tubulaires de forme circulaire et carrée), pour différentes valeurs d'élanement (comprises entre 55 et 160). Une approche probabiliste, sur la base des valeurs expérimentales de résistance, combinée à une analyse théorique, a montré qu'il était possible de dessiner des courbes décrivant la résistance d'un poteau en fonction de son élanement réduit. Les imperfections qui ont été considérées lors de cette étude sont les suivantes : une imperfection géométrique dont l'allure est celle d'une demi-sinusoïde et dont l'amplitude est fixée à 1/1000 de la longueur du poteau et des contraintes résiduelles spécifiques pour chaque type de profilé.

Les courbes européennes de flambement (a, b, c ou d) sont représentées à la figure II.9. Elles fournissent la valeur du coefficient de réduction de la résistance χ du poteau en fonction de l'élanement réduit pour différents types de sections transversales (auxquelles correspondent différentes valeurs de facteur d'imperfection α donné par le tableau II.1). L'expression mathématique de χ est la suivante :

$$\chi = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \bar{\lambda}^{-2}}} \leq 1 \quad (\text{II.18})$$

$$\text{où} \quad \phi = 0,5 \left[1 + \alpha (\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^{-2} \right] \quad (\text{II.19})$$

La figure II.11 donne aussi les valeurs du coefficient de réduction χ en fonction de l'élançement réduit $\bar{\lambda}$.

Le facteur d'imperfection α dépend de la forme de la section transversale du poteau considéré, de la direction dans laquelle le flambement se produit (axe y ou axe z) et du processus de fabrication utilisé (laminage à chaud, soudage ou formage à froid) ; les valeurs de α qui augmentent avec le niveau d'imperfection, sont fournies par le tableau II.1 :

La **courbe a** correspond aux profilés quasiment parfaits : sections en I laminées ($h/b > 1,2$) à ailes peu épaisses ($t_f \leq 40\text{mm}$) pour le flambement autour de l'axe fort ; elle s'applique également aux profils laminés de forme tubulaire ;

La **courbe b** couvre les profilés possédant un degré moyen d'imperfection : elle détermine le comportement de la plupart des caissons soudés mais aussi le comportement des profilés laminés à section en I lorsqu'ils sont en danger de flambement autour de l'axe faible, des profilés soudés en I à ailes peu épaisses ($t_f \leq 40\text{ mm}$) et des profilés laminés en I à épaisseur d'ailes moyenne ($40 < t_f \leq 100\text{ mm}$) lorsqu'ils flambent autour de l'axe fort ; elle concerne également les profils tubulaires formés à froid lorsque la limite d'élasticité de la tôle mère est prise en considération ;

La **courbe c** est relative aux profilés qui possèdent de nombreuses imperfections : les profilés en U, L et T ainsi que les sections soudées en caisson à soudures épaisses appartiennent à cette catégorie. Se réfèrent également à la courbe c, les sections tubulaires formées à froid dimensionnées sur la base de la limite d'élasticité moyenne de l'élément après formage, les sections laminées en H ($h/b \leq 1,2$ et $t_f \leq 100\text{ mm}$) en danger de flambement autour de l'axe faible ainsi que certaines sections soudées en I ($t_f \leq 40\text{ mm}$, flambement autour de l'axe faible et $t_f > 40\text{ mm}$, flambement autour de l'axe fort) ;

La **courbe d** s'applique aux profilés dont les imperfections sont extrêmement importantes : elle doit être utilisée pour les profilés laminés en I à ailes très épaisses ($t_f > 100\text{ mm}$) et pour les profilés soudés en I à ailes épaisses ($t_f > 40\text{ mm}$), lorsque le flambement se produit autour de l'axe faible.

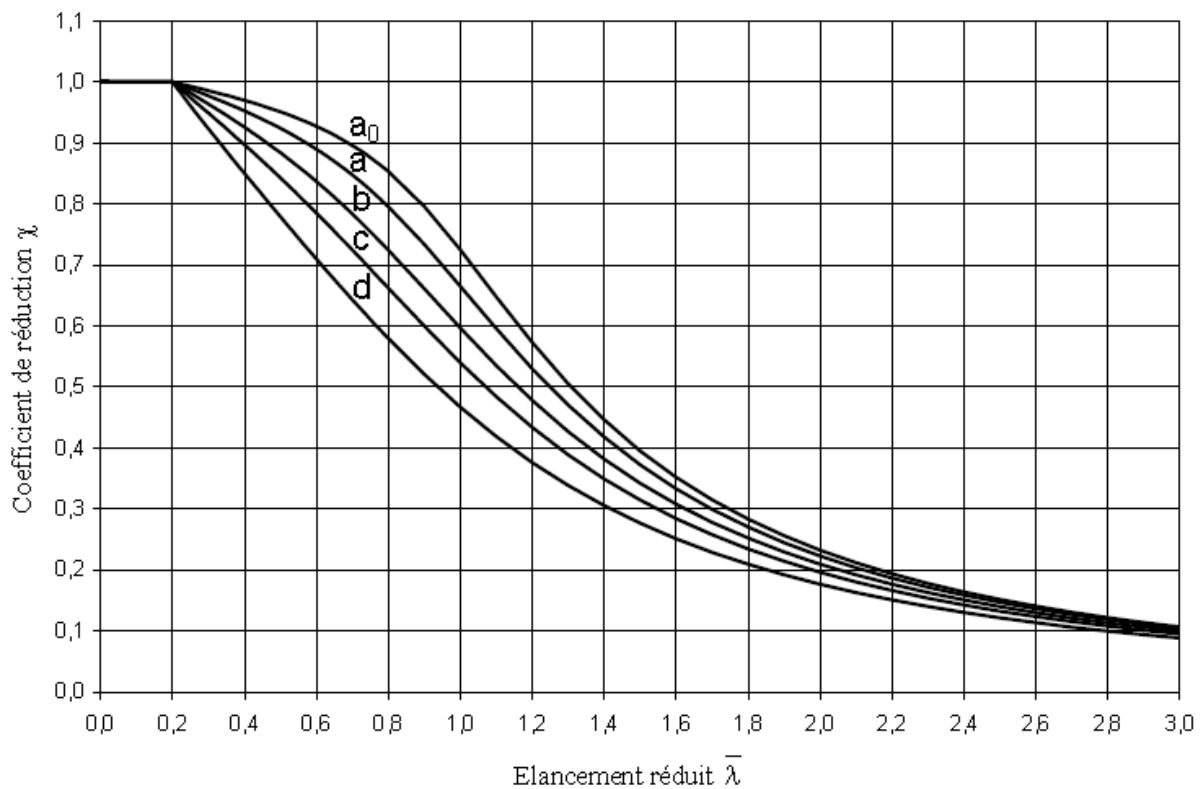


Figure II.11: Les courbes de flambement

Tableau II.1 : Facteurs d'imperfection

Courbe de flambement	a	b	c	d
Facteur d'imperfection α	0,21	0,34	0,49	0,76

Il est important de préciser que les courbes de flambement sont établies pour des membrures bi-articulées et chargées à leurs extrémités ; il est nécessaire d'évaluer de manière précise les longueurs de flambement lorsque ces conditions ne sont pas remplies.

II.9 RESISTANCE A LA COMPRESSION AVEC FLAMBEMENT

Pour dimensionner une pièce comprimée, il convient, en premier lieu, d'évaluer ses deux longueurs de flambement, une pour chacun des deux axes principaux, en fonction des assemblages qui existent à ses extrémités. En second lieu, le calcul du moment d'inertie minimum nécessaire à la reprise des charges critiques d'Euler peut permettre de pré dimensionner l'élément. La procédure suivante de vérification doit alors être suivie :

- Les caractéristiques géométriques de la section et sa limite d'élasticité permettent d'évaluer l'élanement réduit $\bar{\lambda}$.

- χ est calculé, en fonction du processus de fabrication du profilé et des épaisseurs de ses parois, à l'aide de l'une des courbes de flambement et de l'élanement $\bar{\lambda}$.
- Dans un élément sollicité en compression, la valeur de calcul de l'effort de compression doit satisfaire à la condition :

$$N_{sd} \leq N_{b,Rd} = \chi \cdot \frac{\beta_A \cdot A \cdot f_y}{\gamma_{M1}} \quad (\text{II.20})$$

$\beta_A = 1$ pour les sections transversales de classe 1, 2 ou 3

$\beta_A = A_{eff} / A$ pour les sections transversales de classe 4

II.10 LES POTEAUX MIXTES ACIER – BETON

De nos jours, ces poteaux mixtes ou colonnes mixtes sont décrits comme des éléments formés de deux matériaux qui sont l'acier et le béton, reliés entre eux et agissant ensemble afin de résister aux sollicitations.

Dès lors, plusieurs types de colonnes de différentes formes sont utilisés : carrés, rectangulaires ou circulaires, qui sont armés ou non par des armatures (pour béton armé), ou en utilisant des profilés métalliques.

II.10.1 Définitions et utilisation

Les avantages des éléments en acier sont principalement la résistance à la traction et la ductilité élevées, tandis que ceux des éléments en béton sont la résistance à la compression et la rigidité qui sont également importantes; c'est pourquoi l'association de ces deux matériaux (acier et béton), sous forme de structure composite procure à cette dernière une combinaison optimale de leurs qualités respectives. L'utilisation de tubes en acier remplis de béton a débuté au siècle dernier, ce type de structures mixtes était utilisé en premier lieu pour protéger les sections métalliques contre les effets néfastes du feu, compte tenu de leur faible résistance, mais au fil du temps, les chercheurs ont remarqué que ce type d'éléments présentait des avantages qui n'avaient pas été pris en compte au début de leur utilisation à partir des années 1960 ; quelques années plus tard, une étude détaillée effectuée par Tomii et al 1977 sur 268 poteaux composites (CFST) (Concrete Filled Steel Tube) a mis en évidence deux modes de rupture qui ont été observés au cours des essais, à savoir le voilement global pour les poteaux élancés et l'écrasement du béton accompagné d'un voilement local du tube en acier pour les poteaux courts. L'utilisation de tubes en acier remplis de béton dans différents domaines de la construction devient une solution des plus

attractives, elle permet non seulement une augmentation de la capacité de charge, pour une section transversale réduite, mais également une économie et une rapidité de construction, et donc une réduction importante des coûts.

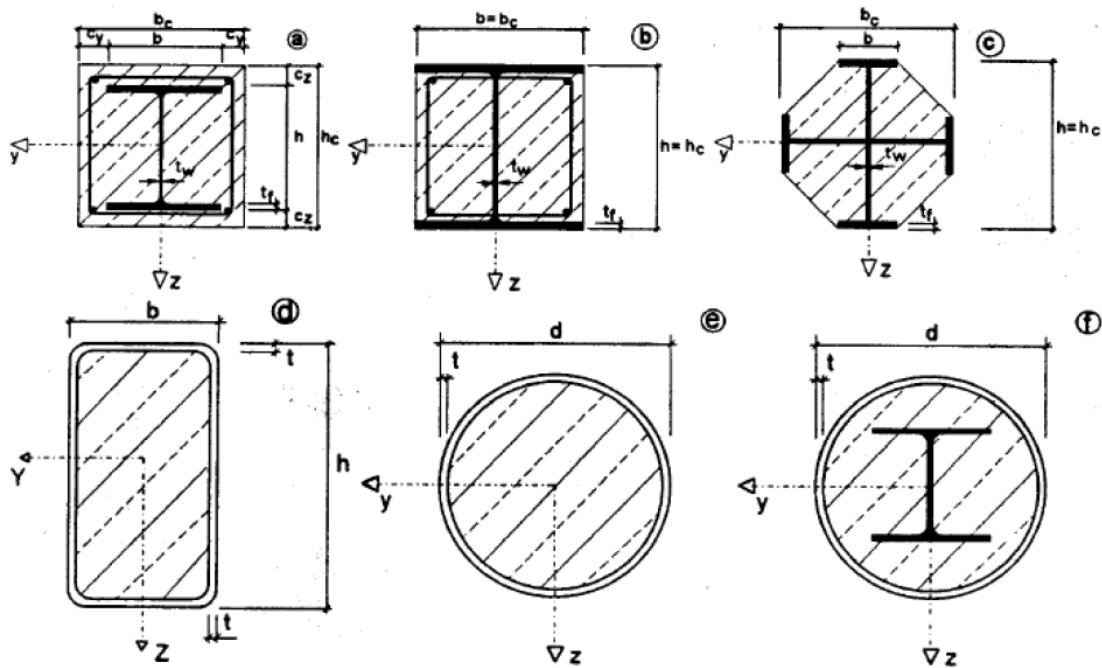
L'adhérence parfaite entre les deux matériaux a permis leur emploi simultané, facilitant ainsi leur travail simultané tout en améliorant sensiblement les capacités des structures, cette bonne adhérence évite le glissement relatif entre les deux matériaux, et par conséquent, il est constaté que dans la zone de contact, leurs déformations ϵ_a pour l'acier et ϵ_b pour le béton sous l'effet d'une même charge, sont égales.

II.10.2 Différents types de poteaux mixte

Les poteaux mixtes sont classés en deux types principaux, les poteaux partiellement ou totalement enrobés de béton et les profils creux remplis de béton. La figure II.d représente différents types de poteaux mixtes.

a) Les poteaux partiellement enrobés de béton sont des profils en I ou H dont l'espace entre les semelles est rempli de béton. Dans les poteaux totalement enrobés de béton, les semelles et les âmes sont enrobées d'une épaisseur minimale de béton.

b) Les profils creux remplis de béton peuvent être circulaires ou rectangulaires. Le béton confiné à l'intérieur du profilé voit sa résistance en compression augmenter, la résistance en compression du poteau augmente également.



A_b : section de l'acier, A_s : section des armatures, A_c : section du béton.

FIGURE II.12 : Exemples typiques de sections transversales de poteaux mixtes

Les profilés creux, de forme circulaire ou rectangulaire, sont ceux qui procurent au béton un confinement que l'on qualifiera de confinement passif et non pas actif, ce confinement sera lié à la fissuration du béton, et il croît proportionnellement à cette dernière. Le confinement du béton par des armatures transversales a permis à ce dernier d'occuper une place importante dans la construction, de plus, cette nette amélioration de son comportement a conduit à l'intensification des recherches afin de montrer la grande capacité de ce matériau lorsqu'il est soumis à des contraintes dues au confinement.

Le confinement actif est dû à la soumission du noyau de béton à une pression hydrostatique contrôlée, qui en réalité est définie comme une précontrainte transversale avant son chargement, contrairement au confinement passif qui est lié à la contrainte longitudinale qui apparaît dans le béton.

Lors de ces recherches, il a été prouvé que le confinement du noyau de béton par une section circulaire était le plus efficace, rendant ce dernier plus résistant et plus ductile (Tomii, M. et al (1979) ; Hajjar, J.F. and Gourley, B.C. (1996)].

La Figure II.13 illustre le confinement dans des profilés rectangulaire et circulaire. Par ailleurs, pour les deux types de poteaux, la résistance vis-à-vis du feu peut être fortement augmentée par rapport à celle des poteaux en acier.[l'Eurocode 4]

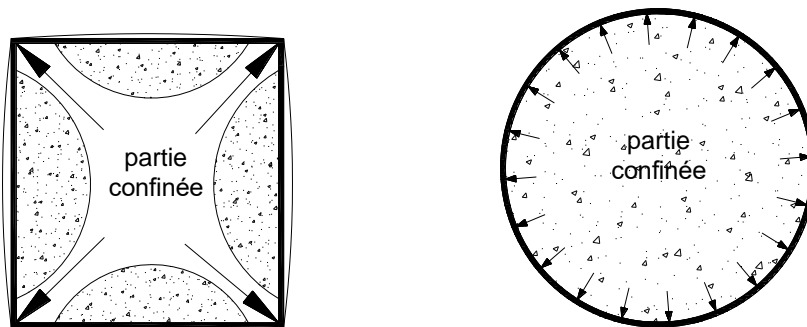


FIGURE.II.13 Schéma de confinement dans des profilés rectangulaire et circulaire.

II.11 LE BETON

Le béton est défini par sa résistance à la compression Eurocode 2. Nous nous intéressons donc uniquement aux caractéristiques mécaniques du béton puisque ce sont elles qui déterminent sa résistance. La relation contrainte-déformation conventionnelle est définie comme suit :

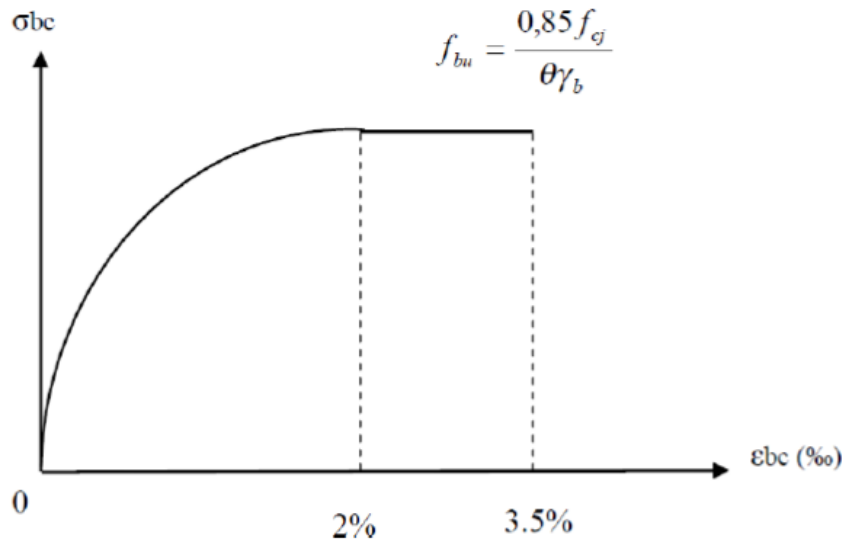


Figure II.14 Diagramme parabolique conventionnel

Le matériau béton possède une bonne résistance en compression, cependant il est très fragile lorsqu'il est soumis à la traction, sa déformation ultime n'étant que de 3,5‰. Le module d'élasticité E du béton est une caractéristique présentant une dispersion non négligeable, qui dépend essentiellement de la résistance à la compression sur cylindre. Les propriétés du béton varient cependant au cours du temps. Le fluage et le retrait sont les principaux phénomènes qui influencent le comportement du béton.

Généralement, la rupture du béton se produit suite à la propagation des fissures, qui au final, entraîne sa ruine, dès que sa contrainte maximale, correspondant à une déformation de 2‰, est atteinte, ce qui entraîne une rupture irréversible, incontrôlable due à sa désintégration (Fig. II.15).

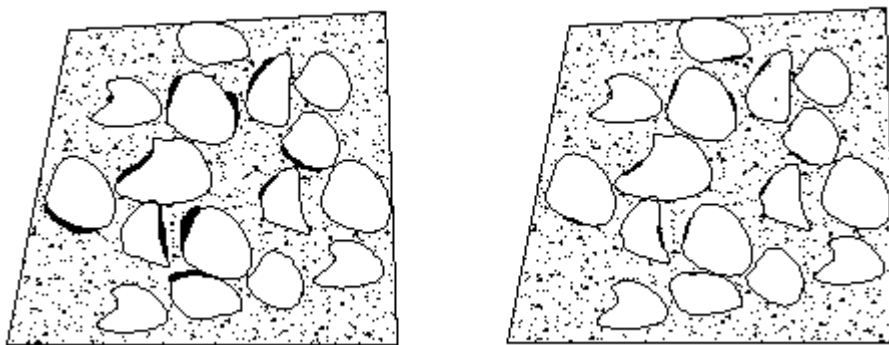


FIGURE II.15 Schéma de l'évolution de la microfissuration dans le béton.

On peut représenter cette tendance par la loi de comportement du béton en compression (Fig. II.16).

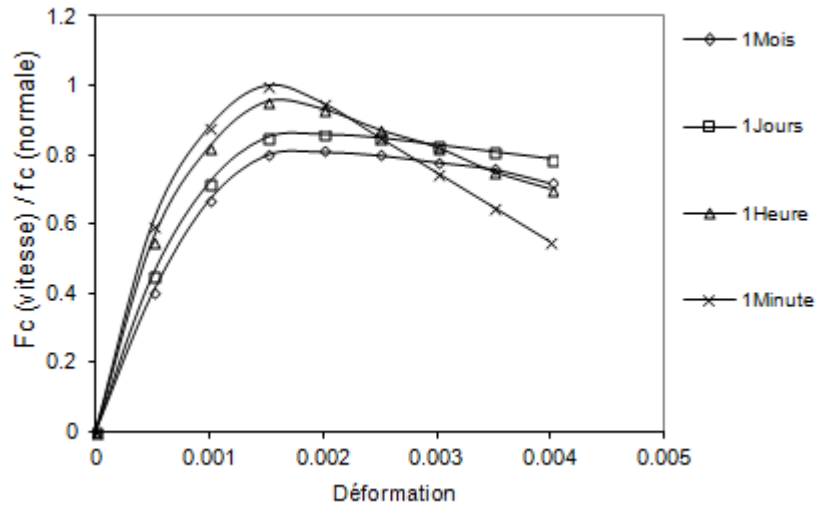


FIGURE II. 16 Loi de comportement du béton en fonction du temps

Lorsque ce palier de 2‰ est atteint, c'est le début de l'endommagement du matériau, cet état est considéré dans le cas pratique, uniquement pour un béton soumis à la flexion, pour lequel il est dans une phase de redistribution de contraintes (Fig. II.17), c'est le début de la plasticité, de ce fait en déformation irréversible.



FIGURE II.17 Propagation de la fissuration dans le béton

L'utilisation d'un béton seul dans la construction est donc prohibée, car ce dernier se rompt de manière fragile, incontrôlable et irréversible, de ce fait, introduire des armatures a été une garantie vis-à-vis de ces ruptures fragiles.

II.11.1 Le matériau béton armé fretté

En effet, nous savons que le béton est un matériau qui possède une très bonne résistance à la compression, cependant, lorsqu'il est soumis à des efforts de traction il ne résiste plus, subissant ainsi des fissurations prématurées qui le fragilisent. Cette fragilité a pour conséquence son mauvais comportement en cas de séisme, car aucune absorption par déformation plastique, ne peut être envisagée dans ce cas.

C'est donc une armature circulaire ou en spirale, dans le béton armé, destinée à éviter le gonflement du béton. Les armatures longitudinales noyées dans le noyau de béton fretté forment avec les frettes un réseau orthogonal qui multiplie les points d'appui donnés au noyau du béton pour empêcher son gonflement transversal.

L'ajout d'armatures au béton contribue à la reprise des efforts de traction, donnant ainsi lieu à un nouveau type de matériau, nettement plus performant en termes de résistance, sans toutefois atténuer complètement sa fragilité. Il a donc fallu, introduire d'autres types d'armatures afin d'augmenter sa capacité de dissiper l'énergie.

Cependant, le comportement du béton armé reste limité en cas de séisme, et sa rupture est quasi-totale, ce constat a été fait au cours des différents séismes qui se sont produits (Fig. II. 18).



FIGURE II. 18 Rupture d'une colonne en béton armé lors d'un séisme

II.12 Conclusion

Afin d'augmenter sa ductilité, et rendre son comportement vis à vis du séisme plus compétitif, souvent des armatures transversales sont ajoutées au béton, tout en respectant des conditions constructives parfois difficiles à mettre en place, pour parer à ces difficultés l'utilisation de tubes en acier comme enveloppe a été préconisée [Sakino, K. and Sun, Y. 1994]. Ce procédé joue un rôle prépondérant, augmentant ainsi la ductilité et la résistance du béton, tout en empêchant la propagation des fissures, qui est la principale cause de l'endommagement du béton ,cependant, le paramètre essentiel qui permet de comprendre le comportement de ce type d'éléments ,est l'interaction entre le noyau de béton et le tube métallique qui l'enveloppe. En effet, le confinement du béton par le tube en acier reste ,à ce jour un phénomène très complexe, car les déformations transversales du béton sont empêchées.

CHAPITRE III :

*Approche analytique du comportement
des CFST*

III.1 INTRODUCTION

Pendant longtemps, le recours au procédé de construction employant des profilés creux remplis de béton était fréquent, cependant, la couronne d'acier enveloppant le béton, servait principalement de coffrage n'ayant pas d'influence sur la résistance, et le béton avait le rôle de protecteur de l'acier vis-à-vis de la corrosion, et une bonne résistance au feu.

III.2 ETAT DE L'ART

La mise en place de cette technique de construction doit sa naissance au début du siècle dernier, à J.SEWELL en 1902, qui fut relayé en 1912 par BURR. Ces auteurs avaient remarqué, que la résistance à la rupture de ce type d'éléments augmentait de manière significative, néanmoins, ils n'ont pu expliquer ce phénomène par ignorance de l'effet du confinement sur le béton. Pour plus de prudence ces CFST étaient calculés comme des éléments simples en cumulant uniquement les résistances du tube d'acier et du noyau de béton. Ainsi l'équation suivante était utilisée:

$$N_u = N_c + N_t \quad (\text{III.1})$$

Avec : N_c : résistance du noyau de béton

N_t : résistance du tube métallique

D'autres travaux de recherches s'en suivirent, nous citerons entre autres ceux de Kloppel et Goder en 1957 dont l'investigation a porté sur les éléments élancés. Leur analyse sur l'effet du fluage a montré que ce dernier n'influait pas la résistance ultime de ces CFST.

Gardner et Jacobson, en 1967 ont analysé ces CFST expérimentalement et théoriquement pour des éléments de faible élancement ainsi que pour des éléments élancés. Pour expliquer le phénomène de confinement ils ont émis l'hypothèse que le coefficient de poisson du béton croît de 0,20 à 0,60 pour des contraintes importantes suite à sa non linéarité. Ils ont traité le confinement du béton avec un effet d'augmentation de la contrainte longitudinale du béton, sans pour autant traiter du taux de contrainte régnant au niveau du tube d'acier.

Neogi et al, en 1969 quant à eux, ont analysé des CFST numériquement et expérimentalement et ont trouvé une bonne corrélation entre la théorie et l'expérience. L'effet du confinement n'a pas été traité étant donné qu'il est très faible pour des éléments d'élancement supérieur à 15. Ils ont toutefois remarqué qu'il y a une amélioration de la résistance suite au confinement du béton dans le cas d'éléments faiblement élancés, ils ont

également analysé l'effet du rapport t/d sur le comportement des CFST et ont constaté que l'effet du confinement est une fonction croissante de ce rapport.

Knowles et Park, en 1970, par la suite, ont pris en compte les paramètres qui influencent le confinement radial du béton qui ne peut être effectif que si l'élancement est faible. Pour des éléments élancés le phénomène de flambement apparaît en phase élastique. Aucune interaction entre le tube d'acier et le noyau de béton n'apparaît dans cette phase.

Quelques années plus tard, O'Shea et Bridge, en 1996 ont testé des CFST de faible épaisseur avec des rapports d/t compris entre 55 et 200. Ils ont chargé le tube d'acier seul et le noyau de béton seul puis les deux en même temps. Ils ont comparé leurs résultats aux standards existants et ont remarqué que pour les tubes minces le béton a un faible effet sur le voilement local. Toute fois le confinement est très important lorsque la charge est appliquée uniquement sur le noyau de béton. Lorsqu'ils ont utilisé un béton de haute performance avec une résistance $f_c=120\text{MPa}$ un effet de confinement négligeable a été constaté dans ce cas. Ils ont trouvé deux mode de rupture possible : soit par voilement local soit par écrasement. Une comparaison avec l'Eurocode 4 a été faite ce qui a permis de constater que ce dernier pouvait être appliqué pour le calcul de l'estimation de la résistance de ces éléments CFST.

Lahlou, en 1997 analysa des colonnes en béton à haute performance confiné dans des enveloppes minces chargées différemment (Fig III.1). Dans le premier type de chargement l'effort est appliqué sur l'ensemble du composite. Pour le deuxième type il est appliqué sur le noyau de béton uniquement avec le noyau adhérent et non adhérent par l'interposition d'une couche de graisse entre le tube métallique et le noyau de béton.

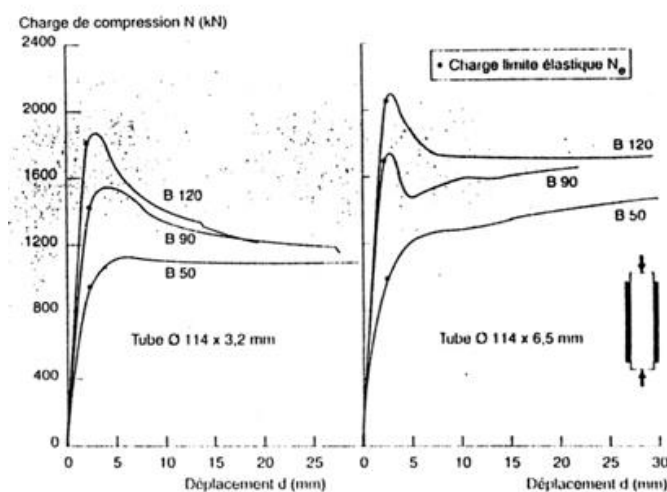


Figure.III.1 : Relation charge déplacement béton confiné dans un tube de K.Lahlou (1997).

Plus récemment, nombreux sont les chercheurs qui se sont intéressés à ce type de structures mixtes tels que [Georgios Giakoumelis , Dennis Lam(2003); Muhammad Naseem Baig, Jiansheng Fan ,and Jiango Nie Aussi, l'intérêt pour leurs performances et les avantages qu'ils procurent, s'est accru, depuis la fin des années 1990 ; En effet , il a été constaté que l'interaction entre le noyau de béton confiné par le tube en acier de ces éléments composites définis aussi par (CFST) procurait à ce dernier une augmentation de la rigidité et de la résistance[Georgios Giakoumelis , Dennis Lam(2003); J. Zeghiche ,and K.Chaoui (2005); à savoir : une facilité d'exécution, une bonne ductilité, une durabilité des deux matériaux ainsi qu'un bon comportement au feu, ce qui était l'effet escompté à l'origine de leur élaboration ; En effet, le béton utilisé dans les CFST ne nécessite pas de coffrage ni armatures, et sa surface externe est protégée contre toute agression externe, le flambage local de la paroi en acier, dû à l'épaisseur relativement faible de la paroi, est retardé parce qu'il peut se produire dans le béton qui ne peut se déformer que vers l'extérieur. Dès lors, plusieurs études expérimentales et analytiques ont été conduites à travers le monde. Au cours des dernières décennies Bien que ce type de colonnes puisse convenir aux immeubles de grande hauteur dans les régions à forte sismicité, leur utilisation a été limitée en raison d'un manque d'informations sur la véritable résistance et le comportement non linéaire des éléments les composant, à savoir le tube en acier et le béton dont il est rempli. En effet, plusieurs auteurs se sont intéressés à ce type de structures mixtes de forme circulaire dont Zhong Tao et al (2011), B.Kebaili(2012) ,X.Dai,D.Lam(2013) et Tusshar Goel &Aditya Kumar Tiwary(2018) tandis que d'autres se sont intéressés à des tubes en acier de formes différentes (rectangulaires,ovales...) à l'instar de Hsuan-The Hu& al((2003), Muhammad Naseem Baig , Jiansheng Fan and Jiango Nie (2006) ;N.Jamaluddin ,D.Lam and D.Ye (2009) ; X.Dai,D.Lam. (2010) ;Fang, C.et al (2013) .

La méthode des éléments finis est devenue, au fil des années, de plus en plus populaire pour le calcul des structures grâce à l'existence de logiciels disponibles dans le commerce, tels que ABAQUS , ANSYS et plusieurs autres . L'analyse par éléments finis des colonnes remplies de béton permet la modélisation directe de l'action composite entre les matériaux acier et béton, et différents facteurs, tels que les imperfections locales et globales ainsi que les conditions aux limites, peuvent être considérés, de manière plus précise. Toutes ces investigations ont conduit à l'élaboration de différents règlements relatifs à différents pays tels que l'Australie, la Chine, le Japon, les USA (ACI) et les pays Européens (Eurocode);

Toutes ces études expérimentales et numériques sont menées depuis près de quatre décennies, en effet le calcul numérique est largement requis pour la modélisation des structures, et la Méthode des Eléments Finis est la plus utilisée pour la modélisation de tous types de structures, et plus récemment, nombreux sont les auteurs qui continuent à s'intéresser jusqu'à ce jour à ce type de structure composite en adoptant des approches différentes de celles qui ont été préconisées auparavant et notamment le type de composite auquel nous nous intéressons, à savoir, les tubes en acier remplis de béton ou CFST et ceci à l'aide de programmes de calcul tels que ABAQUS [Tusshar Goel & Aditya Kumar Tiwary (2018)]; [Slavomir Kedziora, and Muhammad Anwaar (2019)]; [Boursas, F (2021)] réduisant ainsi considérablement le temps de calcul, et entraînant de surcroît une baisse considérable du coût de ces recherches, qui nécessitaient auparavant des expérimentations en laboratoire très onéreuses.

III.3 ASPECT THEORIQUE ET COMPORTEMENT DES COLONNES MIXTES

Les avantages des éléments en acier sont principalement la résistance à la traction et la ductilité élevées, tandis que ceux des éléments en béton sont la résistance à la compression et la rigidité qui sont également importantes; c'est pourquoi l'association de ces deux matériaux (acier et béton), sous forme de structure composite procure à cette dernière une combinaison optimale de leurs qualités respectives. L'utilisation de tubes en acier remplis de béton a débuté au siècle dernier, ce type de structures mixtes était utilisé en premier lieu pour protéger les sections métalliques contre les effets néfastes du feu, compte tenu de leur faible résistance, mais au fil du temps, les chercheurs ont remarqué que ce type d'éléments présentait des avantages qui n'avaient pas été pris en compte au début de leur utilisation à partir des années 1960; quelques années plus tard, une étude détaillée effectuée par Tomii sur 268 poteaux composites (CFST) (Concrete Filled Steel Tube) a mis en évidence deux modes de rupture qui ont été observés au cours des essais, à savoir le voilement global pour les poteaux élancés et l'écrasement du béton accompagné d'un voilement local du tube en acier pour les poteaux courts. En effet, nombreux sont les chercheurs qui se sont intéressés à ce type de structures mixtes tels que [Georgios Giakoumelis, Dennis Lam (2003); Muhammad Naseem Baig, Jiansheng Fan, and Jiango Nie (2006)]. Aussi, l'intérêt pour leurs performances et les avantages qu'ils procurent, s'est accru, depuis la fin des années 1990; En effet, il a été constaté que l'interaction entre le noyau de béton confiné par le tube en acier de ces éléments composites définis aussi par (CFST) procurait à ce dernier une augmentation de la rigidité et de la résistance [Georgios Giakoumelis, Dennis Lam (2003); J. Zeghiche, and K. Chaoui (2005)]; à savoir: une facilité d'exécution, une bonne ductilité, une durabilité des deux

matériaux ainsi qu'un bon comportement au feu, ce qui était l'effet escompté à l'origine de leur élaboration ; En effet, le béton utilisé dans les CFST ne nécessite pas de coffrage ni armatures, et sa surface externe est protégée contre toute agression externe, le flambage local de la paroi en acier, dû à l'épaisseur relativement faible de la paroi, est retardé parce qu'il peut se produire dans le béton qui ne peut se déformer que vers l'extérieur.

Afin de décrire, de manière plus ou moins exacte, le comportement en analyse non linéaire d'un élément ou d'une structure, lié au passage d'un état élastique à un état élasto-plastique, il est nécessaire d'étudier ces phénomènes du point de vue théorique. En effet, différentes courbes « contraintes-déformations » ($\sigma - \epsilon$) représentatives du comportement des modèles préconisés par bon nombre de chercheurs ont été utilisées pour le matériau acier.

Pour le matériau de remplissage qui est le béton, nous nous basons sur les recommandations de l'Eurocode 4 ainsi que celles proposées par Mander et al (1988) afin de décrire le comportement du béton confiné.

La relation contrainte-déformation du béton non-confiné est indiquée dans la (Fig.III.3), où f_{ck} est la résistance cylindrique en compression du béton ($f_{ck} = 0.8f_{ck,cub}$ et $f_{ck,cub}$ est la résistance cubique en compression du béton).

ϵ_{ck} est la déformation correspondant à f_{ck} ; pour le béton non-confiné, ϵ_{ck} peut être pris égal à 0,002 selon EC4. La relation contrainte-déformation du béton confiné peut être déduite des paramètres caractéristiques du béton non confiné avec des conditions de confinement. La courbe contrainte-déformation du béton confiné est représentée sur la (Fig.III.2). Pour le béton confiné par des sections de tubes d'acier circulaires, la résistance maximale f_{cc} et la déformation ϵ_{cc} correspondante ont été proposées par Mander et al. (1988) et ont été validées par Ellobody et al.(2006).

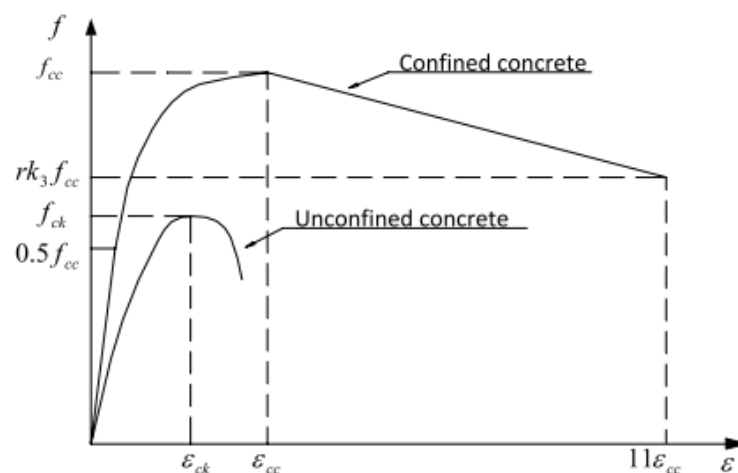


Figure III.2 Courbes contraintes-déformation du béton confiné et non confiné par des sections circulaires creuses

Afin de simuler le comportement en compression axiale de sections tubulaires en acier remplies de béton avec des sections circulaires et d'après les études de Richart et al. les formules de calcul sont les suivantes :

$$f_{cc} = f_{ck} + k_1 f_l \quad \text{III.2}$$

$$\varepsilon_{cc} = \varepsilon_{ck} \left(1 + k_2 \frac{f_l}{f_{ck}} \right) \quad \text{III.3}$$

pour lesquelles les valeurs de k_1 et k_2 sont respectivement de 4,1 et de 20,5.

Pour les poteaux circulaires en acier remplis de béton,[B. Kebaili (2012)] a proposé que les valeurs de f_l soient déterminées par la relation suivante :

$$f_l = 2 \times t/D \times (0.578 \times f_y) \quad \text{III.4}$$

pour $21.7 \leq D/t \leq 47$ et où :

D = diamètre extérieur du tube en acier ;

t = épaisseur du tube ;

f_y =la limite d'élasticité de la section en acier.

La courbe contrainte-déformation du béton confiné, comme le montre la figure (3), est exprimée en trois parties.

La première partie définit la propriété linéaire du béton confiné et la contrainte limite proportionnelle peut être supposée être égale à $0.5f_{cc}$. Le module d'Young initial du béton confiné est calculé à partir de la formulation empirique donnée par l'EC4 et calculée à partir de la formule $E_{cc} = 22000(f_{cc}/10)^{0.3}$. (III.5)

Le coefficient de Poisson du béton confiné a pour valeur (0.2).

La deuxième partie de la courbe contrainte-déformation décrit la partie non linéaire, avant que le béton n'atteigne sa résistance maximale, à partir de la contrainte limite proportionnelle $0.5f_{cc}$ jusqu'à la résistance maximum du béton confiné f_{cc} . Cette partie est donnée comme suit :

$$f = \frac{E_{cc}\varepsilon}{1+(R+R_E-2)\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{cc}}\right)-(2R-1)\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{cc}}\right)^2+R\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{cc}}\right)^3} \quad \text{(III.6)}$$

où

$$R_E = \frac{E_{cc}\varepsilon_{cc}}{f_{cc}} \quad \text{(III.7)}$$

$$R = \frac{R_E(R_\sigma-1)}{(R_E-1)^2} - \frac{1}{R_E} \quad \text{(III.8)}$$

avec $R_\sigma = R_\varepsilon = 4$.

La troisième partie de la courbe commence à partir de la résistance maximale du béton confiné f_{cc} et se termine à la valeur ultime de la résistance $f_u = rk_3f_{cc}$ à laquelle correspond une valeur ultime de la déformation $\varepsilon_u = 11\varepsilon_{cc}$. Pour les sections de tubes circulaires en acier remplis de béton avec $21.7 \leq D/t \leq 150$, Hu et al (2003) ont proposé les valeurs suivantes du paramètre k_3 :

$$k_3 = 1 \quad \text{pour } 21.7 \leq D/t \leq 40$$

$$k_3 = 0.0000339(D/t)^2 - 0.0100085(D/t + 1.3491) \quad (\text{III.9})$$

Pour $40 \leq (D/t \leq 150)$.

Sur la base des études expérimentales menées par Giakoumelis et Lam en 2004, Ellobody et al (2006) suggèrent que le paramètre r peut être pris égal à 1.0 pour le béton avec une résistance cubique de 30 MPa et 0,5 pour le béton avec une résistance de 100 MPa, respectivement, et une interpolation linéaire peut être utilisée pour un béton avec une résistance à la compression cubique comprise entre 30 et 100 MPa.

III.4 Méthodes de calcul des colonnes mixtes

L'Eurocode 4 présente deux méthodes de dimensionnement :

Chacune des deux méthodes est basée sur les hypothèses classiques suivantes:

- Il y a une interaction totale entre la section en acier et la section de béton jusqu'à la ruine;
- Les imperfections géométriques et structurales sont prises en compte dans le calcul;
- Les sections planes restent planes lors de la déformation du poteau [Eurocode 4 -

Clause 4.8.3]

III.4.1 La méthode générale

Cette méthode impose la prise en compte des effets du second ordre au niveau local de l'élément ainsi que les imperfections, elle s'applique à tous types de poteaux, cependant, elle nécessite des outils de calcul numérique très performants ce qui, très souvent limite son utilisation.

III.4.2 La méthode simplifiée

Cette méthode fait appel aux courbes de flambement, données par les normes européennes [Eurocode4], concernant des poteaux en acier, en tenant compte implicitement des

imperfections qui affectent ces derniers. Cette méthode est limitée au calcul des poteaux mixtes de section uniforme sur toute la hauteur et de sections doublement symétriques. Selon l'Eurocode 4, l'effet du confinement n'est considéré que dans les profilés creux circulaires, aussi néglige-t-il l'effet de l'endommagement par fluage du béton. Deux approches sont alors proposées. La première concerne les profilés creux rectangulaires définis par l'équation de la détermination de la résistance suivante :

$$N_u = A_t \frac{f_y}{\gamma_s} + A_c \frac{f_c}{\gamma_c} + A_s \frac{f_y}{\gamma_s} \quad (\text{III.10})$$

N_u : Résistance ultime du composite.

A_t : Section transversale du tube métallique.

A_c : Section du noyau de béton

A_s : Section des aciers de renforcement s'il ya lieu

f_c : Contrainte caractéristique du béton

f_y : Contrainte caractéristique de l'acier

γ_s et γ_c : Coefficient de sécurité respectivement de l'acier et du béton

Ainsi, il est stipulé que pour les profilés creux rectangulaires, l'effet de confinement n'est pas pris en compte.

La seconde concerne les profilés creux circulaires où une autre formulation est proposée et qui tient compte du confinement puisqu'il est important. Cette approche a pour équation :

$$N_u = A_t \eta_a \frac{f_y}{\gamma_s} + A_c \frac{f_c}{\gamma_c} \left[1 + \eta_c \frac{t}{d} \frac{f_y}{f_c} \right] + A_s \frac{f_s}{\gamma_s} \quad (\text{III.11})$$

Où : η_a : Coefficient du taux de contrainte longitudinale.

η_c : Coefficient du taux de contrainte de confinement.

L'expression ci-dessus inclue la résistance longitudinale du béton ainsi que l'effet du confinement représenté par le second terme en fonction du rapport t/d , où t et d sont respectivement l'épaisseur et le diamètre du tube en métal.

Les colonnes mixtes présentent de nombreux avantages. Des sections transversales de mêmes dimensions extérieures peuvent reprendre différentes charges d'intensité très élevée, en modifiant uniquement les épaisseurs des sections en acier et la résistance du béton.

La figure II.3 montre des types de colonnes mixtes avec des épaisseurs différentes.

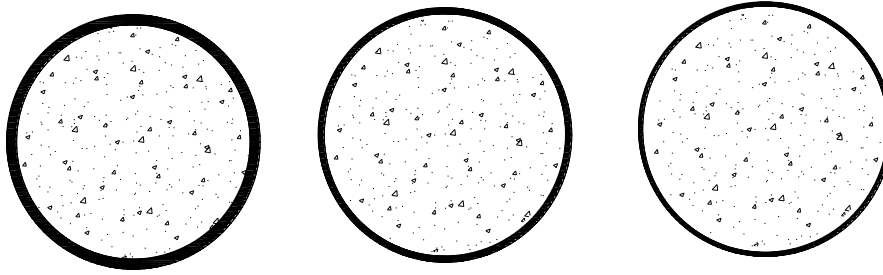


Figure III.3 Types de colonnes mixtes avec différentes épaisseurs.

L'un des avantages principaux des sections creuses remplies de béton est qu'il sert de coffrage perdu, permettant ainsi un gain de temps et un gain de coût considérables au cours de la conception de ce type d'ouvrages, de plus, l'enveloppe métallique augmente la résistance du béton de façon conséquente.

L'analyse des constructions avec ces éléments CFST a permis de déduire quelques aspects avantageux par rapport au béton armé traditionnel qui ressortent lors de l'emploi de cette technique comme :

- L'amélioration de la stabilité locale du tube au delà de sa limite élastique par la présence du noyau de béton suite à l'adhérence acier-béton.
- L'amélioration de la résistance et de la ductilité du béton par l'effet de confinement dont le tube assure un frettage total.
- La durabilité du béton, assurée par la protection du tube en acier.
- La protection intérieure de l'acier contre la corrosion par le béton.
- Le retrait et le fluage sont nettement réduits.
- Le rapport A_t/St , nettement supérieur par rapport au béton ordinaire pour un même pourcentage d'acier longitudinal.
- La plastification importante de l'acier, étant donné qu'il se situe à l'extérieur du noyau de béton.
- L'économie sur le coût de réalisation par l'absence de ferrailage traditionnel et du coffrage lors de l'exécution ainsi que la réduction du temps d'exécution.
- La contrainte critique de flambement plus élevée suite au remplissage du tube de béton lui conférant une rigidité plus importante.
- La grande ductilité permettant d'éviter le danger de rupture brusque et d'assurer un bon comportement sous l'effet des sollicitations sismiques.
- La bonne tenue aux chocs accidentels et très bonne absorption d'énergie.
- L'augmentation de la résistance au feu par la présence du noyau en béton.

III.4.3 Voilement local des parois des éléments structuraux en acier

Tout danger d'instabilité par voilement local des parois du tube en acier, est écarté grâce à la présence du béton à l'intérieur de celui-ci, si toutefois, l'épaisseur d'enrobage de béton est suffisante.

La présence du béton dans les profils totalement enrobés annule le danger d'instabilité par voilement local des parois en acier si l'épaisseur d'enrobage de béton est suffisante. Elle ne peut être inférieure au maximum des deux valeurs suivantes, à savoir 40 mm et 1/6 de la largeur b d'une semelle. Cet enrobage est prévu pour prévenir tout éclatement prématuré du béton et doit être armé transversalement. Pour les autres types de poteaux mixtes, poteaux partiellement enrobés et profils creux, les élancements des parois de la section en acier ne doivent pas dépasser les valeurs suivantes:

Pour les profils creux circulaires : $\frac{d}{t} \leq 90\varepsilon^2$

Pour les profils creux rectangulaires : $\frac{h}{t} \leq 52\varepsilon$

Pour les profils I partiellement enrobés : $\frac{b}{t} \leq 44\varepsilon$

$$\text{Avec : } \varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}} \quad (\text{III.12})$$

f_y : limite d'élasticité de l'acier en N/mm² ;

d : est le diamètre extérieur d'un profil creux rond en acier ;

h : la plus grande dimension hors tout de la section parallèle à un axe principal ;

t : l'épaisseur de la paroi d'un profil creux rempli de béton,

t_f et b épaisseurs et largeur hors tout de la semelle d'un profil en acier en I ou similaire.

III.4.4 Hypothèses et limitations de la méthode simplifiée

Toute méthode a ses limites, ce qui est le cas pour la méthode simplifiée, qui devra satisfaire aux hypothèses suivantes :

- a) le poteau possède une section constante et présente une double symétrie sur toute la hauteur du poteau ;
- b) Le rapport de contribution de l'acier δ est compris entre 0,2 et 0,9 ;

$$\delta = \frac{A_s \frac{f_y}{\gamma_a}}{N_{pl,Rd}} \quad (\text{III.13})$$

- c) L'élanement réduit $\bar{\lambda}$ du poteau ne dépasse pas la valeur 2,0
 d) Pour les profilés totalement enrobés, les épaisseurs d'enrobage de béton ne sont pas inférieures aux valeurs suivantes:

Dans le sens y, $40\text{mm} \leq c_y \leq 0.4b$;

Dans le sens z, $40\text{mm} \leq c_z \leq 0.3h$;

La section d'armature sera d'au moins 0.3%.

Cependant, il est permis d'utiliser une épaisseur d'enrobage plus importante (pour des raisons de résistance au feu), tout en ignorant ce supplément d'épaisseur lors du calcul;

- e) L'aire de la section transversale de l'armature longitudinale utilisée dans

Le calcul ne doit pas dépasser 4% de l'aire du béton, mais afin de résister au feu, il est parfois nécessaire d'inclure des sections d'armature plus importantes que celles indiquées ci-dessus dont on ne tiendra pas compte dans le calcul de la résistance.

III.4.4.1 Résistance des sections transversales aux charges axiales

La résistance des sections transversales vis-à-vis des charges axiales de compression est obtenue en additionnant les résistances plastiques de ses éléments constitutifs.

Pour les éléments enrobés de béton :

$$N_{pl.Rd} = A_a \cdot \frac{f_y}{\gamma_{Ma}} + A_c \cdot 0,85 \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c} + A_s \cdot \frac{f_{sk}}{\gamma_s} \quad (\text{III.14})$$

Pour les profils creux remplis de béton :

$$N_{pl.Rd} = A_a \cdot \frac{f_y}{\gamma_{Ma}} + A_c \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c} + A_s \cdot \frac{f_{sk}}{\gamma_s} \quad (\text{III.15})$$

A_a , A_c , et A_s sont les aires des sections transversales de l'acier de construction, du béton et de l'armature.

Pour les **profilés creux remplis de béton**, l'augmentation de la résistance du béton résultant du confinement est prise en compte en remplaçant le coefficient 0.85 fck par fck.

Pour les **profilés creux de sections circulaires remplis de béton**, une autre augmentation de résistance à la compression provient du freinage de la colonne de béton. Cette augmentation n'est effective que si le profilé creux est suffisamment rigide pour s'opposer au gonflement du béton comprimé, ceci étant dû au bon freinage du béton par le tube en acier.

Des résultats expérimentaux ont montré que cette augmentation n'est réelle que lorsque l'élanement réduit du profilé creux circulaire rempli de béton ne dépasse pas 0.5 et que le plus grand moment fléchissant admis calculé par la théorie du premier ordre, $M_{max,Sd}$ ne dépasse

pas $N_{sd} \cdot d/10$, où d représente le diamètre extérieur du poteau et N_{sd} l'effort de compression le sollicitant.

On peut alors calculer la résistance plastique à la compression par la relation:

$$N_{pl,Rd} = A_a \cdot \eta_a \cdot \frac{f_y}{\gamma_{Ma}} + A_c \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c} [1 + \eta_c \cdot \frac{t}{d} \cdot \frac{f_y}{f_{ck}}] + A_s \cdot \frac{f_{sk}}{\gamma_s} \quad (III.16)$$

Où t représente l'épaisseur de la paroi du profil creux en acier. Les coefficients η_1 et η_2 sont définis ci-après pour $0 < e \leq d / 10$.

L'excentrement de chargement e est défini comme $M_{max,Sd} / N_{sd}$

$$\eta_a = \eta_{a0} \cdot \left(1 - 10 \cdot \frac{e}{d}\right) \quad \eta_2 = \eta_{20} + (1 - \eta_{20}) \cdot 10 \cdot \frac{e}{d} \quad (III.17)$$

Pour $e > d/10$, $\eta_1 = 0$ et $\eta_2 = 1.0$, avec :

$$\eta_{10} = 4,9 - 18,5 \cdot \bar{\lambda} + 17 \cdot \bar{\lambda}^2 \quad (\geq 0) \quad (III.18)$$

$$\eta_{20} = 0,25 \cdot (3 + 2 \cdot \bar{\lambda}) \quad (\leq 1,0) \quad (III.19)$$

Où l'élancement réduit du poteau mixte doit satisfaire à $\bar{\lambda} \leq 0,5$

Les moments qui sollicitent le poteau réduisent la contrainte de compression moyenne dans ce dernier, favorisant ainsi l'effet du frettage. Les conditions sur l'excentricité e et sur l'élancement réduit traduisent cette restriction.

III.4.4.2 Elancement réduit

La charge élastique critique d'un poteau mixte, N_{cr} est calculée par la formule :

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 (E.I)_e}{l^2} \quad (III.20)$$

$(E.I)_e$ est la rigidité du poteau mixte, l est la longueur de flambement du poteau mixte qui, dans le cas où celui-ci est rigide et isolé peut, de manière sécuritaire, être prise égale à sa longueur d'épure L .

Pour les charges de courte durée, la rigidité élastique réelle de flexion de la section transversale d'un poteau de flexion, $(E.I)_e$, est donnée par l'équation suivante :

$$(EI)_e = E_a \cdot I_a + 0.8 \cdot E_{cd} \cdot I_c + E_s \cdot I_s \quad (III.21)$$

I_a , I_c et I_s sont les moments d'inertie de flexion pour le plan de flexion considéré de l'acier de construction, du béton (que l'on suppose non fissuré) et de l'armature, E_a et E_s les modules d'élasticité pour l'acier de construction et pour l'armature.

$E_{cd} = E_{cm} / \gamma_c$ est le module d'élasticité de calcul de la partie en béton.

E_{cm} est le module sécant du béton et $\gamma_x = 1.35$ est le coefficient de sécurité approprié, pour la rigidité du béton.

Pour les charges de longue durée, on doit tenir compte de leur influence sur la rigidité élastique réelle de flexion en remplaçant dans la formule ci dessus le module d'élasticité du béton E_{cd} par le facteur :

$$E_c = E_{cd} \cdot \left(1 - 0.5 \left(\frac{N_{G,sd}}{N_{sd}}\right)\right) \quad (\text{III.22})$$

$N_{G,sd}$ est la fraction de la charge axiale N_{sd} qui est permanente.

Cette correction de la formule n'est nécessaire que si l'élançement réduit dans le plan de flexion considéré dépasse les valeurs limites de 0.8 pour les profilés enrobés de béton et $(0.8 / (1 - \delta))$ pour les profilés creux remplis de béton et que si (e / d) est inférieur à 2.

A noter que pour calculer l'élançement réduit, il est nécessaire de connaître une première valeur de la rigidité E_c du poteau mixte. En vue de la comparaison avec les limites indiquées ci-dessus, il est permis de calculer sans tenir compte de l'influence des charges de longue durée sur la raideur de flexion.

III.5. CONCLUSION

Tous ces travaux nous ont poussés à nous intéresser à notre tour à ce type de structures composites (CFST) ,suite à leur utilisation en constante évolution, ainsi qu'à leur comportement intimement lié aux lois constitutive des matériaux utilisés selon les directives de l'Eurocode 4, Pour un tube en acier rempli de béton (CFST), sous compression axiale, le noyau de béton se dilate latéralement et est confiné par le tube en acier. Ce confinement serait de nature passive et pourrait augmenter la résistance et la ductilité du béton. Nous supposons que le béton confiné est dans un état de contrainte triaxiale [B.Kebaili 2013] et que l'acier est dans un état bi-axial après que l'interaction entre les deux composants se soit produite.

CHAPITRE IV :

*Etude numérique des structures
tubulaires en acier remplies de béton*

IV.1 INTRODUCTION

Plusieurs études expérimentales et analytiques ont été conduites à travers le monde. Au cours des dernières décennies, l'utilisation de la modélisation par éléments finis est devenue de plus en plus populaire pour la modélisation des colonnes CFST grâce à l'existence de logiciels disponibles dans le commerce, tels qu'ABAQUS et ANSYS ainsi que beaucoup d'autres codes de calcul. L'analyse par éléments finis permet la modélisation directe de l'action composite entre les composants en acier et en béton, et différents facteurs, tels que les imperfections locales et globales ainsi que les conditions aux limites, peuvent être considérés de manière plus précise.

L'analyse par éléments finis est une méthode qui est de plus en plus utilisée car elle permet de prendre en compte l'action composite à condition de disposer d'un modèle concret rationnel et précis permettant de décrire le comportement du béton sous confinement passif.

Dans ce chapitre nous nous intéressons à l'étude par éléments finis en analyse non linéaire des plaques et coques et volumiques par une application aux éléments tubulaires en acier remplis de béton. En nous basant sur les différentes lois de comportement de l'acier en plasticité (élasto-plasticité parfaite ; élasto-plasticité avec écrouissage multilinéaire et élasto-plasticité avec écrouissage proposée par plusieurs auteurs. Pour cela, nous avons étudié un certain nombre de tubes pour lesquels nous avons varié certaines caractéristiques géométriques et physiques afin de mettre en évidence le comportement et l'évolution des résultats obtenus au cours de nos simulations.

IV.2 PRESENTATION DU CODE DE CALCUL ABAQUS :

Le code de calcul ABAQUS est un code commercial généraliste. Il se distingue par son grand champ d'action qui varie de la thermomécanique à l'acoustique en passant par la mécanique des fluides. Nous avons utilisé la version 6.14 qui se compose de 3 modules différents que nous présentons succinctement ci-après.

IV.2.1 ABAQUS CAE.

Ce module permet de définir et de visualiser les différentes simulations que l'on effectue. Au début de la modélisation, les problèmes sont définis par des entités géométriques pour lesquelles les propriétés physiques doivent être précisées, de même que pour les différentes

étapes de calcul à savoir : les contacts, les chargements, les conditions initiales ainsi que les conditions aux limites. La phase suivante est celle de la discrétisation, dans laquelle les différentes entités, selon leur définition respectives, seront maillées ou non avec la définition des éléments. La phase ultime, qui permet d'effectuer les calculs, exige la synthèse d'un fichier d'analyse qui sera appelé par l'un des deux autres modules de calcul (STANDARD ou EXPLICIT).

IV.2.2 ABAQUS STANDARD :

Ce module représente le code de calcul implicite dédié aux calculs quasi-statiques, linéaires ou non, thermiques, acoustiques, L'algorithme de calcul se base sur des calculs itératifs visant à atteindre l'équilibre global du système à chaque incrément de temps.

IV.2.3 ABAQUS EXPLICIT :

Le module explicite est souvent utilisé pour les calculs dynamiques. Contrairement au code implicite, l'algorithme explicite n'est pas itératif. Cet algorithme se base sur un très grand nombre d'incrémentes très courts définis par la vitesse de propagation d'une onde élastique C_d . La notion de propagation d'onde présente l'avantage de limiter la résolution aux éléments atteints par l'onde ce qui présente une économie par rapport au code implicite (qui résout surtout le système à chaque incrément). Ceci lui confère la capacité de réaliser des calculs rapides. Le module explicite est toutefois confronté à deux difficultés qui sont la stabilité des calculs et les modes vibratoires.

IV.2.4 Présentation des différents types d'éléments sur ABAQUS

Comme tout code de calcul, ABAQUS dispose d'une multitude de types d'éléments qui diffèrent par leurs propriétés d'interpolation, de symétrie, et leurs propriétés physiques. Ainsi, le code propose des éléments à 3 dimensions (3D), à 2 dimensions (2D), des éléments linéaires (1D) et les connecteurs.. Le choix entre ces différentes dimensions dépend de la maîtrise du problème à simuler. Ce qui permet de tenir compte des symétries de géométrie, des chargements, des conditions aux limites et des propriétés des matériaux [Abaqus CAE.14.6].

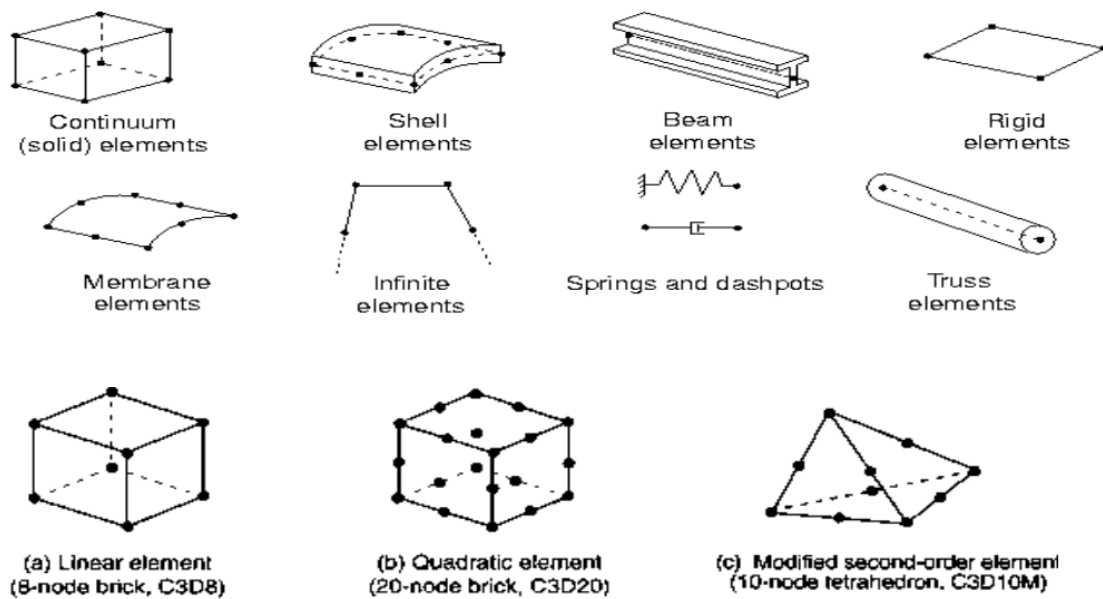


Figure IV.1 Différents types d'éléments disponibles dans la bibliothèque d'Abaqus

IV.3 MODELISATION DES COLONNES REMPLIES DE BETON PAR ELEMENTS FINIS

La méthode des éléments finis est une technique d'analyse numérique permettant d'obtenir des solutions approximatives à une grande variété de problèmes d'ingénierie. Le concept de base de l'analyse par éléments finis est le suivant : une structure est divisée en un nombre fini d'éléments ayant des dimensions finies et en réduisant la structure ayant des degrés de liberté infinis à des degrés de liberté finis [Ellobody E, Young B, Lam D, 2006]

Il ne fait aucun doute que les tests physiques à grande échelle permettent de mieux comprendre le comportement des éléments d'une structure, mais ces derniers sont coûteux et longs, et il est également fastidieux d'effectuer des études paramétriques approfondies exclusivement par des essais expérimentaux, ce qui encourage l'utilisation et le développement de la modélisation numérique dans les recherches d'ingénierie.

De nombreux modèles numériques [X.Dai, D.Lam, 2010) ; Zhong Tao et al, 2011); Tusshar Goel & Aditya Kumar Tiwary, 2018] ont été proposés pour prédire le comportement des tubes en acier remplis de béton suite à l'utilisation croissante de colonnes composites dans les bâtiments modernes.

L'utilisation de tubes en acier remplis de béton dans différents domaines de la construction devient une solution des plus attrayantes, elle permet non seulement une augmentation de la

capacité de charge, pour une section transversale réduite, mais également une économie et une rapidité de construction, et donc une réduction importante des coûts. De plus, l'utilisation de béton normal ou à haute résistance, confiné dans un tube en acier de forme circulaire peut améliorer sensiblement sa ductilité.

Les différentes expérimentations ont montré que les modes de rupture des tubes en acier remplis de béton sous charges axiales de compression sont caractérisés par un voilement localisé des sections creuses et la fissuration du béton, qui diffèrent des colonnes tubulaires remplies de béton minces sous compression axiale dont le mode de ruine (rupture) est généralement le flambage global car elles sont plus élancées. Ce constat nous amène à supposer que le comportement en compression axiale de colonnes courtes remplies de béton pourrait dépendre des propriétés matérielles des éléments constitutifs et de leurs actions combinées, ce qui nous a conduit à l'élaboration d'un modèle numérique pour différents tubes testés, issus d'une étude expérimentale menée par KEBAILI, 2013 au laboratoire de génie civil (T1C1.....T3C3 où T représente le tube en acier et C le béton dont il est rempli KEBAILI, 2012), dont la modélisation numérique a été menée à l'aide du code de calcul par éléments finis Abaqus. Les caractéristiques géométriques et mécaniques des tubes en acier remplis de béton sont présentées dans le (tableau IV.1). Un coefficient de Poisson égal à 0.2 a été adopté pour le béton et de 0.3 pour l'acier.

Les trois tubes en acier sont de classe 1 selon les instructions de l'Eurocode 3 EN 1998-1-1, pour lesquels trois lois de comportement ont été utilisées à savoir: comportement élasto plastique parfait, comportement élasto plastique avec écrouissage multilinéaire et un comportement élasto plastique avec écrouissage propose par [Tao et al, 2011].

Tableau IV.1: Caractéristiques géométriques et mécaniques des tubes en acier remplis de béton étudiés

Modèles	D (mm)	t (mm)	D/t	H/D	f_e (MPa)	f_c (MPa)
T1C1	70	3	22,33	3	240	15
T1C2	70	3	22,33	3	310	25
T1C3	70	3	22,33	3	310	32
T2C1	87	2,5	33,80	3	240	15
T2C2	87	2,5	33,80	3	310	25
T2C3	87	2,5	33,80	3	310	32
T3C1	105	2,5	41,00	3	240	15
T3C2	105	2,5	41,00	3	310	25
T3C3	105	2,5	41,00	3	310	32

L'analyse à mener consiste à faire une comparaison entre les éléments coque et solide utilisés pour la modélisation du tube en acier, ce qui nous a conduit aux étapes suivantes :

1^{ière} étape : analyse des tubes vides : il s'agit de faire une première approche pour avoir une idée sur le mode de ruine et aussi un élément de référence par rapport au tube rempli de béton;

2^{ème} étape : l'analyse des tubes remplis de béton dont le tube en acier est modélisé par un élément solide, et un élément coque, afin de comparer leur comportement et leur mode de ruine respectifs et par rapport au tube vide.

IV.4 LOIS DE COMPORTEMENT DE L'ACIER UTILISE POUR LES CFST

la première courbe est celle de l'acier à comportement élasto-plastique parfait représentée par la (fig.V.2-a) [Boursas, 2021] , dans ce cas, l'écroutissement du matériau est négligé dans le but de simplifier la résolution analytique des problèmes inhérents à la plasticité des matériaux, où E_s est le module d'élasticité de l'acier utilisé. La seconde courbe représente le comportement élasto-plastique

avec écouissage multilinéaire, qui prend en compte l'écrouissage du matériau qui est dû à la ductilité de ce dernier et par conséquent se rapproche plus de la réalité (fig.V.2-b).

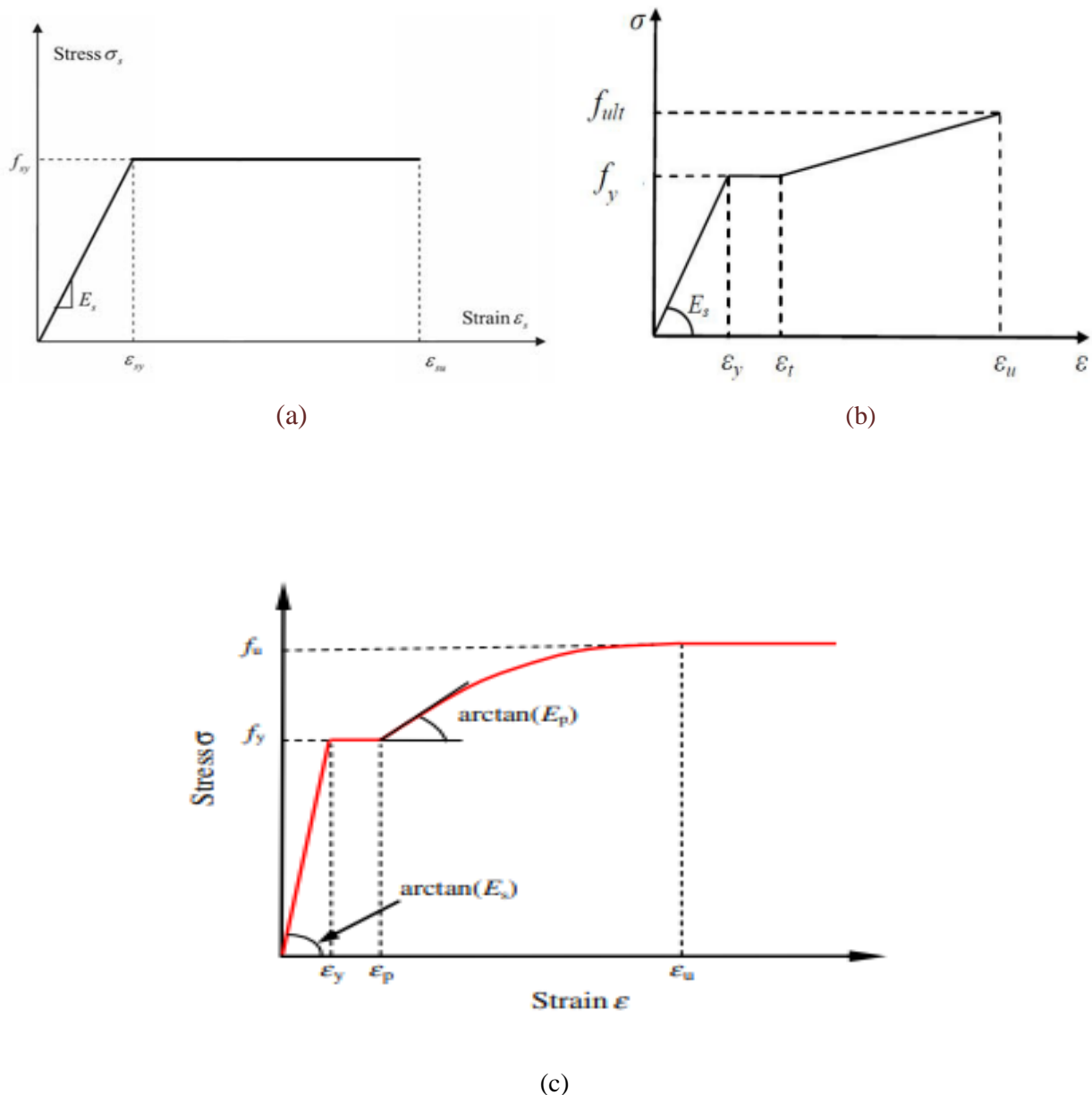


Figure IV.2 Courbes contrainte- déformation pour l'acier : (a) Élasto-plastique parfait, (b) Élasto-plastique avec écouissage multilinéaire et (c) le modèle proposé par Tao et al,

Par contre, la troisième courbe représente une loi de comportement proposée par [Tao et al. 2011] (Figure IV.2-c) pour un acier de construction.

La courbe $\sigma - \epsilon$, a été tracée pour des valeurs de f_y variant de 200 MPa à 800 MPa, elle a été utilisée pour simuler le comportement de l'acier pour des colonnes circulaires remplies de béton(CFST) dont les contraintes et les déformations sont calculées comme suit:

$$\sigma = \begin{cases} E_s \varepsilon & 0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_y \\ f_y & \varepsilon_y \leq \varepsilon < \varepsilon_p \\ f_u - (f_u - f_y) \cdot \left(\frac{\varepsilon_u - \varepsilon}{\varepsilon_u - \varepsilon_p} \right)^p & \varepsilon_{py} \leq \varepsilon < \varepsilon_u \\ f_u & \varepsilon \geq \varepsilon_u \end{cases} \quad (IV.1)$$

dans laquelle f_u est la résistance ultime, ε_y est la déformation élastique, $\varepsilon_y = f_y/E_s$; ε_p est la déformation ultime correspondant à la résistance ultime, p est l'exposant de déformation par écrouissage, qui peut être déterminé par

$$p = E_p \cdot \left(\frac{\varepsilon_u - \varepsilon_p}{f_u - f_y} \right) \quad (IV.2)$$

où E_p est le module d'élasticité initial au début de l'écrouissage et peut être pris égal à $0.02E_s$ ε_p et ε_u sont déterminés en utilisant les équations ci-dessous.

$$\varepsilon_p = \begin{cases} 15\varepsilon_y & f_y \leq 300MPa \\ [15 - 0.018(f_y - 300)]\varepsilon_y & 300MPa < f_y \leq 800MPa \end{cases} \quad (IV.3)$$

$$\varepsilon_u = \begin{cases} 100\varepsilon_y & f_y \leq 300MPa \\ [100 - 0.15(f_y - 300)]\varepsilon_y & 300MPa < f_y \leq 800MPa \end{cases} \quad (IV.4)$$

Dans la figure (III.2), seulement trois paramètres, à savoir la résistance (f_y), la résistance ultime (f_u) et le module d'élasticité (E_s), sont requis pour déterminer la courbe contrainte-déformation complète. La valeur de E_s est égale à 210 000 MPa pour le modèle développé dans ce qui suit. De même, l'équation suivante proposée par Tao et al, a été utilisée pour déterminer f_u à partir de f_y .

$$f_u = \begin{cases} [1.6 - 2 \times 10^{-3}(f_y - 200)]f_y & 200MPa \leq f_y \leq 400MPa \\ [1.2 - 3.75 \times 10^{-4}(f_y - 400)]f_y & 400MPa < f_y \leq 800MPa. \end{cases} \quad (IV.5)$$

IV.5 MODELISATION DES TUBES REMPLIS DE BETON SOUS CHARGEMENT AXIAL .

IV.5 .1 Analyse des tubes vides

L'analyse des tubes vides vise à effectuer une première évaluation pour comprendre le mode de défaillance, tout en fournissant également une référence par rapport aux tubes remplis de béton.

Cette analyse a été effectuée sur les trois tubes T1,T2 et T3 définis dans le tableau IV.1 (avec $f_e = 240$ MPa) qui ont été modélisés à l'aide de l'élément linéaire en briques à 8 nœuds et intégration réduite "C3D8R" disponible dans la bibliothèque Abaqus, Pour le modèle

Elément Fini, une plaque rigide en contact avec la partie inférieure du tube en acier, est fixée dans les six directions ($U_x=U_y=U_z=0, \theta_x = \theta_y = \theta_z = 0$) et une au sommet du tube est fixée dans cinq directions, hormis celle du déplacement vertical ($U_x=U_y= 0, \theta_x = \theta_y = \theta_z = 0$). Les modèles sont sollicités par un chargement axial centre de compression représenté par un déplacement imposé appliqué au centre de la plaque rigide supérieure (déplacement imposé U_z).

la figure IV .3 représente les modes de ruine par EF des tubes en acier vides ($f_e = 240$ MPa) sous compression axiale en état élasto-plastique avec écrouissage multilinéaire (tubes T1, T2 et T3 pour lesquels une instabilité apparaît dans les trois tubes avec un cloquage important sur la périphérie du tube T1 (tube le plus court) qui s'accroît jusqu'au milieu de ce dernier , par contre nous n'observons aucun voilement à sa partie inférieure.

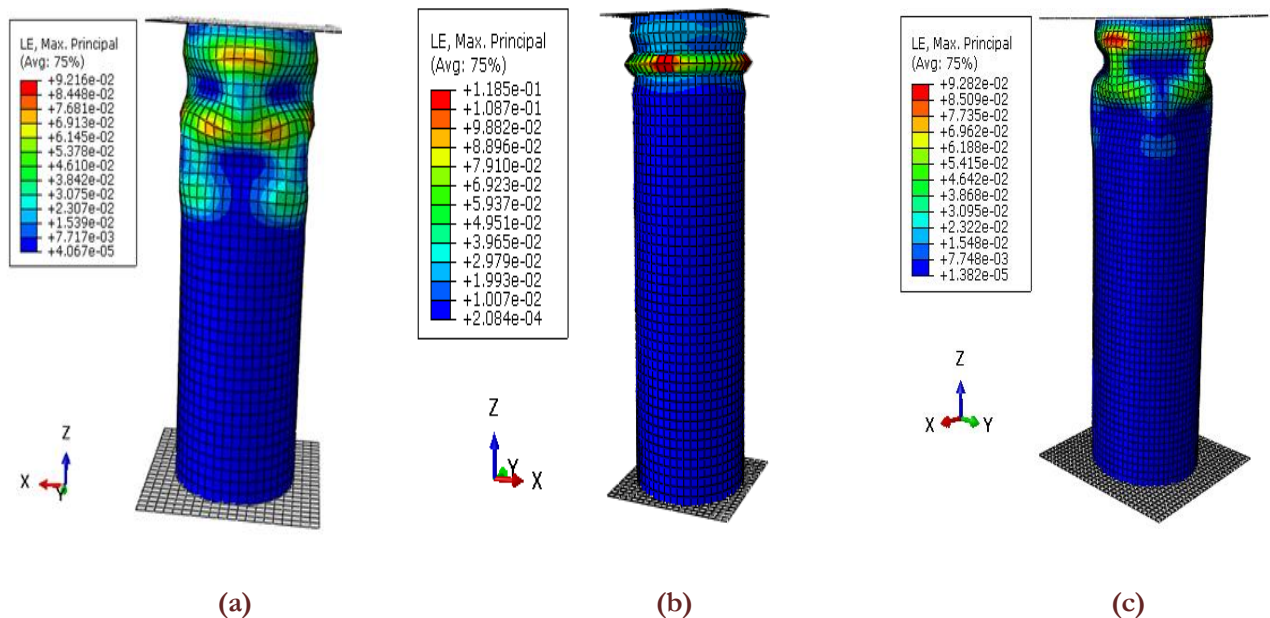


Figure IV.3 Les modes de ruine par EF des tubes en acier vides ($f_e = 240$ MPa) en état élasto-plastique avec écrouissage multilinéaire : (a)Tube T1, (b)Tube T2, (c) Tube T3

IV.5 .2 Analyse des tubes remplis de béton (Elément solide pour le tube en acier)

Au vu de ce qui a été publié à ce jour, nous avons modélisé, dans un premier temps, à l'aide du code de calcul Abaqus, les différentes colonnes composites citées ci-dessus, par des éléments finis de type solide pour le tube en acier ainsi que le béton qu'il contient.

Ces tubes courts, remplis de béton, sont soumis à un chargement axial en compression, ce qui conduit à une déformation dominante de compression dans le noyau de béton sans rotation. De ce fait un élément solide tridimensionnel à 8 nœuds serait le type d'élément le plus adéquat

à utiliser pour refléter les caractéristiques de déformation du béton. [Abaqus, X Dai et lam, 2010].

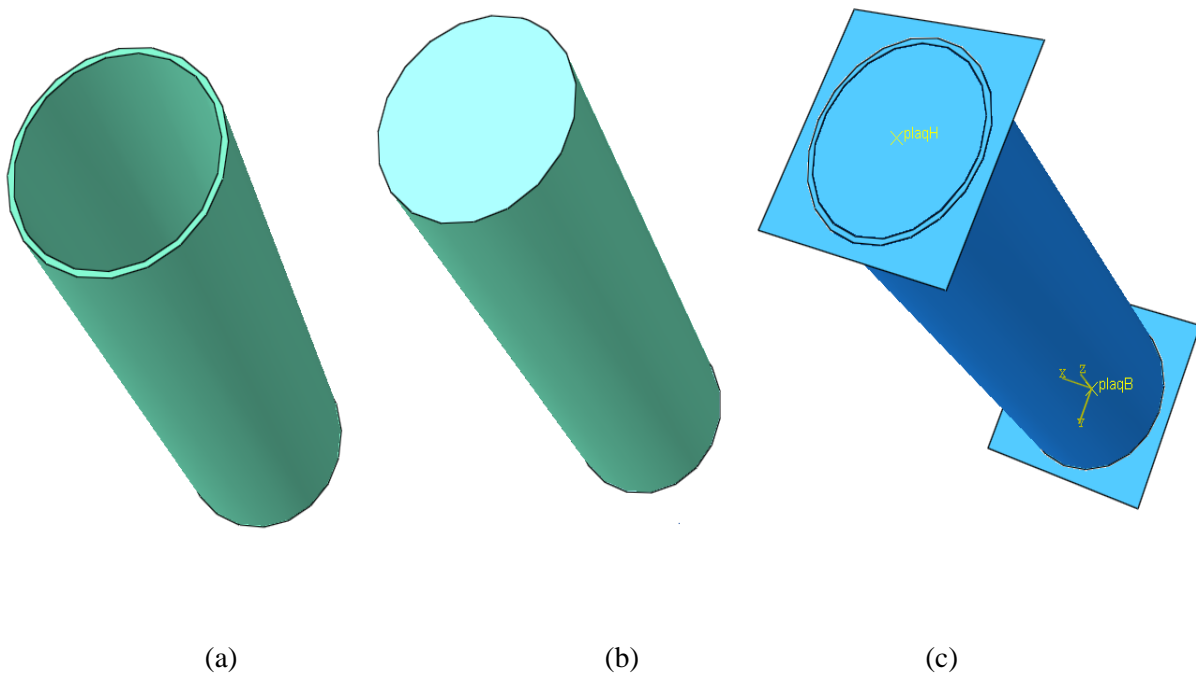


Figure IV.4 Présentation tridimensionnelle du tube de type solide : (a) Tube en acier vide, (b) noyau de béton, (c) tube rempli de béton.

IV.5 .2.1 Maillage et interaction des tubes remplis de béton (tube solide)

Chaque composant a été modélisé comme une pièce indépendante, le tube en acier et le béton ont été modélisés à l'aide de l'élément linéaire en briques à 8 nœuds et intégration réduite "C3D8R" disponible dans la bibliothèque ABAQUS (figure IV.5). Cet élément de brique serait, peut-être, utilisé efficacement dans l'analyse non linéaire, y compris la plasticité, le contact, les grands déplacements et la ruine, de plus, l'utilisation de petits éléments solides tridimensionnels à huit nœuds pour la section en acier permet, non seulement de suivre raisonnablement la surface de contact, mais également, de refléter les caractéristiques de déformation de la section creuse. Pour être conforme et proche de la réalité et afin d'éviter les effets locaux d'instabilité lors du chargement, deux plaques rigides ont été modélisées pour simuler l'uniformité du chargement sur le composite CFST (tube en acier remplis de béton) [X Dai et lam, 2010].

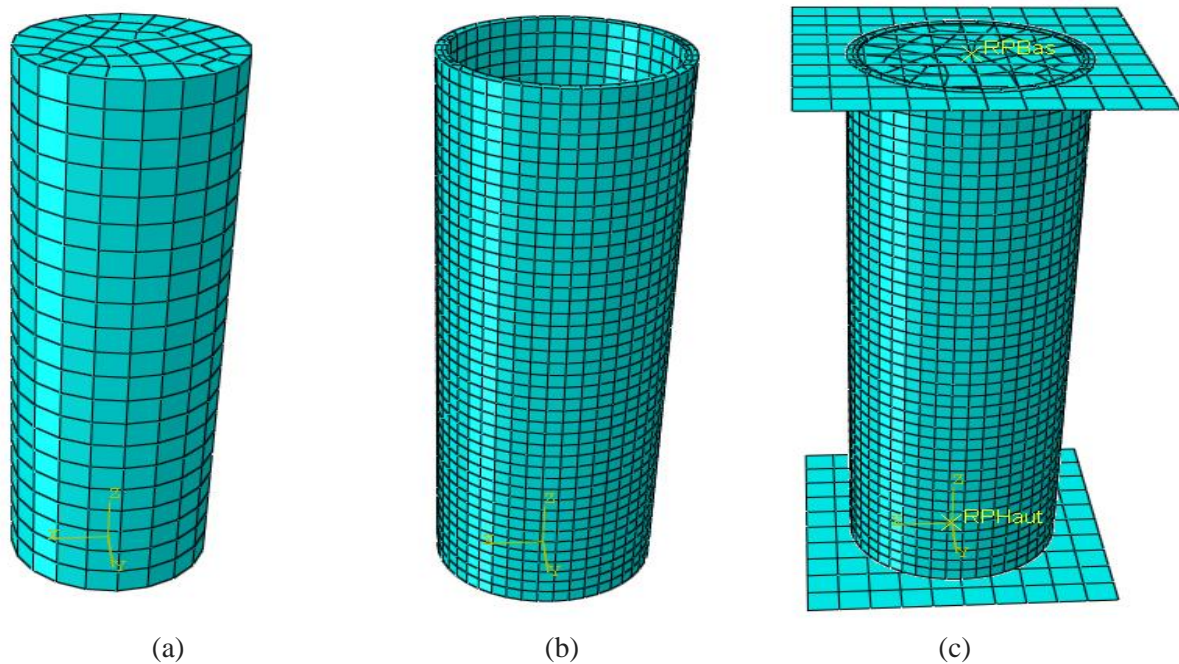


Figure IV.5 Maillage des colonnes remplies de béton avec plaques rigides aux extrémités : (a) Béton, (b) Tube en acier, (c) Tube rempli de béton.

Pour le modèle Élément Fini, il existe un contact direct entre les plaques d'extrémité et les surfaces d'extrémité de la colonne courte, c'est pourquoi une fonction de contact disponible dans le logiciel de calcul Abaqus/CAE 6.14, a été utilisée pour simuler l'interaction entre la plaque rigide et la surface d'extrémité de la colonne. Le contact a été défini comme un contact « surface-to-surface » avec un contact « finite sliding ». L'option « Hard contact » définit le contact dans la direction normale et un frottement important (option 'rough') a été appliqué pour le comportement de contact dans la direction tangentielle (Fig.IV.6-a), par contre, dans la direction normale, il a été supposé sans aucune pénétration entre les surfaces; afin de transférer l'effet de confinement de la section creuse au béton. Concernant l'interaction entre les surfaces en contact du tube en acier et du noyau de béton (surface intérieure du tube en acier et surface extérieure du cylindre de béton), nous l'avons définie par un contact tangentiel matérialisé par un coefficient de frottement égal à 0.2 (Fig.IV.6-a).

Pour le modèle Élément Fini, la plaque rigide inférieure, en contact avec le bas du tube en acier, est fixée dans les six directions ($U_x=U_y=U_z=0, \theta_x = \theta_y = \theta_z = 0$) et la plaque rigide supérieure est fixée dans les cinq directions hormis la direction du déplacement vertical ($U_x=U_y= 0, \theta_x = \theta_y = \theta_z = 0$). Les modèles sont sollicités par un chargement axial centre

de compression représenté par un déplacement imposé appliqué sur la plaque rigide supérieure (déplacement imposé U_z) (Fig.IV.6-b).

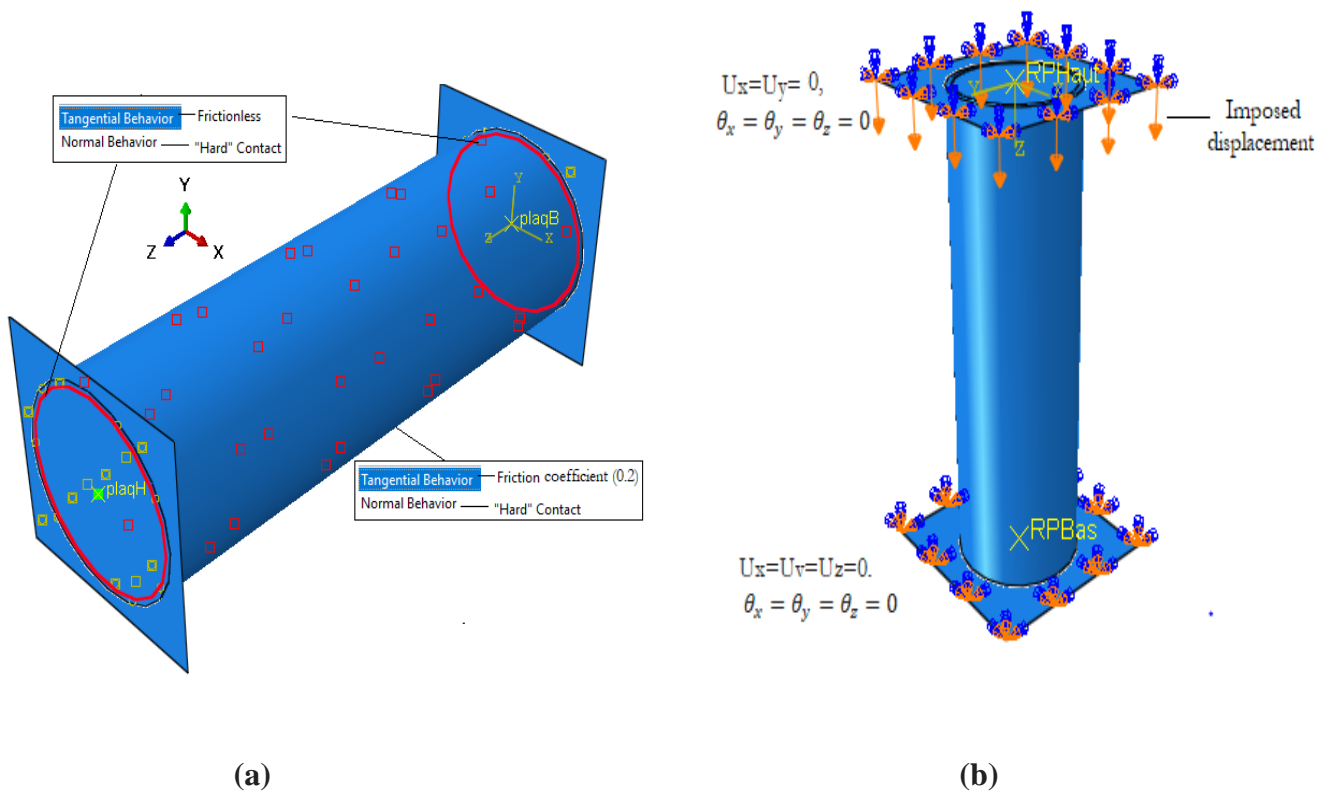


Figure IV.6 Interaction, chargement et conditions aux limites des modèles :
 (a) Chargement et conditions aux limites, (b) interaction et contact.

IV.5 .2.2 Modes de ruine des colonnes mixtes de type solide

Le calcul de ce type de modèle, a donné des modes de ruine proches de ceux obtenus expérimentalement (KEBAILI, 2013) , la figure IV.7 montre les modes de ruine des trois tubes T1, T2 et T3 remplis par du béton de type C1 définis ci-dessus (Tab.IV.1) dont le comportement de l'acier est celui préconisé par Tao. Nous remarquons que chacun des tubes présente un voilement localisé au niveau de sa partie supérieure.

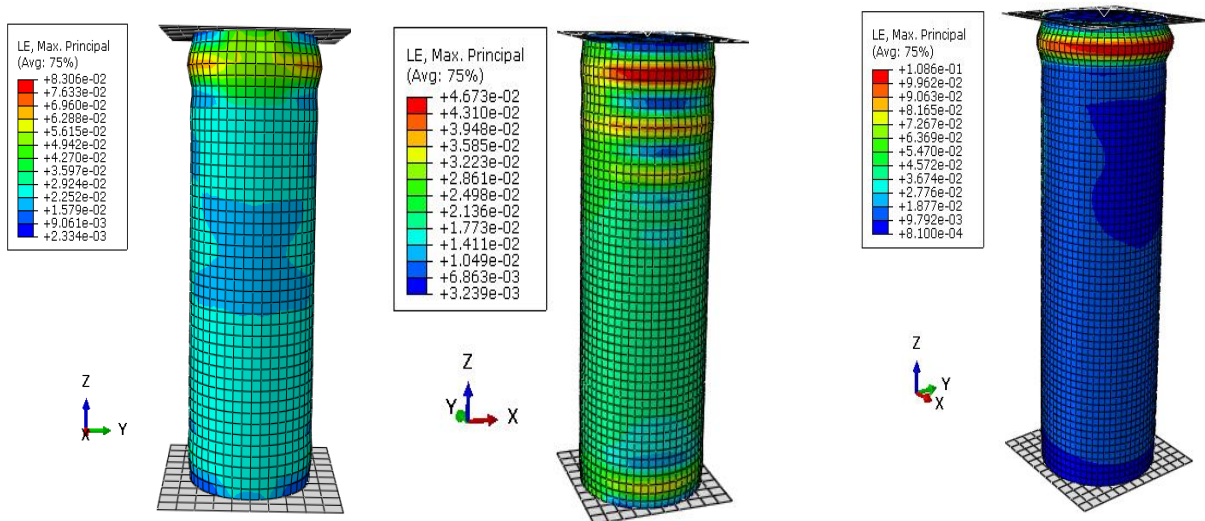


Figure IV.7: Les modes de ruine par EF des tubes en acier remplis de béton (solide) : (a)Tube T1C1, (b) Tube T2C1, (c) Tube T3C1

Nous remarquons aussi, que le voilement qui apparaît au niveau des extrémités des tubes T1, T2 et T3, remplis dans ce cas par un béton de type C2 (Tab. IV.1) , se situe au même niveau que celui des tubes précédents (fig.IV.7);les modes de ruine étant similaires (fig.IV.8).

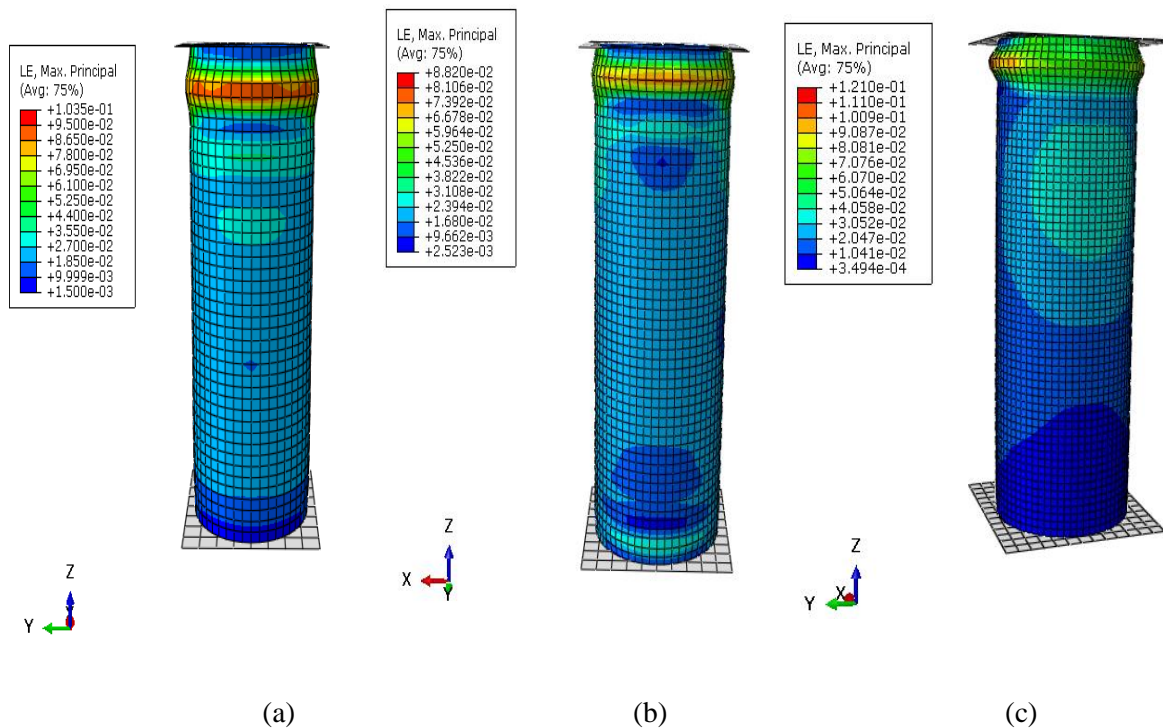


Figure IV.8 Les modes de ruine des tubes en acier remplis de béton (solide) : (a)Tube T1C2, (b) Tube T2C2, (c) Tube T3C2

De même que pour les tubes qui ont été présentés ci-dessus, le voilement est toujours localisé au niveau supérieur des tubes, cependant il semble plus important dans les tubes T1C3, T2C3 et T3C3 (fig IV.9) ., nous remarquons également un léger voilement à la partie inférieure du tube T3C3 (fig. IV.9-c).

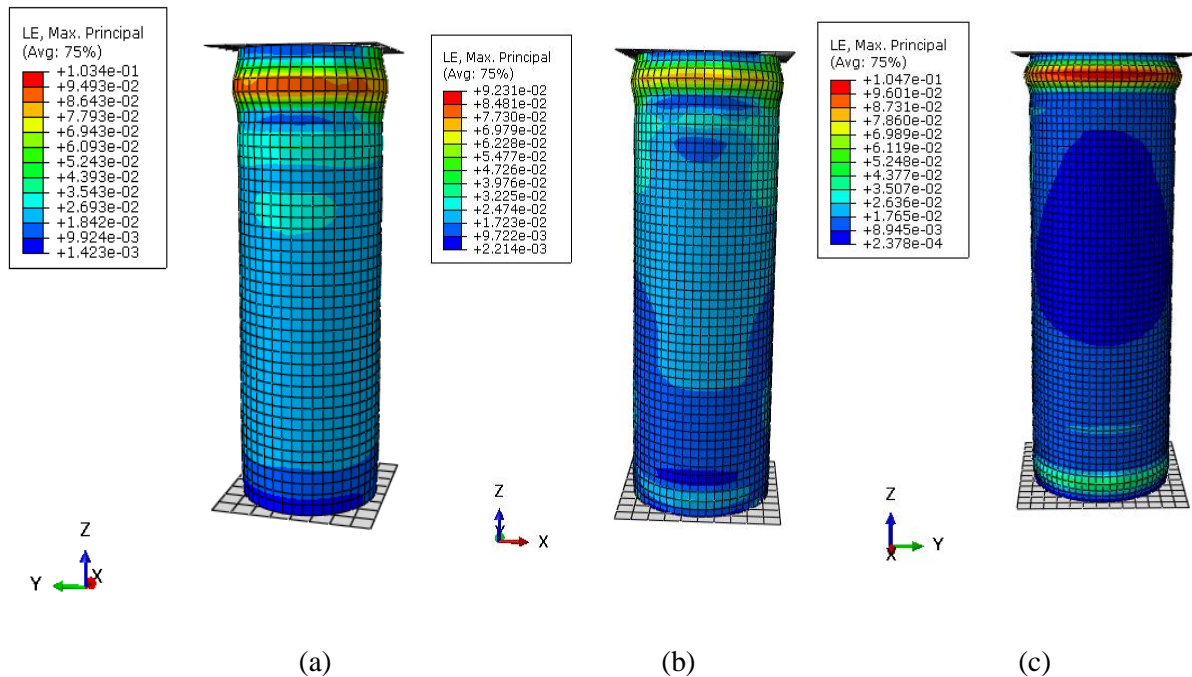


Figure IV.9 Les modes de ruine des tubes en acier remplis de béton (solide) : (a) Tube T1C3, (b) Tube T2C3, (c) Tube T3C3

IV.5.3 Analyse des tubes remplis de béton (Elément coque pour le tube en acier)

Afin d'étayer notre étude, nous avons, dans un second temps, crée le modèle T3C1 (voir Tab. IV.1), dont le tube en acier a été modélisé par élément fini de type coque, ainsi que pour observer le comportement de ce type de modèle, et le comparer au précédent.

Ce tube circulaire en acier de classe 1et de nuance S240, ayant une hauteur de 315mm, un diamètre de 105mm et une épaisseur de 2.5mm, a été rempli d'un béton ordinaire de résistance mécanique à 28 jours de 15MPa (Fig. IV.10 et IV.11).

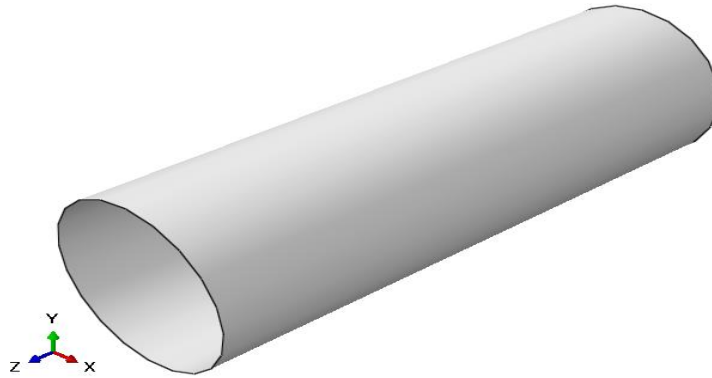


Figure IV.10 Présentation tridimensionnelle du tube de type coque

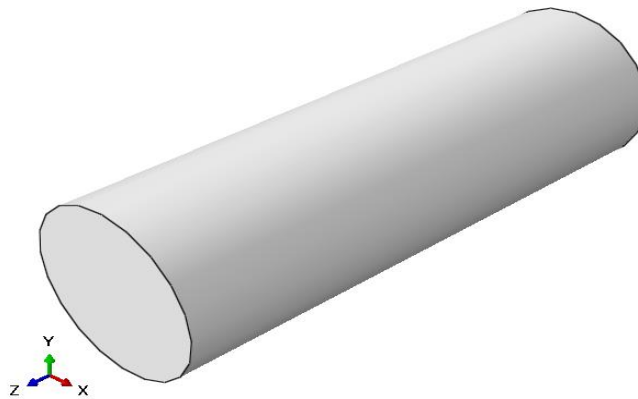


Figure IV.11 Présentation tridimensionnelle du béton

Le tube est sollicité par un chargement axial de compression, sous différents modes de plasticité, à savoir, comportement élasto-plastique parfait, comportement élasto-plastique avec écrouissage multilinéaire et un comportement élasto-plastique avec écrouissage proposé par [Tao et al (2011)].

IV.5.3.1 Maillage des tubes remplis de béton (tube élément coque)

Comme pour le modèle solide, chaque pièce de la structure composite a été modélisée, indépendamment des autres pièces qui constituent le tube rempli de béton, en effet, le tube en acier a été modélisé avec un élément coque mince à 4 nœuds et à double courbure, à intégration réduite, avec déformations finies de la membrane « S4R » de la bibliothèque ABAQUS (Fig. IV.12-a) quant au béton de remplissage, il a été modélisé à l'aide de l'élément linéaire en briques à 8 nœuds et intégration réduite "C3D8R" disponible également dans la

bibliothèque ABAQUS (Fig. IV.12-b). Afin de nous rapprocher le plus possible de la réalité, et d'éviter les effets d'instabilité locale au cours du chargement, deux plaques rigides situées aux extrémités du tube sont modélisées de manière à transmettre les charges uniformément sur le composite (CFST) (Fig. IV.12-c). L'interaction, le chargement ainsi que les conditions aux limites étant les mêmes que pour le modèle solide.

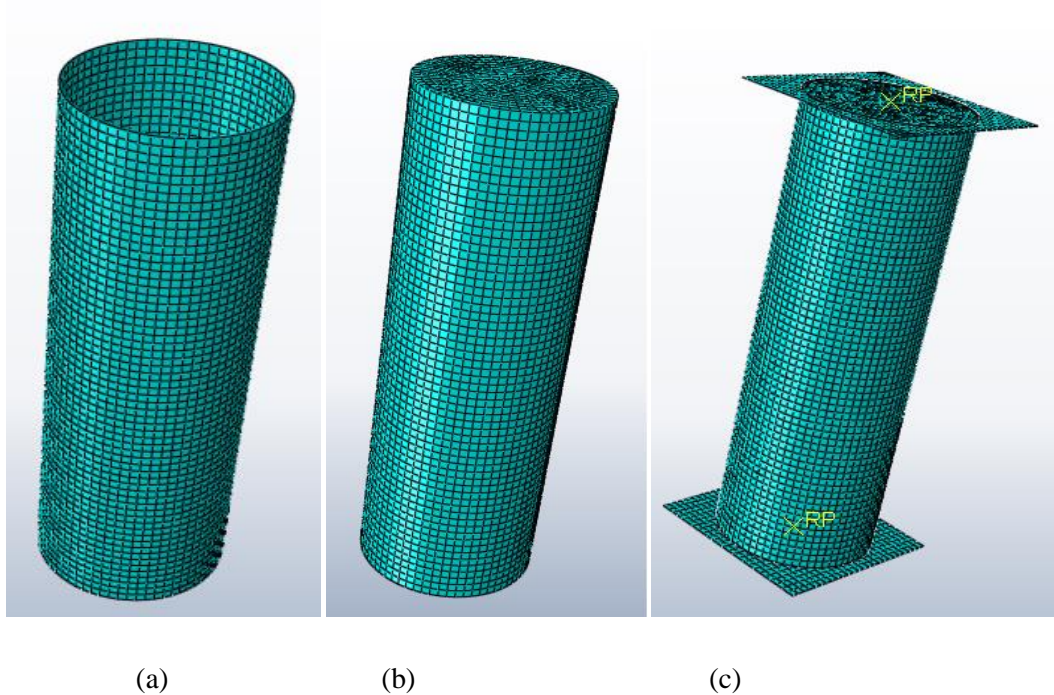


Figure IV.12 Maillage des colonnes remplies de béton avec plaques rigides aux extrémités : (a) Acier, (b) Béton, (c) Tube rempli de béton.

IV.5.3.2 Modes de ruine des colonnes mixtes (tube élément coque)

Le tube T3C1 en comportement élasto-plastique avec écrouissage multilinéaire, présente un mode de ruine caractérisé par un voilement localisé à une distance égale aux deux tiers de la hauteur du tube et ce à partir de son extrémité supérieure (Fig. IV.13), ce qui n'est pas le cas pour le même tube en acier modélisé par un élément solide.

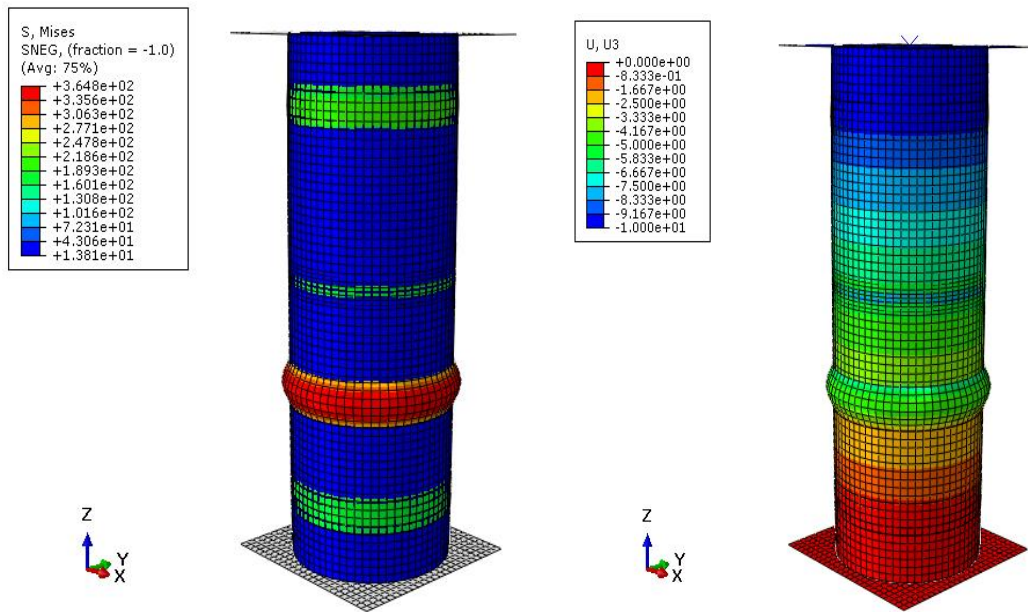


Figure IV.13 Les modes de ruine de tube T3C1 avec comportement élasto-plastique avec écrouissage multilinéaire

Le modèle T3C1 dont le tube en acier est modélisé suivant la loi de comportement de Tao, présente un voilement au niveau du tiers supérieur de la hauteur, contrairement au précédent tube (Fig. IV.14), cependant, son mode de ruine est différent de celui du modèle solide.

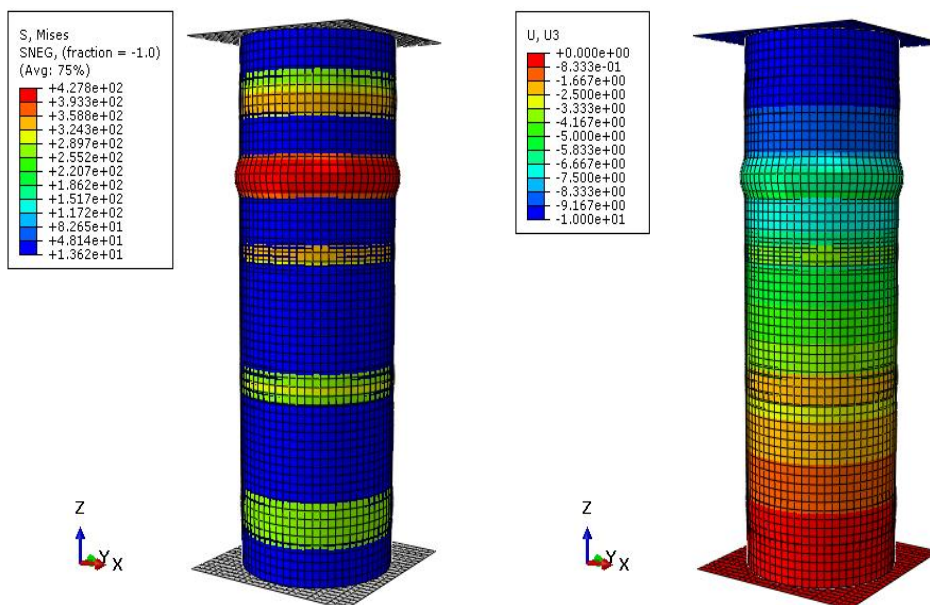


Figure IV.14 Les modes de ruine de tube T3C1 au comportement élasto-plastique (Modèle de TAO)

Quant au dernier tube T3C1 avec un comportement élasto-plastique parfait, son voilement local se situe à la partie supérieure du tube, tout en étant assez important (Fig. IV.15), nous remarquons tout de même une légère similitude avec le modèle de type solide.

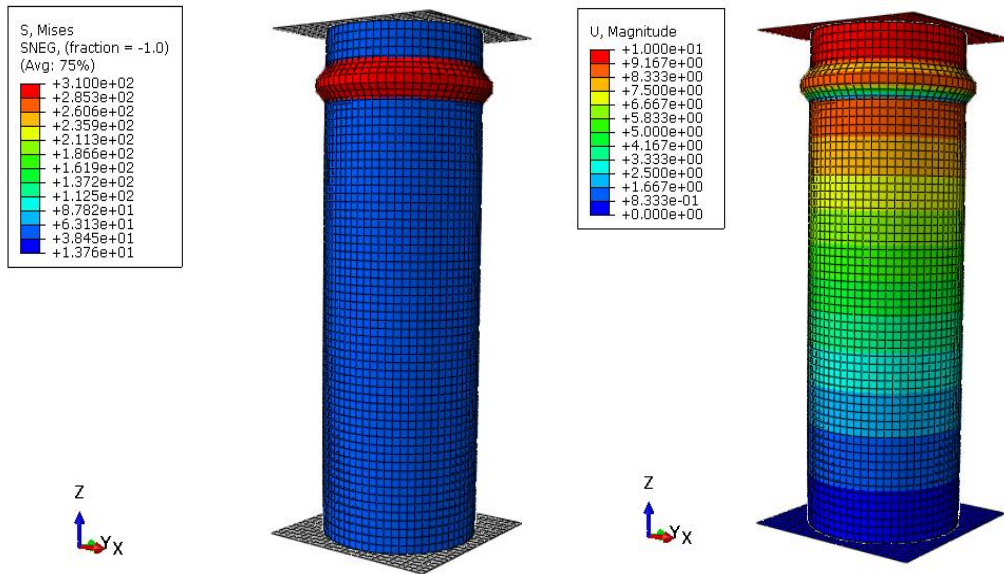


Figure IV.15 : Les modes de ruine de tube T3C1 avec comportement élasto-plastique parfait

IV.6 CONCLUSION

Les tubes vides et ceux remplis de béton sont souvent comparés en termes de performance et de résistance. En fin de compte, le mode de ruine du tube vide met en évidence sa fragilité, soulignant la nécessité de renforcer sa structure pour augmenter sa résistance et sa durabilité. En revanche, les tubes remplis de béton bénéficient d'une solidité accrue grâce à l'ajout de matériau de remplissage, ce qui les rend plus résistants aux forces extérieures et aux contraintes. D'un autre côté, les modèles numériques solides et les modèles en coque partagent une similitude dans leur résistance globale, ce que nous présentons dans le chapitre suivant grâce aux résultats obtenus et leur validation.

CHAPITRE V :

Résultats et interprétation

V.1 INTRODUCTION

Dans ce chapitre, nous présentons les résultats obtenus concernant les déformations dans les tubes remplis de béton, ainsi que les charges critiques correspondantes. Les tubes étudiés sont ceux répertoriés dans le tableau IV.1, qui fournit toutes les informations concernant les caractéristiques géométriques et mécaniques relatives aux tubes en acier et au béton de remplissage. Nous comparons dans un premier temps, les états de charge-déformation des différents tubes par rapport aux lois de comportement de l'acier, ainsi que les déformations latérales et de compression dans les CFST. Ensuite, nous procédons à une comparaison entre les modèles de coque et de solide pour l'acier. Enfin, nous validons notre modèle en le comparant à des résultats expérimentaux et théoriques.

V.2 COMPORTEMENT DES TUBES REMPLIS DE BETON (Elément solide pour le tube en acier)

V.2 .1 Tubes T1C1, T2C1 et T3C1

Concernant les trois tubes courts T1C1, T2C1 et T3C1, dont les caractéristiques mécaniques des deux matériaux acier et béton sont identiques, les résultats numériques de l'état charge-déformation mesuré au niveau de la section médiane du tube, ont suivi un comportement élasto-plastique (non-linéarité matérielle), caractérisé par un voilement local tel que le décrivent plusieurs auteurs.

Pour le tube T1C1: les courbes des trois états charge-déformation pour les différents comportements sont quasiment confondues, cependant, le modèle de Tao présente de grandes déformations de traction atteignant une valeur positive de 35×10^{-3} , contrairement à celle des deux autres comportements à savoir élasto-plastique avec écrouissage multilinéaire et élasto-plastique parfait (fig. V.1).

Cependant, lorsque la loi de comportement de l'acier est celle proposée par Tao, nous remarquons que l'augmentation du diamètre du tube en acier de 20% (T2C1) et de 33% (T3C1) entraîne une diminution significative de la déformation respectivement de 65% et 71% (fig. V.2 et fig. V.3). Le noyau de béton et le tube en acier peuvent subir différentes déformations, mais le confinement du béton et l'action de la liaison sur leur surface de contact produiront des effets positifs (réduction des déformations).

En ce qui concerne le modèle à comportement élasto-plastique parfait, l'augmentation du diamètre du tube entraîne un écoulement plastique de l'acier se traduisant par une augmentation des déformations respectivement de l'ordre de 69% et de 71% pour T2C1 et T3C1 car ces modèles négligent l'écroutissage du matériau.

Le modèle élasto-plastique parfait est surtout utilisé du point de vue académique pour simplifier la résolution analytique des problèmes posés lors du passage d'un état élastique à un état plastique.

Enfin, pour le modèle avec écroutissage linéaire, la déformation maximale diminue respectivement de 35% et de 38% pour T2C1 et T3C1 comparativement à T1C1 (fig. V.1, V.2 et V.3).

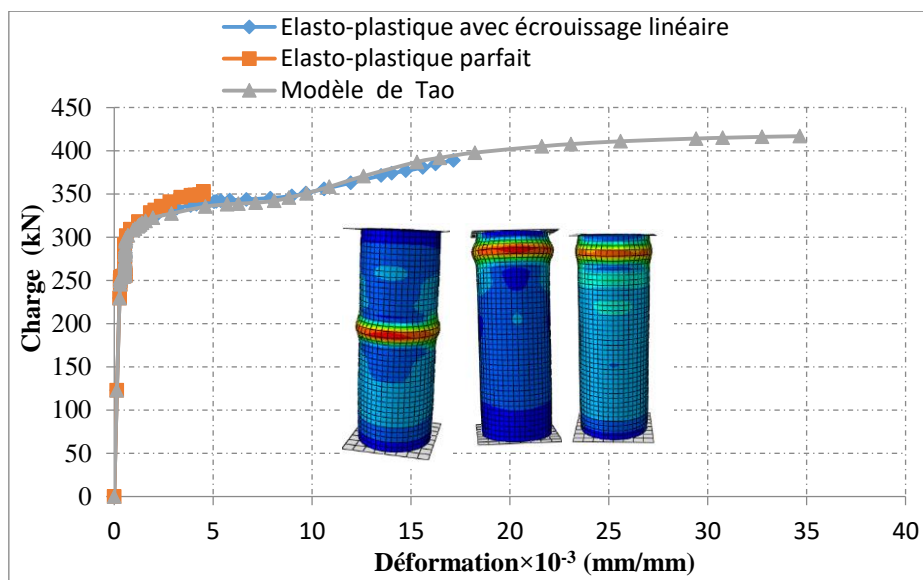


Figure V.1 Etat charge-déformation latérale sous comportements en état plastique différents (Tube T1C1)

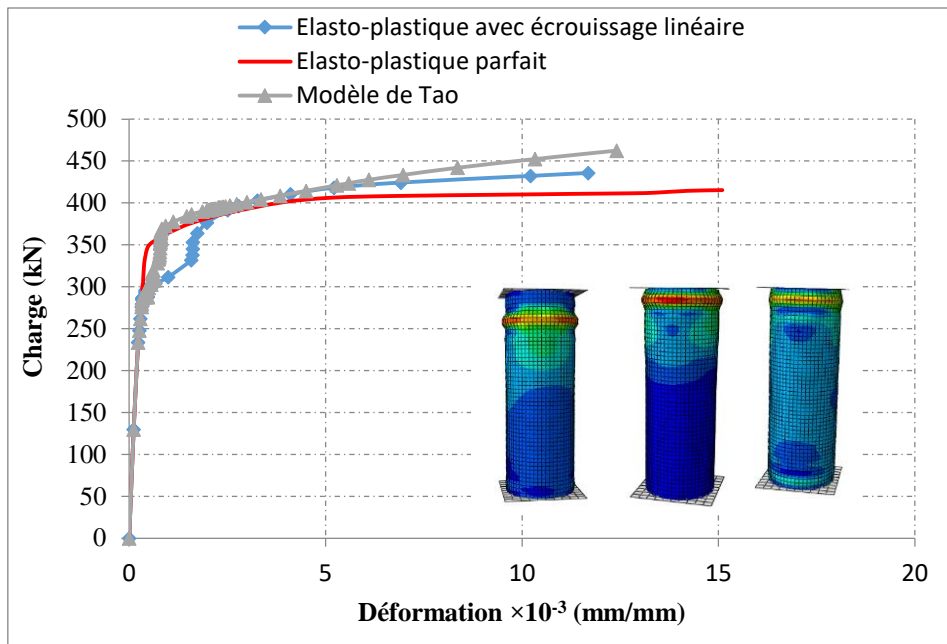


Figure V.2 Etat charge-déformation latérale sous comportements en état plastique différents (Tube T2C1)

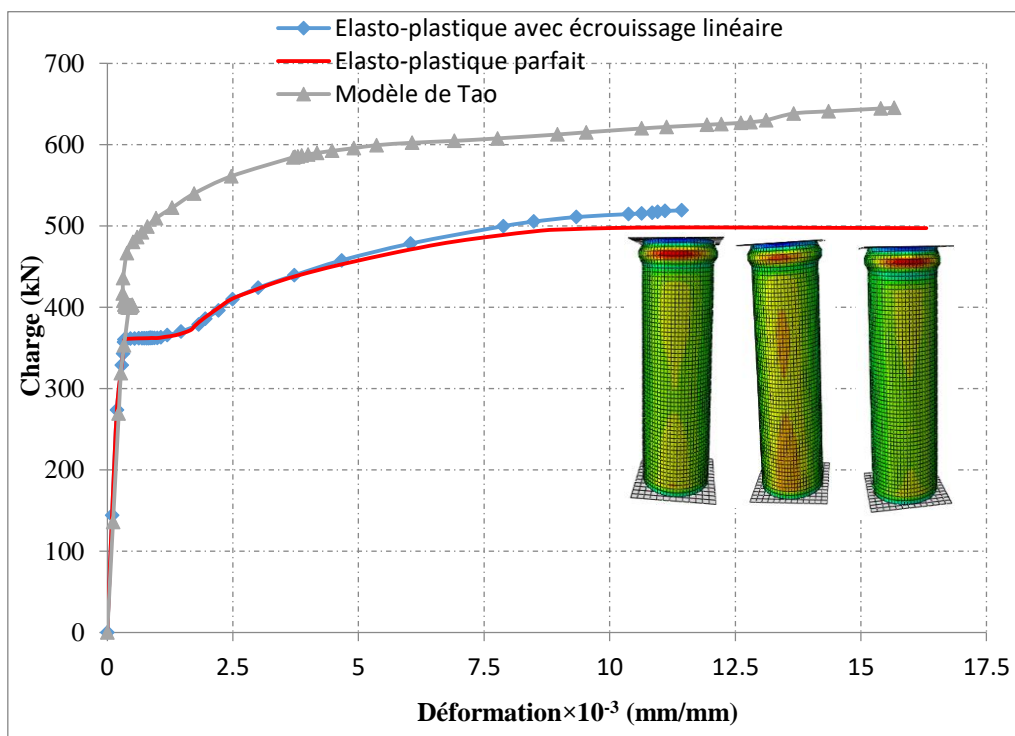


Figure V.3 Etat charge-déformation latérale sous comportements en état plastique différents (Tube T3C1)

V.2 .2 Tubes T1C2, T2C2 et T3C2

En variant les lois de comportement pour le tube T3C2 (Fig.V.4), nous constatons que les courbes qui en résultent sont confondues, ce qui prouve que la variation des lois de comportement de la plasticité, n'influe pas de manière significative sur le comportement du modèle. D'une manière générale, les courbes suivent une allure non-linéaire avec une amélioration des déformations liée à celle de la qualité du béton, et à la résistance de l'acier ; une diminution de l'ordre de 42% pour le tube T2C2 (Fig.V.5) et de 80% pour le tube T3C2 par rapport au tube T1C2 .Nous observons également que les tubes T2C2 et T3C2 résistent beaucoup mieux vis-à-vis de la charge de ruine que le tube T1C2 (Fig. V.4, V.5 et V.6). Le tube T1C2 dont le comportement en état élasto-plastique avec écrouissage multilinéaire présente une différence caractérisée par un voilement localisé dans la section médiane du tube, en comparaison avec les deux autres pour lesquels il se situe à la partie supérieure du tube.

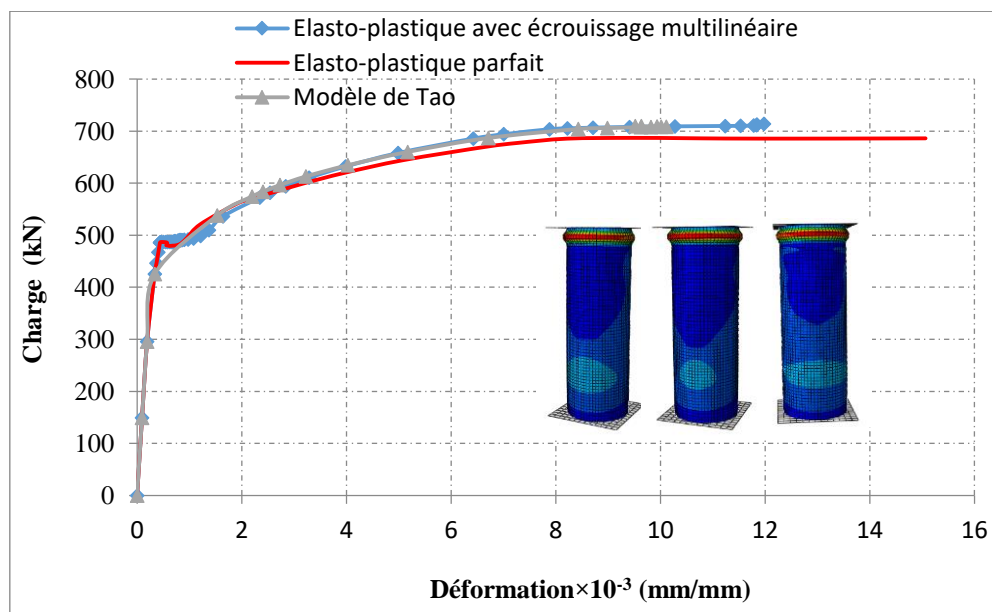


Figure V.4 Etat charge-déformation latérale sous différents comportements en état élasto- plastique du Tube T3C2

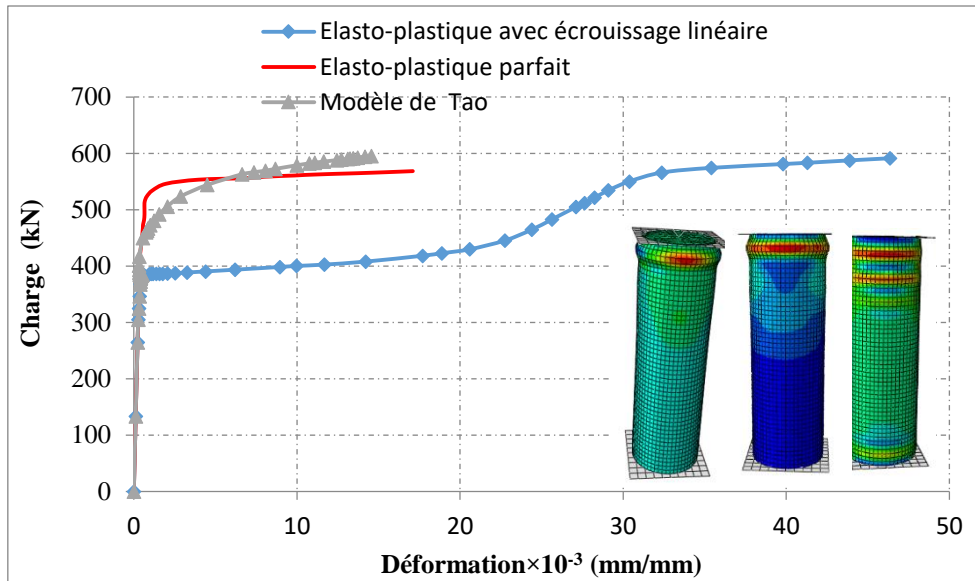


Figure V.5 Etat charge-déformation latérale sous différents comportements en état élasto- plastique du Tube T2C2

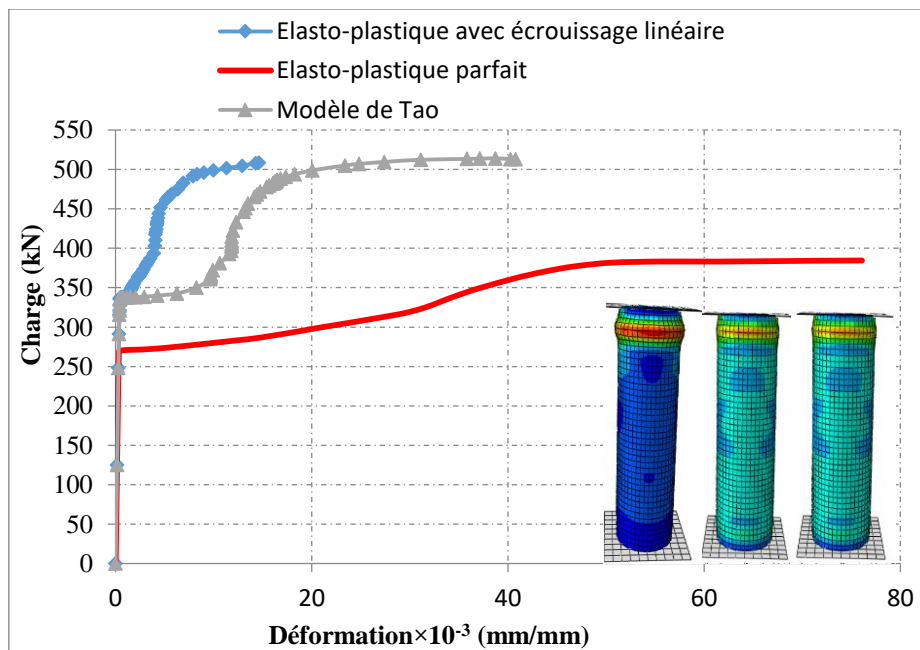
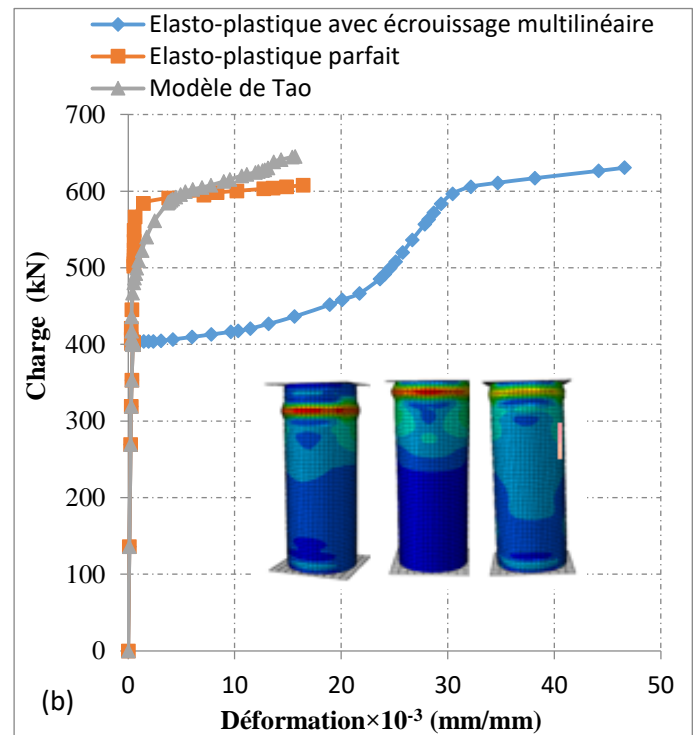
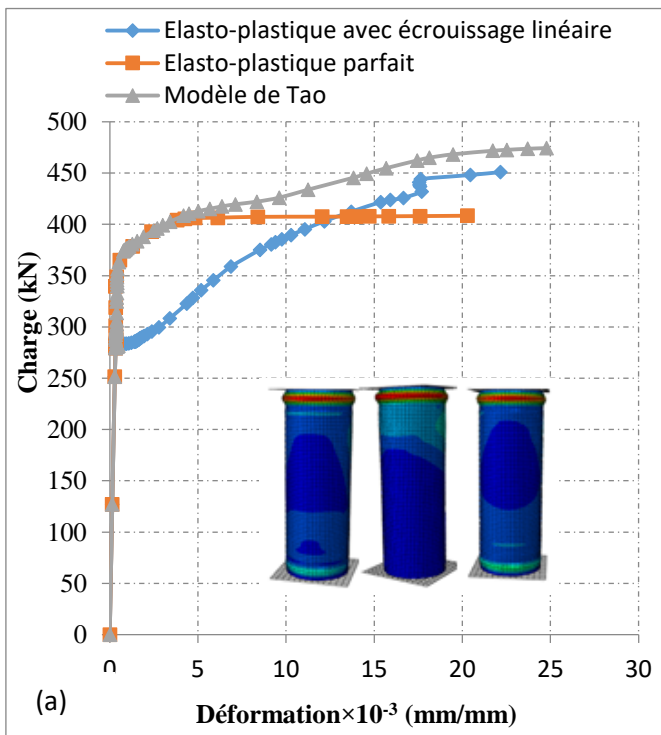


Figure V.6 Etat charge-déformation latérale sous différents comportements en état élasto- plastique du Tube T1C2

V.2 .3 Tubes T1C3, T2C3et T3C3

Les trois tubes présentent un voilement local au niveau de la zone d'application de la charge. Pour le modèle proposé par Tao, l'augmentation du diamètre du tube au-delà de 20% n'a aucune influence sur son comportement, du point de vue déformation, qui présente une diminution aux alentours de 60% pour les tubes T2C3 et T3C3 respectivement (fig.V.7-b et V.7-c) en comparaison avec le tube T1C3 (fig. V.7-a).

Concernant le comportement du modèle en état élasto-plastique parfait, nous constatons un écoulement plastique du tube court en acier ,avec une diminution de la déformation entre les tubes T1C3 et T2C3 de l'ordre de 69% (fig. V.7-a et V.7-b).Le tube T3C3 modélisé par la théorie proposée par Tao, présente un voilement aux extrémités du tube court ce qui a été constaté par bon nombre d'auteurs dont X.Dai et D.Lam, 2010 , P.K.Gupta, 2014 et G.Giakoumelis et D.Lam, 2004.



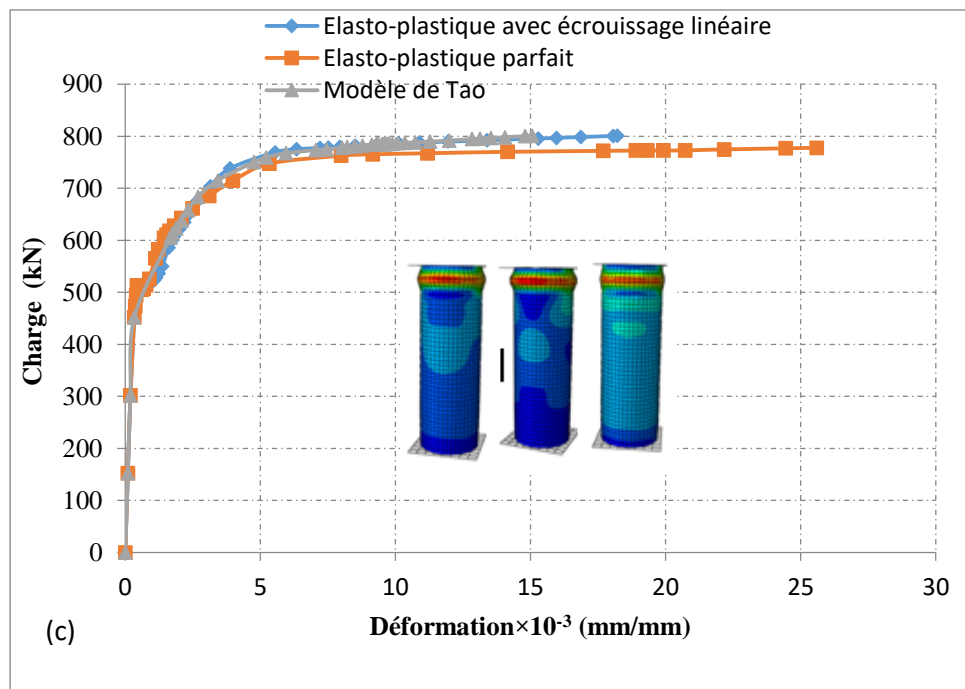


Figure V.7 Etat charge-déformation latérale sous comportements en état plastique différents : (a) Tube T1C3 (b) Tube T2C3 (c) Tube T3C3.

V.3 ETATS DE DEFORMATIONS LATERAL ET VERTICAL DES TUBES SOUS COMPORTEMENT ELASTO-PLASTIQUE PARFAIT

La figure V.8 représente l'état de déformation latérale (LE11) et verticale (LE33) des tubes T2 et T3 remplis successivement de béton de type C1 , C2 et C3 sous comportement élasto-plastique parfait avec un béton confiné proposé. Les déformations latérales (LE11) sont dues à la traction générée par le béton confiné par le tube en acier, par contre ,les déformations verticales (LE33) sont des déformations de compression dues à la compression axiale.

L'allure des courbes suit un comportement élasto-plastique non linéaire dont la valeur de la déformation latérale la plus élevée correspond au tube T3C3 atteignant 25×10^{-3} , avec un voilement local à ses extrémités.

La majorité des déformations verticales (de compression) présentent un écoulement plastique avec de grandes déformations atteignant une moyenne de 30×10^{-3} ; nous remarquons cependant que les tubes T3C1 et T3C2, ont donné des déformations latérales et verticales de même ordre.

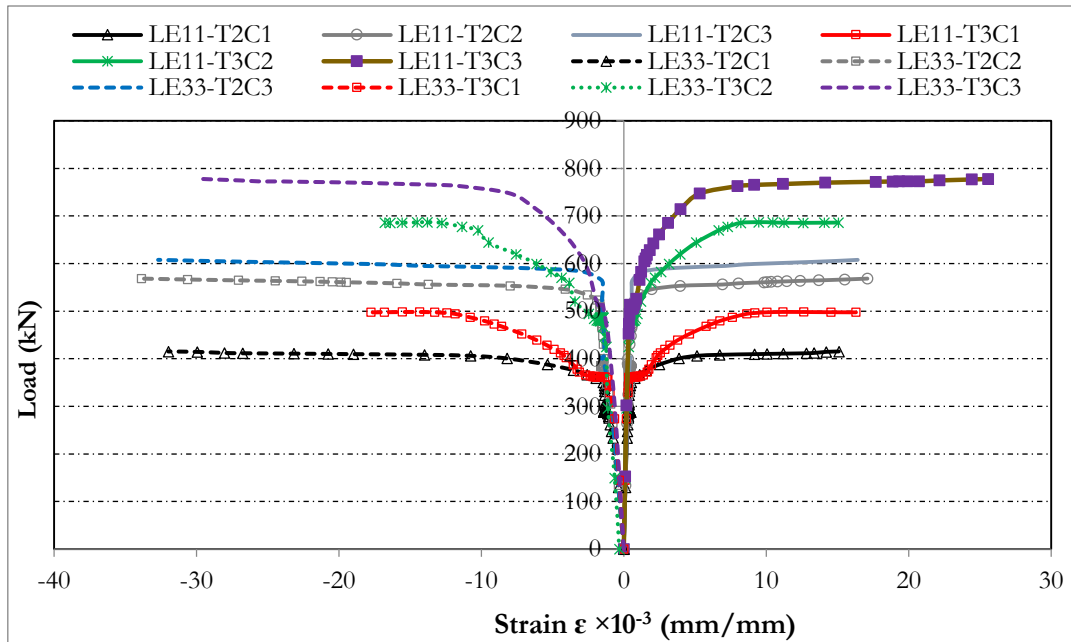


Figure V.8 Etat de déformation latéral et vertical des tubes courts T2 et T3 selon le comportement de l'acier parfaitement plastique.

V.4 ETUDE COMPARATIVE DES TUBES T3C1 MODELISES A PARTIR DES ELEMENTS COQUE ET SOLIDE

Les éléments coques offrent un gain de temps considérable en permettant de modéliser des éléments fins avec moins d'éléments par rapport aux éléments solides. Ils sont plus faciles à mailler et présentent moins d'erreurs de jacobien négatives. Une comparaison a été faite entre les tubes courts remplis de béton dont le tube métallique a été modélisé par un élément de type solide (coque épaisse) et par un élément de type coque (coque mince), avec différentes lois de comportement élasto-plastique (T3C1). Les éléments sont soumis aux mêmes chargements et conditions aux limites.

La figure V.9 montre une excellente approximation au milieu du tube T3C1 en comportement non linéaire plastique parfait. La modélisation par éléments finis, que ce soit avec des éléments coque minces ou épais, a donné des comportements similaires en termes de charge et déformation. Une légère différence est observée dans la zone plastique, principalement due à l'interaction entre le tube (coque) et le béton (solide).

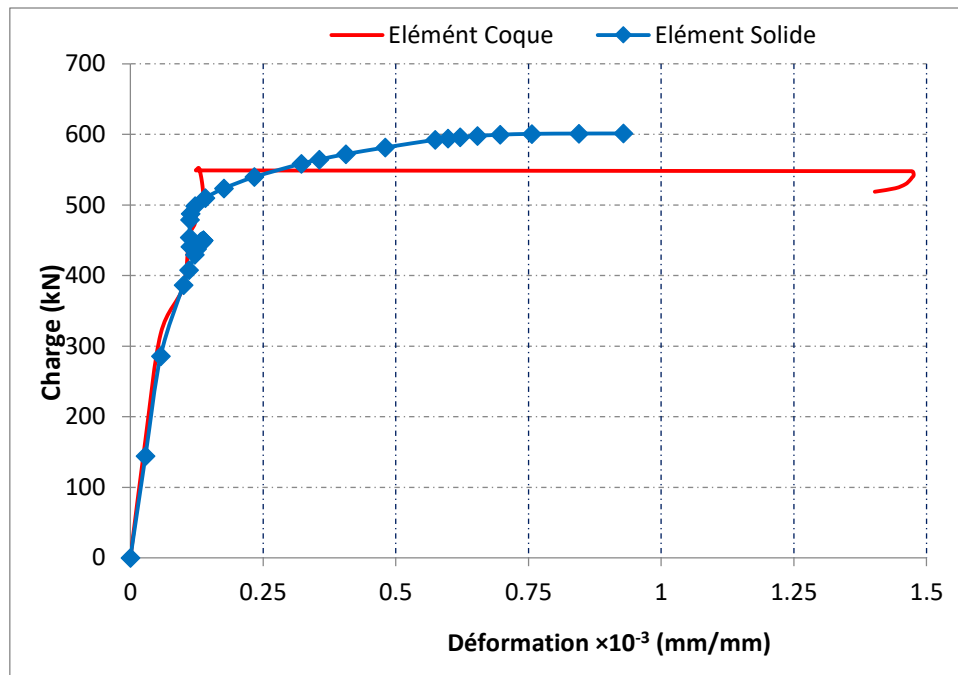


Figure V.9 Comportement non linéaire plastique parfait de tube T3C1 modélisé à partir des éléments coques et solides

Pour la figure V.10, les deux courbes « charge-déformation » présentent une similitude générale, bien qu'il y ait une légère différence. Cela est dû au fait que la coque est un solide qui possède deux surfaces proches et approximativement parallèles. Par conséquent, il y a un problème de raccordement ou d'interaction pour le tube T3C1, qui montre un comportement non linéaire (plastique linéaire). Des maillages 2D sont utilisés pour les structures à faible épaisseur, comme le tube T3, tandis que des maillages 3D conviennent mieux aux pièces massives, comme le béton C1.

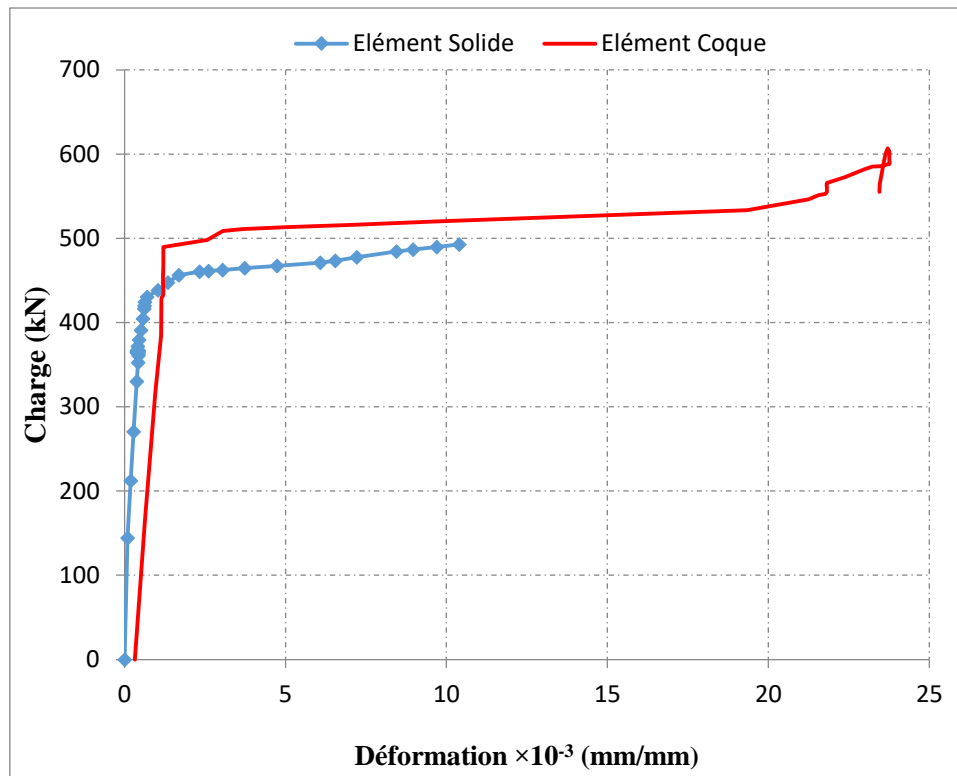


Figure V.10 Comportement non linéaire plastique linéaire de tube T3C1 modélisé à partir des éléments coques et solides

La figure V.11 montre une très bonne corrélation au milieu des tubes T3C1 dont le tube en acier suit un comportement proposé par Tao 2011, notamment dans le domaine élastique, nous remarquons également une intersection entre les courbes au niveau du tube dans le domaine plastique, représentant un état de charge- déformation identique pour les deux tubes.

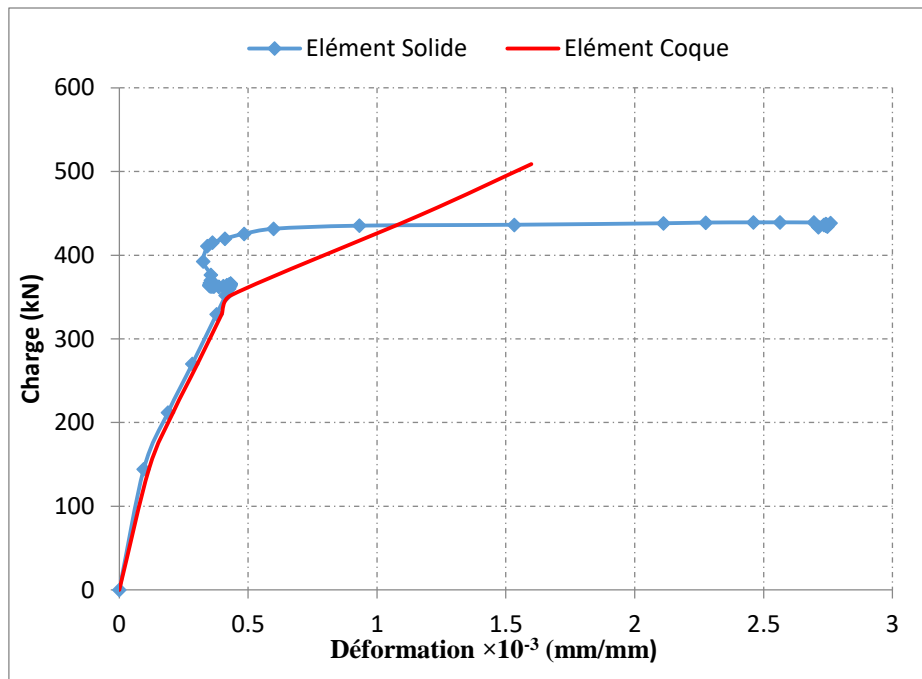


Figure V.11 Comportement non linéaire selon modèle TAO de tube T3C1 modélisé à partir des éléments coques et solides

V.5 VALIDATION DES RESULTATS NUMERIQUES DES MODELES ETUDIES (TYPE SOLIDE)

Afin d'étayer notre étude numérique, et de ce fait valider les résultats obtenus, nous avons tracé les courbes représentant les états « Charge- Déformation » des tubes remplis de béton (tableau V.1), obtenues après modélisation numériques auxquelles nous avons rajouté celles de ces mêmes tubes pour lesquels une étude expérimentale avait été effectuée par B.KEBAILI [KEBAILI 2013].

Les figures V.12, V.13 et V.14, représentent les courbes montrant les états de charge-déformation des différents tubes modélisés par des éléments solides, pour lesquels les lois de comportement du matériau acier sont différentes, ainsi que les caractéristiques mécaniques du béton de remplissage, auxquelles s'ajoutent celles des tubes expérimentés correspondant à chacun des CFST.

La figure V.12-a (tube T1C1), montre une similitude entre les allures des courbes obtenues pour les différents modèles numériques et celle du modèle expérimental, nous remarquons que la déformation maximale du modèle expérimental est de l'ordre de $5 \cdot 10^{-3}$, par contre, les modèles numériques continuent à se déformer pour atteindre une déformation de l'ordre de $35 \cdot 10^{-3}$.

Sur la figure (V.12-b) (tube T1C2), nous observons une concordance entre la courbe du modèle de Tao et celle du modèle expérimental qui se traduit par une similitude des charges critiques d'une valeur de près de 350 kN.

Quant à la figure (V.12-c) (tube T1C3), nous remarquons une bonne corrélation entre les résultats numériques donnés par la modélisation à l'aide du code de calcul Abaqus et ceux obtenus par expérimentation.

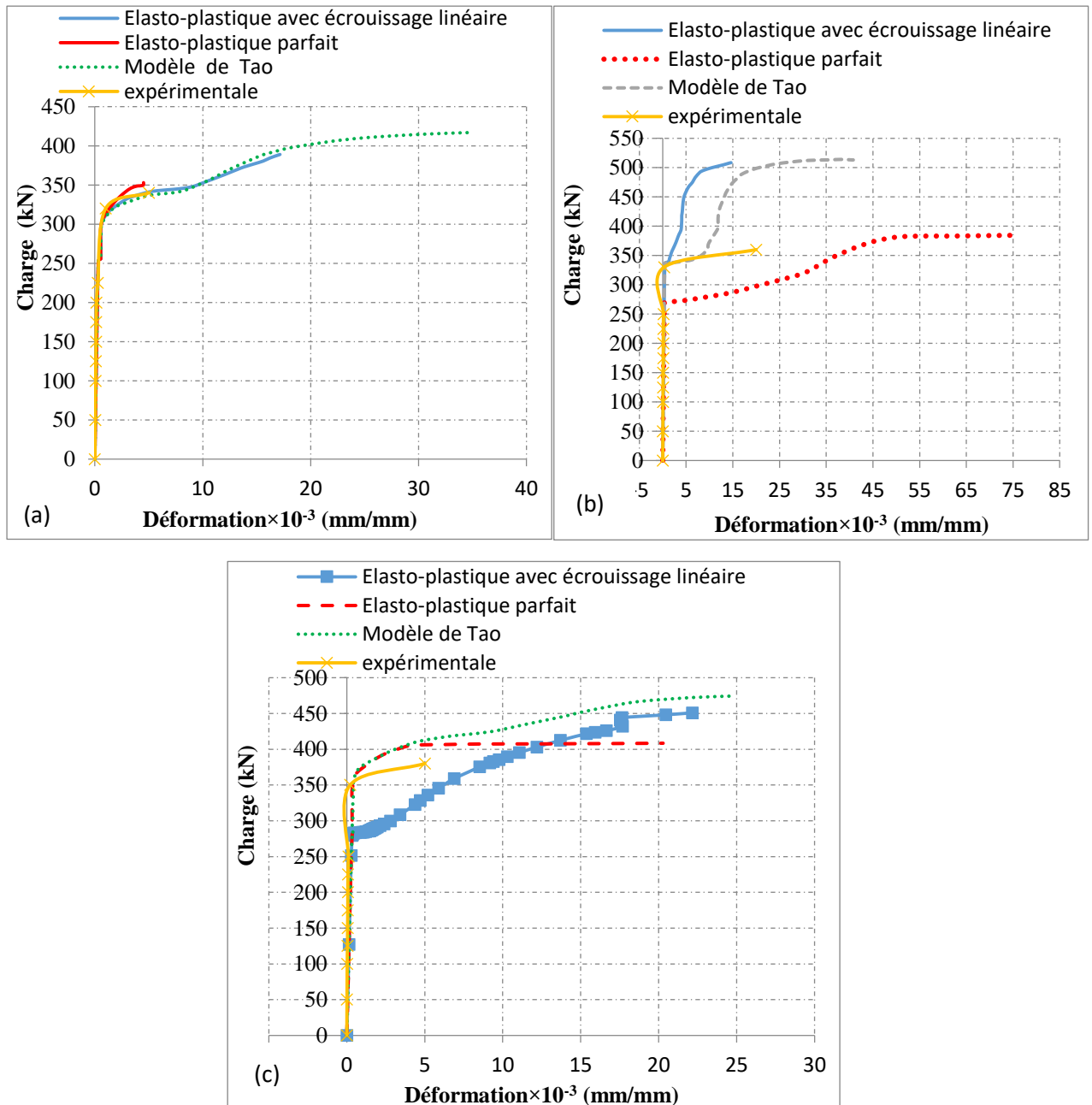


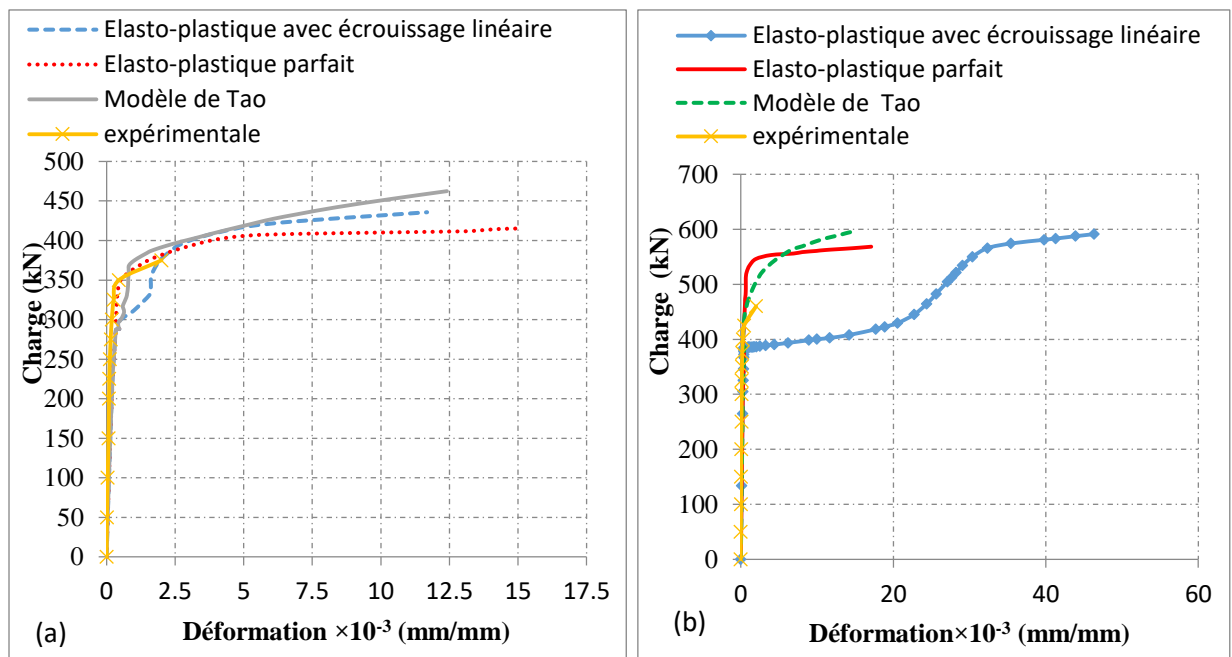
Figure V.12 Validation des résultats numériques et expérimentaux des tubes : T1C1(a), T1C2(b) et T1C3(c).

La figure (V.13-a-b-c), quant à elle représente les courbes charges –déformations décrivant le comportement du tube T2 rempli des bétons différents C1, C2 et C3.

La figure (V.13-a) montre le comportement non linéaire du CFST(T2C1), avec une similitude entre la courbe du tube en acier suivant une loi de comportement parfaitement plastique et celle du tube expérimenté, elle est tout de même proche de celle donnée par le modèle de Tao [Tao 2011].

Sur la figure (V.13-b) relative au tube rempli de béton T2C2,nous constatons que les courbes du modèle de Tao et la courbe expérimentale suivent une même ascendance et s'éloignent quelque peu de celles données par le modèle plastique parfait et celui avec écrouissage linéaire .

Par contre, sur la troisième figure (V.13-c) (tube T2C3), l'allure des courbes est similaire à celle de la figure précédente (fig. V.13-b)



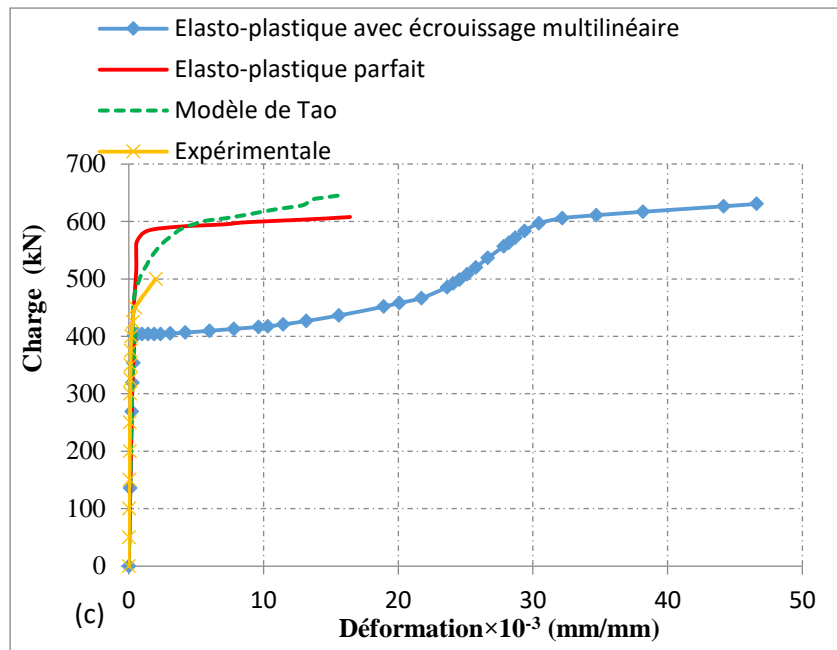


Figure V.13 Validation des résultats numériques et expérimentaux des tubes : T2C1(a), T2C2(b) et T2C3(c).

La figure V.14 décrit le comportement du tube métallique T3 rempli comme précédemment par les différents types de béton C1, C2 et C3 (tableau IV.1).

La figure V.14-a (tube T3C1), montre une concordance parfaite entre les courbes du modèle de Tao et celle obtenue par expérimentation, les charges critiques étant du même ordre, nous observons tout de même que pour les modèles élasto-plastique avec écrouissage linéaire et parfait, les charges critiques sont inférieures.

Sur la figure V.14-b (tube T3C2), la courbe expérimentale se distingue de par son allure, des autres courbes données par les modèles numériques qui sont pratiquement confondues.

La dernière figure V.14-c (tube T3C3), illustre un comportement compatible entre les modèles numériques et le modèle expérimental, les allures de toutes les courbes sont similaires et se superposent.

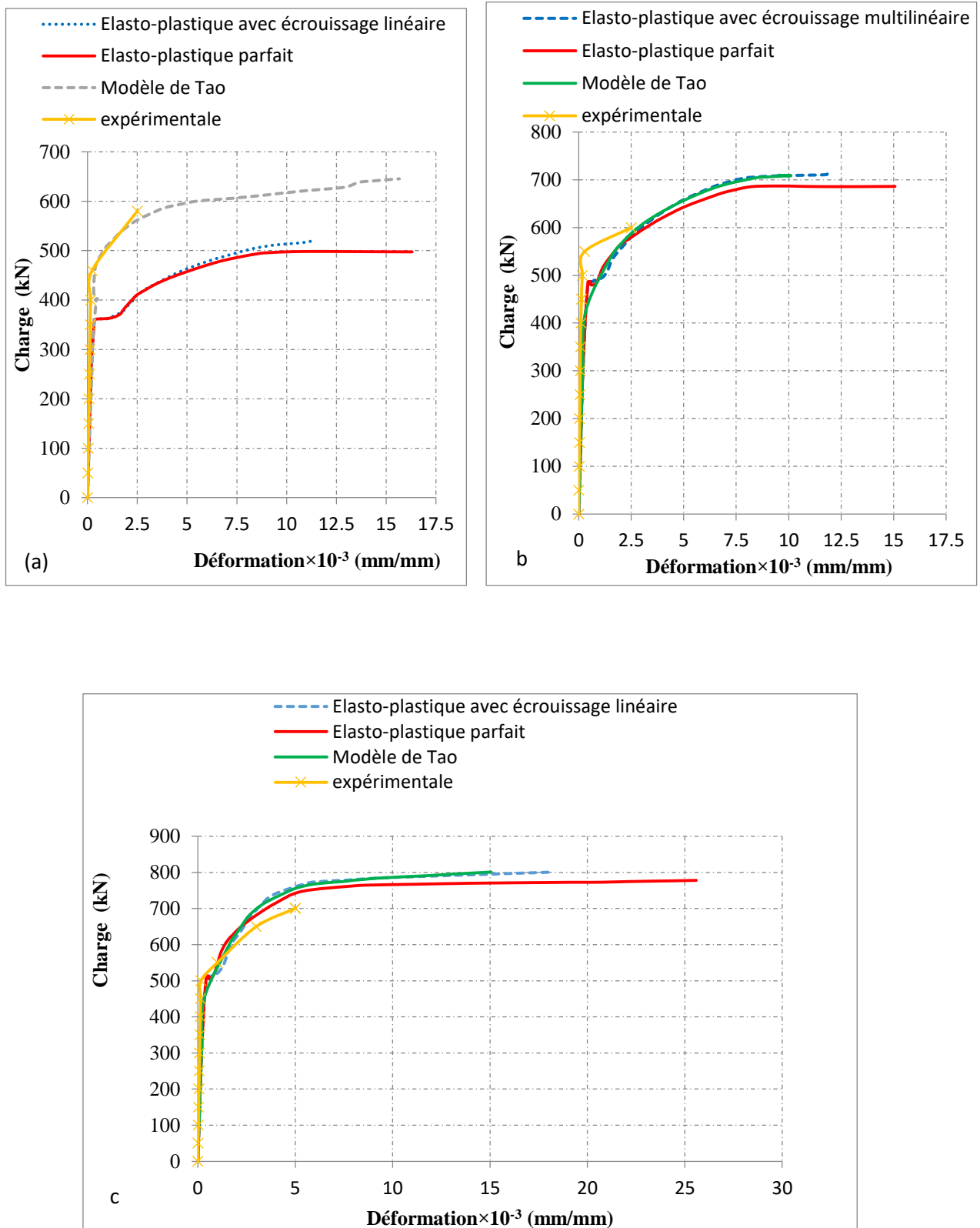


Figure V.14 Validation des résultats numériques et expérimentaux des tubes remplis de béton : T3C1(a), T3C2(b) et T3C3(c).

D'après le tableau (V.1), dans lequel nous avons inscrit les résultats théoriques (Eurocode4), expérimentaux effectués par KEBAILI, 2013 au niveau du laboratoire du département de génie civil, sur des modèles similaires à ceux que nous avons modélisés et numériques, des tubes courts remplis de béton, nous observons une très bonne corrélation entre les valeurs obtenues pour les charges critiques avec de légères différences qui ne dépassent pas les 10%.

Tableau V.1: Comparaison des résultats théoriques, expérimentaux et numériques des tubes courts remplis de béton

Modèles	$P_{\text{Théorique}}$ $P_{\text{Théo E4}} \text{ (kN)}$	$P_{\text{Numérique}}$ $P_{\text{Num}} \text{ (kN)}$	$P_{\text{Expérimentale}}$ $P_{\text{exp}} \text{ (kN)}$	$P_{\text{Théo E4}} / P_{\text{Exp}}$	$P_{\text{Num}} / P_{\text{Exp}}$
T1C1	299.7	315	325	0.92	0.97
T1C2	331.87	318	340	0.98	0.94
T1C3	354.39	338	355	1.00	0.95
T2C1	427.69	417	420	1.02	0.99
T2C2	480.5	425	470	1.02	0.90
T2C3	517.47	500	500	1.03	1.00
T3C1	543.51	500	545	1.00	0.92
T3C2	622.05	600	620	1.00	0.97
T3C3	677.03	700	705	0.96	0.99

Le modèle numérique à comportement élasto- plastique selon la loi de comportement proposée par Tao [Tao 2011], pour les différents tubes étudiés , pour lesquels les tubes en acier sont modélisés par des éléments solides ,donne une représentation réaliste conformément aux modèles expérimentaux et théoriques ,la figure V.12 le montre.

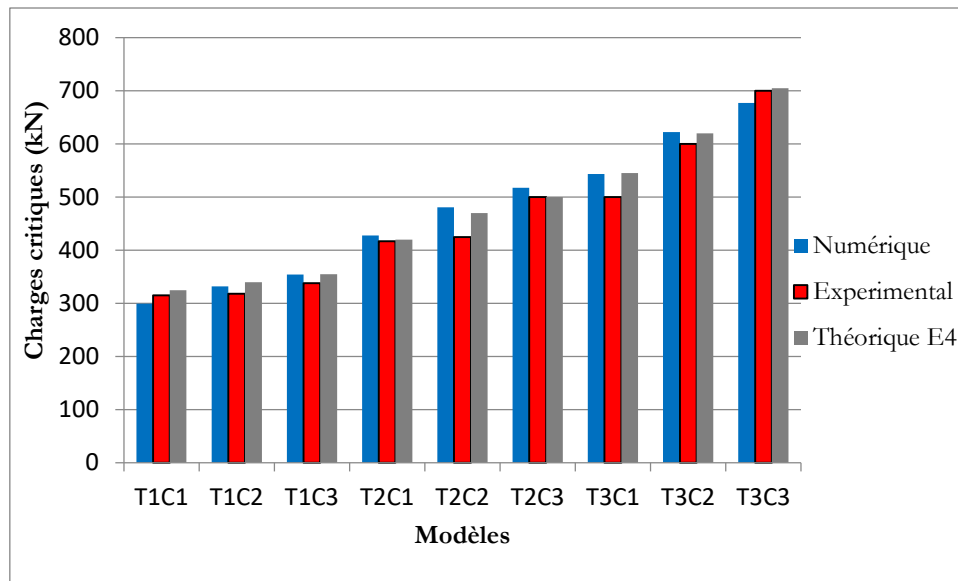


Figure V.15 Validation des résultats des tubes remplis de béton (théoriques Eurocode4, expérimentaux et numériques)

V.6 CONCLUSION

En conclusion, la similarité générale entre les courbes de charge-déformation indique que les deux matériaux, malgré leurs légères différences, présentent des comportements compatibles avec leurs caractéristiques structurales respectives, notamment pour le modèle préconisé par Tao comme il a été constaté sur les différentes courbes. Les différences remarquées sur les courbes sont le plus souvent dues au fait que les essais en laboratoire sont limités et parfois statiques, ce qui n'est pas le cas pour les modèles numériques qui sont des modèles idéalisés, et qui continuent à se déformer jusqu'à l'atteinte du nombre d'incrément de calcul. Les problèmes d'interaction et les choix de maillage appropriés, sont des considérations importantes dans la modélisation et l'analyse de ce type de structures composites.

***CONCLUSION GENERALE
ET RECOMMANDATIONS***

CONCLUSION GENERALE

Le comportement des tubes en acier remplis de béton sous compression axiale est caractérisé par une réponse robuste et prévisible. L'acier, en tant que matériau structural, absorbe la majeure partie de la charge de compression, tandis que le béton fournit un confinement efficace et une protection contre les dommages. Cette combinaison permet d'obtenir une résistance accrue, une ductilité améliorée et une meilleure capacité à supporter des charges cycliques. De plus, les tubes en acier remplis de béton offrent une flexibilité de conception considérable. Leur géométrie peut être adaptée pour répondre aux besoins spécifiques des projets, permettant ainsi une optimisation de la structure en fonction des contraintes et des exigences de charge.

La modélisation numérique non linéaire de tubes courts en acier remplis, basée sur la théorie de la plasticité (élasto-plasticité parfaite, comportement élasto-plasticité avec écrouissage multilinéaire et élasto-plasticité avec écrouissage proposé par Tao et al. 2011), nous a permis de montrer le comportement réel des CFST courts. La validation des modèles a été effectuée par rapport aux normes Européennes E4 ainsi que par rapport une étude expérimentale effectuée par KEBAILI [KEBAILI 2013] au niveau du laboratoire du département de génie civil et nous a conduit aux conclusions suivantes :

-Le renforcement des tubes vides avec le béton a conduit à l'amélioration significative de leur état de charge-déformation.

- Pour un tube en acier rempli de béton (CFST), sous compression axiale, le noyau de béton se dilate latéralement et est confiné par le tube en acier, ce confinement est de nature passive et peut augmenter la résistance et la ductilité du béton.

-L'apparition d'un voilement local pour l'ensemble des tubes modélisés, situé dans la majorité des cas, à l'extrémité supérieure du tube, sauf pour certains tubes pour lesquels le voilement local est apparu à la partie médiane pour (T1C2) et aux deux extrémités pour (T3C3).

Mais de manière générale, il apparait également une très bonne corrélation entre les résultats numériques, expérimentaux et théoriques, avec parfois, un pourcentage d'erreur qui n'excède pas les 10%.

Aussi, le modèle numérique à comportement élasto-plastique proposé par Tao et al 2011, donne un comportement proche de la réalité comparativement aux essais expérimentaux, ce qui le distingue par rapport aux autres lois de comportement classiques.

-Les tubes T3C1 et T3C2 (tubes avec la plus grande hauteur) présentent des modes de ruine similaires, pour les différentes lois de comportement, ce qui nous amène à supposer que la

variation des lois de comportement en plasticité n'influe pas sur le comportement du modèle, par contre nous pouvons supposer que l'amélioration des caractéristiques des matériaux peut avoir un effet positif, à savoir une diminution des déformations.

L'efficacité des tubes remplis de béton n'étant plus à faire, le but essentiel de notre démarche a été de proposer un modèle numérique d'analyse fiable. Les différents résultats nous ont confortés dans notre constat, qui est relatif au modèle suivant la loi de comportement préconisée par Tao et al pour l'acier, lequel suit celui obtenu par expérimentation, et de ce fait, conforme au comportement réel, cependant, les autres modèles classiques (plastique parfait et avec écrouissage), donnent tout de même des résultats plus ou moins proches.

RECOMMANDATIONS

Sur la base des différents aspects concernant la modélisation des tubes courts en acier remplis de béton, il est apparu quelques éléments auxquels les résultats sont très sensibles : on cite notamment la gestion des contacts entre les surfaces des deux matériaux et les conditions aux limites. Par conséquent, nous pouvons émettre ces quelques recommandations :

-Le contact entre les deux matériaux constitutifs, a été considéré comme étant fixe, ce qui n'est pas réellement le cas, pour cela, il serait judicieux d'investiguer sur une bonne gestion des contacts pour le modèle élément fini, avec une prise en compte particulière de la qualité de l'interface acier-béton, car une adhérence inadéquate peut réduire considérablement la résistance du tube en acier rempli de béton sous compression axiale.

-Les conditions aux limites du modèle ont également leur importance vis-à-vis de son comportement, un intérêt particulier devrait leur être concédé afin de reproduire un aspect véritable de la structure composite, ainsi que les conditions de confinement du béton.

-Il est cependant essentiel de remarquer que la simulation de poteaux élancés serait d'autant plus judicieuse, car dans la majorité des cas, les colonnes remplies de béton sont de grande hauteur (structures réelles), auquel cas les résultats seraient plus probants.

REFERENCES
BIBLIOGRAPHIQUES

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

A

ACI Committee 318. Building code requirements for reinforced concrete (ACI 18-95) and commentary (ACI 318R-99), Detroit: American Concrete Institute; 1999

ANDRADE, L.G. et al. Geometrically nonlinear analysis of laminate composite plates and shells using the eight-node hexahedral element with one-point integration. 2007. Composite Structures. Vol. 79, p 571-580

Australia Standards AS4100 Steel structures. Sydney: Standards Australia; 1998.

B

B. KEBAILI et B. REDJEL 2012. Etude expérimentale du comportement des tubes en acier remplis de béton. European Journal of Environmental and Civil Engineering, 16:7, 765-776.

Bachir KEBAILI , Thèse de Doctorat en Sciences en Génie civil « Analyse des colonnes mixtes Acier Béton » 2013

BOURSAS, F., BOUTAGOUGA, D. 2021. Parametric study of I-shaped shear connectors with different orientations in push-out test, Frat. Ed Integrita Strutt., 15(57), pp. 24–39,

BOUTAGOUGA. D. Analyse non linéaire géométrique et matérielle des coques par un élément quadrilatère avec ddl rotationnel dit " drilling rotation "2008.

BURR, W. H., 1912. "Composite Columns of Concrete and Steel". Minutes of the Proceedings, ICE, vol. 188, London, pp.114-126

C

C. BAIOCCHI and C. LOVADINA. « A shell classification by interpolation ». Math. Models Methods Appt. Sci., 2002.

D

Dai, X., Lam, D. 2010. Numerical modelling of the axial compressive behaviour of short concrete-filled elliptical steel columns, J. Constr. Steel Res., 66(7), pp. 931–94

DJEGHABA, K. Contribution à l'analyse non linéaire Géométrique des Coques Minces en Théorie de Marguerre. 1990. Thèse de doctorat. Institut National des Sciences Appliquées de Lyon.

Duval, A., Al-akhras, H., Maurin, F., Elguedj, T. (2014). Abaqus/CAE 6.14 user's manual, Dassault Systèmes Inc.

E

ELLOBODY E. YOUNG. B. & LAM D. "Behaviour of normal and high strength concrete-filled compact steel tube circular stub columns." *Jol of Constructional Steel Research*, Vol 62, 2006, pp. 706-715. [SC(8)]

Eurocode 2 : Calcul des structures en béton

Eurocode 3 : Calcul des structures en acier

Eurocode 4 : Calcul des structures mixtes acier-béton

F

F. FREY « Analyse des structures et milieux continus (Mécanique des solides) »,

FANG, C., THEOFANOUS, M., GARDNE L. (2013). Numerical modelling of concrete-filled elliptical hollow section columns at ambient temperature. *Proceedings of the Workshop on Finite Element Modelling of Innovative Concrete-filled Tubular Columns under Room and Elevated temperatures.*

FREY, F. STUDER, M.A. *Analyse des structures et milieux continus.* 2000. Vol 5, Presses polytechniques et universitaires Romandes

G

G. KIRCHHOFF. Uher das gleichgewicht und die bewegung einer elastischen scheibe. *Journal fur reine und angewandte Mathematik*, vol. 40.

GALLAGHER, R.H. *Introduction aux Eléments Finis.* 1976. Edition Pluralis – traduction française

GARDNER, N. J. AND JACOBSON, R., "Structural behaviour of concrete filled steel tubes." *ACI Journal*, Vol 64, No 7, , , 1967, pp. 404-413.

GIAKOUMELIS. G. & LAM D. « Axial capacity of circular concrete-filled tube columns » *Journal of Constructional Steel research*, Vol.60, 2004, pp. 1049-1068.

GOEL, T., TIWARY, A.K. (2018). Finite element modeling of circular concrete filled steel tube (CFST), *Indian J. Sci. Technol.*, 11(34), pp. 1–9.

GUPTA, P.K., SINGH, H. (2014). Numerical study of confinement in short concrete filled steel tube columns, *Lat. Am. J.Solids Struct.*, 11(8), pp. 1445–1462.

H

HU H.T. et al. (2003). “Nonlinear Analysis of Axially Loaded Concrete-Filled Tube Columns with Confinement Effect”, *Journal of Structural Engineering, ASCE*, Vol. 129, No. 10, pp. 1322-1329

I

IMBERT, J.F. *Analyse des Structures par Eléments Finis*. 1995. Cépaduès Editions – 3ème édition

Int. J. Integr. Eng., 1(2), pp. 95–101.

J

J .L.BATOZ ET G.DHATT « Modélisation des structures par éléments finis » (volume 1 solides élastiques 1990 ; volume 2 poutres et plaques 1990 ; volume 3 coques 1992)

J. PITKÄRANTA, Y. LEINO, O. OVASKAINEN, and J. PIILA. « Shell deformation states and the finite element method: a benchmark study of cylindrical shells ». *Comput. Methods Appt. Mech. Engrg*, 1995

J. SANCHEZ-HUBERT and E. SANCHEZ-PALENCIA. « Coques Elastiques

J.F.HAJJAR & B.C.GOURLEY .Representation of Concrete-Filled Steel Tube Cross-Section Strength .*Journal of Structural engineering* volume 122 issue 11 November 1996.

J.L.BATOZ et al.(2000).On the linear analysis of plates and shells using a new-16 degrees of freedom flat shell element, *Computers & Structures* Volume 78, Issues 1–3, November 2000, Pages 11-20.

JAMALUDDIN, N., LAM, D., Ye, D. (2009). Finite element analysis of elliptical hollow and concrete filled tube columns, *Journal of Structural and Construction Engineering*.

K

- K. LAHLOU “Colonnes en béton à, haute performances confine dans des enveloppes minces en acier “ Bulletin des laboratoires des ponts et chaussées 209 Mai Juin 1997 Ref4109 pp49/67.
- K.J. BATHE, D. CHAPELLE, and P.S. Lee « A shell problem 'highly sensitive' to thickness changes. Internat ». J. Numer. Methods Engrg, 2003
- K.SAKINO, Y.SUN (1994). Stress-Strain curve of concrete confined by rectilinear hoop.
- KEDZIORA, S., ANWAAR, M.O. (2019). Concrete-filled steel tubular (CFTS) columns subjected to eccentric compressive load. AIP conference proceedings, 2060, p. 20004.
- KLOPPEL, V. K. AND GODER, W., “An investigation of the load carrying capacity of concrete-filled steel tubes and development of design formula.” Der Stahlbau, Vol 26, No 1 ,1957, pp. 1-10.
- KNOWLES, R. B. AND PARK, R., “Axial load design for concrete filled steel tubes.” Journal of the structural Division, ASCE, Vol. 96, ST10, Oct., 1970, pp. 2125-2153.
- KOITER, W.T and SIMMONS, G. Foundation of shell theory. 1972. in proceeding of thirteenth Inter congress of theoretical and Applied Mechanics. Moscou, p 39-71

L

- LEGAY, A. Une méthode de calcul efficace pour l'étude paramétrique du flambage non-linéaire de structures tridimensionnelles : application à la fiabilité. 2002. Thèse de doctorat. École Normale Supérieure de Cachan/CNRS/Paris, p 154
- LEVY, R. GAL, E. geometrically nonlinear three-noded flat triangular shell elements. 2001. Computers & structures. Vol 79, p 2349-2355

M

- Mander J B, Priestley M J N, Park R 1988 “Theoretical stress–strain model for confined concrete”. J. Struct. Eng., 114: 1804–1826
- MANDER, J.B., PRIESTLEY, M.J., AND PARK, R. (1988a) "Observed stress-strain behavior of confined concrete." J. Struct. Eng., 114(8), 1827-1849.
- Minces- Propriétés Asymptotiques ». Masson, Paris, 1997.

MUHAMMAD NASEEM BAIG , JIANSHENG FAN, JIANGUO NIE “Strength of concrete Filled Steel Tubular Columns“ Tsinghua Science & Technology, Volume 11, Issue 6, December 2006, Pages 657-666

N

N.KERNOU « La Construction Mixte (Acier -Béton) "Cours et Exercices Corrigés" 2016.

NAGHDI, P.M. The Theory of Shell and Plates. 1972. Handbuch der Physik. Vol VI a-2, p 425-640, Springer-Verlg, Berlin.

NEOGI, P. K., SEN, H. K. AND CHAPMAN, J. C., “Concrete-filled tubular steel columns under eccentric loading.” The Structural Engineer, Vol. 47, No. 5, London, May, 1969, pp. 187-95.

O

O’SHEA M, BRIDGE R. “Circular thin-walled tubes with high strength concrete infill. Composite construction in steel and concrete II”. Irsee (Germany): ASCE; 1996, p. 780–93

R

REDDY, B.D. KIISSNER, M. The four-noded quadrilateral with a 2 x 1 integration rule: Application to plates and other problems. 1997. Comput. Methods Appl. Mech. Engrg. Vol 149, p 101-112

RICHART, F.E., BRANDTZÆG, A., BROWN, R.L. (1928). A study of the failure of concrete under combined compressivestresses, University of Illinois at Urbana Champaign, College of Engineering. Engineering Experiment Station.

ROBERT, F. Contribution à l'analyse non linéaire Géométrique et Matérielle des Ossatures Spatiales en Génie Civil Application aux Ouvrages d'Art. 1999. Thèse de doctorat, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, p 248

S

S.TIMOSHENKO « Théorie des plaques et coques », Université de Stanford, édition 1961, volume 1 et 2.

SEWELL J. S « Columns for building » Engineering News, V.48 N°.17 Oct. 23, 1902

T

TAO, Z., UY, B., LIAO, F.-Y., HAN, L.-H. 2011. Nonlinear analysis of concrete-filled square stainless steel stub columns under axial compression, *J. Constr. Steel Res.*, 67(11), pp. 1719–1732.

TOMII, M., SAKINO, K. (1979). Experimental studies on concrete filled square steel tubular beam-columns subjected to monotonic shearing force and constant axial force, *Trans. Archit. Inst. Japan*, 281, pp. 81–92.

volume3 Presses polytechniques, édition (1999)

Y

Yves DEBARD « RDM Compléments théoriques Bibliographie » I.U.T(2001)

Z

ZEGHICHE. J AND CHAOUI. K, "Experimental behaviour of concrete filled steel tubular columns", *Journal of Constructional steel research- Elsevier* 2005 /60/1; pp 53-66.

ZHANG, Y.X. and CHEUNG, Y.K. A refined non-linear non-conforming triangular plate/shell Element. 2003. *Int. J. Numer. Meth. Engng.* Vol 56, p 2387-2408