

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

BADJI MOKHTAR-ANNABA UNIVERSITY
UNIVERSITE BADJI MOKHTAR-ANNABA



جامعة باجي مختار - عنابة

ANNEE 2014

FACULTE DES SCIENCES ET DE L'INGENIORAT
DEPARTEMENT DE GÉNIE DES PROCÉDÉS

MEMOIRE

Présenté en vue de l'obtention du diplôme de MAGISTER

CARACTERISATION ET ETUDE DU DEBIT ET DE LA DISTRIBUTION DE VITESSE D'ECOULEMENT D'UNE MATIERE GRANULAIRE DANS UN SILO

Spécialité

Génie de l'environnement

Par

Abderrahmane KHALFALLAH

DIRECTEUR DU MEMOIRE : LAKHDAR TIFOUTI Professeur Université D'Annaba

DEVANT LE JURY

PRESIDENT : MOSTEFA ZERDAOUI

PROFESSEUR, UNIVERSITE BADJI MOKHTAR ANNABA

RAPPORTEUR: LAKHDAR TIFOUTI

PROFESSEUR, UNIVERSITE BADJI MOKHTAR ANNABA

MEMBRE : SOUAD DJERAD

PROFESSEUR, UNIVERSITE BADJI MOKHTAR ANNABA

MEMBRE : YAZID HADIDANE

MCA UNIVERSITE BADJI MOKHTAR ANNABA

INVITE: LEILA MENADJLIA

MCB UNIVERSITE BADJI MOKHTAR ANNABA

REMERCIEMENTS

Au terme de ce travail, je ne saurais exprimer suffisamment toute ma gratitude à mon encadreur Pr. L. TIFOUTI et au Dr. L. BENMANSOUR (MENADJLIA) qui m'ont apporté grâce à leurs compétences l'appui nécessaire pour mener à terme ce travail. Je n'oublie pas de remercier également le Pr. K. SALEH de l'Université de Technologie de Compiègne qui a mis à notre disposition tout le matériel nécessaire pour cette étude et qui surtout nous a soutenu par son aide et son expérience dans le domaine, le laboratoire et l'équipe de génie des procédés industriels et tout ceux qui ont aidé dans ce chemin.

Je tiens aussi à remercier Pr. M.ZERDAOUI qui a bien voulu s'intéresser à ce travail et me faire l'honneur de présider le jury. Je remercie tout les enseignants de département de génie des procédés de l'université de Badji Mokhtar ANNABA. Je remercie également les personnels du laboratoire des travaux publics de l'Est (LTPE) ainsi que les membres des laboratoires des départements de génie des procédés, de génie civil et de génie mécanique de l'université de Badji Mokhtar ANNABA. Je tiens aussi à remercier Pr. M. Boulenoir de département de génie mécanique de l'université de Badji Mokhtar ANNABA pour nous avoir empreinté la caméra afin de réaliser l'essentiel de ce travail.

Enfin, je remercie tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation de ce travail et particulièrement ma famille et mes amis.

SOMMAIRE

Résumé	IV
Introduction	V
CHAPITRE 1 : GENERALITES SUR LA MATIERE GRANULAIRE	
1.1 Introduction générale.....	1
1.2 La matière granulaire en état statique et en état dynamique	3
1.2.1 Les talus.....	3
1.2.2 La matière granulaire dans les silos	4
1.2.3 La matière granulaire sur les plans inclinés	5
1.2.4 Les conduites verticales	6
1.2.5 La configuration trémie tube verticale	7
1.2.6 La ségrégation d'un mélange des matériaux granulaires dans un cylindre tournant ...	7
CHAPITRE 2 : CARACTERISATION, ANALYSE ET PROPRIETES MECANIQUES D'UN MILIEU GRANULAIRE.	
2.1 Introduction	9
2.2 Caractérisation d'un milieu granulaire	9
2.2.1 La forme et la taille des grains	10
2.2.1.1 Diamètres équivalent et facteurs de forme	10
2.2.1.2 Répartition de taille	12
2.2.1.3 Techniques utilisées pour la détermination de la granulométrie.....	14
2.2.2 La répartition de vide dans un milieu granulaire.....	15
2.2.2.1 La porosité.....	15
2.2.2.2 Masse volumique.....	17
2.3 Les forces de contact entre les particules	19
2.3.1 La cohésion	19
2.3.2 Le frottement	20
2.4 Tests de cisaillement d'un milieu granulaire.....	20
2.4.1 Les cellules de cisaillements	20
2.4.2 Fonction d'écoulement ff_c (<i>flow function</i>)	23

CHAPITRE 3 : APPROCHE MECANIQUE

3.1 Introduction	25
3.2 La modélisation des milieux granulaires.....	25
3.3 Les lois de conservation et d'équilibre pour le modèle continu	25
3.3.1 Loi de conservation de masse.....	26
3.3.2 Loi de conservation des moments linéaires (quantité de mouvement)	26
3.3.3 Loi d'équilibre des moments angulaires	27
3.3.4 Conservation de l'énergie	27
3.4 Statique d'un milieu granulaire.....	27
3.4.1 Propriétés mécaniques.....	28
3.4.1.1 Critère de Coulomb	28
3.4.1.2 Le digramme de Mohr-Coulomb.....	29
3.4.1.3 Les états actif et passif de Rankine	32
3.4.2 Calculs de Janssen.....	34

CHAPITRE 4 : ECOULEMENT DES MATIERES GRANULAIRES DANS LES SILOS.

4.1 Introduction	37
4.2 Problèmes rencontrés dans le déchargement des silos	37
4.3 Débit d'écoulement	39
4.4 Distribution de vitesse.....	43
4.4.1 Modélisation cinématique	44
4.4.2 Modélisation par la théorie de plasticité	47
4.5 Techniques utilisées pour la mesure de distribution de vitesse des grains.....	49
4.5.1 Techniques 2D.....	49
4.5.1.1 Technique du traceur coloré.....	49
4.5.1.2 Technique des couches colorées	49
4.5.1.3 <i>Particle image velocimetry</i> (PIV)	50
4.5.1.4 Radiographie	52
4.5.2 Techniques 3D.....	53
4.5.2.1 <i>Positron emission particle tracking</i> (PEPT)	53
4.5.2.2 Imagerie par résonance magnétique (IRM).....	53

CHAPITRE 5 : PARTIE EXPERIMENTALE

5.1 Introduction	55
5.2 Caractérisation.....	55
5.2.1 Matériau utilisé.....	55
5.2.2 Granulométrie.....	56
5.2.3 Masse volumique.....	57
5.2.4 Calcul de la porosité et de la fraction de solide.....	59
5.2.5 Mesure de l'angle de talus (ou d'éboulement)	59
5.2.6 Mesure de l'angle de frottement interne et de coulabilité.....	61
5.3 Mesure de débit	64
5.3.1 Dispositif utilisé	64
5.3.2 Les essais de mesure de débit.....	65
5.3.2.1 Mesure de débit dans le cas d'absence de la trémie.....	66
5.3.2.2 Mesure du débit dans le cas de présence de la trémie (35°, 45°, 55°)	69
5.3.3 Estimation de la valeur du débit	69
5.4 Distribution de vitesse	71
5.4.1 Distribution de vitesse des grains dans le cas d'absence de la trémie.....	71
5.4.2 Distribution de vitesse des grains (en présence de la trémie).....	72
5.4.3 Comparaison entre les résultats pratiques et théoriques.....	79
5.4.3.1 Zone de convergence.....	79
a) En absence de la trémie.....	80
b) En présence de la trémie	84
5.4.3.2 Zone d'écoulement	89
a) En absence de la trémie, D= 60 mm	89
b) En présence de la trémie	90
5.4.3.3 Représentation et comparaison de la distribution de vitesse des grains par les contours et les vecteurs de vitesse.....	92
a) Définition d'une équation de la vitesse v_0	92
b) Cas d'absence de la trémie pour les ouvertures 40 mm, 50 mm et 60 mm	95
c) Cas de présence de la trémie pour l'ouverture 40 mm, avec les angles 35°,45° et 55° de la trémie	96
Conclusion et perspectives	99
BIBLIOGRAPHIE	102
ANNEXES	106

Résumé

La bonne compréhension de la physique des milieux granulaires permet une maîtrise optimale de la matière en grains dans de différents procédés industriels, ce qui conduit à des gains importants en termes d'énergie et qui est bénéfique pour l'environnement et entraîne un abaissement considérable du coût total de la production. Nous avons fait une étude sur l'écoulement gravitaire d'un matériau granulaire dans un silo parallélépipédique, cette étude débute par une caractérisation du matériau, puis une étude du débit d'écoulement, et on termine par une étude de la distribution de vitesse des grains en utilisant une technique de mesure moderne qui est la technique PIV (*Particle Image Velocimetry*). Cette étude se termine par une comparaison des résultats théoriques des équations du débit et de la distribution de vitesse utilisées pour le dimensionnement des silos et la simulation d'écoulement de la matière granulaire avec les résultats pratiques. Par ailleurs il a été proposé une modification pour les équations de distribution de vitesse des grains afin d'approcher l'écoulement réel observé.

Mots clés : écoulement gravitaire, caractérisation, silo, matières granulaires, distribution de vitesse des grains, PIV (*Particle Image Velocimetry*).

Abstract

The well understood of Bulk solids (presented in a wide range of chemical process) physics enhances the efficacies of industrial equipments and can make important energy saving, which is better for the environment and reduce production costs. We studied the gravity flow of bulk solids in silo; this work is started by the characterization of the granular solid used, followed by the study of flow rate for the gravity granular flow and finally by the study of velocity distribution of grains by modern technique which is Particle Image Velocimetry (PIV). The study is based on the analyzing of experimental results (of flow rate and velocity distribution of grains) and on the comparison between them and theoretical results (of the equation used in silo design and flow simulation). We suggest a modification of equations of velocity distribution that is used in granular flow simulation in order to approach observed phenomena.

Key words: bulk solids, granular flow, gravity driven flow, silo, hopper, velocity distribution of granular flow, Particle Image Velocimetry (PIV).

INTRODUCTION

Introduction

L'écoulement de la matière granulaire est un phénomène complexe qu'on peut trouver dans des différents cas industriels et naturels. Les études du phénomène d'écoulement de la matière granulaire sont augmentées à cause de la présence de ces matériaux dans les différents procédés. Les silos sont des équipements industriels qui permettent le stockage et l'utilisation de la matière granulaire où on trouve le phénomène d'écoulement de cette dernière. Ce travail est une caractérisation et une étude d'écoulement gravitaire d'un matériau granulaire dans un silo parallélépipédique selon la démarche suivante :

Le premier chapitre comprend une introduction générale et une définition des matériaux granulaires, leurs importances, quelques unes de leurs propriétés, les différents comportements des matériaux granulaires dans les états statiques et dynamiques dans les silos et dans d'autres cas et équipements.

Le deuxième chapitre concerne les méthodes de caractérisation de l'analyse avec les propriétés mécaniques d'un milieu granulaire. La définition des grandeurs caractéristiques avec les techniques utilisée, est suivie par des notions sur les forces de contacts entre les particules. Enfin, on termine par un aperçu sur les cellules et des tests de cisaillements.

Le troisième chapitre est une approche mécanique des milieux granulaires concernant les types de modélisation de ce genre de milieu, les lois de conservation et d'équilibre pour le modèle continu et les études de l'état statique.

Le quatrième chapitre concerne l'écoulement de la matière granulaire dans les silos avec les techniques utilisées. Ce chapitre contient également les équations couramment utilisées pour l'estimation du débit d'écoulement gravitaire avec les équations les plus connues de la distribution de vitesse des grains. Une des techniques utilisées pour la mesure de la distribution de vitesse est la technique PIV (*Particle image velocimetry*), elle est abordée avec détails. Nous avons utilisé cette technique à l'aide du programme "PIVview".

Le dernier chapitre représente la partie expérimentale de ce travail. Qui se résume pour l'étude caractéristique de l'orge (matériau utilisé). Nous avons fait des mesures de la valeur du débit et de la distribution de vitesse des grains par la technique PIV, les résultats obtenus sont comparés avec des résultats théoriques, qui sont régis par une loi pour la distribution de vitesse des grains. Nous avons établi une proposition d'une corrélation de cette loi afin d'approcher le mouvement décrit par nos expériences.

Enfin, ce travail se termine par une conclusion sur la comparaison des résultats pratiques et théoriques avec la corrélation proposée.

CHAPITRE 1

GENERALITES SUR LA MATIERE GRANULAIRE

CHAPITRE 1

GENERALITES SUR LA MATIERE GRANULAIRE

1.1 Introduction générale

Une matière granulaire est un système composé de grains voisins ou de particules solides individuelles, de telle sorte que la plupart des particules voisines sont en contact, les exemples communs de la matière granulaire sont : le sable, le gravier, le sucre, le charbon, le ciment, etc. La figure 1.1 représente les intervalles typiques de la taille des grains pour quelques matériaux granulaires. La matière granulaire est souvent rencontrée dans la nature et dans de diverses industries. Par exemple en industrie chimique, Ennis et al (1994) [1] notent que environ 40% de la valeur ajoutée est liée à la technologie de la particule. Semblablement, Bates (2006) [2] note que plus de 50% des produits vendus sont sous forme granulaire ou impliquent les matériaux granulaires dans leurs productions. Malgré l'importance de la matière granulaire, sa mécanique n'est pas bien comprise ; cependant actuellement les études dans ce domaine se développent rapidement.

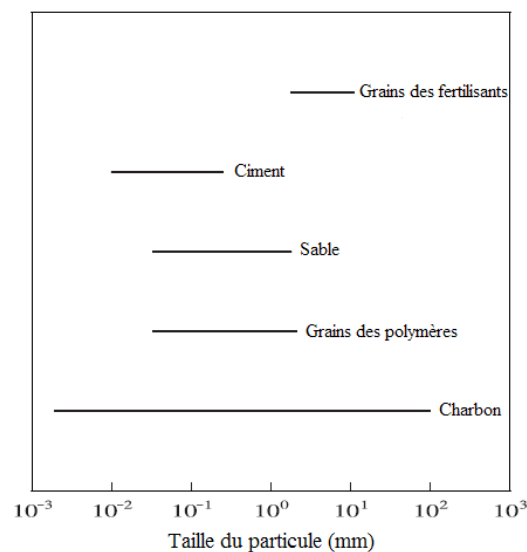


Figure 1.1. Taille des grains pour quelques matériaux granulaires. [6].

Une matière granulaire est appelée sèche si le fluide dans les interstices ou le vide entre les grains est un gaz, qui est habituellement l'air, si le vide est complètement rempli d'un liquide comme l'eau, la matière est appelée une matière granulaire saturée, et elle est appelée partiellement saturée s'il y a un liquide dans quelques interstices et le reste est rempli d'un gaz. Par exemple, la région supérieure d'une terre dans son environnement naturel est habituellement partiellement saturée, alors que la région basse est saturée. Dans la littérature récente, les matériaux granulaires à la fois saturés et partiellement saturés sont des matériaux granulaires mouillés ou humides.

Si le contact entre les particules est perdu et chaque particule est entourée par un fluide, la matière granulaire devient une suspension des particules dans un fluide, pour une discussion détaillée des suspensions voir [3], [4] et [5].

Quand les matériaux granulaires sont au repos ou en mouvement, ils montrent beaucoup de propriétés qui ne peuvent pas être prévus sur la base de notre expérience avec les fluides comme l'air et l'eau, et les solides comme l'acier et le bois. Par exemple, ils peuvent soutenir des contraintes du cisaillement au repos, comme dans le cas d'un tas.

Dans un tas formé par versement d'une matière granulaire contenue dans un entonnoir sur une surface plate, l'inclinaison de la génératrice du tas à l'horizontale ne peut pas être arbitraire, elle est limitée par une valeur maximale appelée l'angle de repos. Comme les liquides, les matériaux granulaires s'écoulent sous l'action de la gravité. Cette propriété rend l'utilisation du sablier comme une horloge efficace à l'ancienne époque.

Contrairement à l'eau, les matériaux granulaires sont compressibles à cause du changement de l'espacement entre les particules pendant l'écoulement. D'autre part, on peut mélanger l'eau et l'alcool pour obtenir un liquide d'une composition uniforme, mais les tentatives de mélange des particules de deux tailles ou de deux matières différentes conduit à la ségrégation ou à la séparation des constituants.

Dans certains cas particuliers, l'influence du fluide interstitiel peut être ignorée quand on traite des matériaux granulaires de taille suffisamment grande. En général, les matériaux granulaires partagent quelques propriétés avec les fluides et les solides mais ils ont un comportement différent.

1.2 La matière granulaire en état statique et en état dynamique

La matière granulaire peut se trouver dans un état statique ou dynamique, nous allons citer quelques exemples pour les grains au repos ou en mouvement :

1.2.1 Les talus

Considérons un tas conique de la matière granulaire sur une surface horizontale (figure 1.2(a)), plusieurs travaux ont été faits pour la mesure des contraintes normales N exercées par la matière sur la base du talus en fonction de la distance radiale r mesurée du centre de la base. Dans les essais de Vanel et al (1999) [7], le tas est formé par le sable qui tombe lentement à partir d'un entonnoir sur une plaque comme une base (figure 1.2(a)), l'entonnoir doit bouger vers le haut de telle sorte que sa tête est toujours un peu au-dessus du sommet du tas. Le profil de la contrainte normale ne donne pas un maximum au centre de la base (figure 1.2(b)).

Plusieurs modèles ont été proposés pour expliquer de tels profils (par exemple [8], [9]). Il devrait être noté que le profil de la contrainte ne prend pas la même allure ; par exemple, quand le tas est formé par passage de la matière granulaire par un tamis qui est levé lentement (figure 1.3(a)) le profil de la contrainte normale prend une allure différente (figure 1.3(b)). Malgré les efforts qui ont été faits, il n'y a pas jusqu'aujourd'hui une explication physique simple des allures de ces profils (figure 1.2(b), figure 1.3(b)).

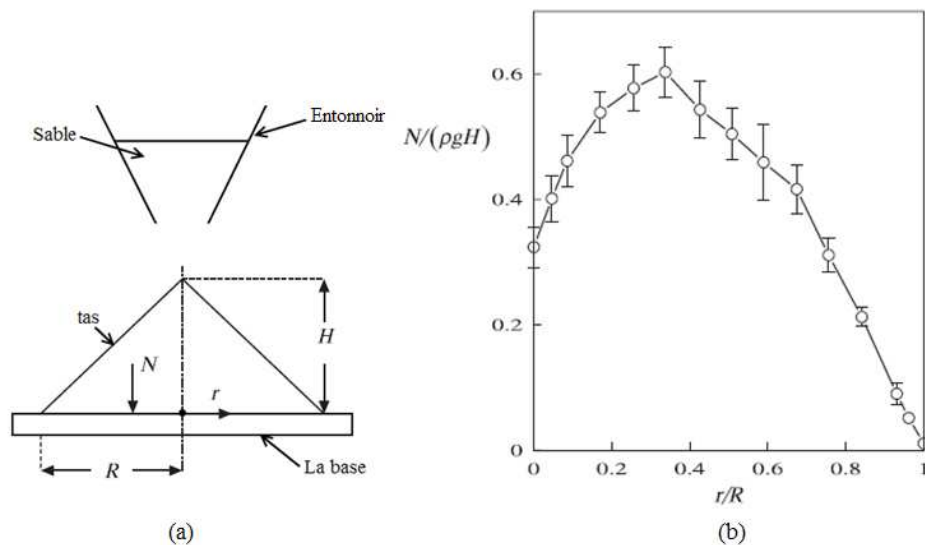


Figure 1.2. Constitution d'un tas à partir d'un entonnoir (a), le profil de la contrainte normale en fonction de la distance radiale (b). [7].

Les expériences sur les lits statiques des matériaux granulaires montrent que les contraintes sont transmises le long des directions préférées, qui sont appelées les chaînes des forces ou les chaînes des contraintes ([10], [7]). La figure 1.4 montre un tas bidimensionnel construit d'un disque photo-élastique, la brillance est proportionnelle à l'intensité des forces. Comme les chaînes ne sont pas verticales, Vanel et al (1999) [7] pensent que la distribution des forces peut détourner une partie du poids loin du centre de la base.

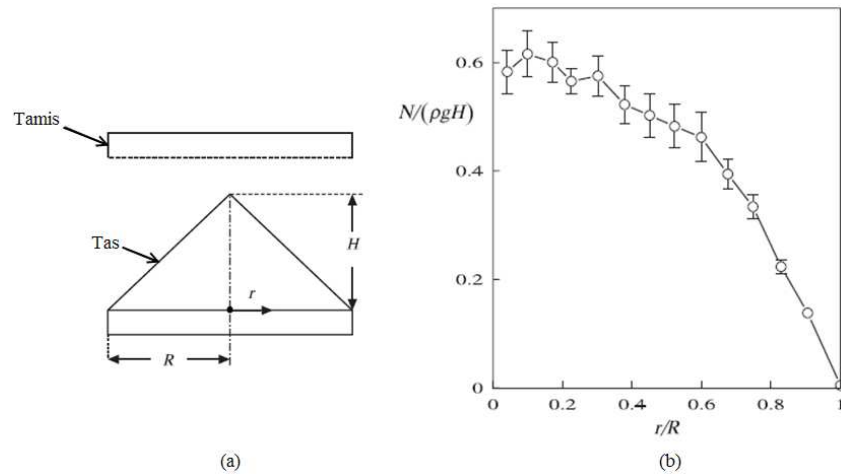


Figure 1.3. Constitution d'un tas à partir d'un tamis (a), profil de la contrainte normale en fonction de la distance radiale (b). [7].

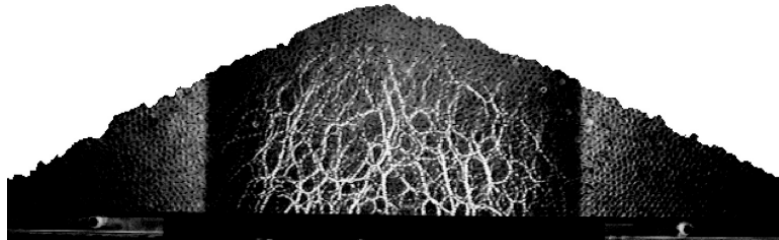


Figure 1.4. Les chaînes des forces dans un tas par photoélasticité. [7].

1.2.2 La matière granulaire dans les silos

Les silos sont des équipements utilisés pour la conservation et le stockage des matériaux granulaires. On peut trouver différents types, silo avec trémie en bas, silo à fond plat ou une trémie (figure 1.5).

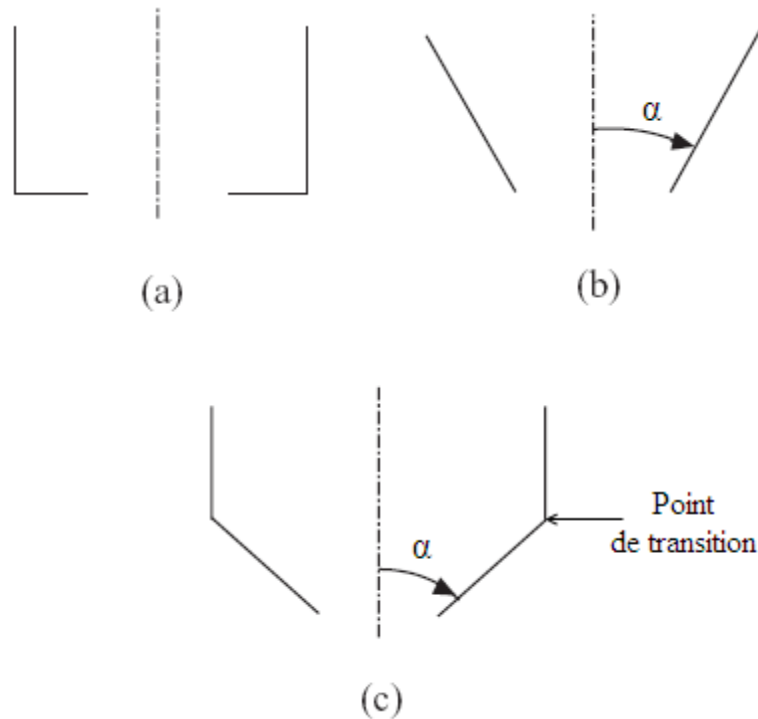


Figure 1.5. Différentes formes de silo : silo à fond plat (a), trémie (b), silo avec trémie en bas (c).

Une propriété intéressante, réside dans l'existence des différents types d'écoulement, si tous les grains de la matière sont en mouvement au cours de la décharge l'écoulement est appelé écoulement en masse (figure 1.6(a)) ; par contre, si l'écoulement est limité à la zone centrale du silo l'écoulement est appelé écoulement en cheminée (figure 1.6(b)). La présence des zones stagnantes ou la grande différence de vitesse des particules rend la modélisation du système difficile où il devient probablement nécessaire de définir un certain nombre d'équations pour résoudre le problème.

1.2.3 La matière granulaire sur les plans inclinés

Les plans inclinés sont utilisés pour transporter la matière granulaire par écoulement sous la force de gravité d'un point à un autre dans un niveau bas (figure 1.7). Quelques propriétés d'écoulement sur les plans inclinés peuvent être illustrées en considérant les expériences de Johnson et al (1990) [11]. Ainsi, l'écoulement sur les plans inclinés révèle beaucoup de propriétés intéressantes comme beaucoup de types de profils de la densité et de la vitesse.

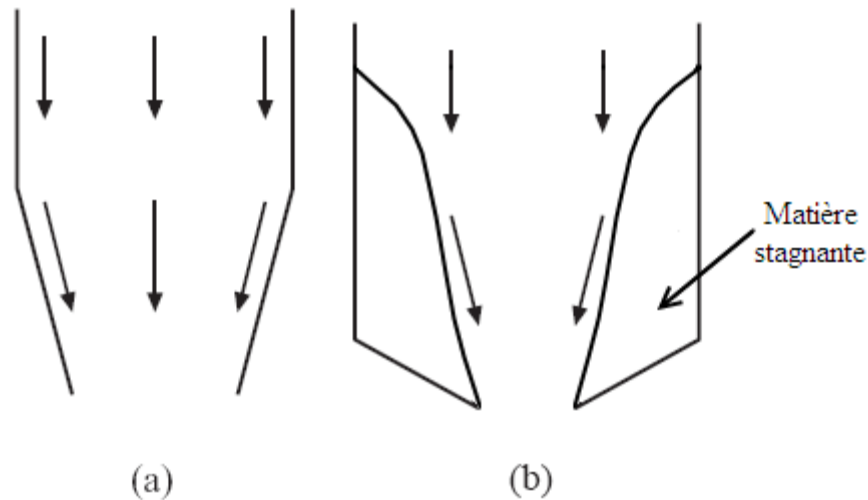


Figure 1.6. Les types d'écoulement : écoulement en masse (a), écoulement en cheminée (b).

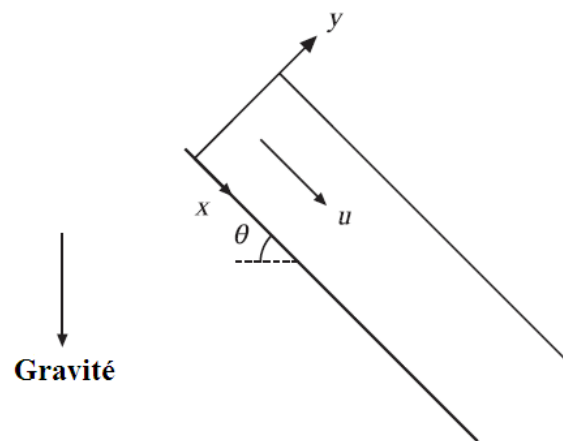


Figure 1.7. L'écoulement sur un plant incliné (u : vitesse d'écoulement, θ : angle d'inclinaison).

1.2.4 Les conduites verticales

Considérons l'écoulement de la matière granulaire dans une conduite verticale sous l'action de la gravité (figure 1.8(a)). A une grande distance de la fin du canal, on trouve que le profil de la vitesse verticale est approximativement indépendant des coordonnées verticales. Les données de Nedderman et Laohakul (1980) [12] de débit des billes de verre dans un canal à section transversale rectangulaire sont représentées sur la figure 1.8(b) ; près du centre du canal, le profil de la vitesse est presque plat. Dans la couche de cisaillement près du mur du canal, la vitesse varie d'une façon significative pour une longueur de dix fois le diamètre de la

particule. Les types d'écoulement contenant à la fois des mouvements en bloc et les couches du cisaillement se trouvent dans beaucoup des dispositifs comme les trémies, les tambours rotatifs et les cellules du cisaillement, etc.

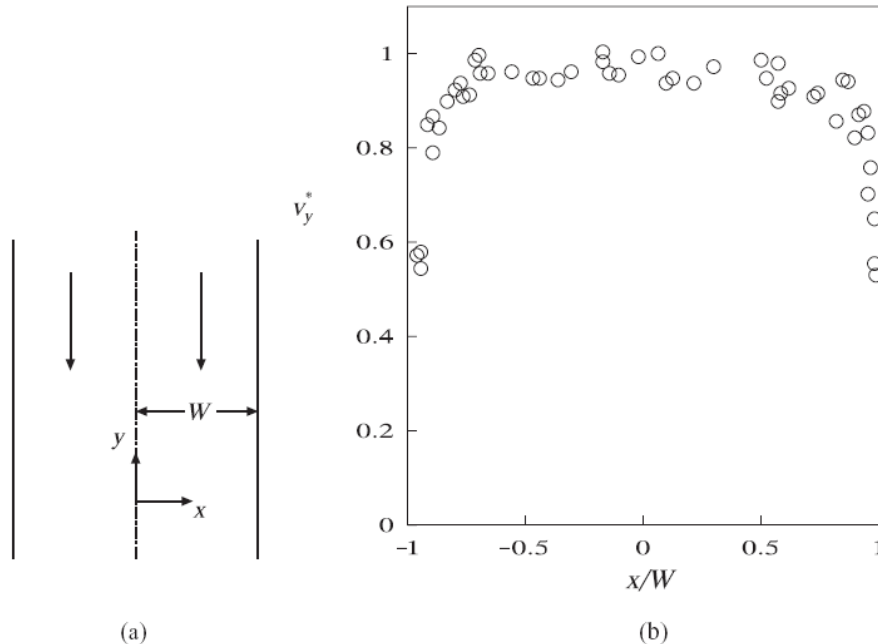


Figure 1.8. Ecoulement dans une conduite verticale (a), profil de vitesse (b). [12].

1.2.5 La configuration trémie tube verticale

Les tubes verticaux sont utilisés pour le transport des particules à partir des lits fluidisés ou des trémies (figure 1.9). La différence de débit entre cette configuration et une trémie normale est étonnante, le débit de la première est 70% plus grand que celui d'une trémie normale ; la première observation de ce phénomène est faite par Bingham et Wikoff (1931) [13]. Les expériences de Chen et al (1984) [14] sur la différence de pression entre la zone supérieure de la trémie et la sortie du tube (aussi la pression de fluide interstitiel) peut donner une explication de ce phénomène. L'interaction des particules avec le fluide interstitiel donne lieu à de complexes variations de débit avec la différence de pression [15].

1.2.6 La ségrégation d'un mélange des matériaux granulaires dans un cylindre tournant

Considérons un cylindre horizontal qui contient un mélange de sable fin avec du sable d'une taille de particule plus grande, la rotation du cylindre conduit à une formation de bandes dans la direction axiale, ces bandes sont faites par la séparation de deux types de sable. Oyama (1939) [16] fût le premier à étudier ce phénomène de la ségrégation axiale [15]. Il y a

d'autres types de ségrégation, par exemple la ségrégation peut être entraînée dans la formation d'un tas. Beaucoup d'études ont été faites pour ce phénomène (voir [17], [18], [19]).

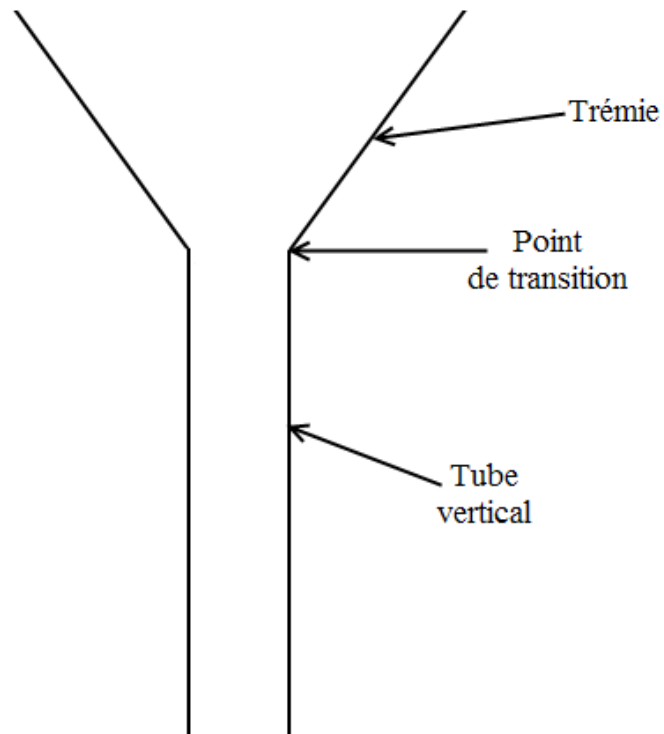


Figure 1.9. La configuration trémie tube vertical.

CHAPITRE 2

CARACTERISATION, ANALYSE ET PROPRIETES MECANIKUES D'UN MILIEU GRANULAIRE

CHAPITRE 2

CARACTERISATION, ANALYSE ET PROPRIETES MECANQUES D'UN MILIEU GRANULAIRE

2.1 Introduction

La taille, la forme et les propriétés physico-chimiques d'un milieu granulaire sont des paramètres importants pour un procédé industriel, ils peuvent être soumis à une analyse pour une éventuelle amélioration.

Ce chapitre présente les différentes techniques utilisées pour la caractérisation et l'analyse d'un milieu granulaire ainsi que les mécanismes de transferts des forces et des contraintes qui définissent les propriétés mécaniques d'un milieu granulaire.

2.2 Caractérisation d'un milieu granulaire

Les propriétés d'un milieu granulaire sont liées directement aux propriétés et interactions des grains ou des particules qui construisent ce milieu, d'après [20], il y a trois niveaux pour la caractérisation d'un milieu granulaire :

- les caractéristiques intrinsèques des particules (taille, masse volumique, forme, porosité, etc.) ;
- les propriétés relatives à une population de particules (distribution de taille, masse volumique en vrac, homogénéité, etc.) ;
- les propriétés comportementales qui reflètent, de manière globale et à l'échelle macroscopique, les interactions existantes au sein du milieu particulaire ou entre les particules et son environnement.

Ces paramètres peuvent alors donner une idée sur le comportement d'un milieu granulaire au cours de différentes opérations industrielles.

2.2.1 La forme et la taille des grains

Le plus important paramètre dans la caractérisation d'une matière granulaire est la taille des particules, ce paramètre peut définir le comportement global et entre dans les calculs concernant les différentes opérations sur les matériaux granulaires comme le stockage, l'écoulement, la fluidisation, etc. La taille des grains est facile à déterminer si les grains ont une forme régulière, elle peut dépendre d'une seule grandeur comme le diamètre dans le cas d'une sphère. La détermination de la taille conduit à la détermination des autres propriétés géométriques comme la surface, le volume, etc. D'après [21], la définition d'une taille caractéristique de particules se complique au fur et à mesure que :

- le nombre de particules ayant une taille différente augmente. Pour un ensemble de particules de tailles non identiques, même sphériques, une analyse statistique des résultats s'impose pour déterminer les caractéristiques moyennes du lot de particules ;
- la forme des particules soit irrégulière. En effet, dès que l'on s'éloigne d'une sphère, le nombre de paramètres nécessaires à la description de l'ensemble des grandeurs géométriques augmente ; deux paramètres pour un cylindre (son diamètre de section et sa longueur), trois pour un parallélépipède (sa longueur, sa largeur et sa hauteur) et davantage de paramètres pour des formes plus complexes. La taille d'une particule n'a donc de sens physique et absolu que pour les formes bien définies. Par conséquent, la taille et la forme des particules sont deux paramètres indissociables qu'il convient de traiter conjointement. Ce constat est valable même pour les formes les plus simples.

En réalité, la forme des grains n'est pas toujours sphérique, et cela nécessite la définition de certaines paramètres qui exprime la taille des grains, ces paramètres sont nécessaires pour l'analyse et la caractérisation d'un milieu granulaire.

2.2.1.1 Diamètre équivalent et facteurs de forme

Pour une sphère il est possible de parler de la taille avec une seule grandeur qui est le diamètre mais si les grains n'ont pas une forme homogène il est difficile de définir une taille de grain pour la caractérisation. La solution de ce problème est de définir un diamètre équivalent à une sphère ayant le même volume ou la même surface ou le même comportement que le grain de la forme non sphérique. Selon la caractéristique choisie le diamètre équivalent peut prendre plusieurs définitions présentées dans le tableau 2.1.

Le diamètre équivalent donne une information plus complète s'il est associé avec un facteur de forme, qui est un nombre sans dimension défini par rapport à la surface ou au volume [21]:

- le facteur de forme volumique ϕ_V , tel que :

$$V = \phi_V d^3 \quad (2.1)$$


- le facteur de forme surfacique ϕ_S , tel que :

$$S = \phi_S d^2 \quad (2.2)$$

Où d représente le diamètre équivalent choisi.

Tableau 2.1. Définitions de la taille des particules [21].

Symbole	Appellation	Définition	Formule
d_V	Diamètre volumique équivalent	Diamètre d'une sphère ayant le même volume que la particule	$V = \frac{\pi}{6} d_V^3$
d_S	Diamètre surfacique équivalent	Diamètre d'une sphère ayant la même surface que la particule	$S = \pi d_S^2$
d_{SV}	Diamètre surface-volume équivalent	Diamètre d'une sphère ayant le même rapport surface/volume que la particule	$d_{SV} = \frac{d_V^3}{d_S^2}$
d_d	Diamètre de traînée	Diamètre d'une sphère présentant la même résistance à l'avancement F_d que la particule dans un fluide de viscosité identique μ_f et à la même vitesse v (d_d se réduit à d_s lorsque le nombre de Reynolds R_e est petit)	$F_d = 3\pi d_d \mu_f v$ $R_e < 0,2$
d_f	Diamètre de chute libre	Diamètre d'une sphère ayant la même densité et la même vitesse de chute libre que la particule dans un fluide de densité et de viscosité identiques	
d_{St}	Diamètre de Stokes	Diamètre de chute libre d'une particule dans un fluide en écoulement laminaire, de nombre de Reynolds petit	$d_{St}^2 = \frac{d_V^3}{d_d}$ $R_e < 0,2$
d_a	Diamètre d'aire projetée	Diamètre d'un cercle ayant la même surface que l'aire projetée de la particule A , celle-ci étant en position stable	$A = \frac{\pi}{4} d_a^2$

d_p	Diamètre d'aire projetée	Diamètre d'un cercle ayant la même surface que l'aire projetée de la particule, celle-ci ayant une orientation aléatoire	Valeur moyenne pour toutes les orientations possibles ; $d_p = d_s$ pour les particules convexes
d_{pr}	Diamètre périmétrique	Diamètre d'un cercle ayant le même périmètre que la projection du contour de la particule	
d_t	Diamètre de tamisage	Ouverture carrée minimale du tamis à travers laquelle la particule peut passer	
d_F	Diamètre de Feret	Largeur de la plus petite bande de plan, parallèle à une direction donnée, qui contient entièrement l'image de la particule	
d_M	Diamètre de Martin	Longueur moyenne de la corde de la projection du contour de la particule	
d_r	Diamètre déroulé	Longueur moyenne de la corde passant par le centre de gravité de la particule	

D'autres définitions de la sphéricité de la particule peuvent être données en fonction de la géométrie par rapport à une sphère [22] :

$$\Psi_V = \frac{\text{surface de la sphère de même volume que le grain}}{\text{surface du grain}} \quad (2.3)$$

D'autres facteurs de sphéricité ont été proposés [21]

$$\Psi_A = \frac{\text{volume de la sphère de même surface que le grain}}{\text{volume du grain}} \quad (2.4)$$

$$\Psi_a = \frac{\text{volume de la sphère de même surface spécifique que le grain}}{\text{volume du grain}} \quad (2.5)$$

Ces facteurs peuvent être reliés entre eux par la relation suivante :

$$\Psi_V^3 = \Psi_a = \frac{1}{\Psi_A^2} \quad (2.6)$$

2.2.1.2 Répartition de taille

L'analyse granulométrique consiste à déterminer la taille d'un ensemble significatif et représentatif de particules, puis à présenter les résultats obtenus sous la forme d'une

distribution ou d'une répartition granulométrique [21]. L'analyse de la répartition granulométrique permet de définir des classes granulométrique (les classes granulométrique des intervalles de taille bornés) où chaque classe peut présenter une fraction de particule selon leurs taille, en pratique, ces classes peuvent être définies par le passage par les mailles d'un tamis, et les fractions sont définis par les quantités obtenues après la séparation dans le cas du tamisage (la fraction peut être en masse, en volume, etc. L'exposition de la distribution granulométrique peut être faite par un histogramme ou par un tableau, etc. selon [21], on obtient alors :

- la distribution de taille en nombre, $f_N(d)$, si on dénombre les particules ;
- la distribution de taille en surface, $f_S(d)$, si on mesure la surface des particules ;
- la distribution de taille en volume ou en masse, $f_M(d)$, si l'on choisit la fraction pondérale pour exprimer l'importance relative de chaque classe.

La figure 2.1 présente la distribution en cumulé (plus grands que) ou passant (moins grands que).

En disposant de la distribution en nombre d'une population de particules on a :

$$f_{Vi} = \frac{V_i}{V_T} = \frac{f_{Ni}d_i^3}{\sum f_{Ni}d_i^3} \quad (2.7)$$

Avec $V_i = Ni \phi_V d^3 = f_{Ni} N_T \phi_V d^3$

De la même manière

$$f_{Si} = \frac{f_{Ni}d_i^2}{\sum f_{Ni}d_i^2} \quad (2.8)$$

Selon les paramètres utilisés dans l'analyse granulométrique les classes peuvent être d'intervalle régulier ou d'intervalle variable qui peut réduire le nombre de classes.

Quelques fois une loi de distribution est utile pour décrire la répartition granulométrique des grains, cette loi réduit le nombre des paramètres pour l'analyse statistique des données granulométrique. D'après [21], la plupart de ces lois utilisent aussi deux paramètres, le premier étant un indicateur de la taille moyenne et le second de sa dispersion autour du premier.

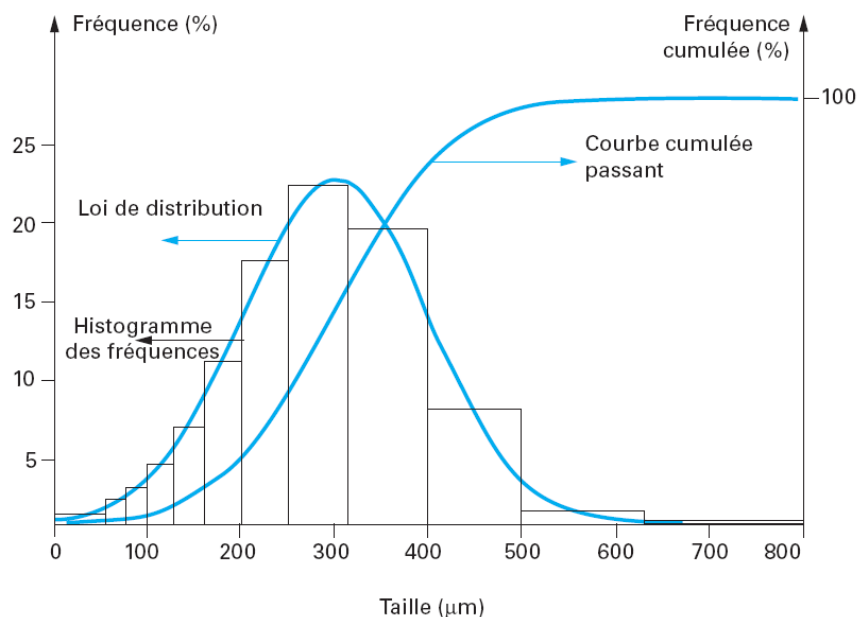


Figure 2.1. Présentations d'un exemple de la répartition granulométrique [21].

2.2.1.3 Techniques utilisées pour la détermination de la granulométrie

Plusieurs techniques existent pour la détermination de la granulométrie d'un système granulaire, parfois la nature du matériau oblige l'utilisation de certaines techniques. Une discussion détaillée de ces techniques peut être trouvées dans plusieurs références (comme par exemple [23]). Les principales techniques sont :

- le tamisage ;
- la microscopie et l'analyse d'image ;
- les techniques optiques ;
- le compteur à variation de résistance ;
- la sédimentation ;
- les méthodes acoustiques ;
- les autres techniques : classification/séparation.

Plusieurs facteurs entrent dans le choix de la technique, ce choix est fait [21] en fonction de la gamme de taille à mesurer, le type de diamètre requis, la détermination de la distribution en masse ou en nombre, l'état de la phase dispersée, la quantité de l'échantillon à analyser, le coût d'investissement (appareils, personnels, etc.), le niveau de formation requis des personnels, ainsi que des contraintes d'hygiène et de sécurité relatives à la manipulation. Le tamisage, qui est une technique efficace pour la séparation granulométrique des grains, est

une des techniques les moins chères. Il existe beaucoup d'appareils pour chaque technique d'analyse granulométrique, leurs caractéristiques peuvent être trouvées dans plusieurs ouvrages comme [24].

2.2.2 La répartition de vide dans un milieu granulaire

La détermination des propriétés physiques, chimiques, physico-chimiques, ou des autres propriétés d'un milieu granulaire est nécessaire pour la définition des différentes interactions avec toute autre phase. Les propriétés d'un milieu granulaire dépendent de sa structure poreuse, qui donne une information sur la répartition du vide au sein d'un milieu granulaire soit à l'échelle microscopique (les micropores dans le matériau) ou à l'échelle macroscopique comme le vide entre les grains. Contrairement à la quantité de vide des pores dans le solide qui peut être défini comme une valeur constante, la répartition de vide entre les grains n'a pas une valeur constante (le volume occupé par le même nombre de grains n'est pas le même dans tout les cas) surtout pour des grains qui n'ont pas une forme régulière.

Nous citons dans ce qui suit des définitions de la porosité d'un grain, la masse volumique, qui sont liés à la répartition de vide dans un milieu granulaire.

2.2.2.1 La porosité

- **cas du grain**

Le volume d'un grain n'est pas occupé totalement par le solide, les grains peuvent contenir des pores sur la surface, ces pores peuvent être internes ou externes (figure 2.2). La porosité interne χ d'un grain est le rapport entre le volume des pores (les vides peuvent être remplis par un liquide ou un gaz) et le volume total (apparent ou géométrique) du grain, D'après [21] :

$$\chi = \frac{V_p - V_s}{V_p} \quad (2.9)$$

Avec V_p volume géométrique d'une particule (ou des particules) (figure 2.3(a)) et V_s volume effectif de solide qu'elle contient (figure 2.3(b)).

- **cas de la couche**

Le volume de vide dans une couche de particules est la somme de vide entre les grains (interstices situés entre les grains, figure 2.3(d)) et le vide des pores dans les grains, on définit

alors la porosité externe (ou macroscopique) ε qui est le rapport entre le volume des $V_{interstices}$ (figure 2.3(d)) et le volume total d'un lit de particules (figure 2.3(c)) ([21], [25]) :

$$\varepsilon = \frac{V_{interstices}}{V_{total}} = \frac{V_{interstices}}{V_p + V_{interstices}} \quad (2.10)$$

Le volume des interstices dépend de l'arrangement des grains, qui peut être modifié par un tassement ou une vibration, etc.

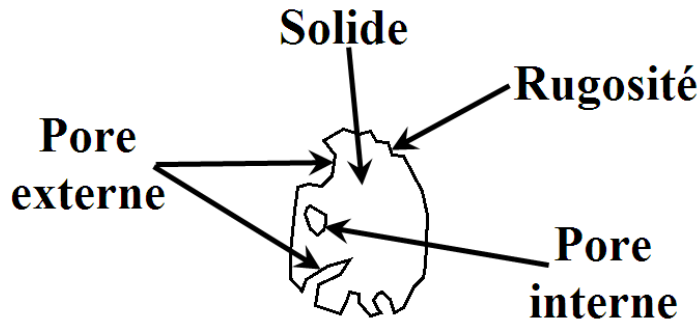


Figure 2.2. Particule de solide.

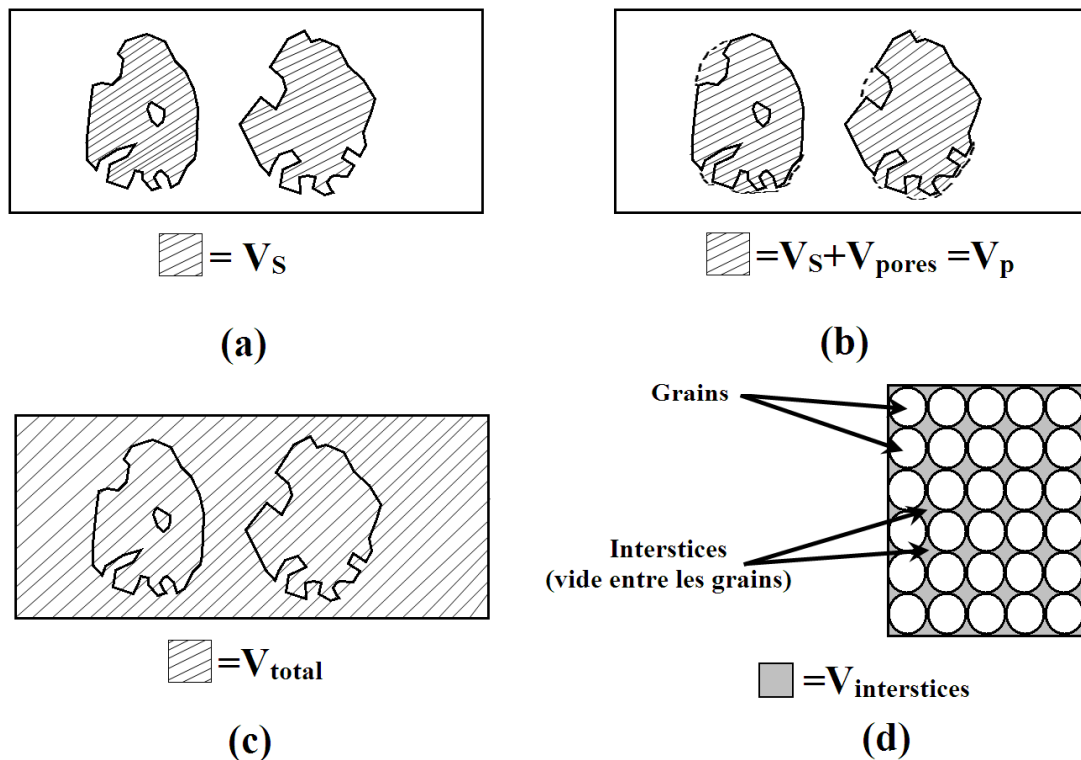


Figure 2.3. Le volume de solide V_s (a), le volume géométrique des particules V_p (b), volume V_{total} (c), le volume des interstices $V_{interstices}$ (d).

Une autre fraction peut être définie à partir de la porosité externe [26] :

$$v=(1 - \varepsilon) \quad (2.11)$$

v est la fraction des particules ou la compacité.

2.2.2.2 Masse volumique

La masse volumique est le rapport entre la masse d'un objet et son volume. Dans le cas d'un fluide, la valeur de la masse volumique peut être affectée par pression ou la température, mais pour un matériau granulaire c'est l'arrangement des grains qui a la grande influence sur la masse volumique. Et à cause de la répartition de vide dans un milieu granulaire, on peut distinguer plusieurs valeurs de la masse volumique pour la même masse. Le vide dans un milieu granulaire se présente à différents échelles, microscopique dans les pores, et macroscopique dans le vide interstitiel.

- **Masse volumique réelle ρ_r**

La masse volumique réelle ou de solide est la masse volumique du solide constitutif des particules et elle dépend de la nature du matériau. La détermination de la masse volumique réelle est faite par la mesure de la masse et de volume du solide. La valeur de la masse peut être facilement déterminée par une simple pesée mais la détermination de volume nécessite des méthodes appropriées. Le volume de solide peut être déterminé en retranchant du volume total le volume de vide (interne et externe), ce dernier peut être déterminé par un fluide capable de remplir tout le vide externe (interstices) et interne (pores).

$$\rho_r = \frac{m}{V_s} \quad (2.12)$$

Des fois il existe des pores internes inaccessibles dans le matériau, et dans ce cas, les mesures de la masse volumique réelle ne sont pas précises et l'utilisation d'un échantillon finement broyé peut résoudre le problème.

- **Masse volumique apparente d'un grain ρ_p**

Il s'agit du rapport entre la masse de la particule et son volume apparent (le volume du solide et de vide dans les pores). Ce volume apparent peut être déterminé par la pycométrie à mercure, d'après [21], cette méthode est basée sur le principe qu'à basses pressions, le mercure ne remplit pas les pores internes mais uniquement les interstices, de cette manière en

nous pouvons mesurer le volume des interstices et en retranchant ce volume du volume totale en obtient le volume apparent des particules. La masse volumique apparente d'une particule est donnée par la relation suivante :

$$\rho_p = \frac{m}{V_{total} - V_{interstices}} \quad (2.13)$$

Néanmoins, la majorité des solides sont moins denses que le mercure et l'utilisation de cette technique nécessite la mise en place d'appareils sophistiqués et coûteux (porosimètre à mercure). La méthode consiste à faire préalablement le vide au-dessus de l'échantillon puis d'introduire le mercure dans la cellule de mesure tout en limitant sa pression de sorte qu'il ne pénètre pas dans les pores. La masse volumique apparente d'un grain qui a une faible porosité est proche de la masse volumique réelle ou de solide ρ_s .

D'après [21], La masse volumique des particules peut être déterminée également en connaissant leur porosité interne en utilisant la relation entre ρ_p et ρ_r :

$$\rho_p = (1 - \chi)\rho_r \quad (2.14)$$

- **Masse volumique apparente en vrac ρ_a**

La masse volumique apparente en vrac est la masse d'une couche de particules divisée par le volume total occupé par la couche, elle est donnée par la relation suivante ([21], [25]) :

$$\rho_a = \frac{m}{V_{total}} \quad (2.15)$$

Cette relation est juste si la pression n'est pas importante.

En utilisant les relations (2.10) et (2.14) [21], on obtient :

$$\rho_a = (1 - \varepsilon)\rho_p = (1 - \varepsilon)(1 - \chi)\rho_r \quad (2.16)$$

Aussi dans certains cas si la taille des particules est relativement grande on peut considérer que $\rho_p \approx \rho_r$.

L'arrangement ou la configuration des grains est le facteur qui affecte la fraction de solide, il est caractérisé par le nombre de coordinations et la fraction de solide. Le nombre de coordinations présente le nombre de contacts entre un grain et ses voisins. L'arrangement des grains peut être régulier ou aléatoire. Pour des grains sphériques en arrangement régulier, on

trouve deux types des couches : les couches carrés, et les couches rhombique (figure 2.4), dans ce cas la, Graton et Fraser (1935) [27] montrent que un arrangement cubique à faces centrées donne le nombre minimum de coordinations 6 et la fraction minimale de solide 0,52.

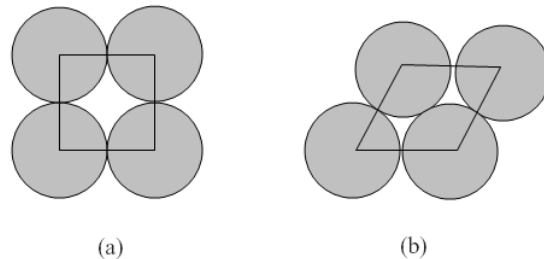


Figure 2.4. Les deux types des couches, couche carrée (a) et couche rhombique (b).

2.3 Les forces de contact entre les particules

Pour un milieu granulaire dense qui n'est pas en écoulement rapide, on trouve deux types des forces de contact par effet de la cohésion et du frottement.

2.3.1 La cohésion

La cohésion est la tendance des particules de la même matière à se coller à cause de l'action des forces interparticulaires attractantes comme la force de van der Waals, les ponts liquides ou solides, la force de Coulomb entre les particules, les liaisons chimiques, et l'agglomération des particules. Les grains comme le sable sec et les billes de verre secs ont une taille supérieure à 100 μm et peuvent être considérés comme des matériaux granulaires non cohésifs ; par contre, les matériaux granulaires comme le ciment et l'argile avec une taille des particules inférieure à 100 μm peut être considéré comme des matériaux granulaires cohésifs.

La cohésion a des effets sur le comportement physique des milieux granulaires (comme la variation complexe de l'angle d'éboulement d'une matière granulaire en fonction de taille des particules au-dessous de 100 μm). La manipulation et le stockage des matériaux cohésifs sont pleins de difficultés. Par exemple, la cohésion gêne l'écoulement de la matière granulaire et elle peut conduire au bouchage ou ce qu'on appelle le voûtage (figure 2.5). Un autre problème avec les matériaux cohésifs est que leurs propriétés mécaniques ont tendance à varier avec le temps (les forces de cohésion augmentent avec le temps), cela est causé par beaucoup de facteurs comme la sortie de l'air des interstices, la vibration qui conduit à un

arrangement dense, la migration de l'eau, et l'évaporation de l'eau qui conduit à la précipitation des sels dissouts et la formation des ponts solides.

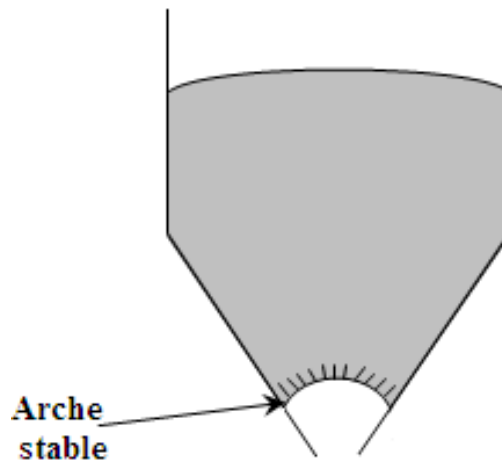


Figure 2.5. Bouchage par une arche stable.

2.3.2 Le frottement

Si on considère une interface imaginaire entre deux particules, le frottement est la tendance de résistance au mouvement relatif dans n'importe qu'elle direction tangente à cette interface. Le frottement entre les particules conduit à la dissipation d'énergie.

2.4 Tests de cisaillement d'un milieu granulaire

2.4.1 Les cellules de cisaillements

La détermination des conditions de rupture pour une matière granulaires est réalisée généralement dans des appareils appelés cellules de cisaillement, ces cellules sont similaires à celles utilisées pour le sol mais avec des charges inférieures. On trouve trois types utilisés pour les matériaux granulaires qui sont les cellules de cisaillement par translation (on peut citer la cellule de Jenike, la boîte de Casagrande), les cellules rotationnelles circulaires (comme la cellule de Peschl) et les cellules rotationnelles annulaires (on peut trouver cellule de Walker, cellule de Schulze).

Dans les tests de cisaillement par translation le cisaillement est provoqué par translation unidirectionnelle entre deux blocs de solide, La cellule la plus connue pour le cisaillement par translation des matériaux granulaires est la cellule de Jenike qui est constituée de deux anneaux avec un couvercle libre, figure 2.6(a). La charge normale N de 1 à 10 kPa est appliquée par le couvercle et l'effort de traction T est appliqué par l'anneau supérieur avec

une vitesse constante qui est de l'ordre de 0.04 mm/s. L'inconvénient de ce type est la limite de vitesse de cisaillement engendré par la faible course de déplacement.

Les cellules rotationnelles circulaires figure 2.6(b) et (c) fonctionnent par le même principe que les cellules de cisaillement par translation sauf que le cisaillement est créé par un mouvement rotationnel horizontal entre deux blocs de poudres superposés. L'avantage principal de ce type de cellule c'est qu'on peut appliquer le cisaillement à des grandes vitesses avec une course infinie.

Les cellules rotationnelles annulaires figure 2.6(d) sont les mêmes que les cellules circulaires à l'exception que la partie centrale est laissée inoccupée, alors le cisaillement est réalisé sur la direction radiale où la matière granulaire est cisailée entre deux cylindres par rotation.

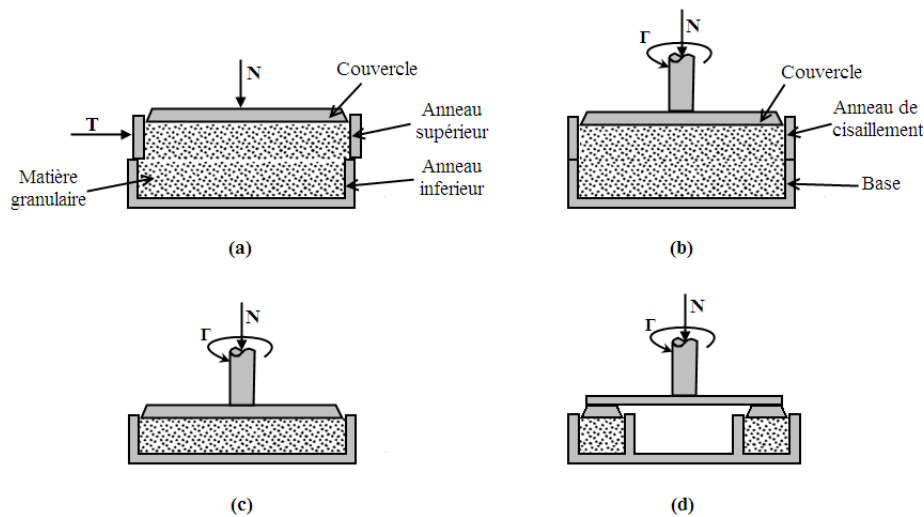


Figure 2.6. Différents types des cellules de cisaillement, cellule de cisaillement par translation(a), cellules rotationnelles circulaires (b) et (c), cellule rotationnelle annulaire (d).

Pour la cellule de cisaillement par translation les contraintes normales et tangentielles sont obtenues par les relations suivantes :

$$\sigma = \frac{N}{A} \quad (2.17)$$

$$\tau = \frac{T}{A} \quad (2.18)$$

A est la section de la cellule.

Pour la cellule annulaire :

$$N = \int_{r_1}^{r_2} 2\pi r \sigma dr = \pi(r_2^2 - r_1^2) \sigma \quad (2.19)$$

$$\Gamma = \int_{r_1}^{r_2} 2\pi r \tau r dr = \frac{2\pi}{3}(r_2^3 - r_1^3) \tau \quad (2.20)$$

Γ est le moment de torsion, r_1 et r_2 sont les diamètres des deux cylindres respectivement intérieur et extérieur.

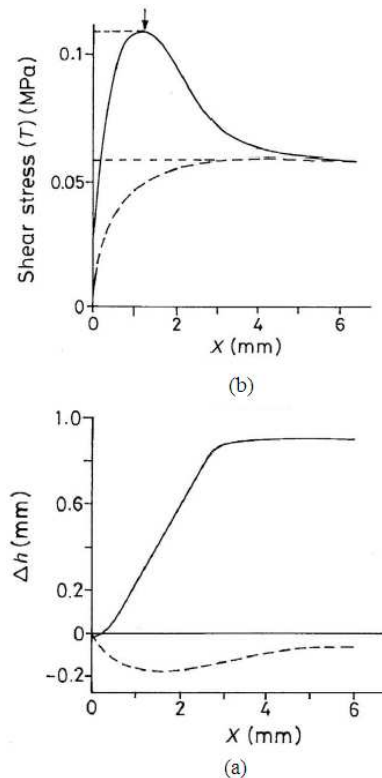


Figure 2.7. Changement de volume (a) et contraintes tangentielles d'un échantillon de la matière granulaire dans une cellule de cisaillement par translation (b). [6].

La figure 2.7(a) représente le changement de volume (par Δh le déplacement vertical du couvercle) d'un échantillon de la matière granulaire (dans une cellule de cisaillement de type Casagrande) en fonction du déplacement de la partie supérieure de l'échantillon cisailé, la ligne continue présente un échantillon dense et la ligne discontinue pour un échantillon lâche. On peut voir que le volume de l'échantillon dense diminue légèrement au début de cisaillement puis il dilate jusqu'à une valeur constante et le cisaillement devient en état isochore. Pour l'échantillon lâche, le volume se compacte puis il dilate jusqu'à une valeur

constante inférieure au volume initial. La figure 2.7(b) représente le changement des contraintes de cisaillement en fonction du déplacement de la partie supérieure de l'échantillon cisailé, on peut voir qu'il y a un pic dans la variation des contraintes tangentielles pour l'échantillon dense contrairement à l'échantillon lâche où la variation est plus homogène.

La figure 2.7 représente alors le comportement de la déformation de la matière granulaire dans la cellule de cisaillement qui peut être intéressant pour les études de la dynamique des milieux granulaires.

Les cellules de cisaillement sont utilisées aussi pour la détermination de l'angle de frottement grain paroi Φ_w , on utilise une surface plane de la matière de la paroi.

2.4.2 Fonction d'écoulement ff_c (flow function)

La rupture d'un milieu granulaire est toujours en relation avec son état de consolidation et par conséquent sa masse volumique initiale, de ce fait les contraintes de rupture varient avec l'état de consolidation initiale, [28] (cité par [29]) est proposé une fonction d'écoulement ff_c basée sur un rapport entre la contrainte de rupture et la contrainte de consolidation

$$ff_c = \frac{\sigma_1}{\sigma_c} \quad (2.21)$$

σ_c est la résistance à la compression,

Cette fonction permet de construire une idée sur la coulabilité d'un milieu granulaire par des courbes dans un plan (σ_1, σ_c) donnent un classement appelé classement de Jenik, le classement de Jenik est un critère qui nous permet de définir la nature de l'écoulement d'une poudre dans un silo, est ce qu'il est facile, difficile ou par fois impossible naturellement, la fonction ff_c nous permet de classer l'écoulement en cinq catégories [29] (figure 2.8) :

- $ff > 10$: écoulement libre (*free flowing*) et dans ce cas l'écoulement est facile et continu ;
- $4 < ff < 10$: écoulement aisé (*easy flowing*), l'écoulement est facile ;
- $2 < ff < 4$: écoulement difficile (le matériau est cohésif et des dispositifs d'aides sont nécessaires) ;
- $1 < ff < 2$: écoulement naturel impossible (le matériau est très cohésif) ;
- $ff < 1$: pas d'écoulement.

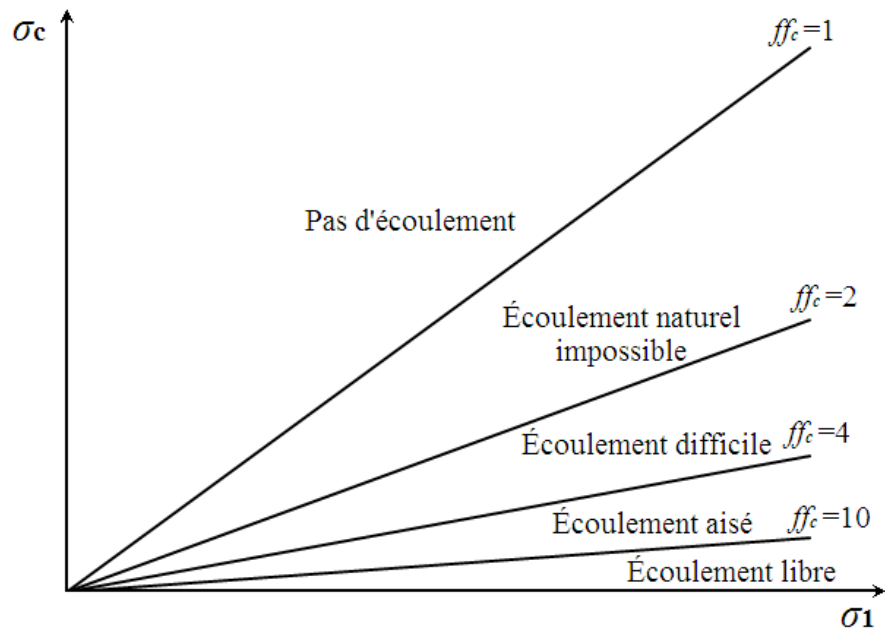


Figure 2.8. Signification de la fonction d'écoulement ff_c .

CHAPITRE 3

APPROCHE MECANIQUE

CHAPITRE 3

APPROCHE MECANIQUE

3.1 Introduction

Ce chapitre présente les types de modélisation d'un milieu granulaire et les lois utilisées, ainsi que les calculs des forces et des contraintes pour un milieu granulaire.

3.2 La modélisation des milieux granulaires

Les milieux granulaires peuvent être modélisés selon deux types de modélisation qui sont : la modélisation discrète et la modélisation continue. La modélisation discrète traite le milieu comme une collection des particules et les lois des forces sont appliquées sur chaque particule ; cette modélisation est souvent utilisée pour la simulation des milieux granulaire par des logiciels, et elle est appelée *discrete element method* (DEM). D'autre part, la modélisation continue considère la matière granulaire comme un milieu continu, la vitesse et la densité sont considérés comme des fonctions relatives au temps et à la position. Il peut sembler évident que les modèles discrets sont plus réalistes que les modèles continus, mais, le manque de connaissance des forces de contact entre les particules et les limitations pratiques de calcul pour le modèle discret rend ce modèle moins réaliste. D'un autre côté, la simulation des systèmes qui contiennent un très grand nombre de particules est actuellement au-delà de la portée des modèles discrets, et les modèles continus sont les plus utilisés. Ainsi, il est difficile de construire des solutions analytiques ou semi-analytiques approximatives aux modèles discrets pour les problèmes d'écoulement.

3.3 Les lois de conservation et d'équilibre pour le modèle continu

Les lois de conservation et d'équilibre concernent la masse, les moments linéaires, les moments angulaires et l'énergie. Ces lois sont écrites selon deux formes, une forme intégrale et une forme différentielle.

3.3.1 Loi de conservation de masse

On considère un volume à un instant t de la matière granulaire $V(t)$ la forme intégrale de loi de conservation de masse [30] :

$$\frac{d}{dt} \int_{V(t)} \rho dV = 0 \quad (3.1)$$

La loi différentielle de conservation de la masse ou l'équation de continuité est [30] :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0 \quad (3.2)$$

Avec $\rho = \rho_s v$, \mathbf{v} vecteur de vitesse.

3.3.2 Loi de conservation des moments linéaires (quantité de mouvement):

La forme intégrale de cette loi peut être écrite ([31], [30])

$$\frac{d}{dt} \int_{V(t)} \rho \mathbf{v} dV = \int_{S(t)} \mathbf{F}_S dS + \int_{V(t)} \rho \mathbf{b} dV \quad (3.3)$$

\mathbf{F}_S est un vecteur de contrainte ou une force de surface appliquée sur la surface extérieure $S(t)$ qui entoure le volume $V(t)$ dans la direction normale à cette surface, \mathbf{b} est une force volumétrique par unité de masse. Pour un écoulement gravitaire, \mathbf{b} peut être approximativement égal à \mathbf{g} qui est l'accélération de gravité. Il existe d'autres types de force volumétrique comme la force exercée par un champ électrique si les particules sont chargées électriquement.

La loi différentielle de conservation des moments peut être écrite [15] :

$$\frac{\partial \rho \mathbf{v}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v} \mathbf{v}) = -\nabla \boldsymbol{\sigma} + \rho \mathbf{b} \quad (3.4)$$

$\boldsymbol{\sigma}$ est un tenseur de contrainte.

Dans la technologie des poudres le tenseur de contrainte est défini positif dans la direction de compression, on trouve le signe moins pour le terme $\nabla \boldsymbol{\sigma}$, qui est l'inverse de ce qu'on trouve dans les livres de la mécanique des milieux continus.

Dans le cas statique l'équation 3.4 devient une équation d'équilibre des forces :

$$-\nabla\boldsymbol{\sigma} + \rho \mathbf{b} = 0 \quad (3.5)$$

Dans le cas d'un fluide au repos le tenseur de contrainte est la pression de fluide.

3.3.3 Loi d'équilibre des moments angulaires

L'équilibre des moments angulaires est obtenu pour l'équation suivante :

$$\tau_{ij} = -\tau_{ji} \quad (3.6)$$

τ_{ij} présente la composante tangentielle du tenseur $\boldsymbol{\sigma}$ (la convention des signes est représentée dans la figure 3.3)

3.3.4 Conservation de l'énergie

Les équations de conservation de l'énergie sont issues de la mécanique des fluides avec des spécificités liées aux mélanges de différents constituants. On peut noter qu'entre autre la dissipation d'énergie est due à la viscosité et à la l'inélasticité des collisions grain-grain. Les interactions des particules ensilées sur les parois du silo engendrent aussi des pertes d'énergie d'autant plus importantes suivant leur rugosité [32].

3.4 Statique d'un milieu granulaire

Les contraintes sur un élément de volume au sein d'un milieu continu sont définies par un tenseur des contraintes $\boldsymbol{\sigma}$ où ses composantes dans un système de coordonnées (x, y, z) sont :

$$\begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{pmatrix} \text{ ou } \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{zz} \end{pmatrix}$$

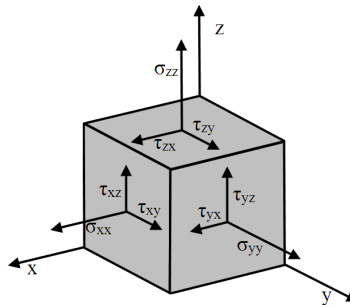


Figure 3.1. Composantes de tenseur de contrainte sur un élément de volume.

Où σ_{ii} présente la composante de la contrainte normale et τ_{ij} les contraintes tangentielles. Dans certaines conditions on peut trouver que les trois contraintes normales sont

égales et toutes les contraintes de cisaillement sont nulles. Ceci est plus commun dans la mécanique du fluide et connu comme un état de pression isotropique, qui est un scalaire puisqu'il agit également dans toutes les directions (ne change pas avec la rotation des coordonnées), qui est un cas particulier d'une contrainte.

Dans le cas général, il existe en tout point trois plans privilégiés pour lesquels la contrainte est uniquement normale ($\tau_{ij} = 0$). Ils sont appelés plans principaux et sont orthogonaux ; les contraintes normales correspondantes sont les contraintes principales notées $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$. Dans la technologie des poudres on donne une valeur positive pour les contraintes de compression.

On appelle un problème bidimensionnel, un problème où toutes les contraintes sur n'importe quel point du corps agissent dans le même plan. La plupart des problèmes en industrie ont une symétrie suffisante pour les considérer bidimensionnels.

3.4.1 Propriétés mécaniques

3.4.1.1 Critère de Coulomb

Dans les études de la mécanique des sols (un milieu granulaire), Coulomb (1776) [33] (cité par [26]) a examiné la déformation des sols et des roches, il considère que le sol était une matière homogène rigide (matière coulombienne idéale) qui pourrait se rompre en des blocs séparés. D'après ses expériences sur les glissements il suggère que tous les deux le frottement et la cohésion devraient être surmontés pendant la glissade tout au long de la surface de la rupture, Coulomb établie une équation entre les contraintes tangentielles et normales sur la surface de glissement, dont la rupture est obtenue par :

$$\tau = \sigma \tan \Phi + c \quad (3.7)$$

Cette équation est appelée le critère de coulomb, où c est un coefficient de la cohésion entre les grains, (ce paramètre peut être considéré nul pour des milieux granulaires secs formés de grains suffisamment grands), Φ est l'angle de frottement interne qui est une propriété pour chaque milieu granulaire. L'apparition des surfaces de rupture ou des couches de rupture (d'une épaisseur qui dans la pratique n'excède pas la dizaine de particules) est commune dans la déformation lente des matériaux granulaires. Par exemple, la figure 3.2 représente une surface de rupture formée pour un échantillon cylindrique de l'argile soumis aux contraintes de compression dans la direction radiale et axiale. La matière granulaire dans

le cas réel peut être considérée comme une matière coulombienne idéale et beaucoup de simplifications peuvent se produire. Le tableau 3.1 donne quelques valeurs typiques de l'angle de frottement interne qui dépend de la nature des grains.



Figure 3.2. Une surface de rupture dans un échantillon cylindrique de l'argile. [15].

La matière granulaire peut glisser sur une surface plane comme les parois d'un silo, on peut définir une équation similaire entre une matière granulaire et une surface plane de la matière de la paroi avec un autre angle Φ_w appelé angle de frottement grains-paroi :

$$\tau_w = \sigma_w \mu_w + c_w \quad (3.8)$$

Avec $\mu_w = \tan\Phi_w$, c_w est appelé l'adhésion, τ_w et σ_w sont respectivement les contraintes tangentielles et normales sur la paroi.

Tableau 3.1. Quelques valeurs typiques de l'angle de frottement interne θ . [34] cité par [26].

Matière	ρ_g (kN m^{-3})	Φ ($^\circ$)
Blé (<i>Wheat</i>)	6.5-9.0	15-30
Farine de blé (<i>Wheat flour</i>)	6.0-7.5	28-42
Grains de sucre sec (<i>Dry granulated sugar</i>)	8.0-10.0	30-40
Sable de quartz sec (<i>Dry quartz sand</i>)	14.0-17.0	33-40
Calcaire de terre (<i>Ground limestone</i>)	11.0-13.5	27-44
Alumine (<i>Alumina</i>)	10.0-12.5	27-44
Cendres volantes (<i>Fly ash</i>)	8.0-11.5	25-35
Chaux hydraté (<i>Hydrated lime</i>)	5.0-7.0	25-45

3.4.1.2 Le digramme de Mohr-Coulomb

Avant de définir le digramme de Mohr-Coulomb il faut d'abord illustrer la convention de signe utilisé ; les contraintes dans la figure 3.3 ont une valeur numérique positive selon la convention de signe utilisé pour les matériaux granulaire.

Si on considère un plan aléatoire incliné d'un angle θ dans un problème bidimensionnel dans un système de coordonnées (x,y) la figure 3.4, l'épaisseur étant égale à l'unité, on peut écrire les équations suivantes [26] :

$$\sigma = p + R \cos(2\theta + 2\lambda) \tag{3.9}$$

$$\tau = R \sin(2\theta + 2\lambda) \tag{3.10}$$

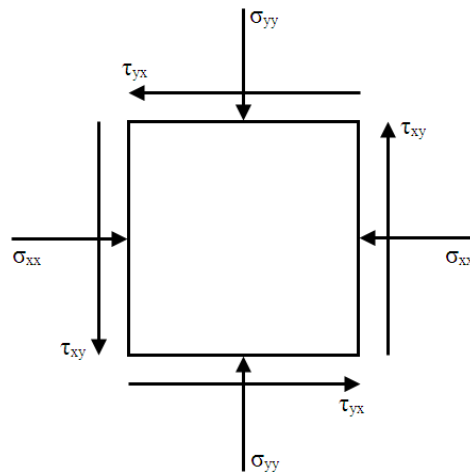


Figure 3.3. Convention des signes (toutes les contraintes ont une valeur numérique positive).

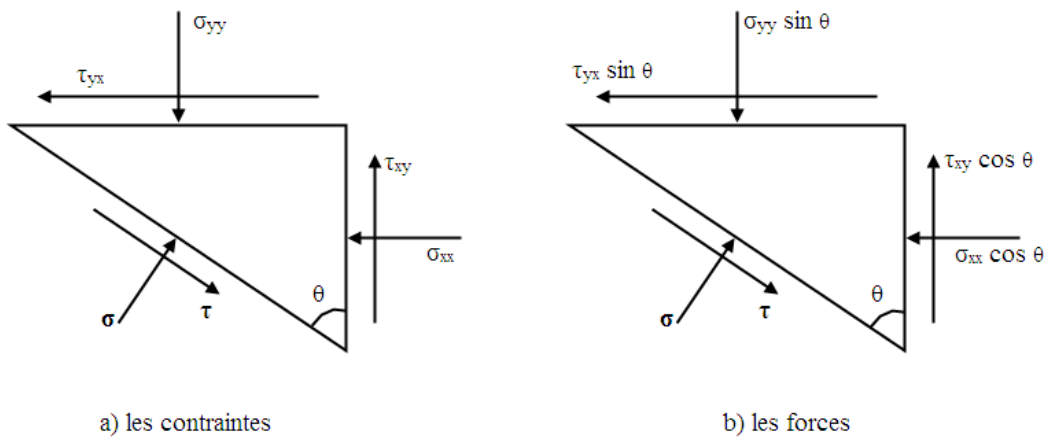


Figure 3.4. Les contraintes et les forces sur un plan incliné.

Ces deux équations définissent une équation de cercle dans un plan (τ, σ) qui est le cercle de Mohr figure 3.5(a), avec :

$$p = \frac{1}{2}(\sigma_{xx} + \sigma_{yy}) \tag{3.11}$$

$$R = \sqrt{\left(\frac{\sigma_{xx} + \sigma_{yy}}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (3.12)$$

$$\tan 2\lambda = \frac{2\tau_{xy}}{(\sigma_{xx} + \sigma_{yy})} \quad (3.13)$$

Les points U, X et Y sur la figure 3.5(a) représentent les contraintes sur le plan incliné et les plans X et Y respectivement, σ_1 et σ_3 sont les valeurs des contraintes principales majeur et mineur.

Le cercle de Mohr dans un système d'axes (τ, σ) est une représentation de tous les états possibles des contraintes, qui donne une méthode d'analyse géométrique pouvant être utilisée pour les problèmes bidimensionnels.

Si on trace l'équation 3.7 (En fait, critère Coulomb n'est pas concerné par la direction du plan de cisaillement, dans l'équation 3.7 $\tau = \pm(\sigma \tan \Phi + c)$) dans un plan (τ, σ) on obtient une ligne appelée ligne de Coulomb, cette ligne avec le cercle de Mohr construit ce qu'on appelle le diagramme de Mohr-Coulomb figure 3.5(b),

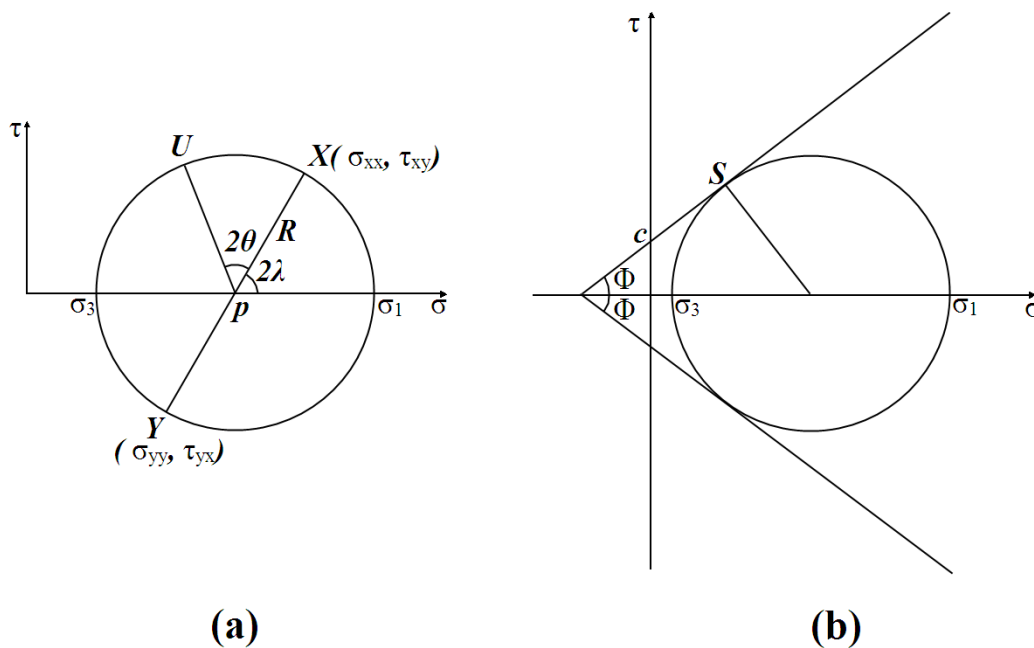


Figure 3.5. Cercle de Mohr et diagramme de Mohr-Coulomb.

Le point S dans la figure 3.5(b) représente la tangente de la ligne de Coulomb avec le cercle de Mohr, pour ce point il existe un plan dont $\tau = \sigma \tan \Phi + c$ où un glissement va se produire. La ligne de Coulomb peut être au-dessus de cercle de Mohr et dans ce cas parmi

tous les plans il n'y a pas un plan de glissement (un état stable), mais dans tous les cas la ligne de coulomb ne peut pas couper le cercle de Mohr ; alors $\tau \leq \sigma \tan \Phi + c$, est le critère de Mohr-Coulomb.

Pour un matériau non cohésif on peut démontrer (d'après le diagramme de Mohr-Coulomb) que :

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_3} = \frac{1 + \sin \Phi}{1 - \sin \Phi} \quad (3.14)$$

3.4.1.3 Les états actif et passif de Rankine

Bien que cet exemple soit un peu éloigné des préoccupations du génie chimique, mais il permet d'introduire des notions essentielles à la compréhension de la statique d'un silo.

Considérons un sol horizontal d'extension infinie figure 3.6. Par raison de symétrie, il n'y a pas de cisaillement dans aucun plan vertical. L'équilibre des forces verticales sur un plan vertical donne donc :

$$\sigma_{yy} = \rho g y \quad (3.15)$$

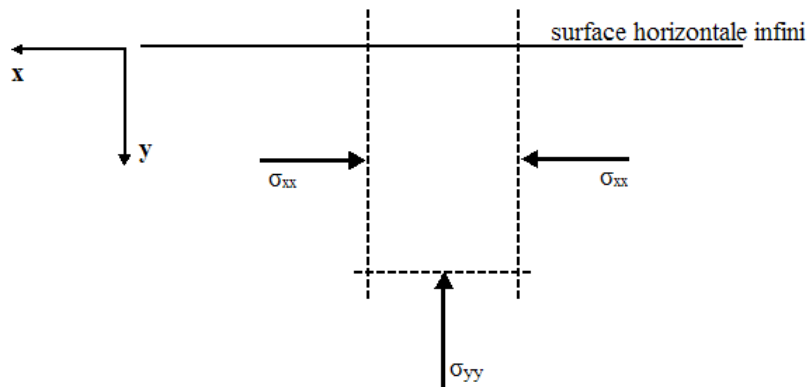


Figure 3.6. Les contraintes sur un plan vertical d'une surface horizontale infinie.

La détermination de σ_{xx} nécessite une connaissance des propriétés de la matière ; comme il n'y a pas de cisaillement sur le plan vertical (nul) et le plan horizontale les contraintes σ_{xx} , σ_{yy} doivent être des contraintes principales.

Si on définit un point Y pour la contrainte verticale σ_{yy} sur le diagramme de Mohr-Coulomb, on peut définir un intervalle pour le point X qui représente la contrainte σ_{xx} , les

limites de cet intervalle sont σ_a et σ_p qui sont les deux contraintes active et passive sur le plan vertical nommés par Rankine (1857) [35] (cité par [26]), figure 3.7.

On trouve alors, d'après le diagramme de Mohr-Coulomb que :

$$\sigma_a = \frac{1 - \sin \Phi}{1 + \sin \Phi} \rho g y - 2c \frac{\cos \Phi}{1 + \sin \Phi} \quad (3.16)$$

$$\sigma_p = \frac{1 + \sin \Phi}{1 - \sin \Phi} \rho g y - 2c \frac{\cos \Phi}{1 - \sin \Phi} \quad (3.17)$$

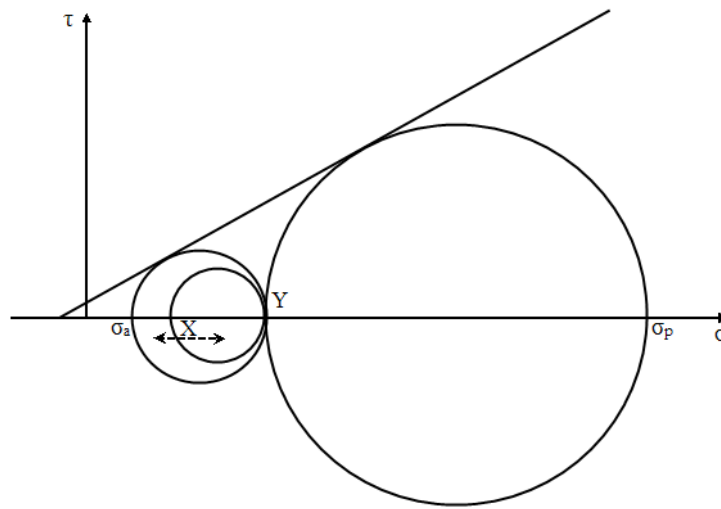


Figure 3.7. Les états actif et passif de Rankine sur un diagramme de Mohr-Coulomb.

Pour un matériau non cohésif on peut écrire d'après [26] :

$$\sigma_a = K_a \rho g y \quad (3.18)$$

$$\sigma_p = K_p \rho g y \quad (3.19)$$

Avec

$$K_a = \frac{1 - \sin \Phi}{1 + \sin \Phi} \quad (3.20)$$

$$K_p = \frac{1 + \sin \Phi}{1 - \sin \Phi} \quad (3.21)$$

K_a et K_p sont deux constante pour les états actif et passif pour un matériau non cohésif.

3.4.2 Calculs de Janssen

Janssen a proposé en 1895 un calcul pour les contraintes exercées par une matière granulaire non cohésive dans un silo, ces calculs ont une grande importance et ils sont largement utilisés avec des corrélations pour le dimensionnement des silos.

Les calculs de Janssen sont bien représentés par un cylindre contenant une matière granulaire non cohésive, les calculs sont basés sur deux hypothèses [26]:

- 1) la distribution des contraintes est uniforme sur tous les plans horizontaux.
- 2) les contraintes verticales et horizontales sont des contraintes principales.

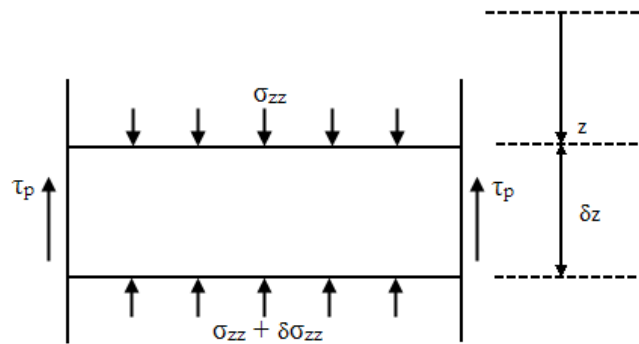


Figure 3.8. Les contraintes sur une tranche cylindrique.

La figure 3.8 représente les contraintes sur une tranche cylindrique, la balance des forces par rapport au z sur cette tranche donne l'équation suivante :

$$\frac{\pi D^2}{4} \sigma_{zz} + \frac{\pi D^2}{4} \rho g \delta z = \frac{\pi D^2}{4} (\sigma_{zz} + \delta \sigma_{zz}) + \pi D \delta z \tau_w \quad (3.22)$$

Qui peut être écrit :

$$\frac{d\sigma_{zz}}{dz} + \frac{4\tau_w}{D} = \rho g \quad (3.23)$$

D est le diamètre du cylindre.

Pour un matériau non cohésif et d'après la deuxième hypothèse on peut écrire :

$$\tau_w = \mu_w \sigma_{rr} = \mu_w K \sigma_{zz} \quad (3.24)$$

K est la constante de Janssen (on doit prendre les états actifs et passifs en considération, alors K peut être dans l'état active ou passive). Donc l'équation 3.23 devient :

$$\frac{d\sigma_{zz}}{dz} + \frac{4\mu_w K}{D} \sigma_{zz} = \rho g \quad (3.25)$$

La résolution de cette équation donne

$$\sigma_{zz} = \frac{\rho g D}{4\mu_w K} \left[1 - \exp\left(-\frac{4\mu_w K z}{D}\right) \right] + Q_0 \exp\left(-\frac{4\mu_w K z}{D}\right) \quad (3.26)$$

Alors

$$\sigma_{rr} = \frac{\rho g D}{4\mu_w} \left[1 - \exp\left(-\frac{4\mu_w K z}{D}\right) \right] + Q_0 K \exp\left(-\frac{4\mu_w K z}{D}\right) \quad (3.27)$$

$$\tau_w = \frac{\rho g D}{4} \left[1 - \exp\left(-\frac{4\mu_w K z}{D}\right) \right] + Q_0 K \mu_w \exp\left(-\frac{4\mu_w K z}{D}\right) \quad (3.28)$$

Avec Q_0 est une constante d'intégration représente la charge initiale, généralement on ne trouve pas des contrainte sur la surface supérieure et Q_0 doit être nul.

On peut voir que les trois équations précédentes tendent vers une valeur constante pour des grandes profondeurs et ne dépend pas des conditions initiales :

$$\tau_w^\infty = \frac{\rho g D}{4} \quad (3.29)$$

Cette équation exprime simplement les contraintes tangentielles pour supporter le poids d'un matériau par les parois du cylindre ; elle ne nécessite pas que le matériau doit être coulombien. Pour un matériau coulombien et non cohésif l'équation s'écrit :

$$\sigma_{rr}^\infty = \tau_w^\infty / \mu_w \quad (3.30)$$

Mais la valeur de σ_{zz} à des grandes profondeurs dépend de la valeur de la constante de Janssen K et dans ce cas on doit prendre la validité des hypothèses proposées [26].

Le taux de variation de τ_w vers la valeur τ_w^∞ dans le cas réel dépend aussi de la constante de Janssen K , on trouve qu'il suit des chemins différents dans les deux cas actif et passif (figure 3.9).

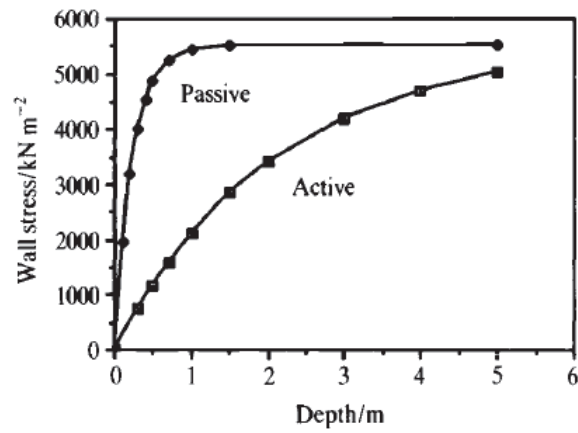


Figure 3.9. Variation des contraintes sur les parois en fonction de la profondeur. [26].

Les calculs de Janssen sur les contraintes dans les silos, sont la base de beaucoup de travaux d'amélioration dans ce domaine, [36], [37].

Cette partie est une petite présentation de l'étude de la statique de la matière granulaire, qui fait l'objet de beaucoup des recherches, voire par exemple [38], [39].

CHAPITRE 4

ÉCOULEMENT DES MATIÈRES GRANULAIRES DANS LES SILOS

CHAPITRE 4

ÉCOULEMENT DES MATIÈRES GRANULAIRES DANS LES SILOS

4.1 Introduction

Le déchargement de la matière granulaire à partir du silo peut se faire d'une manière forcée ou tout simplement d'une manière naturelle en laissant la matière s'écouler sous la force de gravité. L'écoulement de la matière granulaire contient toujours des problèmes, l'apparition de ces problèmes dépend de la géométrie du silo et la nature d'écoulement de la matière granulaire, la considération des propriétés de la matière granulaire est importante à cause des forces du frottement et de cohésion entre les grains qui contrôlent la nature de l'écoulement.

Le but principal dans les procédés qui contiennent un écoulement d'une matière granulaire est d'obtenir un débit constant et contrôlable avec la conservation de la qualité de la matière granulaire qui peut être affectée par exemple par le temps de séjour dans le silo.

Ce chapitre présente les différentes équations utilisées pour la définition de débit et de la distribution de vitesse des grains au cours d'écoulement ainsi que les techniques utilisées pour l'étude de l'écoulement.

4.2 Problèmes rencontrés dans le déchargement des silos

La plupart des problèmes de déchargement de la matière granulaire sont causés par l'écoulement en cheminée où on trouve une grande différence du temps de séjour. Pour l'écoulement en masse quelques problèmes peuvent être trouvés, comme par exemple, la destruction des parois de silo par une matière abrasive, la figure 4.1 représente des problèmes qu'on peut rencontrer.

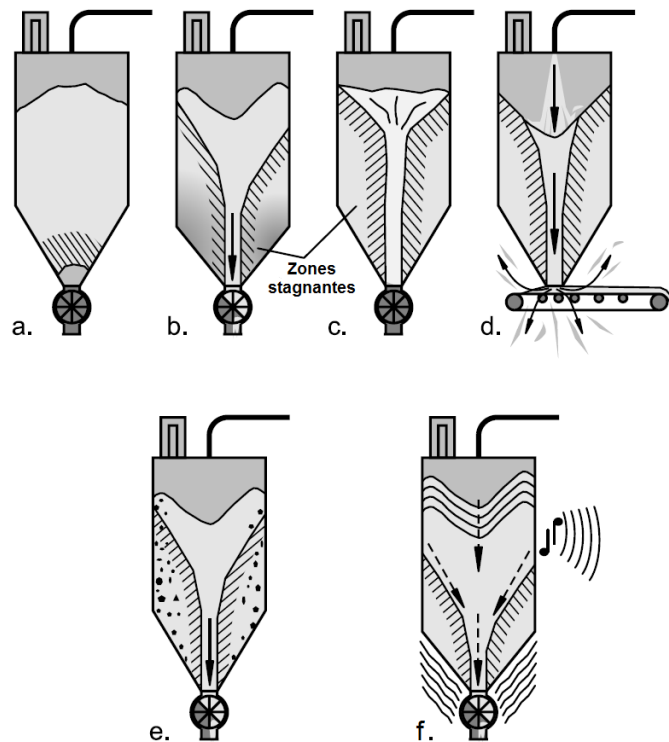


Figure 4.1. Quelques problèmes rencontrés dans le déchargement du silo : voûtage (a), écoulement en cheminée (b), cheminée stable (*rat hole*) (c), submergence (d), Ségrégation (e), Vibrations (f). [29].

Si l'ouverture est très petite, un arc stable se forme et l'écoulement s'arrête (figure 4.1(a)). D'autres problèmes peuvent apparaître comme la formation des zones stagnantes où l'écoulement est limité dans la zone centrale (figure 4.1(b)), dans ce cas là, le déchargement ne se complète pas et la matière granulaire peut rester pour des longues durées et ses propriétés physicochimiques vont changer (consolidation, décomposition, etc.); la consolidation de la matière augmente le volume des zones stagnantes qui forment une cheminée stable, ou ce qu'on appelle "*rat hole*" où la zone d'écoulement devient un canal (figure 4.1(c)) et le temps de séjour de la matière granulaire dans la zone d'écoulement devient court et si le silo est alimenté progressivement, le déchargement de la quantité entrée devient immédiat et provoque (avec les poudres) une grande génération des poussières (la submergence figure 4.1(d)). L'écoulement en cheminée peut affecter la qualité de production à cause de la ségrégation qui se forme au cours de chargement centrique du silo où la concentration de grains de petite taille est grande dans la zone centrale (figure 4.1(e))

Le déchargement de la matière granulaire peut être aussi accompagné de vibrations de différentes fréquences (figure 4.1(f)). Tous ces problèmes peuvent être causés par la

géométrie du silo qui doit prendre en considération les propriétés de la matière granulaire en question.

4.3 Débit d'écoulement

La majorité des études d'écoulement de la matière granulaire à partir des silos sont faits sur l'écoulement sous la force de gravité. Le débit massique d'une matière granulaire sèche est indépendant de la hauteur de la matière dans le silo à condition que la hauteur soit deux fois plus grande ou plus du diamètre de l'ouverture ([40], [41], [42], [26]). Pour un silo cylindrique où le diamètre est plus grand que deux fois ou plus de diamètre de l'orifice. Nedderman (1992) [26] propose que l'indépendance du débit par rapport à la hauteur s'obtient à partir d'une hauteur minimum de deux fois du diamètre de l'orifice, (le tableau 4.1) représente la variation de débit massique en fonction de la hauteur pour des billes de verre dans un silo cylindrique avec une ouverture rectangulaire.

Pour une matière granulaire fine Gu et al. (1993) [43] ont trouvé que le débit d'écoulement varie avec la hauteur, ils ont proposé que ce comportement est causé par les gradients de pression de l'aire interstitiel.

Tableau 4.1. Variation du débit massique pour des billes de verre avec la hauteur H au-dessus de l'orifice. Al-Din et Gunn (1984) [42].

H (mm)	\dot{M} (g/s)
340	10.5
490	10.1
640	10.7
740	10.5
840	11.0
940	10.2

Nedderman (1992) [26] suggère que le débit dépend probablement de la masse volumique ρ , les dimensions de l'orifice, le diamètre de la particule d_p , de l'accélération de gravité g , du coefficient de la friction grain-grain et grain-parois ainsi que de la forme du silo. Les expériences de Le Pennec et al. (1998) [44] montrent qu'il y a une gamme de diamètres

des particules où le débit est indépendant du diamètre de particule pour un orifice circulaire de diamètre D .

Beverloo et al. (1961) [41] ont supposé que comme le débit \dot{M} est un produit de la densité et de la vitesse moyenne (l'échelle de la vitesse est choisie \sqrt{gD}) et la section de l'orifice, dans ce cas là, il devient proportionnel au $D^{5/2}$ pour un orifice circulaire. Beverloo et al. (1961) [41] trouvent après des expériences sur l'écoulement gravitaire du sable et des différentes semences, que le débit est proportionnel à $D^{2,77}$ pour le sable et à $D^{2,95}$ pour les semences d'épinards. La déviation de l'exposant par rapport à la valeur de 2,5 est justifiée par l'existence d'une zone vide adjacente au bord de l'orifice (l'existence de cette zone n'est pas vérifiée expérimentalement) figure 4.2, et à cause de cette déviation, ils ont proposé que \dot{M} est proportionnel à $(D - kd_p)^{5/2}$ où k est une constante, l'inclusion de k représente une tentative de rendre compte de la résistance croissante à l'écoulement quand le diamètre de la particule et de l'orifice convergent. Beverloo et al. (1961) [41] ont trouvé que $k = 2.9$ pour le sable et qu'il vaut entre 1.3 et 1.4 pour les semences, et ils ont proposé la corrélation suivante :

$$\dot{M} = C \rho \sqrt{g} (D - kd_p)^{5/2} \quad (4.1)$$

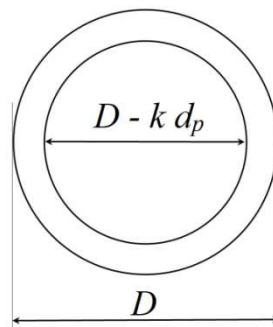


Figure 4.2. La zone vide adjacente au bord de l'orifice.

C représente une constante (0.58 est la valeur pratique de cette constante pour un orifice circulaire), le décalage entre le cas réel et les résultats obtenus par cette équation est de 5% pour les semences et de 12.5% pour le blé, le sucre et les billes de polystyrène (ces pourcentages sont pour des débits massiques mesurés par Beverloo et al. (1961) [40]. Le manque d'une densité unique pose des difficultés pour l'application de l'équation 4.1, Nedderman (1992) [26] suggère que cette équation doit être utilisée pour des diamètres des particules entre 0.4mm et $D/6$. L'équation 4.1 est obtenue pour un silo à fond plat et elle est

valable pour des silos avec une trémie de faible angle, mais pour des grandes valeurs d'angle de la trémie cette équation n'est plus valable.

L'effet de l'angle de la trémie α (figure 1.5) est étudié par Rose et Tanaka (1959) [45] (cité par [46]) pour un silo cylindrique, ils ont trouvé que le débit massique est proportionnel à $F(\alpha, \beta)$ où :

$$F(\alpha, \beta) = (\tan \alpha / \tan \beta)^{-0.35}, \quad \alpha \leq \beta \quad (4.2)$$

$$F(\alpha, \beta) = 1, \quad \alpha > \beta \quad (4.3)$$

Où β est l'angle entre l'axe vertical et la limite de la zone stagnante dans un silo à fond plat (figure 4.3). Nedderman (1992) [26] combine ce résultat avec la corrélation de Beverloo pour obtenir l'équation suivante :

$$\dot{M} = 0.58 \rho \sqrt{g} (D - kd_p)^{5/2} F(\alpha, \beta) \quad (4.4)$$

Cette équation est appelée la corrélation RTBN (Rose-Tanaka-Beverloo-Nedderman). Si la valeur de β est inconnue Nedderman (1992) [26] propose l'utilisation de la valeur 45° .

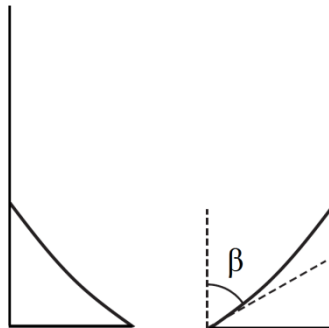


Figure 4.3. L'angle β .

Toutes les corrélations précédentes sont pour un orifice circulaire, pour un orifice non circulaire, Fowler et Glastonbury (1959) [47] et Brown et Richards (1959) [48] proposent l'utilisation d'une échelle de la vitesse basée sur le diamètre hydraulique D_h ($D_h = 4A/P$, A et P sont la section et le périmètre de l'orifice). Avec la conception de la zone vide et l'équation 4.4 devient [46] :

$$\dot{M} = 0.74 \rho A_* \sqrt{g D_{h*}} F(\alpha, \beta) \quad (4.5)$$

L'étoile indique la considération de la zone vide.

Pour un orifice rectangulaire où $B \gg D \gg d_p$ (D et B sont la largeur et la longueur de l'orifice respectivement figure 4.4(a)), selon l'équation 4.5 le débit massique varie avec une échelle de $BD^{3/2}$ au lieu de $D^{5/2}$. L'équation 4.5 peut être écrite pour une valeur adimensionnelle V_D selon l'équation suivante :

$$V_D = \frac{\dot{M}}{\rho A \sqrt{gD}} \quad (4.6)$$

Où A est la section de l'orifice et D la largeur pour un orifice rectangulaire ou le diamètre pour un orifice circulaire, l'équation 4.6 peut être écrite selon la forme suivante [15] :

$$V_D = 0.74 F(\alpha, \beta) G(kd_p, B, D) \quad (4.7)$$

Où G est une fonction adimensionnelle donnée par la relation suivante :

$$G = \sqrt{2} [1 - (kd_p/D)] [1 - (kd_p/B)] \sqrt{\frac{[1 - (kd_p/D)] [1 - (kd_p/B)]}{1 + \left(\frac{D}{B}\right) - \left(\frac{2kd_p}{B}\right)}} \quad (4.8)$$

Pour une trémie rectangulaire (figure 4.4(a)), et par :

$$G = [1 - (kd_p/D)]^{5/2} \quad (4.9)$$

Pour une trémie conique (figure 4.4(b)).

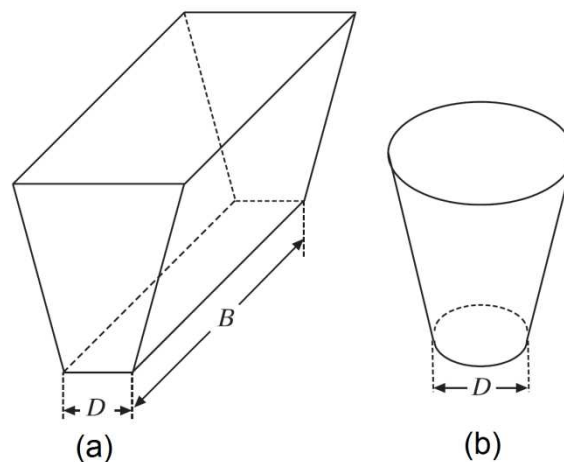


Figure 4.4. Trémie rectangulaire (a), trémie conique (b).

La comparaison de la corrélation RTBN avec des essais réels montre que la corrélation RTBN donne des bonnes prédictions pour les essais de Kaza (1982) [49] (cité par [15]), les essais de Kaza (1982) [49] montrent que pour $\alpha=40^\circ$ le débit massique augmente avec la rugosité des parois de silo ; cela peut être interprété par la favorisation de formation d'un canal d'écoulement libre de la matière granulaire au sein du silo.

Il existe d'autres corrélations comme :

- La corrélation d'Al-Din et Gunn (1984) [42] pour un orifice rectangulaire

$$\dot{M} = 0.5684 F_p \rho \sqrt{g} \left(\frac{A}{D^2} \right) (D - d_p)^{2.5} \left(\frac{D}{d_p} \right)^{0.154} \quad (4.10)$$

En ce qui concerne le facteur F_p , il vaut 1 pour les particules sphériques, 0,75 pour des particules anguleuses et 0,32 pour des particules plates ou filiformes.

- La corrélation de Brown et Richards (1970) [50] pour un silo avec trémie :

Pour un orifice circulaire :

$$\dot{M} = \rho \sqrt{g} \pi (D - k d_p)^{2.5} \frac{1 - \cos^{1.5} \alpha}{6 \sin^{2.5} \alpha} \quad (4.11)$$

- Pour un orifice rectangulaire

$$\dot{M} = \rho \sqrt{g} \pi B (D - k d_p)^{1.5} \frac{\sqrt{\alpha}}{2 \sin \alpha} \quad (4.12)$$

4.4 Distribution de vitesse

La détermination des profils de vitesse des grains dans un déchargement de silo est importante pour des différentes raisons (comme la connaissance du temps de séjour des grains dans le silo, les propriétés de mixage de silo, le taux d'usure des parois de silo, etc.). Mais, la grande importance réside dans la prédiction de la nature d'écoulement s'il est en cheminée ou en masse.

L'analyse de la distribution de vitesse nécessite la connaissance du mécanisme qui contrôle l'écoulement pour la détermination des équations gouvernantes (il existe des équations mais il n'y a pas une convention sur ces équations). Il y a deux types de modélisation, la première est la modélisation cinématique, le principe de cette modélisation est que les particules sont écoulées par l'occupation de l'espace laissé par la particule située dans la couche inférieure, dans ce cas les profils de vitesse dépendent des facteurs

géométriques, et ils sont indépendants de la distribution des contraintes. La deuxième modélisation est basée sur la théorie de plasticité où on suppose que les vecteurs des vitesses et les tenseurs des contraintes sont liés par une certaine loi d'écoulement.

Au cours du déchargement des matériaux granulaires secs à partir du silo, les grandes valeurs de vitesse verticale des grains est sur la ligne centrique contrairement au voisinage des parois du silo où elles deviennent minimales, par conséquent le centre de la surface supérieure tombe plus rapidement que les parties extérieures et une dépression centrale se forme, cette dépression s'approfondit et ses côtés deviennent plus inclinés, et quand l'angle d'inclinaison atteint l'angle de repos, la matière tombe en cascade sur la surface vers le cœur central rapide.

L'écoulement des matériaux granulaires secs pour des grains sphériques est un écoulement régulier, mais ce comportement devient différent quand la taille des particules diminue et l'irrégularité de la forme augmente, on obtient une formation de zones de rupture périodiques qui engendrent une grande variation sur les profils de vitesse et la distribution des contraintes dans les silos.

4.4.1 Modélisation cinématique

Le début de la modélisation cinématique a été dans les années cinquante par Litwiniszyn. Litwiniszyn (1971) [51] qui a supposé que les particules sont prisonnières dans une configuration des cages théoriques (figure 4.5), et si la particule quitte la cage 3 elle doit

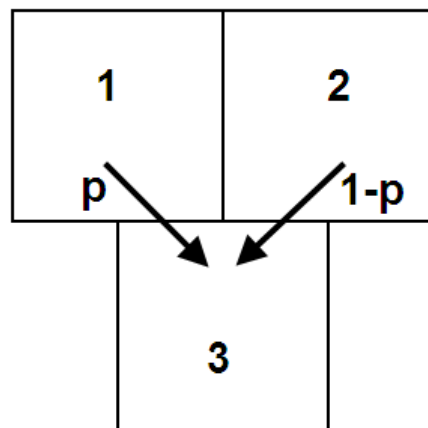


Figure 4.5. Les cages théoriques de Litwiniszyn.

être remplacée par une des deux particules dans les cages 1 et 2, ces deux cages ont une probabilité p et q ($q=1-p$), le calcul de la probabilité P pour que la cage à (x,y) soit évacuée donne l'équation suivante [51] :

$$E \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} + \frac{\partial P}{\partial y} = D \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} \quad (4.13)$$

E et D sont des coefficients, pour le cas où $p=q=0.5$ et $E=0$ cette équation devient :

$$\frac{\partial P}{\partial y} = D \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} \quad (4.14)$$

Mullins (1972) [52] a introduit des idées similaires mais en termes de diffusion des vides dans le sens contraire de l'écoulement d'une manière analogue à la diffusion de la chaleur ou de la masse dans un système en écoulement. Pour un flux de particule, J, l'équation obtenue est la suivante (qui est similaire à l'équation 4.14) :

$$\frac{\partial J}{\partial y} = \gamma \frac{\partial^2 J}{\partial x^2} \quad (4.15)$$

γ est un coefficient liée au déplacement du vide.

Une autre proposition pour ce modèle est faite par Nedderman et Tüzün (1978) [53], le principe de ce modèle peu être expliqué par trois particules 1,2 et 3 (figure 4.6), si la vitesse vers le bas de la particule 1 est plus grande que la particule 2 il y aura une tendance de la particule 3 pour se déplacer vers la place de la particule 1, cela peut être écrit par cette équation :

$$u = f \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right) \quad (4.16)$$

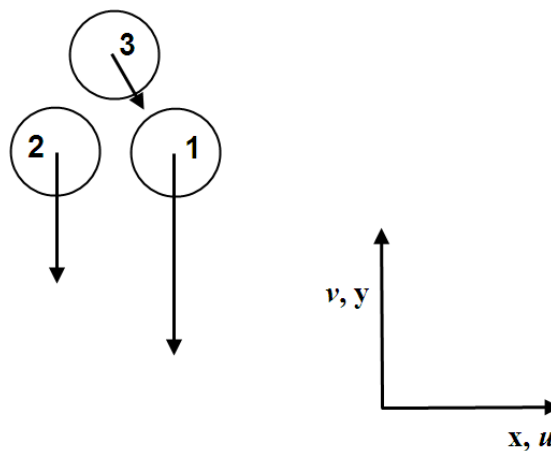


Figure 4.6. Le modèle cinématique de Nedderman et Tüzün.

La forme la plus simple de cette relation est la suivante [46] :

$$u = -B \frac{\partial v}{\partial x} \quad (4.17)$$

Où B est une constante qui dépend de la nature de la matière, u et v sont les valeurs du module de vitesse horizontale et verticale respectivement selon les axes x et y .

Pour un fluide incompressible dans un cas bidimensionnel on peut écrire une équation de continuité à deux dimensions :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (4.18)$$

La substitution de u par sa valeur dans l'équation 4.17 donne la relation suivante [46] :

$$\frac{\partial v}{\partial y} = B \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \quad (4.19)$$

On peut voir qu'il y a une similitude entre les trois propositions.

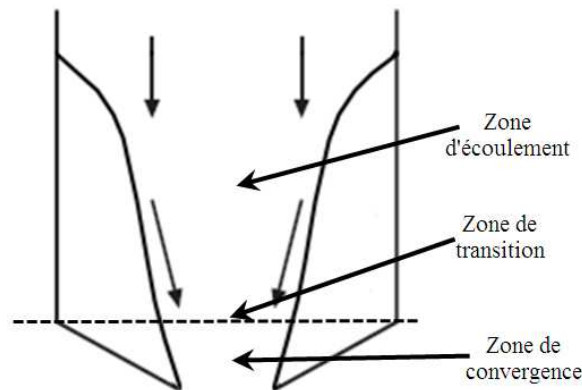


Figure 4.7. Les différentes zones d'écoulement.

La forme de l'équation 4.19 est identique aux formes des équations de diffusion dont les solutions sont disponibles pour beaucoup de situations géométriques, la solution dans la zone de convergence figure 4.7 ([26], [53])

$$v = -\frac{Q}{\sqrt{(4\pi By)}} \exp\left(-\frac{x^2}{4By}\right) \quad (4.20)$$

Q est le débit volumique par unité de longueur pour un orifice rectangulaire étroit, alors de l'équation 4.17, on a :

$$u = -\frac{Q}{\sqrt{(4\pi By)}} \frac{x}{2y} \exp\left(-\frac{x^2}{4By}\right) \quad (4.21)$$

Il y a une autre solution de l'équation 4.19 ([26], [53]) pour la zone d'écoulement dans un silo avec une largeur $2a$ qui possède un orifice d'une largeur $2b$ (figure 4.8), à des grandes valeurs de la hauteur dans le silo la vitesse peut être considérée uniforme et on donne la valeur $\left(\frac{aV_0}{b}\right)$ à cette vitesse, V_0 la vitesse à partir de l'orifice, les conditions aux limites doivent être les suivantes :

1. Au niveau de la base, la valeur de la vitesse verticale v est nulle sauf à l'orifice où elle est considérée constante, alors :

$$y = 0, v = \frac{aV_0}{b} \text{ pour } 0 < x < \pm b; v = 0 \text{ pour } \pm b < x < \pm a$$

2. Au niveau des parois et dans la ligne centrique la valeur de la vitesse horizontale u est nulle, de l'équation 4.17 :

$$\frac{\partial v}{\partial x} = 0 \text{ à } x = 0 \text{ et } x = a$$

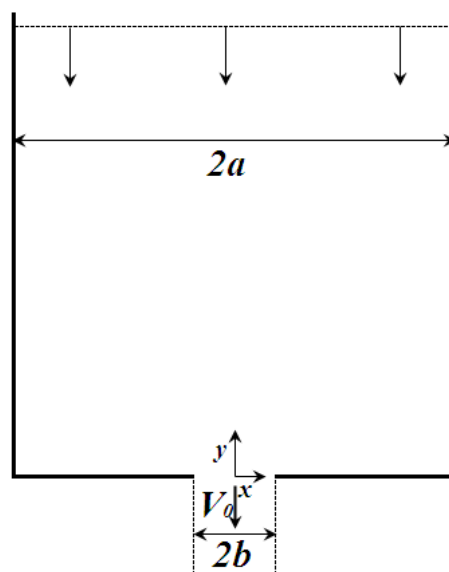


Figure 4.8. Silo à fond plat avec largeur $2a$ et une largeur de l'orifice (diamètre) $2b$.

Par la méthode de séparation de variable (méthode Fourier), on obtient les deux valeurs de vitesse horizontale u et verticale v ([26], [53]) :

$$v = \frac{V_0 b}{a} + \sum_n \frac{2V_0}{n\pi} e^{-\frac{n^2 \pi^2 B y}{a^2}} \sin \frac{n\pi b}{a} \cos \frac{n\pi x}{a} \quad (4.22)$$

Et

$$u = \sum_n \frac{2BV_0}{a} e^{-\frac{n^2 \pi^2 B y}{a^2}} \sin \frac{n\pi b}{a} \sin \frac{n\pi x}{a} \quad (4.23)$$

Pour un profil de vitesse de sortie triangulaire on a :

$$v = 2V_0 \left(1 - \frac{x}{b}\right) \text{ pour } 0 < x < \pm b, \text{ et } v = 0 \text{ } \pm b < x < \pm a$$

Et les vitesses u et v sont données par :

$$v = \frac{V_0 b}{a} + \sum_n \frac{4V_0 a}{bn^2 \pi^2} e^{-\frac{n^2 \pi^2 B y}{a^2}} \left(1 - \cos \frac{n\pi b}{a}\right) \cos \frac{n\pi x}{a} \quad (4.24)$$

Et

$$u = \sum_n \frac{4V_0 B}{bn\pi} e^{-\frac{n^2 \pi^2 B y}{a^2}} \left(1 - \cos \frac{n\pi b}{a}\right) \sin \frac{n\pi x}{a} \quad (4.25)$$

Les équations du modèle cinématique montrent que ce modèle ne dépend pas de la distribution des contraintes au sein du silo, il présente une fonction liée à la diffusion de la vitesse dans le matériau en écoulement, et elle dépend d'un coefficient de diffusion et des facteurs géométriques du silo.

4.4.2 Modélisation par la théorie de plasticité

La théorie de plasticité est une idéalisation du matériau où les contraintes sont indépendantes de la vitesse de déformation comme les matériaux granulaires secs dans le cas d'une déformation lente (comme l'écoulement gravitaire), où les forces sont transférés par le frottement et par la rotation, mais à des grandes vitesses le mécanisme de transmission des

forces devient différent, il se fait par des collisions entre les grains et dans ce cas la théorie de plasticité ne peut pas être appliquée.

La définition de la distribution de vitesse par la théorie de plasticité nécessite la connaissance de la distribution des contraintes au cours d'écoulement par des relations gouvernantes (contrairement au modèle cinématique qui ne tient pas compte de cette distribution) qui sont l'objet de beaucoup d'études approfondies.

4.5 Techniques utilisées pour la mesure de distribution de vitesse des grains

4.5.1 Techniques 2D

4.5.1.1 Technique du traceur coloré

Cette technique consiste de repérer à travers une paroi transparente des particules marquées et de suivre leurs positions au cours de l'écoulement. Le dispositif connu est un silo quasi-2D avec un appareil photo (ou une caméra). C'est une technique qui est relativement simple à mettre en œuvre, mais il est très difficile de travailler sur un grand nombre de particules à la fois, de plus l'influence des parois sur l'écoulement est difficilement quantifiable.

4.5.1.2 Technique des couches colorées

Cette technique est une technique photographique simple utilisée largement dans les études d'écoulement de la matière granulaire dans les silos, le principe consiste de suivre la déformation en deux dimensions par des couches colorées de la matière granulaire (figure 4.9). La peinture utilisée ne doit pas changer les propriétés de l'écoulement. Le dispositif utilisé dans cette technique est le même que la technique précédente, au cours d'écoulement l'appareil photo prend des photos avec des intervalles de temps connus et la déformation peut être suivie avec ces photos. Malgré leur simplicité, la déformation n'est pas facile à suivre dans la zone proche de l'orifice, ainsi les grandes valeurs de vitesse à la zone centrale du silo peuvent provoquer une rupture dans les couches colorées.



Figure 4.9. Technique des couches colorées. [54].

4.5.1.3 Particle image velocimetry (PIV)

La technique PIV est une technique optique puissante de mesure de vitesse des grains pour une surface qui subit une déformation en deux dimensions, cette technique est apparue en 1984 [55] dans le champ de la mécanique des fluides. Dans le contraste avec quelques autres techniques, la technique PIV n'a pas besoin de la présence d'un marqueur depuis que les grains eux-mêmes servent comme des traceurs. La mesure de la vitesse par la technique PIV est faite par la différence de position d'une particule dans deux images successives avec un intervalle de temps déterminé, cette différence permet de déterminer un vecteur de vitesse entre les deux positions dans un système de coordonnées (x,y) . La surveillance de la déformation est obtenue par des caméras modernes de haute sensibilité avec un système de luminosité spéciale. Ces caméras permettent l'acquisition des images digitales par la projection de l'image sur des capteurs numérique sensibles à la lumière appelés pixels, chaque capteur transforme le signal optique en un signal numérique et l'image obtenue se décompose selon le nombre de pixels (ou *dots*), ce concept conduit à la résolution d'image qui est le nombre de pixels par pouce au carré. La résolution d'image doit être suffisante, l'image d'une particule individuelle doit être composée de quelques pixels (cette condition peut être exprimée par la figure 4.10). Une autre propriété importante de la caméra réside dans la vitesse d'obtention d'image mesurée en image par seconde (ips ou fps (*frame per second*)).

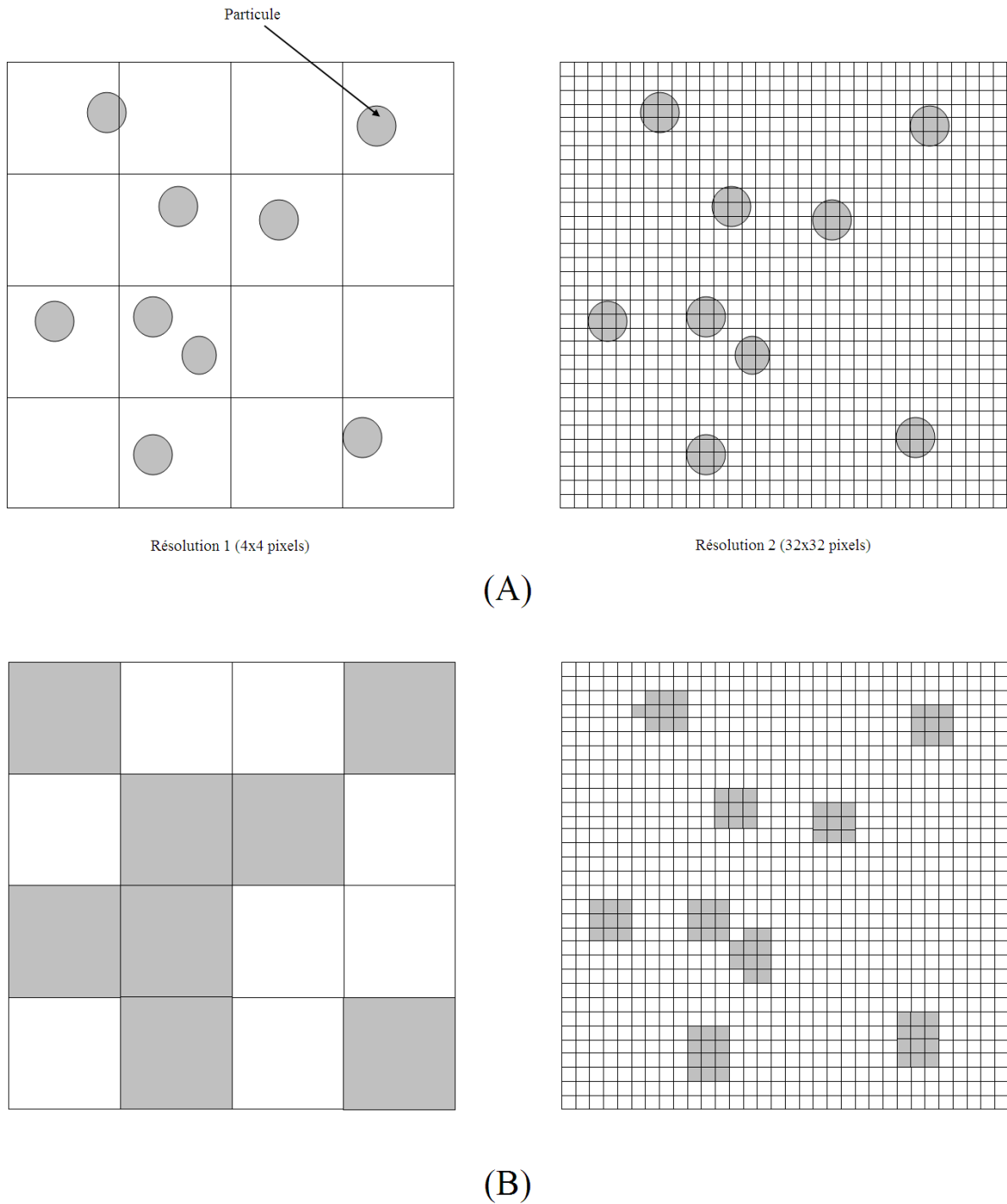


Figure 4.10. Effet de la résolution : l'image projetée sur les capteurs(A), l'image se forme digital (B). La position peut être déterminée dans la résolution 32x32 pixels contrairement à la résolution 4x4 pixels (cette résolution est un exemple).

La résolution et la vitesse d'obtention d'image sont deux facteurs importants dans la technique PIV, ces deux facteurs sont nécessaires à la formation des algorithmes utilisés pour le calcul de vitesse des grains.

Grâce au traitement numérique la technique PIV est une technique moderne et sûre c'est un moyen de mesure de vitesse des particules simultanément en très grand nombre, mais elle est limitée au niveau de la surface de déformation. (Nous avons fait un traitement par la technique PIV représenté sur la figure 4.11).

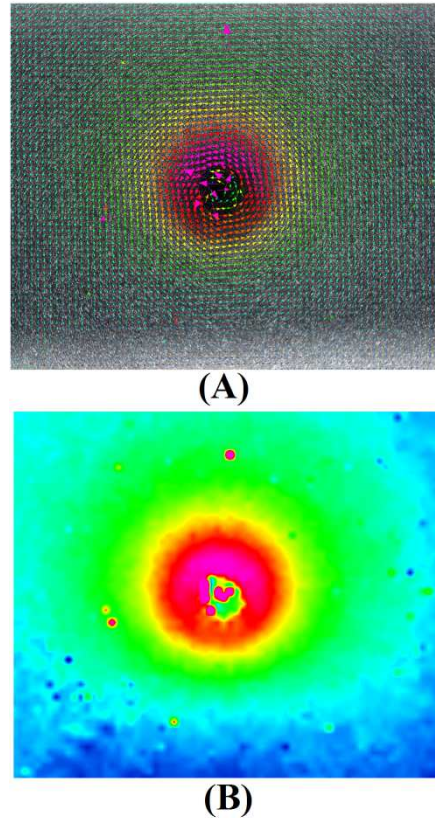


Figure 4.11. Exemple de traitement par la technique PIV : vecteurs de vitesse (A), contours de vitesse (B), (Le phénomène représenté ici est le phénomène de vortex).

4.5.1.4 Radiographie

Les rayons X pénètrent facilement la matière molle (matière solide peu dense et constituée d'éléments légers), ils sont facilement absorbés par la matière dure (matière solide dense constituée d'éléments lourds). Cette méthode a été utilisée avec des silos quasi-2D [46].

L'ensemencement et l'utilisation des rayons X rendent les conditions d'expérimentation complexes. Ce système permet de s'affranchir des inconvénients dus aux silos quasi-2D, sans pour autant permettre des mesures concernant l'intégralité du silo. [56].

4.5.2 Techniques 3D

4.5.2.1 Positron emission particle tracking (PEPT)

Dans la technique PEPT une particule émettrice de positron serve comme un traceur et elle est suivie par une caméra spéciale appelée « *positron camera* » (figure 4.12).



Figure 4.12. *Positron camera* avec un silo.

Le rayonnement envoyé par le traceur est détecté par les deux côtés de la caméra et avec un algorithme de traitement des données on peut obtenir le parcours de la particule traceur et les données obtenues sont des structures des parcours en trois dimensions des grains en écoulement.

4.5.2.2 Imagerie par résonance magnétique (IRM)

Cette technique nous permet d'obtenir des images par différentes tranches et par l'assemblage de ces images on peut construire une structure des parcours en trois dimensions des grains en écoulement. L'IRM nécessite un ensemencement ; celui-ci peut-être réalisé avec des traceurs, Chevoir et al. (2001) [57] ont introduit des grains de moutarde. Il est aussi possible de recouvrir certaines particules du matériau granulaire utilisé avec une substance adéquate (de l'huile silicone à été utilisée par Porion et al. (2004) [58]).

L'analyse permet d'obtenir des résultats sur l'ensemble de l'écoulement en trois dimensions. Par contre, l'IRM n'est pas envisageable pour des silos de grandes dimensions [56].

CHAPITRE 5

PARTIE EXPERIMENTALE

CHAPITRE 5

PARTIE EXPERIMENTALE

5.1 Introduction

Ce travail a pour but l'étude d'un phénomène complexe de rhéologie et de physique des matériaux granulaires qui est l'écoulement gravitaire de ces matériaux. Pour mener à bien cette étude, nous avons subdivisé ce travail en trois grandes parties essentielles : La première partie concerne la présentation du matériau d'étude à travers ses caractéristiques physiques et géométriques, etc. La deuxième partie présente une étude paramétrique du débit d'écoulement et une comparaison des résultats trouvés avec les différents paramètres étudiés. L'étude de la distribution de la vitesse bidimensionnelle des grains et de la forme d'écoulement par une technique moderne qui est la technique PIV (*Particle image velocimetry*) fait l'objet de la dernière partie de ce chapitre.

5.2 Caractérisation

5.2.1 Matériau utilisé

Le matériau utilisé dans cette étude est l'orge qui est un matériau largement utilisé dans le domaine d'agriculture et d'alimentation. De par sa forme homogène et de sa taille, il rend cette étude plus facile.

Ce matériau granulaire alimentaire se présente sous la forme de grains cylindriques arrondis, de couleur jaune pâle (figure 5.1), sa taille est clairement supérieure à 100 μm donc il est considéré comme un matériau granulaire sec, et comme nous l'avons vu dans le paragraphe 2.2.1 les forces de cohésion peuvent être négligées, ceci implique que nous pouvons négliger les effets dû aux forces de Van der Waals et d'humidité.



Figure 5.1. Échantillon d'orge (le matériau granulaire utilisé).

5.2.2 Granulométrie

A l'aide d'un pied à coulisse nous avons effectué des mesures de la taille des grains de l'orge choisis aléatoirement, en déterminant la longueur l et le diamètre d représentés sur la figure 5.2.

Les résultats obtenus sont représentés sur le tableau 5.1.

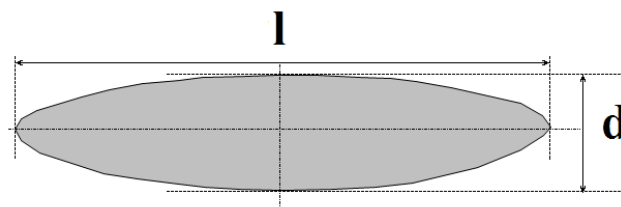


Figure 5.2. Les deux grandeurs l et d .

Tableau 5.1. Résultats des mesures des deux grandeurs l et d .

	Mesure I (grain 1)	Mesure II (grain2)	Mesure III (grain 3)
l (mm)	8.3	8.5	8.2
l_m	8.33 mm		
d (mm)	4.2	4.8	4.9
d_m	4.63 mm		

Nous choisissons de calculer le diamètre volumique d_v , le diamètre surfacique d_s (d_v et d_s sont calculés selon les formules dans le tableau 2.1) et la moyenne entre l et d d_{moy} . Pour le calcul du volume du grain nous avons utilisé une méthode théorique, dans laquelle nous considérons que le grain d'orge est analogue à deux cônes identiques reliés par leurs bases. La demi valeur de la grandeur l représente la hauteur du cône et la grandeur d représente le diamètre de la base du cône.

Les résultats obtenus sont 4.47 mm pour d_v , 4.69 mm pour d_s et 6.48 mm pour d_{moy} .

5.2.3 Masse volumique

Nous avons mesuré les deux masses volumiques réelle et apparente en vrac de notre matériau à l'aide d'une éprouvette graduée.

Pour la masse volumique apparente en vrac nous pouvons distinguer deux types : la masse volumique apparente en vrac non tassée et tassée. La méthode de détermination de ces deux valeurs consiste à remplir l'éprouvette par une quantité des grains pour un volume bien déterminé. Pour cela nous choisissons un volume de 100 ml que l'on remplit aléatoirement par le matériau, puis nous avons pesé la masse de l'orge et par une simple division de la masse par le volume nous obtiendrons la masse volumique apparente en vrac pour une quantité non tassée, les résultats obtenus sont représentés sur le tableau 5.2.

Tableau 5.2. Résultats des essais de mesure de la masse volumique apparente en vrac non tassée.

N° d'essai	Essai 1	Essai 2	Essai 3	Essai 4
V (ml)	100	100	100	100
M (g)	68.16	67.60	67.90	67.87
Masse volumique apparente en vrac (g/cm ³)	0.682	0.676	0.679	0.679
Masse volumique apparente en vrac moyenne (g/cm³)	0.679			

Après la détermination de la masse volumique apparente non tassée nous avons effectué un tassement de l'échantillon par compression (la compression est faite par un bâton

de bois avec une tête plate), et par la même méthode que précédemment nous avons déterminé la masse volumique apparente en vrac tassée. Les résultats obtenus sont représentés sur le tableau 5.3.

Tableau 5.3. Résultats des essais de mesure de la masse volumique apparente en vrac tassée.

N° d'essai	Essai 1	Essai 2	Essai 3	Essai 4
V (ml)	100	100	100	100
M (g)	71.18	70.81	70.26	71.44
Masse volumique apparente en vrac (g/cm ³)	0.711	0.708	0.703	0.714
Masse volumique apparente en vrac moyenne (g/cm ³)	0.709			

D'après ces résultats nous pouvons remarquer que variation de la masse volumique apparente en vrac de l'orge n'est pas grande.

Après la détermination des valeurs de la masse volumique apparente, nous avons procédé à la détermination de la masse volumique réelle, pour la détermination de cette grandeur nous avons utilisé une éprouvette graduée remplie d'un volume d'eau bien déterminé, nous avons choisi de travailler avec un volume de 140 ml, puis nous avons versé dans ce volume une masse de 60 g de l'orge choisi aléatoirement, la lecture est faite sur l'accroissement de volume dans l'éprouvette (figure 5.3).

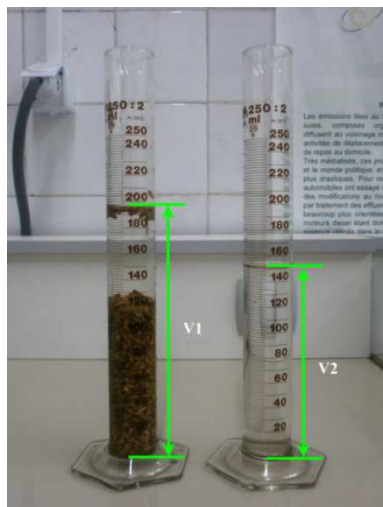


Figure 5.3. Essai de mesure de la masse volumique réelle.

Le calcul de la masse volumique réelle est fait par la division de la masse de l'orge sur son propre volume obtenu par la dénivellation de l'eau dans l'éprouvette. Afin d'éviter toute variation du volume causée par l'absorption de l'eau par les grains, les lectures sont faites immédiatement après l'immersion des grains. Les résultats obtenus sont représentés sur le tableau 5.4.

Tableau 5.4. Résultats des essais de mesure de la masse volumique réelle.

N° d'essai	Essai 1	Essai 2	Essai 3
M (g)	60	60	60
V1 (ml)	140	140	140
V2 (ml)	196	195	196
Masse volumique réelle (g/cm³)	1.07	1.1	1.07
Masse volumique réelle moyenne	1.08 g/cm³		

Contrairement à la masse volumique apparente, la masse volumique réelle (ou de solide) est une quantité constante et dépendant de la nature du matériau granulaire.

5.2.4 Calcul de la porosité et de la fraction de solide

De la valeur de la masse volumique réelle (ou de solide) on peut calculer la porosité et la fraction de solide pour les deux cas non tassé et tassé. Selon l'équation 2.16, en négligeant la porosité interne, on peut écrire :

$$\varepsilon = \frac{\rho_r - \rho_a}{\rho_r} \quad (5.1)$$

ρ_r , ρ_a sont respectivement la masse volumique du solide et la masse volumique apparente.

La fraction de solide est calculée par l'équation 2.11 ou par l'équation suivante :

$$v = \frac{\rho_a}{\rho_r} = 1 - \varepsilon \quad (5.2)$$

Les résultats obtenus sont représentés sur le tableau 5.5.

5.2.5 Mesure de l'angle de talus (ou d'éboulement)

La détermination de cette quantité est faite par un versement lent et continu de l'orge en gardant une hauteur fixe au-dessus d'une surface plate ; la mesure du diamètre du tas a été

faite deux fois et celle de la hauteur du tas une seule fois (figure 5.4). Le calcul est fait par l'équation suivante :

$$\alpha = \arctan \frac{4 \times h}{D1 + D2} \quad (5.3)$$

Tableau 5.5. Résultat de calcul de la compacité et la porosité pour les deux cas tassé et non tassé.

	Non tassé (remplissage aléatoire)	Tassé (élimination de vide pour tassement)
Compacité	0.634	0.663
Porosité	0.365	0.337

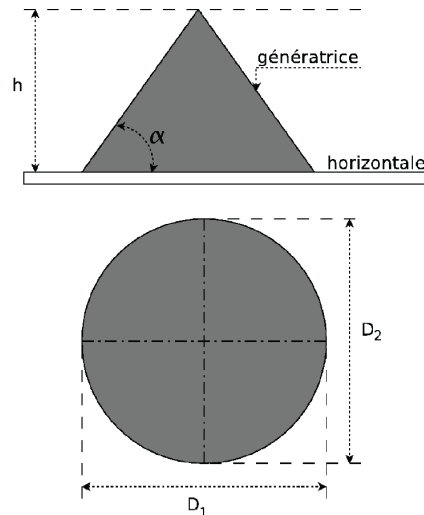


Figure 5.4. Les paramètres à relever lors de la mesure de l'angle d'éboulement. [56].

Nous avons trouvé différentes valeurs de cet angle dont les résultats sont représentés sur le tableau 5.6.

Tableau 5.6. Résultats de mesures de l'angle d'éboulement.

N° d'essai	Essai 1	Essai 2	Essai 3	Essai 4
H (cm)	5.9	5.9	5.3	5.5
D1 (cm)	24.1	23.4	21.9	21.9
D2 (cm)	23.5	23.9	22	22.5
α	26.3°	26.5°	25.78°	26.35°
α_{moy}	26.23°			

5.2.6 Mesure de l'angle de frottement interne et de coulabilité

La mesure de ces deux grandeurs caractéristiques a été faite au laboratoire des travaux publics de l'Est (LTPE) situé à la ville d'Annaba. Les mesures sont effectuées par une cellule de cisaillement par translation de type Casagrande (figure 5.5), avant chaque mesure, il faut mettre le matériau granulaire dans un état dit de « consolidation critique ». Cette étape est obligatoire pour obtenir une bonne reproductibilité des résultats. Cet état est obtenu par l'application d'une charge normale, appelée charge de consolidation, ensuite une charge normale inférieure à la charge de consolidation est appliquée sur l'échantillon ensuite l'échantillon subit un cisaillement sous cette charge à vitesse constante, nous travaillons avec une vitesse de 1.2 mm/min, des lectures de la charge tangentielle sont prélevées à chaque déplacement de 0.25 mm, l'essai est arrêté quand on obtient la rupture observée par une chute de la charge tangentielle ou quand cette charge se stabilise et devient constante, la valeur maximale ou la valeur de stabilisation de la charge tangentielle est la contrainte de cisaillement recherchée. Les essais sont répétés pour différentes charges normales ; les charges normales appliquées dans les essais sont des petites charges dont les valeurs sont de 0.0150 bars, 0.0312 bars, 0.0625 bars et 0.1250 bars. Les résultats sont regroupés dans le tableau 5.7.

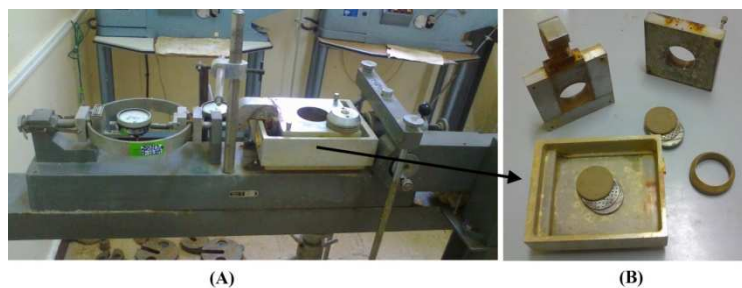


Figure 5.5. Machine de cisaillement de LTPE (A) ; boîte de cisaillement (B).

Après l'obtention des valeurs des contraintes de cisaillement sous les différentes charges normales, la valeur de l'angle de frottement interne et de coulabilité sont obtenues par le traçage d'une droite de tendance entre les valeurs des contraintes obtenues dans un plan (τ, σ) τ et σ étant respectivement les contraintes tangentielle et normale ; la pente de cette droite est la tangente de l'angle de frottement interne et l'intersection de cette droite avec l'axe des τ est la valeur de coulabilité d'après la relation de Coulomb équation 3.7. La droite est représentée sur la figure 5.6.

Les valeurs obtenues sont 26° pour l'angle de frottement interne et 0.011 bars pour la coulabilité. Pour plus de précision nous choisissons de refaire la courbe de tendance linéaire par "Microsoft Office Excel", la droite obtenue est représenté sur la figure 5.7. L'angle de frottement interne et la coulabilité obtenus sont 25.92° et 0.0150 bars.

Tableau 5.7. Valeurs des contraintes de cisaillement des quatre essais (fourni par LTPE).

S_0	0.015 = bars		0.0312 = bars		0.0625 = bars		0.125 = bars	
	anneau	contrainte	anneau	contrainte	anneau	contrainte	anneau	contrainte
28.1	3		3		6		7	
28.0	4		4		7		9	
27.9	4		4		8		9	
27.7	4		5		9		10	
27.5	5		6		9		11	
27.4	5		6		10		13	
27.2	5		6		10		13	
27.1	5		6		10		15	
27.0	5		6		10		16	
26.8	5		6		10		16	
26.7	5	0.022	6		10		16	
26.5	4		6		10		16	
26.3	4		6		10		16	
26.2			6		10		16	
26.0			6	0.027	10		16	
25.9					11		16	0.074
25.7					11		15	
25.4					11	0.051		
25.3					10			
25.2								
25.0								
24.8								
24.7								

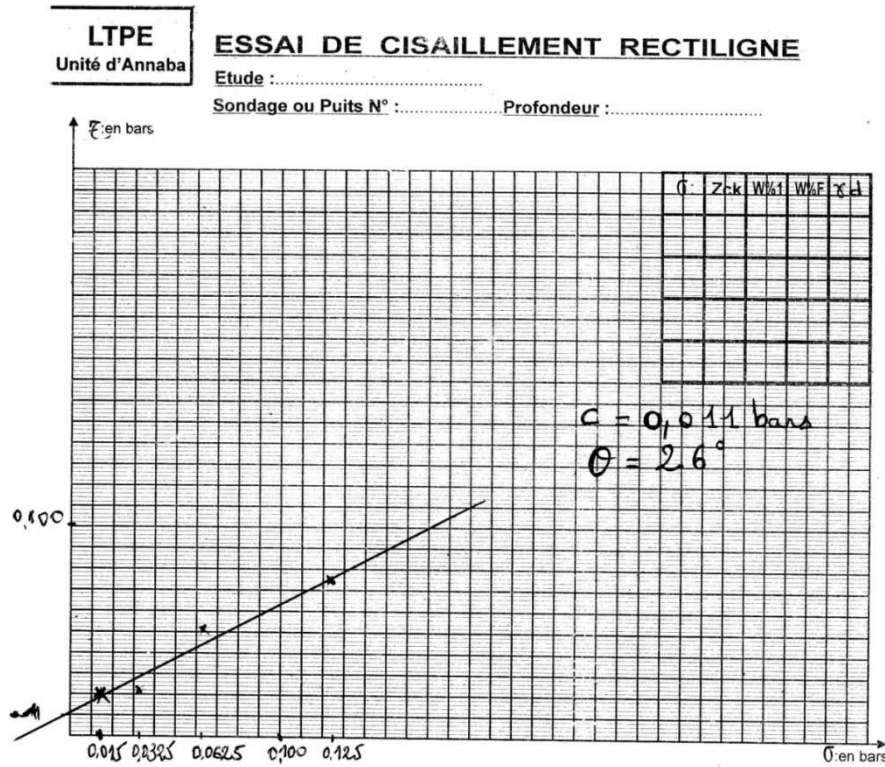


Figure 5.6. Traçage manuelle de la droite de tendance par LTPE.

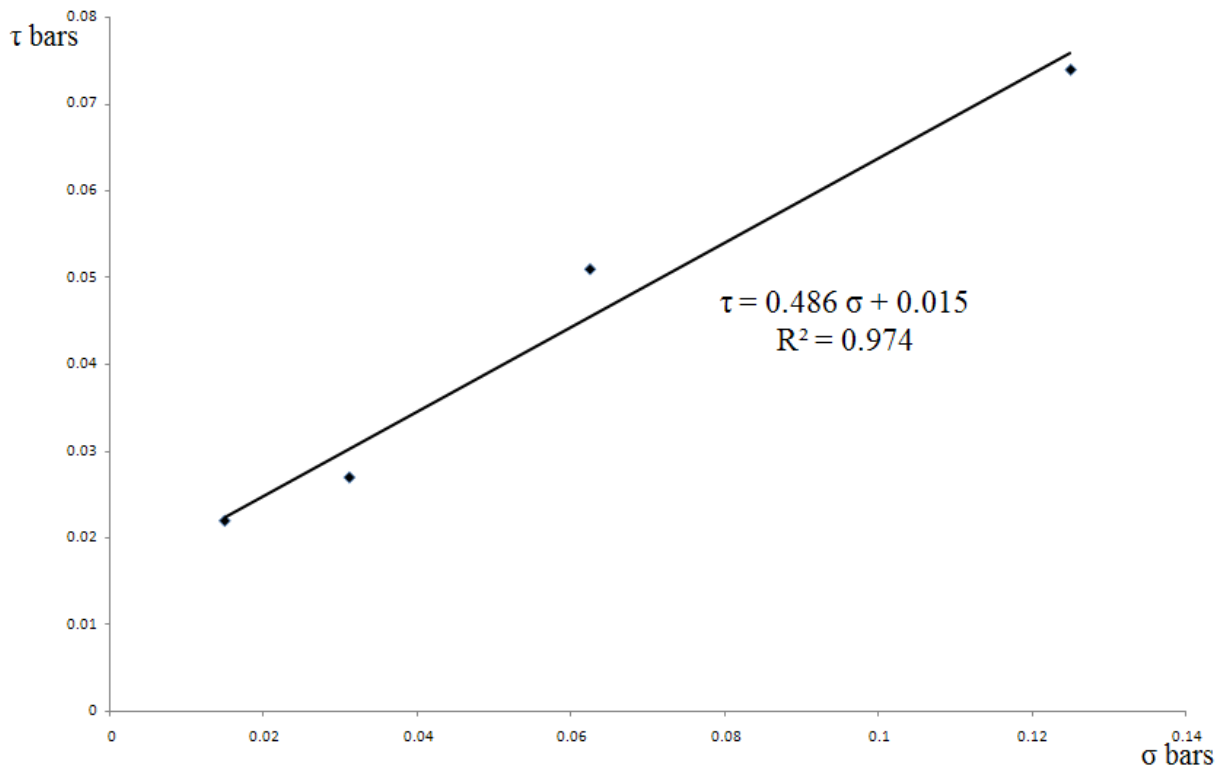


Figure 5.7. Traçage de la courbe de tendance linéaire par "Microsoft Office Excel".

Pour la caractérisation de l'orge, les résultats sont résumés dans le tableau 5.8.

Tableau 5.8. Résultats de caractérisation d'orge.

Propriété	Valeur	
Taille des grains	d_v	4.47 mm
	d_s	4.69 mm
	d_{moy}	6.48 mm
Masse volumique apparente en vrac	Non tassé	0.679 g/cm ³
	Tassé	0.709 g/cm ³
Masse volumique réelle	1.08 g/cm ³	
Porosité de la couche	Non tassé	0.365
	Tassé	0.337
Compacité	Non tassé	0.634
	Tassé	0.663
Angle de talus	26.23°	
Angle de frottement interne	25.29°	
Coulabilité	0.015 bars	

5.3 Mesure de débit

Nous avons mesuré le débit massique (\dot{m}) d'écoulement gravitaire de l'orge dans un silo parallélépipédique dont les parois sont en plexiglas afin de permettre la visualisation de ce phénomène pour une étude approfondie.

5.3.1 Dispositif utilisé

Le silo en plexiglas utilisé dans cette étude a été fabriqué à Alger pour le laboratoire de génie de l'environnement. Les dimensions internes de ce silo sont 80 cm de largeur, 100 cm de hauteur et 10 cm de profondeur avec une épaisseur des parois de 1.5 cm (figure 5.8), le silo contient un orifice rectangulaire avec la possibilité de réglage à différents diamètres (le diamètre ici est la largeur du rectangle avec une longueur fixe égale à la profondeur du silo qui est 10 cm), la trémie du silo est conçue à partir des triangles et des plaques en plexiglas.

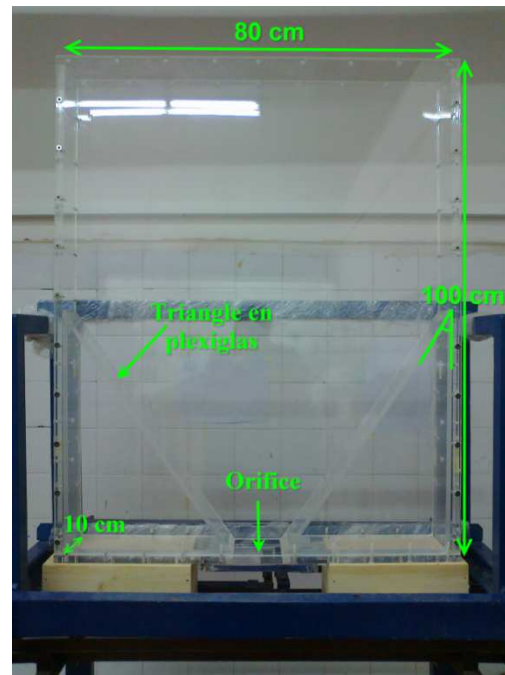


Figure 5.8. Silo utilisé.

Pour mesurer le débit de l'orge nous avons utilisé une balance électrique reliée à un ordinateur qui donne les valeurs des pesées sous forme numérique transférées vers un ordinateur par un port série RS-232, l'enregistrement des valeurs des pesées se fait automatiquement par un logiciel de capture de données installé sur notre ordinateur, le système correspondant est représenté sur la figure 5.9.

5.3.2 Les essais de mesure de débit

Le mode opératoire de ces essais consiste à faire remplir le silo par une masse d'orge bien déterminée en faisant varier l'angle de la trémie et le diamètre de l'orifice ; les angles de la trémie (l'angle représenté sur la figure 5.8) qui existent sont les suivants : 35° , 45° , 55° ; les ouvertures sont de 10 mm, 20 mm, 30 mm, 40 mm, 50 mm, 60 mm et 100 mm pour le cas d'absence de la trémie (0°) ; pour chaque valeur d'angle de la trémies nous avons considéré les ouvertures suivantes : 20 mm, 40 mm, 60 mm, 80 mm et 100 mm.

Tout d'abord nous avons effectué une mesure de l'angle des zones mortes dans le silo pour le cas d'absence de trémie qui peut être considéré comme une propriété caractéristique du matériau (cette grandeur, prédéfini dans le paragraphe 4.2 sur la figure 4.3, entre dans la prédiction de la valeur de débit). Les résultats obtenus sont représentés sur le tableau 5.9.

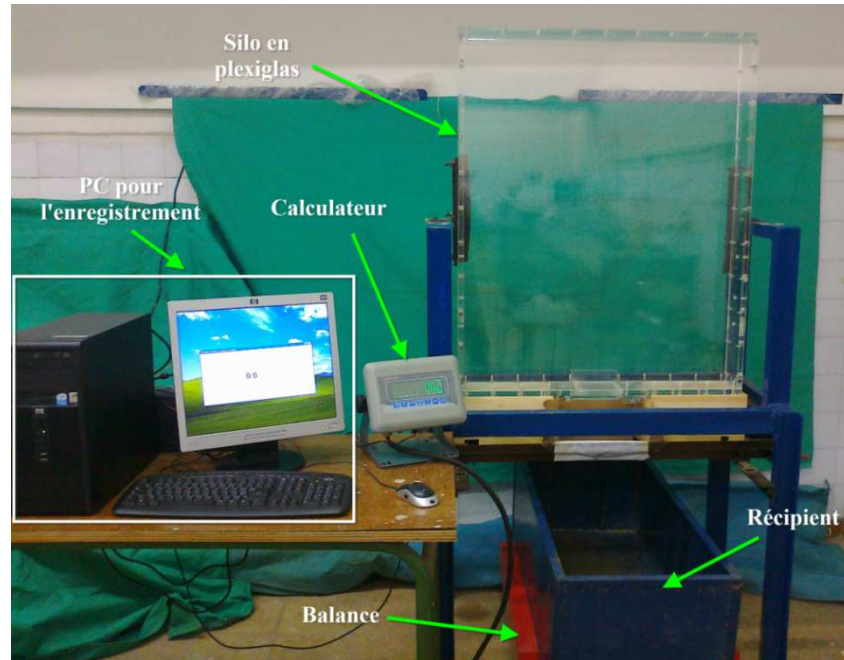


Figure 5.9. Dispositif utilisé pour la mesure de débit.

Tableau 5.9. L'angle de la zone morte.

N° d'essais	Essai 1	Essai 2	Essai 3
β	28.38°	27.98°	29.54°
β_{moy}		28.63°	

Après la mesure de l'angle de la zone morte nous avons entamé la mesure de débit, le mode opératoire consiste à faire varier chaque fois un paramètre en fixant les autres paramètres : nous avons choisi de varier le diamètre de l'orifice pour chaque valeur de l'angle de la trémie.

5.3.2.1 Mesure de débit dans le cas d'absence de la trémie

Nous avons débuté les mesures du débit par le cas d'absence de la trémie, alors nous avons rempli manuellement le silo par une masse d'orge de 42 kg à 49 kg que nous avons tamisé auparavant afin d'éliminer toutes sortes d'impuretés (semences, petits morceaux de paille, poussière, etc.), puis nous avons libéré le matériau en ouvrant l'orifice, l'enregistrement a démarré d'une façon automatique. Pour chaque diamètre de l'orifice nous avons réalisé trois essais. Pour le calcul du débit, les résultats obtenus sont traités et représentés sous forme graphique. La valeur du débit est obtenue par le calcul de la pente pour chaque graphe par une droite de tendance, puis le calcul de la valeur moyenne des pentes des trois graphes.

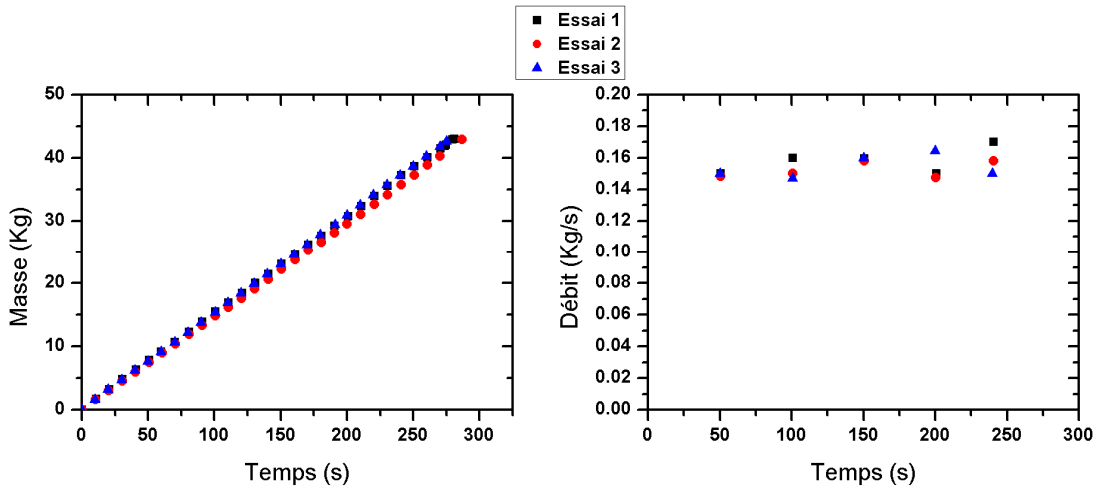


Figure 5.10. Variation de la masse et du débit en fonction du temps (sans trémie, D = 20mm)

$$\dot{m} = 0.152 \text{ kg/s} .$$

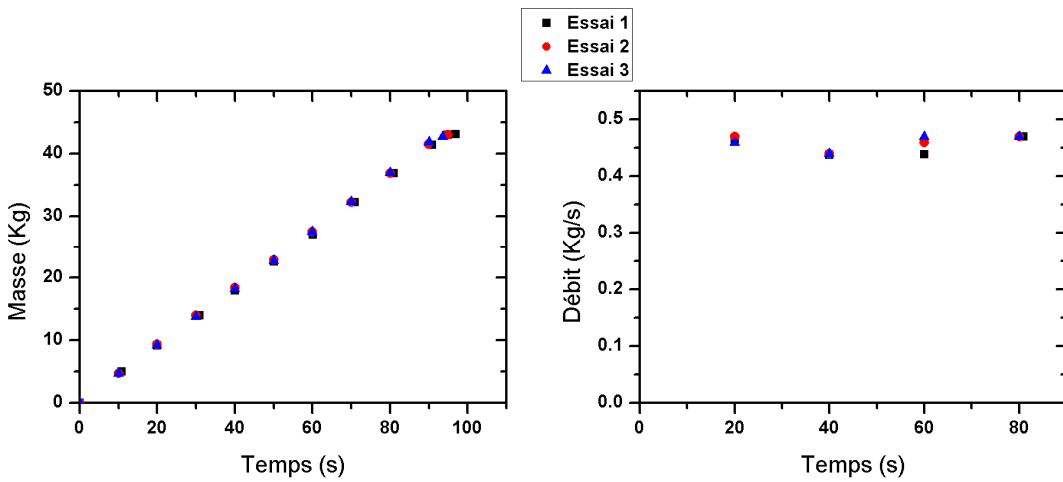


Figure 5.11. Variation de la masse et du débit en fonction du temps (sans trémie, D = 30mm)

$$\dot{m} = 0.456 \text{ kg/s} .$$

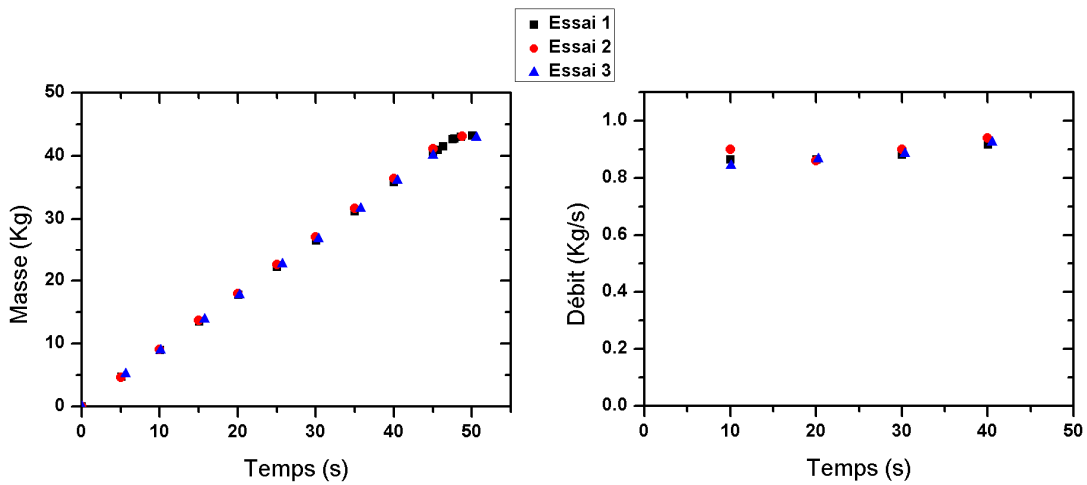


Figure 5.12. Variation de la masse et du débit en fonction du temps (sans trémie, D = 40mm)

$$\dot{m} = 0.884 \text{ kg/s} .$$

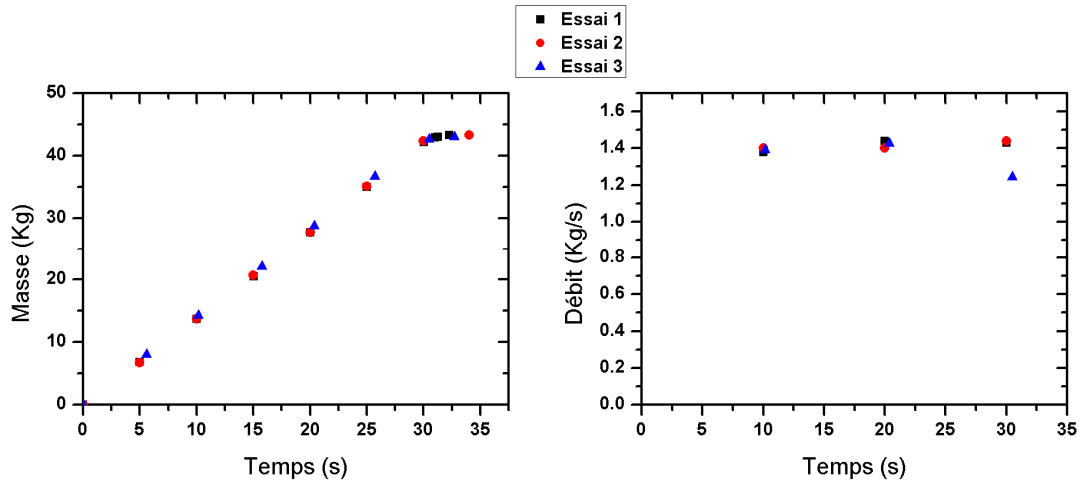


Figure 5.13. Variation de la masse et du débit en fonction du temps (sans trémie, D = 50mm)

$$\dot{m} = 1.408 \text{ kg/s} .$$

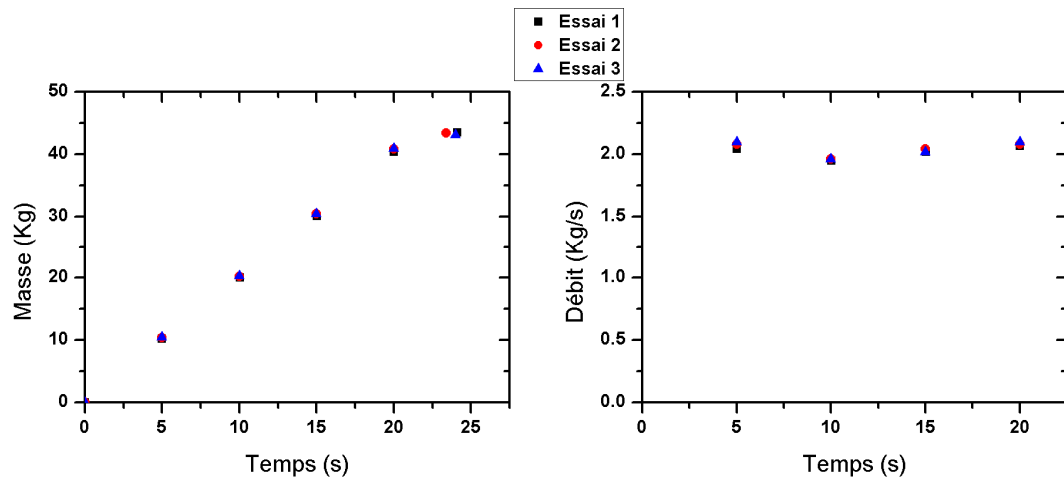


Figure 5.14. Variation de la masse et du débit en fonction du temps (sans trémie, D = 60mm)

$$\dot{m} = 2.026 \text{ kg/s} .$$

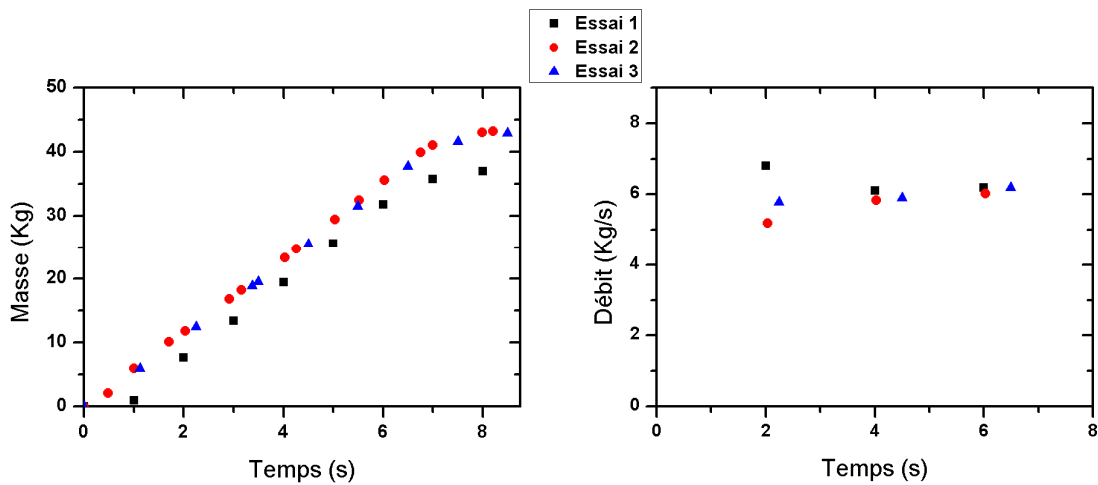


Figure 5.15. Variation de la masse et du débit en fonction du temps (sans trémie, D = 100mm)

$$\dot{m} = 5.747 \text{ kg/s} .$$

Le tableau 5.10 regroupe les résultats des écoulements à fond plat (sans trémie) pour toutes les ouvertures.

Tableau 5.10. Valeurs des débits obtenus (sans trémie).

D (mm)	20	30	40	50	60	100
\dot{m} (kg/s)	0.152	0.456	0.884	1.408	2.026	5.747

5.3.2.2 Mesure du débit dans le cas de présence de la trémie (35°, 45°, 55°)

Le mode opératoire adopté est le même que celui dans le cas d'absence de la trémie, grâce à la bonne reproductibilité des résultats obtenus nous avons limité le nombre des essais à deux pour chaque diamètre (Annexe 1). Les valeurs du débit pour chaque angle sont représentées dans le tableau 5.11.

Tableau 5.11. Valeurs des débits obtenus pour les différentes trémies 35°, 45° et 55° et pour chaque diamètre.

35°	D (mm)	20	40	60	80	100
	\dot{m} (kg/s)	0.438	1.376	2.714	4.349	6.326
45°	D (mm)	20	40	50	80	100
	\dot{m} (kg/s)	0.310	1.254	1.822	3.908	5.712
55°	D (mm)	20	40	60	80	100
	\dot{m} (kg/s)	0.294	1.119	2.351	3.694	5.793

5.3.3 Estimation de la valeur du débit

Nous avons calculé le débit par les équations données dans le paragraphe 4.2. Les résultats sont représentés sur les graphes donnés par la figure 5.16, pour l'équation de Brown et Recharls (B&R) nous avons fait un calcul supplémentaire par le remplacement de la valeur de α par son complément.

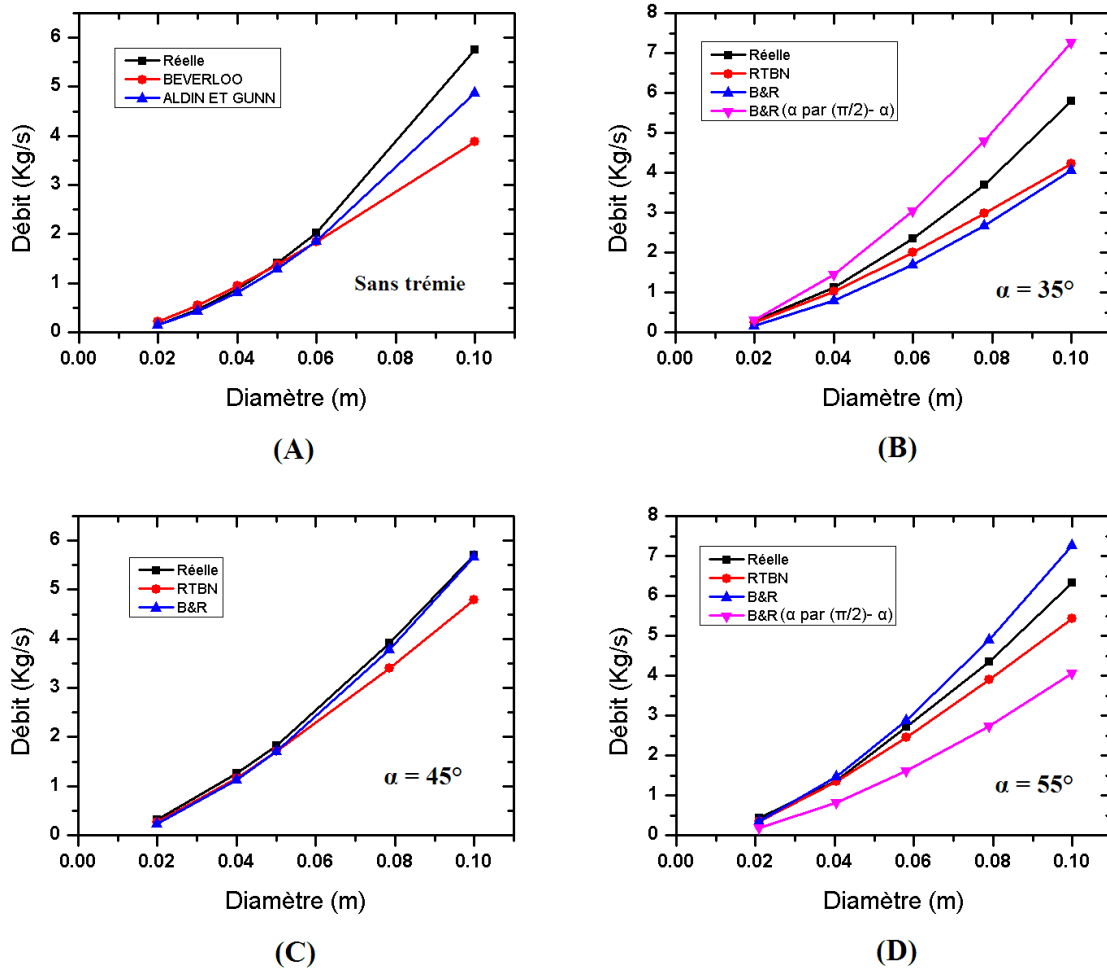


Figure 5.16. Comparaison entre la variation du débit (réel et estimé) avec la largeur de l’orifice D ; (A) sans trémie, (B) trémie 35°, (C) trémie 45°, (D) trémie 55°.

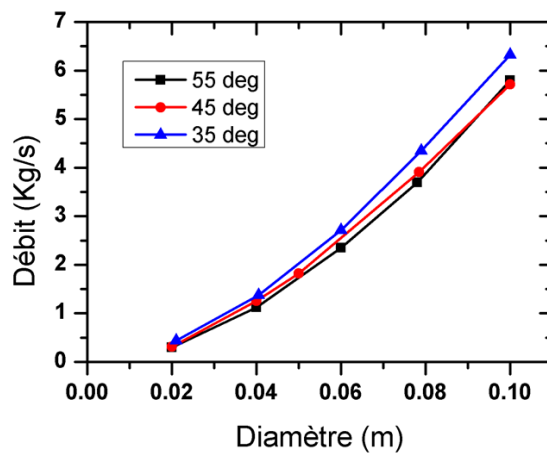


Figure 5.17. Variation du débit en fonction du diamètre de l’ouverture pour les angles 35°, 45°, et 55°.

- **Interprétation des résultats**

D'après les mesures des valeurs de débit pour le cas d'absence et de présence de la trémie, nous avons constaté que le débit a une valeur constante, et elle augmente avec l'augmentation de diamètre. Ainsi, nous avons remarqué que l'effet d'inclinaison de l'angle de la trémie est négligeable, sauf qu'on a une légère augmentation dans les valeurs de débit pour un angle de 35° et à des grandes valeurs de diamètre (figure 5.17).

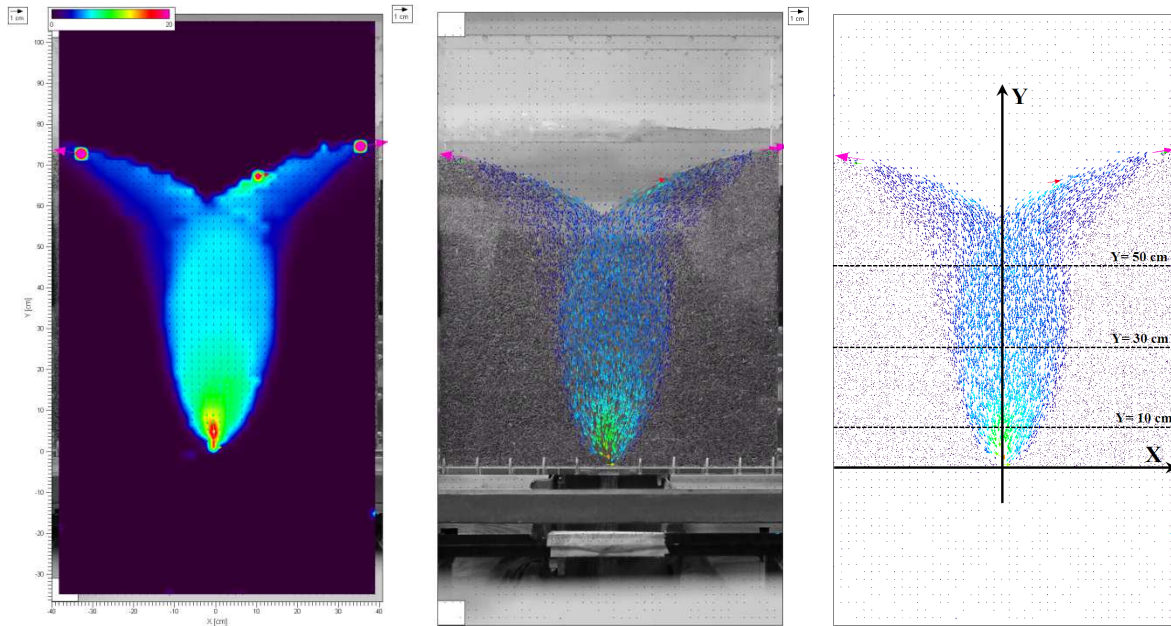
Le calcul du débit par les équations données dans la section précédente et selon la comparaison des valeurs du débit théorique (données par les équations 4.1, 4.4, 4.10 et 4.12) obtenues et celles réelles représentées sur la figure 5.16 nous pouvons dire que dans le cas d'absence de la trémie, les résultats théoriques des modèles et pratiques sont très proches pour un diamètre inférieur à 60 mm, pour un diamètre plus grand de 60 mm, les valeurs de l'équation de modèle d'Al-Din et Gunn sont plus proches de la valeur réelle que celles de l'équation de modèle de Beverloo (figure 5.16 courbe A). Dans le cas de la présence de la trémie, l'équation de modèle RTBN donne des valeurs proches de la valeur réelle avec un décalage de faible variation (figure 5.16 courbes B, C et D). Bien que l'équation de modèle B&R présente un décalage de la valeur réelle de forte variation, les valeurs obtenues par cette équation sont plus proches de la réalité pour une valeur d'angle égale à 45° (figure 5.16 courbe B) ; ainsi le remplacement de la valeur de α par son complément dans l'équation de modèle de B&R réduit l'intervalle de décalage (figure 5.16 courbes B et D). Ces résultats restent dépendants du choix de la taille des grains (le diamètre utilisé) ainsi de la masse volumique du matériau granulaire qui peut prendre différentes valeurs.

5.4 Distribution de vitesse :

Nous avons fait une étude sur la distribution de la vitesse des grains au cours de l'écoulement dans le silo pour les différentes ouvertures, la caméra utilisée est une caméra vidéo Canon de haute sensibilité et d'une vitesse de 25 à 30 fps avec une résolution HD de 720x1280 pixel. La méthode consiste à prendre une paire d'images extraites depuis la vidéo quand le régime est établi, et les traiter par la technique PIV (paragraphe 4.4.1.3), le programme utilisé est le programme "PIVview".

5.4.1 Distribution de vitesse des grains dans le cas d'absence de la trémie

La technique PIV donne des résultats sur la valeur de la vitesse des grains pour chaque position et une représentation sur cette distribution (vecteurs, contours, etc.), un exemple de cette représentation pour l'ouverture 50mm est donné par les images de la figure 5.18.



(A)

(B)

(C)

Figure 5.18. Les différents modes de vue possible pour la distribution (avec le programme "PIVview"): (A) vue en contours, (B) vue en vecteur avec l'image réelle, (C) vue en vecteur sans l'image réelle et avec l'orientation choisie des axes X et Y.

Nous présentons la distribution des deux vitesses horizontale u et verticale v des grains pour les ouvertures 20 mm, 40 mm et 50 mm, la représentation est faite selon trois niveaux de Y (10 cm, 30 cm et 50 cm) sur les figures 5.19, 5.20 et 5.21, la prise de vue est faite quand le régime d'écoulement est établi (la valeur négative de la vitesse est dû au choix des coordonnées). On peut voir qu'il y a une fluctuation dans les valeurs de u et v cela est dû au filtre utilisé par la caméra qui crée un bruit. La distribution de vitesse pour d'autres ouvertures est représentée en Annexe 2.

5.4.2 Distribution de vitesse des grains (en présence de la trémie)

Dans le cas de la présence de la trémie nous avons choisi de présenter la distribution de vitesse u et v des grains pour l'ouverture 40 mm selon trois niveaux de Y (10 cm, 30 cm et 50cm) et ce avec les angles 55° , 45° et 35° sur les figures 5.22, 5.23 et 5.24. Ce choix a été fait selon les capacités de la caméra, car à des grandes ouvertures les grains ne sont pas captés. Les résultats obtenus avec les autres ouvertures sont présentés en Annexe 2.

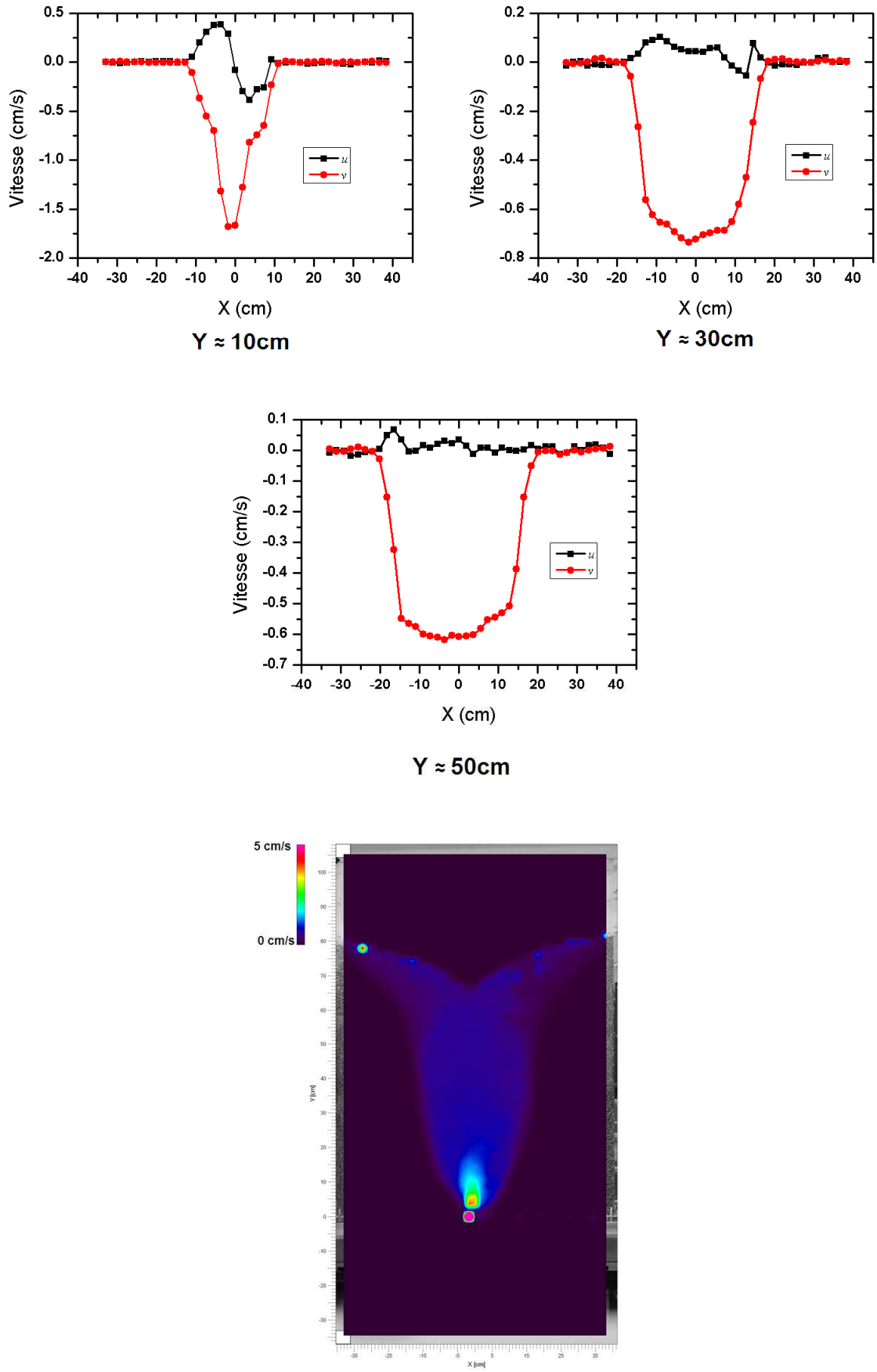


Figure 5.19. u et v en fonction de X avec la distribution en contour pour $D = 20$ mm.

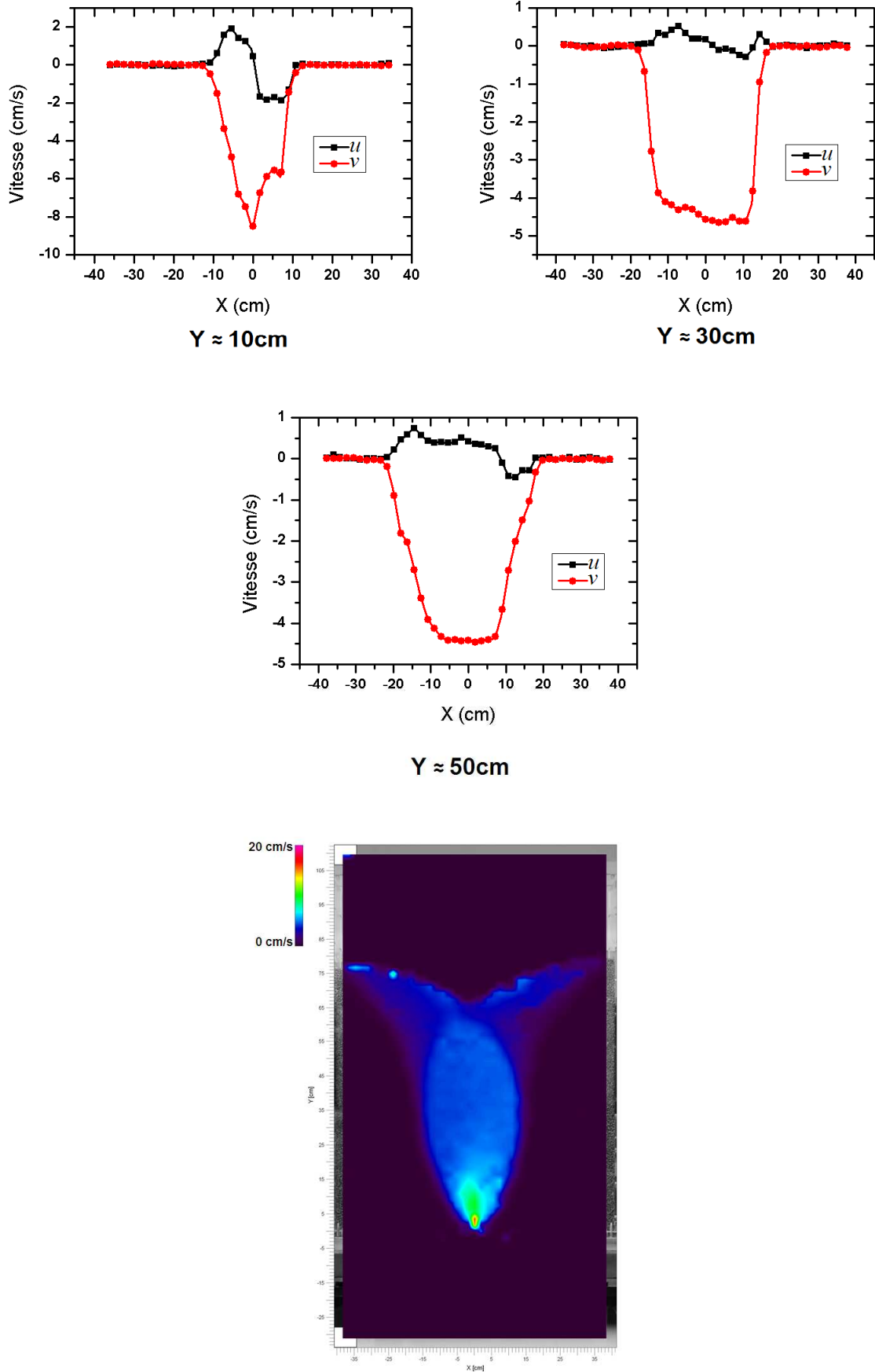


Figure 5.20. u et v en fonction de X avec la distribution en contour pour $D = 40$ mm.

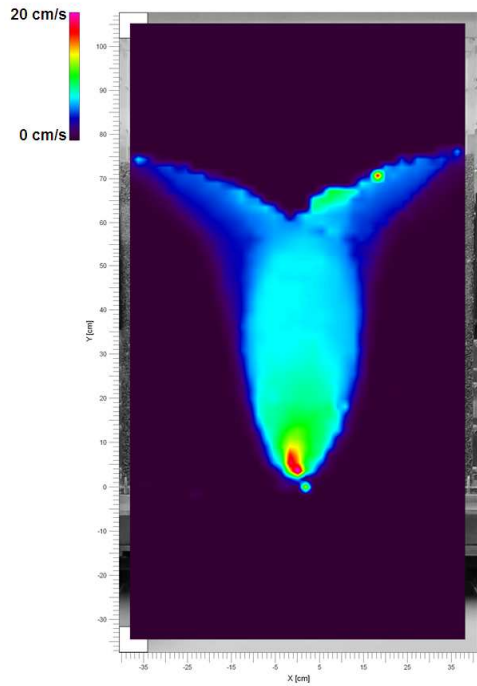
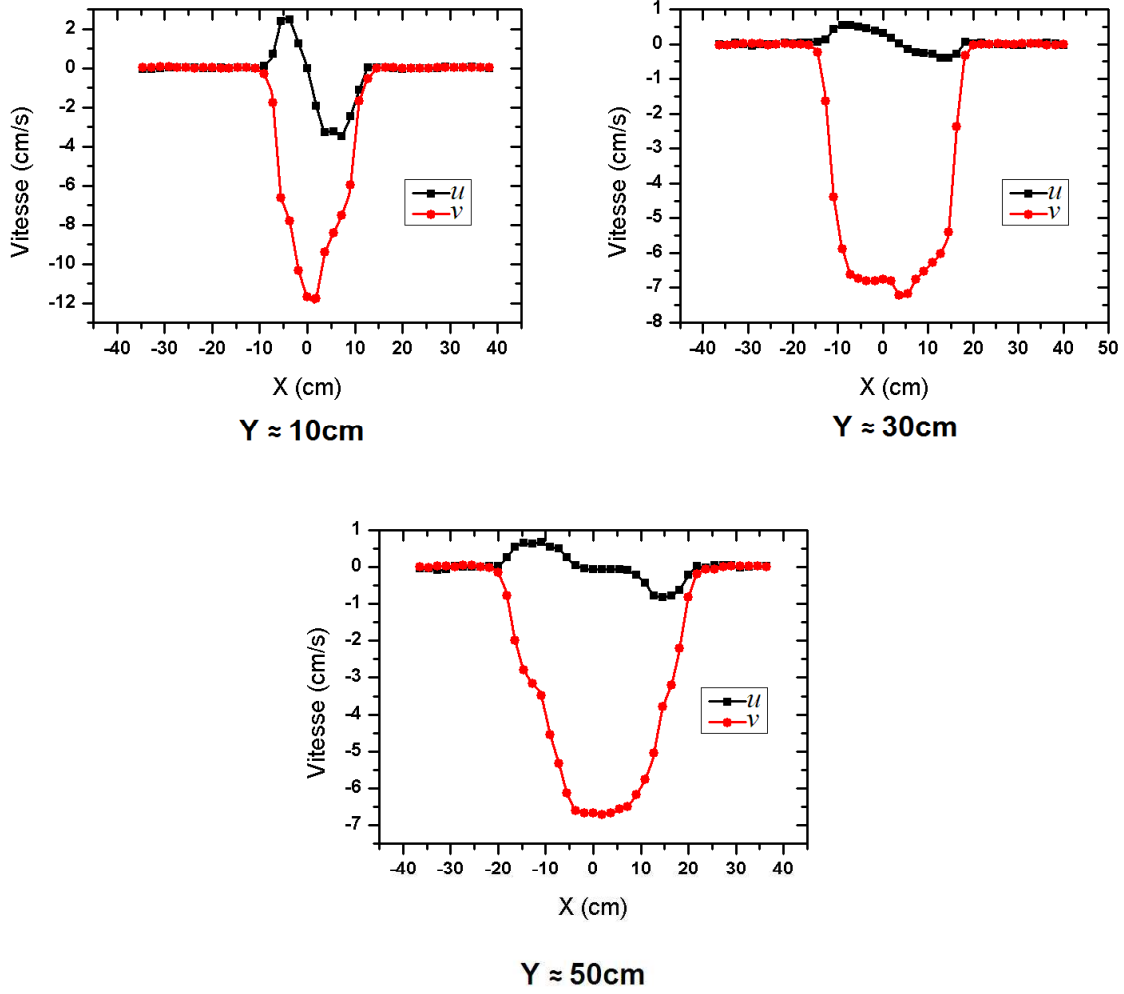


Figure 5.21. u et v en fonction de X avec la distribution en contour pour $D = 50$ mm.

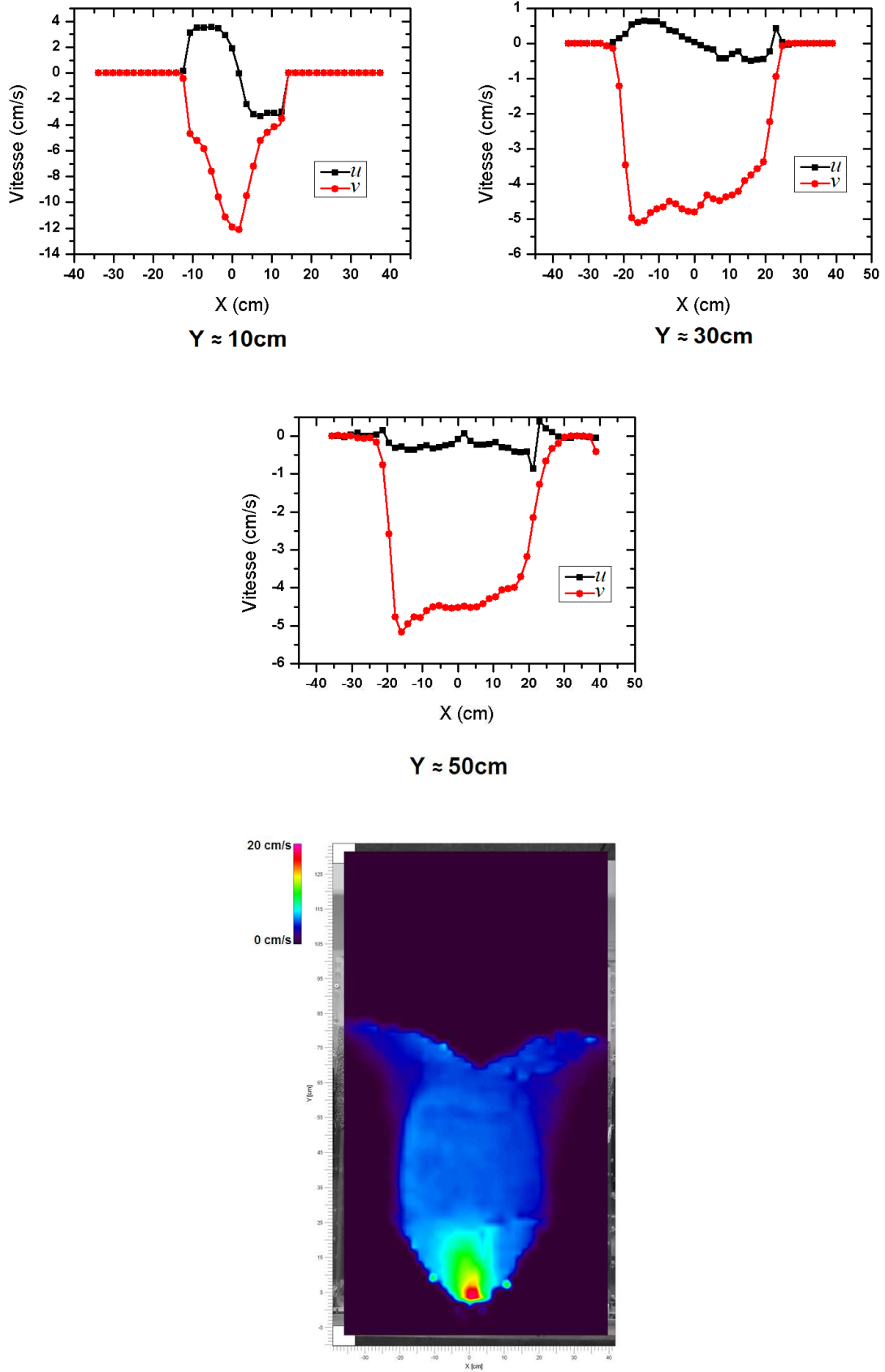


Figure 5.22. u et v en fonction de X avec la distribution en contour pour $D = 40$ mm et $\alpha = 35^\circ$.

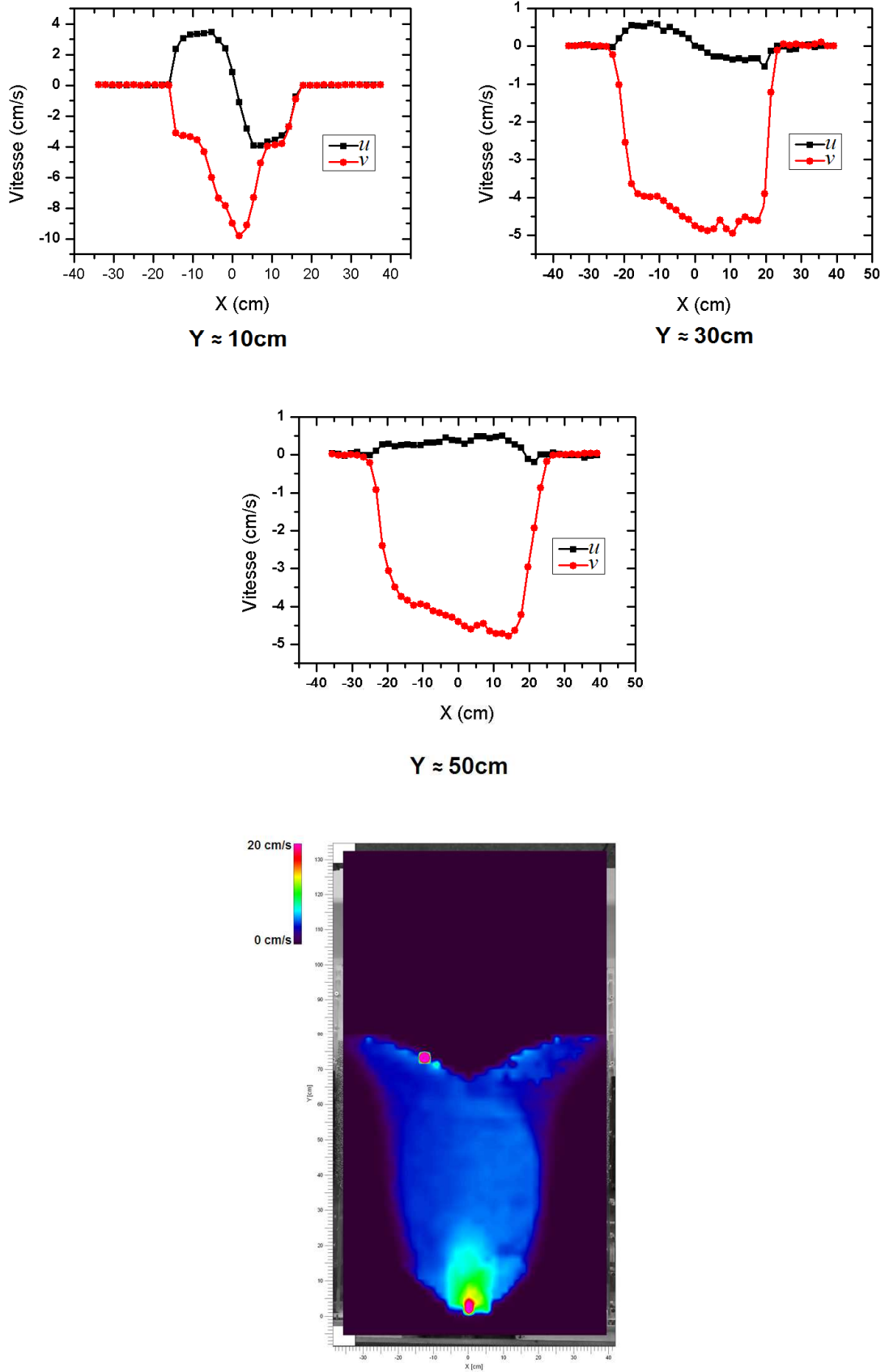


Figure 5.23. u et v en fonction de X avec la distribution en contour pour $D = 40$ mm et $\alpha = 45^\circ$.

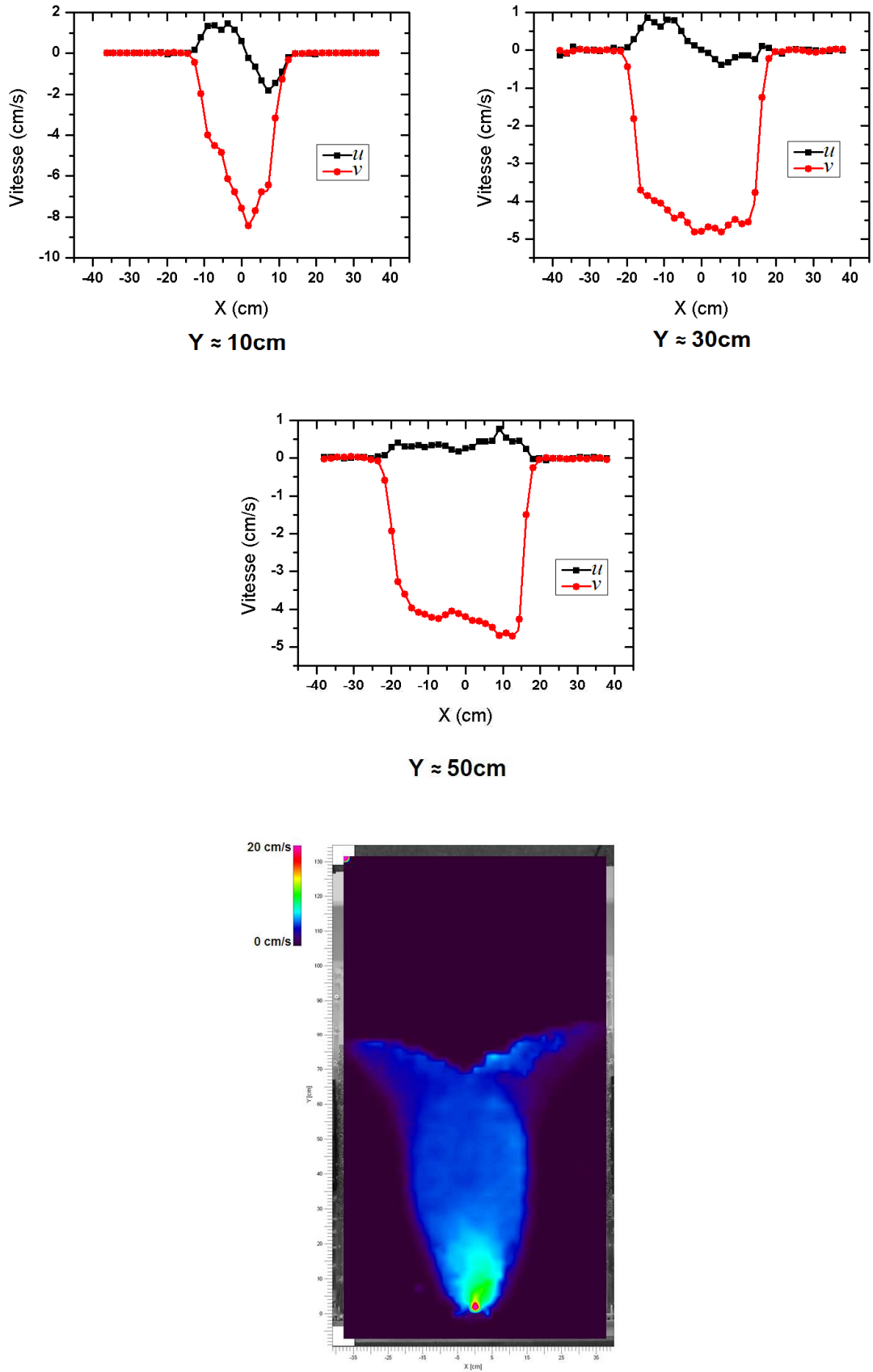


Figure 5.24. u et v en fonction de X avec la distribution en contour pour $D = 40$ mm et $\alpha = 55^\circ$.

- **Conclusion**

Dans le cas d'absence de la trémie (figures 5.19, 5.20 et 5.21) on peut voir dans la zone de convergence ($Y = 10$ cm) qu'il y a une variation importante des vitesses horizontale u et verticale v .

De même, à de petite valeur de diamètre ($D = 20$ mm), on peut voir que la vitesse horizontale u peut être négligée dans la zone d'écoulement à $Y = 50$ cm, et que la vitesse verticale v devienne presque constante au centre de la zone d'écoulement. A des grandes valeurs de diamètre ($D = 40$ mm et $D = 50$ mm), on a des petites valeurs de la vitesse horizontale u avec une légère variation de la vitesse verticale v (presque constante) au tour de centre de la zone d'écoulement.

Pour le cas de présence de la trémie (figures 5.22, 5.23 et 5.24) on a les mêmes observations sauf que la variation de la vitesse verticale v au centre de la zone d'écoulement se rapproche d'un segment de droite inclinée (cela peut être dû à la non symétrie de la trémie).

La vue en contour de vitesse donne une bonne présentation de la distribution réelle de la vitesse dans tous les points.

5.4.3 Comparaison entre les résultats pratiques et théoriques

Nous avons fait une comparaison entre les résultats théoriques (pour les équations de débit et de la distribution de vitesse) et pratiques (les mesures de débit sur silo et calcul de la distribution de vitesse), dans les deux zones à savoir la zone de convergence et la zone d'écoulement (figure 4.7).

5.4.3.1 Zone de convergence :

En appliquant les équations 4.20 et 4.21 de Nedderman pour la zone de convergence (figure 4.7), nous avons trouvé un décalage entre la valeur réelle de la vitesse v_0 (la vitesse verticale des grains sur l'axe des Y , $X=0$) et la valeur donnée par l'équation 4.20. Pour cette raison nous avons choisi d'utiliser la valeur réelle de cette vitesse dans les équations 4.20 et 4.21. Le coefficient de diffusion B est calculé par l'équation 4.21. La valeur du coefficient B choisie est celle qui correspond aux résultats les plus proches du cas réel. Les résultats obtenus sont les suivants :

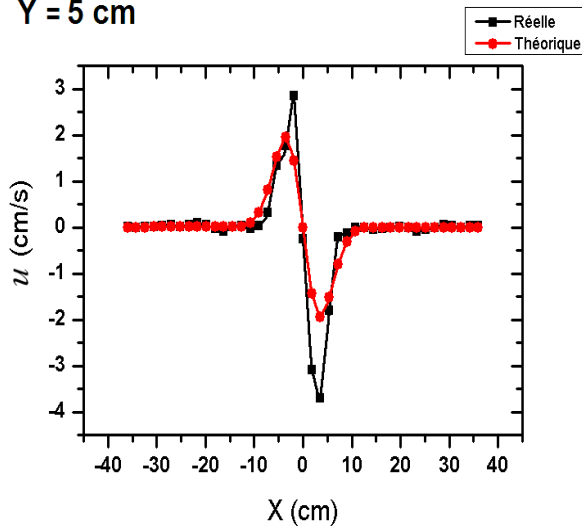
a) En absence de la trémie

➤ D = 40 mm

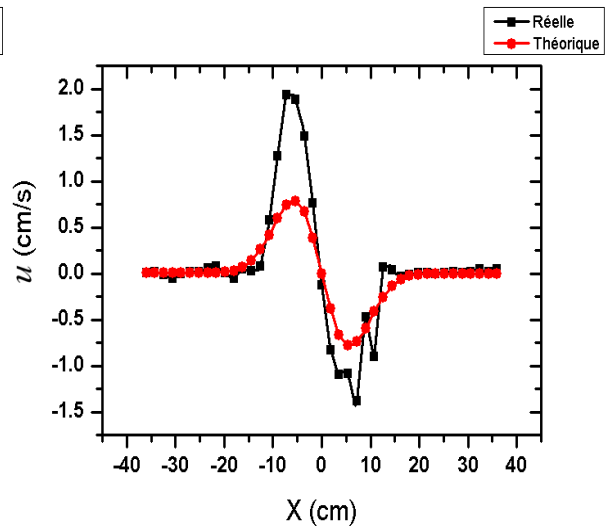
Tableau 5.12. Valeurs réelles et théoriques obtenues pour les vitesses u et v selon l'axe X pour D = 40 mm.

B								
1.15 cm								
Y					Y			
5.40 cm					14.41 cm			
X(cm)	u	v	u	v	u	v	u	v
	réelle (cm/s)	réelle (cm/s)	théorique (cm/s)	théorique (cm/s)	réelle (cm/s)	réelle (cm/s)	théorique (cm/s)	théorique (cm/s)
-36.01	0.02	-0.01	0.00	0.00	0.00	-0.07	0.00	0.00
-25.21	0.02	0.01	0.00	0.00	0.02	0.00	0.00	0.00
-14.41	0.02	-0.01	0.00	0.00	0.03	-0.03	0.14	-0.28
-5.40	1.33	-2.22	1.52	-3.05	1.89	-4.77	0.78	-4.16
0.00	-0.26	-9.87	0.00	-9.87	-0.12	-6.46	0.00	-6.46
5.40	-1.80	-3.91	-1.52	-3.05	-1.09	-5.33	-0.78	-4.16
14.41	-0.05	-0.02	0.00	0.00	0.03	-0.03	-0.14	-0.28
25.21	-0.06	-0.01	0.00	0.00	0.01	-0.02	0.00	0.00
36.01	0.03	0.01	0.00	0.00	0.04	-0.03	0.00	0.00

Y = 5 cm



Y = 5.4 cm



Y = 14.4 cm

Figure 5.25. Distribution de vitesse u selon l'axe X pour différents niveaux dans le cas réel et théorique pour D = 40 mm.

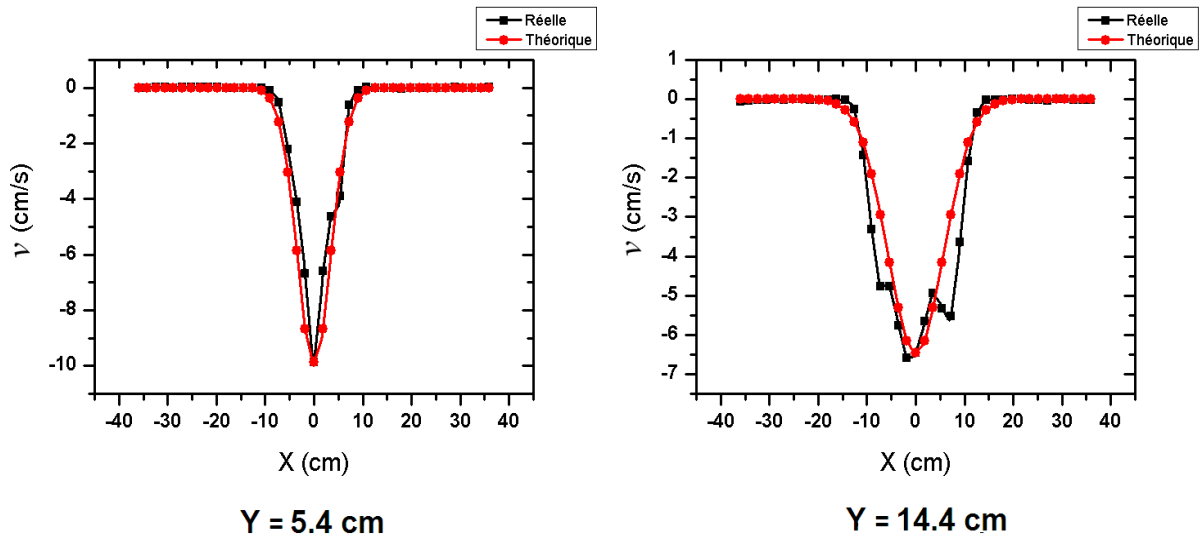


Figure 5.26. Distribution de vitesse v selon l'axe X pour différents niveaux dans le cas réel et théorique pour $D = 40$ mm.

➤ $D = 50$ mm

Tableau 5.13. Valeurs réelles et théoriques obtenues pour les vitesses u et v selon l'axe X pour $D = 50$ mm.

B								
1.7 cm								
Y				Y				
5.46 cm				14.56 cm				
X(cm)	<i>u</i> réelle (cm/s)	<i>v</i> réelle (cm/s)	<i>u</i> théorique (cm/s)	<i>v</i> théorique (cm/s)	<i>u</i> réelle (cm/s)	<i>v</i> réelle (cm/s)	<i>u</i> théorique (cm/s)	<i>v</i> théorique (cm/s)
-34.58	-0.03	-0.02	0.00	0.00	-0.03	0.00	0.00	0.00
-25.48	-0.03	-0.01	0.00	0.00	0.03	0.02	0.01	-0.01
-14.56	-0.01	0.03	0.09	-0.07	0.00	-0.02	0.56	-1.13
-5.46	1.27	-2.35	4.81	-9.62	1.79	-7.72	1.33	-7.09
0.00	3.69	-21.47	0.00	-21.47	-0.25	-9.58	0.00	-9.58
5.46	-3.27	-6.20	-4.81	-9.62	-2.56	-8.76	-1.33	-7.09
14.56	-0.03	0.01	-0.09	-0.07	-0.09	-0.38	-0.56	-1.13
25.48	0.03	-0.01	0.00	0.00	-0.05	0.00	-0.01	-0.01
34.58	-0.07	-0.03	0.00	0.00	-0.05	0.03	0.00	0.00

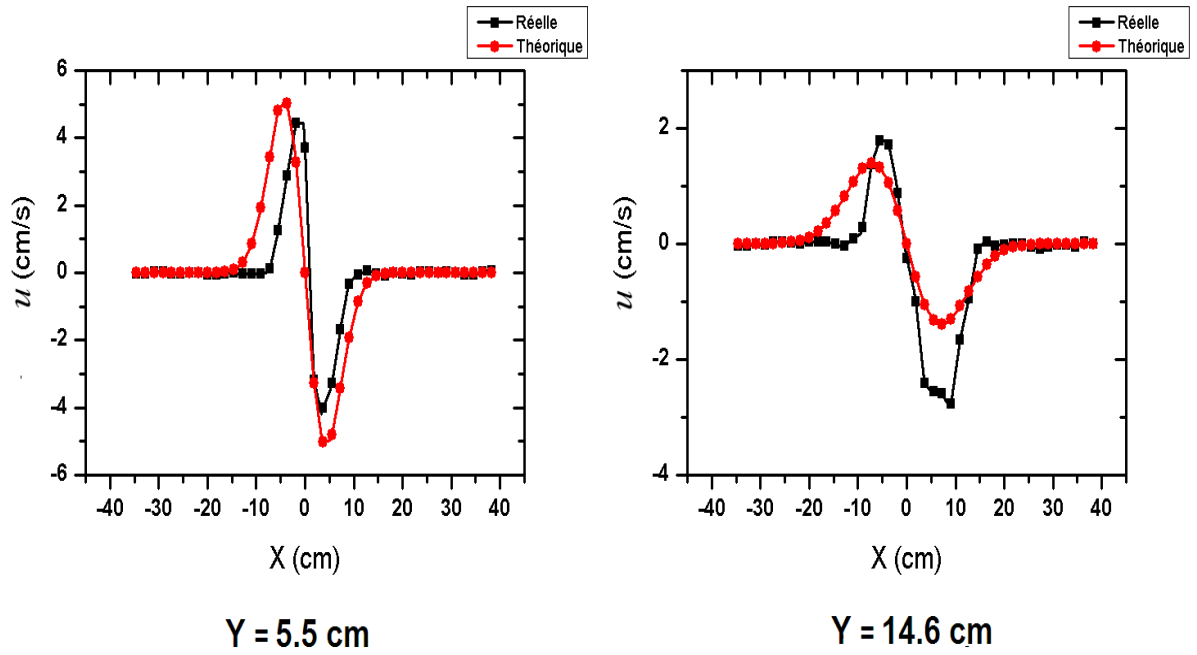


Figure 5.27. Distribution de vitesse u selon l'axe X pour différents niveaux dans le cas réel et théorique pour $D = 50 \text{ mm}$.

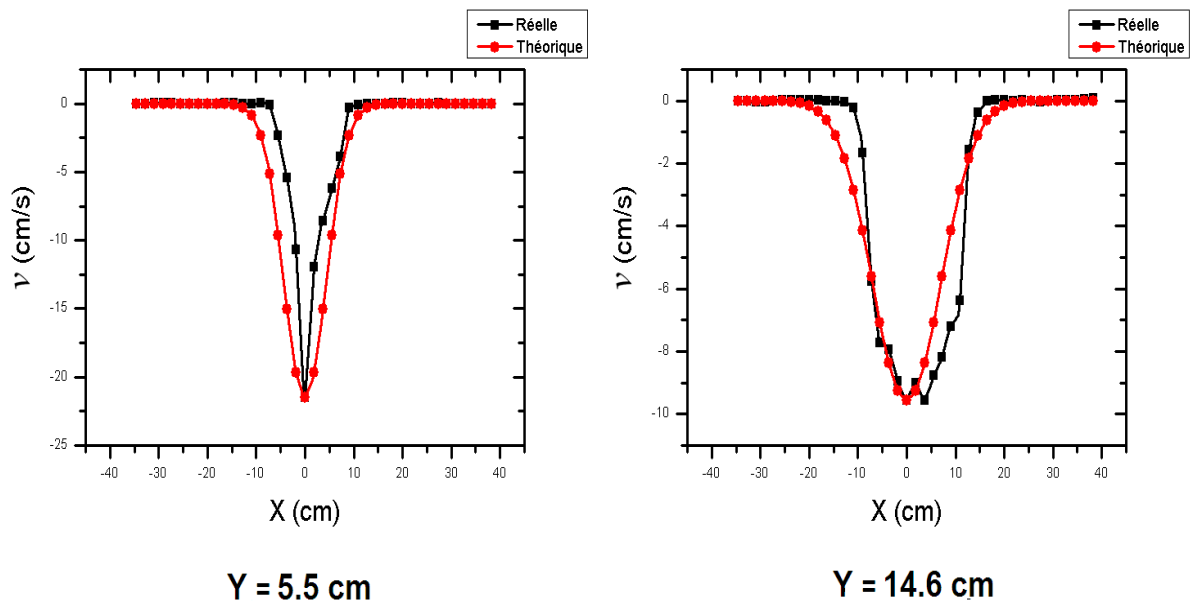


Figure 5.28. Distribution de vitesse v selon l'axe X pour différents niveaux dans le cas réel et théorique pour l'ouverture $D = 50 \text{ mm}$.

➤ D = 60 mm

Tableau 5.14. Valeurs réelles et théoriques obtenues pour les vitesses u et v selon l'axe X pour D = 60 mm.

B								
0.87 cm								
Y					Y			
5.49 cm					14.63 cm			
X(cm)	u réelle (cm/s)	v réelle (cm/s)	u théorique (cm/s)	v théorique (cm/s)	u réelle (cm/s)	v réelle (cm/s)	u théorique (cm/s)	v théorique (cm/s)
-34.74	-0.05	0.02	0.00	0.00	-0.01	0.01	0.00	0.00
-25.60	0.05	0.04	0.00	0.00	-0.01	-0.01	0.00	0.00
-14.63	0.00	-0.05	0.00	0.00	0.02	-0.01	0.12	-0.24
-5.49	2.03	-3.57	3.01	-6.01	3.47	-10.65	1.65	-8.80
0.00	0.61	-28.75	0.00	-28.75	0.16	-15.82	0.00	-15.82
5.49	-3.82	-5.89	-3.01	-6.01	-3.53	-11.25	-1.65	-8.80
14.63	-0.02	-0.01	0.00	0.00	0.00	-0.01	-0.12	-0.24
25.60	0.05	0.05	0.00	0.00	-0.05	-0.02	0.00	0.00
34.74	-0.03	-0.01	0.00	0.00	0.01	-0.02	0.00	0.00

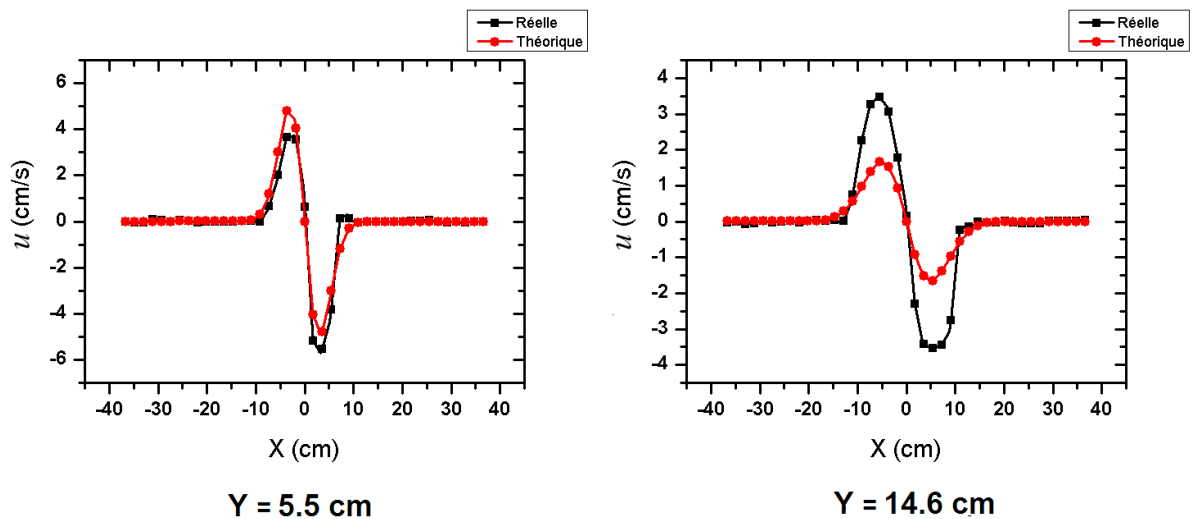


Figure 5.29. Distribution de vitesse u selon l'axe X pour différents niveaux dans le cas réel et théorique pour D = 60 mm.

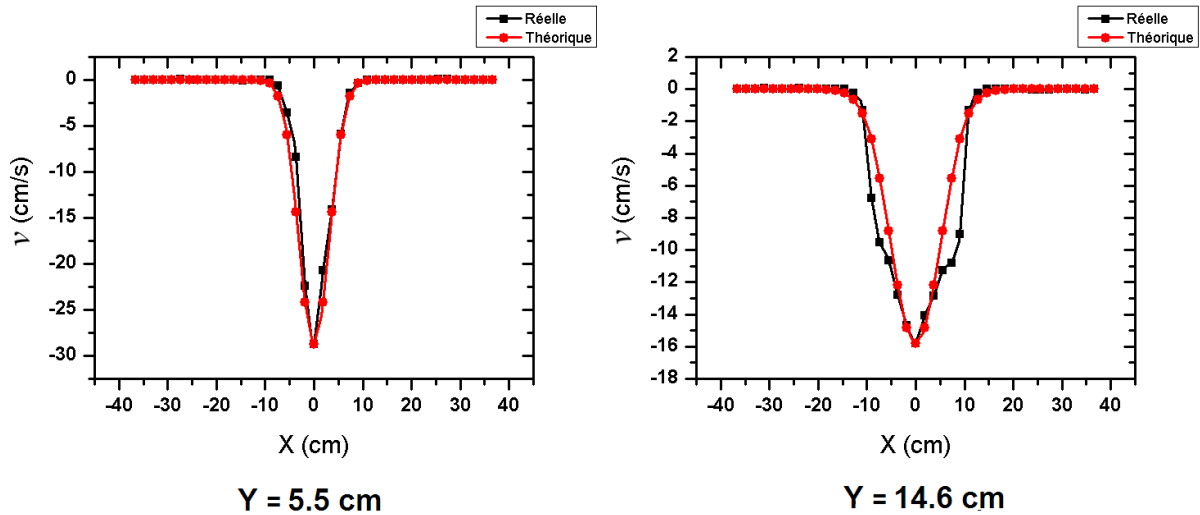


Figure 5.30. Distribution de vitesse v selon l'axe X pour différents niveaux dans le cas réel et théorique pour $D = 60$ mm.

b) En présence de la trémie

Étant donné la similitude des observations en absence et en présence de la trémie, dans cette partie de notre étude les représentations de la distribution des vitesses u et v selon l'axe X sont limitées uniquement au diamètre 40 mm pour 35° et 55° et 50 mm pour 45° . Les résultats obtenus sont les suivants :

➤ $\alpha = 35^\circ, D = 40$ mm

Tableau 5.15. Valeurs réelles et théoriques obtenues pour les vitesses u et v selon l'axe X pour $\alpha = 35^\circ$ et $D = 40$ mm.

B								
1.3 cm								
Y					Y			
5.3 cm					14.21 cm			
X(cm)	u réelle (cm/s)	v réelle (cm/s)	u théorique (cm/s)	v théorique (cm/s)	u réelle (cm/s)	v réelle (cm/s)	u théorique (cm/s)	v théorique (cm/s)
-35.53	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
-24.87	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
-14.21	0.00	0.00	0.02	-0.01	3.36	-3.52	0.34	-0.68
-5.33	3.51	-6.93	3.24	-6.47	3.10	-7.63	1.34	-7.13

0.00	0.24	-18.01	0.00	-18.01	1.09	-10.47	0.00	-10.47
5.33	-4.18	-6.73	-3.24	-6.47	-2.38	-6.58	-1.34	-7.13
14.21	0.00	0.00	-0.02	-0.01	-2.99	-3.43	-0.34	-0.68
24.87	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
35.53	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

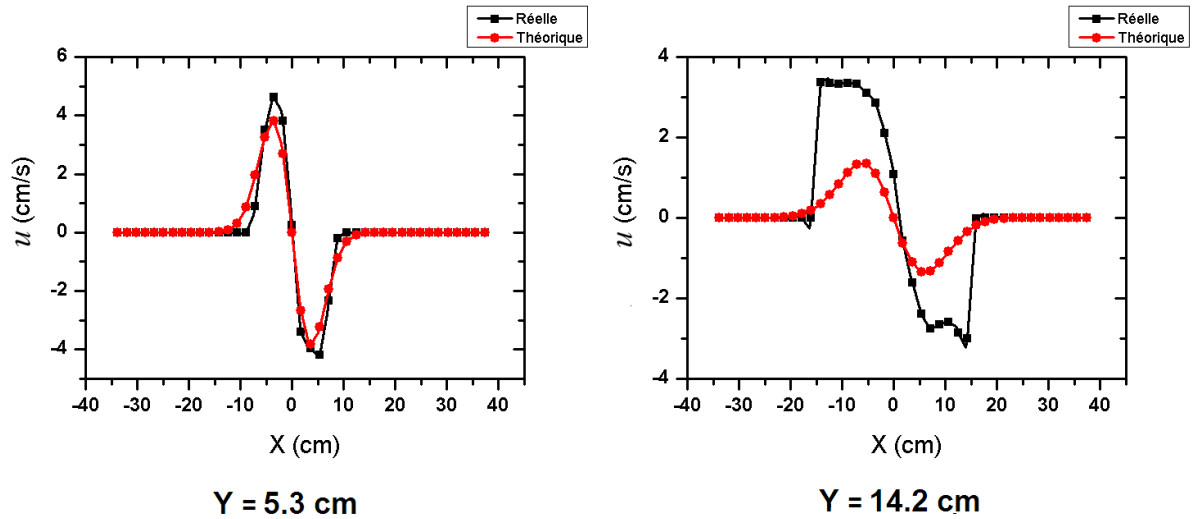


Figure 5.31. Distribution de vitesse u selon l'axe X pour différents niveaux dans le cas réel et théorique pour $\alpha = 35^\circ$ et $D = 40$ mm.

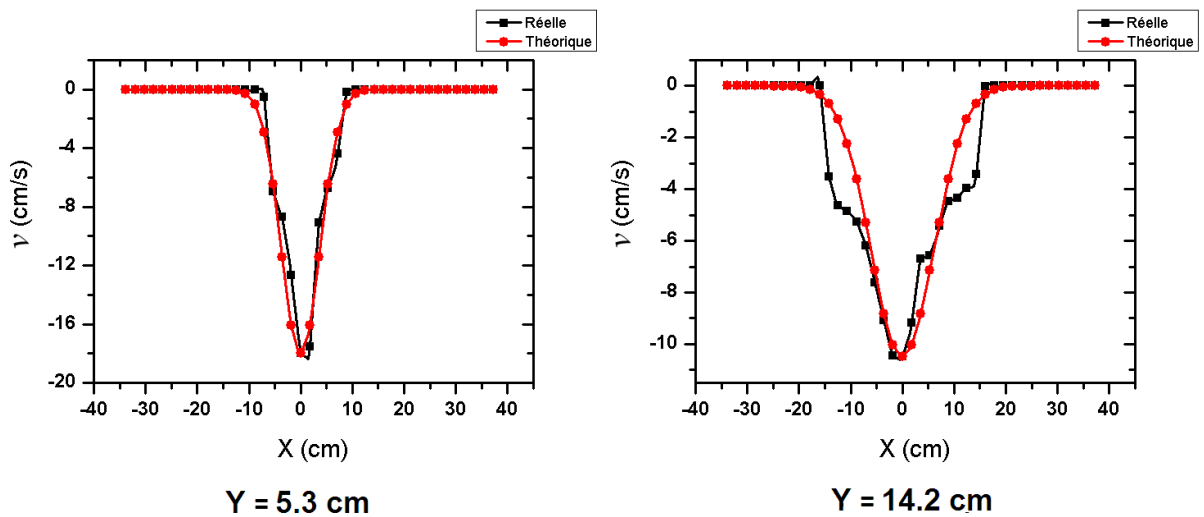


Figure 5.32. Distribution de vitesse v selon l'axe X pour différents niveaux dans le cas réel et théorique pour $\alpha = 35^\circ$ et $D = 40$ mm.

➤ $\alpha = 45^\circ$ avec $D = 40$ mm

Tableau 5.16. Valeurs réelles et théoriques obtenues pour les vitesses u et v selon l'axe X pour $\alpha = 45^\circ$ et $D = 40$ mm.

B								
1.95 cm								
Y				Y				
5.35 cm				14.26 cm				
X(cm)	u réelle (cm/s)	v réelle (cm/s)	u théorique (cm/s)	v théorique (cm/s)	u réelle (cm/s)	v réelle (cm/s)	u théorique (cm/s)	v théorique (cm/s)
-35.66	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
-24.96	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.02	-0.03
-14.26	0.00	0.00	0.15	-0.12	1.89	-3.24	0.57	-1.14
-5.35	3.85	-5.91	3.84	-7.69	1.89	-6.09	1.04	-5.52
0.00	-0.72	-15.27	0.00	-15.27	0.73	-7.14	0.00	-7.14
5.35	-4.86	-6.68	-3.84	-7.69	-2.11	-6.51	-1.04	-5.52
14.26	0.00	0.00	-0.15	-0.12	-2.60	-4.28	-0.57	-1.14
24.96	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-0.02	-0.03
35.66	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

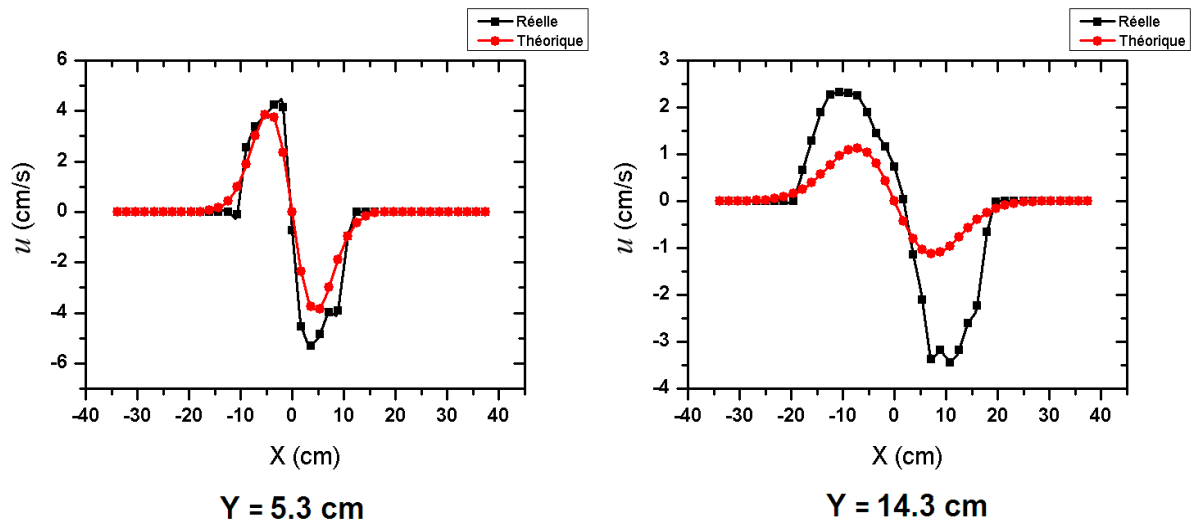


Figure 5.33. Distribution de vitesse u selon l'axe X pour différents niveaux dans le cas réel et théorique pour $\alpha = 45^\circ$ et $D = 40$ mm.

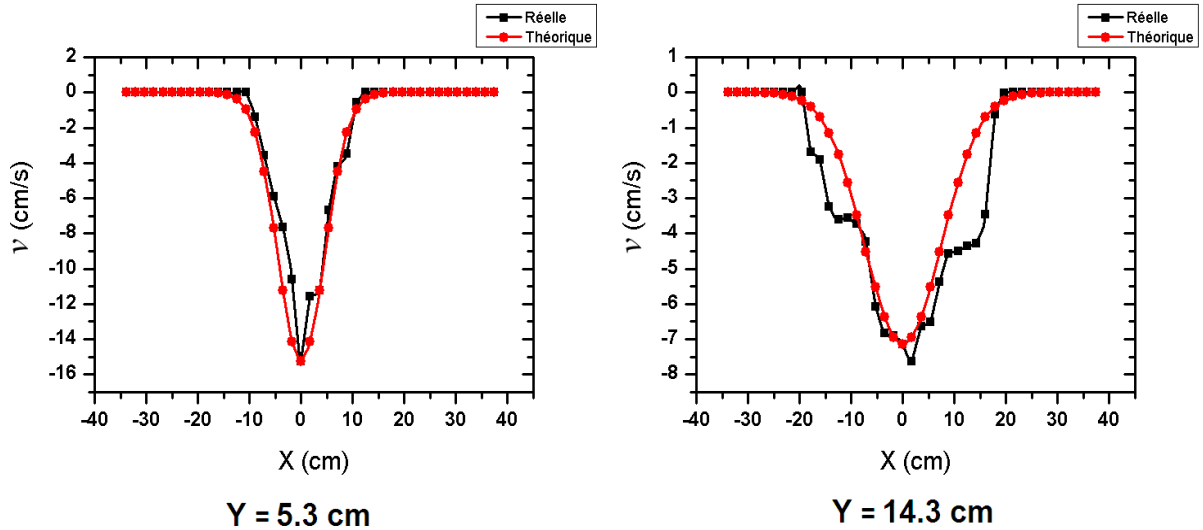


Figure 5.34. Distribution de vitesse v selon l'axe X pour différents niveaux dans le cas réel et théorique pour $\alpha = 45^\circ$ et $D = 40$ mm.

➤ $\alpha=55^\circ$, $D = 40$ mm

Tableau 5.17. Valeurs réelles et théoriques obtenues pour les vitesses u et v selon l'axe X pour $\alpha = 55^\circ$ et $D = 40$ mm.

B								
2.19 cm								
Y				Y				
5.42 cm				14.46 cm				
X(cm)	u réelle (cm/s)	v réelle (cm/s)	u théorique (cm/s)	v théorique (cm/s)	u réelle (cm/s)	v réelle (cm/s)	u théorique (cm/s)	v théorique (cm/s)
-34.35	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
-25.31	0.00	0.00	0.00	0.00	0.08	-0.03	0.04	-0.05
-14.46	0.00	0.00	0.20	-0.15	0.10	-0.25	0.68	-1.36
-5.42	3.26	-4.12	3.25	-6.51	1.17	-5.86	1.05	-5.62
0.00	0.45	-12.07	0.00	-12.07	0.74	-7.09	0.00	-7.09
5.42	-3.10	-6.09	-3.25	-6.51	-0.67	-6.73	-1.05	-5.62
14.46	0.00	0.00	-0.20	-0.15	-0.06	-0.29	-0.68	-1.36
25.31	0.00	0.00	0.00	0.00	-0.01	0.01	-0.04	-0.05
34.35	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

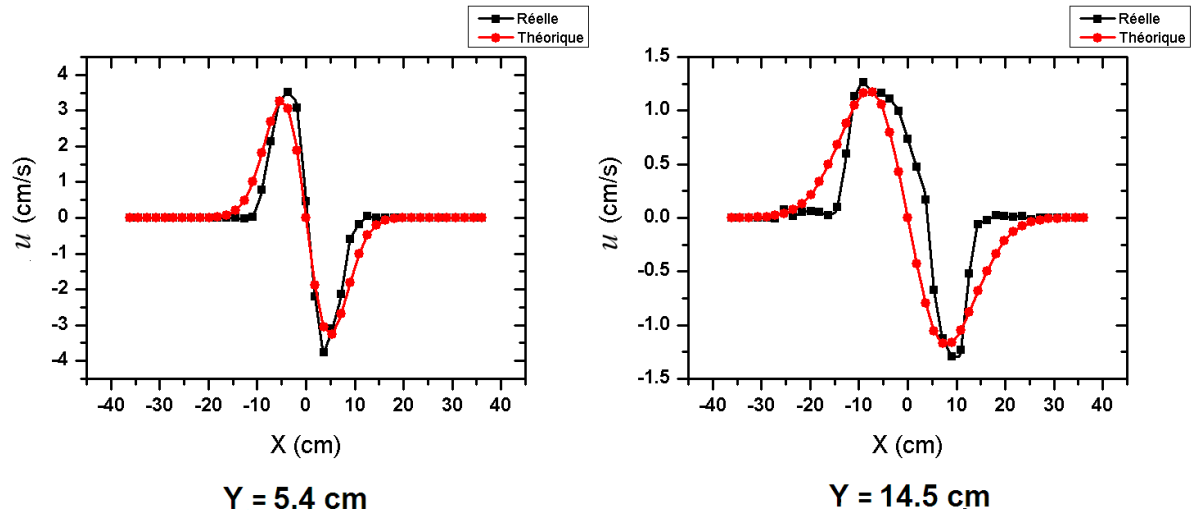


Figure 5.35. Distribution de vitesse u selon l'axe X pour différents niveaux dans le cas réel et théorique pour $\alpha = 55^\circ$ et $D = 40\text{mm}$.

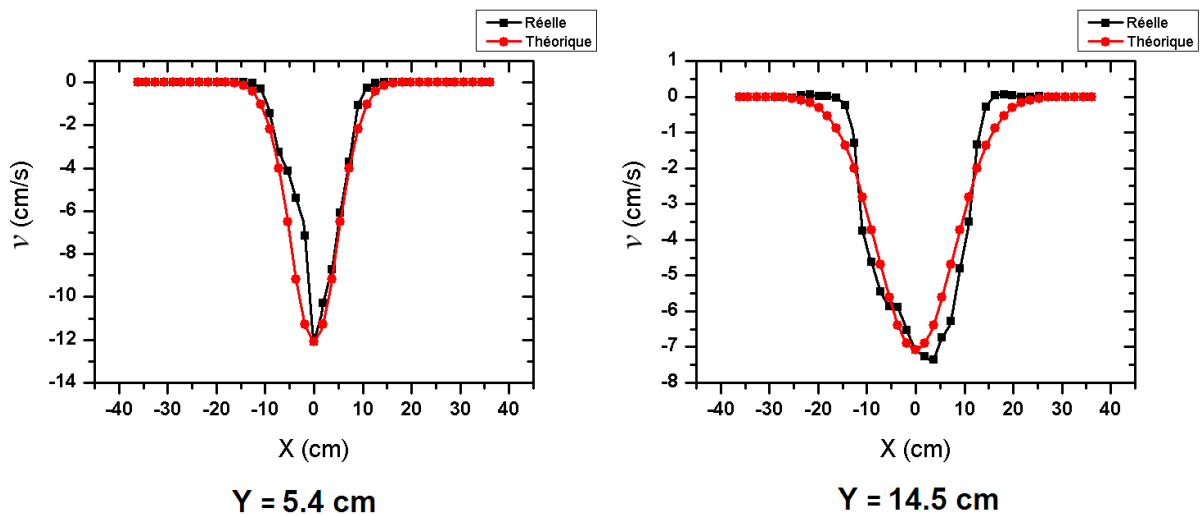


Figure 5.36. Distribution de vitesse v selon l'axe X pour différents niveaux dans le cas réel et théorique pour $\alpha = 55^\circ$ et $D = 40\text{mm}$.

- **Conclusion**

On peut voir d'après les graphes de la distribution de vitesse horizontale u et verticale v dans la zone de convergence pour le cas d'absence et de présence de la trémie (figures 5.25 jusqu'à 5.36) que, la variation de la vitesse u et v selon l'axe (X) peut être estimé par les équations (4.20 et 4.21), en utilisant une valeur réelle de la vitesse v_0 , ces équations donnent une bonne prédiction des valeurs de vitesse horizontale u et verticale v et la variation est très proche du cas réel surtout pour la vitesse verticale v mais on peut voir un décalage entre les

valeurs réelles et théoriques de vitesse horizontal u dès qu'on s'éloigne de l'orifice, mais l'allure du graphe théorique du vitesse horizontal u est proche de l'allure réelle. Ainsi, les valeurs extrêmes de la vitesse u théorique sont plus petites que les valeurs réelles, mais elles sont proches des valeurs réelles pour $D = 50$ mm et $D = 40$ mm avec la trémie 55° .

5.4.3.2 Zone d'écoulement

En appliquant les équations 4.22 et 4.23 de Nedderman de la zone d'écoulement, nous avons fait une comparaison entre la vitesse u et v réelle et théorique des grains calculée par les équations 4.22 et 4.23 de la zone d'écoulement et les équations de la zone de convergence 4.20 et 4.21. Nous avons considéré le coefficient de diffusion B constant et nous avons travaillé avec des grandes ouvertures car la vitesse est très faible dans la zone d'écoulement pour les petites ouvertures et le bruit de fond a un effet considérable sur le traitement. Les résultats obtenus sont les suivants :

a) En absence de la trémie, $D= 60$ mm

Les résultats obtenus pour ouverture $D = 60$ mm sont dans le tableau 5.18 et les profils de la distribution de vitesse pour cette ouverture selon l'axe X sont sur les figures 5.37 et 5.38.

Tableau 5.18. Valeurs réelles et théoriques obtenues pour les vitesses u et v selon l'axe X pour $D = 60$ mm.

B								
0.87 cm								
Y								
49.37 cm								
Réelle			Théorique par les équations de la zone d'écoulement 4.22 et 4.23			Théorique par les équations de la zone de convergence 4.20 et 4.21		
X(cm)	u (cm/s)	v (cm/s)	X(cm)	u (cm/s)	v (cm/s)	X(cm)	u (cm/s)	v (cm/s)
-34.74	0.01	0.01	-35.00	0.00	-0.01	-34.74	0.00	-0.01
-25.60	0.04	-0.02	-25.00	0.09	-0.38	-25.60	0.06	-0.22
-14.63	1.42	-4.39	-15.00	0.52	-3.56	-14.63	0.43	-2.87
-5.49	0.70	-9.69	-5.00	0.54	-10.97	-5.49	0.46	-8.31
0.00	0.83	-9.89	0.00	0.00	-12.62	0.00	0.00	-9.89
5.49	0.92	-10.67	5.00	-0.54	-10.97	5.49	-0.46	-8.31
14.63	-0.99	-2.66	15.00	-0.52	-3.56	14.63	-0.43	-2.87
25.60	-0.04	-0.02	25.00	-0.09	-0.38	25.60	-0.06	-0.22
34.74	-0.03	0.00	35.00	0.00	-0.01	34.74	0.00	-0.01

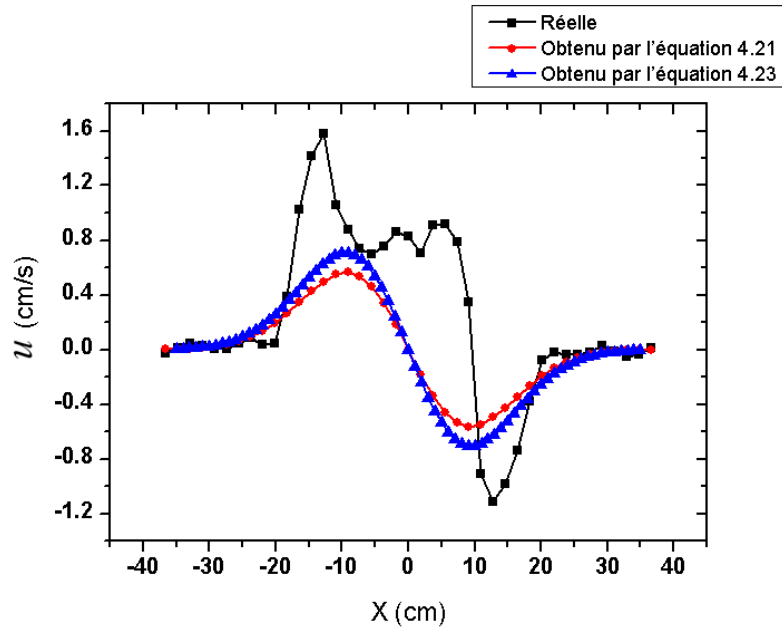


Figure 5.37. Distribution de vitesse u selon l'axe X pour $Y = 49.4$ cm dans le cas réel et théorique pour $D = 60$ mm.

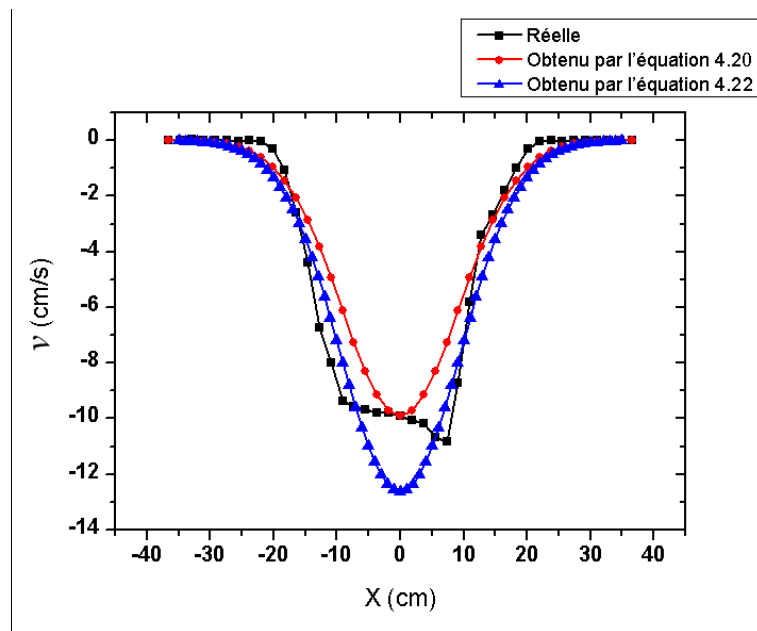


Figure 5.38. Distribution de vitesse v selon l'axe X pour $Y = 49.4$ cm dans le cas réel et théorique pour $D = 60$ mm.

b) En présence de la trémie

La même observation obtenue dans le cas de présence de la trémie alors nous avons limité la présentation pour $D = 50$ mm et $\alpha = 45^\circ$. Les résultats obtenus sont les suivants :

Tableau 5.19. Valeurs réelles et théoriques obtenues pour les vitesses u et v selon l'axe X pour $D = 50\text{mm}$ et $\alpha = 45^\circ$.

B								
2.23 cm								
Y								
30.2 cm								
Réelle			Théorique par les équations de la zone d'écoulement 4.22 et 4.23			Théorique par les équations de la zone de convergence 4.20 et 4.21		
X(cm)	u (cm/s)	v (cm/s)	X(cm)	u (cm/s)	v (cm/s)	X(cm)	u (cm/s)	v (cm/s)
-35.53	30.20	0.00	-35.00	0.06	-0.11	-35.53	0.03	-0.06
-24.87	30.20	0.02	-25.00	0.38	-0.93	-24.87	0.25	-0.61
-15.99	30.20	0.71	-15.00	0.98	-4.02	-15.99	0.62	-2.35
-5.33	30.20	0.67	-5.00	0.68	-8.35	-5.33	0.48	-5.46
0.00	30.20	0.09	0.00	0.00	-9.15	0.00	0.00	-6.06
5.33	30.20	-0.18	5.00	-0.68	-8.35	5.33	-0.48	-5.46
15.99	30.20	-0.64	15.00	-0.98	-4.02	15.99	-0.62	-2.35
24.87	30.20	0.06	25.00	-0.38	-0.93	24.87	-0.25	-0.61
35.53	30.20	0.00	35.00	-0.06	-0.11	35.53	-0.03	-0.06

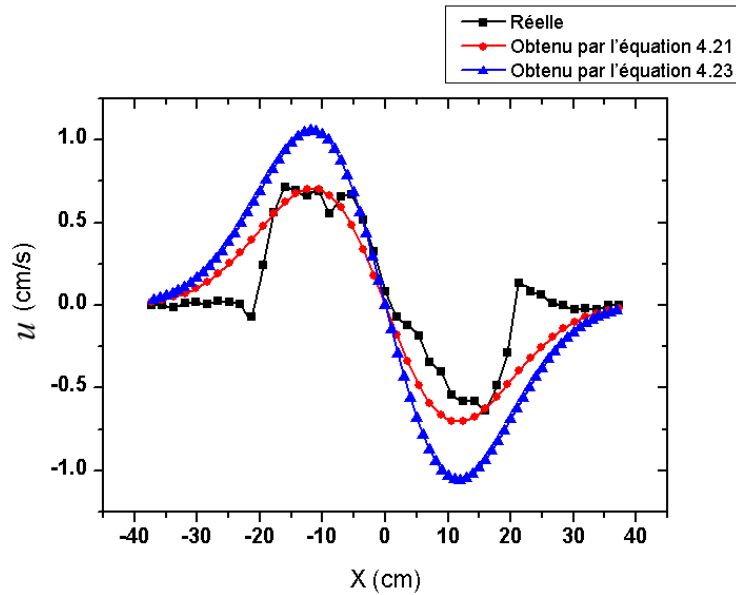


Figure 5.39. Distribution de vitesse u selon l'axe X pour $Y = 30.2$ cm dans le cas réel et théorique pour $D = 50$ mm et $\alpha = 45^\circ$.

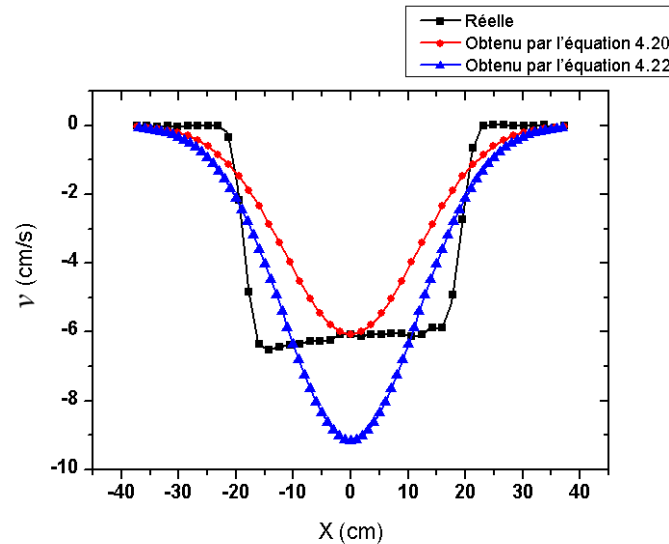


Figure 5.40. Distribution de vitesse v selon l'axe X pour $Y = 30.2$ cm dans le cas réel et théorique pour $D = 50$ mm et $\alpha = 45^\circ$.

D'après les graphes théoriques et réelles de la distribution de vitesse dans la zone d'écoulement pour $D = 60$ et $D = 50$ mm avec $\alpha = 45^\circ$, on peut voir que les équations 4.20 et 4.21 donnent des valeurs des vitesses u et v plus proches que les équations 4.22 et 4.23 dans la zone d'écoulement mais de façon générale on a une mauvaise prédiction des valeurs de vitesse u et v dans cette zone.

5.4.3.3 Représentation et comparaison de la distribution de vitesse des grains par les contours et les vecteurs de vitesse

Nous avons fait une représentation de la distribution de vitesse des grains par contours figure 5.18(A) et vecteurs de vitesse figure 5.18(C) pour les deux cas pratique et théorique afin d'établir une comparaison. Pour le dernier cas nous avons utilisé le programme mathématique appelé "Mathematica" [59].

a) Définition d'une équation de la vitesse v_0

Pour la représentation de la distribution de vitesse des grains il faut d'abord définir une équation qui donne les valeurs de la vitesse v_0 des grains dans la ligne centrique ($X=0$) avec un décalage faible, pour ce but nous avons tracé la courbe $v_0 = f(y)$ dans le cas réel, une courbe tracée par les valeurs données par l'équation 4.20, et une troisième courbe tracée par la rectification proposée. Cette dernière consiste à remplacer la valeur de v_0 dans les équations

4.20 et 4.21 par la valeur $\frac{V_0}{y^f} - \cos\left(\frac{y-15}{15}\right)$, (cette valeur est obtenue par l'analyse des graphes de la vitesse v_0 des grains réels). De cet effet, les équations 5.20 et 5.21 deviennent :

$$v = - \left[\frac{V_0}{y^f} - \cos\left(\frac{y-15}{15}\right) \right] \exp\left(-\frac{x^2}{4By}\right) \tag{5.4}$$

$$u = - \left[\frac{V_0}{y^f} \cos\left(\frac{y-15}{15}\right) \right] \frac{x}{2y} \exp\left(-\frac{x^2}{4By}\right) \tag{5.5}$$

f est un coefficient de puissance varie de 0.4 à 0.6.

Les graphes obtenus sont sur les figures 5.41 et 5.42.

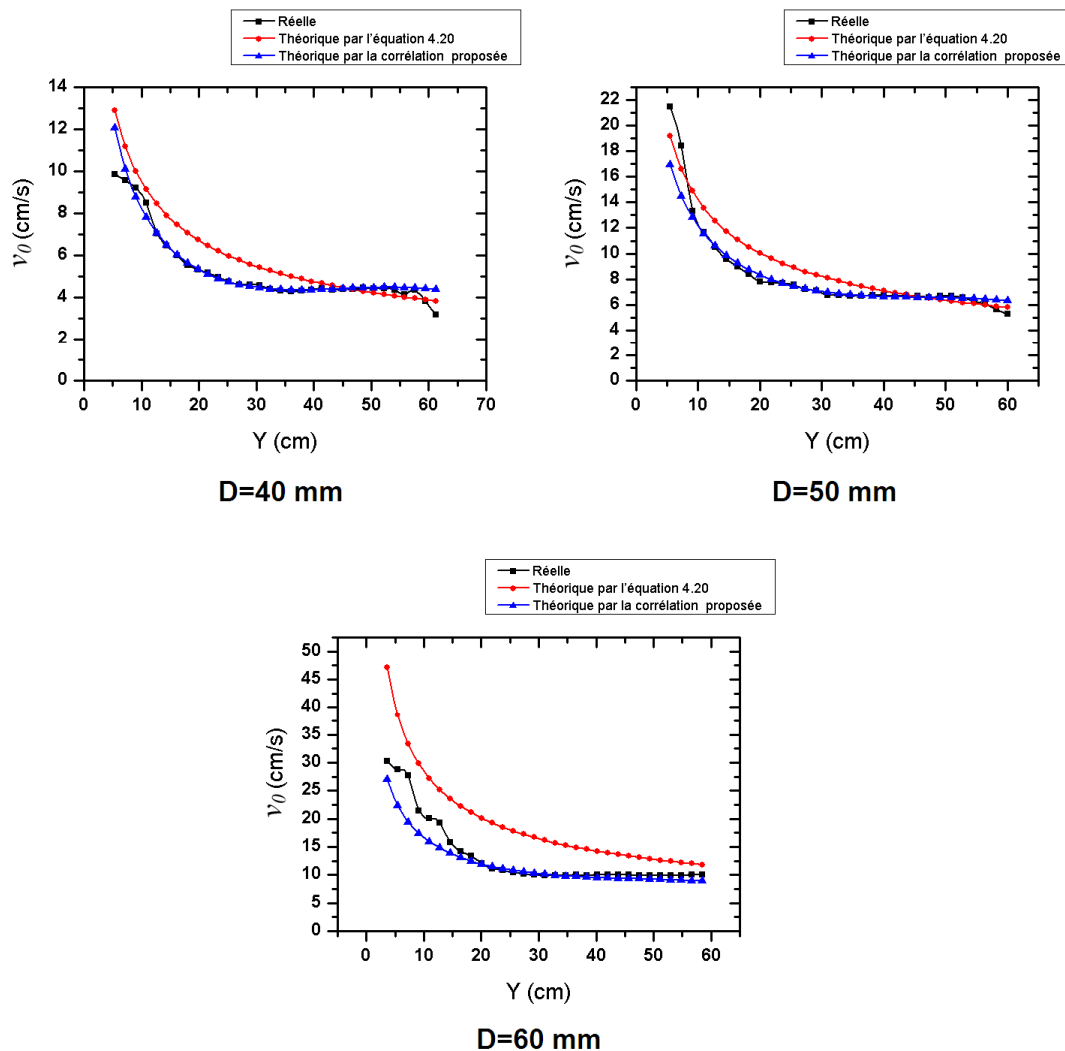


Figure 5.41. Variation de la vitesse v_0 réelle et théorique en fonction de la hauteur Y pour $D = 40, 50$ et 60 mm en absence de la trémie.

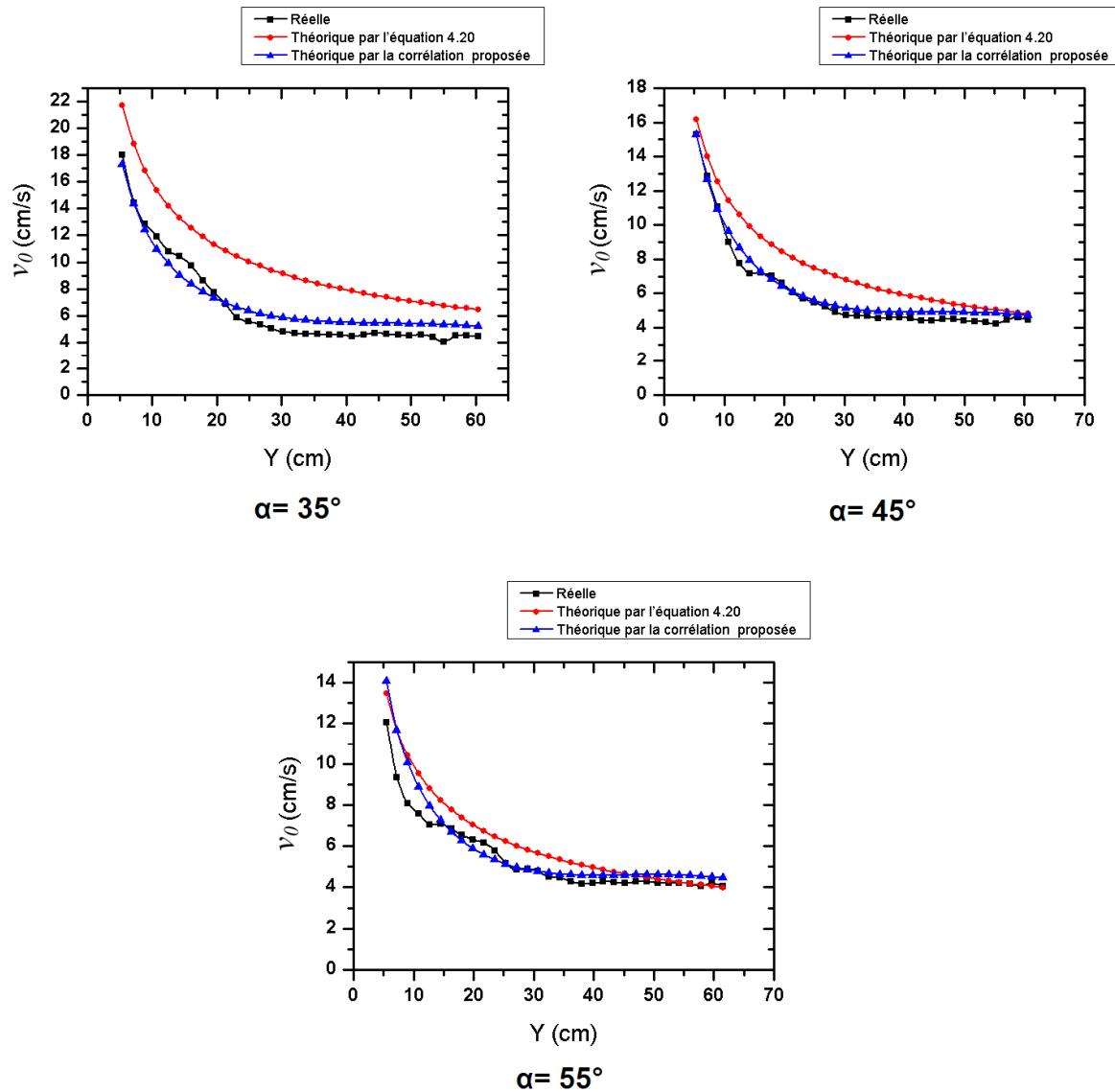


Figure 5.42. Variation de la vitesse V_0 réelle et théorique en fonction de la hauteur Y pour $D = 40$ mm, avec $\alpha = 35^\circ, 45^\circ$ et 55° .

On peut voir qu'il y a une bonne prédiction des valeurs de vitesse v_0 des grains par la correction proposée dans les deux cas, en présence et en absence de la trémie.

La distribution de la vitesse des grains est représentée par les contours et les vecteurs pour les deux cas d'absence et de présence de la trémie. Dans les figures 5.43 à 5.46, à gauche résultat obtenu par l'application des équations 4.20 et 4.21, à droite résultat obtenu par l'application des équations 5.1 et 5.2 qui contient la correction pour la valeur de v_0 .

b) Cas d'absence de la trémie pour les ouvertures 40 mm, 50 mm et 60 mm

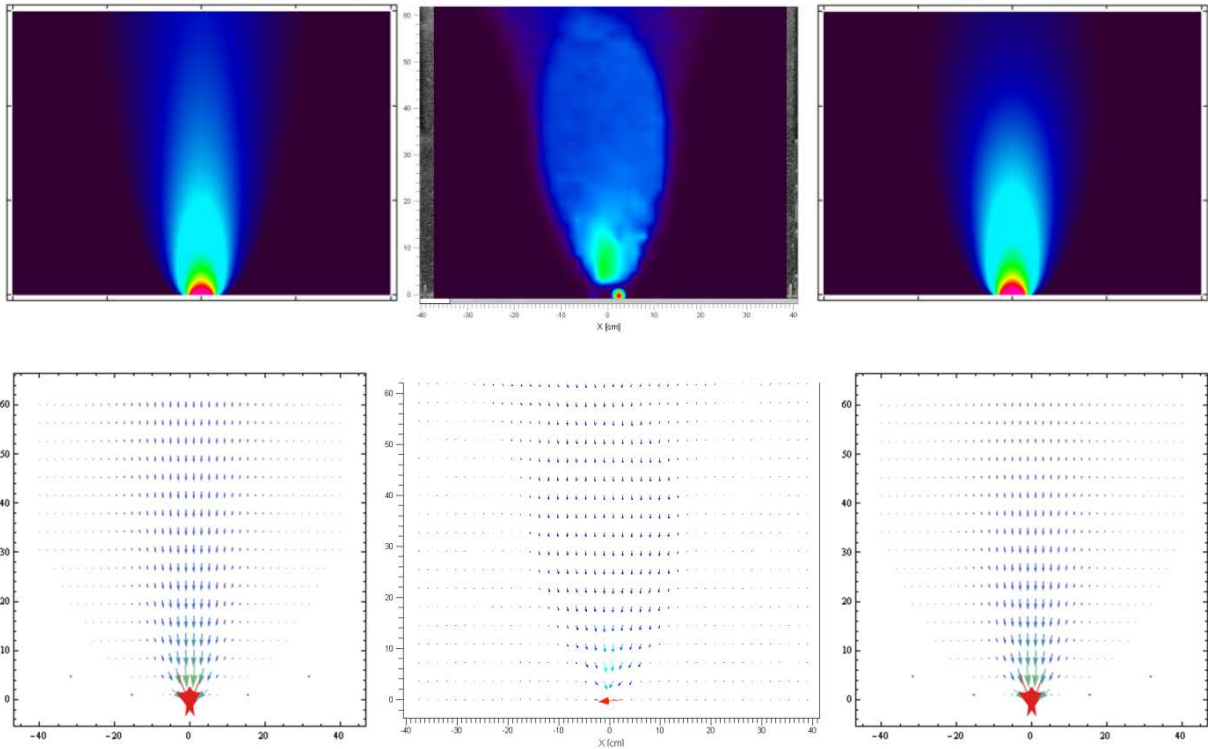


Figure 5.43. Distribution de la vitesse des grains réelle (en milieu) et théorique (à gauche par les équations 4.20 et 4.21, à droite par les équations 5. 1 et 5.2) pour $D = 40$ mm.

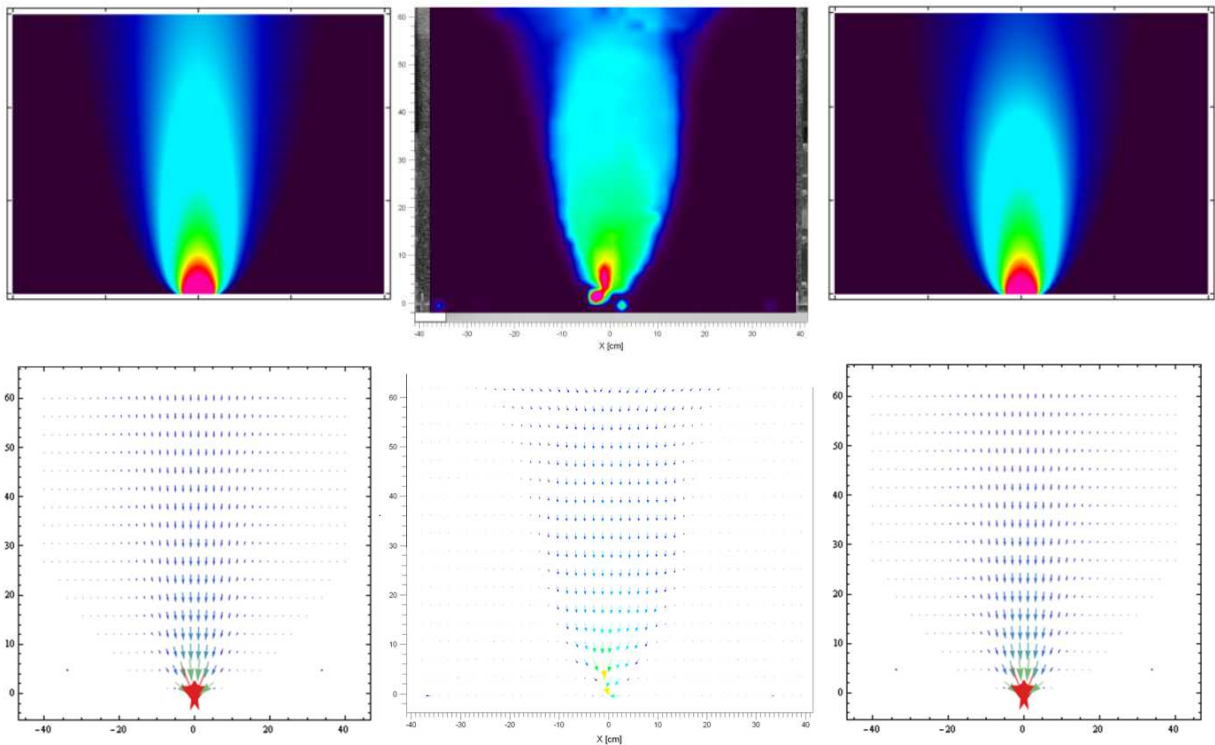


Figure 5.44. Distribution de la vitesse des grains réelle (en milieu) et théorique (à gauche par les équations 4.20 et 4.21, à droite par les équations 5. 1 et 5.2) pour $D = 50$ mm.

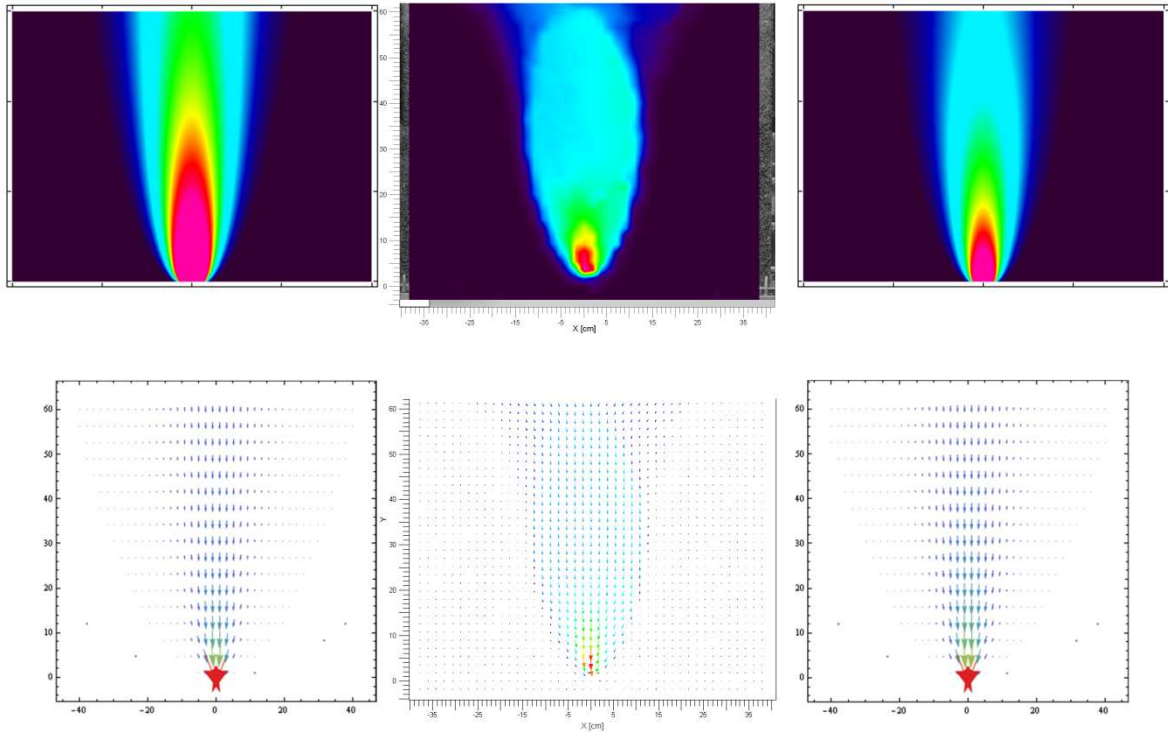


Figure 5.45. Distribution de la vitesse des grains réelle (en milieu) et théorique (à gauche par les équations 4.20 et 4.21, à droite par les équations 5. 1 et 5.2) pour $D = 60$ mm.

c) Cas de présence de la trémie pour l'ouverture 40 mm, avec les angles $35^\circ, 45^\circ$ et 55° de la trémie

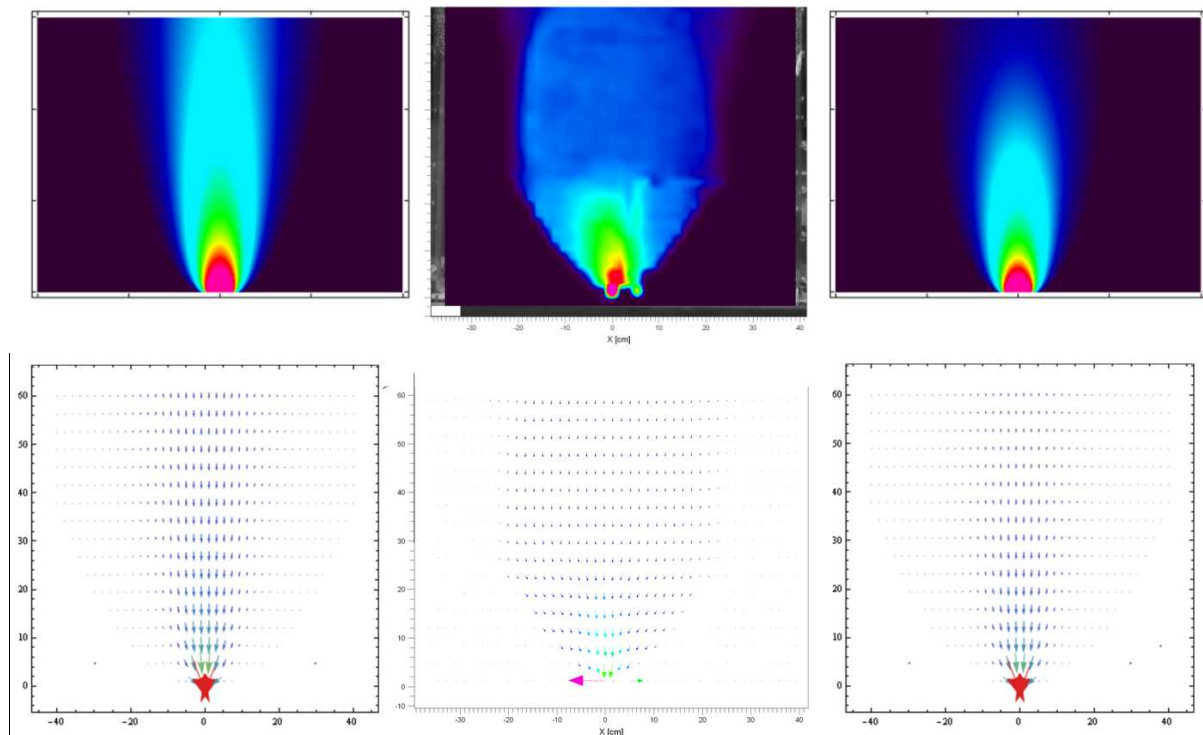


Figure 5.46. Distribution de la vitesse des grains réelle (en milieu) et théorique (à gauche par les équations 4.20 et 4.21, à droite par les équations 5. 1 et 5.2) pour $D = 40$ mm et $\alpha = 35^\circ$.

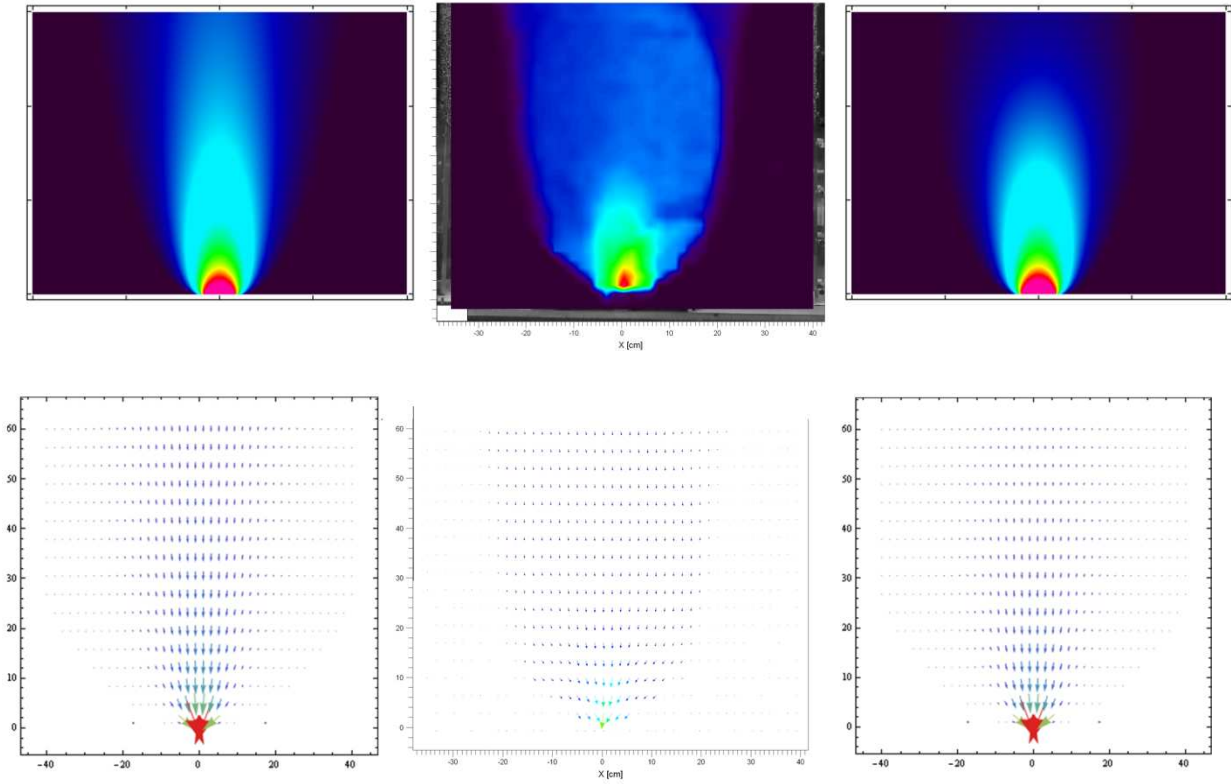


Figure 5.47. Distribution de la vitesse des grains réelle (en milieu) et théorique (à gauche par les équations 4.20 et 4.21, à droite par les équations 5. 1 et 5.2) pour $D = 40$ mm et $\alpha = 45^\circ$.

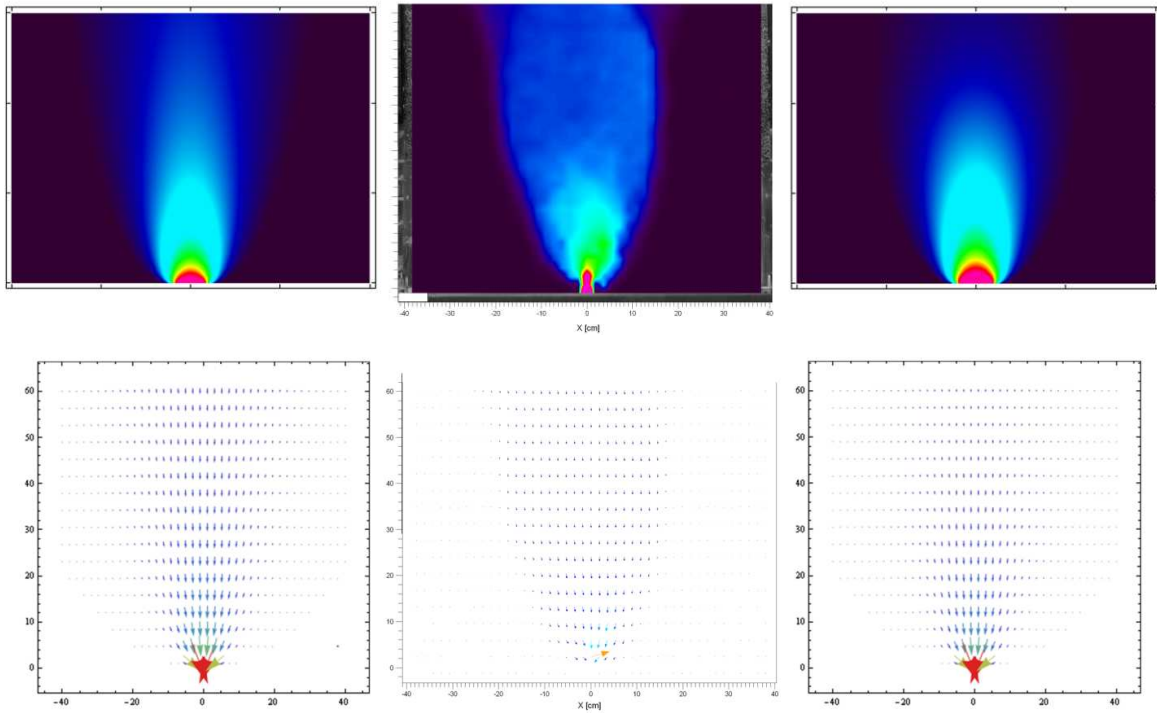


Figure 5.48. Distribution de la vitesse des grains réelle (en milieu) et théorique (à gauche par les équations 4.20 et 4.21, à droite par les équations 5. 1 et 5.2) pour $D = 40$ mm et $\alpha = 55^\circ$.

- **Conclusion**

De ce qui précède nous avons abouti aux conclusions suivantes :

- La représentation de la distribution de la vitesse par les contours et les vecteurs met en exergue la validité des équations théoriques pour les deux cas d'absence et de présence de la trémie ;
- La prédiction de la forme d'écoulement est acceptable dans la zone de convergence cependant dans la zone d'écoulement elle reste toujours faible ;
- La correction proposée a permis une amélioration de la prédiction de la vitesse dans la zone de convergence notamment à des grandes ouvertures.

CONCLUSION ET PERSPECTIVES

Conclusion

Les essais réalisés au cours de ce mémoire ont permis d'établir un protocole pour étudier l'écoulement complexe d'un milieu granulaire qui en effet dépend de beaucoup de facteurs à cause de sa nature et de ses propriétés variables. Afin de rendre la réalisation de cette étude plus facile nous avons opté pour l'élimination de certains facteurs dont dépend ce phénomène d'écoulement. Pour cela nous avons utilisé un matériau granulaire sec et homogène qui est l'orge. Au cours de cette étude nous avons commencé par l'identification et la caractérisation de notre matériau ; puis nous avons fait l'étude de l'écoulement à travers le débit et la distribution des vitesses.

Les conclusions que nous avons pu dégager de cette étude sont résumées dans les points suivants :

- Les résultats de la caractérisation sont influencés par les méthodes de mesure choisies, par exemple la masse volumique apparente dépend étroitement de l'arrangement des grains dont la variation mène à des difficultés pendant l'établissement des équations globales qui expliquent le comportement de ces milieux.
- D'un autre coté le débit présente des valeurs constantes au cours de l'écoulement, et la prédiction des valeurs de débit est acceptable ;
- Les résultats de la prédiction du débit d'écoulement et de la comparaison des résultats théoriques et pratiques ont montré que l'équation d'Al-Din et Gunn est la plus proche de la réalité dans le cas d'absence de la trémie ; et l'équation RTBN est la plus proche dans le cas de la présence de la trémie, et que l'équation de B&R dans le cas de la présence de la trémie est acceptable pour une valeur d'angle de trémie égale à 45° ;
- L'effet de la valeur de l'angle α de la trémie sur le débit est notable pour des valeurs inférieures à 45° et à des grands diamètres (figure 5.17, cette remarque a été faite pour l'écoulement d'orge utilisé dans notre silo) ;
- L'étude de la distribution de vitesse par une technique moderne comme la technique PIV donne une idée clair sur la distribution des vitesses pour le cas 2-D ;
- L'analyse des résultats obtenus nécessite plus d'équations pour la description de la distribution ; l'équation de Nedderman de la zone de convergence avec des valeurs réelles de v_0 (la vitesse verticale des grains sur l'axe des Y, $X=0$) donne des résultats de distribution de

vitesse proches du cas réel donc elle est acceptable dans notre cas, par contre la prédiction des valeurs de v_0 par son expression dans l'équation 4.21 n'est pas précise (selon notre cas) ; dans la zone d'écoulement l'écart est important entre la théorie et le pratique ;

- L'étude de la distribution des vitesses commence par la définition des profils de la vitesse v_0 , alors nous avons proposé une corrélation de la vitesse v_0 qui est acceptable en comparaison avec les valeurs pratiques ;

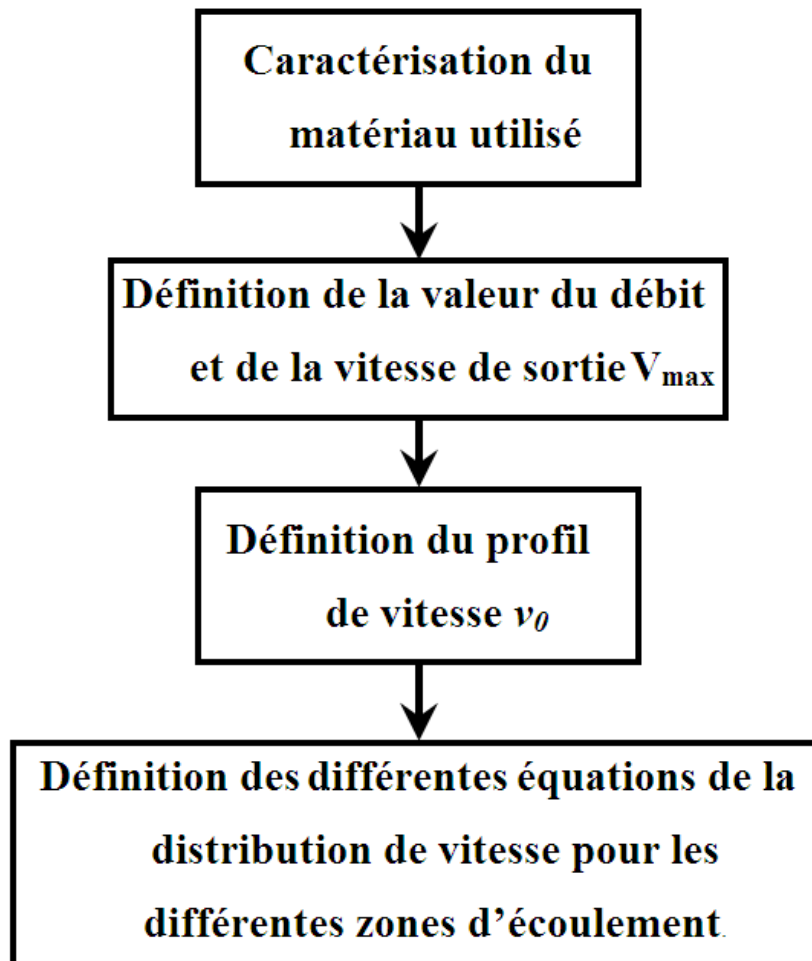
- Le remplacement du terme de v_0 dans l'équation de Nedderman par la corrélation que nous avons proposé a permis l'amélioration de la prédiction notamment dans le cas d'absence de la trémie et à des grands diamètres. La forme d'écoulement obtenue par les équations théoriques n'est pas la même que dans le cas pratique dans la zone d'écoulement qui nécessite plus de deux équations pour définir la distribution dans cette zone.

La caractérisation et la définition des équations de prédiction de débit sont deux facteurs importants pour le dimensionnement des silos et la définition de la distribution de la vitesse conduit à des gains énergétiques importants surtout dans les régimes d'écoulement forcés.

Perspectives

En perspective, différentes voies sont possibles pour compléter et apporter une amélioration à cette étude :

Tout en suivant la démarche adoptée dans la réalisation de cette étude (donné par l'organigramme ci-après), on propose l'utilisation d'autres matériaux granulaires pour une meilleure valorisation des résultats obtenus et ce avec des instruments de visualisation plus sophistiqués.



BIBLIOGRAPHIE

BIBLIOGRAPHIE

- [1] Ennis, B. J., Green, J., Davies, R., 1994, Particle technology. The legacy of neglect in the U.S Chemical Engineering Progress 90, 32–43.
- [2] Bates, L., 2006, The need for industrial education in bulk technology. Bulk Solids Handling 26,464–473.
- [3] Gidaspow, D., 1994, Multiphase Flow and Fluidization. Academic Press, New York.
- [4] Fan, L.S, Zhu, C., 1998, Principles of Gas-Solid Flows. Cambridge University Press, Cambridge.
- [5] Jackson, R., 2000, The Dynamics of Fluidized Particles. Cambridge University Press, Cambridge.
- [6] Fedaa, J., 1982, Mechanics of Particulate Materials. Elsevier, Amsterdam.
- [7] Vanel, L., Howell, D., Clark, D., Behringer, R. P., Clement, E., 1999, Memories in sand: experimental tests of construction history on stress distributions under sandpiles. Physical Review E 60, R5040–R5043.
- [8] Cates, M. E., Wittmer, J. P., Bouchaud, J. P., Claudin, P., 1998, Development of stresses in cohesionless poured sand. Philosophical transactions of the Royal Society of London A 356, 2535–2560.
- [9] Didwania, A. K., Cantelaube, F., Goddard, J. D., 2000, Static multiplicity of stress states in granular heaps. The Proceedings of the Royal Society of London A 456, 2569–2588.
- [10] Liu, C.H., Nagel, S. R., Schecter, D. A., Coppersmith, S. N., Majumdar, S., Narayan, O., Witten, T. A., 1995, Force fluctuations in bead packs. Science 269, 513–515.
- [11] Johnson, P. C., Nott, P., Jackson, R., 1990, Frictional-collisional equations of motion for particulate flows and their application to chutes. Journal of Fluid Mechanics 210, 501–535.
- [12] Nedderman, R. M., Laohakul, C., 1980, The thickness of the shear zone of flowing granular materials. Powder Technology 25, 91–100.
- [13] Bingham, E. C., Wikoff, R. W., 1931, The flow of dry sand through capillary tubes. Journal of Rheology 2, 395–400.
- [14] Chen, Y. M., Rangachari, S., Jackson, R., 1984, Theoretical and experimental investigation of fluid and particle flow in a vertical standpipe. Industrial and engineering chemistry Fundamentals 23, 354–370.
- [15] Rao, K., Nott R., 2008, An introduction to granular flow. Cambridge University Press, Cambridge. 34.

- [16] Oyama, Y., 1939, Studies on mixing of solids. Mixing of binary system of two sizes by ball mill motion. Sc. Pap. I. P. C. R. 37, 17–29.
- [17] Das Gupta, S., Khakhar, D. V., Bhatia, S. K., 1991, Axial segregation of particles in a horizontal rotating cylinder. Chemical Engineering Science 46, 1513–1517.
- [18] Thomas, N., 2000, Reverse and intermediate segregation of large beads in dry granular media. Physical Review E 62, 961–974.
- [19] Donald, M. B., Roseman, B., 1962, Mixing and demixing of solid particles. I. Mechanisms in a horizontal drum mixer. British Chemical Engineering 7, 749–753.
- [20] Guyon, E., Troadec, J.P., 1994, Du sac de billes au tas de sable. Éditions Odile Jacob, Paris.
- [21] Saleh, K., Guigon, G., 2009, Mise en œuvre des poudres - Stockage et écoulement des silos. Techniques de l'Ingénieur. j2255.
- [22] Wadell, H., 1932, Volume shape and roundness of rock particles. Journal of Geology 40, 443-451.
- [23] Allen, T., 1990, Particle size measurement. 4e Éd., Chapman and Hall.
- [24] Gatumel, C., 2006, Spectra analyse – Analyse granulométrique : réponses à l'exigence des nouveaux procédés. Vol. 33, 236, 19-27.
- [25] Ronze, D., Févotte, G., 2008, Introduction au génie des procédés. LAVOISIER.
- [26] Nedderman, R. M., 1992, Statics and Kinematics of Granular Materials. Cambridge University Press, Cambridge.
- [27] Graton, L. C., Fraser, H. J., 1935, Systematic packing of spheres, with particular relation to porosity and permeability. Journal of Geology 43, 785–909.
- [28] Jenike, A.W., 1964, Storage and flow of bulk solids. Bulletin 123, University of Utah Engineering Experiment Station.
- [29] Schulze, D., 2008, Powders and Bulk Solids. Springer, Berlin Heidelberg.
- [30] Fung, Y. C., 1994, A First Course in Continuum Mechanics. Prentice-Hall, Englewood Cliffs. 217-218.
- [31] Slattery, J. C., 1999, Advanced Transport Phenomena. Cambridge University Press, Cambridge. 31.
- [32] Benmansour, L., 1992, Ecoulement gravitaire dans un cône de vidange. DEA, Université de technologie de Compiègne.

- [33] Coulomb, C. A., 1776, Essai sur une application des règles de maximis et minimis a quelques problèmes de statique, relatifs à l'architecture. Mémoires de Mathématique et de Physique. L'Académie Royale des Sciences.
- [34] 1987, Draft Design Code for Silos, Bins, Bunkers and Hoppers. British Materials Handling Board.
- [35] Rankine, W. J. M., 1857, On the Stability of Loose Earth. Phil. Trans. Royal Soc., Vol. 147.
- [36] Walker, D. M., 1966, An approximate theory for pressure and arching in hoppers. Chemical Engineering Science 21, 975–997
- [37] Hancock, A. W., 1970, Thèse Ph.D de l'Université de Cambridge.
- [38] Rajchenbach, J., 2001, Stress transmission through textured granular packings. Physical Review E 63, 041301/1–5.
- [39] Geng, J., Reydellet, G., Clement, E., Behringer, R. P., 2003, Green's function measurements of force transmission in 2D granular materials. Physica D 182, 274–303.
- [40] Wieghardt, K., 1975, Experiments in granular flow. Ann. Rev. Fluid Mech. 7, 89–114.
- [41] Beverloo, W. A., Leniger, H. A., van de Velde, J., 1961, The flow of granular solids through orifices. Chemical Engineering Science 15, 260–269
- [42] Al-Din, N., Gunn, D. J., 1984, The flow of non-cohesive solids through orifices. Chemical Engineering Science 39, 121–127.
- [43] Gu, Z. H., Arnold, P. C., McLean, A. G., 1993, The influence of surcharge level on the flowrate of bulk solids from mass flow bins. Powder Technology 74, 141–151.
- [44] Le Pennec, T., J., M. K., Flekkøy, E. G., Messenger, J. C., Ammi, M., 1998, Silo hiccups: dynamic effects of dilatancy in granular flow. Phys. Fluids 10, 3072–3079.
- [45] Rose, H. E., Tanaka, T., 1959, Rate of discharge of granular materials from bins and hoppers. The Engineer (Lond.) 208, 465–469.
- [46] Nedderman, R.M., Tüzün, U., Savage, S. B., Houlsby, G. T., 1982, The flow of granular materials– I : discharge rates from hoppers. Chemical Engineering Science 37, 1597–1609.
- [47] Fowler, R. T., Glastonbury, J. R., 1959, The flow of granular solids through orifices. Chemical Engineering Science 10, 150–156.
- [48] Brown, R. L., Richards, J. C., 1959, Exploratory study of the flows of granules through apertures. Trans. Instn. Chem. Engrs. 37, 108–119.
- [49] Kaza, K. R., 1982, The mechanics of flowing granular materials. Thèse Ph.D de l'Université de Houston.

- [50] Brown, R.L., Richards, J.C., 1970, Principles of powder mechanics. Pergammon Press.
- [51] Litwiniszyn, J., 1971, Problèmes de la Rhéologie. Symposium Fronco-Polonais, Warsaw.
- [52] Mullins, W. W., 1972, Stochastic theory of particle flow under gravity. J. Appl. Phys. 43, 665–678.
- [53] Nedderman, R. M., Tüzun .U., 1978, A Kinematic Model for the Flow of Granular Materials, Powder Technology 19, 287.
- [54] Slominsk, C., Niedostatkiewicz, M., Tejchman, J., 2007, Application of particle image velocimetry (PIV) for deformation measurement during granular silo flow. Powder Technology 173, 1–18.
- [55] Adrian, R. J., 2005, Twenty years of particle image velocimetry. Experiments in Fluids 39, 159–169.
- [56] Degouet, C., 2005, Caractérisation de matériaux granulaires et de leurs écoulements dans les silos verticaux. Thèse Doctorat de l'Université de Bretagne Occidentale Brest.
- [57] Chevoir, F., Prochnow, M., Moucheront, P., da Cruz, F., Bertrand, F., Guilbaud, J.P., Coussot, P., Roux, J.N, 2001, Dense granular flows in vertical chute. Powder and Grains.
- [58] Porion, P., Sommier, N., Faugère, Evesque, P., 2004, Dynamics of size segregation and mixing of granular materials in a 3d-blender by nmr imaging investigation. Powder Technology 141, 55-68.
- [59] Wolfram, S., 2003, The Mathematica Book. Wolfram Media.

ANNEXES

Dans ce qui suit, nous présentons les graphes de la variation de la masse et du débit en fonction du temps avec trémie pour toutes les ouvertures et les graphes de distribution de vitesse des grains avec et sans trémie.

Annexe 1. Variation de la masse et du débit en fonction du temps dans le cas de la présence de la trémie.

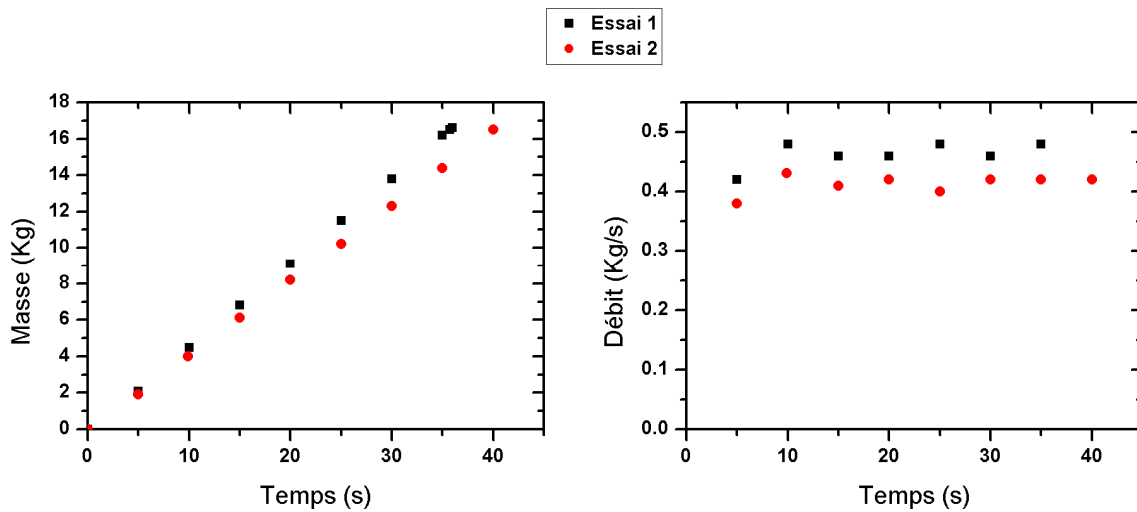


Figure A.1.1. Variation de la masse et du débit en fonction du temps ($\alpha = 35^\circ$, $D = 20\text{mm}$)

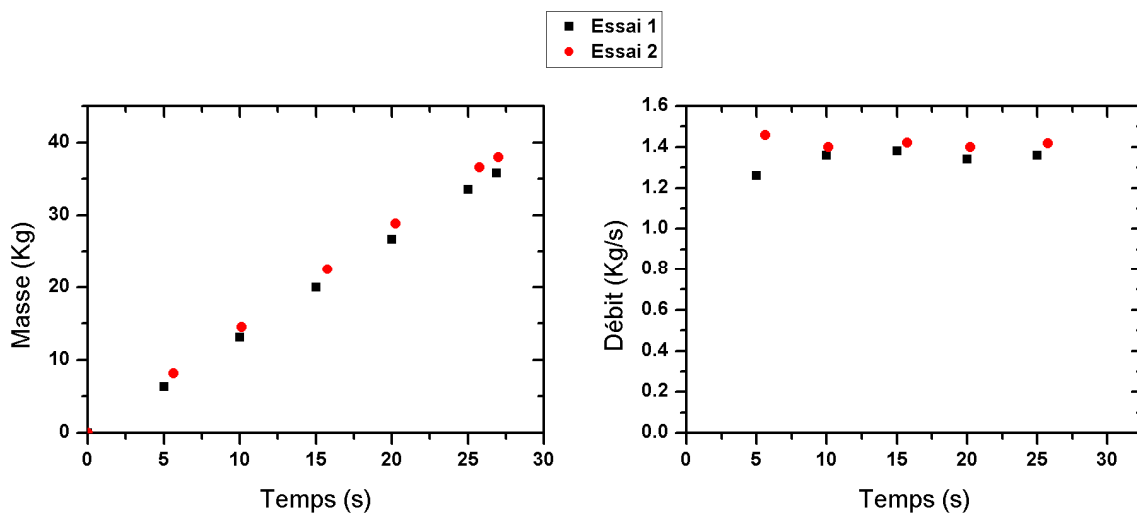


Figure A.1.2. Variation de la masse et du débit en fonction du temps ($\alpha = 35^\circ$, $D = 40\text{mm}$)

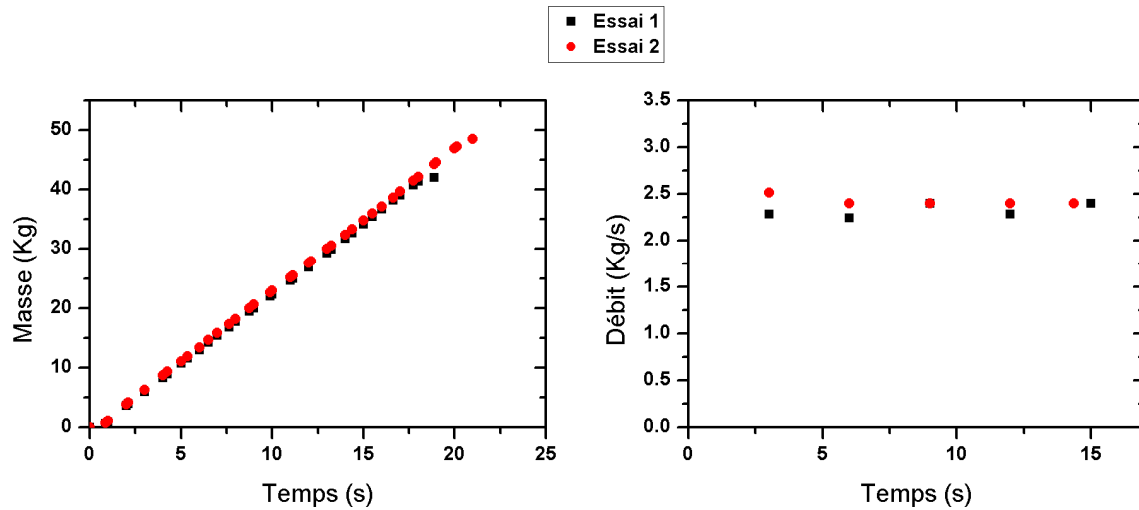


Figure A.1.3. Variation de la masse et du débit en fonction du temps ($\alpha = 35^\circ$, $D = 60\text{mm}$)

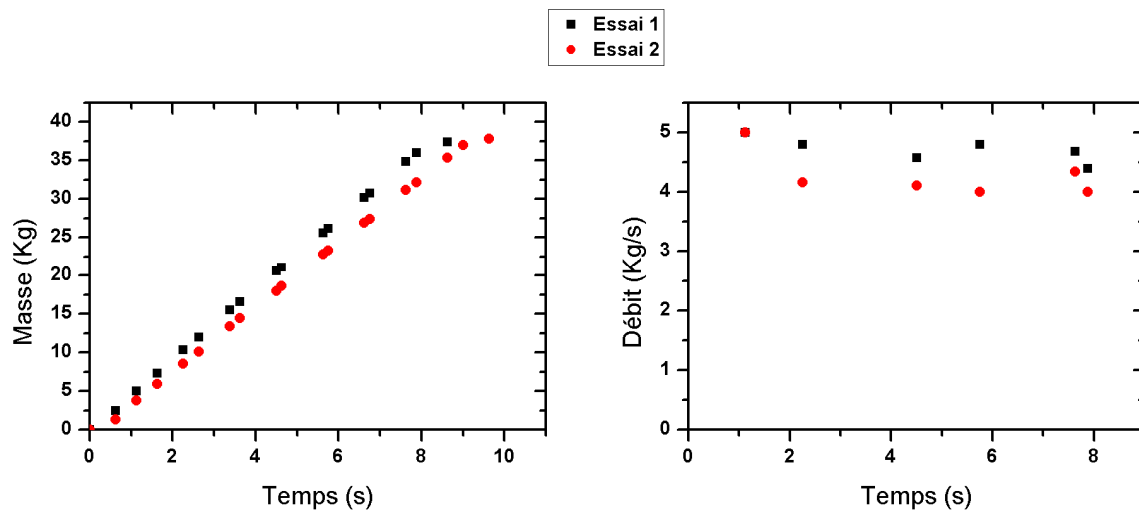


Figure A.1.3. Variation de la masse et du débit en fonction du temps ($\alpha = 35^\circ$, $D = 80\text{mm}$)

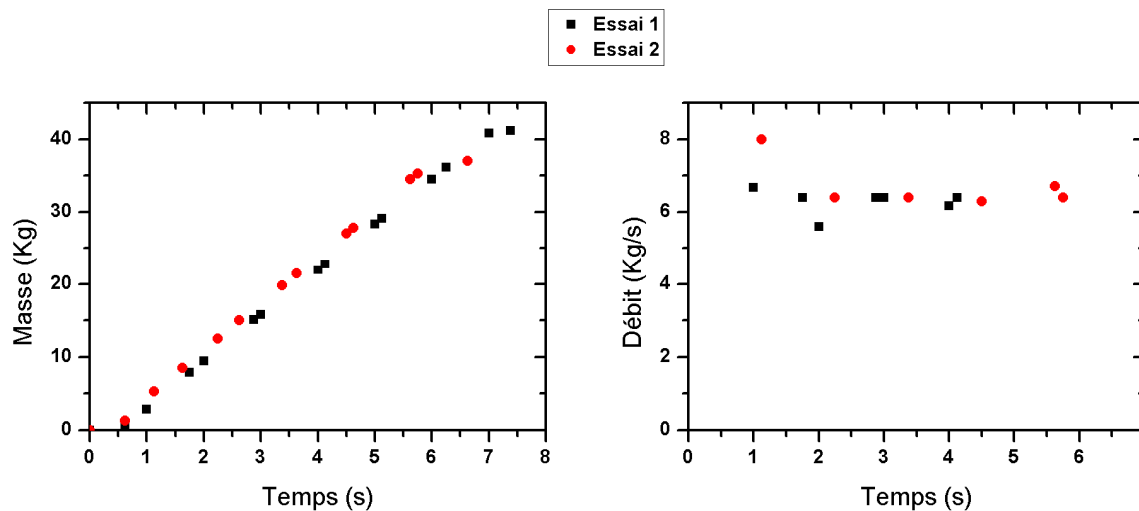


Figure A.1.4. Variation de la masse et du débit en fonction du temps ($\alpha = 35^\circ$, $D = 100\text{mm}$)

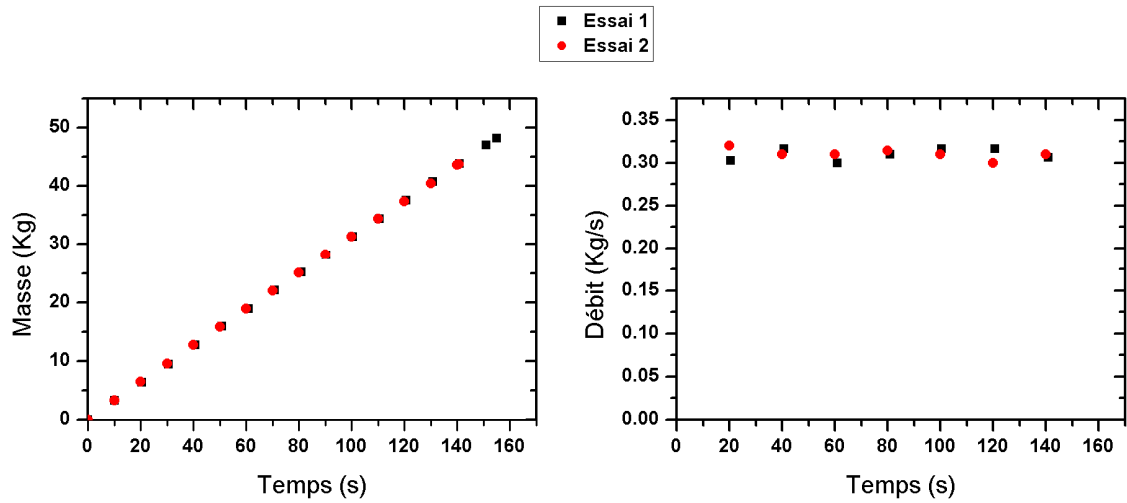


Figure A.1.5. Variation de la masse et du débit en fonction du temps ($\alpha = 45^\circ$, $D = 20\text{mm}$)

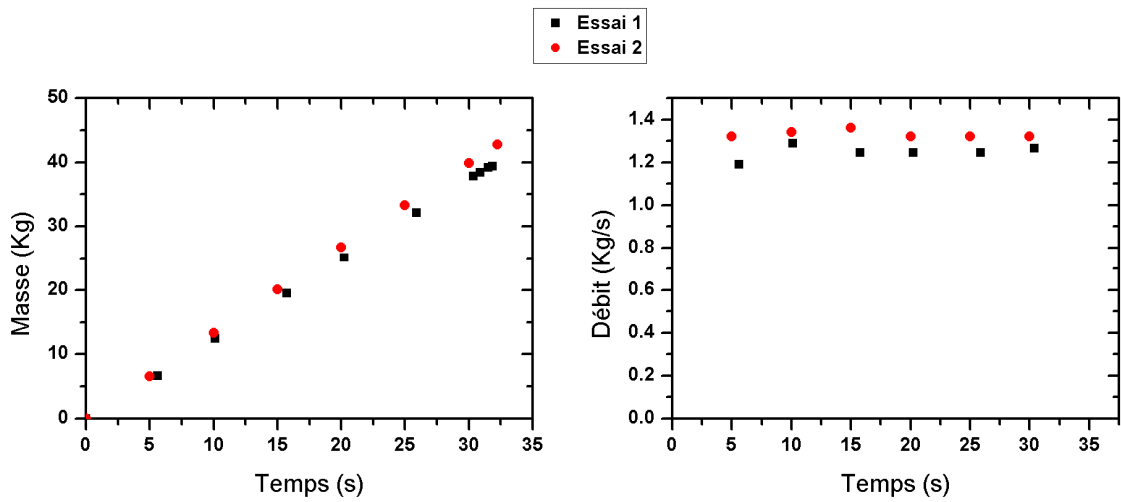


Figure A.1.6. Variation de la masse et du débit en fonction du temps ($\alpha = 45^\circ$, $D = 40\text{mm}$)

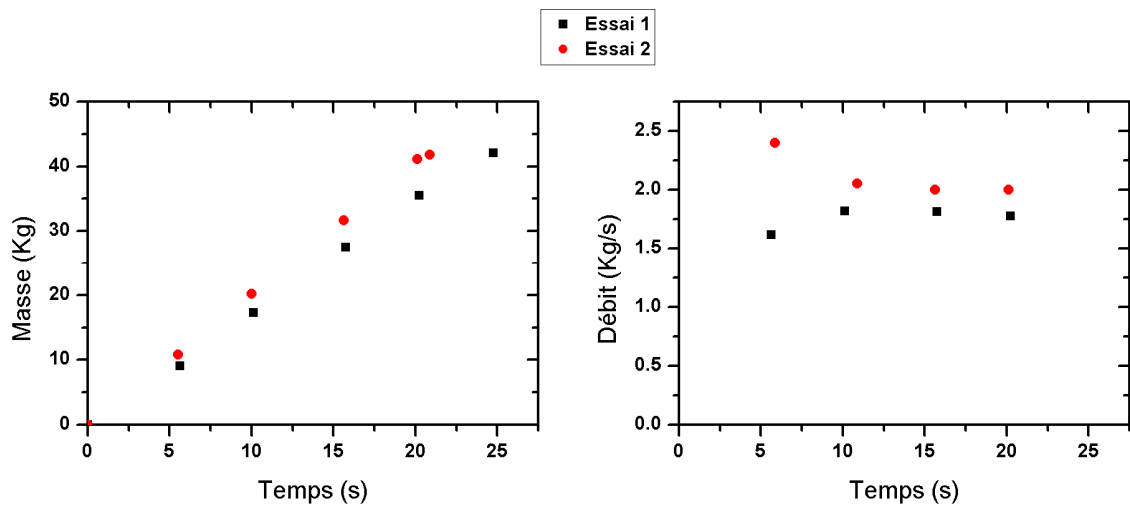


Figure A.1.7. Variation de la masse et du débit en fonction du temps ($\alpha = 45^\circ$, $D = 50\text{mm}$)

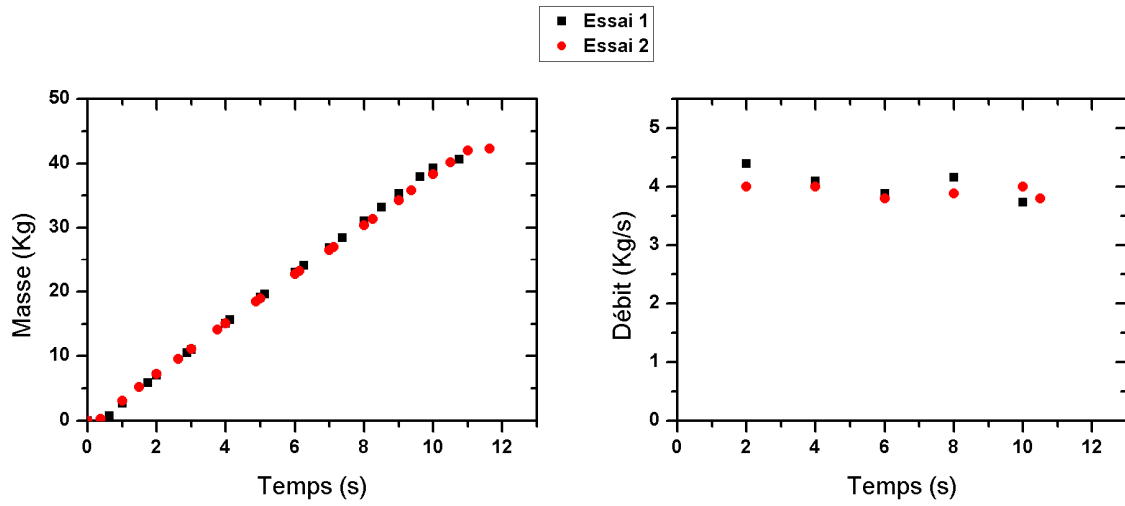


Figure A.1.8. Variation de la masse et du débit en fonction du temps ($\alpha = 45^\circ$, $D = 80\text{mm}$)

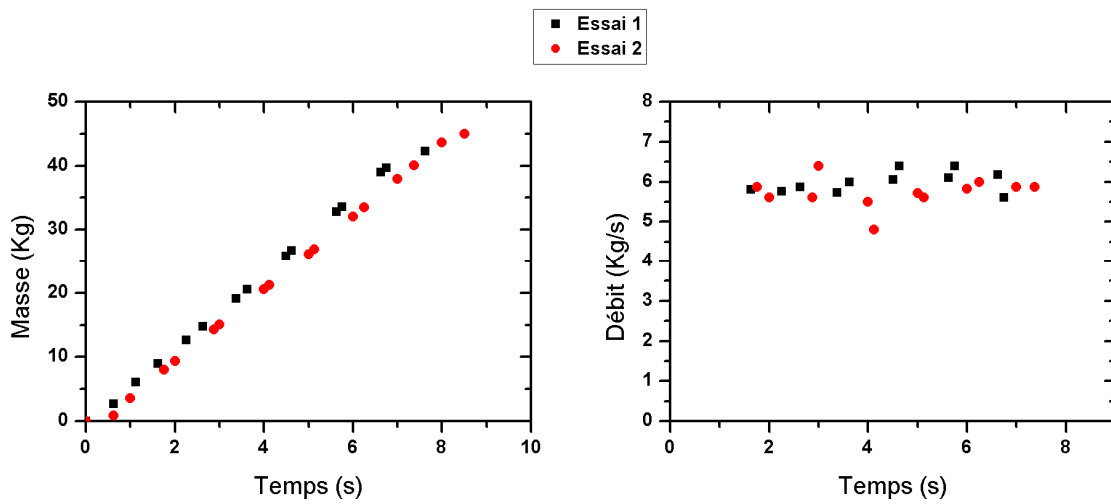


Figure A.1.9. Variation de la masse et du débit en fonction du temps ($\alpha = 45^\circ$, $D = 100\text{mm}$)

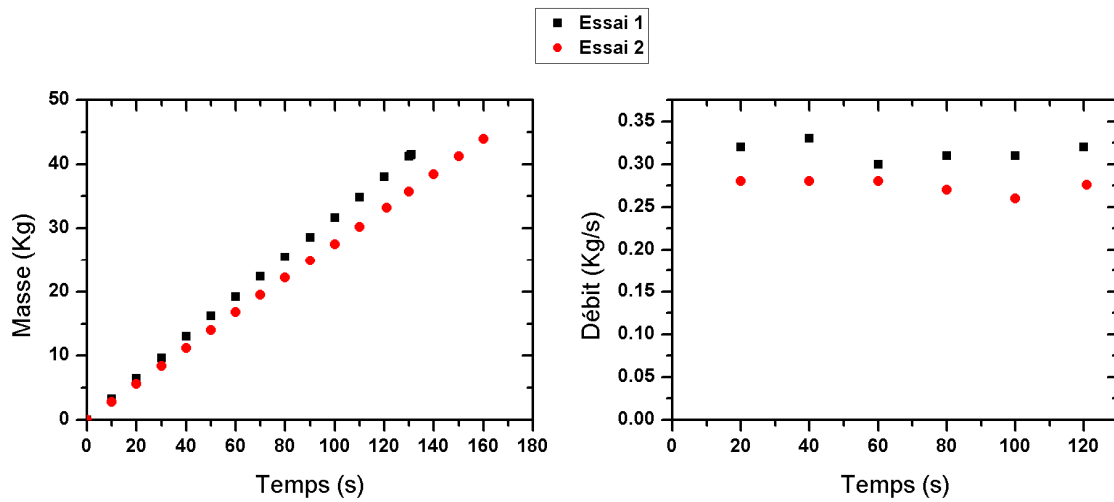


Figure A.1.10. Variation de la masse et du débit en fonction du temps ($\alpha = 55^\circ$, $D = 20\text{mm}$)

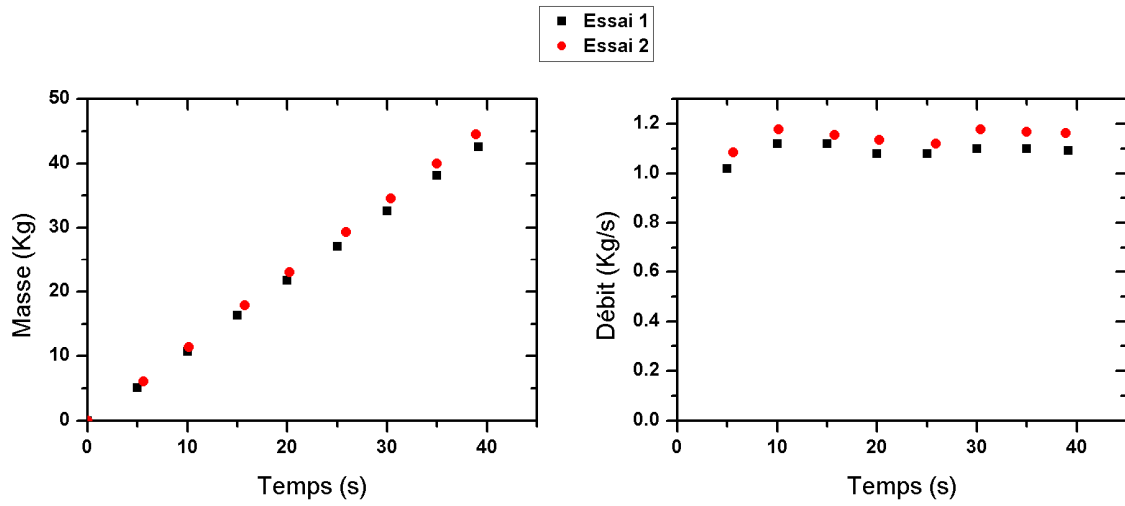


Figure A.1.11. Variation de la masse et du débit en fonction du temps ($\alpha = 55^\circ$, $D = 40\text{mm}$)

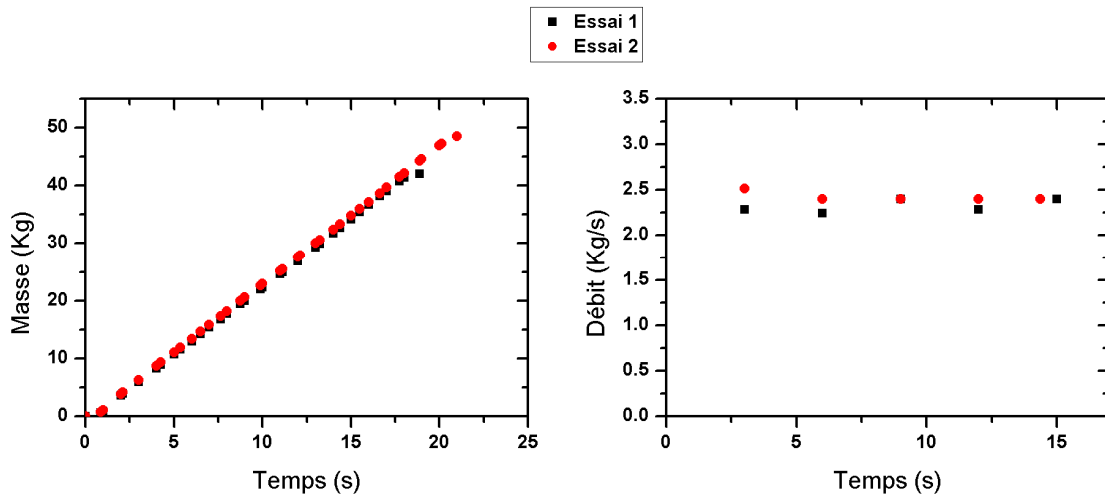


Figure A.1.12. Variation de la masse et du débit en fonction du temps ($\alpha = 55^\circ$, $D = 60\text{mm}$)

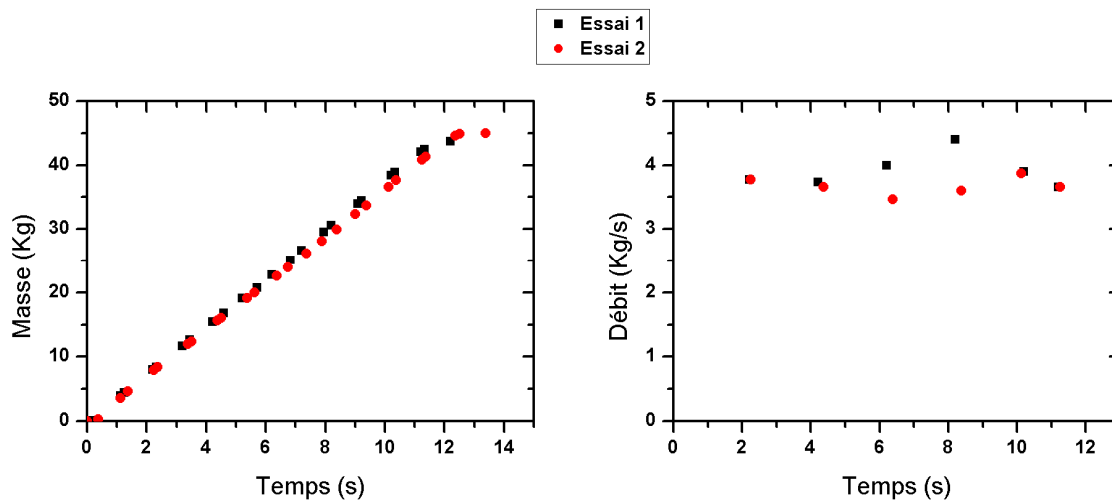


Figure A.1.13. Variation de la masse et du débit en fonction du temps ($\alpha = 55^\circ$, $D = 80\text{mm}$)

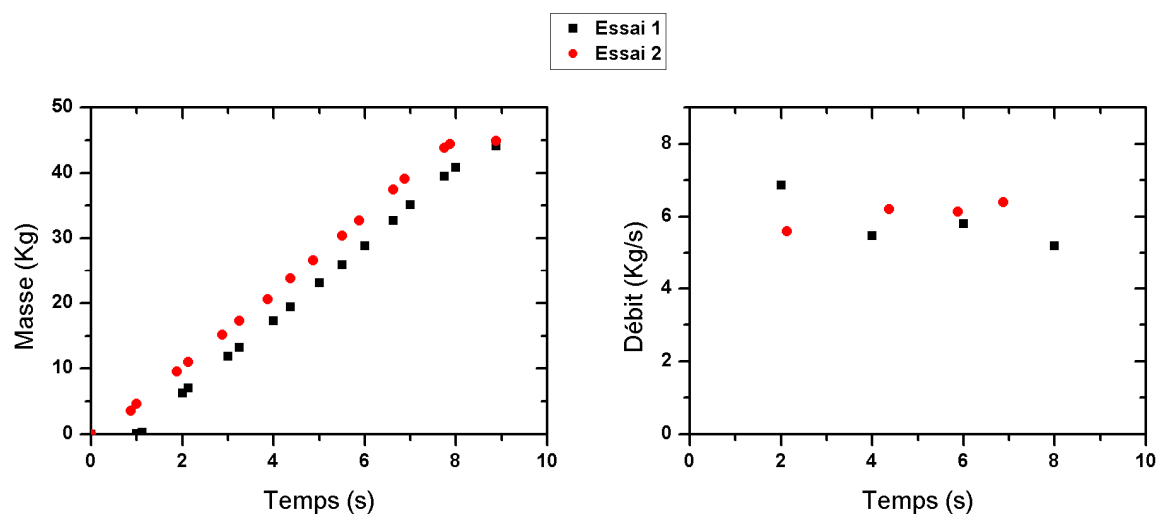
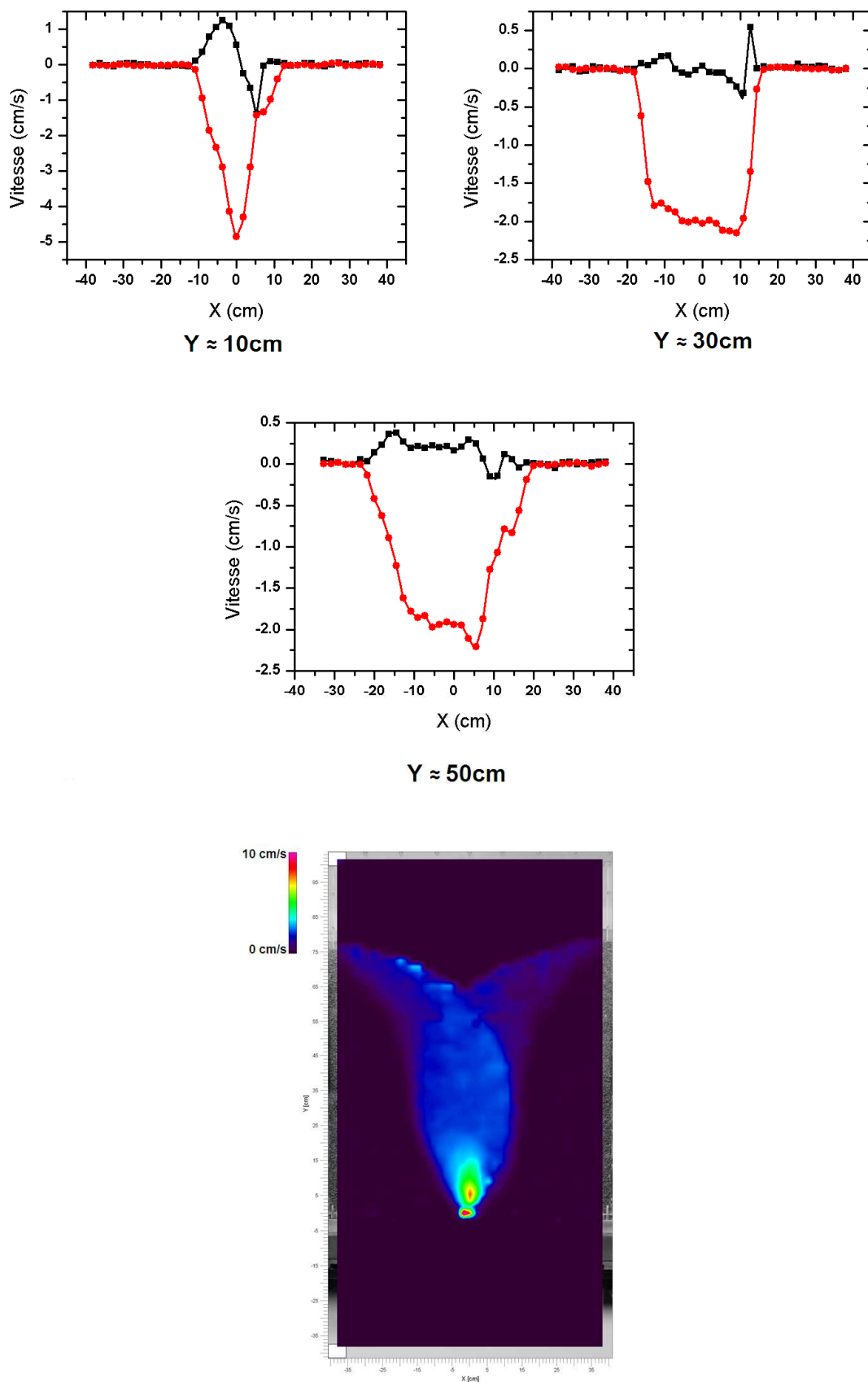


Figure A.1.14. Variation de la masse et du débit en fonction du temps ($\alpha = 55^\circ$, $D = 100\text{mm}$)

Annexe 2. Distribution de la vitesse des grains avec et sans trémie.**Figure A.2.1.** u et v en fonction de X avec la distribution en contour pour $D = 30\text{mm}$.

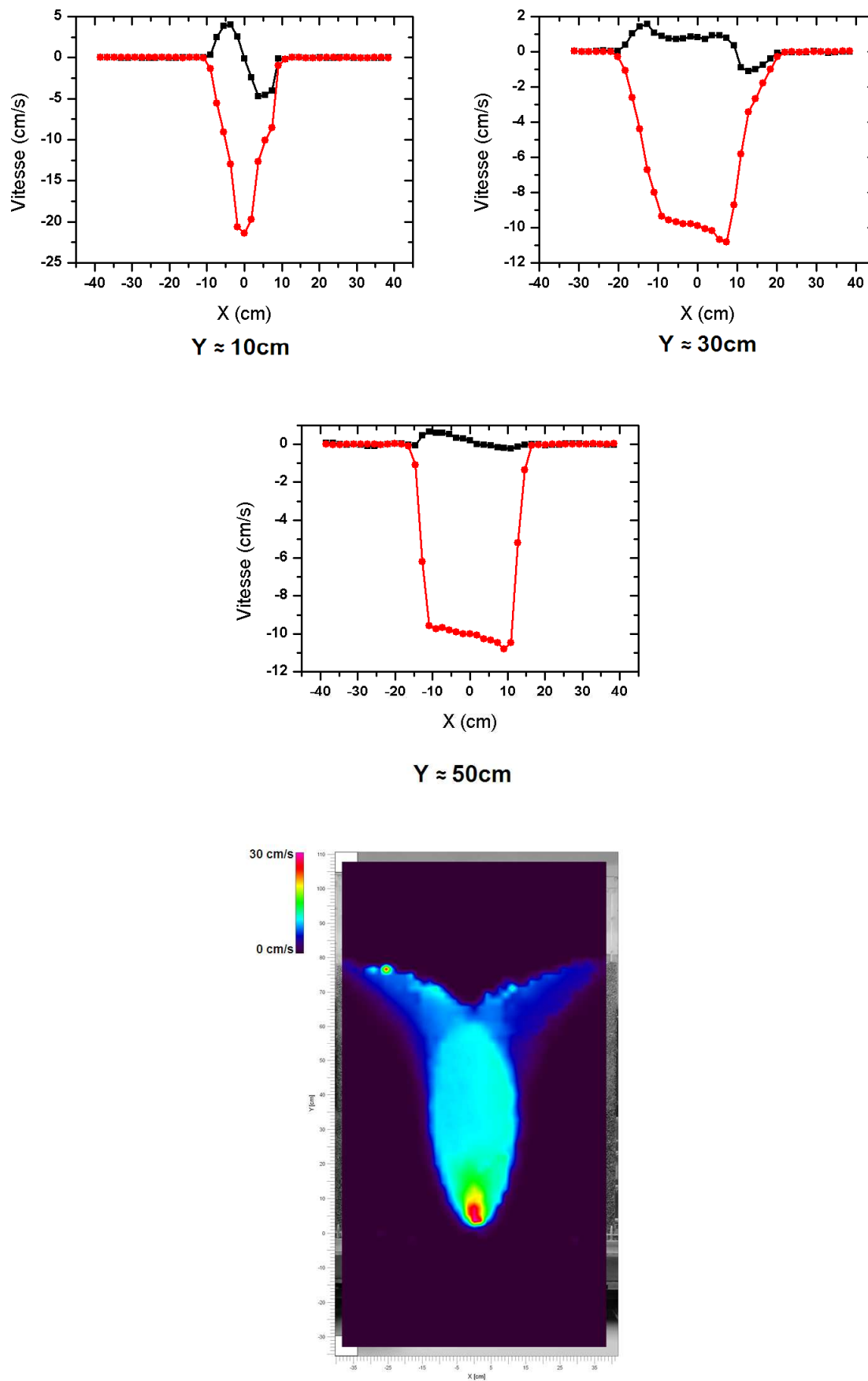


Figure A.2.2. u et v en fonction de X avec la distribution en contour pour $D = 60\text{mm}$.

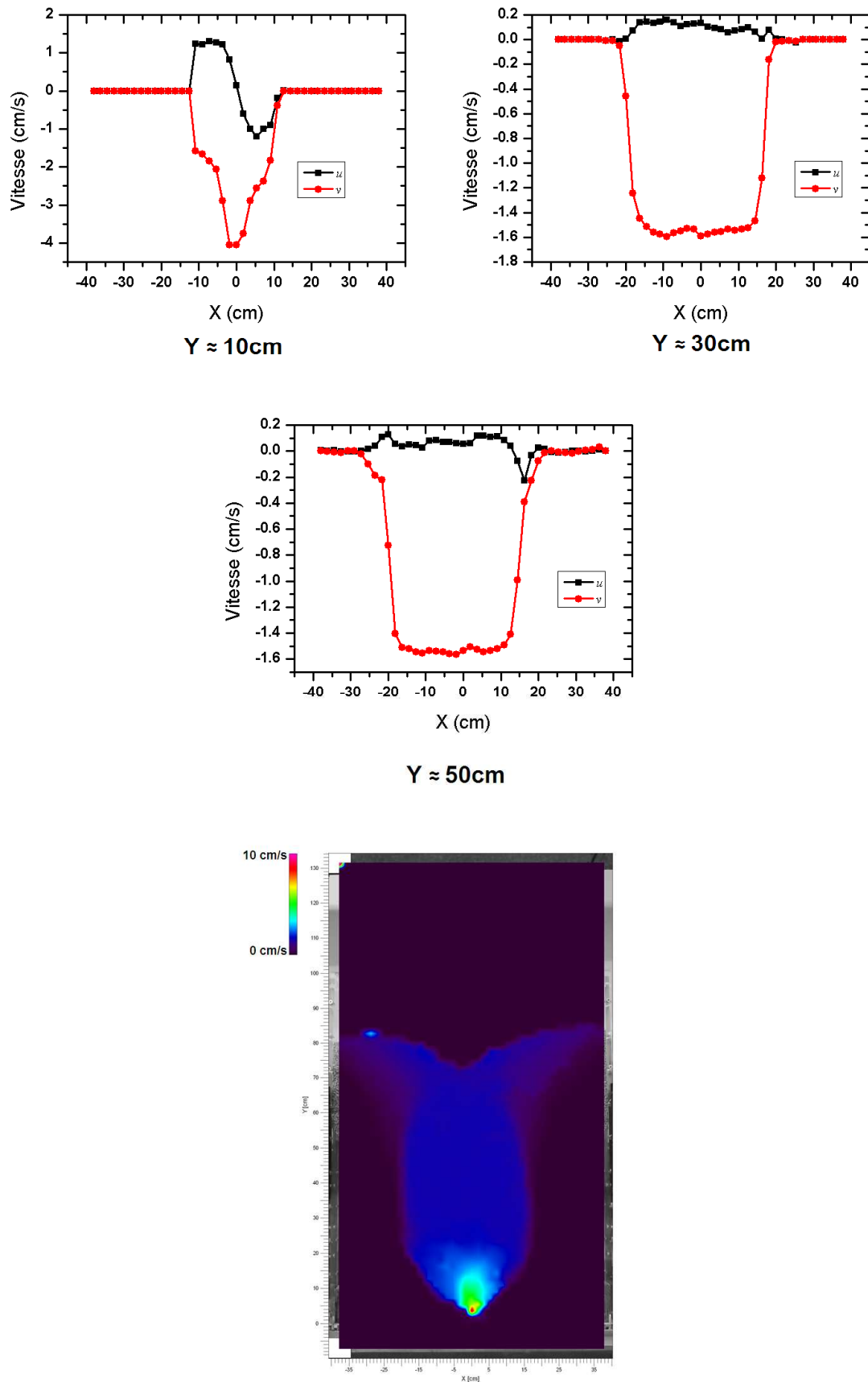


Figure A.2.3. u et v en fonction de X avec la distribution en contour pour $D = 20$ mm et $\alpha = 35^\circ$.

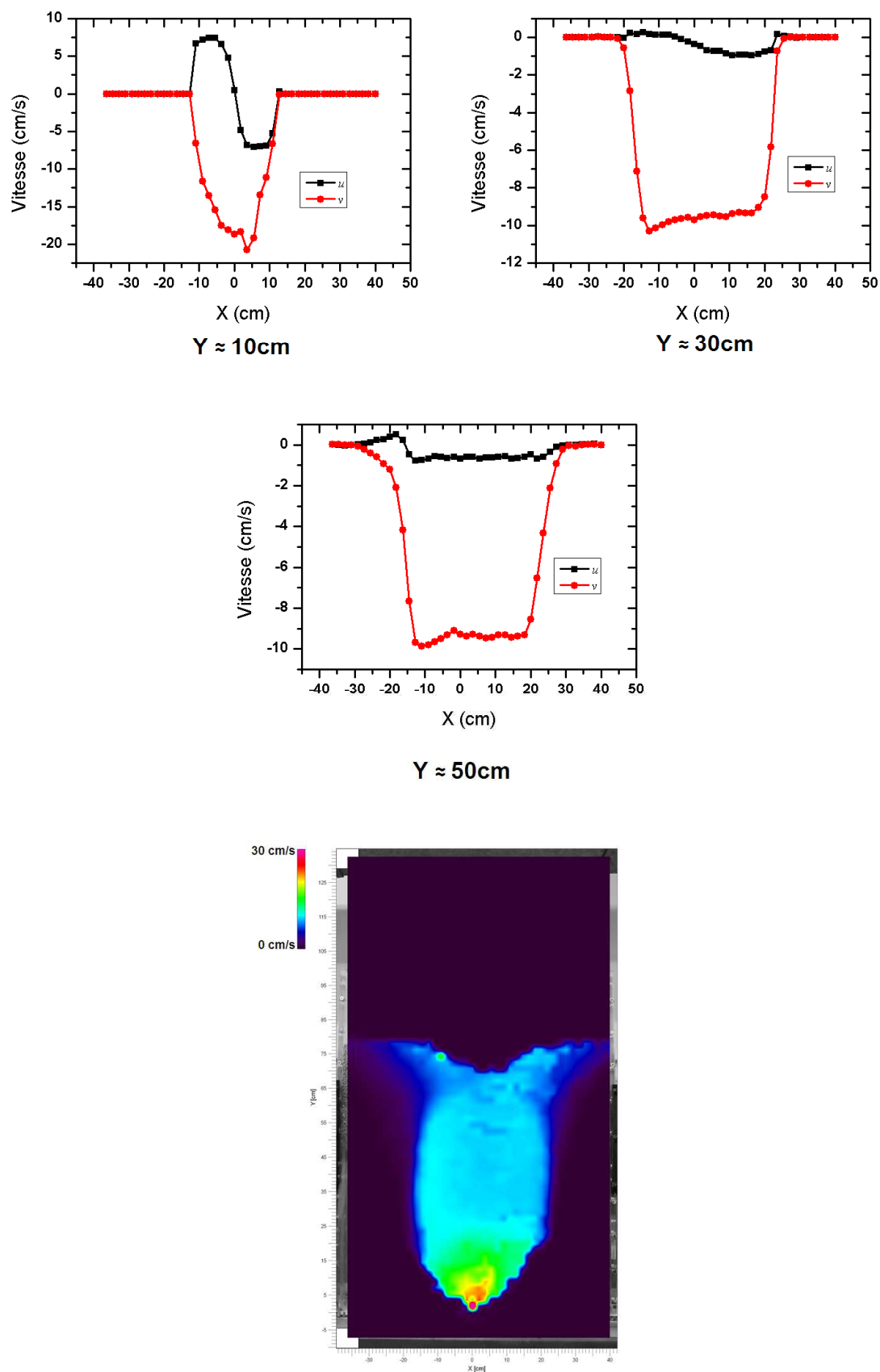


Figure A.2.4. u et v en fonction de X avec la distribution en contour pour $D = 60$ mm et $\alpha = 35^\circ$.

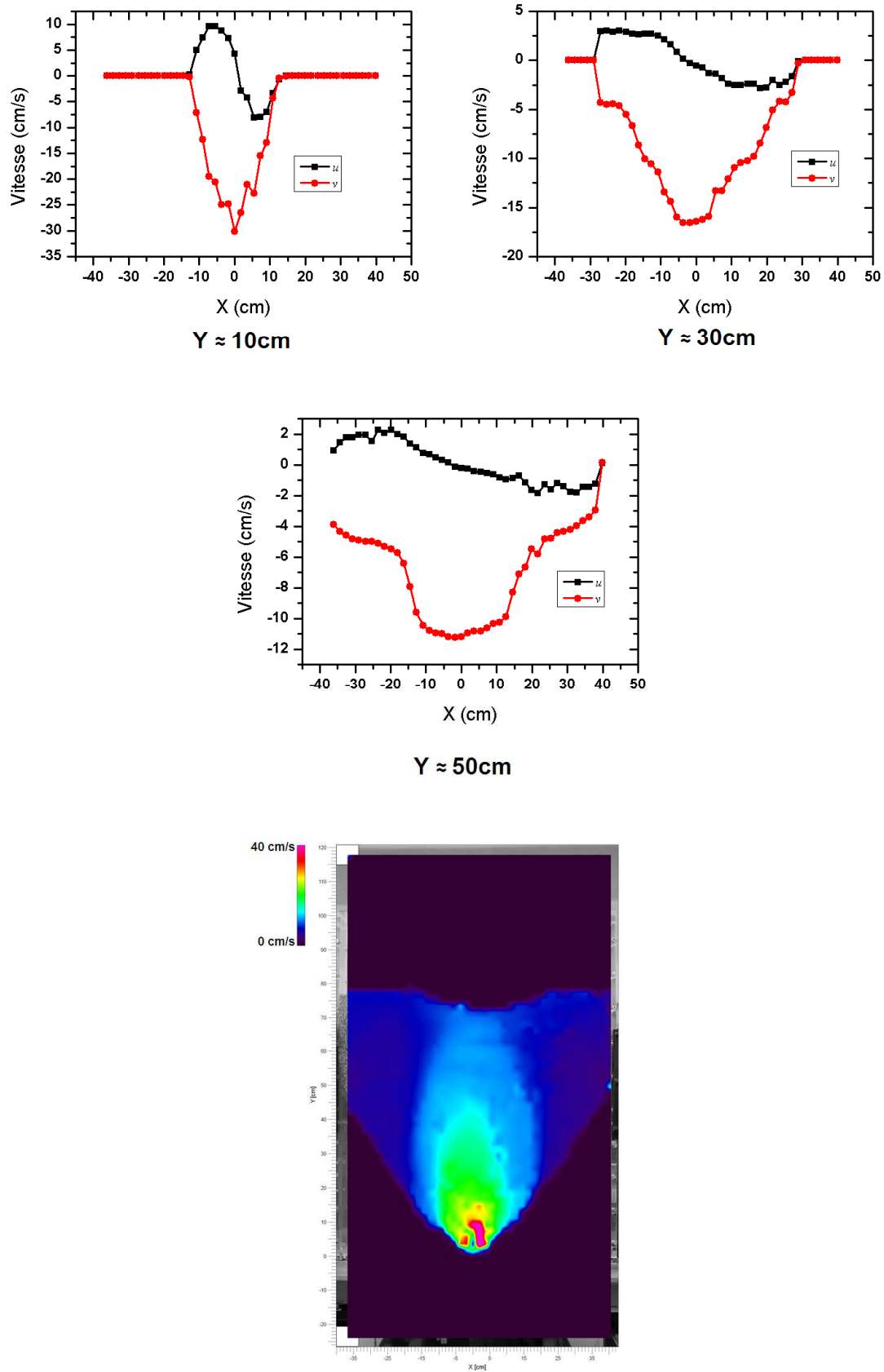


Figure A.2.5. u et v en fonction de X avec la distribution en contour pour $D = 80$ mm et $\alpha = 35^\circ$.

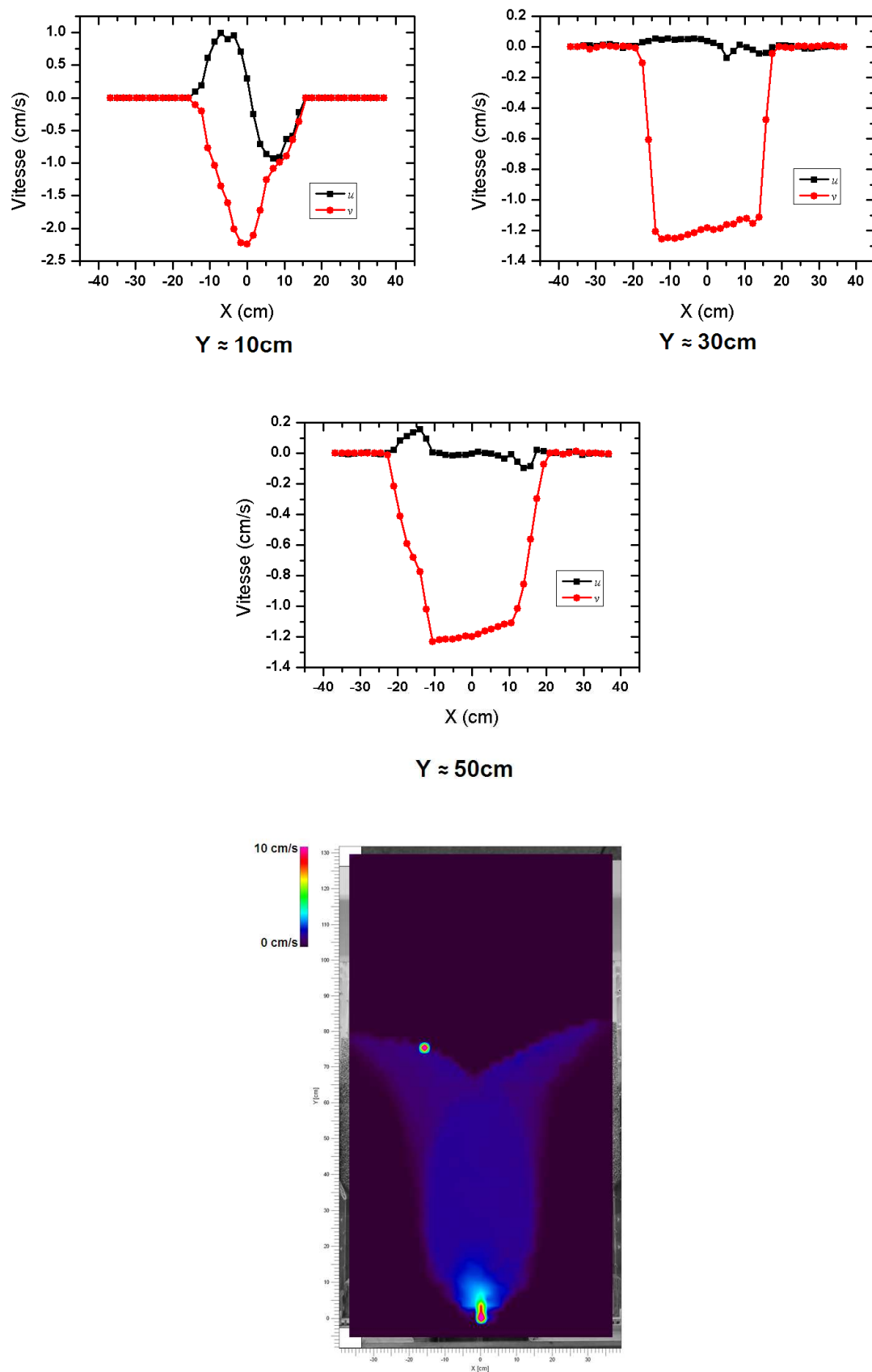


Figure A.2.6. u et v en fonction de X avec la distribution en contour pour $D = 20$ mm et $\alpha = 45^\circ$.

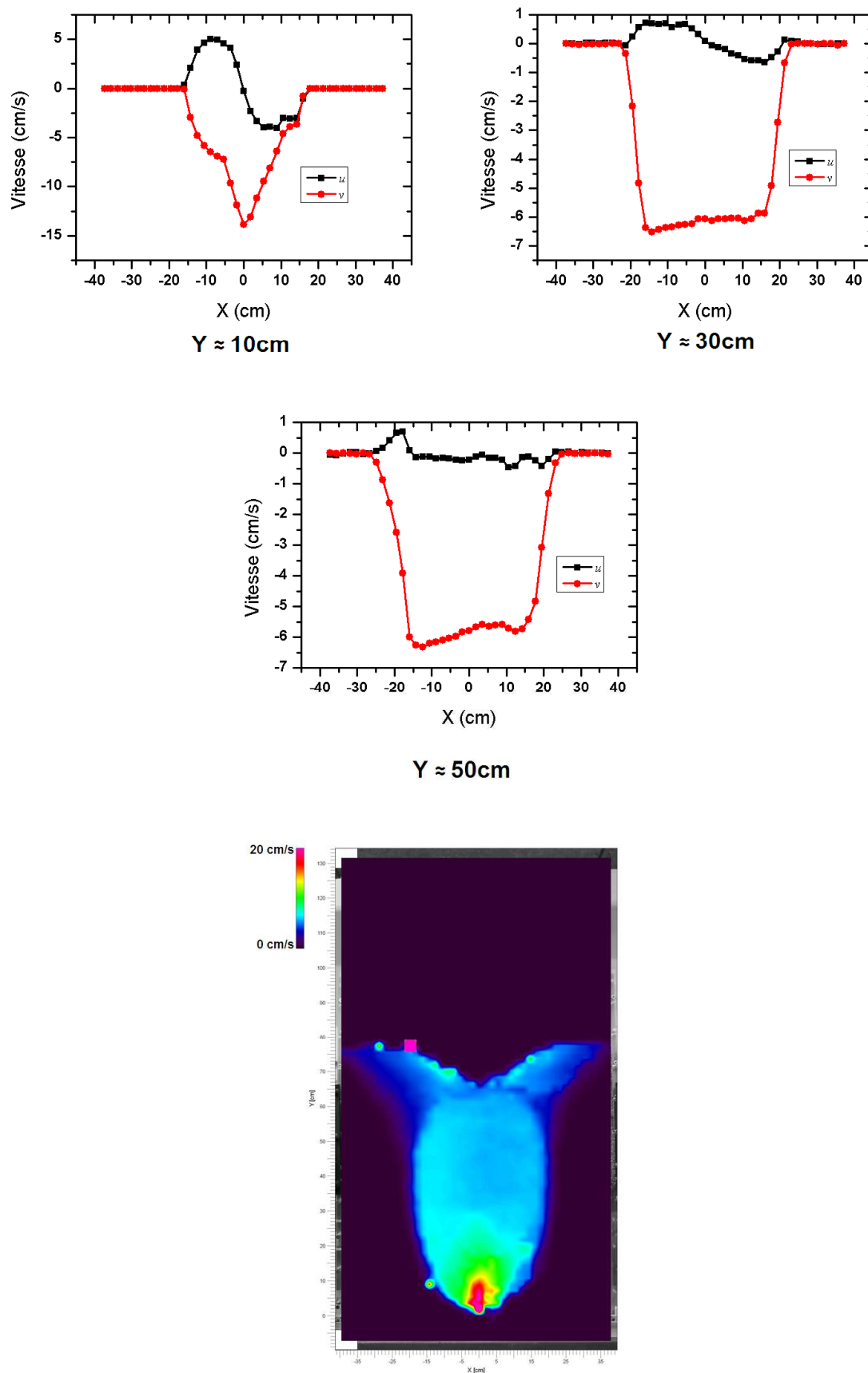


Figure A.2.7. u et v en fonction de X avec la distribution en contour pour $D = 50$ mm et $\alpha = 45^\circ$.

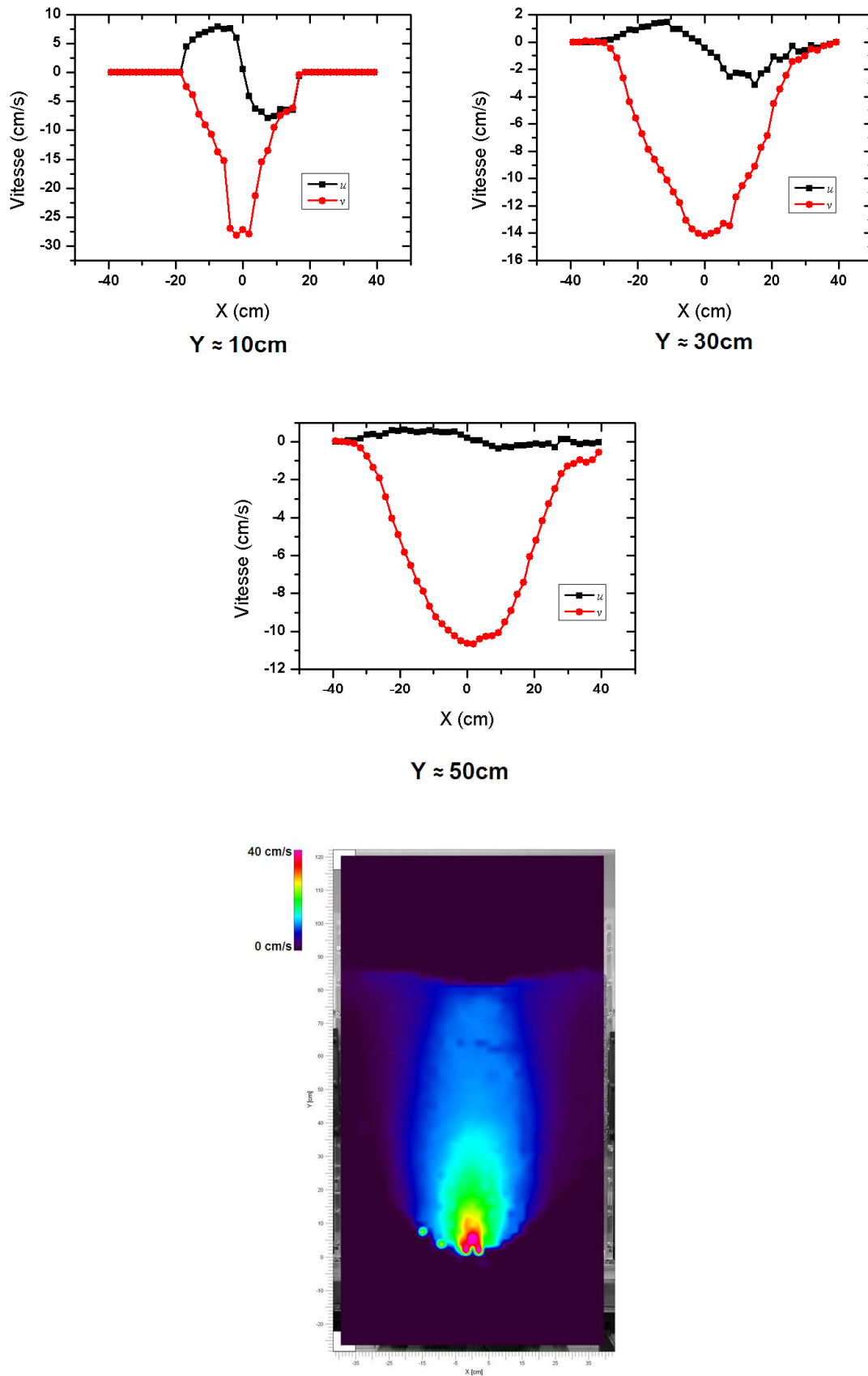


Figure A.2.8. u et v en fonction de X avec la distribution en contour pour $D = 80\text{mm}$ et $\alpha = 45^\circ$.

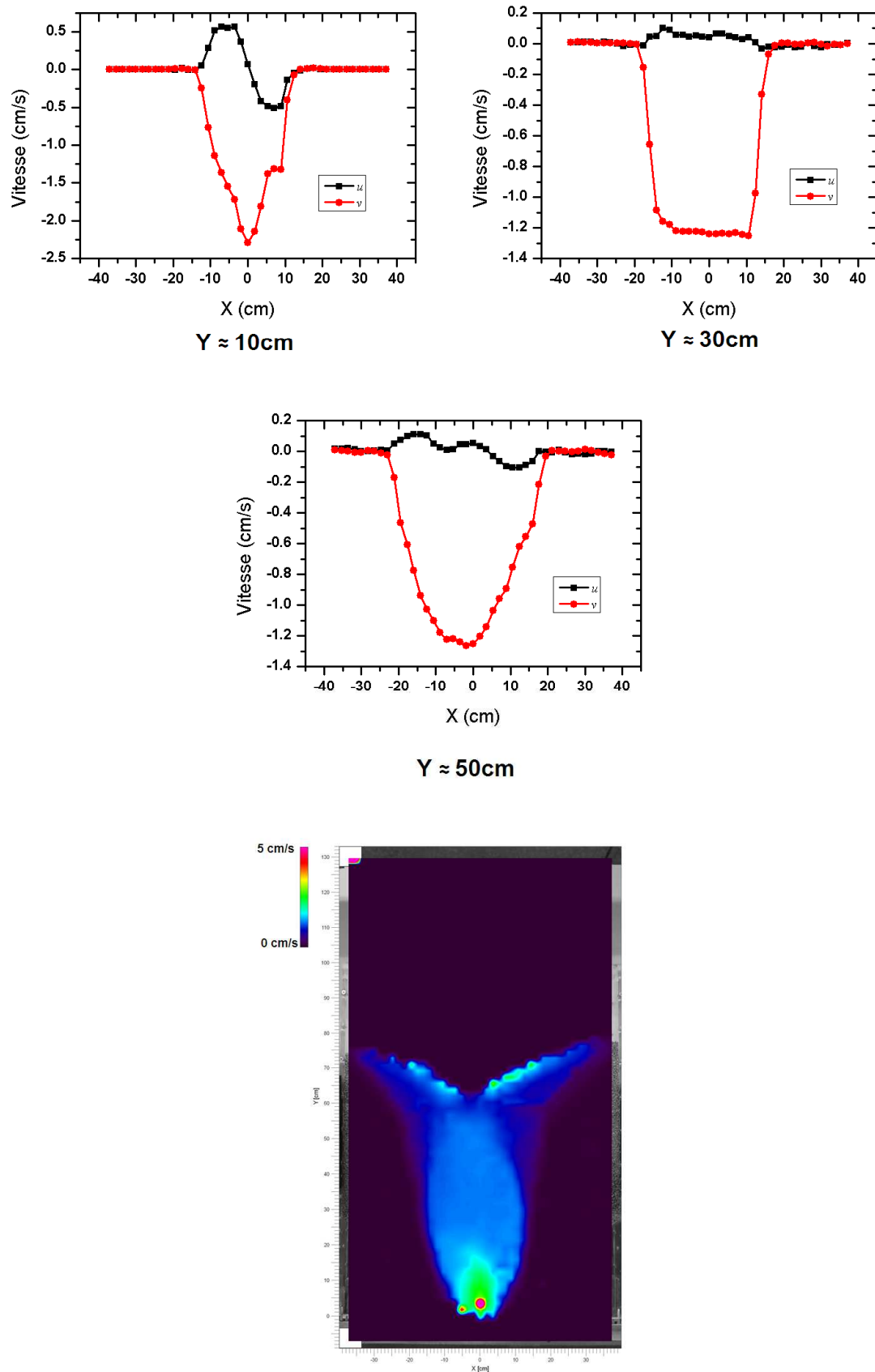


Figure A.2.9. u et v en fonction de X avec la distribution en contour pour $D = 20$ mm et $\alpha = 55^\circ$.

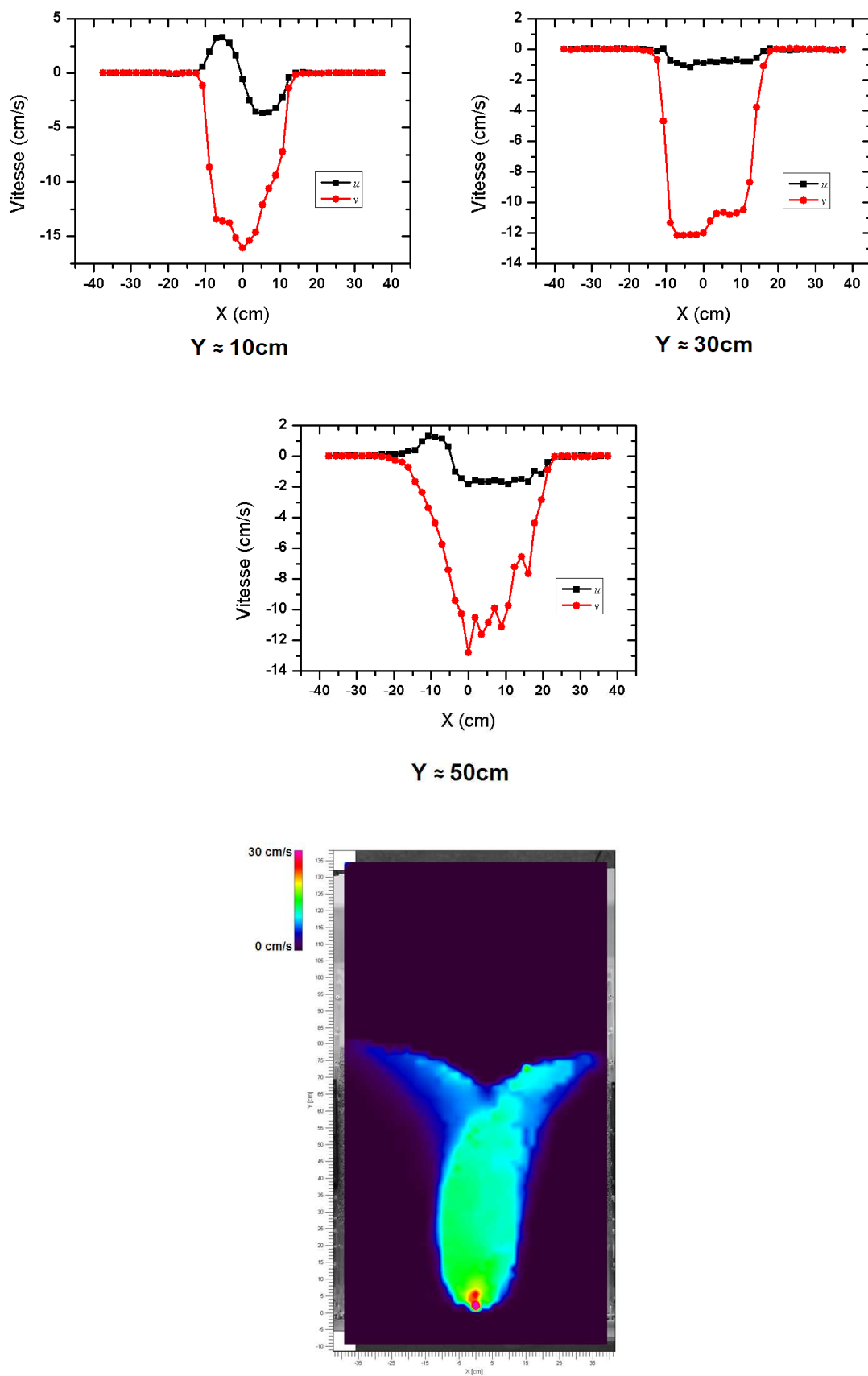


Figure A.2.10. u et v en fonction de X avec la distribution en contour pour $D = 60$ mm et $\alpha = 55^\circ$.

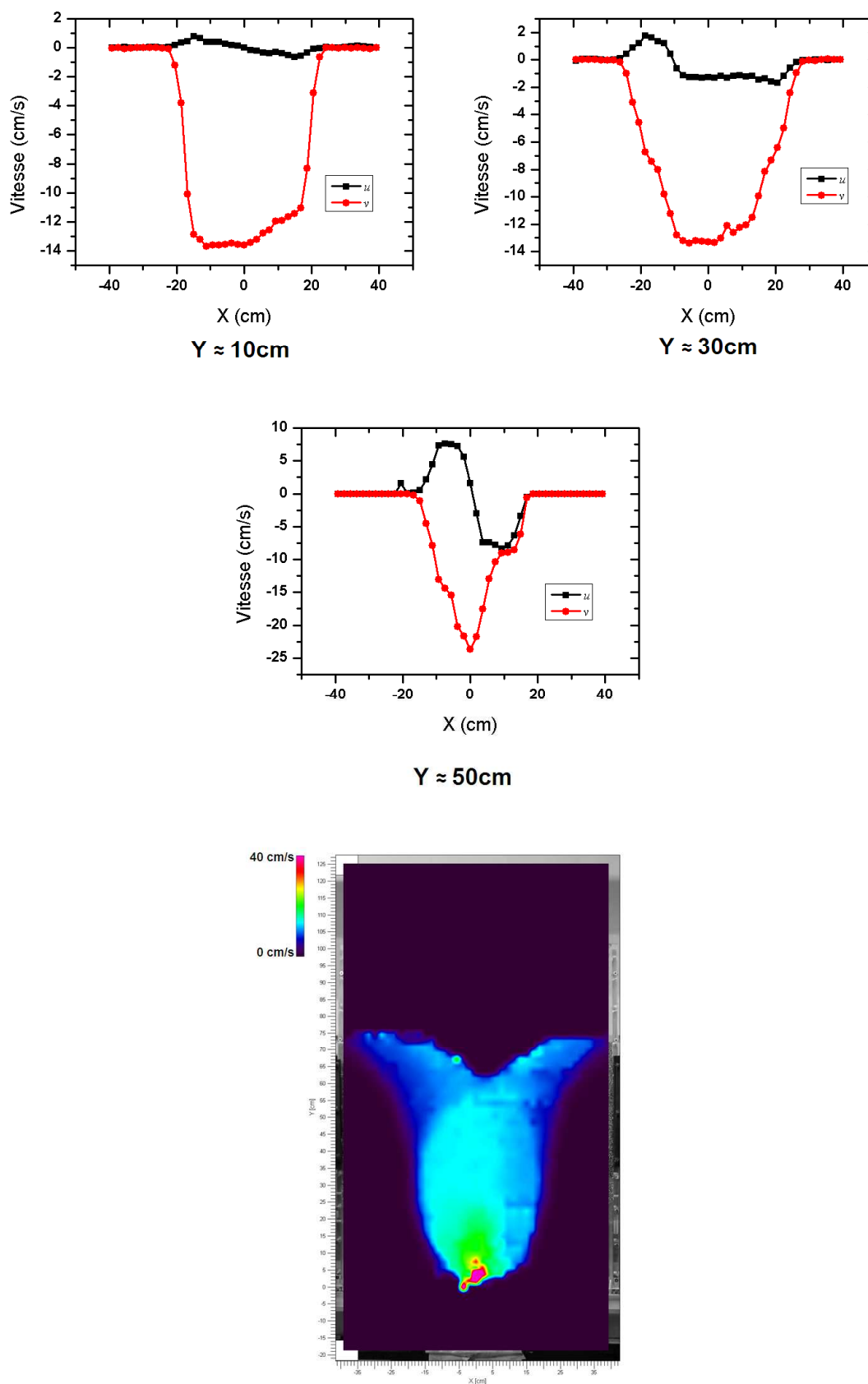


Figure A.2.11. u et v en fonction de X avec la distribution en contour pour $D = 80\text{ mm}$ et $\alpha = 55^\circ$.