



Année 2012

Faculté des Sciences de l'Ingénieur
Département de Génie Mécanique

Mémoire
Présenté en vue de l'obtention du diplôme de Magister

**ANALYSE EXPERIMENTALE DE LA FATIGUE DES
ENGRENAGES A DENTURE DROITE**

Option
Construction Mécanique

Par:
Tarek MAIFI

DIRECTEUR DE MEMOIRE : Rabia KHELIF

M.C. U. d'Annaba

Devant le jury :

PRESIDENT	CHAOUI Kamel	Professeur	U. Badji Mokhtar
EXAMINATEURS	DJEGHABA Kamel	Professeur	U. Badji Mokhtar
	HAIACHEM Ammar	Professeur	E.P.S.T

Remerciements

Au nom de Dieu clément et miséricorde Dieu le grand merci lui revient, pour son aide et la volonté qu'il nous a donné pour surmonter tous les obstacles et les difficultés durant nos années d'études et de nous avoir éclairé notre chemin afin de réaliser ce modeste travail.

Je tiens à remercier toutes les personnes qui m'ont permis de mener à bien mon projet de magister tant sur le plan scientifique que sur le plan personnel.

Mes remerciements s'adressent tout d'abord à mon directeur de travail Monsieur KHELIF RABIA, pour son aide et son encadrement sans faille et qui m'a permis de vivre une expérience très enrichissante à tous les niveaux, sans oublier ses judicieux conseils et son soutien constant tout au long du projet, Merci pour tout Mr.

Je remercie vivement mes enseignants de l'Ecole Doctorale, les Professeurs : Mr. Chaui Kamel, Mr Zeghib N. eldinne, Mr Boulanouar Lakhdar et Mr Amirat Abdelaziz, pour leurs conseils, leurs expertises et leurs tapes amicales sur l'épaule.

Je tiens fortement à remercier les membres du jury qui ont accepté d'évaluer ce travail et pour le temps qu'ils ont consacré à la rédaction des rapports. Je remercie Professeur Amar Haihem et Professeur Djeghaba Kamel d'avoir accepté d'être mes examinateurs. Je remercie une autre fois Professeur Kamel Chaoui d'avoir accepté d'être le Président de mon jury de Magister.

Je les remercie chaleureusement

Il m'est également important de remercier les différentes personnes que j'ai pu côtoyer durant ces années passées au département de Génie Mécanique et qui ont créé une ambiance chaleureuse et amicale.

Mes remerciements s'adressent également aux personnes chargées de l'administration.

D'un point de vue personnel, il me tient à cœur de remercier mon papa qui s'est sacrifié pour moi et m'a toujours soutenu durant toutes mes études. Son amour, sa confiance et son aide m'ont permis de concrétiser mes objectifs. Je tiens à lui faire part de toute l'estime et la

reconnaissance que j'ai pour lui et lui dis « Merci » pour tout ce que tu as fait pour moi depuis le début.

Je remercie beaucoup aussi ma Mère pour son affection, son amour et sa sympathie.

Je remercie également tous les membres de ma famille, pour tout ce qu'ils m'ont apporté durant toutes les années d'études.

Dédicace

Je dédie ce fruit de mes années d'études aux plus chères au monde :

À la personne la plus chère pour moi dans ce monde ma mère qui est la fleur de ma vie, le symbole de l'amour et la tendresse qui s'est sacrifiée pour mon bonheur et ma réussite.

À mon père qui a fait de moi, ce que je suis aujourd'hui.

À mes chers frères : Mohcen, Fessin, et Khada

À mes sœurs

À mes amis :

Walid, Brahim, Ledi, Said, Halaka, Hamid, et tous mes amis de la résidence, Sans oublier tous les travailleurs de la résidence

Khaled Lachlah, Bilal et Fouad Abadda

Tarek

Résumé

Les engrenages occupent, dans les moyens de fabrication et dans les instruments fabriqués, une place croissante. Notre étude porte sur la fatigue des engrenages à denture droite. Une analyse de leur défaillance montre que la fatigue en flexion est la plus fréquente avec une proportion de 32%. Dans un premier temps, une recherche bibliographique a été développée dans le but de montrer les travaux effectués dans ce domaine. Ensuite, les concepts de la M.L.R. sont discutés afin d'appréhender leur importance pour les engrenages. Une revue sur la mécanique de la rupture est ainsi développée avec un choix du domaine pour le cas étudié. Une attention particulière est donnée à la fatigue et à sa relation avec les engrenages en présence de fissures. Une explication de la théorie des engrenages est ainsi justifiée. Ceci nous a conduits vers l'étude du dimensionnement géométrique (choix préalables des dimensions des éléments des engrenages à denture droite/ hélicoïdale). Une étude des forces de contact et la continuité de l'engrènement est effectuée. Avec, une vérification de la résistance. Le volet relatif à la métrologie des engrenages a pris une part importante dans notre travail, essentiellement les tolérances et les ajustements des engrenages. Une conception d'un banc pour réaliser les essais de fatigue est développée élément par élément. Ceci ouvrira la voie à des axes de recherche très importants. En utilisant la méthode des éléments finis, une vérification de la résistance à la racine des dents et au flanc de dent en état des contraintes planes (CP) et des déformations planes (DP) est proposée. Les résultats montrent que la contrainte maximale est de l'ordre de 500 N/mm^2 en état de DP. En revanche, elle est de l'ordre de 780 N/mm^2 en CP. La durée de vie des engrenages contenant une fissure à la racine de dent est de l'ordre de 10^3 en CP et est de 10^5 en DP.

Mots clés : Engrenage, Banc d'essai à cycle fermé, Fatigue, Mécanique de la rupture, Modélisation par MEF, Fissuration.

Abstract

The gears play, in the manufacturing means and manufactured instruments an increasing role. Our study focuses on fatigue of spur gears. An analysis of their failure shows that the banding fatigue is the most common with a proportion of 32%. Initially, a literature search was carried out to show the work done in this area. Then, the concepts of the LFM are discussed in order to understand their importance to the gears. A Review on the fracture mechanics is developed with a choice of field for the case studied. Particular attention is given to fatigue and its relationship with the gears in the presence of cracks. An explanation of the theory of gearing is well justified. This led us to the study of geometric dimensioning (preliminary choices of dimensions of the elements of spur/helical gears). A study is performed on the contact forces and the mesh continuity. With, a resistance check is made.

The section on the gear metrology has become an important part in our work, mainly the tolerances and adjustments of gears. A design of a bench to perform the fatigue tests is developed piecemeal. This will open the way for very important research areas. Using the finite element method, a verification of resistance to the tooth root and tooth flank in a state of plane stress (PSs) and plane strain (PSn) is proposed. The results show that maximum stress is of about 500 N/mm^2 in a state of plane strain. However, it is of the order of 780 N/mm^2 in plane stress. The life of the gears containing a crack at the tooth root is of the order of 10^3 for plane stress and 10^5 for plane strain.

Keywords: Gear, Back-to-back Gearbox, Fatigue, Fracture mechanics, Numerical modeling, Crack initiation, Crack propagation.

ملخص

تحظى المسننات المستعملة في مختلف وسائل وأدوات التصنيع بنزايدي مستمر، من هذا المنطلق تركز الدراسة الآتية على حالات إرهاب التروس ذات الأسنان المستقيمة، و ذلك بإجراء دراسة تحليلية لتلف المسننات الناتج عن الكلال بسبب الانحناء الذي يشكل نسبة بلغت 32% من حالات تلف هذا الأخير، معتمدين في دراستنا على عدد من البحوث والمراجع منها الحديثة ومنها القديمة قدم اشكالية الموضوع، بهدف اثناء تطوير هذه الدراسة من ناحية وإظهار الأعمال المنجزة في هذا المجال من ناحية أخرى، متطرقين الى مناقشة مفاهيم الانهيار الخطي (M.L.R) وتحديد أهميته مع شرح أنواع ميكانيكا الكسر. كما تمت مراجعة ميكانيكا الانهيار وتطوراتها قصد اختيار مجال لدراسة الاطروحة السالفة الذكر، كما تم الاهتمام بالكلل وعلاقته بالمسننات بوجود التشقق في قاعدة السن. مع توضيح اهمال النظريات الهندسية اللازمة لحساب المسننات بمبتغى اعتبار الطريقة المعتمدة في دراستنا، وهذا ما دفعنا لدراسة الأبعاد الهندسية (الاختيارات الأولية لأبعاد عناصر التروس المستقيمة / التروس الحلزونية). مرورا بدراسة قوى التماس واستمرارية التشابك واخيرا وليس آخرا، التحقق من مقاومة المسننات للإجهادات المطبقة عليها، آخذينا بعين الاعتبار المحور الخاص بعلم القياس للمسننات بقدر كبير لهذه الدراسة، وخاصة التوافقات ومجالات السماح. كما قمنا بتصميم وحساب منظومة (جهاز اختبار) عنصرا تلو الآخر، لإنجاز الاختبارات المتعلقة بكلل المسننات، و الذي بدوره سيفتح المجال للعديد من محاور البحث البالغة الأهمية. كما استعملنا طريقة العناصر المحددة، باختبار الفرضيات المعتمدة غالبا في هذا المجال، للتحقق من مقدرة قاعدة الأسنان (التي تحوي تشققا) على مقاومة الإجهاد. لقد أثبتت النتائج المحصل عليها ان الإجهاد الأقصى كان 500 ن/مم² في حالة التشوه المستوي، بينما تجاوز 780 ن/مم² في حالة الإجهاد المستوي وبالتالي يبلغ عمر المسنن حوالي 10⁵ دورة في الحالة الأولى بينما لا يتجاوز 10³ دورة في الحالة الثانية.

مفاتيح:

مسننات ؛ جهاز اختبار ذو دورة مغلقة ؛ كلل ؛ ميكانيك الكسر ؛ نمذجة عن طريقة العناصر المحددة ؛ التصدع.

Liste des figures

Titre	Page
Chapitre un	
Figure. I.1. Mouvement relatif d'une paire de dents en contact	6
Figure. I.2. Représentation schématique de la vie en fatigue d'un élément mécanique	8
Figure. I.3. Exemple d'initiation artificielle d'une fissure en flexion	9
Figure. I.4. Différents niveau des fissures dans les engrenages	9
Figure. I.5. (a) Critères d'évaluation de chacun des 25 dispositifs, (b) niveau de dispositif des 7 dispositifs choisis	10
Figure. I.6. Comparaison des quatre méthodes de l'expérience 1.	10
Figure. I.7. (a) Système expérimental, (b) Diagramme du système	11
Figure. I.8. Définition géométrique, angle de la fissure, largeur, et épaisseur de dent d'une roue dentée	11
Figure. I.9. Représentation schématique de la vie en fatigue selon Wöhler et French	12
Figure. I.10. Schéma du banc d'essai de la fatigue des engrenages	14
Figure. I.11. Courbes de la durée de vie en fatigue des engrenages examinés.	14
Figure. I.12. Courbes théorique de la durée de vie en fatigue pour les groupes A, B, C, et D	15
Figure. I.13. Coefficient de frottement moyen entre les dents d'engrenages pour chaque lubrifiant (vitesse de la roue = 2000rpm).	16
Figure. I.14. Comparaison de l'efficacité globale de la boîte à 1000 rpm pour toutes les combinaisons matériaux-lubrifiant en fonction de la charge	16
Figure. I.15. Températures d'équilibre et de stabilisation de bain d'huile VS. vitesse et couple d'entrée, pour les engrenages carburé (C) et nitruré à haute pression (N), lubrifié avec des huiles d'engrenage M1 et E2	17
Figure. I.16. Représentation de la fissure	18
Figure. I.17. Modélisation de la dent du pignon droit comme poutre en porte-à-faux non-uniforme	18
Figure. I.18. Évolution du K12 pour le cas sain.	18
Figure. I.19. Evolution de K12 pour les différents cas de fissuration (a) Modèle analytique. (b) MEF.	19
Figure. I.20. Différentes situations de l'ouverture de la fissure quand la charge minimum est appliquée: (a) fissure complètement ouverte, (b) fissure partiellement ouverte, (c) fissure complètement fermée	20
Figure. I.21. Boîte d'engrenages à cycle fermé	21
Figure. I.22. Effet de charge sur la température d'huile	22
Figure. I.23. Effet de charge sur l'épaisseur de film d'huile	23
Figure. I.24. Photo du pignon droit examinée dans un appareillage de puissance-circulation d'essai de fatigue d'engrenage jusqu'à la rupture de dent	24
Figure. I.25. Mesure CMM du pignon droit montrée dans	24
Figure. I.26. Photo de représentation significative de la fissuration de la dent 16	25
Figure. I.27. Photo représentant l'amorçage d'une fissure à la racine de dente 15	25
Figure. I.28. Données de calibrage de jauge de contrainte montrant le rapport entre la contrainte et le couple	26

Figure. I.29. Couple du moteur en fonction du temps pour des essais utilisant chacun six huiles des engrenages	26
Figure. I.30. Perte de la masse totale après des essais d'efficacité des engrenages	27
Figure. I.31. Profil de rugosité des engrenages revêtus en MoS ₂ /Ti et les engrenages cimentés avant (new) et après (used) essai d'efficacité	28
Figure. I.32. Comparaison des pertes de puissance par frottement de dent (P_{fr}) dans des essais d'efficacité des engrenages	28
Figure. I.33. Coefficient prévu de frottement pour les engrenages revêtus (MoS ₂ /Ti) et non revêtus, lubrifiés avec de l'huile saturée d'ester des engrenages et avec l'additif libéré d'huile minérale ($XL=1$) ($T_{huile} = 90^{\circ}C$)	29
Figure. I.34. Pression hertziennes de contact et Epaisseur de film d'huile à la roue inclinée/au point de contact racine du pignon.	29
Figure. I.35. Configuration à une dent (a) et trois dents (b) d'engrenage	31
Figure. I.36. Exemple de maillage 2D pour la MEF	32
Figure. I.37. Vue schématique du banc d'essai de FZG.	34
Figure. I.38. Machine d'essai des engrenages par circulation de puissance	35
Figure. I.39. Appareil à disque (abrasive test).	35

Chapitre deux

Figure. II.1. Forces agissantes sur un Train d'engrenage	38
Figure. II.2. Rapport largeur sur diamètre	40
Figure. II.3. Denture hélicoïdale	44
Figure. II.4. recouvrement d'une denture hélicoïdale	45
Figure. II.5. dimension d'une roue cylindrique à denture hélicoïdale	45
Figure. II.6. Roue fictive	47
Figure. II.7. nombre limite de dents pour roue à denture hélicoïdale	47
Figure. II.8. Forces agissantes dans une roue cylindrique à denture hélicoïdale	51
Figure. II. 9. L'engrènement des deux à denture droite	54
Figure. II.9.a. Cas limite de contact des engrenages à denture droite	55
Figure. II.9.b. Ligne de contact des dentures droites	56
Figure. II.10. Rapport de conduite apparent	58
Figure. II.11. Pignon à denture hélicoïdale	49
Figure. II.12. Surface d'action	60
Figure. II.13. segment de contact	61
Figure. II.14. cylindre actif	63
Figure. II.15. Forces agissantes sur une dent	65
Figure. II.16. Dents en prise lors de l'engrènement	66
Figure. II.17. Détermination du facteur de forme de dent pour le calcul de la résistance de la racine de la dent	67
Figure. II.18. Détermination du facteur auxiliaire q_L pour la détermination du facteur de conduite Y_E et facteur de répartition de charge Z_E	67
Figure. II.19. Pression de deux cylindres	68

Chapitre trois

Figure. III.1. Surface de référence	71
Figure. III.2. Pas droite	73
Figure. III.3. Pas circulaire	73
Figure. III.4. Profil théorique des dents	74
Figure. III.5. Erreur cumulée	75
Figure. III.6. Méthode de mesure de l'erreur	76
Figure. III.7. Erreur du faux rond de denture	76
Figure. III.8. Erreur totale de profil	77
Figure. III.9. Tracés de référence de mesure	78
Figure. III.10. Erreur de distorsion	78
Figure. III.11. Ecart d'épaisseur	79
Figure. III.12. Tolérance et écart inférieur/supérieur	79
Figure. III.13. Erreur composée radiale	80
Figure. III.14. Saut radial et tangentiel	81
Figure. III.15. Erreurs de parallélisme des axes	82
Figure. III.16. Jeu primitif	83

Chapitre quatre

Figure. IV.1. Comparaison de l'approche classique (a) et de l'approche utilisant la MLR (b)	94
Figure. IV.2. Fissure traversant de longueur $2a$ dans une plaque infinie	95
Figure. IV.3. Comparaison entre l'approche classique et celle de la MLR	96
Figure. IV.4. Contraintes près de l'extrémité d'une fissure	97
Figure. IV.5. Modes de rupture	98
Figure. IV.6. Etat de contrainte en bout de fissure	100
Figure. IV.7. Transformation par la méthode du potentiel complexe	102
Figure. IV.8. Analyse des contraintes par un système équivalent	102
Figure. IV.9. Schématisation du taux de propagation en fonction de ΔK	105
Figure. IV.10. Concept de tolérance au dommage	106
Figure. IV.11. Contrainte limite en fonction de la longueur de la fissure	108
Figure. IV.12. Dispersion statistique des résultats d'essais de fatigue sur un acier de construction	109
Figure. IV.13. Pignon pour crémaillère	122
Figure. IV.14. Dent cassée sur une roue spiro-conique	123
Figure. IV.15. Roue creuse pour pont arrière automobile à vis	125

Chapitre cinq

Figure. V.1. Illustration de la Ligne d'action	129
Figure. V.2. Illustration: Erreur de transmission	129
Figure. V.3. Illustration: FFT de l'erreur de transmission	129
Figure. V.4. Illustration: Courbe de la rigidité	130
Figure. V.5. Illustration: Courbe de la force normale (Charge linéaire)	130
Figure. V.6. Illustration: Répartition de contraintes	130

<i>Figure. V.7. Illustration: Répartition de contraintes Roue A</i>	131
<i>Figure. V.8. Illustration: Répartition de contraintes Roue B</i>	131
<i>Figure. V.9. Illustration: Cinématique</i>	131
<i>Figure. V.10. Illustration: Puissance dissipée</i>	132
<i>Figure. V.11. Illustration: Température éclairée (ISO TR 15144)</i>	132
<i>Figure. V.12. Illustration: Film lubrifiant (ISO TR 15144)</i>	132
<i>Figure. V.13. Représentation de l'arbre (KISSsoft)</i>	133
<i>Figure. V.14. Définition de l'état de chargement</i>	133
<i>Figure. V.15. Courbe de force</i>	135
<i>Figure. V.16. Diagramme du couple</i>	135
<i>Figure. V.17. Diagramme de sollicitation</i>	136
<i>Figure. V.18. Diagramme d'angle de torsion</i>	138
<i>Figure. V.19. Courbe de déplacement</i>	139
<i>Figure. V.20. Fréquence propre (déplacement normalisé)</i>	141
<i>Figure. V.21. Fréquence propre (rotation normalisé)</i>	142
<i>Figure. V.22. Distribution de la charge</i>	142
<i>Figure. V.23. Distribution de la pression hertzienne</i>	143
<i>Figure. V.24. Courbe de rigidité</i>	143
<i>Figure. V.25. Représentation de notre banc d'essai à cycle fermé dit « banc d'essai des engrenages mécaniques à denture droite/hélicoïdale »</i>	144
<i>Figure. V.26. Vue du banc (Zoom)</i>	144

Chapitre six

<i>Figure.VI.1. Aperçu d'une page active d'ANSYS. Inc. (workbench)</i>	147
<i>Figure.VI.2. Courbe de la fatigue par contact des dents (résultat expérimental)</i>	149
<i>Figure.VI.3. Zones modélisées pour l'étude de fatigue au contact sans frottement</i>	150
<i>Figure.VI.9. Discrétisation</i>	150
<i>Figure.VI.10. Définition de l'état de chargement</i>	151
<i>Figure.VI.11. Courbe de sensibilité à la fatigue</i>	152
<i>Figure.VI.12. Contrainte équivalente (Von mises)</i>	152
<i>Figure.VI.13. Déformation élastique équivalente (Von mises)</i>	153
<i>Figure.VI.14. Contrainte maximale principale</i>	153
<i>Figure.VI.15. Pression de contact pour l'étude de la fatigue des flancs des dents</i>	154
<i>Figure.VI.16. Représentation de la zone endommagée due à la fatigue par contact des flancs des dents</i>	155
<i>Figure.VI.17. Courbe de la fatigue par contact des engrenages (comparaison résultat expérimentale et par MEF)</i>	155
<i>Figure.VI.18. Modèle géométrique</i>	159
<i>Figure.VI.19. Définition de Maillage</i>	159
<i>Figure.VI.20. Contrainte équivalente « CP » (780 MPa / Max)</i>	160
<i>Figure.VI.21. Déformation élastique équivalente « CP » (0,0039 Max)</i>	160
<i>Figure.VI.22. Contrainte de cisaillement maximale « CP » (447 MPa / Max)</i>	160
<i>Figure.VI.23. Coefficient de sécurité (0,6 Min)</i>	161
<i>Figure.VI.24. Contrainte équivalente (522 MPa / max)</i>	161
<i>Figure.VI.25. Déformation élastique équivalente (Von-Mises)/ (0.0026 / Max)</i>	161

<i>Figure.VI.26. Contrainte de cisaillement maximale</i>	162
<i>Figure.VI.27. Coefficient de sécurité (0,97 Min)</i>	162
<i>Figure.VI.28. Courbe de fatigue MEF (S-N)</i>	162
<i>Figure.VI.29. Vue active du logiciel</i>	163
<i>Figure.VI.30. Durée de Fatigue en état de contrainte des DP</i>	163
<i>Figure.VI.31. Dommage DP</i>	163

Nomenclatures

Symbole	Descriptions
N_f	Nombre de cycles à la rupture
N_i	Nombre de cycles en initiation de fissure
N_p	Nombre de cycles en propagation de fissure
N_e	Nombre de cycles avant la limite d'endurance
N_u	Nombre de cycles à la rupture en mode quasi statique
ε_{el}	Déformation élastique.
ε_{pl}	Déformation plastique.
E	Module d'élasticité
a	Longueur d'une fissure
a_{th}	Longueur de fissure au seuil de propagation
a_o	Longueur de fissure initiale
a_c	Longueur de fissure critique
G	Module de cisaillement
K_s	Facteur de concentration de contrainte
K_{eq}	Facteur d'intensité de contrainte équivalent
KIC	Ténacité d'un matériau
ΔK_{th}	Variation du facteur d'intensité de contrainte au seuil de propagation
ΔK	Variation du facteur d'intensité de contrainte pour un cycle
K_I	Facteur d'intensité de contrainte en mode I
K_{II}	Facteur d'intensité de contrainte en mode II
K_{III}	Facteur d'intensité de contrainte en mode III
ΔK_c	Variation du facteur d'intensité de contrainte en région instable
m	Module (mm)
ΔK_{eq}	Variation du facteur d'intensité de contrainte équivalent
K_{eff}	Facteur d'intensité de contrainte efficace
ΔK_{eff}	Variation du facteur d'intensité de contrainte efficace pour un cycle
S_u	Contrainte ultime en tension
S_y	Contrainte d'écoulement
T_m	Couple moteur
u	Déplacement
F	Force transmise à l'engrènement
F_t	Force tangentielle transmise à l'engrènement
F_r	Force radiale transmise à l'engrènement
F_a	Force axiale transmise à l'engrènement
ε_{pl}	Déformation plastique
ε_f	Déformation normale effective à la rupture
Δs	Variation de déformation totale pour un cycle
θ_p	Orientation de la propagation
σ_o	Orientation initiale de la fissure
$\sigma_{\theta\theta max}$	Orientation de la contrainte tangentielle maximale
O_a	Contrainte d'amplitude
σ_m	Contrainte moyenne
σ_{plane}	Étal de contrainte plane
$\sigma_{\theta\theta max}$	Critère de la contrainte tangentielle maximale
σ_f	Contrainte normale effective à la rupture
σ_{max}	Contrainte normale maximale
$\Delta\sigma$	Variation de contrainte pour un cycle
ν	Coefficient de Poisson
Ψ	Fonction d'interpolation des éléments

Ω	Domaine d'analyse
R	Rapport de chargement
r_p	Rayon de plasticité en bout de fissure
Z	Nombre des dents
d	Diamètre primitif
Ψ_d	Rapport largeur sur diamètre
P_D	limite d'endurance de la pression de contact
σ_{DAF}	Limite d'endurance (flexion alterné)
σ_{DRF}	Limite d'endurance (flexion répété)
β	Angle de l'hélice
Z_v	Nombre de dent virtuel
ε	Rapport de conduite

Liste des tableaux

Tableau. I.1. Paramètres des modèles de propagation des fissures des engrenages	30
Tableau. II.1. Valeurs normalisées des modules exprimés en mm (extrait de la norme [DIN 780])	40
Tableau. II.2. Caractéristiques mécaniques des matériaux pour les engrenages cylindriques et coniques	42
Tableau. II.5. Instructions pour le choix des matériaux pour les engrenages cylindriques et coniques	64
Tableau. III.4.1. Symbole des données géométriques	83
Tableau. III.4.2. Symbole de tolérances ou d'écarts limites	84
Tableau. III.C.1. Corps de roue : tolérances sur diamètre d'alésage ou arbre et diamètre de tête	86
Tableau. III.C.2. Corps de roue : tolérances de faux-rond et de voile des surfaces de référence	86
Tableau. III.C.3. Tolérance d'erreur cumulée et tolérance d'erreur totale de division	87
Tableau. III.C.4. Tolérances d'erreurs individuelles de pas	87
Tableau. III.C.5. Tolérance de faux-rond de denture	88
Tableau. III.C.6. Tolérance d'erreur totale de profil	88
Tableau. III.C.7. Tolérance d'erreur totale de distorsion	89
Tableau. III.C.8. Ecartes limites d'épaisseur de dent	90
Tableau. III.C.9. Tolérance d'erreur composée radiale	91
Tableau. III.C.10. Tolérance de saut radial	91
Tableau. III.C.11. Tolérance d'erreur composée tangentielle	91
Tableau. III.C.12. Tolérances d'erreurs composées de l'engrenage	92
Tableau. III.C.13. Tolérance d'entraxe	92
Tableau. III.C.14. Tolérance de parallélisme des axes	92
Tableau. III.C.15. Valeur de IT	92
Tableau. V.1. Caractéristique du matériau	128
Tableau. V.2. Dimensions principales	128
Tableau. VI.1. Données géométriques	148
Tableau. VI.2. Résultats Expérimentation/ Eléments finis	156

Table des matières

<i>Remerciements</i>	<i>i</i>
<i>Dédicace</i>	<i>iii</i>
<i>Résumé</i>	<i>iv</i>
<i>Abstract</i>	<i>v</i>
<i>ملخص</i>	<i>vi</i>
<i>Liste des figures</i>	<i>vii</i>
<i>Nomenclatures</i>	<i>xii</i>
<i>Liste des tableaux</i>	<i>xiv</i>
<i>Table des matières</i>	<i>xv</i>
<i>Introduction Générale</i>	<i>xvi</i>
<i>Chapitre 1 : travaux de recherche</i>	<i>1</i>
<i>Chapitre 2 : Théorie des engrenages</i>	<i>37</i>
<i>Chapitre 3 : Métrologie des engrenages</i>	<i>71</i>
<i>Chapitre 4 : Mécanique de la rupture et fatigue des matériaux</i>	<i>93</i>
<i>Chapitre 5 : Développement du banc d'essai</i>	<i>127</i>
<i>Chapitre 6 : MEF-Résultats et discussion</i>	<i>146</i>
<i>Conclusion générale</i>	<i>165</i>
<i>Perspectives</i>	<i>166</i>
<i>Référence bibliographique</i>	<i>167</i>

Introduction Générale

Les engrenages, composantes maîtresses de plusieurs systèmes et mécanismes, n'échappent pas aux risques de rupture en fatigue. Ce phénomène est d'autant plus important dans le contexte industriel d'aujourd'hui, où la quête constante d'optimisation nécessite l'utilisation de ces éléments de machines à des niveaux de sollicitation près des limites critiques. Il devient donc primordial de bien maîtriser leur comportement sous l'effet de charges plus ou moins élevées afin d'éviter les bris inattendus aux conséquences désastreuses.

Puisque les dents d'engrenage subissent tour à tour la charge d'une puissance transmise, leur état de contrainte varie de façon cyclique, expliquant ainsi leur défaillance en fatigue à un niveau de chargement bien au-dessous de la limite d'élasticité du matériau. Plus particulièrement, la rupture des engrenages résulte fréquemment d'une propagation de fissures en racine de dent engendrée par la fatigue en flexion car elle est responsable de plus de 30% des défaillances des systèmes d'engrenages est par conséquent, engendre des pertes substantielles. Il devient essentiel de bien comprendre ce phénomène à fin d'en minimiser les impacts souvent néfastes.

Ce travail d'initiation à la recherche s'adresse spécifiquement au problème de fatigue des engrenages avec la présence d'une fissure à la racine des dents, les quatre premiers chapitres sera consacrée à l'étude bibliographique.

Le premier chapitre sera consacré à un portrait précis de l'état de compréhension actuelle de la fatigue en flexion et en contact des engrenages ainsi qu'aux moyens d'analyse. En première partie de ce chapitre, une évaluation critique des domaines abordés en constituera le cadre théorique et pratique de ce modeste travail. En soulevant ainsi les points forts et les lacunes du domaine, il conviendra de préciser la problématique et les objectifs de la présente étude. Le contexte de recherche ainsi bien défini, la méthodologie à adopter dans l'atteinte des objectifs pourra être mieux choisie.

Dans le deuxième chapitre, les concepts de la M.L.R. sont abordés. Les relations des engrenages avec la mécanique de la rupture sont expliquées. Ceci nous conduira à justifier le choix du domaine de la rupture des engrenages. Une attention particulière sera donnée à la fatigue et sa relation avec les engrenages en présence de fissures.

Une démarche et les méthodes de calcul (choix préalables des dimensions des éléments des engrenages à denture droite/ hélicoïdale) est abordé dans le troisième chapitre. Une étude des

forces de contact et la continuité de l'engrènement est développée. Enfin, une vérification de la résistance est discutée.

Le quatrième chapitre est scindé en deux parties : dans la première partie, les définitions relatives au contrôle du corps de la roue, de la denture et de l'engrenage monté sont expliquées à base des normes en question ; ceci constituera une base d'établissement du système des valeurs numériques.

Le cinquième chapitre est consacré à un dimensionnement des éléments constituant le banc d'essai pour la fatigue des engrenages à denture droite et hélicoïdale.

Enfin, la dernière partie i.e le chapitre six sera consacrée aux résultats expérimentaux abordés par quelques chercheurs et aux résultats que nous avons trouvés par la Méthode des Eléments Finis. Une étude comparative est proposée. Le schéma suivant donne une représentation de la démarche d'élaboration du mémoire.

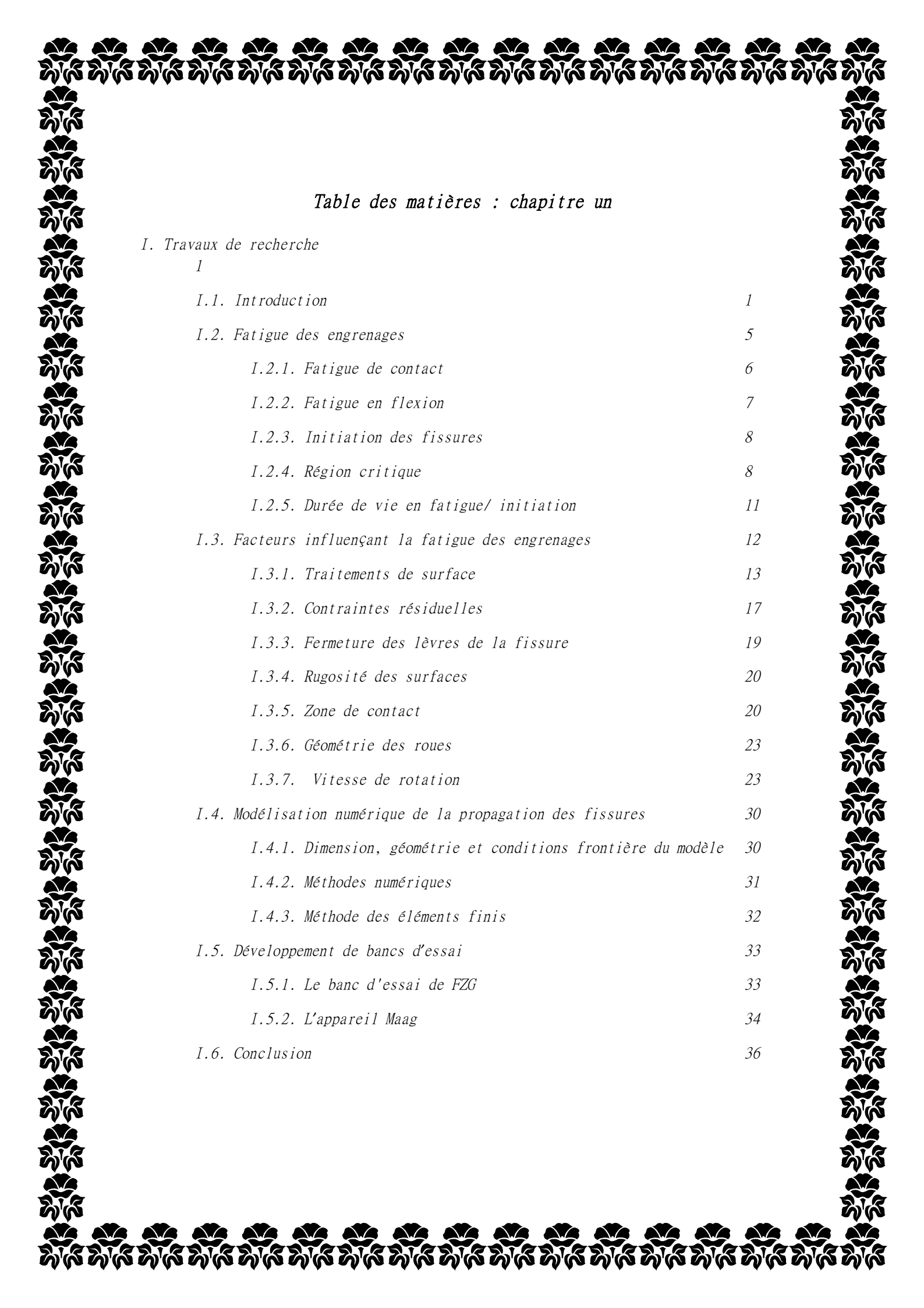


Table des matières : chapitre un

<i>I. Travaux de recherche</i>	
1	
<i>I.1. Introduction</i>	<i>1</i>
<i>I.2. Fatigue des engrenages</i>	<i>5</i>
<i>I.2.1. Fatigue de contact</i>	<i>6</i>
<i>I.2.2. Fatigue en flexion</i>	<i>7</i>
<i>I.2.3. Initiation des fissures</i>	<i>8</i>
<i>I.2.4. Région critique</i>	<i>8</i>
<i>I.2.5. Durée de vie en fatigue/ initiation</i>	<i>11</i>
<i>I.3. Facteurs influençant la fatigue des engrenages</i>	<i>12</i>
<i>I.3.1. Traitements de surface</i>	<i>13</i>
<i>I.3.2. Contraintes résiduelles</i>	<i>17</i>
<i>I.3.3. Fermeture des lèvres de la fissure</i>	<i>19</i>
<i>I.3.4. Rugosité des surfaces</i>	<i>20</i>
<i>I.3.5. Zone de contact</i>	<i>20</i>
<i>I.3.6. Géométrie des roues</i>	<i>23</i>
<i>I.3.7. Vitesse de rotation</i>	<i>23</i>
<i>I.4. Modélisation numérique de la propagation des fissures</i>	<i>30</i>
<i>I.4.1. Dimension, géométrie et conditions frontière du modèle</i>	<i>30</i>
<i>I.4.2. Méthodes numériques</i>	<i>31</i>
<i>I.4.3. Méthode des éléments finis</i>	<i>32</i>
<i>I.5. Développement de bancs d'essai</i>	<i>33</i>
<i>I.5.1. Le banc d'essai de FZG</i>	<i>33</i>
<i>I.5.2. L'appareil Maag</i>	<i>34</i>
<i>I.6. Conclusion</i>	<i>36</i>

I. Travaux de recherche

I.1. Introduction

Cette étude bibliographique s'articule autour de deux grands axes. Le premier définit le contexte général qui a conduit à définir ce sujet. Le second recense dans deux parties séparées d'une part ce qui est le dimensionnement d'un banc d'essai des engrenages selon les normes et d'autre part ce qui concerne plus particulièrement la fatigue des engrenages.

Les engrenages sont des organes complexes et coûteux. Bien des inventeurs ont appliqué leur imagination à la recherche de systèmes plus simples pour transmettre un mouvement avec transformation des couples. Dans cette compétition toujours ouverte, les engrenages restent gagnants car ils transmettent les plus fortes puissances sous le plus petit volume et avec les meilleurs rendements.

« Bref, depuis les minuscules pignons des plus petites montres, jusqu'aux roues de 8 mètres de diamètre, et au-delà, en passant par les boîtes de vitesse des machines-outils ou des véhicules automoteurs de toutes sortes, les engrenages occupent, dans les moyens de fabrication et dans les instruments fabriqués, une place toujours croissante : l'industrie de l'engrenage est vraiment une industrie-clé » J. Capelle[1].

Dans sa thèse [2], Corina Oancea présente un bref historique des méthodes théoriques et expérimentales développées pour le calcul des dents d'engrenages en flexion. Cette présentation est citée ci-dessous. Le lecteur trouvera le détail des références mentionnées.

C'est Lewis, en 1893, qui a analysé les dentures droites symétriques par la théorie des poutres, en inscrivant dans celles-ci une parabole d'iso contraintes représentant une poutre d'égale résistance. L'extrémité de celle-ci se trouve à l'intersection de la ligne d'action avec l'axe de symétrie de la dent. Lewis propose que la section de contrainte superficielle maximale, ou la section critique, se situe au point de tangence de la parabole avec le profil de la dent. Suite à cette hypothèse, la contrainte en tension se calcule comme pour une poutre en flexion, avec un encastrement à la section critique, sollicitée par la composante dans la direction normale à la ligne de symétrie de la dent de la force appliquée sur la dent.

Un autre moyen d'étude des contraintes dans les engrenages est la photoélasticité. En 1926, Timoshenko et Baud mesurent les contraintes et obtiennent des valeurs deux fois plus grandes que celles calculées par la formule de Lewis. En pensant que cette différence est due à la

variation rapide de la section à la base de la dent, ils proposent un facteur de concentration de contraintes (k_t), facteur qui varie avec la largeur de la section et le rayon de courbure au pied de la dent.

Comme la composante radiale de la force sur la dent crée une contrainte de compression, en 1938, Merritt ajoute un terme supplémentaire à la formule de Lewis.

L'American Gear Manufacturers Association (AGMA) utilise pour le calcul des contraintes en tension dans les engrenages la formule proposée par Dolan et Broghamer en 1942. Après des études photoélastiques similaires à celles de Timoshenko et Baud, elle trouve que le facteur de concentration de contraintes (K_t), qui multiplie la formule de Lewis modifiée (flexion /compression), est aussi lié à la position de la force sur la dent. Suite à cela, les chercheurs introduisent une formule empirique pour calculer le facteur de concentration de contraintes en fonction de la section critique, de la hauteur de la charge, du rayon de courbure au pied de la dent et de coefficients mesurés par photoélasticité (ceux-ci varient avec l'angle de pression de la dent).

Les résultats démontrent que la section critique est un peu moins élevée que celle estimée par la parabole de Lewis. Leur étude a été réalisée pour des dents ayant des angles de pression égaux à $14\ 1/2^\circ$ et 20° .

Toujours après une recherche photoélastique en 1948, Heywood représente une dent comme un trapèze équivalent et à partir de ceci développe une formule pour le calcul de la contrainte maximale. Sa formule comprend en plus du facteur de concentration de contraintes et du terme de contraintes en flexion, un facteur de correction de l'effet de la charge.

En 1950, Niemann et Glaubitz font des tests photoélastiques et ils proposent que la contrainte maximale soit égale aux contraintes de flexion, de compression et de cisaillement, multipliées par un facteur de concentration de contraintes α_k . La contrainte de cisaillement est reliée aux deux autres par un facteur μ_s dépendant de la forme de la dent. Pour cette formule, la section critique est située sous le cercle de tête, à deux fois le module de la dent.

En 1957, Kelley et Pedersen réalisent eux aussi un test photoélastique, similaire à celui de Dolan et Broghamer, avec l'intention d'étendre cette formule à l'angle de pression de 25° . Avec les données recueillies, ils ont développé une formule analogue à celle de Heywood et

ajoutent un terme supplémentaire tenant compte de l'effet de l'angle de la sollicitation, relativement aux directions principales.

En 1958, Jacobson compare les résultats recueillis avec les formules proposées par Mellitt, Dolan et Broghamer, Heywood, Niemann et Glaubitz, Kelley et Pederson, appliquées aux engrenages à un angle de pression de 20^0 , toujours grâce à la photoélasticité. Suite à son travail, il conseille pour les engrenages à 20^0 d'angle de pression et ayant entre 10 et 40 dents, l'utilisation de la formule de Lewis modifiée, multipliée par un facteur de concentration de contraintes dépendant du rayon de courbure du sommet de l'outil de taillage. Il propose aussi une construction très simple pour localiser la section critique, au point de tangence du profil de la dent avec une tangente à 30^0 par rapport à l'axe de symétrie de celle-ci.

En 1960, Wellauer et Seireg utilisent la théorie des plaques pour calculer le moment de flexion dans une dent d'engrenage. Pour calculer les contraintes, ils suggèrent une formule qui est en fonction d'un facteur de concentration de moment (k_m). Ils valident les résultats de cette théorie avec un test expérimental en utilisant des jauges de contraintes. Ils proposent l'utilisation de leur méthode lorsque le rapport hauteur/largeur de la dent est faible.

En 1973, Wilcox et Coleman développent, à l'aide des résultats obtenus par les éléments finis, une nouvelle formule pour le calcul de la contrainte au pied de la dent. Elle peut s'appliquer aux dents symétriques ainsi qu'asymétriques, mais elle n'est pas fiable lorsque la sollicitation se situe dans la partie inférieure de la dent.

Une étude similaire est réalisée en 1974 par Chabert, Dang Tran et Mathis pour les dents symétriques. Après une comparaison avec les normes ISO (International Standardisation Organisation) et AGMA, ils suggèrent l'emploi de la norme ISO, celle-ci étant plus facile à utiliser pour une précision comparable.

En 1974, Winter et Hirt mesurent expérimentalement les contraintes au pied de la dent avec les jauges de contraintes. Suite à sa thèse de doctorat, Hirt conseille l'utilisation de la norme ISO pour le calcul des contraintes car celle-ci tient compte d'un facteur de sensibilité d'entaille en fatigue.

Comme le montre ce court historique, une des méthodes couramment suivie par les chercheurs est d'obtenir des données par différentes techniques et de formuler des équations empiriques permettant une détermination facile des contraintes. On doit souligner que la

plupart des formules ont été développées pour le côté en tension de la dent, car c'est de ce côté qu'apparaissent les fissures.

Dans la plupart des travaux présentés, les résultats n'étaient pas satisfaisants pour les engrenages à grand nombre de dents. En 1980, Allison et Heam suggèrent que cela est dû à l'augmentation de l'influence de la contrainte en cisaillement sur ces engrenages. Plus un engrenage a un nombre élevé de dents, plus celles-ci sont petites et ressentent le cisaillement relativement aux autres contraintes. Suite à ces remarques, ils réalisent une étude photoélastique, tenant compte aussi de la force de friction et des différentes positions que la force occupe lors de l'engrènement. Ils remarquent que la force de friction affecte surtout la contrainte du côté en tension, en la faisant varier avec la valeur du coefficient de friction. De même, lorsque la force est située au bas de la dent, la contrainte en tension devient plus élevée que celle en compression. Suite à ces résultats, ils proposent une formule où chaque terme de contrainte (flexion, compression, cisaillement) est multiplié par un facteur qui lui est propre (k_b, k_c, k_s). Comme cette force a un angle constant de 23° avec la surface de la dent, cette formule est difficilement applicable pour les dents normalisées.

En 1980, Cornell modifie la formule de Heywood pour l'adapter à un logiciel qui calcule les engrenages à grand rapport de contact (High Contact Ratio Gear, $m_c > 2$). Cette modification est nécessaire pour qu'elle s'applique à cette forme de dent.

On utilise des normes pour le calcul usuel des engrenages. Pour le calcul des contraintes en flexion, la norme AGMA 218.01 est fréquemment utilisée au Canada. La méthode proposée est celle développée par Dolan et Broghamer avec des facteurs supplémentaires tenant compte du couple transmis (k_0), de la variation de la charge avec la vitesse (k_v), et de la distribution de la force sur la dent (k_m). Présentement, les travaux relatifs à cette norme consistent à l'informatisation des calculs, et à l'application d'algorithmes pour identifier la section critique. Depuis 1980, l'orientation des travaux de recherche a surtout été dirigée vers l'application des méthodes numériques: Éléments Finis, Équations Intégrales, Méthode des Potentiels Complexes, Bandes Finies.

La Méthode des éléments finis est une méthode facile à appliquer et elle permet d'étudier et de modéliser l'engrenage de façon plus globale. En effet avec cette méthode, il est possible de tenir compte de plusieurs paramètres comme le nombre de dents sur l'engrenage, l'épaisseur de la jante, etc.

Parmi les chercheurs qui ont utilisé la Méthode des Éléments Finis, on cite Oda, Nagamura et Aoki (1981). Ils ont déterminé l'influence de l'épaisseur de la jante sur laquelle repose la dent, ainsi que des dents adjacentes, sur la dent sollicitée. Ami, Harada et Aida, en 1981 analysent l'influence de l'épaisseur de la jante pour une couronne dentée supportant 9 dents. En 1985, Guillot et Tordion réalisent une étude similaire dans les couronnes et jantes minces d'engrenages aux axes parallèles. En plus, Chang, Huston et Coy, en 1983, étudient l'influence de la variation du profil de raccord. Ils ont trouvé que ce rayon n'affecte que la contrainte en surface de la dent. En 1984, Chong, Katayama, Kubo et Yabe étudient par cette méthode les engrenages à denture interne.

En 1983, Rubenchick propose l'utilisation de la Méthodes des Équations Intégrales pour les engrenages droits. Ses résultats, comparés avec ceux de Cardou et Tordion obtenus avec la Méthode des Potentiels Complexes, présentent une variation de 5% sur la contrainte maximale.

En 1984, Gakwaya, Cardou et Dhatt ont comparé cette méthode avec celle des éléments Finis. Selon leurs résultats, pour la même précision et pour des engrenages droits, la Méthode des Équations Intégrales est moins dispendieuse à utiliser.

D'autres travaux ont été réalisés avec cette méthode par les russes, comme Yakovlev en 1984, et par les japonais: Tanaka en 1984 et Oda, Miyachika, Koide et Minine en 1985.

I.2. Fatigue des engrenages

Les trois modes de défaillance les plus fréquents sont, par ordre d'importance : la fatigue, les impacts et l'usure [3]. Plus particulièrement, la rupture en fatigue des systèmes d'engrenage peut être de différentes natures :

- La fatigue en flexion;
- La fatigue de contact par glissement (sliding);
- La fatigue de contact par roulement (rolling);
- La fatigue thermique;
- La fatigue des autres composantes du système de transmission (arbre, roulement, ...).

Une analyse de 1500 défaillances d'engrenage a montré que la fatigue en flexion est la plus fréquente avec une proportion de 32% [4]. Cependant, sous certaines conditions, le contact peut devenir plus important que la flexion (Kader, Nigam et Grover, [5]).

I.2.1. Fatigue de contact

Habituellement, la fatigue de contact est liée à l'endommagement surfacique de deux corps en contact répétitif [6] qui se traduit, pour les engrenages, par le mouvement de roulement et de glissement des dents l'une sur l'autre dans l'engrènement (fig. I.1).

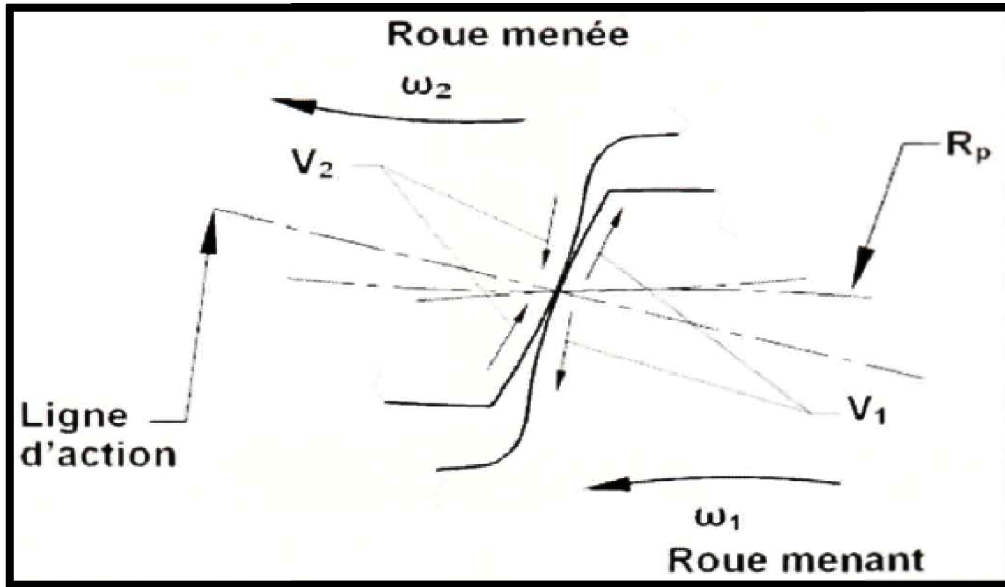


Figure I.1. *Mouvement relatif d'une paire de dents en contact.*

Ce mouvement génère des forces normales et tangentielles qui induisent des contraintes en compression et en cisaillement au point de contact. Selon l'importance relative des forces, la fatigue de contact se manifeste sous différentes formes (Asianlas et Tasgetiren, [7]) :

- Piqûre de surface (pitting);
- Écaillage (spalling);
- Fissuration.

Pour un système lubrifié et constitué de roues de qualité, les contraintes en cisaillement seront plus importantes sous la surface. Par conséquent, la nucléation des fissures s'effectue généralement sous la surface où le cisaillement est maximal. La propagation des microfissures en direction de la surface occasionne des pertes de matière communément appelées « piqûres » (pitting). Le diamètre des piqûres varie de 150 à 500 μm .

Les piqûres peuvent progresser, arrachant ainsi des morceaux beaucoup plus gros à la surface. Ce phénomène est appelé «écaillage» (spalling). Les creux ainsi formés, génèrent d'importants concentrateurs de contrainte favorables à une fissuration à travers la dent [8].

I.2.2. Fatigue en flexion

Alban [4] et Femandes [9] ont décrit qualitativement ce type d'endommagement. Selon leurs observations, l'initiation des fissures de flexion se situe dans le congé des dents du côté actif où les contraintes cycliques en tension y sont maximales. Ensuite, la progression de ces fissures se fait en direction d'un point de contrainte nulle qui, selon les auteurs, est localisé initialement près du rayon de racine au centre de la dent. D'après Alban, cette trajectoire est la direction offrant le moins de résistance à la propagation. Par la suite, ce point se déplace jusqu'à ce qu'il atteigne le congé de l'autre côté de la dent.

Tout au long de la progression des fissures, la rigidité en flexion de la dent diminue. Ce qui tend à surcharger les dents adjacentes et favorise l'initiation de fissures dans celles-ci (Alban, [4]). C'est pourquoi, avec la fatigue en flexion, il y a régulièrement rupture de plusieurs dents successives. Cette fatigue est causée par soit une mauvaise conception, un montage incorrect, des défauts de matériau ou des surcharges (Femandes, [9]). Cette description est surtout valable pour les roues pleines dont le corps principal a une bonne rigidité. Cependant, dans certains cas, le poids des systèmes mécaniques devant être optimisé (ex. : moteurs d'avions, transmissions d'hélicoptères), justifie l'utilisation de roues à jante mince. Or, lorsqu'une fissure s'initie en flexion, selon l'épaisseur de la jante, celle-ci peut bifurquer vers le moyeu (Kramberger et al. [10], Lewicki et Ballarini [11]) et engendrer la perte complète du système (Shaniavski et Skvortsov [12]).

Le processus complet de la rupture par la fatigue en flexion peut se diviser en deux parties, soit l'initiation de la fissure et sa propagation jusqu'à la rupture (Formule. I.1).

$$N_f = N_i + N_p \quad \text{I.1}$$

Où N_f est le nombre de cycles total à la rupture, N_i celui à l'initiation et N_p celui en propagation. En général, N_i est plus élevé que N_p , mais les traitements de surface affectent le comportement en fatigue. Pour des engrenages grenailés, N_p peut représenter de 15 à 30% de N_f (Nicoletto [13]) et de 30 à 40% pour ceux carbures (Blarasin, Guagliano et Vergani [14]). De plus, un engrenage soumis à un faible chargement aura la majorité de sa vie en service en

phase initiation. Tandis qu'à des niveaux de charges élevées, la phase de propagation sera plus significative (Figure 1.2) (Glodez, Sraml et Kramberger [15]).

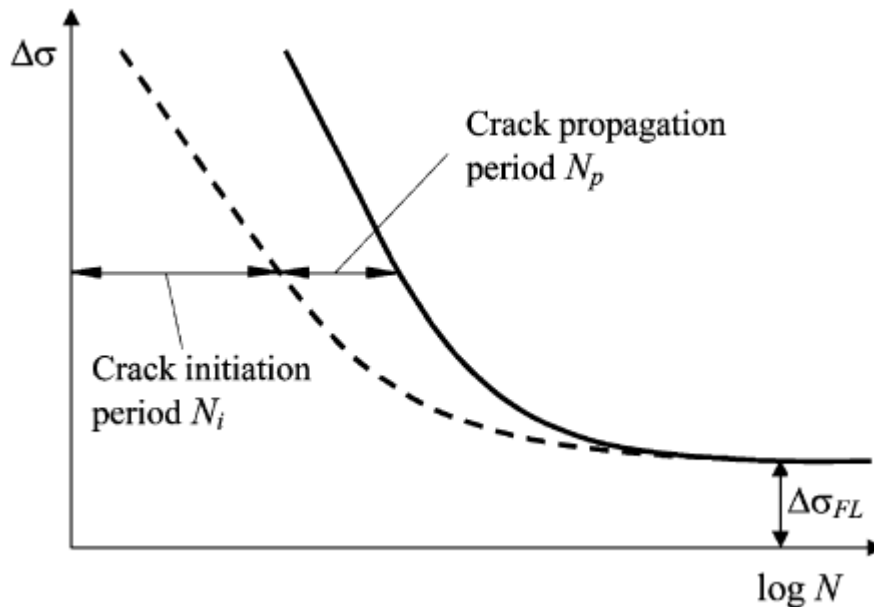


Figure. I.2. Représentation schématique de la vie en fatigue d'un élément mécanique.

(Adapté de Glodez, Sraml et Kramberger [15])

Bien que N_f puisse se subdiviser de façon plus précise (ex. : déformation plastique, nucléation, propagation de fissures courtes, ...) (Shang, Yao et Wang [16]), la caractérisation de l'endommagement du début à la transition des fissures courtes/longues n'est pas bien définie. Et comme les engrenages nécessitent une résistance en fatigue endurance ($N_f > 10$ cycles), les phénomènes transitoires sont donc de faibles durées par rapport à N_f . Alors, la majorité des études valident l'équation (I.1). Par contre, cela impose la définition d'un critère de transition entre l'initiation et la propagation.

I.2.3. Initiation des fissures

L'analyse en propagation de fissures nécessite la configuration de départ de celles-ci (grandeur, orientation et position). Dépendamment de la géométrie des roues, Lewicki [17] a montré que ces paramètres étaient importants dans la propagation.

I.2.4. Région critique

Peu d'études se sont attardées à la nature exacte de l'initiation des fissures par la fatigue en flexion selon les mécanismes d'endommagement (ex. : dislocations, plans critiques, cumul de

dommage, ...). Malgré cela, la majorité des modèles utilisent le point de tension maximale comme site d'initiation. Aussi, les études expérimentales, s'intéressant davantage à la propagation (Lewicki et Ballarini [11]; Lewicki [17]; Spievak et al.[18]), initient le défaut artificiellement à une position arbitraire afin d'accélérer le processus (Figure I.3).

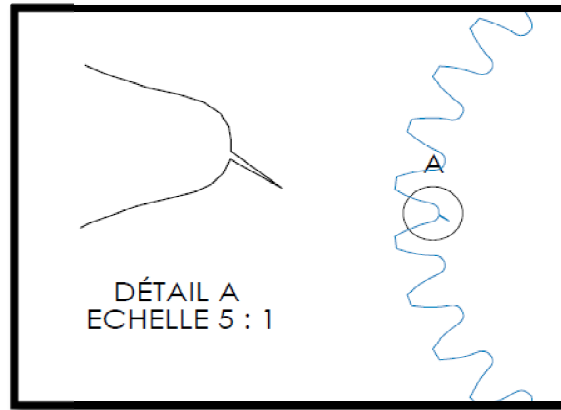


Figure I.3. Exemple d'initiation artificielle d'une fissure en flexion.

Glodez et al. [15] affirment que l'initiation se produit en surface et de ce fait soulignent l'importance de l'état de celle-ci. Par contre, des études menées sur des roues en acier carburées et/ou grenillées ont montré que l'initiation en flexion s'effectuait presque toujours sous la surface entre 18 et 300 μm (Cavallaro et al.[19]; Hidayetoglu[20]).

En 2009, Yaguo Lei et al. [21] proposent une méthode pour classifier les différents niveaux des fissures des engrenages (fig.I.4) automatiquement et sûrement. Cette méthode est conçue pour la détection des dommages d'engrenage et dans le domaine de fréquences extraites à caractériser les conditions d'engrènement.

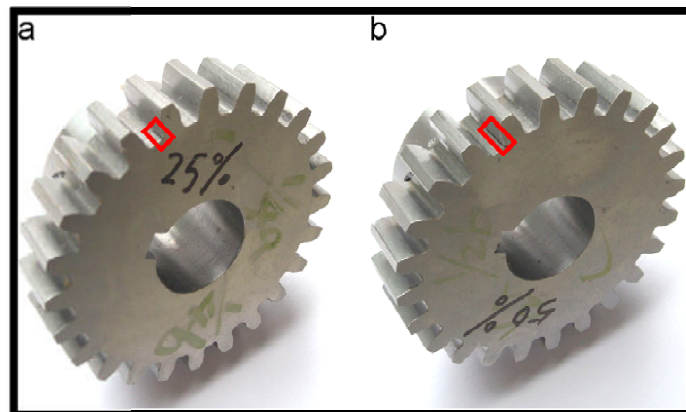


Fig. I.4. Différents niveaux de fissures dans les engrenages.

Afin d'enlever l'information non pertinente, une technique à deux étages de sélection et de pondération de mode (TFSWT) par l'intermédiaire de la technique euclidienne d'évaluation de distance (EDET) est développée et employée pour choisir les dispositifs sensibles. L'algorithme de classification de WKNN est présenté pour surmonter le point faible de KNN. Des expériences crack de vitesse ont été entreprises sur une vraie boîte de vitesse.

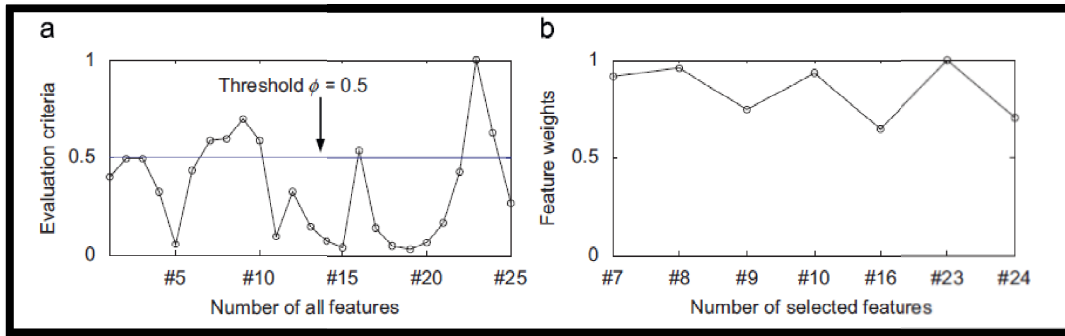


Figure. I.5. (a) Critères d'évaluation de chacun des 25 dispositifs, (b) niveau de dispositif des 7 dispositifs choisis.

Les signaux de vibration ont été mesurés à partir des engrenages sous différentes charges et vitesses du moteur. La méthode proposée est appliquée pour identifier les niveaux de fissuration des engrenages. Les résultats prouvent que la méthode proposée réalise des exactitudes plus élevées d'identification et donc c'est une méthode prometteuse pour embrayer le diagnostic de défaut (fig.I.5).

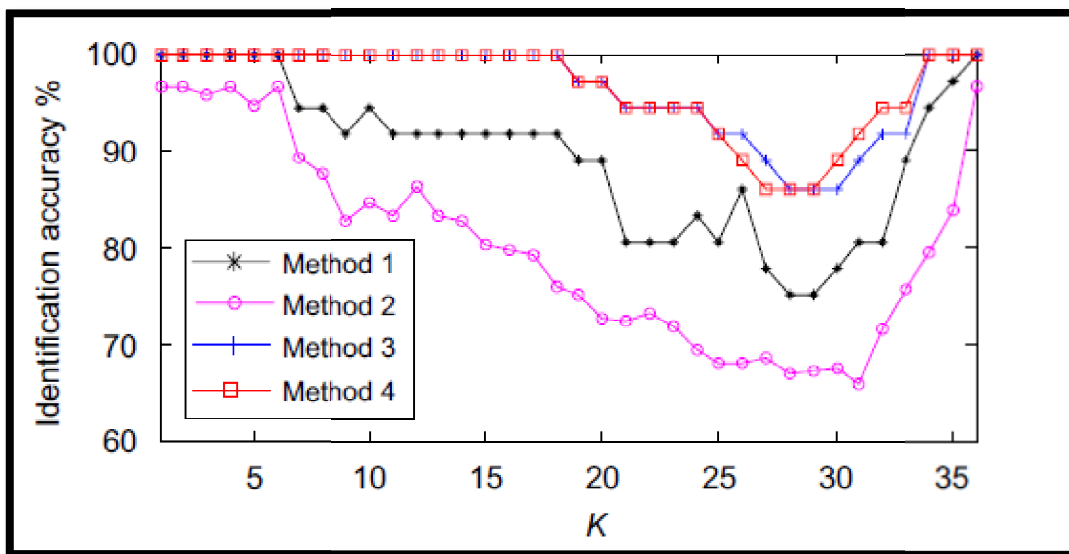


Fig.I.6. Comparaison des quatre méthodes de l'expérience 1.

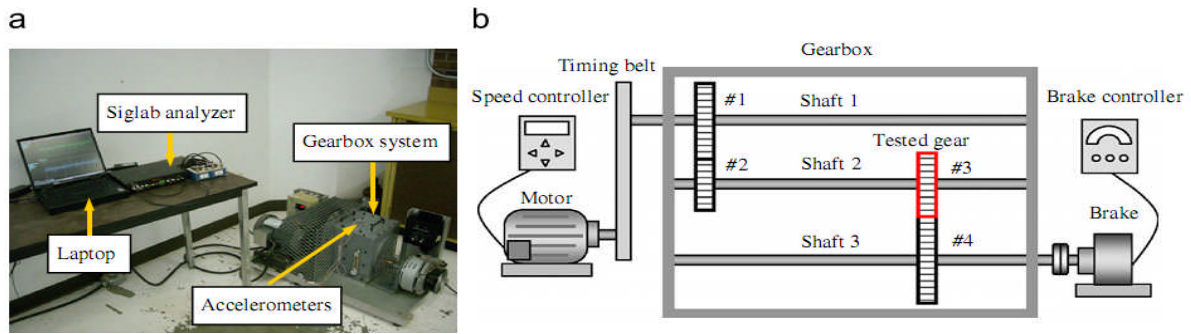


Figure. I.7. (a) Système expérimental, (b) le diagramme du système.

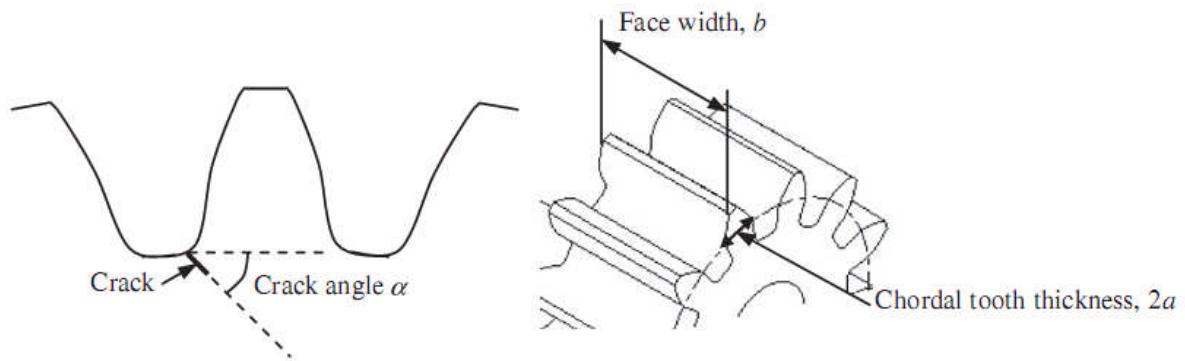


Fig. I.8. Définition géométrique, angle de la fissure, largeur, et épaisseur de dent d'une roue dentée.

I.2.5. Durée de vie en fatigue/ initiation

Les normes telle l'AGMA, n'offrent pas de moyen pour estimer N_i , mais proposent plutôt un facteur pour N_f basé sur les courbes S-N (Shigley, Mischke et Budynas[21]). Des auteurs (Glodez, Sraml et Kramberger [15]; Kramberger et al. [10]) ont évalué N , par la relation de Coffin-Manson éq.(I.2) incluant les déformations élastiques ε_{el} et plastiques ε_{pl} .

$$\frac{\Delta\varepsilon}{2} = \frac{\Delta\varepsilon_{el}}{2} + \frac{\Delta\varepsilon_{pl}}{2} = \frac{\sigma'_f}{E} \cdot (2N_i)^b + \varepsilon'_f \cdot (2N_i)^c \quad \text{I.2}$$

où σ_f et ε_f sont la contrainte et la déformation efficaces à la rupture, b et c les constantes de rigidité et de ductilité, E le module d'élasticité et $\Delta\varepsilon$ la variation de déformation totale. Mais la contrainte moyenne (σ_m) et K , ne semblent pas être considérés. Aussi, les courbes S-N obtenues de l'équation (1.2) ne sont valables qu'en rupture complète (i.e. $N_i + N_p$) (Suresh, [6]). Considérant la fatigue endurance des engrenages, Jelaska et al. [22] ont plutôt adopté une relation du type Basquin éq. (1.3) basée sur la contrainte où ε_{pl} est négligée.

$$\frac{\Delta\sigma}{2} = \sigma_a = \sigma'_f \cdot (2N_i)^b \quad \text{I.3}$$

Dans l'équation (I.3) $\Delta\sigma$ représente la variation de la contrainte appliquée. L'approche de Jelaska utilise la courbe d'endommagement critique de French qui permet de séparer les périodes d'initiation et de propagation (Figure I.9) selon une longueur de fissure critique.

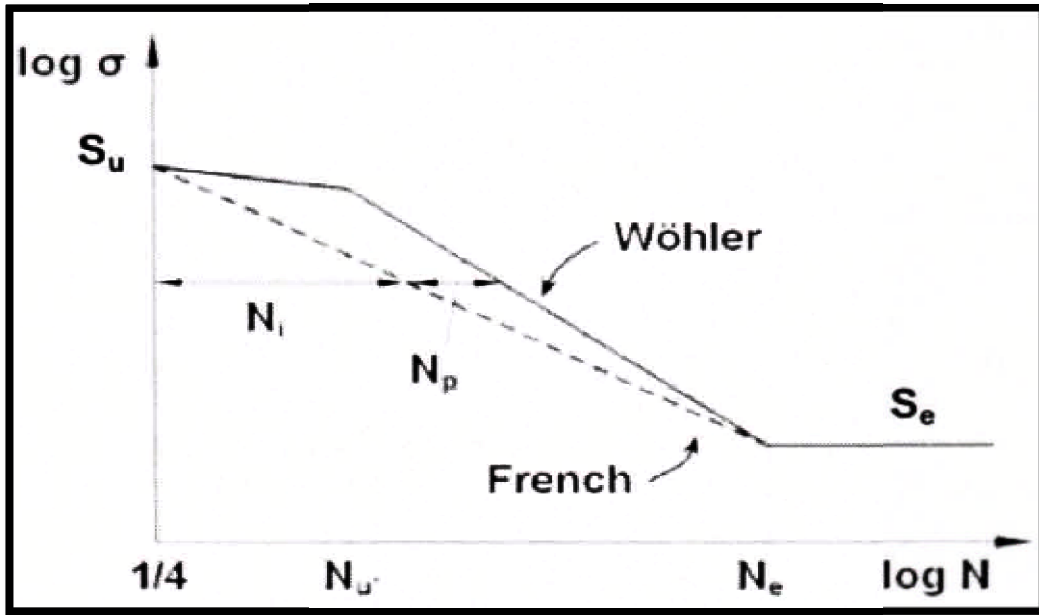


Figure. 1.9. Représentation schématique de la vie en fatigue selon Wöhler et French.

(Adapté de Jelaska[23])

En supposant que la courbe d'initiation passe par le point de vie infinie (N_e) et $N = 1/4$ à S_u , Jelaska a pu trouver N_i (éq. (I.4)). Même si la méthode n'inclut pas σ_m et K_t , les détails de son développement (Jelaska [23]) permettent de croire qu'il est possible de les intégrer.

$$N_i = N_e \cdot \left(\frac{S_e}{\sigma_a} \right)^{\log(4N_e)/\log(S_u/S_e)} \quad \text{I.4}$$

I.3. Facteurs influençant la fatigue des engrenages

Les engrenages sont souvent soumis à des conditions de fonctionnement extrêmes où différents phénomènes interagissent et peuvent influencer sur l'évolution de l'endommagement. Aussi, les traitements appliqués aux roues leur permettant de supporter les charges de fonctionnement, peuvent également avoir des effets significatifs sur la vie en fatigue.

I.3.1. Traitements de surface

Les fissures s'initiant en surface ou très près, il est courant d'appliquer des traitements aux roues en vue de modifier leurs propriétés mécaniques. Deux moyens souvent employés sont les traitements thermiques superficiels (ex. : induction) et ceux thermochimiques (ex. : cémentation, nitruration). La modification de la microstructure des roues par trempe d'induction peut atteindre une profondeur de 2 à 3 mm (Korsunsky et al. [24]). Cependant, une induction excessive engendrant la trempe complète de la dent lui enlèvera toute ténacité (Alban [3]). À l'inverse, un temps d'induction trop court produira une trempe superficielle incomplète et ainsi créera des zones de discontinuité propices à l'initiation de fissures (Alban[3]). Aussi, le durcissement occasionné par les trempes fragilise le matériau, ce qui favorise la propagation des fissures une fois initiées (Inoue et Kato[25]).

En contrepartie, les traitements thermochimiques créent des surfaces durcies plus minces, affectant moins la ductilité de la structure interne. Mais, un traitement trop long entraîne la décarburation des surfaces qui durant la trempe occasionne des contraintes résiduelles en tension néfastes en fatigue (Boniardi, D'Errico et Tagliabue[26]). De plus, la décarburation crée une couche non martensitique constituée d'inclusions, de joints de grain et de particules oxydées agissant comme concentrateurs de contrainte et génèrent des microfissures susceptibles d'être propagées en flexion (Masuyama et al. [27]). Néanmoins, les contraintes résiduelles en compression induites par les gradients de dilatation thermique des interfaces, ont des effets bénéfiques sur la fatigue (Kato et al. [25]).

En 2007, L. Dimitrov et al. [28] ont fait une étude expérimentale (fig. I.10) et analytique dont l'objectif principal était l'évaluation et la prévision de l'amorçage de la fissure, de la propagation, de la direction, et du taux de propagation. Ils ont examiné un certain nombre de pignons droits avec des caractéristiques différentes :

- (a) Non durcis, non traités thermiquement surfaces nongrenailées ;
- (b) Traités thermiquement surfaces non grenailées ;
- (c) Non durcis surfaces grenailées, et
- (d) Traités thermiquement surfaces grenailées.

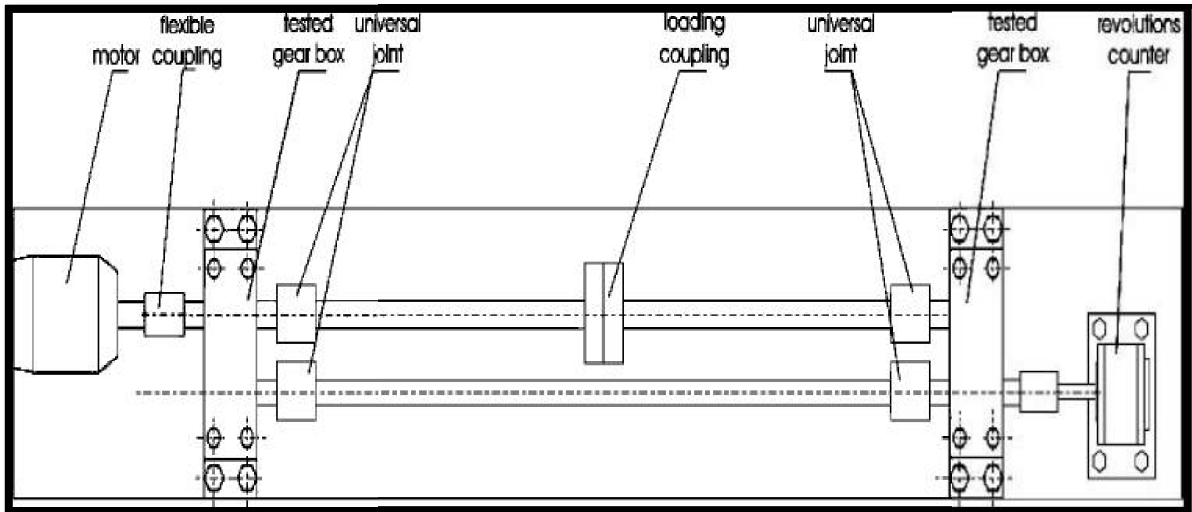


Figure. I.10. Schéma du banc d'essai de la fatigue des engrenages.

Leurs résultats expérimentaux (fig. I.11) et analytiques (fig. I.12) ont montré l'amélioration considérable dans la résistance à la fatigue de contact des dents d'engrenage et particulièrement de celles thermiquement traitées qui ont subi le grenailage de précontrainte.

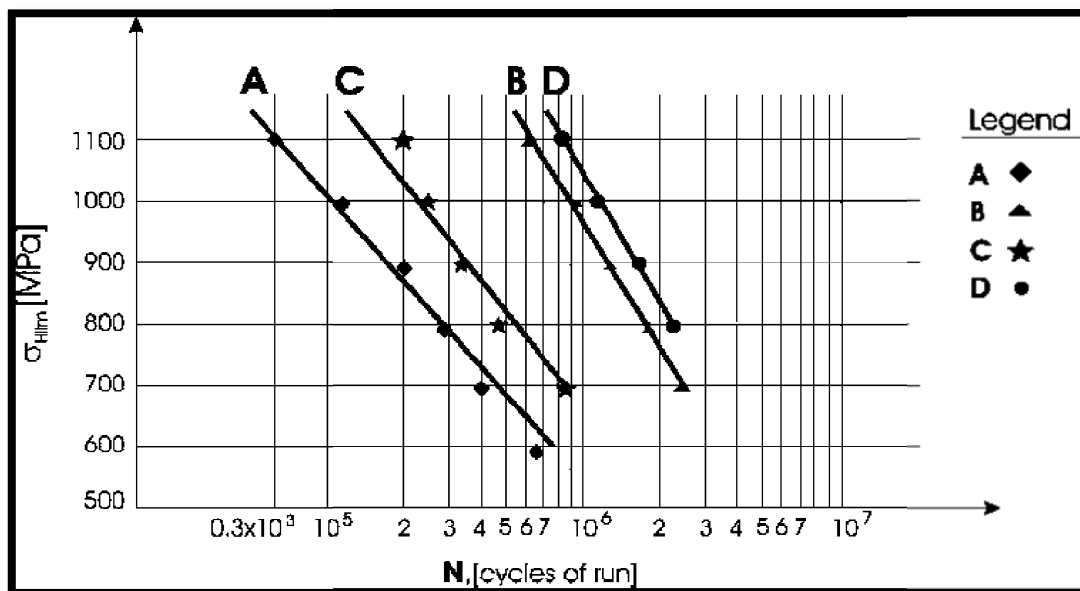


Figure. I.11. Courbes de la durée de vie en fatigue des engrenages examinés.

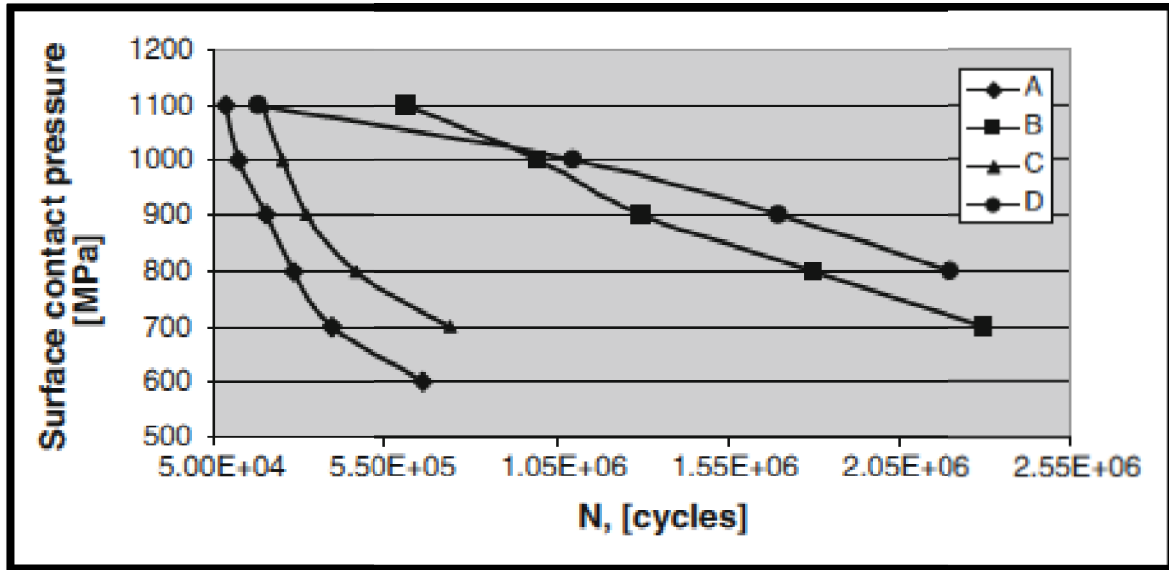


Figure. I.12. Courbes théoriques de la durée de vie en fatigue pour les groupes A, B, C, et D.

La durée de vie est augmentée d'environ 17% à $7 \cdot 10^5$ cycles. Si on applique un traitement de cémentation sur la surface des dents d'engrenage, elle augmente d'environ 8% à 10^6 cycles pour les dents grenillées.

Ils ont montré que le nombre de cycles jusqu'à l'initiation de la fissure est beaucoup plus élevé (7,44fois) que celui de la propagation de fissures jusqu'à l'apparition de piqûres. Et La propagation des fissures de fatigue de contact se développe lentement pour aller en profondeur dans le matériau (environ 70% de sa vie) bien qu'il pousse très vite à la surface.

En 2009, R.C. Martins et al.[29] ont fait des essais expérimentaux (sur un banc d'essai de type FZG) avec la combinaison des deux traitements thermiques (nituration de haute pression « N » / cémentation « C », et deux lubrifiants différents (minéral « M » / une huile d'ester biodégradables « E »).

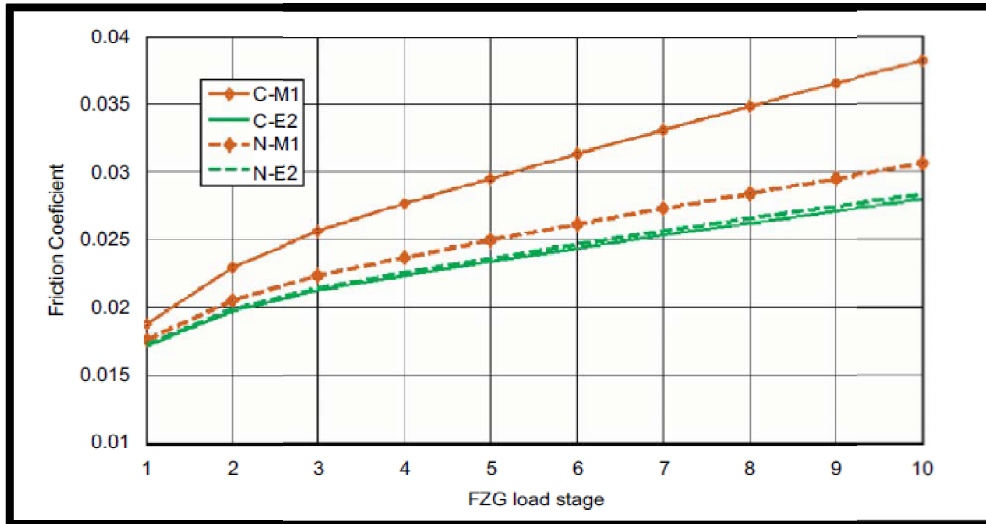


Figure. I.13. Coefficient de frottement moyen entre les dents d'engrenages pour chaque lubrifiant (vitesse de la roue = 2000rpm).

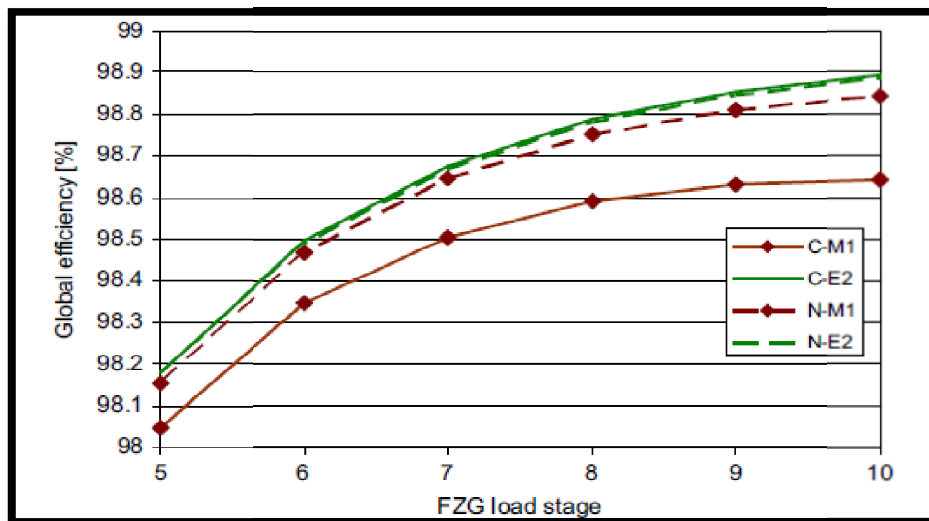


Figure. I.14. Comparaison de l'efficacité globale de la boîte à 1000 rpm pour toutes les combinaisons matériaux-lubrifiant en fonction de la charge.

Leurs résultats des tests de perte de puissance (fig.I.13) réalisés avec les engrenages en acier nituré et engrenages en acier cémenté en combinaison avec un lubrifiant minéral commercial et une huile d'ester biodégradables ont leur permis d'arriver aux conclusions suivantes:

Les engrenages en acier nituré montrent une basse température de stabilisation (fig.I.14) en comparaison à l'acier cémenté lorsque l'huile minérale a été utilisée. Lorsque l'huile d'ester a été utilisée sur les deux cas, les engrenages ont une température de stabilisation similaire. Le train d'engrenage en acier nituré a montré une plus petite variation de la température de

stabilisation en fonction du type d'huile par rapport à l'engrenage en acier cimenté. Le train d'acier nitruré présente une perte de masse plus élevée que l'engrenage en acier cimenté (fig.I.15) ainsi qu'une surface plus endommagée, quel que soit le lubrifiant. La différenciation d'usure selon l'analyse de l'huile a eu lieu sur la scène charge la plus élevée. Les engrenages nitrurés ne supportent pas les pressions de contact élevées que l'engrenage cimenté en raison de sa faible dureté de surface, L'huile ester biodégradable montre des températures plus basses de stabilisation et de perte de masse plus faible que le lubrifiant minéral pour les deux matériaux. Le type de lubrifiants promet une plus grande différence dans la perte de masse que le type de matériau. L'engrenage cimenté combiné avec une huile d'ester montre le meilleur résultat global. Le modèle thermique a permis la détermination du coefficient de frottement pour la combinaison matériel-lubrifiant et a permis une bonne prédiction de la température de fonctionnement de la boîte de vitesses.

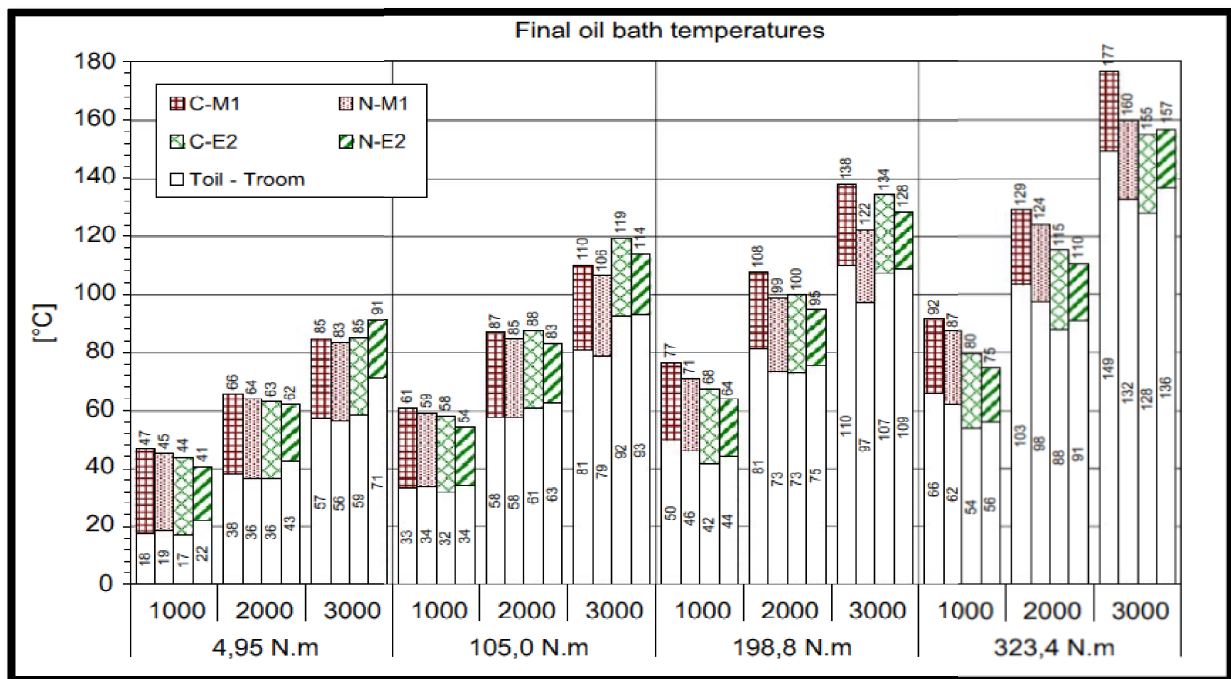


Figure. 15. Les températures d'équilibre et de stabilisation de bain d'huile VS. vitesse et couple d'entrée, pour les engrenages carburé (C) et nitruré à haute pression (N), lubrifié avec des huiles d'engrenage M1 et E2.

I.3.2. Contraintes résiduelles

Des études ont montré que l'addition de contraintes résiduelles en compression au niveau du congé des dents, pouvait grandement améliorer leur résistance en fatigue (Benedelti et al.

[30]; Inoue et Kato[25]; Shaw et al.[31]). Le procédé utilisé pour induire ce type de contrainte, est le grenailage où la surface est martelée de particules dures pour ainsi la déformer plastiquement. Alors, une contrainte permanente en compression est induite, ce qui diminue, pour le cas des engrenages, les effets de la contrainte en tension générée par la flexion. Shaw [31] a démontré que dans certains cas, il était possible d'augmenter de 15% la vie en fatigue des roues. Kato et Inoue [25] ont par ailleurs remarqué que l'ajout de contraintes résiduelles en compression permettait de retarder le processus de propagation d'une fissure en augmentant la valeur seuil a_{th} de plusieurs micromètres (μm).

En 2009, Fagher Chaari et al. [32] propose une formulation analytique de la rigidité avec la présence d'un défaut distribué ou localisé (fig.I.8&9) puis une comparaison avec le modèle des éléments finis est présentée afin de valider leur formulation analytique.

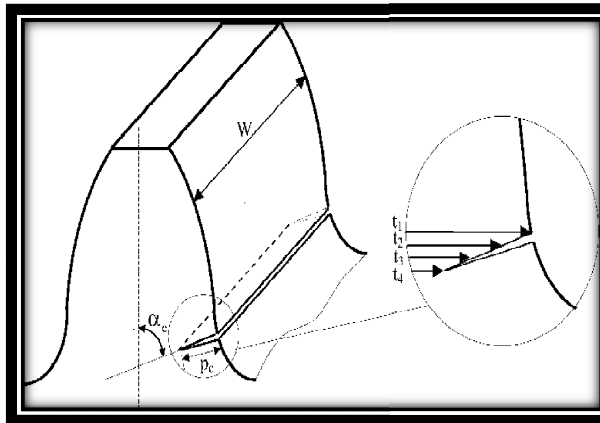


Figure.I.16. Représentation de la fissure.

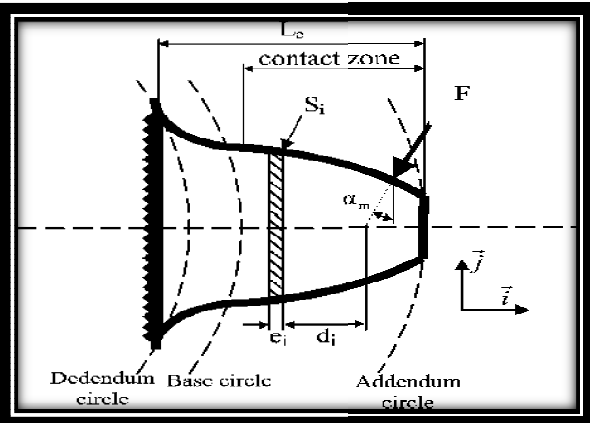


Figure. I.17. Modélisation de la dent de pignon droit comme poutre en porte-à-faux non-uniforme.

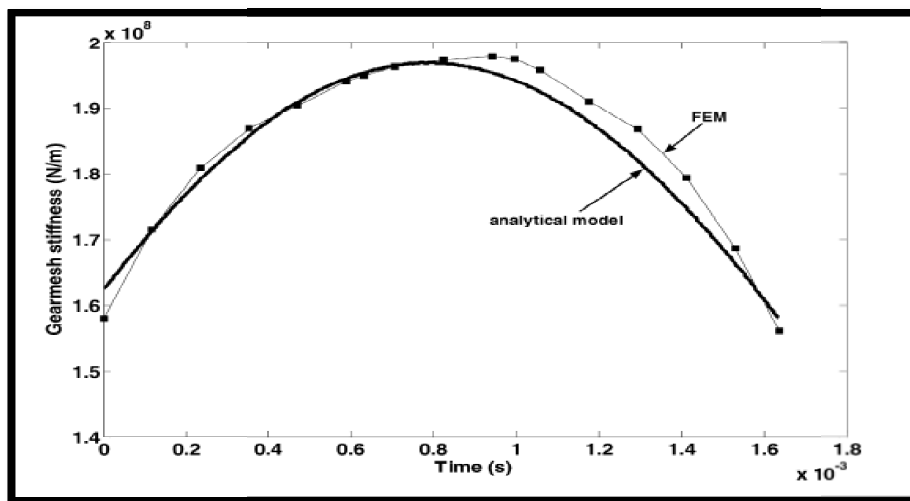


Figure. I.18. Évolution du K_{12} pour le cas sain.

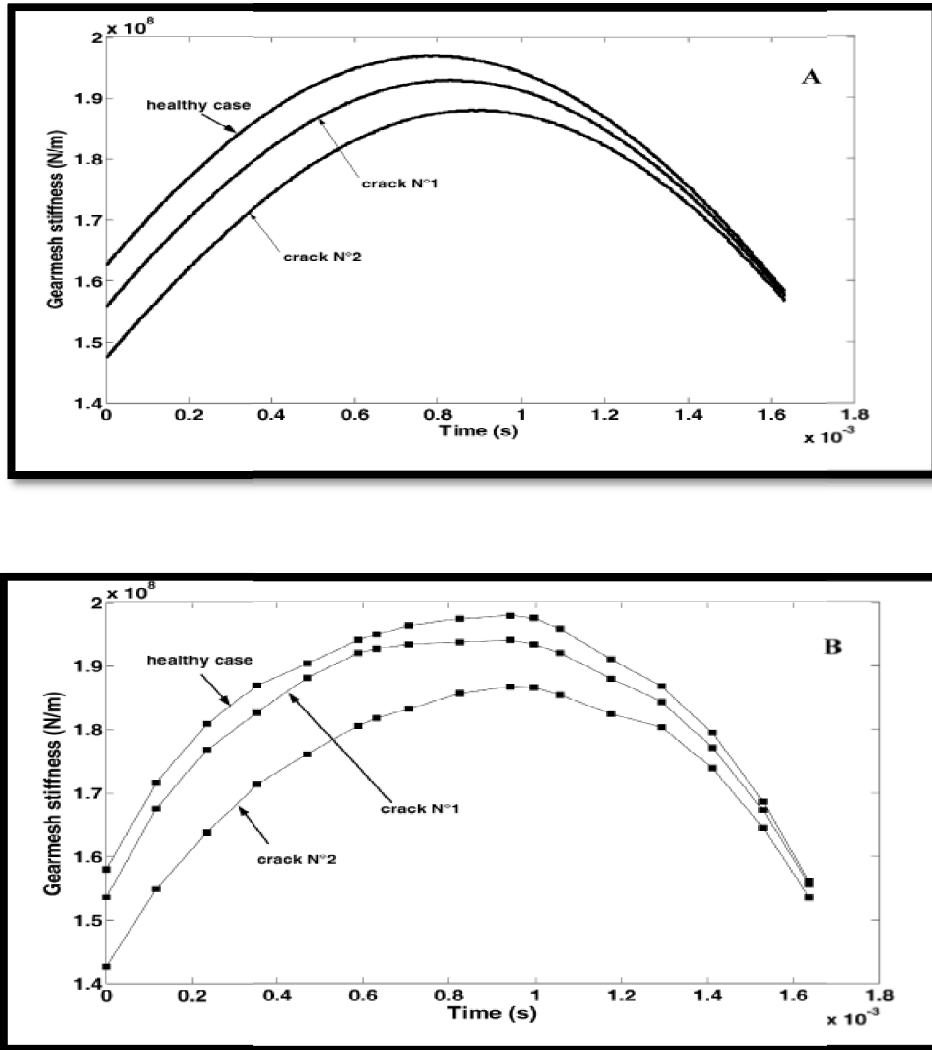


Figure. I.19. Evolution de K_{12} pour les différents cas de fissuration (a) le modèle analytique, (b) MEF.

Ils ont conclu que l'effet de ce défaut est une diminution de la rigidité d'engrènement (fig. I.18 & I.19). Il est également possible maintenant de mesurer analytiquement la sévérité de la perte de rigidité pour ce défaut. Une comparaison avec la méthode d'élément fini a montré la bonne concordance liée à un temps réduit de calcul.

I.3.3. Fermeture des lèvres de la fissure

Le phénomène de fermeture des lèvres de la fissure est directement relié à la plasticité en bout de fissure. Guagliano et al. [33] (figure I.20) ont étudié numériquement la propagation des fissures en considérant l'effet de fermeture pour différentes lois de propagation. Le constat général des auteurs est que ce phénomène n'est significatif que pour une faible charge appliquée sur les dents, permettant ainsi aux lèvres de se refermer. Dans l'étude, cette charge était inférieure ou égale à environ 57% de la charge ultime, ce

qui semble tout de même appréciable. Par contre, à la connaissance de l'auteur, aucune étude expérimentale n'a couvert directement cet aspect des engrenages et donc aucune mesure concrète du phénomène n'est disponible d'après ce qui nous avons comme source bibliographique.

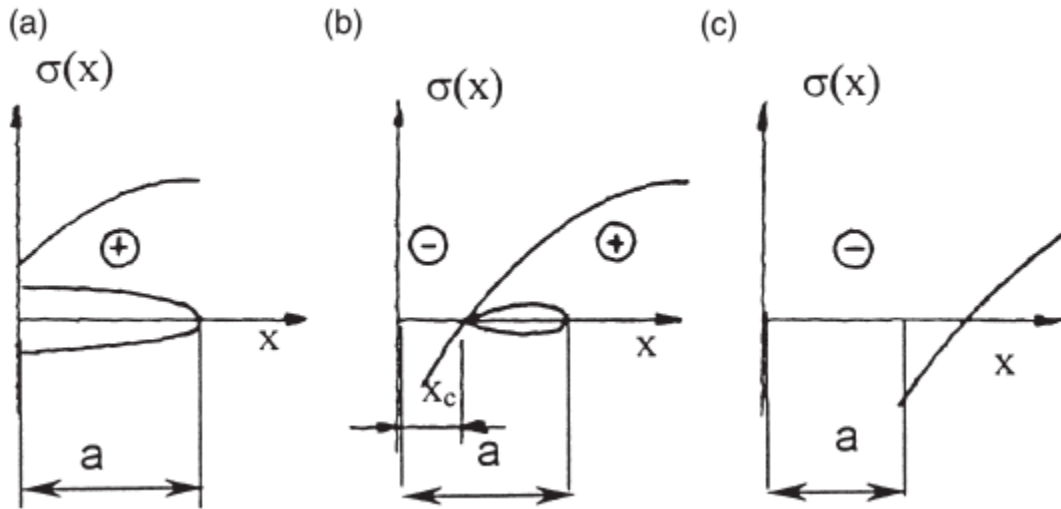


Figure. I.20. Différentes situations de l'ouverture de la fissure quand la charge minimum est appliquée: (a) fissure complètement ouverte, (b) fissure partiellement ouverte, (c) fissure complètement fermée.

I.3.4. Rugosité des surfaces (voir le chapitre métrologie des engrenages)

L'état des surfaces sollicitées affecte aussi le comportement en fatigue. Une rugosité plus ou moins élevée crée des creux agissant comme concentrateur de contrainte facilitant l'initiation de fissures. Eyercioglu et al. [34] ont étudié expérimentalement l'influence de cet aspect sur la résistance en flexion des engrenages cylindriques droits, en comparant les performances en fatigue de roues ayant des rugosités en racine de dent variant de 3 à 8 μm RMS (Root Mean Square) et des creux (Peak-to-Valley) allant 25 à 65 μm . Leurs résultats ont démontré une amélioration de la durée de vie en fatigue d'environ 8 millions de cycles avec les engrenages ayant un fini de surface supérieur. En termes de limite d'endurance (S_e), cela s'est traduit par une augmentation de 65 MPa, soit de 523 MPa à 588 MPa.

I.3.5. Zone de contact

Les erreurs de géométrie et de montage qu'admettent les systèmes de transmission affectent particulièrement la ligne de contact entre les dents. De tels défauts engendrent

une distribution non uniforme de la charge sur l'épaisseur des dents et crée des concentrations de charge qui augmentent localement la contrainte. Glodez [35] a évalué expérimentalement l'effet de ce facteur sur la propagation des fissures en comparant un engrenage exempt de toute erreur et un autre où la zone de contact était effective sur un peu plus de la moitié de l'épaisseur de la roue. Les résultats ont révélé une propagation plus rapide de la fissure pour le cas de la zone de contact réduite. De plus, la trajectoire de la fissure était non symétrique comparativement à celle du contact uniforme.

En 2009, les travaux de M. Amarnath et al. [36] ont mené à des résultats d'études expérimentales réalisées pour évaluer l'usure de pignons droits du « back-to-back gearbox » sous conditions de test accélérées. Ils fournissent une bonne compréhension des rôles dépendant des conditions de fonctionnement du réducteur et des paramètres de vibration pour une évaluation efficace de l'usure des engrenages à denture droite.

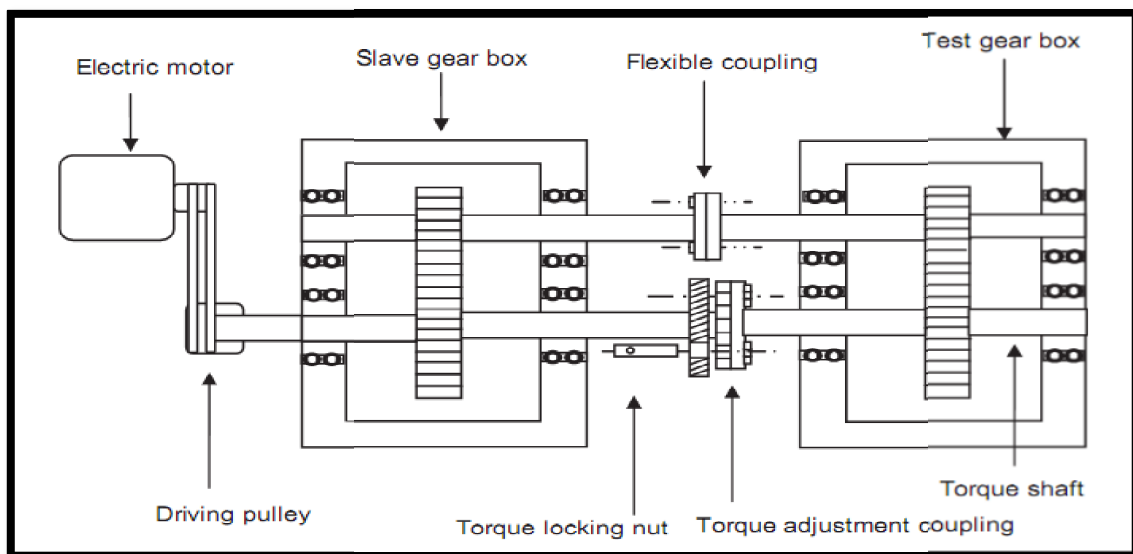


Figure. I.21. Boîte d'engrenages à cycle fermé (deux trains d'engrenage parallèle).

Leurs études expérimentales ont été systématiquement réalisées sur « Back-to-back gearbox » (fig. I.21) ayant pour but de mesurer le changement de la rigidité avec d'autres paramètres comme l'épaisseur du film d'huile spécifique et les niveaux de vibration. Leurs résultats permettent de faire les conclusions suivantes :

- La température de l'huile augmente avec l'augmentation de la charge et du temps d'exploitation (fig. I.22). L'épaisseur du film minimale et l'épaisseur du film spécifique

entre les dents d'engrenage estimé en utilisant l'équation de Dowson sont en corrélation avec la sévérité d'endommagement de l'état normal à l'état d'usure sévère.

- L'épaisseur du film d'huile spécifique est réduite respectivement en fonction de la charge et par rapport au temps de d'exploitation déclenchant l'usure de la surface des dents (fig. I.23).
- Les niveaux de vibration RMS ainsi que les amplitudes des fréquences harmoniques d'engrènement fournissent de bonnes informations de diagnostic pour estimer la sévérité d'usure en conjonction avec l'analyse d'épaisseur du film d'huile.

La fréquence de translation des engrenages a été trouvée à 3996 Hz de l'épreuve modale. Les valeurs d'accélération RMS à partir des spectres obtenus lors de l'essai accéléré sont les plus élevées dans la bande de 3,5 à 4 kHz, ce qui confirme que c'est ce mode de translation qui provoque les vibrations accrues dans le banc d'essai lors des essais accélérés. L'augmentation de la sévérité de l'usure des dents entraîne une réduction de la rigidité. La réduction de la rigidité des dents avec l'usure des dents croissante montre une relation linéaire avec la sévérité à l'usure.

Les résultats expérimentaux trouvés de la réduction de la rigidité de l'analyse modale sont en bonne corrélation, d'où il peut être conclu que la méthode d'analyse modale peut être utilisée pour évaluer la réduction de la rigidité des dents d'engrenage à denture droite. Avec des conditions de test accéléré, soit surchargée par 4-5 fois de la charge normale, la réduction de la rigidité a été trouvée à 6,2 % pour 216 h. La diminution de la raideur déclenche l'augmentation des fréquences harmoniques supérieures d'engrènement que l'on peut observer à partir des spectres de fréquence.

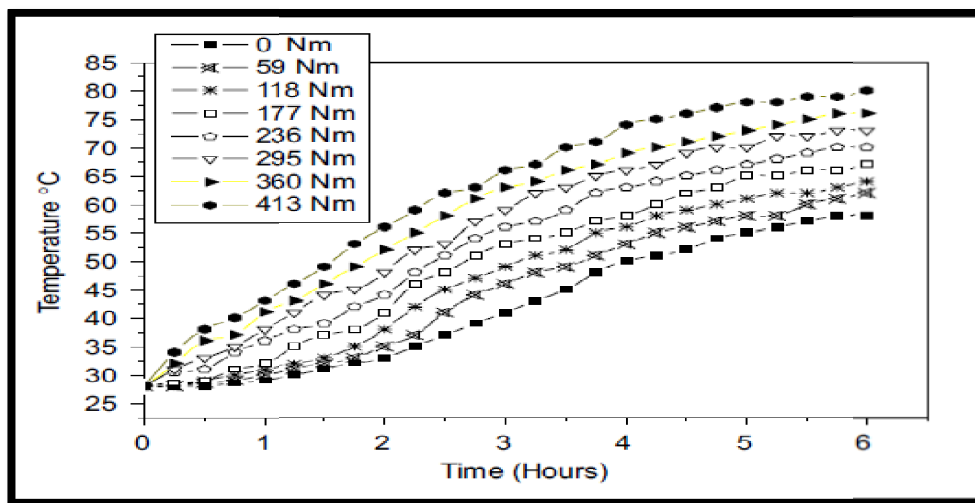


Figure. I.22. Effet de charge sur la température d'huile.

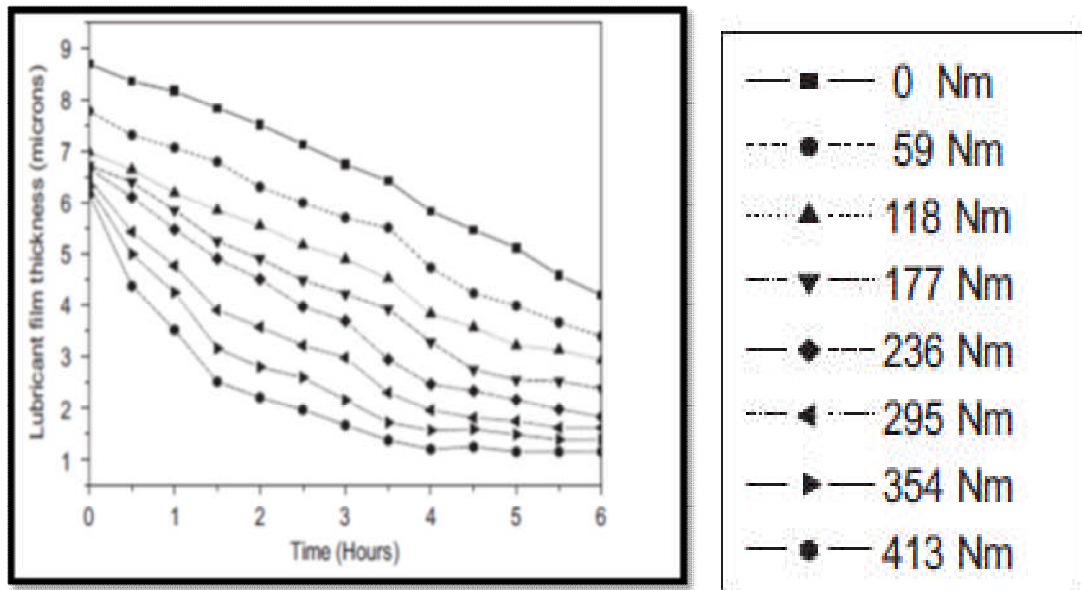


Figure. I.23. Effet de charge sur l'épaisseur de film d'huile.

I.3.6. Géométrie des roues

Lewicki [17] a analysé numériquement les aspects géométriques des roues à jante mince en relation avec la propagation des fissures en flexion. En faisant varier simultanément le nombre de dents (n), le module (m) et le rayon primitif (R_p) tout en respectant le rapport « hauteur dent / épaisseur jante » (backup ratio) (m_b), Lewicki a démontré qu'en augmentant les dimensions des dents, leur rigidité s'accroît par rapport à la jante. Ainsi, la trajectoire offrant le moins de résistance à la propagation devient celle passant par la jante. En augmentant l'angle de pression (α), le même effet est constaté, puisque cela occasionne un élargissement de la base des dents qui les rigidifie. Concernant la forme du congé, celle-ci a un effet sur la concentration des contraintes lorsque la roue n'est pas fissurée. Un rayon (r_f) moyen plus important réduit le niveau de contrainte et améliorera la résistance en fatigue.

I.3.7. Vitesse de rotation

Pour la plupart des systèmes de transmission, l'effet des forces centrifuges sur la propagation des fissures peut être négligé, car les vitesses de rotation (ω) n'engendrent pas d'accélération suffisamment importantes. Par contre, dans les cas de ω élevées (ex. : moteurs d'avion), Lewicki [37] a montré que ces forces avaient un effet considérable.

D'après ses résultats, ω commence à avoir un effet marqué à 10000 tpm (tours par minute) où la fissure bifurque et passe à travers la jante. Aussi, ω est plus ou moins

significative selon le couple transmis. À 7500 tpm et 123 Nm, la trajectoire passe sous la dent, tandis qu'à 61 Nm, elle est à travers la jante. La position initiale de la fissure est aussi importante, car dans le haut du congé, la fissure se dirige à travers la dent peu importe ω .

En (2007), W.D. Mark et al. [38] constatent, pour des états de chargement des engrenages, les principales sources d'excitation de vibration apparaissant à l'engrènement caractérisées par excitation "l'erreur statique de transmission" (STE). Celles-ci sont des déviations géométriques des surfaces de fonctionnement des dents dues à la parfaite équidistance de la développante de cercle, et des déformations élastiques de corps de dent/engrenage.



Figure. I.24. Photo du pignon droit examinée dans un appareillage de puissance-circulation d'essai de fatigue d'engrenage jusqu'à la rupture de dent.

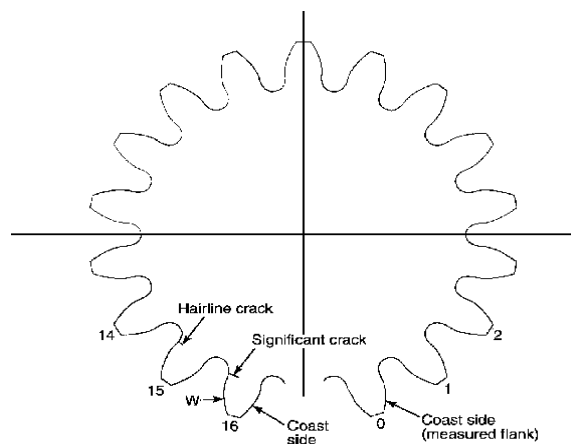


Figure. I.25. Mesure CMM du pignon droit montrée dans fig. I.24.

Le nombre de dent commence par zéro et augmente dans le sens contraire des aiguilles d'une montre. Les endroits de la fissure de la racine de dent significative sur la dent 16 et le début de la fissure de racine sur la dent 15 sont indiqués.

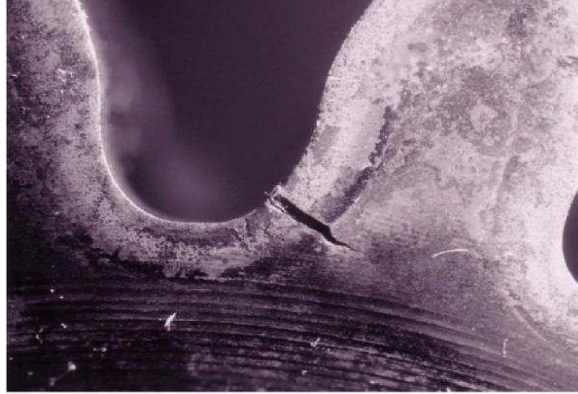


Figure. I.26. *Photo de représentation significative de la fissuration de la dent 16.*

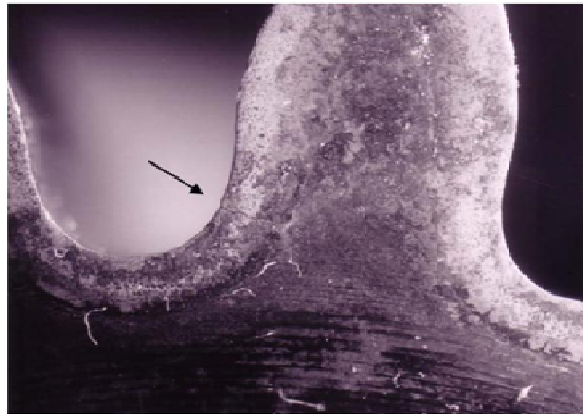


Figure. I.27. *Photo représentant l'amorçage d'une fissure à la racine de dente 15.*

En 2009, D.J. Hargreaves et al. [39] ont proposé une nouvelle méthode d'essai d'évaluation de l'efficacité énergétique des huiles pour engrenage. La méthode consiste à mesurer la puissance requise par un banc d'essai FZG tout en utilisant un lubrifiant de test particulier. Pour chaque huile qui était en cours d'évaluation, l'essai est exécuté pendant 10 minutes à une étape de charge de 10. Six extrêmes pressions (EP), des huiles pour engrenages industriels de base minérale ont été testées. La différence dans les exigences de puissance entre le meilleur et le pire des huiles performantes était de 2,77 et de 3.24 kW, respectivement. Cela équivaut à une réduction de 14,6% en puissance, une quantité importante si on la considère par rapport à une machine industrielle de haute tension. Les huiles de performance supérieure ont été

identifiées pour fonctionner à des températures réduites. Ils étaient également plus chers que les autres produits de moindre performance.

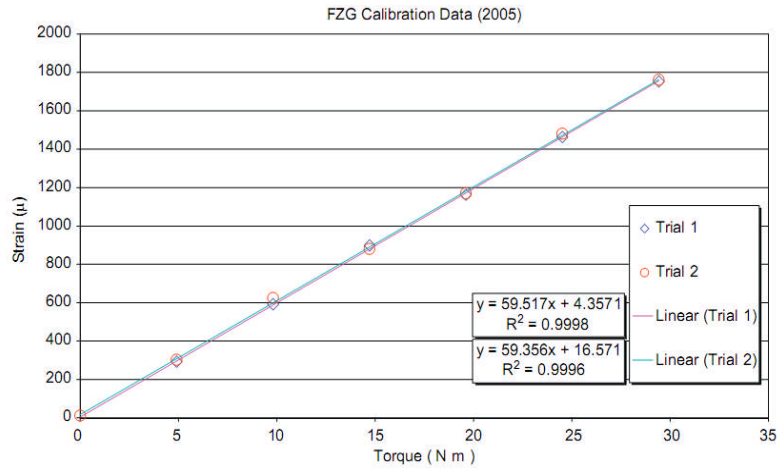


Figure. I.28. *Données de calibration de jauge de contrainte montrant le rapport entre la contrainte et le couple.*

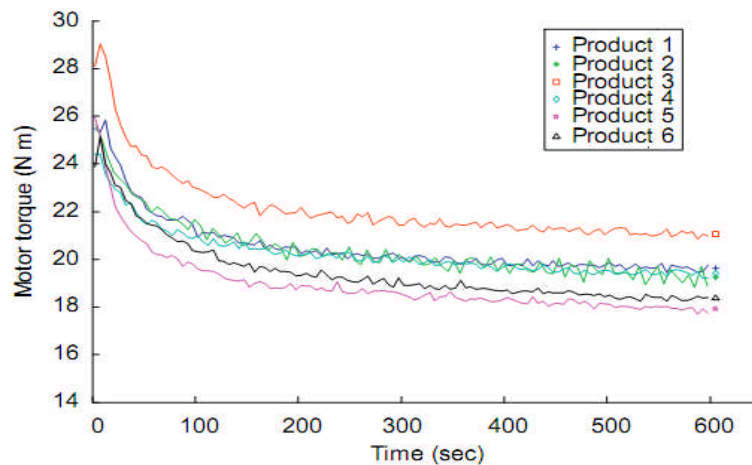


Figure. I.29. *Couple du moteur en fonction du temps pour des essais utilisant chacun six huiles des engrenages.*

Notons que le couple est à sa crête pendant le démarrage haut du moteur. Après approximativement 200 s, tout l'objet exposé d'huiles peut être décrit par un comportement linéaire avec une diminution graduelle dans le temps.

En 2006, R.C. Martins et al.[40] ont vérifié l'applicabilité d'un revêtement extérieur composé de multicouches dans les engrenages, principalement pour adapter l'efficacité au fonctionnement normal et la capacité de charge de grippage. Le coefficient moyen de

frottement entre les dents d'engrenage est discuté et comparé aux engrenages en acier non-revêtus. Le revêtement bisulfure molybdène/ titane (MoS₂/Ti) composé est étudié et le procédé de dépôt est décrit. Plusieurs tests de dépistage, comme Rockwell indentations, ball crate ring, goupille-sur-disque et échange de l'usage, sont réalisés pour évaluer l'adhérence au substrat, l'exécution tribologique de cet enduit et de son applicabilité dans le roulement-glissement.

L'utilisation du banc d'essai FZG lui a permis de vérifier la performance et l'influence du revêtement sur l'évolution de l'efficacité des engrenages pour un éventail de conditions de fonctionnement. Ces essais, en même temps étudiés avec un modèle numérique pour l'équilibre énergétique de banc d'essai FZG, ont permis la détermination du coefficient moyen de frottement entre les dents d'engrenage en tenant compte de la présence de la surface rivetée. Le revêtement a représenté une bonne solution pour limiter le grippage des engrenages.

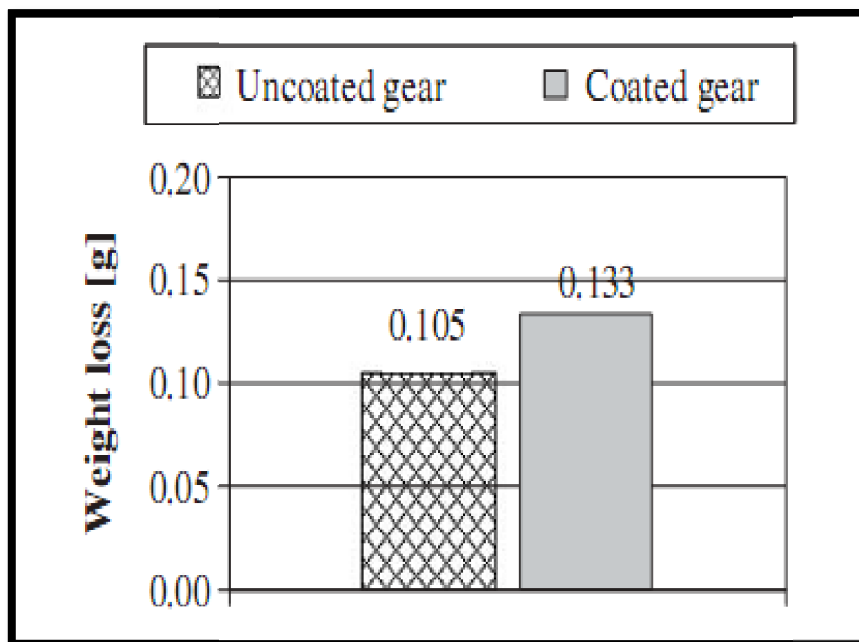


Figure. I.30. Perte de la masse totale après des essais d'efficacité des engrenages.

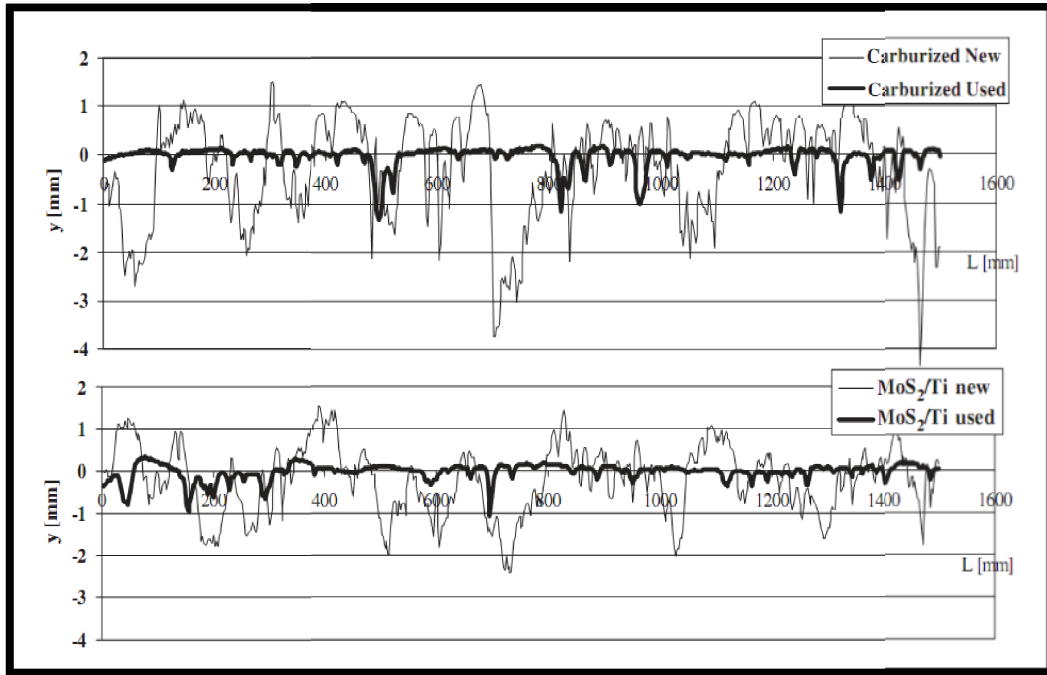


Figure. I.31. Profil de rugosité des engrenages revêtus en MoS_2/Ti et les engrenages cimentés avant (new) et après (used) essai d'efficacité.

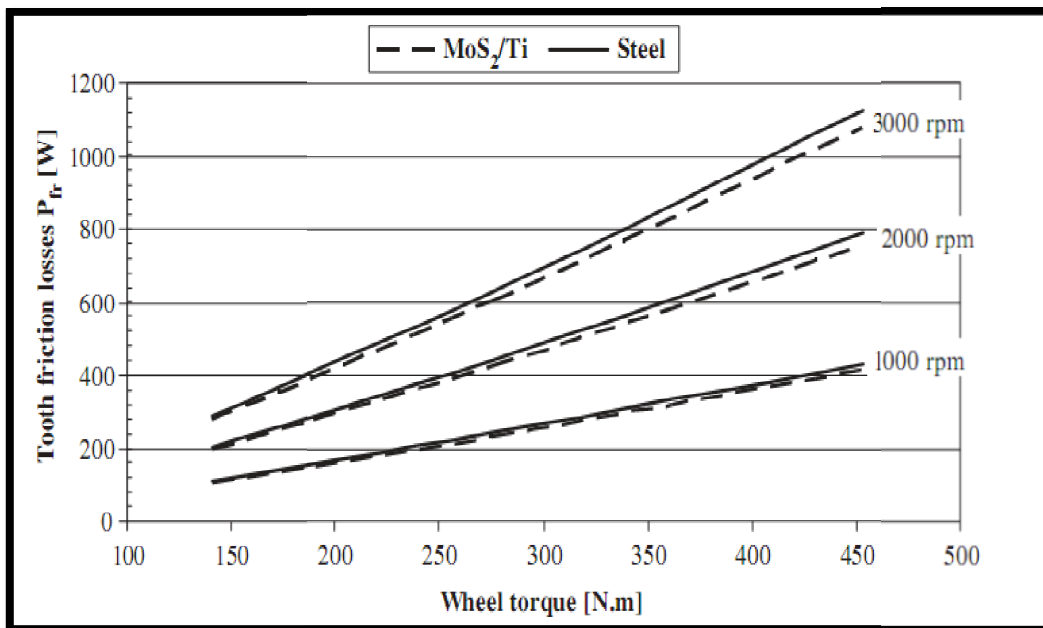


Figure. I.32. Comparaison des pertes de puissance par frottement de dent (P_{fr}) dans des essais d'efficacité des engrenages.

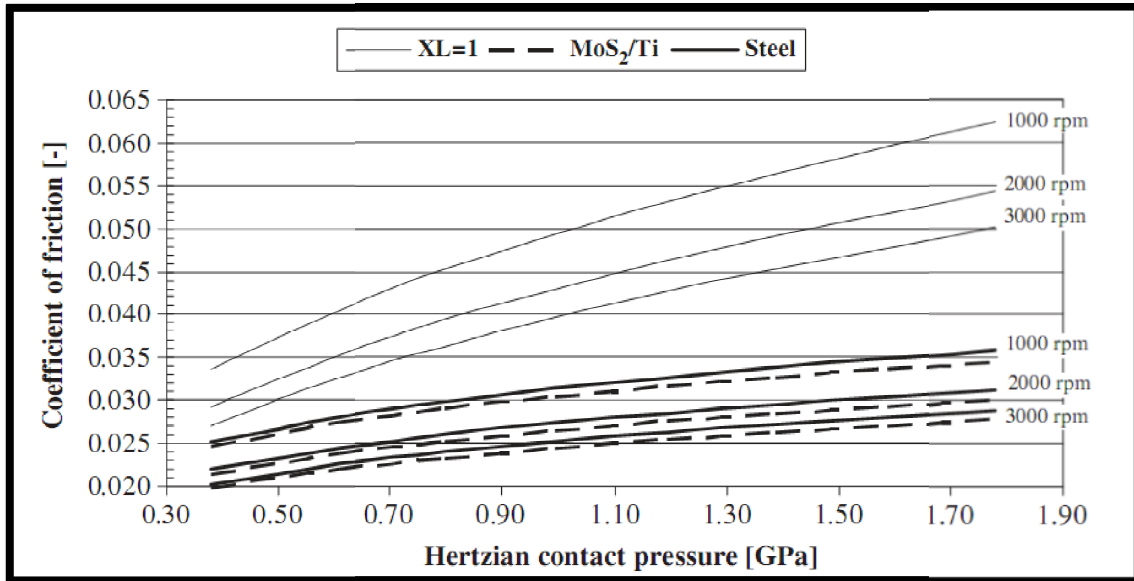


Figure. I.33. Coefficient prévu de frottement pour les engrenages revêtus (MoS₂/Ti) et non revêtus, lubrifiés avec de l'huile saturée d'ester des engrenages et avec l'additif libéré d'huile minérale ($X_L=1$) ($T_{\text{huile}}=90^{\circ}\text{C}$).

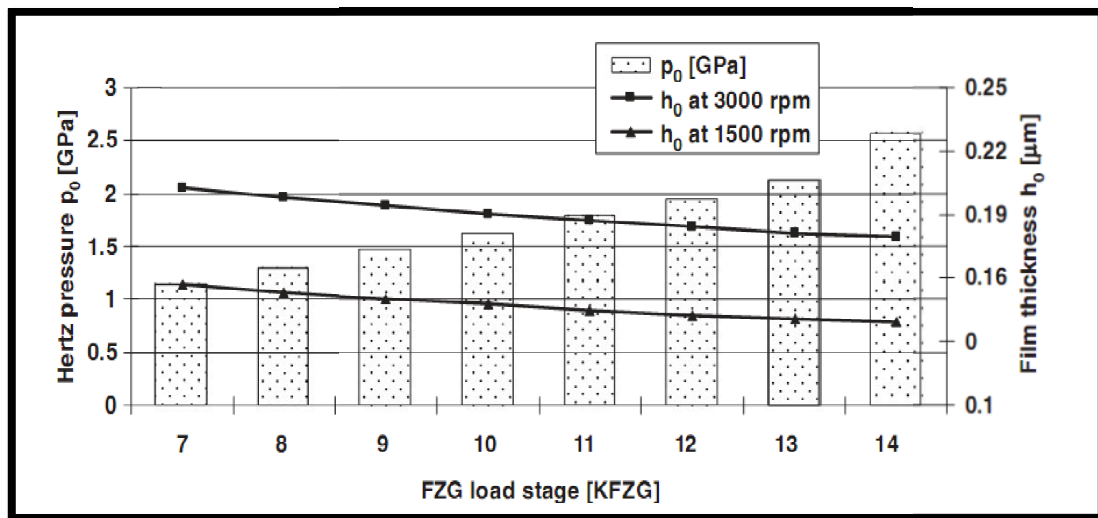


Figure. I.34. Pression hertziennes de contact et épaisseur de film d'huile à la roue inclinée/au point de contact racine du pignon.

Le revêtement extérieur MoS₂/Ti appliqué aux engrenages favorise une diminution significative de leur température de fonctionnement et une diminution du coefficient de frottement entre les dents d'engrenage, mettant en évidence la réduction d'exposant de charge sur le coefficient de l'équation de frottement.

Les engrenages revêtus avec le MoS₂/Ti produisent un plus grand volume d'usage que les engrenages non-revêtus.

I.4. Modélisation numérique de la propagation des fissures

Dans les sections précédentes, nous avons passé en revue les caractéristiques de la fatigue en flexion des engrenages ainsi que les moyens fournis par la MREL pour son analyse. Cette section présente plutôt les méthodes utilisées pour modéliser numériquement ce phénomène.

I.4.1. Dimension, géométrie et conditions frontière du modèle

La réalisation d'un modèle numérique demande en premier lieu, de définir selon quelles dimensions (2D ou 3D), il sera créé. Plusieurs ont adopté une modélisation bidimensionnelle (2D) puisque l'étude portait sur des roues minces à denture droite ou ne comportant pas d'asymétries significatives selon l'épaisseur. Tandis que pour les roues ayant d'importantes asymétries au niveau de la denture, du chargement ou de la fissure, les modèles tridimensionnels (3D) se sont avérés préférables (tableau I.1).

Tableau I.1

Paramètres des modèles de propagation des fissures des engrenages

Référence	Méthode	Dimension	Etat plan
Jelaska (2003)	MEF	2D	ε plane
Jelaska (2005)	MEF	2D	ε plane
Glodez (2002)	MEF	2D	ε plane
Blarasin (1997)	MEF	2D	σ & ε plane
Lewicki (2002)	MEF	2D	-
Lewicki (1997)	MEF	2D	σ plane
Flasker (1995)	MEF	3D	-
Pehan (1995)	MEF	2D&3D	ε plane
Ural (2005)	MEF	3D	ε plane
Kramberger (2004)	MEIF	2D	ε plane
Spievak (2001)	MEIF	3D	ε plane
Sfakiotakis (2002)	MEF	2D	σ plane
Sfakiotakis (1997)	MEIF	2D	ε plane
Lewicki (1998)	MEIF	3D	σ plane
Lewicki (2001)	MEF	2D	-
Pehan(1997)	MEF	2D&3D	-
Lewicki (2002)	MEF	2D	-

Afin d'accélérer les calculs, il est d'usage de simplifier la géométrie. Glodez [15], Jelaska [23], Flasker[41] et Pehan ([42;43]) ont représenté la géométrie d'une roue par une seule dent encastrée (Figure I.35.a). Tandis que Jelaska [44]et Sfakiotakis[45] ont plutôt utilisé un modèle comportant trois dents (Figure I.35.b).

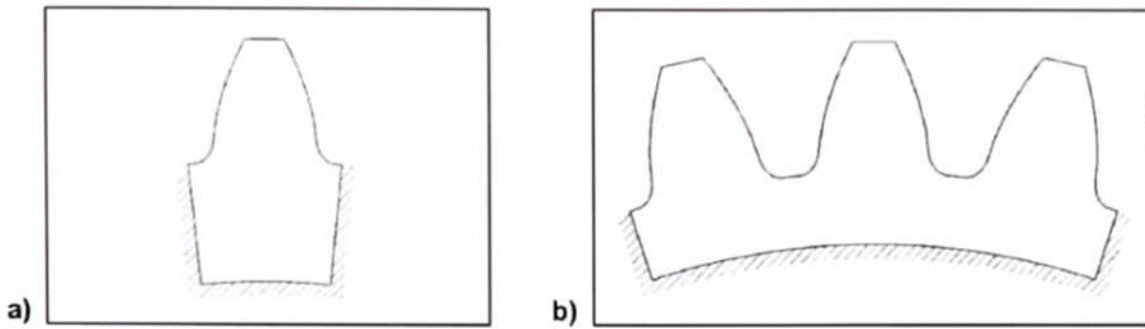


Figure. I.35. Configuration d'une dent (a) et trois dents (b) d'engrenage.

Cependant, une seule étude a comparé les deux modèles (Pehan et al. [43]) et a montré qu'avec une dent, les contraintes étaient supérieures d'environ 10% de celles obtenues d'un modèle à trois dents. Lorsque le corps de la roue n'est pas uniforme ou est peu rigide, il devient préférable de créer un modèle plus représentatif. Dans leurs études des roues à jante mince, Lewicki et al. [37] et Kramberger et al. [10] ont modélisé la totalité des roues. Spievak et al. [18] et Ural et al. [46] ont également considéré le corps des roues pour un engrenage conique à denture spirale, mais en modélisant seulement trois dents.

Concernant l'application des charges, la majorité des études adoptent la même hypothèse : la charge est concentrée en un point de contact en 2D et en une ligne de contact pour les cas 3D. Des études ont analysé le contact par les théories de Hertz afin de définir avec plus de précision la distribution des forces (Sfakiotakis et Anifanlis [45]; Spievak et al. [18]; Ural et al. [46]). Cependant, l'analyse est très coûteuse en temps et selon Lewicki [37], l'approche n'est pas nécessaire tant que la fissure n'entre pas dans la zone de contact.

I.4.2. Méthodes numériques

Lorsque les paramètres physiques (i.e. la géométrie et les conditions frontières) sont définis, il suffit d'appliquer une méthode permettant de résoudre le problème. En mécanique de la rupture, deux méthodes très utilisées sont la Méthode des Éléments Finis (MEF) et la Méthode des Équations Intégrales de Frontières (MEIF) (Liebowitz et al. [47]).

I.4.3. Méthode des éléments finis

En élasticité statique linéaire, la MEF est construite selon une formulation variationnelle du travail virtuel (éq .I.5) pour un domaine Ω et son contour Γ où « f_v » et « f_s » représentent les forces volumiques et surfaciques.

$$\int_{\Omega} \sigma_{ij} \delta \varepsilon_{ij} d\Omega = \int_{\Omega} (f_v)_i \delta u_i d\Omega + \int_{\Gamma} (f_s)_i \delta u_i d\Gamma \quad \text{I.5}$$

Pour résoudre l'équation (I.5) aux dérivées partielles, la géométrie est discrétisée en sous domaines, communément appelés « éléments », qui forment un maillage (Figure 1.36). Ces éléments sont définis par des nœuds pour lesquels les équations d'équilibre sont générées.

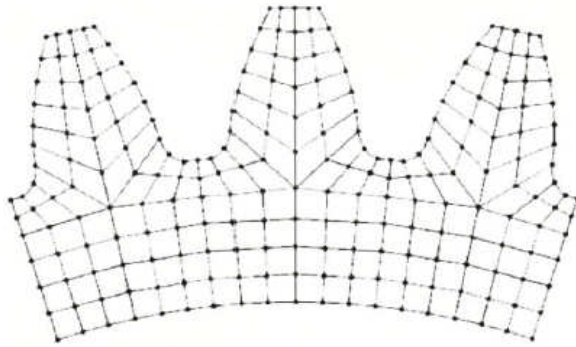


Figure. 1.36. Exemple de maillage 2D pour la MEF.

Avec une formulation en déplacement (u_i), les éléments sont intégrés par interpolation. Il en résulte un système matriciel (éq .I.6) composé des équations des nœuds où $[K]$ est la matrice de rigidité, $\{F\}$ le vecteur des forces et $\{u\}$ celui des déplacements.

$$[K].\{u\} = \{F\} \quad \text{I.6}$$

Il s'agit ensuite de résoudre ce système pour obtenir les déplacements. Les contraintes et déformations s'obtiennent en dérivant la solution, réduisant ainsi d'un degré leur précision par rapport à $\{u\}$. De par sa simplicité de mise en œuvre et le grand nombre de logiciels commerciaux, la MEF est très utilisée dans la fatigue des engrenages.

I.4.4. Évaluation du facteur d'intensité de contrainte(FIC)

Puisque la MEF fournit directement les déplacements, la méthode d'extrapolation de ceux-ci est privilégiée pour le calcul des FIC. En raison des gradients élevés en bout de fissure, la convergence des résultats n'est pas garantie. IL est alors conseillé d'analyser la solution sur plusieurs nœuds près de la fissure et ainsi définir les FIC selon une courbe tendance excluant

les points de divergence (Anderson [48]). Il est cependant possible d'introduire artificiellement la singularité $1/\sqrt{r}$. Entre autres, par des éléments singuliers « Élément Quart de Point » (EQP) situés en bout de fissure. Plusieurs auteurs ont utilisé ces éléments dans l'étude de la fatigue des engrenages.

Une alternative à la méthode précédente, est l'approche du taux de relâchement d'énergie potentielle qui permet d'évaluer les FIC loin du bout de fissure. Ainsi, la contribution de la partie singulière à l'énergie de déformation totale est négligeable et il devient inutile de modéliser la singularité (Aliabadi et Rooke [48]). Par contre, l'application de la méthode est plus laborieuse et nécessite un post-traitement de la solution.

I.5. Développement de bancs d'essai pour les engrenages à denture droite

Au cours du développement des bancs d'essai, une étude bibliographique a été faite sur de nombreux travaux qui sont publiés dans des revues internationales. Généralement, ce sont des appareils d'essai à cycle fermé, qui permettent de faire des essais à pleine charge en ne dépensant qu'une faible partie de la puissance transmise par les dentures. Ces appareils sont également très utilisés pour les études sur les détériorations et les lubrifiants. Les appareils de type FZG (du laboratoire sur les organes de transmissions de l'université de Munich) [39], le banc d'essai de FZG (Forschungs stelle für Zahnräder und Getriebebau, English translation: research test rig for gears and transmissions) sont employés pour une variété d'essais normalisés et non normalisés. Ils emploient un principe de recyclage de boucle de puissance, permettant à un couple fixe d'être appliqué à une paire des engrenages d'essai de précision [49, 50, 51, 52], correspondant à la réalisation la plus simple mais sont valables pour des engrenages de petites dimensions.

I.5.1. Le banc d'essai de FZG

Est un banc d'essai 'back-to-back' bien connu de pignon droit avec la "circulation de puissance", montrée dans la fig. I.37 [50].

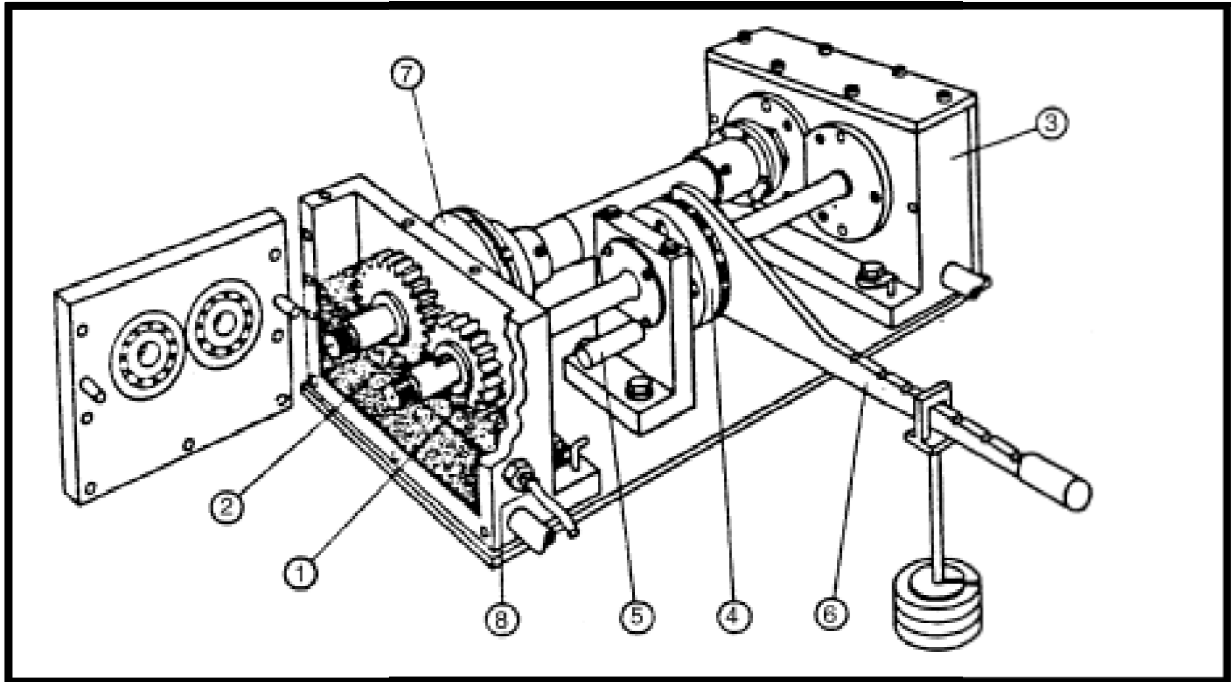


Figure. I.37. *Vue schématique du banc d'essai de FZG.*

I.5.2. L'appareil Maag

Permet la transmission de très grandes puissances, avec un dispositif de mise en charge progressif à commande hydraulique déplaçant axialement l'un des pignons (à denture hélicoïdale) [1].

Les laboratoires Mobil Oil (à Notre-Dame de Gravenchon) effectuent leurs essais de lubrifiants sur un banc à cycle fermé de capacité intéressante (500 mm d'entraxe). Ce banc d'essais a été construit par la société Engrenages et réducteurs.

Il existe des bancs d'essai en cycle fermé de réalisation un peu plus complexe pour les couples coniques [1] et les engrenages à vis sans fin. Citons par exemple, le banc d'essai Gleason pour les ponts-arrière de véhicules.

Une autre réalisation intéressante est le banc d'essai utilisé par la firme Skoda pour les trains planétaires (ou plutôt « pseudo-planétaires » car il s'agit ici de train à grande vitesse avec porte-satellites fixe).

Il y a d'autres bancs d'essai comme par exemple, Mr. Akira Yoshida (Japan) [52] qui utilise un appareillage à cycle fermé de 82.5 mm d'entraxe, occupé par un système de mesure de

l'exécution dynamique des engrenages, et une jauge de contrainte liée avec un amplificateur dynamique et raccordée avec un PC (fig. I.39).

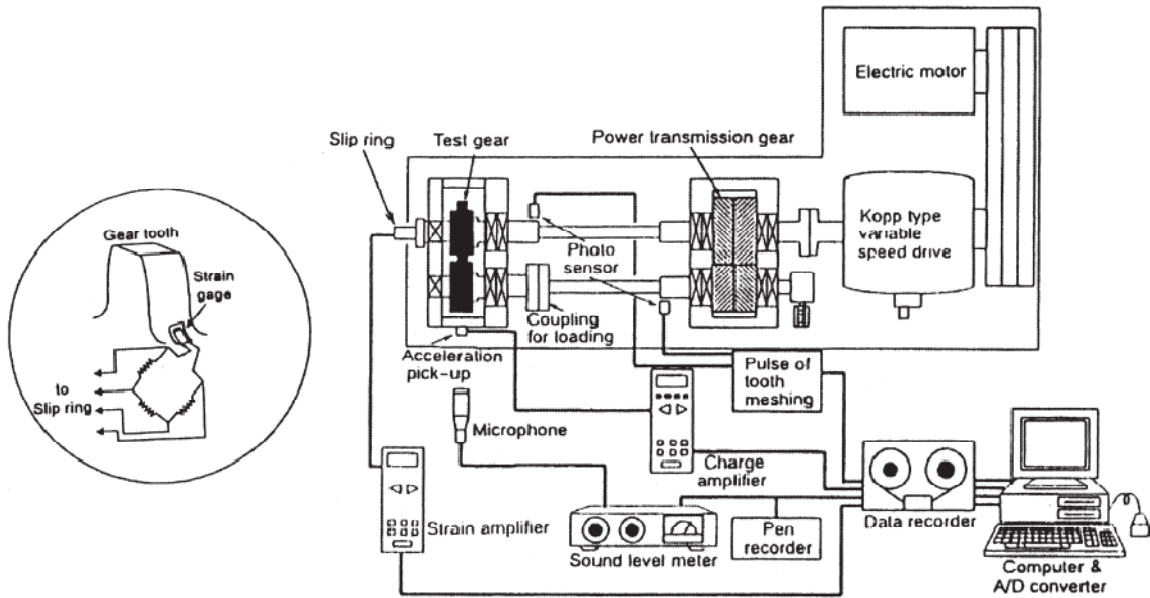


Figure. I.38. Machine d'essai des engrenages par circulation de puissance.

Citons également les appareils à disques (fig. I.39), très utilisés dans les laboratoires à cause de leur simplicité et de la rapidité avec laquelle ils permettent d'obtenir des résultats relatifs aux détériorations par piqûres au grippage.

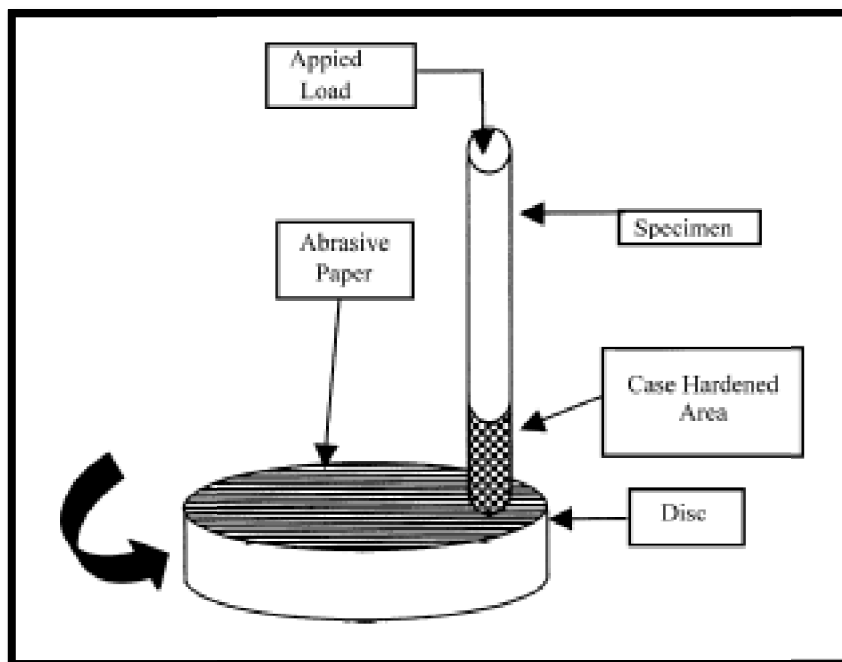


Figure. I.39. Appareil à disque (abrasive test).

I.6. Conclusion

Dans ce chapitre, un portrait précis de l'état de compréhension actuelle de la fatigue en flexion et en contact des engrenages a été dressé, ainsi que les moyens de l'analyser. En première partie de ce chapitre, une évaluation critique des domaines abordés en constituera le cadre théorique et pratique de ce projet. En soulevant ainsi les points forts et les lacunes du domaine, il conviendra de préciser la problématique et les objectifs de la présente étude, énoncés sommairement en introduction. Le contexte de recherche ainsi bien défini, la méthodologie à adopter dans l'atteinte des objectifs pourra être mieux choisie.

Table des matières : chapitre deux

<i>II.1. Théorie des engrenages</i>	<i>37</i>
<i>II.1.1. Engrenages cylindriques à denture droite</i>	<i>37</i>
<i>II.1.1.a. Caractéristiques</i>	<i>37</i>
<i>II.1.1.b. Etude des forces</i>	<i>37</i>
<i>II.1.1.c. Choix préalables des dimensions principales</i>	<i>39</i>
<i>II.1.2. Engrenages hélicoïdaux</i>	<i>43</i>
<i>II.1.2.a. Généralités</i>	<i>43</i>
<i>II.1.2.b. Grandeurs fondamentales</i>	<i>44</i>
<i>II.1.2.c. Engrènement</i>	<i>46</i>
<i>II.1.2.d. Etude des forces</i>	<i>50</i>
<i>II.1.2.f. Choix des dimensions principales</i>	<i>51</i>
<i>II.1.3. Etude de l'engrènement des engrenages parallèles</i>	<i>53</i>
<i>II.1.3.1. Continuité d'engrènement</i>	<i>53</i>
<i>II.1.3.1.a. Engrenages parallèles extérieurs, à denture droite</i>	<i>53</i>
<i>II.1.3.1.b. Engrenages parallèles extérieurs, à denture hélicoïdale</i>	<i>57</i>
<i>II.2. Résistance des engrenages</i>	<i>63</i>
<i>II.2.1. Choix des matériaux</i>	<i>63</i>
<i>II.2.2. Vérification de la résistance de la racine de la dent (Denture droite)</i>	<i>64</i>
<i>II.2.3. Vérification de la résistance des flancs</i>	<i>68</i>
<i>II.2.4. Vérification de la résistance de la racine de la dent (Denture hélicoïdale)</i>	<i>71</i>
<i>II.2.5. Vérification de la résistance des flancs</i>	<i>71</i>
<i>II.3. Conclusion</i>	<i>71</i>

II.1. Théorie des engrenages

II.1.1. Engrenages cylindriques à denture droite

II.1.1.a. Caractéristiques

On utilise les engrenages cylindriques à denture droite pour les basses et moyennes vitesses (jusqu'à $v \approx 20$ m/s) et pour des exigences normales comme par exemple dans les boîtes de vitesses universelles, pour des dispositifs de manutention, treuils, machines agricoles...

- ✓ Les avantages de ces engrenages par rapport aux engrenages cylindriques à denture hélicoïdale sont:
 - Absence d'efforts axiaux ;
 - Rendement un peu plus élevé ;
 - Les dents peuvent être plus larges, d'où une plus petite pression de contact et de là une plus faible usure.
- ✗ Les inconvénients sont:
 - Non appropriés pour les grandes vitesses à cause des vibrations et du bruit ;
 - La résistance pour les mêmes dimensions est plus petite ;
 - Sensibles aux erreurs de forme de denture et aux charges dynamiques parasites.

II.1.1.b. Etude des forces

Dans le cas le plus défavorable, i.e. que le moment de torsion (couple moteur) n'est transmis que par une seule dent, on a comme le montre la figure (II.1) [1],[69-70] :

$$F_{t1,2} = \frac{2000 \cdot M_{t1,2} \cdot (K)}{d_{1,2}} (N) \quad II.1$$

$$M_{t1,2} = 9550 \cdot \frac{P_{1,2}}{n_{1,2}} (N \cdot m) \quad II.2$$

Les efforts radiaux pour un angle de pression $\alpha_0 = 20^\circ$ sont :

$$F_{r1,2} = F_{t1,2} \cdot \tan \alpha_0 (N) \quad II.3$$

Les efforts normaux sont:

$$F_{n1,2} = \frac{F_{t1,2}}{\cos \alpha_0} (N) \quad II.4$$

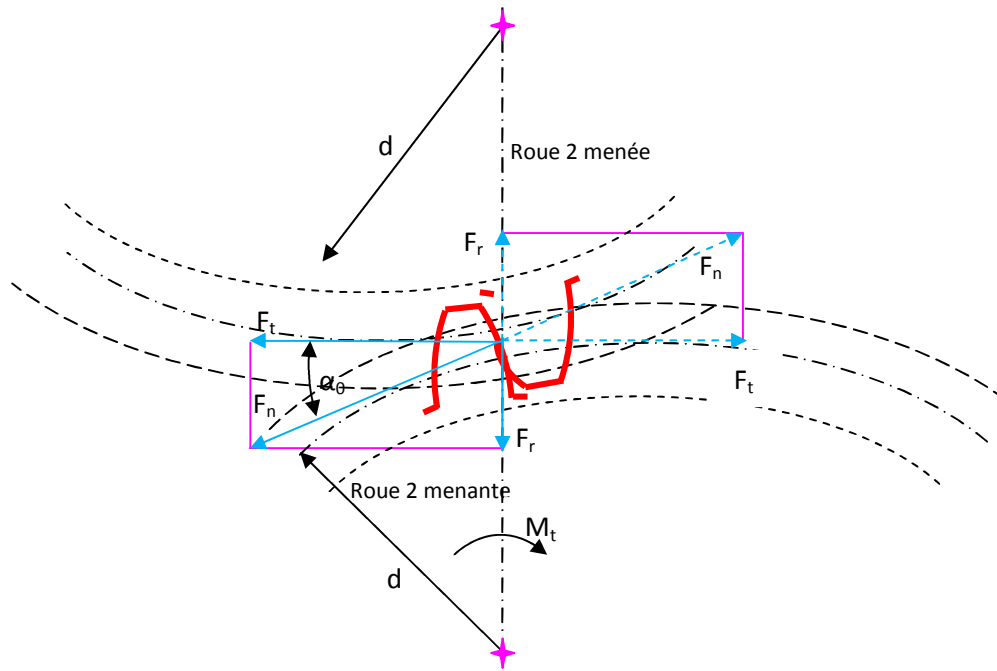


Fig. II.1: Forces agissantes sur un Train d'engrenage.

On constate, d'après la figure (II.1), que la dent est soumise simultanément à la flexion, à la compression et au cisaillement.

Il est à signaler que les forces agissantes sur la roue menée sont légèrement inférieures à celles agissantes sur la roue menante, et cela à cause du rendement de la denture; mais cette différence est négligeable.

Pour les engrenages V, on doit normalement remplacer d (diamètre primitif) par d_x (diamètre de roulement) et α_0 ($\alpha_0 = 20^\circ$) par α_x ; mais comme la différence est infime, on peut calculer les efforts avec d et α_0 .

L'introduction du facteur de service ne peut être effectuée, que pour des conditions de travail difficiles, comme par exemple des démarrages difficiles, ou des charges saccadées entre autres.

La résistance de la denture est basée sur la résistance à la rupture de la racine de la dent et sur la résistance des flancs des dents à la pression de contact. Il est aussi question d'une usure adhésive ou abrasive, causée par l'interruption du film du lubrifiant, qui conduit à un état de surface rugueux, et à une diminution de la résistance et de la durée de vie. Ce phénomène d'usure, qui pourrait être amplifié par un mauvais choix de matériaux, peut être évité par un choix approprié de matériaux de roues dentées et par une maintenance et une lubrification soignées.

C'est pour cela que le calcul se limite aux vérifications de la résistance de la racine de la dent et de celle des flancs des dents. Cela signifie que les dimensions des roues sont préalablement connues. Le choix préalable des dimensions se fait sur la base des expériences.

II.1.1.c. Choix préalables des dimensions principales

Les dimensions principales des roues dentées (diamètre primitif, nombres de dents, module et largeur de roue) doivent être préalablement soit choisies par expérience soit déterminées à partir des formules empiriques[70].

Il est conseillé de déterminer d'abord le diamètre primitif du pignon. Trois cas peuvent se présenter:

II.1.1.c.1. Si le diamètre d'arbre porteur du pignon est connu, le calcul préalable du diamètre primitif s'effectue de la manière suivante:

- Si le pignon est monté sur arbre:

$$d_1 = \frac{1,8 \cdot d \cdot Z_1}{Z_1 - 2,5} \text{ (mm)} \quad \text{II.5}$$

- Si le pignon et l'arbre sont monobloc:

$$d_1 = \frac{1,1 \cdot d \cdot Z_1}{Z_1 - 2,5} \text{ (mm)} \quad \text{II.6}$$

$Z_1 \approx 20 \dots 25$: Pour les grandes vitesses ($v_t > 5 \text{ m/s}$) ;

$\approx 18 \dots 22$: Pour les vitesses moyennes ($v_t = 1 \dots 5 \text{ m/s}$) ;

$\approx 15 \dots 20$: Pour les petites vitesses ($v_t < 1 \text{ m/s}$).

Comme la vitesse tangentielle v_t n'est pas connue, et avec $v_t \approx (\pi \cdot d_1 \cdot n_1)/60$, on pose approximativement pour le pignon monté sur arbre $d_1 \approx 2d$ (d est le diamètre d'arbre) et pour le pignon et l'arbre monobloc on pose $d_1 \approx 1,25d$.

Le nombre de dents Z_1 doit être choisi de telle sorte à ce que le nombre de dents Z_2 de la roue soit un nombre entier, pour maintenir le rapport de transmission i égal à celui donné initialement.

Le module est déterminé à partir de $m = d_1/Z_1$. Il faut choisir le module normalisé juste supérieur (tab.II.1), et après cela le diamètre primitif est déterminé avec exactitude :

$$d_1 = m \cdot Z_1.$$

Série 1	0,1 ; 0,12 ; 0,16 ; 0,2 ; 0,25 ; 0,3 ; 0,4 ; 0,5 ; 0,7 ; 0,8 ; 0,9 ; 1 ; 1,25 ; 1,5 ; 2 ; 2,5 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 8 ; 10 ; 12 ; 16 ; 20 ; 25 ; 32 ; 40 ; 50 ; 60.
Série 2	0,11 ; 0,14 ; 0,18 ; 0,22 ; 0,28 ; 0,35 ; 0,45 ; 0,55 ; 0,65 ; 0,75 ; 0,85 ; 0,95 ; 1,125 ; 1,375 ; 1,75 ; 2,25 ; 2,75 ; 3,5 ; 4,5 ; 5,5 ; 7 ; 9 ; 11 ; 14 ; 18 ; 22 ; 28 ; 36 ; 45 ; 55 ; 70.
Série pour les engrenages à vis sans fin	1 ; 1,25 ; 1,6 ; 2 ; 2,5 ; 3,15 ; 4 ; 5 ; 6,3 ; 8 ; 10 ; 12,5 ; 16 ; 20.

Tab. II.1 : Valeurs normalisées des modules exprimées en mm (extrait de la norme [DIN 780]) [70].

La largeur du pignon est choisie soit à partir de la valeur moyenne de $b_1 = \psi_d \cdot d_1$ et $de b_1 = \psi_m \cdot m$. Pour la roue, on prend $b_2 \approx 0,9 \cdot b_1$ et au maximum $b_2 \approx b_1 - (5 \dots 10)mm$.

Le rapport largeur sur diamètre $\psi_d = b_1/d_1$ est déterminé en fonction du rapport des nombres de dents $u = Z_2/Z_1$ (l'indice 1 est pour le pignon et l'indice 2 pour la roue) d'après la fabrication de la denture, les paliers des arbres et des conditions de fonctionnement fig. II.2[69].

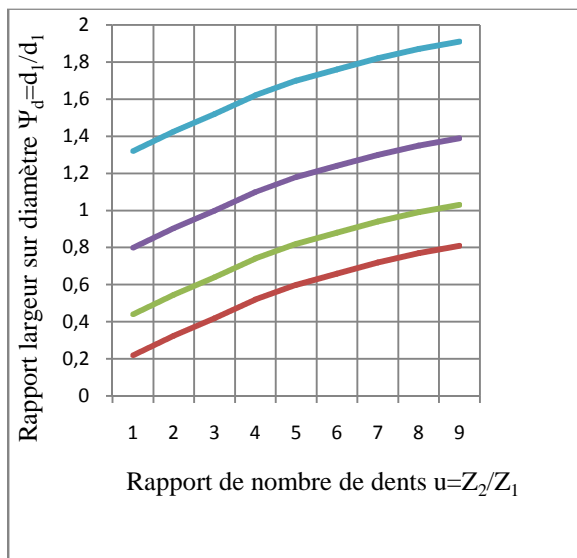


Fig. II.2 : Rapport largeur sur diamètre Ψ_d .

- Courbe a :** Réducteurs simples et avec chargement de vitesses pour les basses vitesses ; denture et paliers d'arbres de qualité moyenne ; pignon monté en porte-à-faux.
- Courbe d :** Réducteurs pour vitesses moyennes, réducteurs universels ; denture et paliers de bonne qualité courante.
- Courbe c :** Réducteur pour vitesses élevées avec longue durée de vie denture et paliers de haute précision.
- Courbe d :** Réducteurs des vitesses très élevées avec la plus longue durée de vie ; denture et paliers de très haute précision avec paliers rigides des arbres

Le rapport largeur sur module $\Psi_m \approx b_1/m$ est appliqué selon la fabrication de la denture et des paliers de l'arbre; on choisit:

$\psi_m \approx 08 \dots 10$: Dents brutes, moulées.

$\psi_m \approx 10 \dots 15$: Dents usinées par enlèvement de copeaux, paliers normaux sur socle ou

roues dentées montées à l'extérieur des paliers(en porte-à-faux).

$\psi_m \approx 15 \dots 30$: Dents usinées par enlèvement de copeaux, guidage précis des arbres (par exemple : carters de réducteur).

$\psi_m > 30$: Denture de meilleure qualité et guidage très précis des arbres, paliers rigides.

II.1.1.c.2. Cas du moment de torsion ou la puissance connus

Le diamètre primitif de la roue menante est donné par: [69]

$$d_i = \frac{950}{p} \cdot \sqrt[3]{\frac{M_{t1} \cdot p}{\Psi_d} \cdot \frac{i+1}{i}} \approx \frac{20500}{P} \cdot \sqrt[3]{\frac{P_1 \cdot p}{\Psi_d \cdot n_1} \cdot \frac{i+1}{i}} \quad (mm) \quad II.7$$

$p = p_D$, où p_D est la limite d'endurance de la pression de contact limite d'endurance (tab. II.2).

La détermination de cette pression impose un choix préalable du matériau.

Il est à noter qu'un coefficient de sécurité égal à 2 a été déjà introduit dans la formule. Le nombre de dents du pignon, le module et la largeur des dents sont déterminés comme pour le premier cas.

N°	Matériaux		Traitement Thermique	Degré de dureté de surface des flancs ¹⁾ HV10,	Résistance de roue dentée				
					Limite d'endurance des flancs P_D ²⁾ N/mm ²	Limite d'endurance à la flexion répétée ³⁾ σ_{DRF} N/mm ²	σ_{DAF} N/mm ²	Limite d'endurance à la flexion alternée ³⁾	Résistance à la rupture R_m N/mm ²
01	Fontes grises	Ft20			270	50	35	200	
02		Ft25			310	60	42	250	
03		Ft35			360	80	56	350	
04	Fontes à graphite sphéroïdal	FGS			360	200	140	800	
05		420			420	210	150	900	
06		FGS			490	220	155	1000	
07		500 FGS 600			525	230	160	1100	
08	Aciers moulés	230-450M			280	130	90	410	
09		260-520M			340	150	105	470	
10		300-600M			420	170	120	520	
11	Aciers de construction à usage général	A42			290	170	120	450	
12		A50			340	190	135	550	
13		A60			400	200	140	650	
14		A70			460	220	140	800	
15	Aciers d'amélioration	XC25	revenu	140	440	170	120	600	
16		XC48	Trempé en rotation.	560	1100	270	190	1000	
17		XC48	nitruré dans un bain	400*	1100	350	250	1100	
18		XC65	revenu	210	620	220	155	900	
19		32 C 4	revenu	260	650	260	180	900	
20		37 C 4	revenu	260	650	270	190	950	
21		37 C 4	trempé en rotation	610	1280	310	220	1150	
22		42 CD 4	revenu	280	670	290	200	1100	
23		42 CD 4	trempé en rotation	650	1360	350	250	1300	
24		42 CD 4	nitruré dans un bain	500*	1220	430	300	1450	
25		34 CND 6	revenu	310	770	320	225	1300	
26	Aciers de cémentation	XC18		720*	1600	230	160	900	
27		16MC5		720*	1630	460	320	1400	
28		20MC5		720*	1630	480	335	1500	
29		20DC4	cémenté		720*	1630	400	280	1300
30		16CN6			720*	1630	500	350	1600
31		18CN8			740*	1630	500	350	1700
32		18 CND 6			740*	1630	500	350	1700

Tab. II.2 : Caractéristiques mécaniques des matériaux pour les engrenages cylindriques et coniques (les valeurs sont données pour une rugosité $R_t = 3 \dots 6 \mu m$) [69-70].

¹⁾ L'essai de dureté de Vickers HV 10 ou encore HV 1* ; par exemple un degré de dureté de 560 correspond à une dureté ≈ 5600 N/mm² (exactement à 560 kgf/mm²).

²⁾ Les valeurs de p_D correspondent à une formation de piqures sur 1...2% de la surface active des flancs après environ $5 \cdot 10^7$ passages du pignon.

³⁾ Valeurs de σ_{DAF} et de σ_{DRF} correspondent à au moins $3 \cdot 10^6$ cycles de charge sans risque de rupture.

II.1.1.c.3. Cas de l'entraxe connu

Le diamètre primitif de la roue menante est:

$$d_1 = \frac{2 \cdot a}{1 + i} \text{ (mm)} \quad \text{II. 8}$$

Le nombre de dents du pignon et la largeur de dents sont déterminés comme pour le premier cas. Pour le module $m = d_1/Z_1$, on choisit le plus proche petit module normalisé (tab.II.1) dans le cas où on ne tombe pas par hasard sur un module normalisé. Si un entraxe donné est exigé, on procède à un déport positif.

II.1.2. Engrenages hélicoïdaux (Engrenages hélicoïdaux à axes parallèles)

II.1.2.a. Généralités

Les lignes des flancs des dents de ces engrenages sont en forme d'hélice. Ces lignes sont inclinées par rapport à l'axe de la roue d'un angle β , appelé angle d'hélice (fig. II.3).

Les avantages de ces engrenages par rapport aux cylindriques à denture droite sont :

- ✓ Le fonctionnement est régulier et silencieux, car l'engrènement se produit graduellement ;
- ✓ Ces engrenages supportent des grandes charges car un plus grand nombre de dents se trouvent simultanément engrenées ;
- ✓ Ils sont appropriés pour les vitesses élevées ;
- ✓ Ils sont insensibles aux erreurs de formes de dents.

Les inconvénients sont :

- ✗ Le rendement est moins élevé à cause de l'inclinaison de la denture, qui donne naissance à des forces axiales engendrant des sollicitations supplémentaires au niveau des paliers des arbres, produisant des pertes par frottement ;
- ✗ Pour les mêmes nombres de dents et les mêmes modules, les diamètres et l'entraxe augmentent avec l'angle de l'hélice.

La poussée axiale se laisse éliminée par l'emploi de denture hélicoïdale double ou en chevrons (fig.II.3).

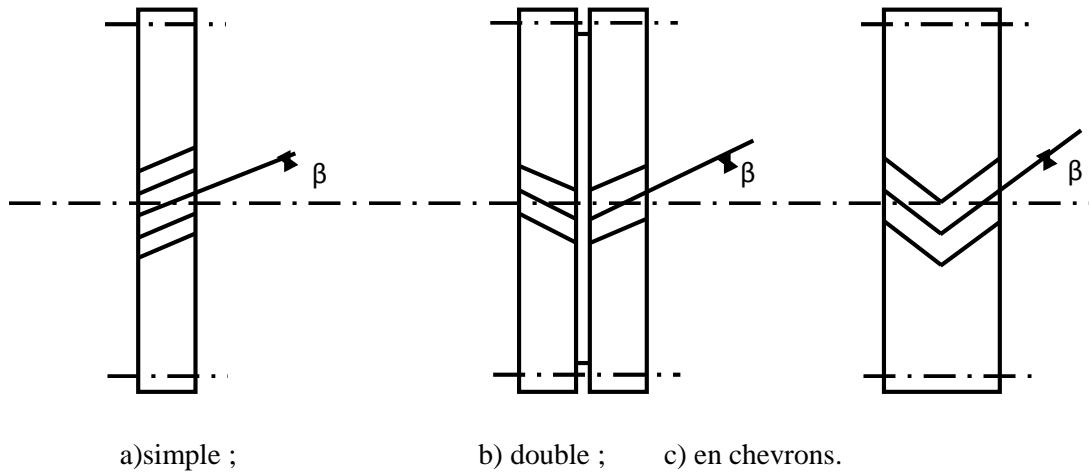


Fig.II.3. *Denture hélicoïdale.*

II.1.2.b. Grandeurs fondamentales

II.1.2.b.1. Angle d'hélice et de recouvrement

L'angle de l'hélice est mesuré entre la ligne de flanc de dent sur le diamètre primitif et l'axe de la roue et ses valeurs sont généralement [69-70]:

- ❖ Pour une denture hélicoïdale simple ou double : $\beta = 10^\circ \dots 20^\circ$.
- ❖ Pour une denture hélicoïdale en chevrons : $\beta = 30^\circ \dots 44^\circ$.

Il est recommandé de choisir la valeur de β de telle sorte à avoir un bon recouvrement, nécessaire pour un fonctionnement régulier, et de basses forces axiales.

La grandeur qui caractérise la position inclinée de la dent relative par rapport à la largeur de la roue, est le recouvrement q , arc mesuré sur le diamètre primitif (fig. II.4)

$$q = b \cdot \tan \beta \text{ (mm)}$$

II.9

II.1.2.b.2. Pas et module

En coupe normale, i.e sur la coupe qui est perpendiculaire à la direction des flancs de dent, on peut mesurer, sur une denture normale en développante de cercle, l'angle de pression réel $\alpha_n = 20^\circ$ et le pas primitif réel P_n correspondant au module réel m_n . Les dents sont usinées avec des outils de coupe avec des modules normaux.

Sur la face frontale de la roue, on mesure le pas primitif apparent p_t , qui correspond au module apparent (fig.II.5) :

$$p_t = m_t \cdot \pi = \frac{p_n}{\cos \beta} \text{ ou bien } m_t = \frac{m_n}{\cos \beta} \text{ (mm)}$$

II.10

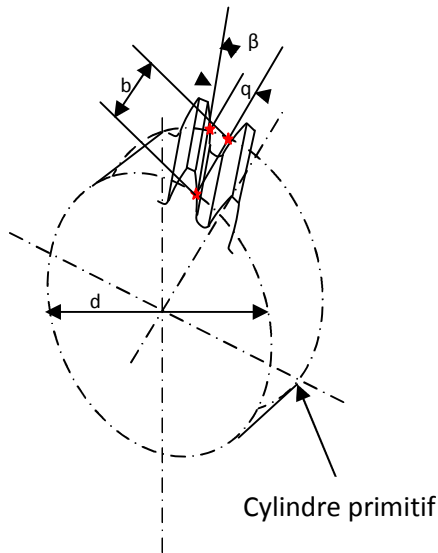


Fig. II.4 :Recouvrement d'une denture hélicoïdale

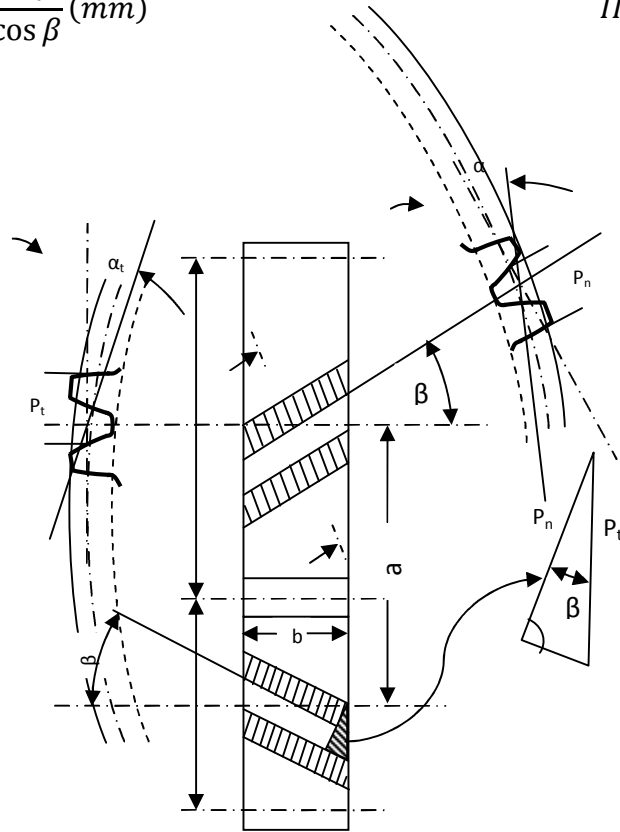


Fig. II.5 :Dimension d'une roue cylindrique à denture hélicoïdale

II.1.2.b.3. Dimensions de roues, entraxe (pour engrenages non déportés)

Les diamètres primitifs, de tête et de pied sont mesurés sur la face frontale de la roue (fig.II.5).

Pour une roue dentée extérieurement, le diamètre primitif est :

$$d = m_t \cdot Z = Z \cdot \frac{m_n}{\cos \beta} \text{ (mm)} \tag{II.11}$$

❖ Le diamètre de tête est :

$$d_a = d + 2 \cdot m_n \text{ (mm)} \tag{II.12}$$

❖ Le diamètre de pied est :

$$d_f = d - 2(m_n + c) \approx d - 2,4 \cdot m_n \text{ (mm)} \tag{II.13}$$

L'entraxe est :

$$a = \frac{d_1 + d_2}{2} = \frac{m_t(Z_1 + Z_2)}{2} = \frac{m_n(Z_1 + Z_2)}{2 \cdot \cos \beta} \text{ (mm)} \tag{II.14}$$

II.1.2.c. Engrenement

- **Rapport de transmission**

Le rapport de transmission d'un engrenage cylindrique à denture hélicoïdale est défini comme celui des engrenages cylindriques à denture droite, i.e par $i = Z_2/Z_1 = \omega_1/\omega_2$; où Z_1 et Z_2 sont les nombres des dents des roues et ω_1 et ω_2 les vitesses correspondantes[69-70].

- **Angle de pression apparent**

On distingue aussi l'angle de pression réel α_n et l'angle de pression apparent α_t . La relation entre ces deux angles est donnée en fonction de l'angle de l'hélice β :

$$\tan \alpha_t = \frac{\tan \alpha_0}{\cos \beta} \quad II. 15$$

- **Nombre de dents virtuel**

Pour la détermination de certaines grandeurs géométriques, et spécialement pour les roues à denture hélicoïdale déportée, il est nécessaire de remplacer la roue cylindrique à denture hélicoïdale par une roue cylindrique virtuelle à denture droite.

La figure II.6 représente une roue hélicoïdale coupée suivant la normale à la dent. On obtient ainsi la section réelle qui est une roue dentée elliptique de grand diamètre $D = d/\cos\beta$ et de petit diamètre $d = Z \cdot m_t$.

On remplace la roue elliptique par une autre roue virtuelle. La roue virtuelle a le même rayon de courbure r_v que l'ellipse au sommet du petit axe, i.e dans la zone où les dents sont en prise ; il peut être trouvé à l'aide du triangle O_nBC semblable au triangle ABC .

Ainsi, le diamètre virtuel est donné par :

$$d_v = \frac{d}{\cos^2 \beta} (mm) \quad II. 16$$

Et comme $d_v = m_n \cdot Z_v$ et $d = m_n \cdot Z / \cos \beta$, on obtient le nombre de dents virtuel correspondant :

$$Z_v = \frac{Z}{\cos^3 \beta} \quad II. 17$$

▪ **Nombre de dents limite**

Sachant que le nombre de dents limite pratique pour un engrenage cylindrique à denture droite non déportée est égal à 14, on peut donc écrire :

$$Z'_{\beta lim} = 14 \cdot \cos^3 \beta \tag{II.18}$$

Le nombre de dents limite diminue avec l'augmentation de l'angle de l'hélice β ; ce nombre limite peut être tiré de la figure II.7.

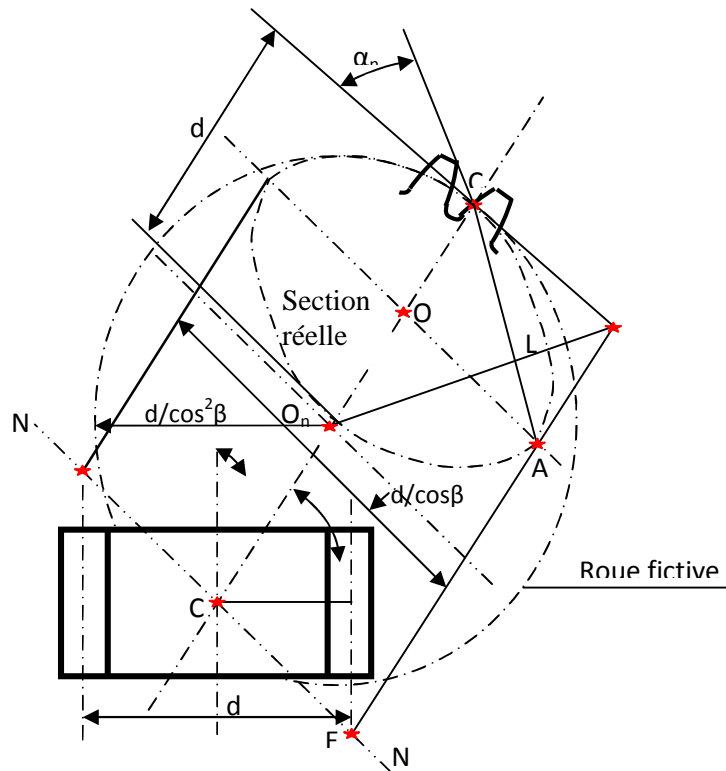
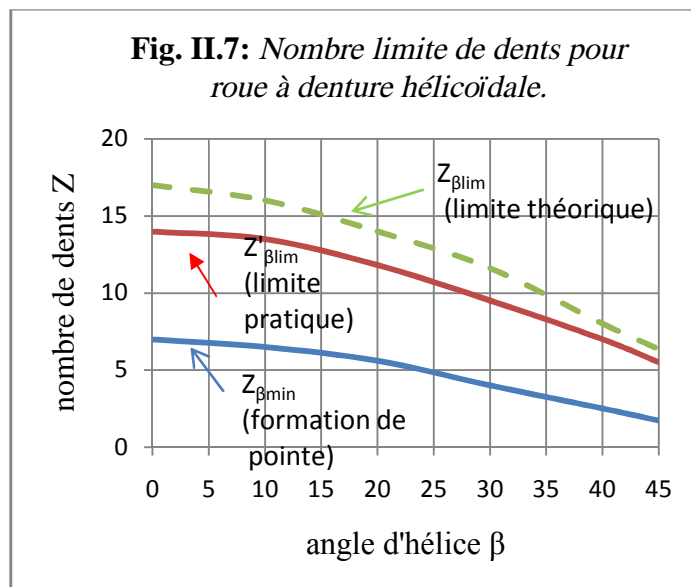


Fig. II.6. Roue fictive.



▪ Denture hélicoïdale déportée

Le déport de profil nécessaire pour éviter l'interférence de la racine de dent est :

$$V = X \cdot m \quad (mm) \quad II.19$$

Le quotient de déport correspondant est :

$$\begin{aligned} X_{ppr} \\ = \frac{14 - Z_V}{17} \end{aligned} \quad II.20$$

Comme pour le nombre de dents limite, avec l'augmentation de l'angle de l'hélice β , la limite de la pointe de dents est plus basse que celle des engrenages cylindriques à denture droite. Le plus petit nombre de dents pour les engrenages à dentures hélicoïdales est, comme le nombre de dents limite, donné par $Z_{\beta \min} = Z_{\min} \cdot \cos^3 \beta = 7 \cdot \cos^3 \beta$. Ce nombre peut être aussi tiré à partir de la (figure II.6).

Les engrenages cylindriques à denture hélicoïdale peuvent, comme pour la denture droite, se présenter en engrenages normaux, en engrenages V-zéro, ou encore en engrenages V pour atteindre un entraxe imposé ou pour répondre à des exigences de résistance ou de conduite.

L'entraxe d'un engrenage cylindrique à denture hélicoïdale déportée est :

$$a_x = a \cdot \frac{\cos \alpha_t}{\cos \alpha_{tx}} \quad (mm) \quad II.21$$

$$a = \frac{m_n \cdot (Z_1 + Z_2)}{2 \cdot \cos \beta} \quad (mm) \quad II.22$$

$$\tan \alpha_t = \tan \alpha_0 / \cos \beta = \tan 20^\circ / \cos \beta \quad II.23$$

α_{tx} : Angle d'hélice pour une denture hélicoïdale déportée. Cet angle est soit déterminé approximativement d'après la figure soit calculé d'après la relation (II.24).

L'angle de pression α_{tx} pour un engrenage à denture hélicoïdale déportée est :

$$\operatorname{inv} \alpha_{tx} = 2 \cdot \frac{X_1 + X_2}{Z_{V1} + Z_{V2}} \cdot \tan \alpha_t + \operatorname{inv} \alpha_t \quad II.24$$

La somme des quotients de déport nécessaire pour atteindre un entraxe imposé peut être calculée à partir de la relation (III.24). Pour répondre à des exigences de résistance ou de conduite, les deux roues peuvent subir un déport de profil, i.e elles peuvent être corrigées.

La répartition des quotients de déport sur les deux roues dentées se fait à partir de la figure en tenant compte des nombres de dents virtuels Z_v .

Pour les engrenages cylindriques à denture hélicoïdale, l'entraxe imposé peut être atteint, sans correction de denture, mais seulement avec un angle d'hélice approprié.

▪ Rapport de conduite

Le rapport total de conduite ε_{tot} pour un engrenage cylindrique à denture hélicoïdale est calculé dans la section apparente et il est l'expression de la somme de deux rapports :

$$\varepsilon_{tot} = \varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta \quad II.25$$

Le rapport de conduite apparent ε_α d'un engrenage cylindrique à denture hélicoïdale a pour expression :

$$\varepsilon_\alpha = g / p_{bt} \quad II.26$$

$$g = \sqrt{r_{a1}^2 + r_{b1}^2} + \sqrt{r_{a2}^2 + r_{b2}^2} - a \cdot \sin \alpha_t \text{ (mm)} \quad II.27$$

$$r_a = \frac{Z \cdot m_t}{2} + m_n \text{ (mm)} \quad II.28$$

$$r_b = r \cdot \cos \alpha \text{ (mm)} \quad II.29$$

$$p_{bt} = p_t \cdot \cos \alpha_t = \pi \cdot m_n \cdot \cos \alpha_t / \cos \beta \text{ (mm)} \quad II.30$$

S'il s'agit d'une denture hélicoïdale déportée, il faut remplacer dans ce qui suit la relation (II.26) r_a par r_{ax} , a par a_x et $\sin \alpha_t$ par $\sin \alpha_{tx}$; et comme le diamètre de base reste inchangé, le pas de base apparent p_{bt} est le même que celui d'une denture hélicoïdale non déportée.

Le rapport de conduite apparent ε_α peut être déterminé approximativement à partir de la figure pour les engrenages normaux et V-zéro ; on tire en fonction du nombre de dent virtuel du pignon Z_{v1} et du rapport de nombre de dents u , le rapport de conduite normal ε et on détermine le rapport de conduite apparent ε_α comme suit :

$$\varepsilon_\alpha = \varepsilon \cdot \cos \beta \quad II.31$$

Pour les engrenages V, on détermine à partir de la figure, le rapport de conduite apparent ε_α en procédant de la manière suivante : en fonction de l'angle de pression d'abord les rapports de

conduite normaux ε_1 et ε_2 des roues 1 et 2 et on calcule le rapport de conduite apparent comme suit :

$$\varepsilon_\alpha \approx (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) \cdot \cos \beta \quad II.32$$

Le rapport de recouvrement ε_β est, lui, calculé comme suit :

$$\varepsilon_\beta = \frac{q}{p_t} = \frac{b \cdot \sin \beta}{\pi \cdot m_n} \quad II.33$$

$$q = b \cdot \tan \beta \text{ (mm)} \quad II.34$$

$$p_t = \frac{\pi \cdot m_n}{\cos \beta} \text{ (mm)} \quad II.35$$

II.1.2.d. Etude des forces

La force F_n (force normale), qui agit perpendiculairement au flanc de la dent, est portée par la ligne normale de pression sous l'angle de pression réel α_n (figure II.8).

$$F_t = \frac{2000 \cdot M_t \cdot (K)}{d} \text{ (N)} \quad II.36$$

La force F_n se décompose en une force F' , perpendiculaire à la direction des flancs, et en une composante radiale F_r . la force F' se décompose, à son tour, en une force tangentielle F_t et axiale F_a . La force tangentielle F_t est donnée par :

La force axiale est :

$$F_a = F_t \cdot \tan \beta \text{ (N)} \quad II.37$$

La force radiale :

$$F_r = F_t \cdot \frac{\tan \alpha_n}{\cos \beta} \text{ (N)} \quad II.38$$

Lorsqu'il s'agit d'engrenages V, les grandeurs d , β et α doivent être remplacées par les grandeurs correspondantes au cylindre de base et qui sont d_b ($d_b = d \cdot \cos \alpha_t$), β_b ($\tan \beta_b = \tan \beta \cdot d_b / b$) et α_x . Mais comme la différence est insignifiante, la détermination des forces a lieu avec d , β et α_n .

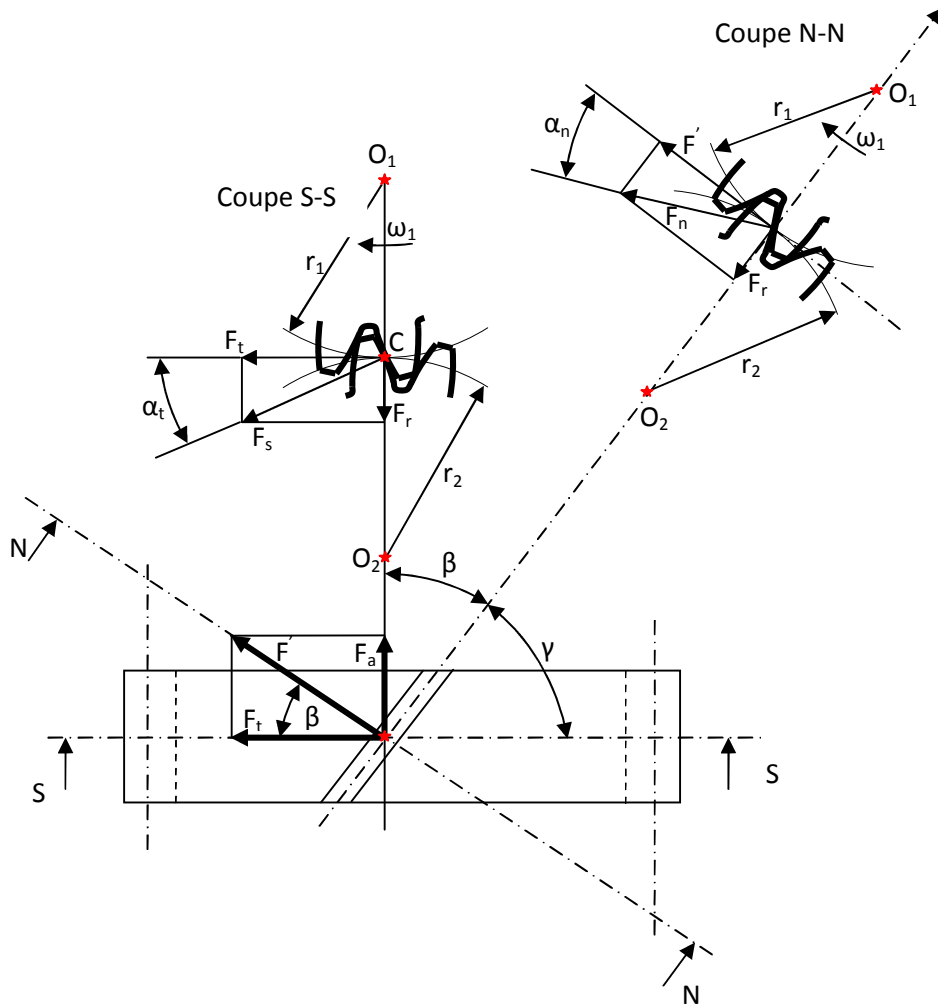


Fig. II.8 : Forces agissantes dans une roue cylindrique à denture hélicoïdale.

II.1.2.f. Choix des dimensions principales (dentures hélicoïdales)

Les dents sont déterminées de la même manière que celles des engrenages cylindriques à dentures droite. Pour le choix préalable des dimensions principales des roues, on distingue comme pour les engrenages cylindriques à denture droite, trois cas (voir paragraphe II.1.1.c).

II.1.2.f.1. Le diamètre de l'arbre porteur du pignon est connu

Lorsqu'il s'agit d'un pignon monté sur arbre, on détermine le diamètre primitif d_1 d'après la relation (II.5) et lorsqu'il s'agit d'un arbre-pignon monobloc, on utilise la relation (II.6).

Le nombre de dents est choisi comme pour les engrenages cylindriques à denture droite (voir suite de la relation II.6), et éventuellement une à deux dents en moins. Le module apparent est donné par $m_t = d_1/Z_1$ (m_t n'est pas arrondi en module normalisé). Les largeurs b_1 et b_2 sont à

choisir comme pour les engrenages cylindriques à denture droite à l'aide ψ_m et ψ_d ; mais on ne doit pas dépasser $\psi_m = b_1/m_t \approx 30$ pour des grands angles d'hélice ($\beta > 25^\circ$).

L'angle de l'hélice β est choisi de telle sorte que le rapport de recouvrement soit $\varepsilon_\beta \approx 1 \dots 1,2$; ce qui favorise la régularité du mouvement d'un coté et, de l'autre, répond à l'exigence d'avoir des efforts axiaux pas trop élevés. A partir de :

$$\varepsilon_\beta = \frac{q}{p_t} = \frac{b_1 \cdot \tan \beta}{\pi \cdot m_n} \quad II.39$$

On obtient après transformation, l'angle d'hélice :

$$\tan \beta = \frac{m_t \cdot \pi \cdot \varepsilon_\beta}{b_1} \approx \frac{3,5 \cdot m_t}{b_1} \quad II.40$$

Après tout cela, le module réel ($m_n = m_t \cdot \cos \beta$) est choisi à partir du tableau II.1 et les dimensions exactes des roues et du train sont déterminées d'après le paragraphe b.2.

II.1.2.f.2. Le moment moteur ou la puissance motrice sont connus

Le diamètre d'arbre est inconnu et l'entraxe n'est pas imposé. On détermine le diamètre primitif de la roue menante d'après l'expression (II.41) avec les données correspondantes.

$$a_x = m \cdot \frac{Z_1 + Z_2}{2} \cdot \frac{\cos \alpha_0}{\cos \alpha_x} = a \cdot \frac{\cos \alpha_0}{\cos \alpha_x} \text{ (mm)} \quad II.41$$

Le nombre de dents du pignon, le module, la largeur de roue et l'angle de l'hélice sont à déterminer comme le premier cas. Le nombre de dents du pignon est à choisir de telle sorte que les conditions des relations (II.5) ou (II.6) soient remplies.

II.1.2.f.3. L'entraxe est connu

Le diamètre primitif de la roue est déterminé d'après la relation (II.8). Les autres dimensions comme le nombre de dents du pignon, le module, la largeur de roue et l'angle de l'hélice sont à déterminer comme le premier cas. Comme le module réel $m_n = m_t \cdot \cos \beta$, on choisit le plus proche petit module normalisé (tab. II.1).

II.1.3. Etude de l'engrènement des engrenages parallèles

II.1.3.1. Continuité d'engrènement

II.1.3.1.a. Engrenages parallèles extérieurs, à denture droite

La figure (II.9) schématise l'engrènement des deux roues O_1 et O_2 d'un engrenage parallèle extérieur, dans un plan perpendiculaire aux axes (nous supposons toujours que les dentures sont à développante de cercle).

Nous savons que la ligne d'action est une droite passant par le point I de contact des deux cercles de base et inclinée d'un angle α (angle de pression) par rapport à la tangente commune aux deux cercles primitifs en I.

Supposons la roue O_2 menante, dans le sens indiqué sur la figure et considérons l'engrènement d'un couple de profils conjugués P_1 et P_2 .

- a) Début de l'engrènement : le profil P_1 est attaqué à sa pointe par le profil P_2 . Le point d'action commençante est le point d'intersection A de ligne d'action et du cercle de tête de la roue menée.
- b) Point de contact I : la période d'approche est celle qui est comprise entre le début d'action et le moment où le point de contact est I.
 - Le point de contact se déplace sur la ligne d'action de A à I. la longueur AI est appelée longueur d'approche (symbole g_f) ;
 - La roue O_2 a tourné de l'angle $\varphi_f = \widehat{N_2 O_2 Q_2}$ (notons que $AI = \widehat{N_2 Q_2}$).
 - L'arc d'approche est la longueur de l'arc parcouru par un point de l'un quelconque des deux cercles primitifs pendant la période d'approche : il est mesuré par exemple par l'arc \widehat{SI} du cercle primitif de la roue O_2 (symbole a_f).

Nous avons :

$$a_f = \varphi_f \cdot r_2$$

$$g_f = \varphi_f \cdot r_{b2}$$

i.e :

$$a_f = \frac{g_f}{\cos \alpha} \quad II.42$$

(r_{b2}/r_2) étant égale à $\cos \alpha$.

- c) Fin d'engrènement : le profil P_2 est en contact, par sa pointe avec le profil P_1 . Le point extrême d'action B est l'intersection de la ligne d'action avec le cercle de tête de la roue menante.

La période de retraite est comprise entre le moment où le point de contact coïncide avec I et la fin de l'action.

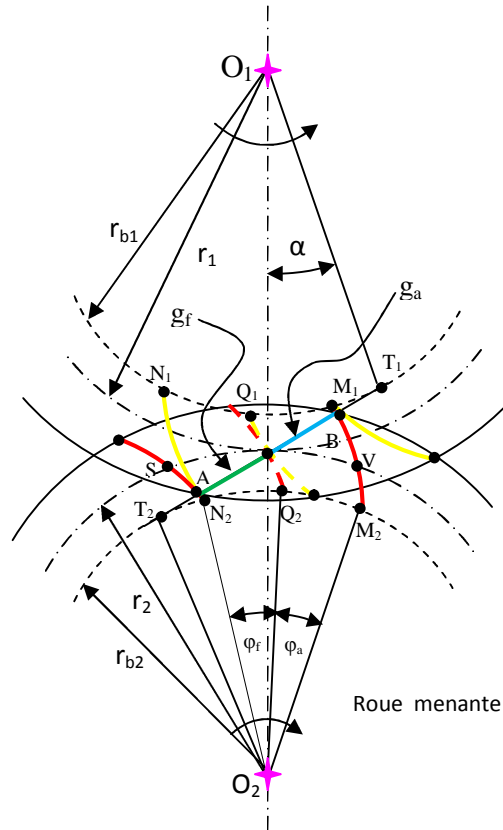


Fig. II. 9. L'engrènement des deux à denture droite

➤ **Pendant cette période**

- Le point d'action se déplace sur la ligne d'action, de I à B. la longueur IB est la longueur de retraite (symbole g_a).
- La roue O_2 a tourné de la ligne $\varphi_a = \widehat{Q_2 O_2 M_2}$; nous avons : $IB = \widehat{Q_2 M_2}$.
- l'arc de retraite est la longueur de l'arc parcouru par un point de l'un quelconque des deux cercles primitifs pendant la période de retraite : il est mesuré, par exemple, par l'arc \widehat{IV} du cercle primitif de la roue O_2 (symbole a_a).

Comme :

$$g_a = \varphi_a \cdot r_{b2}$$

$$a_a = \varphi_a \cdot r_2$$

Nous obtenons :

$$a_a = \frac{g_a}{\cos \alpha}$$

II. 43

L'arc de conduite est la longueur de l'arc parcouru par un point de l'un des deux cercles primitifs, depuis le début jusqu'à la fin de l'action : il est mesuré, par exemple, par l'arc \widehat{SV} (symbole a_α).

Nous avons donc :

$$a_\alpha = a_f + a_a = \frac{AI + IB}{\cos \alpha} = \frac{g_\alpha}{\cos \alpha} \quad \text{II.44}$$

$AB = \text{longueur d'action}$

Pour assurer la continuité d'engrènement, il faut évidemment que lorsque les profils conjugués P_1 et P_2 cessent d'être en contact, un autre couple de profils conjugués soit déjà en contact.

La figure (II.9.a) correspond au cas limite, la longueur d'action $AB = g_\alpha$ étant juste égale au pas de base P_b .

Il faut évidemment que nous ayons toujours :

$$AB > \text{pas normal};$$

$\text{Arc de conduite} > \text{pas primitif}$.

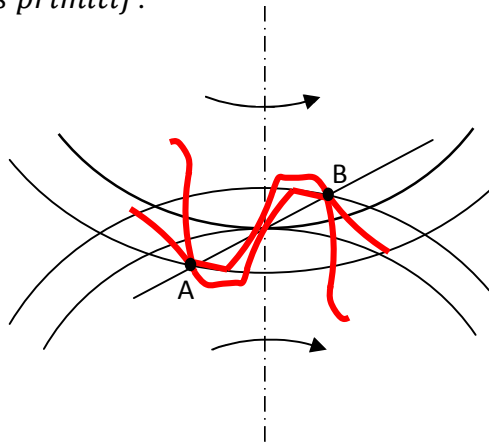


Fig. II.9.a. Cas limite de contact des engrenages à denture droite

Nous arrivons ainsi à la définition du rapport de conduite ε_α :

$$\varepsilon_\alpha = \frac{g_\alpha}{p_b} = \frac{a_\alpha}{p} \quad \text{(II.45)}$$

Pratiquement, il est souhaitable d'avoir une valeur de ε_α supérieure à 1,30.

➤ **Calcul du rapport de conduite**

Ce calcul sera fait en fonction des éléments suivants : nombre de dents Z_1 et Z_2 , saillies h_{a1} et h_{a2} des dentures des deux roues, angle de pression.

La figure (III.9.b) nous permet d'écrire :

$$g_f = AI = AT_1 + IT_1 = \sqrt{(r_1 + h_{a1})^2 - r_1^2 \cos^2 \alpha} - r_1 \sin \alpha \quad II.46$$

$$g_a = IB = T_2B + IT_2 = \sqrt{(r_2 + h_{a2})^2 - r_2^2 \cos^2 \alpha} - r_2 \sin \alpha \quad II.47$$

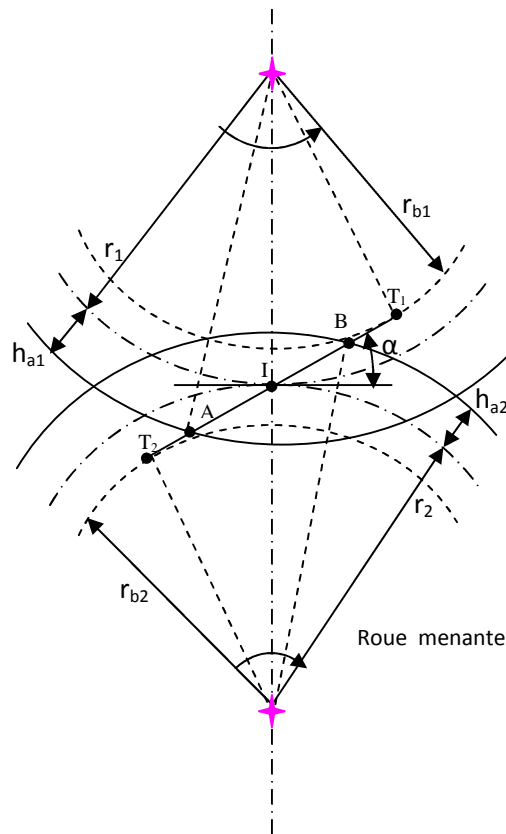


Fig. II.9.b. Ligne de contact des dentures droites.

Nous verrons ultérieurement que les points de contact ne doivent pas dépasser les points T_1 et T_2 situés dans les cercles de base, ce qui se traduit par les relations :

$$g_f \leq r_2 \sin \alpha$$

$$g_a \leq r_1 \sin \alpha$$

Nous pouvons calculer maintenant :

$$g_\alpha = g_a + g_f \quad \text{et} \quad \varepsilon_\alpha = \frac{g_\alpha}{\pi \cdot m \cdot \cos \alpha} \quad \text{II. 48}$$

en posant :

$$2r_1 = z_1 \cdot m$$

$$2r_2 = z_2 \cdot m$$

$$h_{a1} = y_1 \cdot m$$

$$h_{a2} = y_2 \cdot m$$

$$\varepsilon_\alpha = \frac{1}{\pi \cdot m \cdot \cos \alpha} \cdot \left[\sqrt{\frac{z_1^2}{4} \cdot \sin^2 \alpha + y_1^2 + z_1 y_1} + \sqrt{\frac{z_2^2}{4} \cdot \sin^2 \alpha + y_2^2 + z_2 y_2} - \left(\frac{z_1 + z_2}{2} \right) \cdot \sin \alpha \right] \quad \text{II. 49}$$

II.1.3.1.b. Engrenages parallèles extérieurs, à denture hélicoïdale

- **Rapport de conduite apparent et rapport total de conduite**

Avec les sens de rotation indiqués sur la figure (II.10), et la roue O_2 étant supposée conductrice, l'engrènement d'un couple de denture conjuguée commence au point A où le profil P_2 commence à attaquer le profil conjugué P_1 . Il se termine en B' lorsque le couple de profil conjugué $P_2' - P_1'$ a cessé son action.

Les profils P_2 et P_2' sont décalés angulairement de l'angle $\varphi_\beta = \widehat{IO_2I_1}$.

$\widehat{II_1} = g_\beta =$ longueur de recouvrement.

Déterminons le rapport « total de conduite » comme le rapport de l'angle dont a tourné chacune des deux roues pendant tout l'engrènement, et du pas angulaire correspondant (ce rapport est évidemment le même pour les deux roues).

Considérons par exemple la roue menante O_2 et reportons-nous à la (figure II.9).

Pendant l'engrènement du couple (P₁-P₂), cette roue tourne d'un angle ($\varphi_\alpha = \varphi_f + \varphi_a$). Le « pas angulaire » est : $\frac{\pi.m_t}{r_2}$

Le rapport total de conduite est :

$$\varepsilon_\gamma = \frac{\varphi_\alpha + \varphi_\beta}{\frac{\pi.m_t}{r_2}} = \varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta \tag{II.50}$$

ε_α : Rapport de conduite apparent, pouvant être calculé par exemple avec l'abaque de la figure.

$$\varepsilon_\beta : \text{Rapport de recouvrement} = \frac{b.\tan \beta}{\pi.m_t}.$$

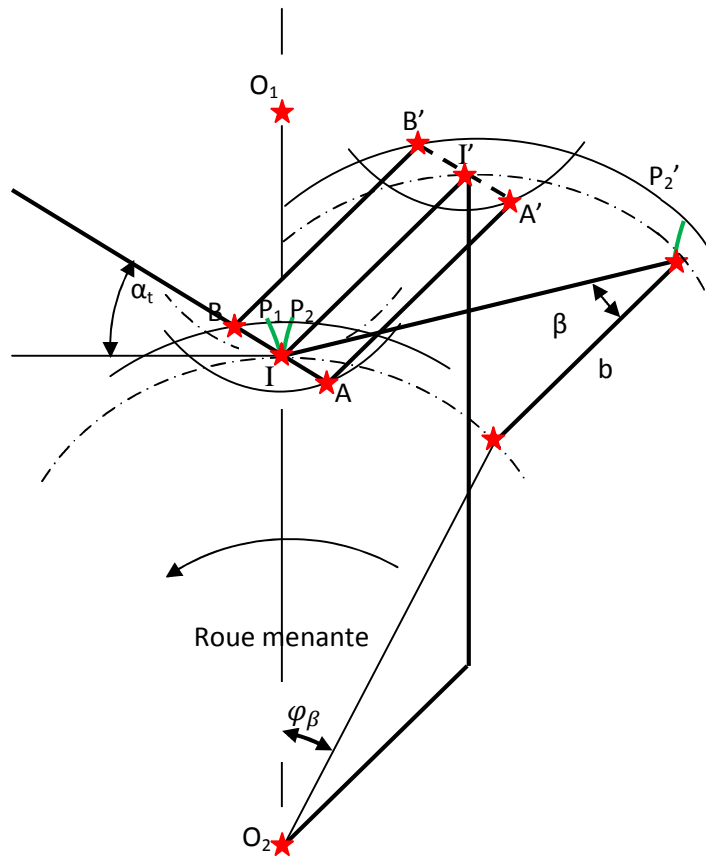


Fig. II.10. Rapport de conduite apparent

Pour utiliser avec profit une denture hélicoïdale, il convient d'avoir un rapport de recouvrement égal au moins à 1.

Analysons maintenant d'une manière plus approfondie le contact entre les dentures conjuguées. La figure II.11 présente un pignon à denture hélicoïdale engrenant avec une roue dont il n'est indiqué que le cylindre de tête.

Comme les dentures conjuguées sont des hélicoïdes développables, le plan d'action est tangent aux cylindres de base ; il passe par la génératrice de contact II' des deux cylindres primitifs de fonctionnement. La partie utile de plan d'action est limitée aux cylindres de tête des deux organes (rectangle AA' BB'). Le plan d'action coupe les dentures (1) (2)... Suivant des droites qui sont des génératrices rectilignes des hélicoïdes suivant lesquelles s'effectue le contact des dentures conjuguées. Ces génératrices sont définies par leur inclinaison β_b avec la direction de l'axe, et leur inclinaison δ avec les hélices primitives

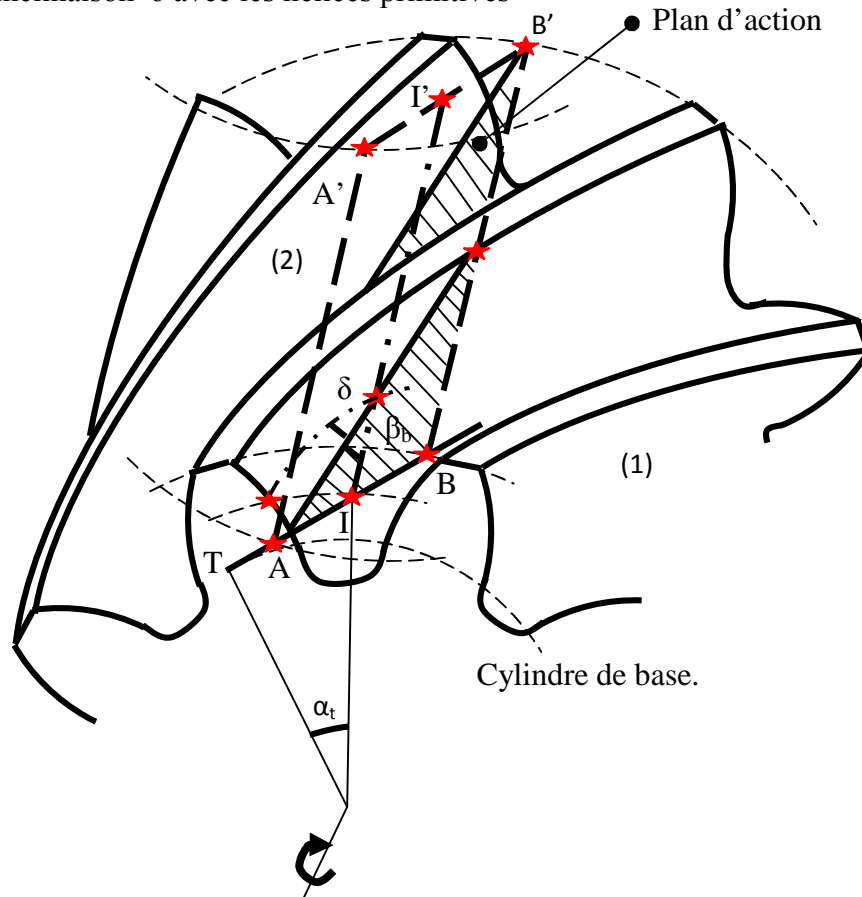


Fig. II.11. Pignon à denture hélicoïdale.

Rappelons que :

$$\tan \beta_b = \tan \beta \cdot \cos \alpha_t$$

$$\tan \alpha_t = \frac{\tan \alpha_n}{\cos \beta}$$

$$\tan \delta = \tan \beta \cdot \sin \alpha_n$$

La longueur utile de génératrice sur une denture donnée est évidemment variable. Déterminons la somme des segments de génératrices des différentes dentures en contact (figure.II.12). La largeur de rectangle d'action est égale à $\varepsilon_\alpha p_{bt}$.

Sur une longueur égale au pas axial p_x , la somme des segments de contact est :

$$cg + ed + ef = cg + ac + gb = ab = \frac{\varepsilon_\alpha \cdot P_{bt}}{\sin \beta_b} \quad II.51$$

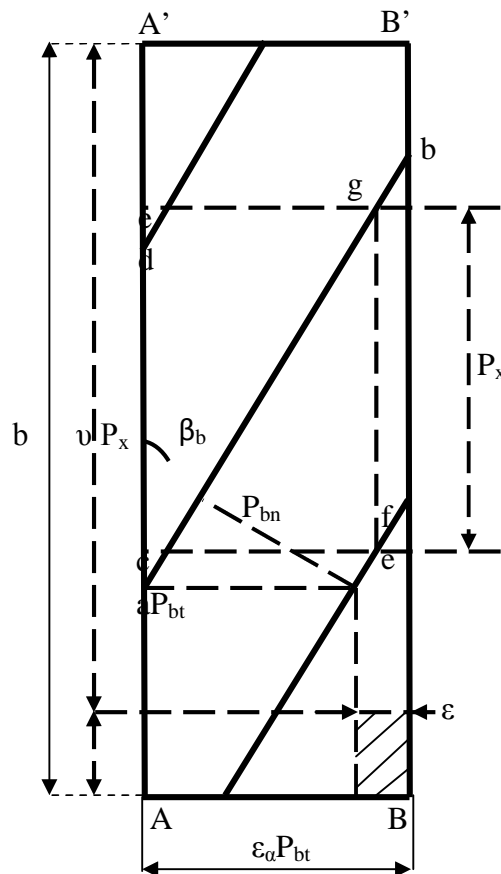


Fig. II.12. Surface d'action

Si la largeur de denture b étant égale à un nombre entier de fois (v) le pas axial p_x , la somme des segments de contact serait constante et égale à :

$$v \cdot \frac{\varepsilon_\alpha \cdot P_{bt}}{\sin \beta_b} \quad II.52$$

Posons d'une manière générale :

$$b = v \cdot p_x + w \quad (\text{Sur la figure II.12 } v = 2).$$

Déterminons la somme des segments de contact dans le rectangle de côté : ε_α , P_{bt} et w .

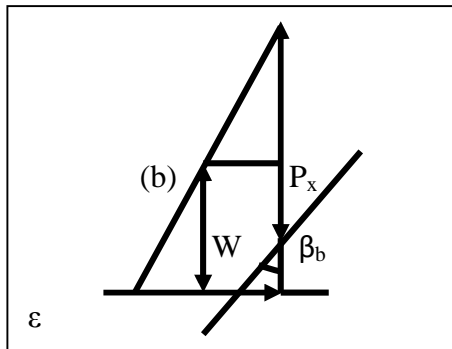
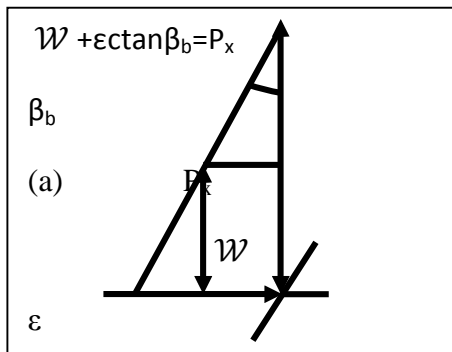
Si le rapport de conduite était un nombre entier (v'), il est facile de voir que la somme des segments aurait une valeur constante :

$$v' \frac{w}{\cos \beta_b} \tag{II. 53}$$

Nous aurions ainsi une somme totale des segments de contact constante pour l'une ou l'autre des deux conditions suivantes (v et v' entier) :

$$1) \quad b = v \cdot p_x \tag{II. 52'}$$

$$2) \quad \begin{cases} b = v \cdot p_x + w \\ \text{avec } \varepsilon_\alpha = v' \end{cases} \tag{II. 53'}$$



Posons d'une manière générale :

$$\varepsilon_\alpha \cdot P_{bt} = v' \cdot p_x + \varepsilon$$

($v' = 1$, Sur la figure II.12).

Il reste à déterminer le segment de contact qui peut trouver dans le petit rectangle de côtés, w et ε .

1^{er} cas :

$$.w + \varepsilon \cot \beta_b < p_x \dots (fig. II. 13) \tag{II. 54}$$

Il peut y avoir zéro ou un seul segment de contact

Fig. III.13. Segment de contact

dans la longueur maximum est :

$$\begin{cases} \frac{\varepsilon}{\sin \beta_b} & \text{si } w > \varepsilon \cdot \cot \beta_b \\ \frac{w}{\cos \beta_b} & \text{si } w < \varepsilon \cdot \cot \beta_b \end{cases} \tag{II. 55}$$

2^e cas :

$$w + \varepsilon \cot \beta_b > p_x > w \dots \dots \dots (fig. II. 13, b) \tag{II. 56}$$

Il peut y avoir un ou deux segments de contact.

Mini :

$$\frac{w + \varepsilon \cot \beta_b - p_x}{\cos \beta_b} \quad (II.57_1)$$

Maxi :

$$\begin{cases} \frac{\varepsilon}{\sin \beta_b} & \text{si } w > \varepsilon \cdot \cot \beta_b \\ \frac{w}{\cos \beta_b} & \text{si } w < \varepsilon \cdot \cot \beta_b \end{cases} \quad (II.57_2)$$

Conclusion : une limite inférieure de la somme des segments de contact est :

Si $w + \varepsilon \cdot \cot \beta_b < p_x$:

$$v \cdot \frac{\varepsilon_\alpha \cdot p_{bt}}{\sin \beta_b} + v' \cdot \frac{w}{\cos \beta_b} \quad (II.58_1)$$

Si $w + \varepsilon \cot \beta_b > p_x > w$:

$$v \cdot \frac{\varepsilon_\alpha \cdot p_{bt}}{\sin \beta_b} + v' \cdot \frac{w}{\cos \beta_b} + \frac{w + \varepsilon \cot \beta_b - p_x}{\cos \beta_b} \quad (II.58_2)$$

Une limite supérieure est :

Si $w + \varepsilon \cdot \cot \beta_b < p_x$:

$$v \cdot \frac{\varepsilon_\alpha \cdot p_{bt}}{\sin \beta_b} + v' \cdot \frac{w}{\cos \beta_b} + \begin{cases} \frac{\varepsilon}{\sin \beta_b} & \text{si } w > \varepsilon \cdot \cot \beta_b \\ \frac{w}{\cos \beta_b} & \text{si } w < \varepsilon \cdot \cot \beta_b \end{cases} \quad (II.58_3)$$

Si $w + \varepsilon \cot \beta_b > p_x > w$:

$$v \cdot \frac{\varepsilon_\alpha \cdot p_{bt}}{\sin \beta_b} + v' \cdot \frac{w}{\cos \beta_b} + \begin{cases} \frac{\varepsilon}{\sin \beta_b} & \text{si } w > \varepsilon \cdot \cot \beta_b \\ \frac{w}{\cos \beta_b} & \text{si } w < \varepsilon \cdot \cot \beta_b \end{cases} \quad (II.58_4)$$

Remarque :

Dans le cas d'une denture droite :

$$\alpha = 0, p_x = \text{infini}, \frac{p}{p_x} = 0$$

Nous avons :

$$v = 0, w = b, v' = \text{partie entière du rapport de conduite.}$$

$$\begin{cases} \text{limite inférieure (2.57}_1\text{): } v' \cdot b \\ \text{limite supérieure (2.57}_3\text{): } (v' + 1)b \end{cases}$$

• **Formule simplifiée :**

Dans beaucoup de cas, on peut utiliser la formule simplifiée suivante, en considérant que si pour une largeur de denture p_x la somme des segments de contact est :

$$\frac{\varepsilon_\alpha \cdot p_{bt}}{\sin \beta_b}$$

Pour une largeur b , cette somme sera sensiblement :

$$\frac{\varepsilon_\alpha \cdot p_{bt}}{\sin \beta_b} \cdot \frac{p}{p_x}$$

Soit, en posant :

$$\text{somme} = \frac{b \cdot \varepsilon_\alpha}{\cos \beta_b} \tag{II.59}$$

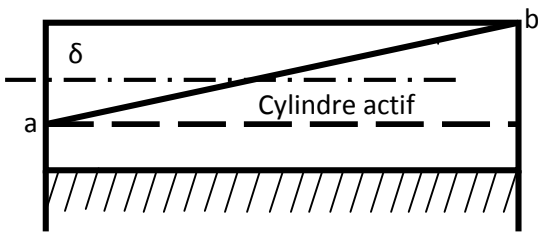


Fig. II.14. Cylindre actif

Un segment de longueur maxi $\frac{b}{\cos \beta_b}$ s'étend sur toute la largeur de denture (Fig. II.14), si nous avons :

$$ab = \frac{\varepsilon_\alpha \cdot p_{bt}}{\sin \beta_b} = \frac{b}{\cos \beta_b}$$

Soit :

$$\begin{aligned} \varepsilon_\alpha &= \frac{b}{\frac{p_{bt}}{\tan \beta_b}} \\ &= \text{Rapport de recouvrement } \varepsilon_\beta \end{aligned}$$

II.2. Résistance des engrenages

II.2.1. Choix des matériaux

Les matériaux des roues peuvent être, d'après les conditions de fonctionnement, choisis préalablement, s'ils doivent être connus pour la détermination approximative des dimensions principales. Ils peuvent, quand la vérification de la résistance l'exige, être changés.

Les pignons sont souvent en acier; alors que les grandes roues dentées, selon les sollicitations, sont soit en fonte, soit en acier moulé soit encore en acier. Les grandes roues, dont les dents ont subi un revenu ou sont trempées, se présentent sous forme de couronnes, en acier correspondant, montées pressées sur des corps (par exemple en fonte)[69,70].

Le matériau du pignon doit, à cause de la grande usure, être toujours plus dur que celui de la grande roue. En général, on pose:

$$Hb_{\text{pignon}} \geq Hb_{\text{roue}} + \frac{150N}{\text{mm}^2} \left(\frac{N}{\text{mm}^2} \right) \text{III. 60}$$

Le couplage de roues en acier non trempé est formellement à éviter à cause du grippage (usure adhésive) des surfaces de contact.

Le choix préalable des matériaux et leur comportement peut être effectué à l'aide du tableau II.5.

		Matériaux	
N	Exigences et exemples d'utilisation	Pignon	Grande roue
1	Petites charges et petites vitesses; fonctionnement intermittent, treuil,	Ft, A 42, A 50, matières plastiques.	Ft15, Ft20, matièresplastiques.
2	Charges et vitesses moyennes; transmission usuelle, installation de transport, petites machines-outils.	Ft, A 50, A 60, acier moulé, matières plastiques.	F _t 20, F _t 25, F _t 30, FGS 380, FGS 420, 190-380M, 230-450M, matières plastiques.
3	Charges et vitesses élevées;réducteurs universels, machines-outils, construction de machines en général,	A 60, A70.Aciers d'amélioration.	de Ft 30 à Ft 40, de FGS 500 à FGS 700, 260-520M, 300-600M,Aciers d'amélioration (bandage)
4	Les exigences les plus élevées; automobiles, machines motrices, réducteurs de bateaux.	A 60, A 70, aciers trempés, aciers d'amélioration, aciers de cémentation.	300-600M, aciers d'amélioration, aciers de cémentation (bandage).

Tab.II.5:Instructions pour le choix des matériaux pour les engrenages cylindriques et coniques [69].

II.2.2. Vérification de la résistance de la racine de la dent (Denture droite)

Après le dimensionnement préalable, il reste à vérifier, à travers une projection approximative, si les cotes des roues s'adaptent à la construction de l'ensemble ou s'il faut apporter des changements. La résistance de la racine des dents est ensuite vérifiée à la flexion. Les calculs qui vont suivre tiennent compte des recommandations de la norme **DIN 3990** et qui sont valables pour les engrenages cylindriques et coniques. Les dents sont soumises à la flexion, à la compression et au cisaillement. On admet tout d'abord qu'un seul couple de dents est en contact (engrené).

La dent est dangereusement sollicitée à sa racine, quand la force normale F_n est appliquée à l'extrémité de la dent; le moment fléchissant dans la section dangereuse, qui est la racine de la dent, atteint sa valeur maximale (fig. II.15). Dans la section dangereuse, en négligeant la contrainte de cisaillement, on a la contrainte de flexion:

$$\sigma_f = \frac{6 \cdot h \cdot F_n \cdot \sin \theta}{a^2 \cdot b} \left(\frac{N}{\text{mm}^2} \right) \quad \text{III. 61}$$

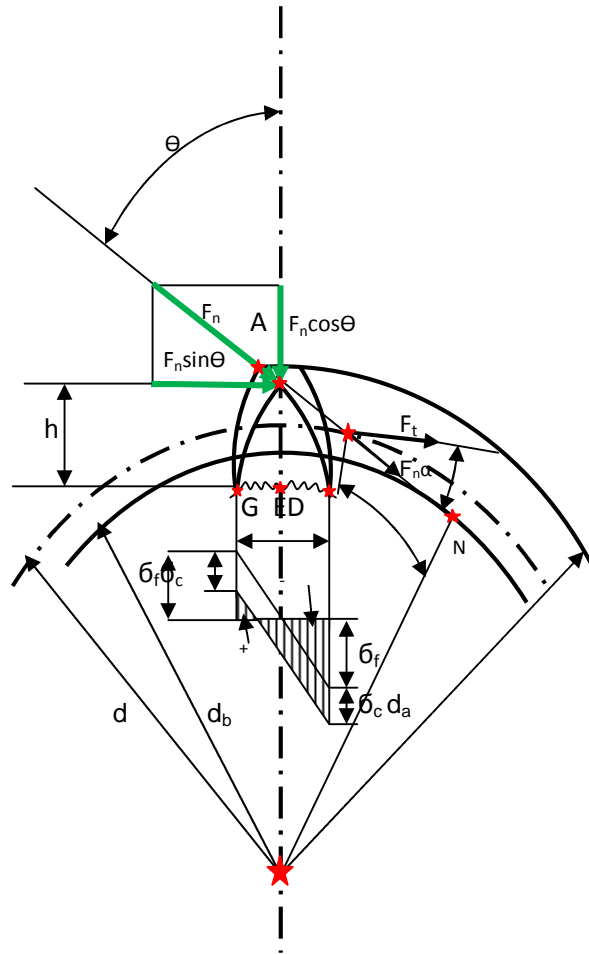


Fig. II.15. Forces agissantes sur une dent.

Et la contrainte de compression :

$$\sigma_c = F_n \cdot \frac{\cos \theta}{a \cdot b} \left(\frac{N}{\text{mm}^2} \right) \quad \text{II. 62}$$

L'addition de ces deux contraintes donne la contrainte normale maximale :

$$\sigma_{max} = \sigma_f + \sigma_c = \frac{6 \cdot h \cdot F_n \cdot \sin \theta}{a^2 \cdot b} + F_n \cdot \frac{\cos \theta}{a \cdot b} \left(\frac{N}{\text{mm}^2} \right) \quad \text{II. 63}$$

Et, en remplaçant F_n par $F_t/\cos\alpha_0$, on obtient :

$$\sigma_{max} = \frac{F_t}{b \cdot m} \cdot \left(\frac{6 \cdot h \cdot m \cdot \sin\theta}{a^2 \cdot \cos\alpha_0} + \frac{m \cdot \cos\theta}{a \cdot \cos\alpha_0} \right) \left(\frac{N}{mm^2} \right) \quad II.64$$

Jusqu'ici, on a admis que le couple, et, par conséquent, la force tangentielle F_t (ou la force normale F_n) est transmis par une seule dent, alors qu'en réalité, durant l'engrènement, il y a des phases où deux couples de dents sont en contact. On sait aussi que le rapport de conduite est toujours supérieur à 1 et que pour la denture droite, il est inférieur à 2. Cela permet d'affirmer, que le cas critique, où une seule dent supporte la force F_n en son sommet, ne peut exister (Fig. II.16), i.e. lorsqu'une dent est sollicitée en son sommet, un autre couple de dents est en contact et lorsqu'une seule dent est en prise, elle n'est jamais sollicitée en son sommet mais un peu plus bas vers sa racine. On remarque donc durant ces phases, le moment fléchissant agissant sur une dent, et, par conséquent la contrainte de flexion, est beaucoup moins importante que celle calculée précédemment (II.62). A cet effet, on introduit un facteur correcteur appelé facteur de conduite Y_ε .

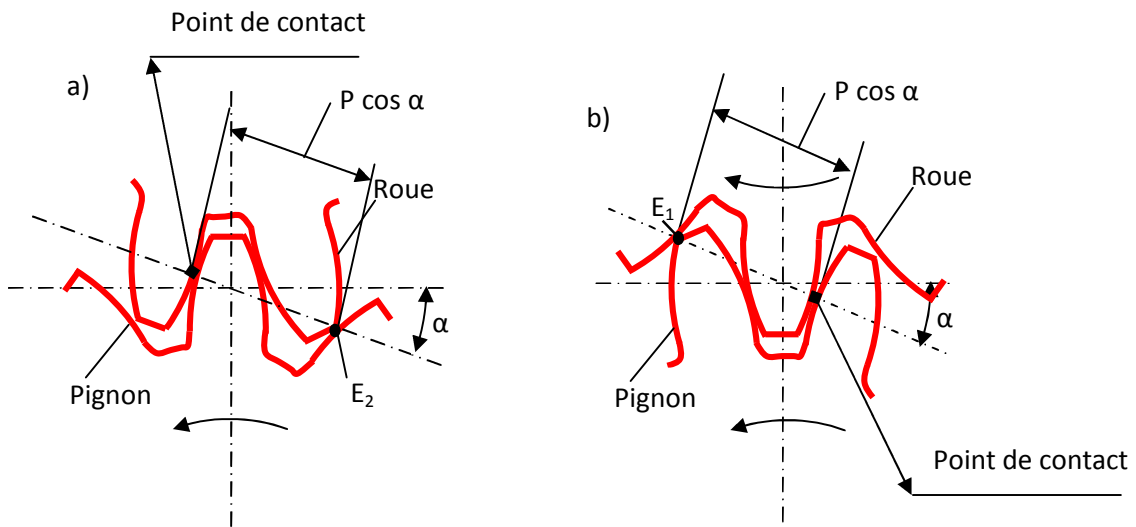


Fig. II.16. Dents en prise lors de l'engrènement.

Si on regroupe tous les termes entre crochets (II.62) dans le facteur de forme Y_F et si on tient compte du facteur de conduite Y_ε , on peut donc écrire que la contrainte de flexion à la racine de la dent est:

$$\sigma_{max} = \frac{F_t}{b \cdot m} \cdot Y_F \cdot Y_\varepsilon \leq [\sigma_f] \left(\frac{N}{mm^2} \right) \quad II.65$$

Pour pouvoir déterminer le facteur de conduite Y_ε , il faut d'abord connaître la qualité de la denture (chapitre III) et déterminer le facteur auxiliaire q_L .

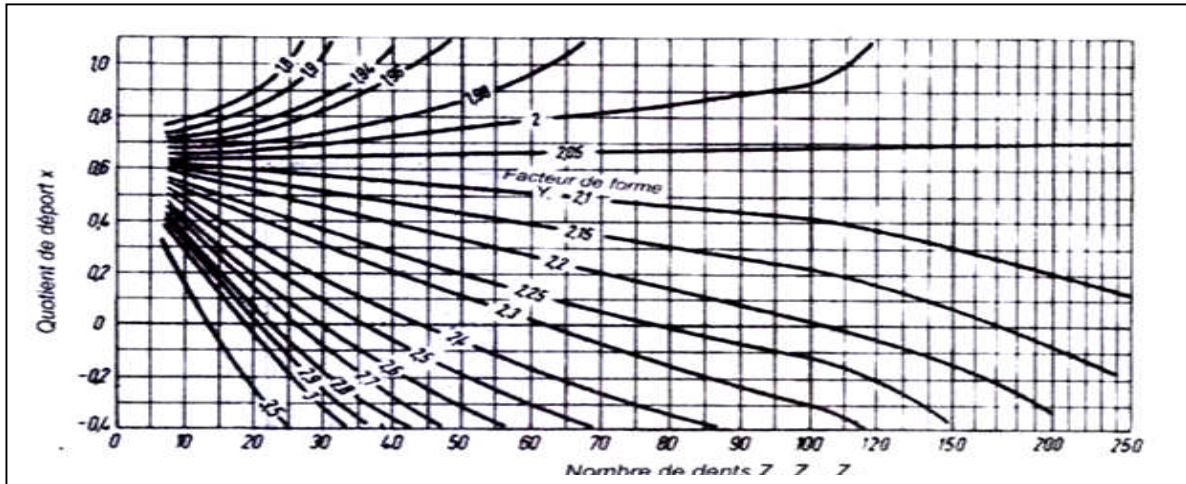


Fig. II.17. Détermination du facteur de forme de dent pour le calcul de la résistance de la racine de la dent.

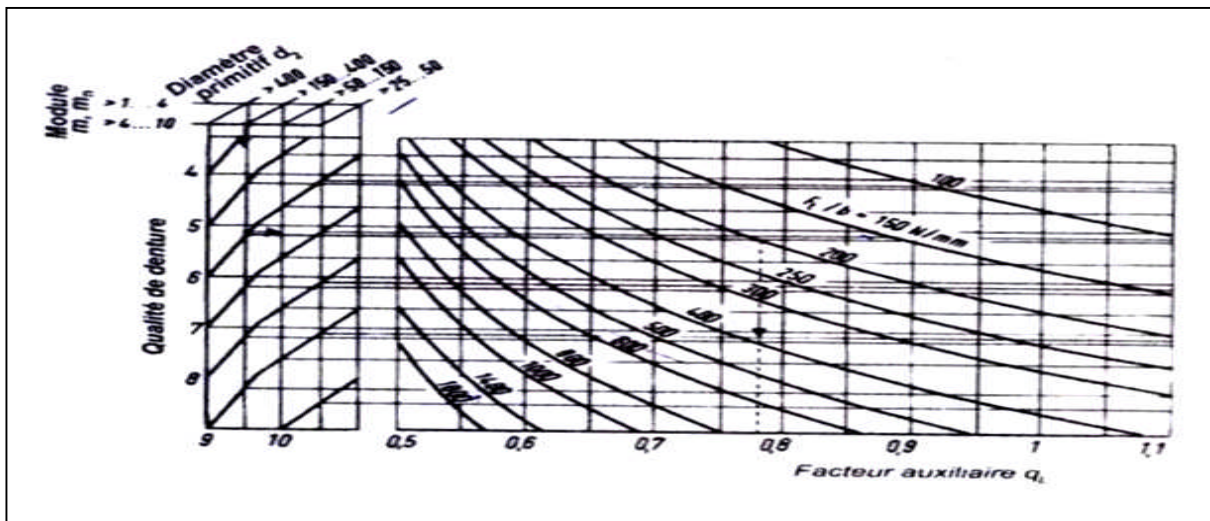


Fig. II.18. Détermination du facteur auxiliaire q_L pour la détermination du facteur de conduite Y_ε et facteur de répartition de charge Z_ε .

$[\sigma_f]$: Contrainte admissible de flexion en N/mm^2 (tab.II.2)

Pour les basses vitesses (par ex. fonctionnement manuel) :

$$[\sigma_f] = R_m / 2,5 \text{ avec } R_m: \text{ Résistance à la rupture.}$$

Pour les grandes vitesses et les hautes charges dynamiques :

$$[\sigma_f] = \sigma_{DAF}/2 \text{ ou } [\sigma_f] = \sigma_{DRF}/2; \left(\text{on utilise } \sigma_{DAF}, \text{ quand il y a des changements de } \right. \\ \left. \text{sens de rotation} \right).$$

Le facteur de conduite Y_ε sert à saisir approximativement les conditions d'engrènement. On s'attend, lorsqu'il s'agit d'une bonne qualité de denture et de grandes sollicitations, à ce que la force tangentielle soit répartie, selon le rapport de conduite, sur plusieurs dents; alors que pour une denture de mauvaise qualité et des petites sollicitations, la force tangentielle est transmise essentiellement par unedent. Avec le diamètre d_2 de la roue, le module et la qualité de la denture, on détermine, en fonction du quotient de la force tangentielle sur la largeur de roue F_t/b , le facteur auxiliaire q_L .

- Si $q_L > 1/\varepsilon$, on obtient $Y_\varepsilon = 1$.
- Si $q_L < 1/\varepsilon$, on obtient $Y_\varepsilon = 1/\varepsilon$.

Pour une qualité de denture comprise entre 8 et 12 et pour des petites jusqu'aux moyennes charges, on peut poser $Y_\varepsilon=1$, car on a, en général, $q_L > 1/\varepsilon$.

La détermination du rapport de conduite ε pour un engrenage normal (denture à profil non déporté) et pour un engrenage V-zéro est effectuée à partir de la figure ou encore à partir de la relation. Pour un engrenage V (denture à profil déporté), il faut d'abord déterminer l'angle de pression α_x puis les rapports de conduite ε_1 et ε_2 des roues 1 et 2, puis enfin la somme $\varepsilon_x = \varepsilon_1 + \varepsilon_2$ exprimant le rapport de conduite total. Ce dernier peut aussi être déterminé directement à l'aide de la relation.

II.2.3. Vérification de la résistance des flancs

La valeur de la pression de contact sur les flancs des dents a une grande signification pour la durée de vie. Le temps allant du début de la mise en service jusqu'à l'apparition de piqûres est une mesure de durée de vie.

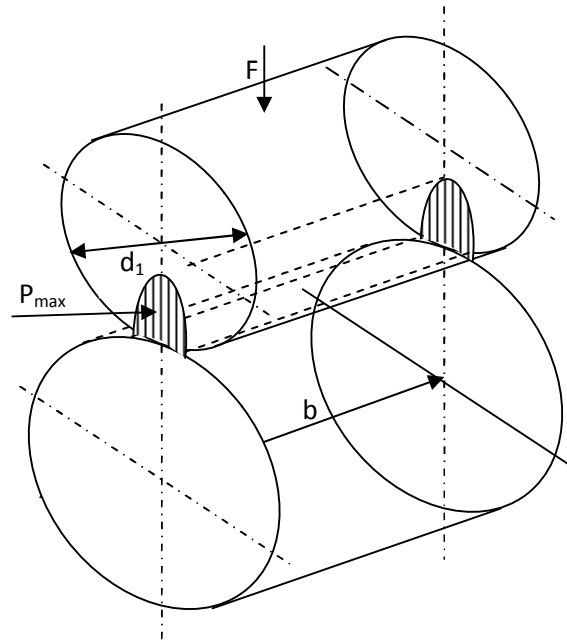


Fig. II.19. Pression de deux cylindres.

Deux dents en contact sont assimilées à des cylindres de largeur b et de diamètres d_1 et d_2 roulant l'un sur l'autre (Fig.II.19), et sur lesquelles s'exerce une force F . La pression de contact superficielle, ainsi créée, est répartie sur un rectangle et sa valeur maximale se situe au milieu. On a vu, lors de l'étude de la loi d'engrènement, que deux dents en contact subissent simultanément un mouvement de glissement relatif et un mouvement de roulement, et que lorsque le point de contact se situe sur la droite joignant les deux centres des roues, i.e sur le cercle primitif pour un engrenage normal et sur le cercle de roulement pour un engrenage déporté, le glissement relatif n'existe plus; cela explique la coupure du film d'huile.

Au point où le film est coupé et sous l'action des pressions superficielles maximales dépassant la limite de résistance ou d'endurance du matériau, un endommagement, appelé pitting ou piqûres, peut être provoqué. Cette détérioration des flancs, se caractérisant par la formation de très fortes piqûres et parfois même des trous pouvant être évités si la pression de contact ne dépasse pas une certaine limite.

La pression de contact maximale d'après Hertz, pour deux cylindres, est:

$$P_{max} = \sqrt{\frac{F_n E_r}{2,86.b.\delta}} \quad (N/mm^2) \quad \text{II.66}$$

Si on remplace δ , après transformation, par $\delta = d_1 \cdot \sin \alpha_0 \cdot \frac{u}{u+1}$; où u exprime le rapport des nombres de dents (voir la relation), et, comme $F_n = F_t / \cos \alpha_0$, on obtient, après séparation des grandeurs dépendant du matériau et des conditions de prise, la pression de contact au point de roulement :

$$P_{max} = \sqrt{\frac{F_t}{b \cdot d_1} \cdot \frac{u+1}{u}} \cdot \sqrt{\frac{E_r}{2,86}} \cdot \sqrt{\frac{1}{\sin \alpha_0 \cdot \cos \alpha_0}} \quad \text{II.67}$$

En posant $Z_M = \sqrt{\frac{E_r}{2,86}}$ et $Z_H = \sqrt{\frac{1}{\sin \alpha_0 \cdot \cos \alpha_0}}$, on obtient, en tenant compte de la longueur de la ligne de contact, la pression de contact des flancs des deux roues au point de roulement :

$$P_{max} = \sqrt{\frac{F_t}{b \cdot d_1} \cdot \frac{u+1}{u}} \cdot Z_M \cdot Z_H \cdot Z_\varepsilon \leq [P] (N/mm^2) \quad \text{II.68}$$

II.2.4. Vérification de la résistance de la racine de la dent (Denture hélicoïdale)

Comme pour les engrenages cylindriques à denture droite, la contrainte de flexion à la racine de la dent est :

$$\sigma_f = \frac{F_t}{b \cdot m_n} \cdot Y_F \cdot Y_\varepsilon \leq [\sigma_f] \left(\frac{N}{mm^2} \right) \quad \text{II.69}$$

II.2.5. Vérification de la résistance des flancs

Comme pour les engrenages cylindriques à denture droite, la pression de contact au point de roulement est :

$$P_{max} = \sqrt{\frac{F_t}{b \cdot d_1} \cdot \frac{u+1}{u}} \cdot Z_M \cdot Z_H \cdot Z_\varepsilon \leq [P] (N/mm^2) \quad \text{II.70}$$

II.3. Conclusion

Nous avons étudié le dimensionnement géométrique (pour le choix préalable des dimensions des éléments des engrenages à denture droite/ hélicoïdale). Une étude des forces de contact et la continuité de l'engrènement a été développée. Enfin, une vérification de la résistance est discutée. Les résultats vont être montrés dans le cinquième chapitre relatif au développement du banc d'essai.

A decorative border consisting of a repeating pattern of stylized floral motifs, possibly roses or similar flowers, arranged in a rectangular frame around the page content.

Table des matières : chapitre trois

III. Métrologie des engrenages	71
III.A. Première partie: Définitions et Symboles	71
III.A.1. Définitions relatives au contrôle du corps de roue	71
III.A.2. Définitions relatives au contrôle de la denture	72
III.A.3. Définitions relatives au contrôle de l'engrenage monté	81
III.A.4. Symboles	83
III.B. Deuxième partie : Base d'établissement du système	84
III.B.1. Introduction	84
III.C. Troisième partie : valeurs numériques	86

III. Métrologie des engrenages

Le système de tolérances que nous allons montrer dans ce chapitre est conforme aux recommandations du comité [ISO TC 60]; il fait d'ailleurs l'objet de la norme [AFNOR-E23-006] de juillet 1967. Ce système ne s'applique qu'aux dentures cylindriques en développante de cercle et est actuellement limité aux roues de 3150 de diamètre et au module 25. [1], [70-71].

III.A. Première partie: Définitions et Symboles

III.A.1. Définitions relatives au contrôle du corps de roue

III.A.1.1. Élément de référence

Élément (axe ou surface) utilisé conventionnellement comme point de départ pour la détermination des différentes caractéristiques d'une roue.

III.A.1.2. Axe de référence

Axe de l'alésage de la roue ou des portés des paliers de son arbre.

III.A.1.3. Surface de référence radiale

Surface cylindrique clairement désignée comme surface de référence sur les plans de fabrication.

Ce peut être, soit la surface de cylindre de tête, soit, de préférence, une surface cylindrique auxiliaire spécialement aménagée dans ce but (voir fig.III.1).

III.A.1.4. Surface de référence latérale

Surface plane, perpendiculaire à l'axe, clairement désignée comme surface de référence sur les plans de fabrication (fig.III.1) [1].

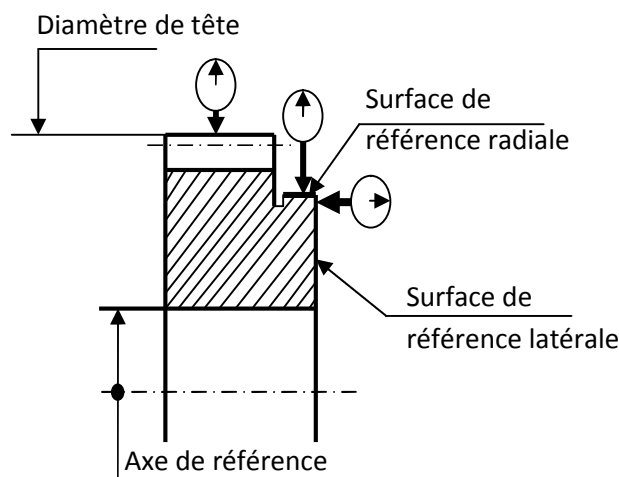


Fig.III.1. Surface de référence

III.A.1.2. Erreurs concernant le corps de la roue

III.A.1.2.1. Erreurs dimensionnelles

Erreurs sur le diamètre de l'alésage ou de l'arbre, y compris éventuellement les erreurs de forme, et sur le diamètre de tête.

III.A.1.2.2. Faux-rond de forme

Amplitude totale du déplacement de l'indicateur d'un comparateur dont la touche est en contact avec la surface de référence radiale, pour une révolution complète de la roue autour de l'axe de référence.

(Si le cylindre de tête est pris comme surface de référence, l'erreur éventuelle sur le diamètre de tête influe sur le résultat de la mesure).

III.A.1.2.3. Voile

Amplitude totale du déplacement de l'indicateur d'un comparateur dont la touche est en contact avec la surface de référence latérale vers sa périphérie, pour une révolution complète de la roue autour de l'axe de référence.

III.A.2. Définitions relatives au contrôle de la denture

III.A.2.1. Divisions

III.A.2.1.1. Rang k d'une dent

Numéro d'ordre de la dent, à partir d'une dent origine de numéro zéro, la numérotation étant effectuée de 1 à Z, dans le sens des aiguilles d'une montre pour un observateur faisant face à la surface de référence latérale.

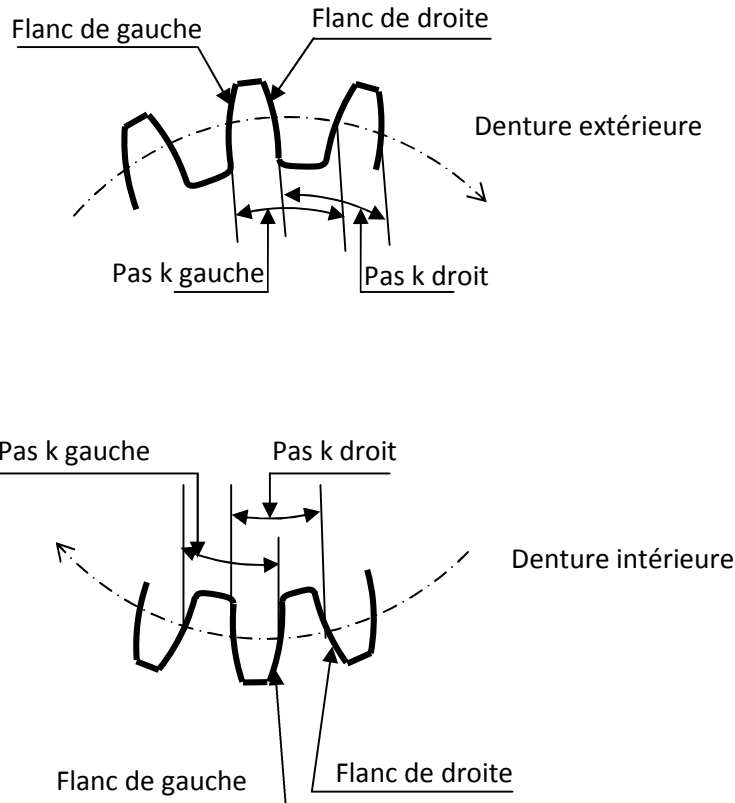
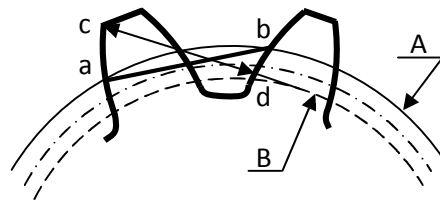


Fig. III.2. Pas droite



A : cercle de contrôle

B : cercle de base

\widehat{ab} : pas circulaire

\overline{ab} : corde de pas circulaire

cd : pas de base apparent

Fig. III.3. Pas circulaire

III.A.2.1.2. Pas circulaire

Valeur du pas mesurée sur un cylindre de contrôle aussi voisin que possible du cylindre primitif (fig. III.3)

III.A.2.1.3. Pas droite (ou gauche) numéro k

Pas compris entre le flanc droite (ou gauche) de la dent de range k-1 et le flanc homologue de la dent de range k lorsque les dents sont vues avec le sommet au-dessus du pied (fig. III.2)

III.A.2.1.4. Pas de base

Distance entre deux flancs homologues consécutifs, mesuré sur une tangente au cylindre de base.

III.A.2.2. Erreurs de division

III.A.2.2.1. Erreur individuelle de pas

Différence algébrique entre la valeur mesurée du pas considéré (pas circulaire, apparent ou réel, ou pas de base réel) et sa valeur théorique.

Remarques

1° Pour l'erreur individuelle de pas circulaire d'une denture hélicoïdale, le contrôle est effectué autant que possible dans un même plan perpendiculaire à l'axe et est donc relatif au pas apparent; s'il est effectué dans une direction perpendiculaire à la direction des dents, il est relatif au pas réel.

2° Contrôle des erreurs individuelles de pas de base ne pouvant pas pratiquement être effectué dans un plan perpendiculaire à l'axe, le seul pas de base à considérer est le pas de base réel.

III.A.2.2.2. Erreur cumulée sur un secteur de k pas

Différence algébrique entre la longueur mesurée et la longueur théorique de l'arc de cercle de contrôle comprise entre deux profils homologues extrêmes séparés par un nombre k de pas circulaires.

C'est aussi la somme algébrique des erreurs individuelles des k pas circulaires comprises dans le secteur considéré.

Remarque

1° l'erreur cumulée peut être déterminée, pour tous les profils d'une même parité (de gauche par exemple), à partir de la courbe de décalage circulaire (fig.III.4), le décalage circulaire de profil de rang k étant la différence de distance, mesuré sur le cercle de contrôle à partir du profil origine de rang zéro, entre la position de ce profil et celle du profil théorique (fig. III.4)

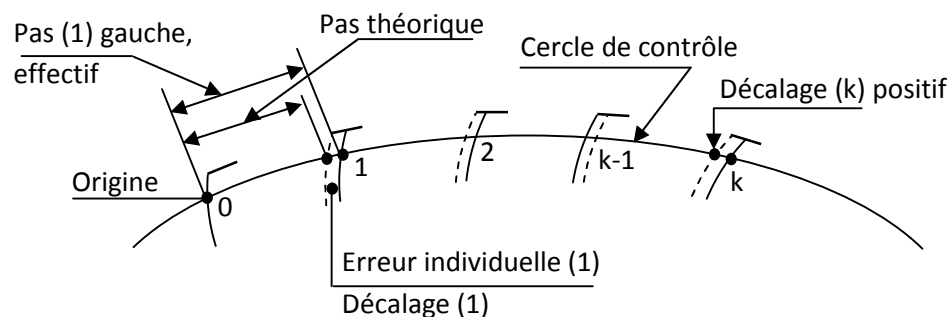


Fig.III.4. Profil théorique des dents

Le décalage circulaire d'un profil étant la somme algébrique des erreurs individuelles des pas circulaires depuis le profil origine jusqu'à ce profil. L'erreur cumulée sur un secteur quelconque de k pas peut être déterminée directement, à partir de la courbe de décalage des deux profils extrêmes du secteur (Fig. III.5), sur laquelle a été indiqué, en exemple, l'erreur cumulée sur un secteur de 10 pas.

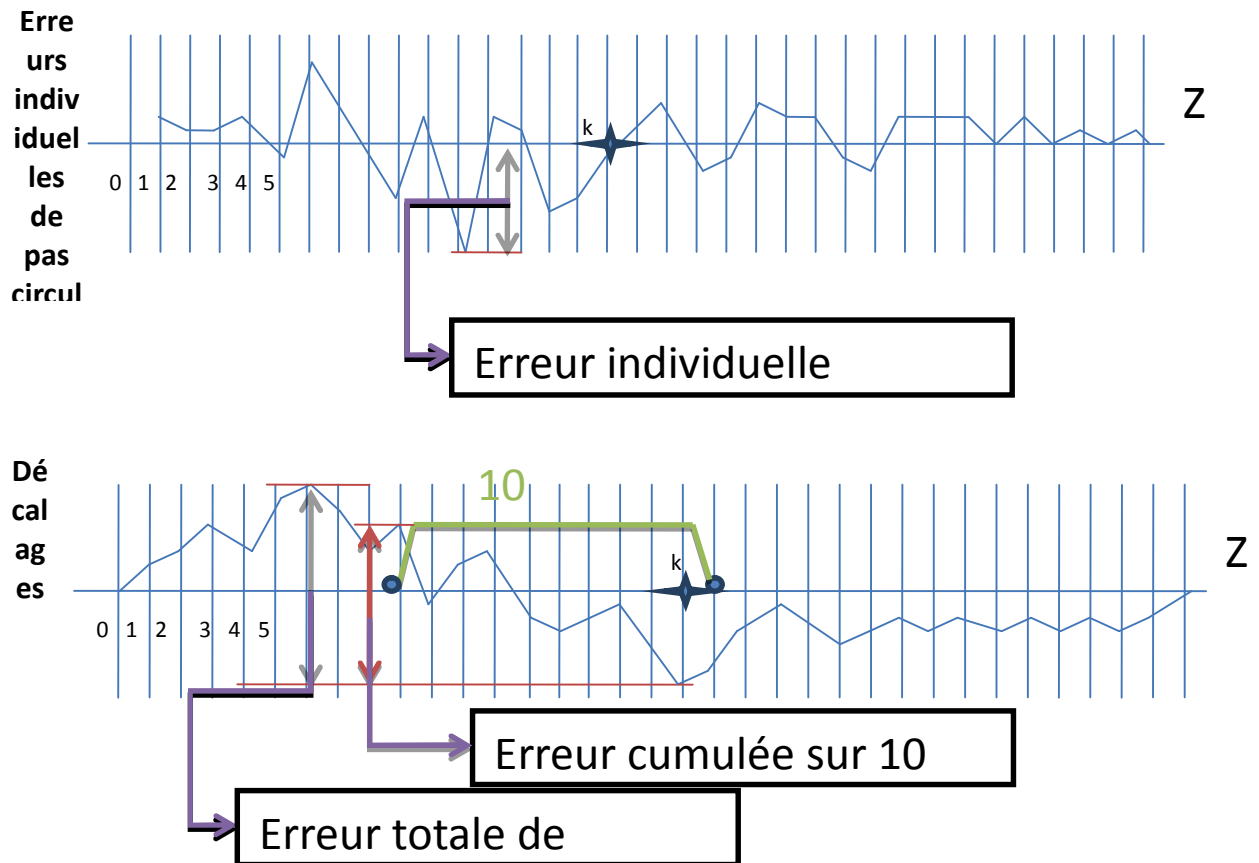


Fig.III.5. Erreur cumulée

2° Pour les roues d'un grand nombre de dents, l'emploi de la courbe des décalages, qui nécessite la somme des erreurs individuelles, n'est pas souhaitable, du fait de l'accumulation des petites incertitudes de mesure susceptibles d'affecter chacun des relevés successifs.

Il est recommandé, en conséquence, d'effectuer directement le contrôle sur chacun des secteurs successifs (en choisissant pour k un nombre suffisamment grand, et sous-multiple, si possible du nombre de dents de la roue), au moyen d'un appareil approprié (figure.III.6).

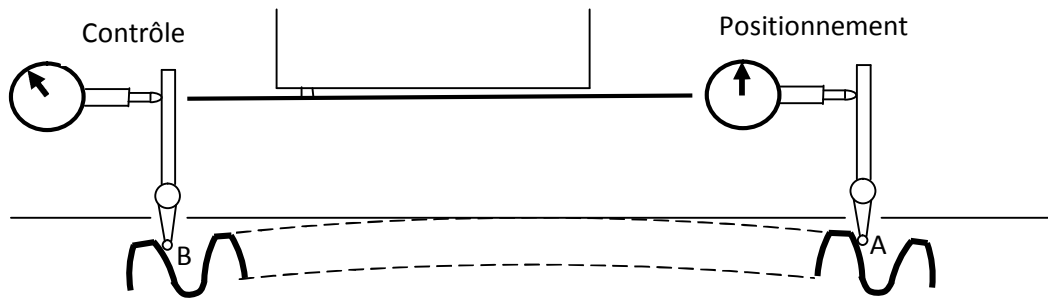


Fig. III.6. Méthode de mesure de l'erreur

L'appareil doit être maintenu en position de façon convenable par rapport à la roue, ses deux touches A et B étant en contact avec des flancs homologues, et l'une d'entre elles venant, à chaque lecteur, occuper la position de l'autre à la lecture précédente. L'erreur sur chacun des secteurs est la différence algébrique entre la lecture effectuée pour ce lecteur et la moyenne algébrique de toutes les lectures.

III.A.2.2.3. Erreur totale de division

Dans la courbe des décalages, c'est l'amplitude totale de cette courbe (fig.III.5).

III.A.2.3. Faux-rond

➤ Faux-rond de denture

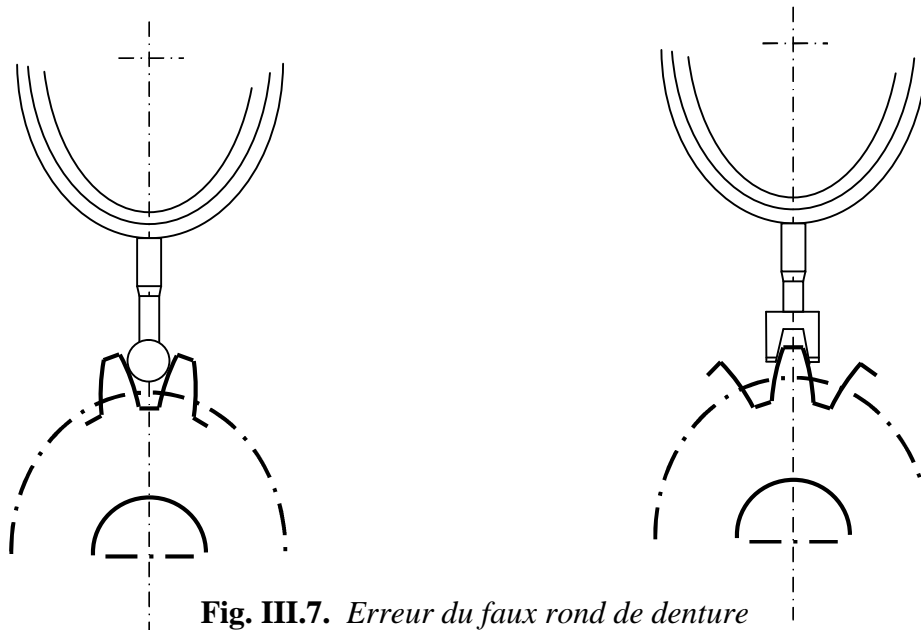


Fig. III.7. Erreur du faux rond de denture

Faux rond de denture: double de l'excentricité du cylindre primitif, i.e de la distance entre l'axe de cylindre et l'axe de référence. Pratiquement le faux-rond de denture se

mesure par l'amplitude totale, pour un tour complet autour de l'axe de référence, de la variation d'enfoncement d'une pièce de mesure (bille ou cavalier, par exemple, fig. III.7) tangente aux profils aux environs de leur point d'intersection avec le cercle primitif.

III.A.2.4. Erreurs de profil

➤ Erreur totale de profil

Distance mesurée suivant leur normale commune, entre deux tracés de profil, conforme au dessin, touchant de part et d'autre, sans la couper, la partie active du profil considéré (chanfrein de sommet de dent non compris).

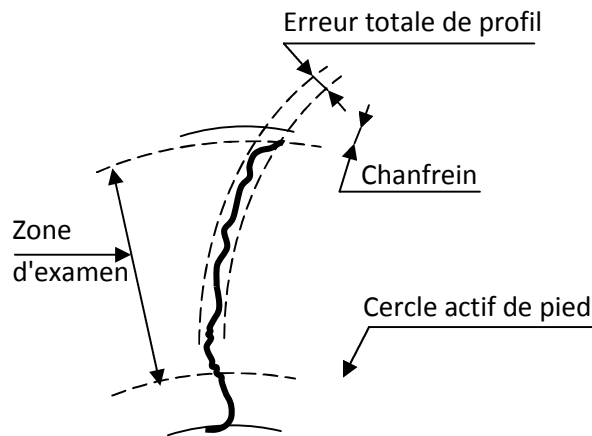


Fig. III.8. Erreur totale de profil

i.e la portion du profil sur laquelle s'effectue le contact avec le profil conjugué (fig.III.8). Si la roue conjuguée n'est pas connue de façon certaine, on admettra que c'est une crémaillère.

Remarque

Les tracés de référence peuvent ne pas être obligatoirement conformes à la développante théorique, s'ils comportent des modifications voulues (bombé ou dépouille par exemple) qui ne doivent donc pas être considérées comme des erreurs (voir fig. III.9 quelques exemples de diagrammes obtenus sur des appareils classiques de contrôle de profil).

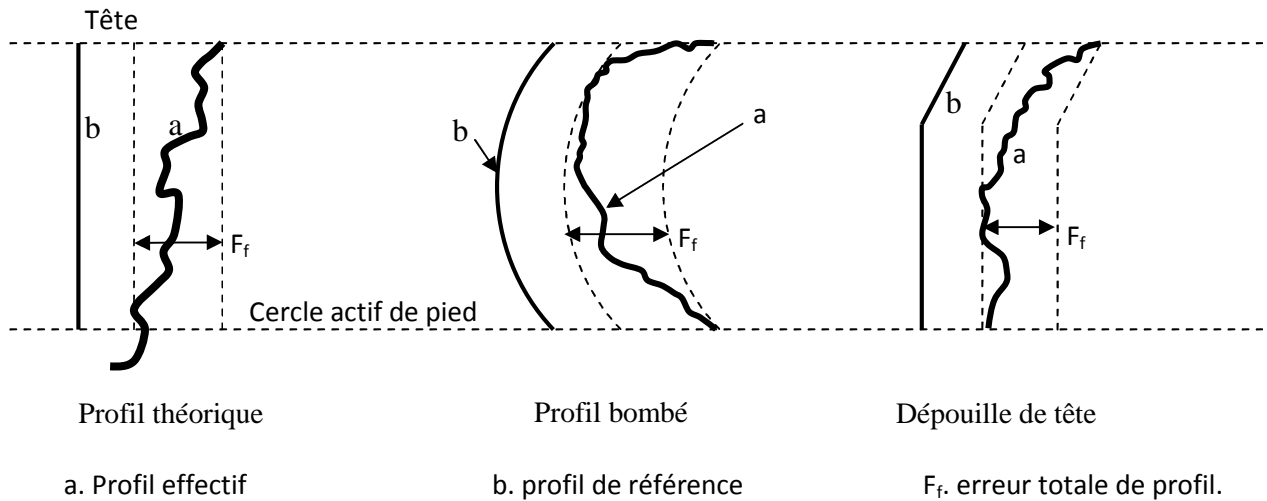


Fig.III.9. Tracés de référence de mesure

III.A.2.5. Erreur totale de distorsion

Sur un cylindre coaxial au cylindre primitif : plus court distance curviligne, mesurée dans un plan perpendiculaire à l'axe et sur toute la largeur de la denture, entre les tracés de deux flancs, conformes au tracé du dessin, touchant de part et d'autre, sans de couper, la trace du flanc considéré.

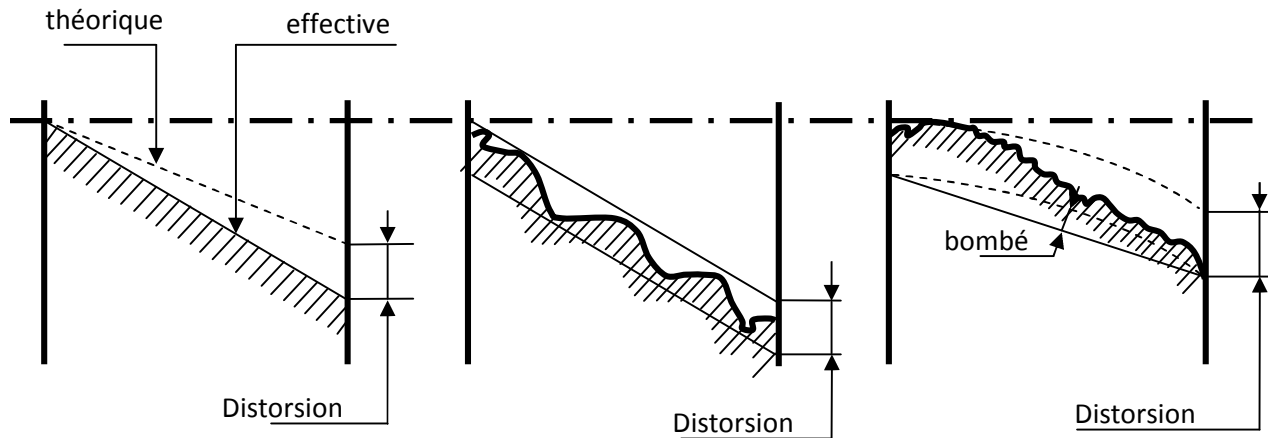


Fig. III.10. erreur de distorsion

(La distorsion comprend à la fois l'erreur d'inclinaison (a) et l'erreur de forme longitudinale (b) mais ne comprend pas les modifications voulues de forme longitudinale (c)).

III.A.2.6. Ecarts d'épaisseur de dents (*Ou d'écartement sur un nombre donné de dents*)

III.A.2.6.1. Ecart d'épaisseur de dent

Différence entre l'épaisseur mesurée et l'épaisseur théorique nominale (voir fig.III.11).

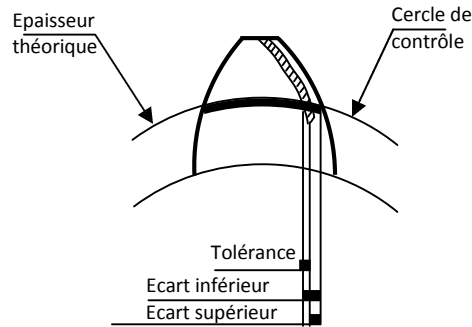


Fig.III.11. *Ecart de l'épaisseur*

III.A.2.6.2. Ecart d'écartement sur un nombre donné de dents :

Lorsque la mesure de l'épaisseur de dent est remplacée par celle de l'écartement sur un nombre donné de dents : C'est la différence entre la valeur mesurée et la valeur théorique nominale de l'écartement (voir la figure.III.12).

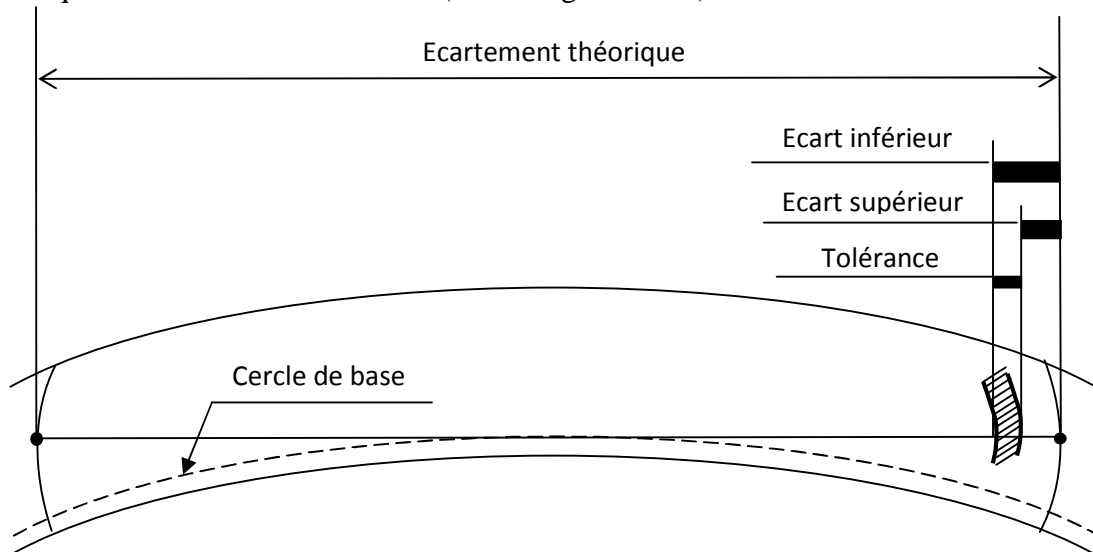


Fig.III.12. *Tolérance et écart inférieur/supérieur*

IV.A.2.6.3. Choix des écarts limites

Les écarts ci-dessus définis ne sont pas des erreurs, mais doivent être astreints à rester compris entre deux valeurs limites, dont la différence constitue la tolérance.

Le choix de ces valeurs est à effectuer au mieux du fonctionnement recherché de l'engrenage.

Des écarts supérieurs importants, en moins peuvent en effet être nécessaires, même pour des dentures précises exigeant une tolérance réduite, si l'engrenage nécessite un grand jeu de fonctionnement. Et inversement des écarts nuls, ou même positifs (écarts h et surtout j voir 3^e partie, tableau) ne doivent être utilisés qu'avec précaution, risquant de nécessiter un appareillage ou un réglage d'entraxe.

III.A.2.7. Erreurs composées de la roue

III.A.2.7.1. Erreur composée radiale

Pour un tour complet de la roue considérée, amplitude totale de la variation d'entraxe de l'engrenage parallèle constitué par cette roue et une roue étalon (d'erreurs négligeables par rapport à celles de la roue contrôlée) soumise à un effort radial constant assurant un engrenement sans jeu de fonctionnement (voir schéma fig.IV.13)

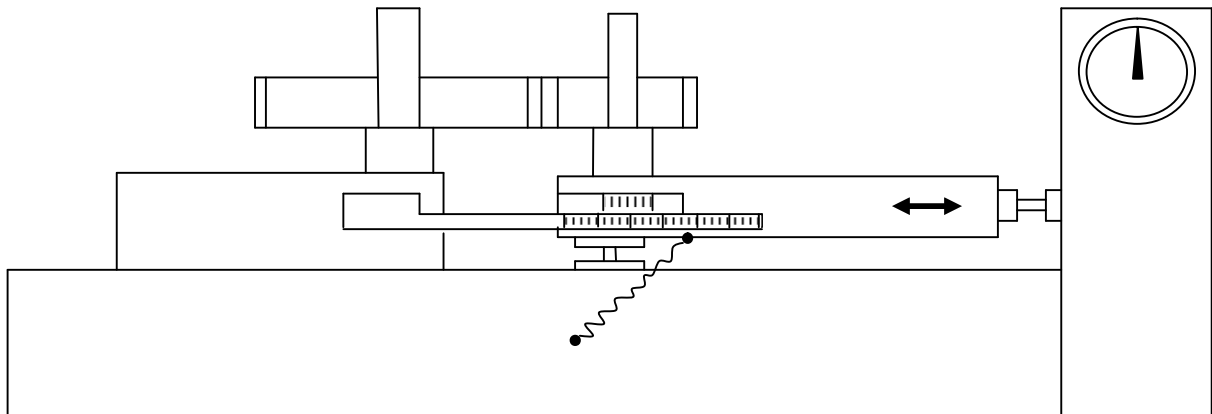


Fig.III.13. Erreur composée radiale

III.A.2.7.2. Erreur composée tangentielle

Pour un tour complet de la roue considérée : amplitude totale, exprimée en longueur d'arc du cercle primitif, de la variation de position angulaire en longueur d'arc du cercle primitif, de la variation de la position angulaire de la roue par rapport à la roue étalon (d'erreurs négligeables par rapport à celle de la roue contrôlée) engrenant avec la roue toujours dans le même sens et à l'entraxe théorique de fonctionnement.

(L'erreur composée pouvant être différente suivant le sens d'engrènement, choisir de préférence pour sa détermination le sens correspondant au sens de fonctionnement prédominant de l'engrenage auquel la roue est destinée).

III.A.2.7.3. Saut (radial ou tangentiel)

La plus grande des variations d'amplitude individuelles, successives, constatées lors de la détermination de l'erreur composée (radiale ou tangentielle), (Voir exemple de diagrammes, en coordonnées ou polaires, fig.IV.14.a et b).

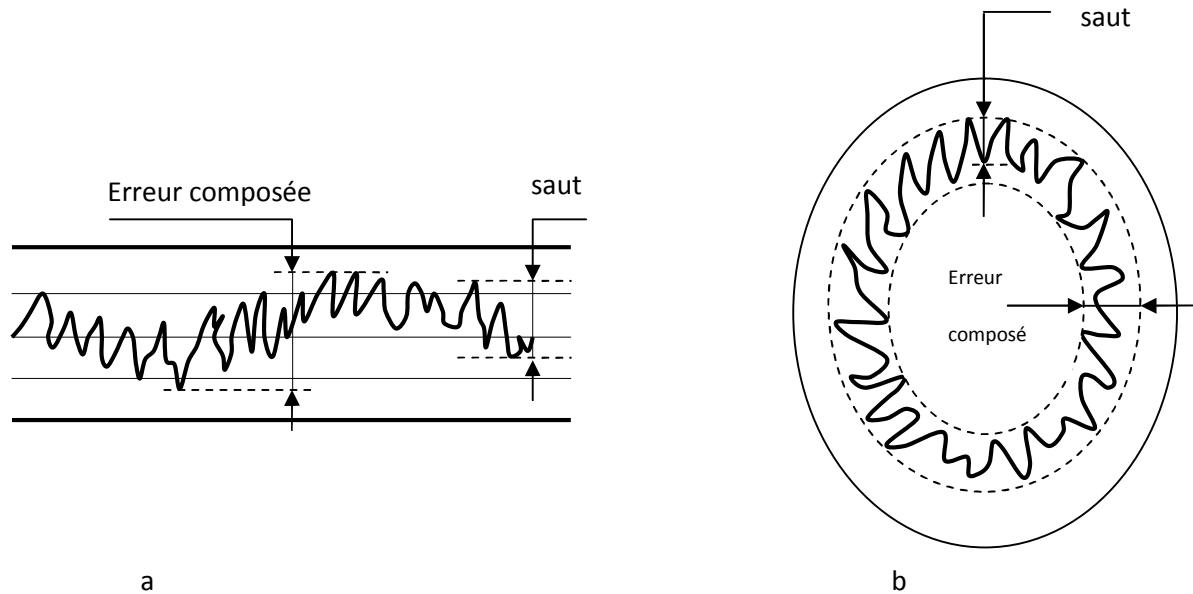


Figure.III.14. Saut radial et tangentiel.

III.A.3. Définitions relatives au contrôle de l'engrenage monté

III.A.3.1. Ecart d'entraxe et erreur de parallélisme

III.A.3.1.1. Ecart d'entraxe

Différence positive ou négative, entre la distance des deux axes et l'entraxe théorique de fonctionnement, mesurée dans le plan perpendiculaire à l'axe de la plus grande roue, passant par le milieu de la largeur de denture.

III.A.3.1.2. Erreurs de parallélisme des axes

Ensemble des deux erreurs, dites respectivement « inclinaison des axes » et « déviation des axes », définies comme suit, à partir de la parallèle à l'un des axes passant par l'une des extrémités du segment de l'autre compris dans la largeur de denture.

Inclinaison : distance à cette parallèle de la projection de l'autre extrémité du segment sur le plan contenant à la fois le premier axe et cette parallèle.

Déviaton : distance à cette parallèle de la projection de l'autre extrémité du segment sur le plan perpendiculaire au premier et passant par cette parallèle.

Remarque

La mesure sera effectuée pratiquement, en considérant, sur les deux axes de support de l'engrenage, les points extrêmes A_1 , B_1 , A_2 et B_2 pouvant être matérialisés sur ces axes (voir figures III.15) et séparés respectivement l'un de l'autre par une distance L aussi grande que possible.

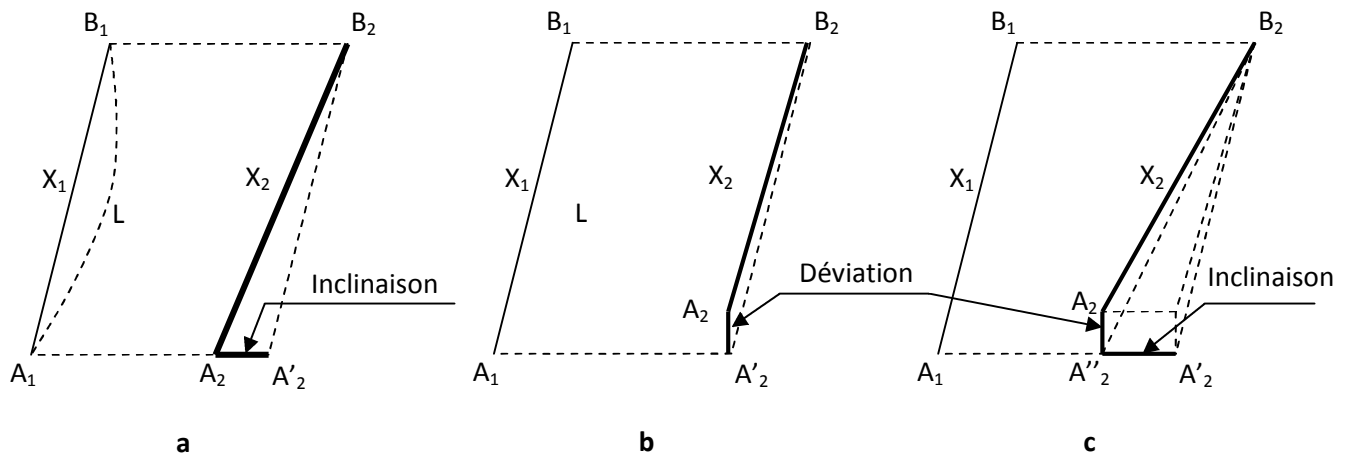


Fig.III.15. Erreurs de parallélisme des axes

Le résultat de la mesure effectuée sur cette longueur L sera multiplié par le rapport b/L pour avoir la valeur de l'erreur, rapportée à la largeur de denture b .

III.A.3.2. Erreurs composée de l'engrenage

Mêmes définitions que pour la roue, mais en faisant engrener entre elles, pour la mesure, les deux roues de l'engrenage.

(Chacune des erreurs composées de l'engrenage est généralement la somme des erreurs correspondantes des deux roues, sauf dispositions spéciales de ces roues pouvant permettre d'en réduire la valeur dans le cas où le nombre de dents de l'une est multiple de celui de l'autre).

III.A.3.3. Contrôle de jeu

III.A.3.3.1. Jeu primitif (circulaire)

Longueur de l'arc de cercle primitif dont peut tourner une roue lorsque l'autre reste fixe. Il se mesure, par exemple, au moyen d'un comparateur dont la touche, placée au voisinage du cylindre primitif, se déplace tangentiellement à celui-ci (voir fig.IV.16).

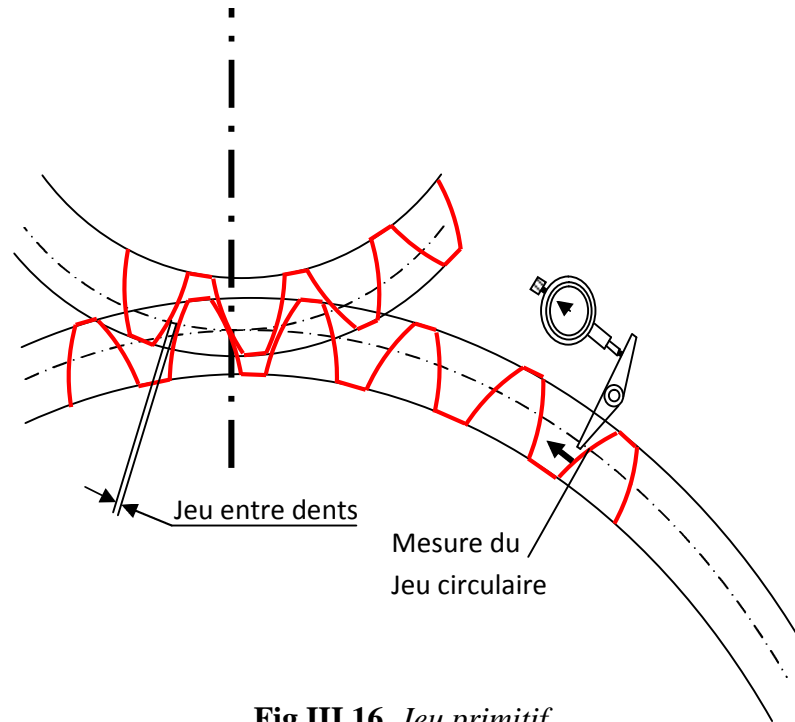


Fig.III.16. *Jeu primitif*

III.A.3.3.2. Jeu entre dents

Plus courte distance entre les flancs arrière de deux dents conjuguées dont les flancs avant sont en contact (voir fig.III.16). Il se mesure, par exemple, au moyen d'une cale interposée entre les dents.

III.A.4.Symboles

Tab .III.4.1. *Symbole des données géométriques*

(Suivant norme NF E 23-005)

Caractéristiques considérées	Symboles
Module	m
Nombre de dents	z
Diamètre	d
Pas circulaire apparent	P_t
Pas circulaire réel	P_n
Pas de base réel	P_{bn}
Angle de pression réel	α_n
Inclinaison d'hélice primitive	β
Largeur de denture	b

Tab.III.4.2. Symbole de tolérances ou d'écartes limites

Tolérances ou écarts limites		Symboles
Denture	Tolérances d'erreur cumulée sur un secteur de k pas...	F_{pk}
	Tolérances d'erreur totale de division.....	F_p
	Tolérances d'erreur individuelle :	
	✓ De pas circulaire apparent.....	$\pm f_{pt}$
	✓ De pas circulaire réel.....	$\pm f_{pn}$
	✓ De pas de base réel.....	$\pm f_{pbn}$
	Tolérance de faux-rond de denture.....	f_r
	Tolérance d'erreur totale de profil.....	F_f
	Tolérance d'erreur totale de distorsion.....	F_β
	Epaisseur de dent, ou écartement sur k dents :	
✓ Ecart supérieur.....	$A_{se} \text{ ou } A_{we}$	
✓ Ecart inférieur.....	$A_{si} \text{ ou } A_{wi}$	
Engrenage	Tolérances d'erreur composée radiale.....	F_i''
	Tolérances de saut radial.....	f_i''
	Tolérance d'erreur composée tangentielle.....	F_i'
	Tolérance de saut tangentiel.....	f_i'
	Tolérance d'entraxe.....	$\pm f_a$
	Tolérance d'inclinaison des axes.....	$f_{\Sigma \delta}$
	Tolérance de déviation des axes.....	$f_{\Sigma \beta}$

III.B. Deuxième partie : Base d'établissement du système

III.B.1. Introduction

III.B.1.1. Etendue du système et classes de précision

Le système ISO de précision des engrenages faisant l'objet de la présente norme concerne les engrenages parallèles à développante.

Il a un caractère tout à fait général et prescrit, avec la valeur des tolérances correspondantes, l'ensemble des contrôles à prévoir tant sur les roues isolées que sur les engrenages montés.

(Si certains types d'engrenages peuvent ne nécessiter, dans le domaine qui leur est propre qu'un nombre plus restreint de contrôles, ceux-ci seront à préciser, s'il y a lieu, avec l'étendue de ce domaine, dans les normes particulières éventuelles concernant ces types d'engrenages.)

III.B.1.1.2. Le système couvre un domaine très vaste, depuis les dentures de précision exceptionnelle jusqu'à celles de qualité très grossière.

Il comporte 12 classes de précision, numérotées de 1 à 12 dans l'ordre croissant des tolérances.

III.B.1.1.3. Sauf convention expresse justifiée, la même classe s'applique à tous les éléments d'une même roue ou d'un même engrenage, tel qu'ils sont énumérés dans la présente norme.

Toutefois, dans certaines applications particulières et après entente entre fabricant et utilisateur, une classe différente pourra être adaptée pour tel ou tel élément.

Etant donné l'étendue très générale du système et la multiplicité de cas limites susceptibles de se présenter, il importe en outre de s'assurer, dans chaque cas d'espèce, que les tolérances correspondantes sont effectivement acceptables, qu'elles sont toutes bien compatibles entre elles, et que les valeurs retenues, notamment pour la tolérance d'entraxe et les écarts d'épaisseur de dents, sont également compatibles avec le jeu de fonctionnement voulu de l'engrenage.

III.B.1.1.4. Désignation

Désigner la classe de précision par un numéro d'ordre, suivi des deux lettres définissant les écarts limites choisis pour les tolérances d'épaisseur de dent.

III.B.1.2. Formule de base et valeurs numériques

III.B.1.2.1. Les tolérances ou écarts limites ont été déterminés à partir de formules de base, non reproduites dans la présente norme, faisant varier, proportionnellement d'une classe à l'autre, et linéairement dans chaque classe :

- ⇒ F_{pk} et F_{β} en fonction respectivement de \sqrt{L} et \sqrt{b} L étant la longueur d'arc primitif d (un secteur de k pas, et b la largeur de denture,
- ⇒ f_r, F_r'', f_i'' et f_{pt} , en fonction du facteur $m + 0,25 \cdot \sqrt{d}$, m étant le module et d le diamètre primitif : mais sans dépasser toutefois pour f_{pt} , la valeur de F_{pk} pour $k=1$ ($L=\pi \cdot m$),
- ⇒ F_f , en fonction du facteur $m+0,0125d$.

III.B.1.2.2. Les valeurs numériques résultant de ces formules sont données, pour les diverses tolérances ou écarts limites et pour chaque classe de précision dans la 3^e partie de la présente norme, tableaux 1 à 15.

Calculées par paliers à partir des données de base, et exprimées chaque fois que possible en valeurs Renard R 20 arrondies au nombre entier de microns le plus proche, elles font seules foi pour la normalisation, et se substituent par conséquent, dans un but d'uniformité de calcul, à celle qui résulterait de l'application directe, à chaque pas d'espèce, des formules ayant servi à leur détermination.

III.C. Troisième partie : valeurs numériques

Tableau.III.C.1

Corps de roue : tolérances sur diamètre d'alésage ou arbre et diamètre de tête

Tolérance en IT⁽¹⁾

Classes De précision	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Alésage												
Dimension	IT4	IT4	IT4	IT4	IT5	IT6	IT7	IT7	IT8	IT8	IT8	IT8
Erreur de forme	IT1	IT2	IT3	IT4	IT5	IT6	IT7	IT7	IT8	IT8	IT8	IT8
Arbre												
Dimension	IT4	IT4	IT4	IT4	IT5	IT5	IT6	IT6	IT7	IT7	IT8	IT8
Erreur de forme	IT1	IT2	IT3	IT4	IT5	IT5	IT6	IT6	IT7	IT7	IT8	IT8
Diamètre de tête	IT6	IT6	IT7	IT7	IT7	IT8	IT8	IT8	IT9	IT9	IT11	IT11

⁽¹⁾ Pour les valeurs numériques de IT, voir tableau 15.

Tableau.III.C. 2

Corps de roue : tolérances de faux-rond et de voile des surfaces de référence

Tolérance en microns

d (mm)		Classes de précision				
Au-delà	jusqu'à	1 et 2	3 et 4	5 et 6	7 et 8	9 à 12
—	100	3	7	11	⁽¹⁾	⁽¹⁾
100	400	4	9	14		
400	800	5	12	20		
800	1200	6	16	25		
1200	1600	8	20	32		
1600	2000	10	25	40		
2000	2500	11	28	45		
2500	3150	14	36	56		
⁽¹⁾ Valeurs à préciser à la commande (les tolérances actuellement prévues par l'ISO sont vraisemblablement trop serrées dans les grands diamètres).						

Tableau.III.C.3

Tolérance d'erreur cumulée, $F_{pk}^{(1)}$

Et tolérance d'erreur totale de division, $F_p^{(2)}$, en microns

L ⁽¹⁾ (mm)		Classe de précision											
Au-delà	Jusqu'à	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
	10	1	2	2	4	6	10	14	20	28	40	56	80
10	20	2	2	4	6	10	16	22	32	45	63	90	125
20	32	2	3	5	8	12	20	28	40	56	80	112	160
32	50	2	4	6	9	14	22	32	45	63	90	125	180
50	80	2	4	6	10	16	25	36	50	71	100	140	200
80	160	3	5	8	12	20	32	45	63	90	125	180	250
160	315	4	6	10	16	25	40	56	80	112	160	224	315
315	630	5	8	12	20	32	50	71	100	140	200	280	400
630	1000	6	10	16	25	40	63	90	125	180	250	355	500
1000	1600	8	12	20	32	50	80	112	160	224	315	450	630
1600	2500	10	16	25	40	63	100	140	200	280	400	560	800
2500	3150	12	20	32	50	80	125	180	250	355	500	710	1000
3150	4000	16	25	40	63	100	160	224	315	450	630	900	1250
4000	5000	18	28	45	71	112	180	250	355	500	710	1000	1400

⁽¹⁾ F_{pk} = maximum d'erreur admissible sur tout arc du cercle de contrôle, de longueur L = k.π.m, correspondant à tout nombre de pas, k, inférieur à z/2.
⁽²⁾ $F_p = F'_{pk}$ pour k=z/2 (soit L=1/2 circonférence).

Tableau.III.C. 4

Tolérances d'erreurs individuelles de pas ⁽¹⁾, valeurs f_{pt} , en microns

Diamètre primitif d (mm)	Module m	Classe de précision											
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Jusqu'à 100	1 à 3,15	1	2	2	4	6	10	14	20	28	40	56	80
	>3,15 à 6,3	1	2	3	5	8	12	18	25	36	50	71	100
	> 6,3 à 10	1	2	4	6	9	14	20	28	40	56	80	112
De plus de 100 à 400	1 à 3,15	1	2	2	4	6	10	14	20	28	40	56	80
	> 3,15 à 6,3	1	2	4	6	9	14	20	28	40	56	80	112
	> 6,3 à 10	2	2	4	6	10	16	22	32	45	63	90	125
	> 10 à 16	2	3	5	7	11	18	25	36	50	71	100	140
De plus de 400 à 1600	1 à 3,15	1	2	2	4	6	10	14	20	28	40	56	80
	> 3,15 à 6,3	2	2	4	6	10	16	22	32	45	63	90	125
	> 6,3 à 10	2	3	5	7	11	18	25	36	50	71	100	140
	> 10 à 16	2	3	5	8	12	20	28	40	56	80	112	160
De plus de 1600 à 3150	1 à 3,15	1	2	2	4	6	10	14	20	28	40	56	80
	> 3,15 à 6,3	2	2	4	6	10	16	22	32	45	63	90	125
	> 6,3 à 10	2	3	5	8	12	20	28	40	56	80	112	160
	> 10 à 16	2	4	6	9	14	22	32	45	63	90	125	180
	> 16 à 25	2	4	6	10	16	25	36	50	71	100	140	200

⁽¹⁾ $\pm f_{pt}$ pour pas circulaire apparent, $\pm f_{pt} \cdot \cos \beta$ pour pas circulaire réel, $\pm f_{pt} \cdot \cos \beta \cdot \cos \alpha_n$ pour pas de base réel.

Tableau. III.C. 5. Tolérance de faux-rond de denture f_r , en microns

Diamètre primitif d (mm)	Module m	Classe de précision											
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Jusqu'à 100	1 à 3,15	4	6	9	14	22	36	50	63	80	100	125	160
	>3,15 à 6,3	4	7	11	18	28	45	63	80	100	125	160	200
	> 6,3 à 10	5	8	12	20	32	50	71	90	112	140	180	224
De plus de 100 à 400	1 à 3,15	4	6	10	16	25	40	56	71	90	112	140	180
	> 3,15 à 6,3	5	8	12	20	32	50	71	90	112	140	180	224
	> 6,3 à 10	6	9	14	22	36	56	80	100	125	160	200	250
	> 10 à 16	6	10	16	25	40	63	90	112	140	180	224	280
De plus de 400 à 1600	1 à 3,15	8	12	20	32	50	80	112	140	180	224	280	360
	> 3,15 à 6,3	5	8	12	20	32	50	71	90	112	140	180	224
	> 6,3 à 10	6	10	16	25	40	63	90	112	140	180	224	280
	> 10 à 16	7	11	18	28	45	71	100	125	160	200	250	315
De plus de 1600 à 3150	> 16 à 25	9	14	22	36	56	90	125	160	200	250	315	400
	1 à 3,15	6	9	14	22	36	56	80	100	125	160	200	250
	> 3,15 à 6,3	6	10	16	25	40	63	90	112	140	180	224	280
	> 6,3 à 10	7	11	18	28	45	71	100	125	160	200	250	315
	> 10 à 16	8	12	20	32	50	80	112	140	180	224	280	355
	> 16 à 25	10	16	25	40	63	100	140	180	224	280	355	450

Tableau. III.C.6. Tolérance d'erreur totale de profil, F_f , en microns

Diamètre primitif d (mm)	Module m	Classe de précision											
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Jusqu'à 100	1 à 3,15	3	3	3	4	6	8	11	14	22	36	56	90
	>3,15 à 6,3	3	3	4	5	7	10	14	20	32	50	50	125
	> 6,3 à 10	3	4	4	6	8	12	18	24	40	63	63	160
De plus de 100 à 400	1 à 3,15	3	3	4	5	7	9	13	18	28	45	71	112
	> 3,15 à 6,3	3	3	4	6	8	11	16	22	36	56	90	140
	> 6,3 à 10	3	4	5	7	9	13	20	28	45	71	112	180
	> 10 à 16	3	4	6	8	11	16	24	36	56	90	140	224
De plus de 400 à 800	> 16 à 25	4	5	7	9	13	20	30	45	71	112	180	280
	1 à 3,15	3	4	4	6	8	12	18	25	40	63	100	160
	> 3,15 à 6,3	3	4	5	7	10	14	22	32	50	80	125	200
	> 6,3 à 10	3	4	6	8	11	16	24	36	56	90	140	224
De plus de 800 à 1200	> 10 à 16	4	5	7	9	12	20	30	45	71	112	180	280
	> 16 à 25	4	6	8	11	16	24	38	56	90	140	224	355
	1 à 3,15	3	4	5	7	10	14	22	32	60	80	125	200
	> 3,15 à 6,3	4	4	6	8	12	18	27	40	63	100	160	250
	> 6,3 à 10	4	5	7	9	13	20	30	45	71	112	180	280
	> 10 à 16	4	5	7	10	14	22	34	50	80	125	200	315
	> 16 à 25	4	6	8	11	16	27	42	63	100	160	225	400
	1 à 3,15	4	4	6	8	12	18	27	40	63	100	160	250
	> 3,15 à 6,3	4	5	7	9	13	20	30	45	71	112	180	280
	> 6,3 à 10	4	5	7	10	14	22	34	50	80	125	200	315
	> 10 à 16	4	6	8	11	16	24	38	56	90	140	224	355
	> 16 à 25	5	7	9	13	20	30	47	71	112	180	280	450
	1 à 3,15	4	5	7	10	14	22	34	50	80	125	200	315
	> 3,15 à 6,3	4	6	8	11	16	24	38	56	90	140	224	355
	> 6,3 à 10	4	6	8	11	16	24	38	56	90	140	224	355
	> 10 à 16	4	6	8	12	18	27	42	63	100	160	250	400
	> 16 à 25	5	7	10	14	22	34	52	80	125	200	315	500
	1 à 3,15	4	6	8	11	16	24	38	56	90	140	224	355
	> 3,15 à 6,3	4	6	8	12	18	27	42	63	100	160	250	400
	> 6,3 à 10	4	6	8	12	18	27	42	63	100	160	250	400
	> 10 à 16	5	7	9	13	20	30	47	71	112	180	280	450
	> 16 à 25	6	8	11	16	24	38	58	90	140	224	355	560
	1 à 3,15	4	6	8	12	18	27	42	63	100	160	250	400
	> 3,15 à 6,3	5	7	9	13	20	30	47	71	112	180	280	450
	> 6,3 à 10	5	7	9	13	20	30	47	71	112	180	280	450
	> 10 à 16	5	7	10	14	22	34	52	80	125	200	315	500
	> 16 à 25	6	8	11	16	24	38	58	90	140	224	315	560

Tableau. III.C. 7*Tolérance d'erreur totale de distorsion, F_β , en microns*

Largueur de denture b (mm)		Classe de précision											
Au- delà	Jusqu'à	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
–	40	3	4	5	6	8	10	12	20	32	50	80	125
40	100	4	5	6	8	10	12	16	25	40	63	100	160
100	160	5	6	8	10	12	16	20	32	50	80	125	200

Tableau. III.C. 8

Écartes limites d'épaisseur de dent, A_{si} et A_{se} (ou d'écartement sur un nombre donné de dents A_{wi} et A_{we})

Choisir chacun des deux écarts, inférieur et supérieur, parmi les valeurs normalisées ci-après, désignées par des lettres, et exprimées en multiples de la valeur retenue par ailleurs pour f_{pt} (voir tableau 4)

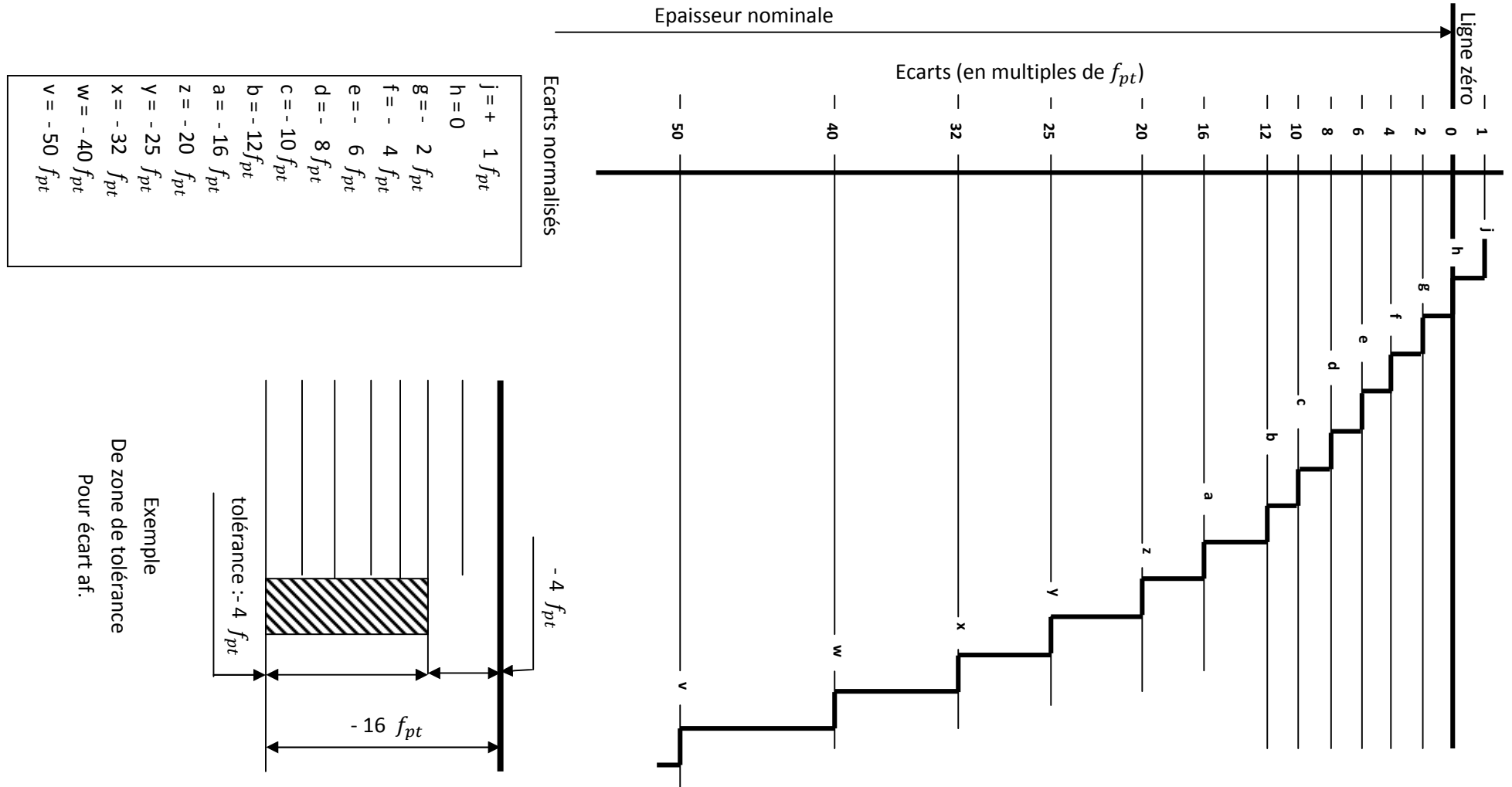


Tableau. III.C. 9

Tolérance d'erreur composée radiale, F_i'' en microns

Diamètre primitif d (mm)	Module m	Classe de précision											
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Jusqu'à 100	1 à 3,15	—	—	—	20	32	50	71	90	112	140	180	224
	>3,15 à 6,3	—	—	—	25	40	63	90	112	140	180	224	280
	> 6,3 à 10	—	—	—	28	45	71	100	125	160	200	250	315
De plus de 100 à 400	1 à 3,15	—	—	—	22	36	56	80	100	125	160	200	250
	> 3,15 à 6,3	—	—	—	28	45	71	100	125	160	200	250	315
	> 6,3 à 10	—	—	—	32	50	80	112	140	180	224	280	355
	> 10 à 16	—	—	—	36	56	90	125	160	200	250	315	400
De plus de 400 à 1600	> 16 à 25	—	—	—	45	71	112	160	200	250	315	400	500
	1 à 3,15	—	—	—	28	45	71	100	125	160	200	250	315
	> 3,15 à 6,3	—	—	—	32	50	80	112	140	180	224	280	355
	> 6,3 à 10	—	—	—	36	56	90	125	160	200	250	315	400
De plus de 1600 à 3150	> 10 à 16	—	—	—	40	63	100	140	180	224	280	355	450
	> 16 à 25	—	—	—	50	80	125	180	224	280	355	450	560
	> 3,15 à 6,3	—	—	—	36	56	90	125	160	200	250	315	400
	> 6,3 à 10	—	—	—	40	63	100	140	180	224	280	355	455
	> 10 à 16	—	—	—	45	71	112	160	200	250	315	400	500
	> 16 à 25	—	—	—	56	90	140	200	250	315	400	500	630

Tableau. III.C.10

Tolérance de saut radial, f_i'' en microns

Diamètre primitif d (mm)	Module m	CLASSE DE PRECISION											
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Jusqu'à 100	1 à 3,15	—	—	—	7	10	14	20	28	36	45	56	71
	>3,15 à 6,3	—	—	—	9	12	18	25	36	45	56	71	90
	> 6,3 à 10	—	—	—	10	14	20	28	40	50	63	80	100
De plus de 100 à 400	1 à 3,15	—	—	—	8	11	16	22	32	40	50	63	80
	> 3,15 à 6,3	—	—	—	10	14	20	28	40	50	63	80	100
	> 6,3 à 10	—	—	—	11	16	22	32	45	56	71	90	112
	> 10 à 16	—	—	—	12	18	25	36	50	63	80	100	125
De plus de 400 à 1600	> 16 à 25	—	—	—	16	22	32	45	63	80	100	125	160
	1 à 3,15	—	—	—	10	14	20	28	40	50	63	80	100
	> 3,15 à 6,3	—	—	—	11	16	22	32	45	56	71	90	112
	> 6,3 à 10	—	—	—	12	18	25	36	50	63	80	100	125
De plus de 1600 à 3150	> 10 à 16	—	—	—	14	20	28	40	56	71	90	112	140
	> 16 à 25	—	—	—	18	25	36	50	71	90	100	140	180
	> 3,15 à 6,3	—	—	—	12	18	25	36	50	63	80	100	125
	> 6,3 à 10	—	—	—	14	20	28	40	56	71	90	112	140
	> 10 à 16	—	—	—	16	22	32	45	63	80	100	125	160
	> 16 à 25	—	—	—	20	28	40	56	80	100	125	160	200

Tableau. III.C. 11

Tolérance d'erreur composée tangentielle, F_i' et de saut tangentiel f_i'

$F_i' = F_p + F_f$	(pour F_p et F_f voir tableau 3 et 6)
$f_i' = f_{pt} + F_f$	(pour f_{pt} et F_f voir tableau 4 et 6)

Tableau. III.C. 12

Tolérances d'erreurs composées de l'engrenage

Egale, sauf indication contraire à la somme des tolérances correspondantes des deux roues (voir tableau 9 à 11)

Tableau. III.C.13

Tolérance d'entraxe, $\pm f_a$

(Sauf indication contraire, en valeur ou en signe)

Valeurs de f_a en IT⁽¹⁾

CLASSES De PRECISION	1 et 2	3 et 4	5 et 6	7 et 8	9 et 10	11 et 12
f_a	½ IT4	½ IT6	½ IT7	½ IT8	½ IT9	½ IT11
(1) Pour les valeurs numériques de IT, voir tableau 15.						

Tableau. III.C. 14. Tolérance de parallélisme des axes

Tolérance d'inclinaison	$F_{\Sigma\delta} = F_{\beta}$	(pour F_{β} voir tableau 7).
Tolérance de déviation	$F_{\Sigma\beta} = F_{\beta}$	

Tableau. III.C. 15 (annexe des tableaux 1 et 12)

Valeur de IT [du système ISO de tolérance de pièces lisses (*)] en microns :

d ⁽¹⁾ (mm)		IT1	IT2	IT3	IT4	IT5	IT6	IT7	IT8	IT9	IT10	IT11
Au-delà	Jusqu'à											
6	10	1	1,5	2,5	4	6	9	15	22	36	58	90
10	18	1,2	2	3	5	8	11	18	27	43	70	110
18	30	1,5	2,5	4	6	9	13	21	33	52	84	130
30	50	1,5	2,5	4	7	11	16	25	39	62	100	160
50	80	2	3	5	8	13	19	30	46	74	120	190
80	120	2,5	4	6	10	15	22	35	54	87	140	220
120	180	3,5	5	8	12	18	25	40	63	100	160	250
180	250	4,5	7	10	14	20	29	46	72	115	185	290
250	315	6	8	12	16	23	32	52	81	130	210	320
315	400	7	9	13	18	25	36	57	89	140	230	360
400	500	8	10	15	20	27	40	63	97	155	250	400
500	630	–	–	–	22	32	44	70	110	175	280	440
630	800	–	–	–	25	36	50	80	125	200	320	500
800	1000	–	–	–	28	40	56	90	140	230	360	560
1000	1250	–	–	–	33	47	66	105	165	260	420	660
1250	1600	–	–	–	39	55	78	125	195	310	500	780
1600	2000	–	–	–	46	65	92	150	230	370	600	920
2000	2500	–	–	–	55	78	110	175	280	440	700	1100
2500	3150	–	–	–	68	96	135	210	330	540	860	1350

(*) Extrapolées au-delà de 500 mm pour IT4 et IT5

(1) d= diamètre (pour tableau 1) ou entraxe (pour tableau 12).

Table des matières : chapitre quatre

<i>IV.1. Aperçu Historique Sur La Rupture</i>	<i>93</i>
<i>IV.2. Exploitation de la mécanique de la rupture en conception</i>	<i>94</i>
<i>IV.2.1. Critère d'Energie</i>	<i>94</i>
<i>IV.2.2. Concepts d'intensité des contraintes</i>	<i>96</i>
<i>IV.2.2.1. Modes de rupture en fatigue en flexion des engrenages</i>	<i>98</i>
<i>IV.2.2.2. Mode I vs. Mode II</i>	<i>98</i>
<i>IV.2.2.3. Hypothèses générales liées à la MREL</i>	<i>98</i>
<i>IV.2.2.4. Facteur d'intensité de contrainte (FIC)</i>	<i>99</i>
<i>IV.2.2.5. Calcul du facteur d'intensité de contrainte</i>	<i>100</i>
<i>IV.2.2.6. Facteur d'intensité de contrainte équivalent</i>	<i>103</i>
<i>IV.2.2.7. Facteur d'intensité de contrainte efficace</i>	<i>103</i>
<i>IV.3. La Fatigue</i>	<i>104</i>
<i>IV.3.1. Propagation des fissures et concept de tolérance au dommage</i>	<i>105</i>
<i>IV.3.1.1. Lois de propagation</i>	<i>105</i>
<i>IV.3.1.2. Orientation de la propagation des fissures</i>	<i>107</i>
<i>IV.3.1.3. Propagation des fissures dans l'engrènement</i>	<i>107</i>
<i>IV.3.2. Longueur initiale</i>	<i>107</i>
<i>IV.3.3. Paramètres des essais de fatigue</i>	<i>108</i>
<i>IV.3.4. Expression des courbes de Wöhler</i>	<i>109</i>
<i>IV.3.5. Traitement statistique des essais de fatigue</i>	<i>110</i>
<i>IV.3.6. Zone plastique en fatigue et mécanismes de propagation microscopique</i>	<i>111</i>
<i>IV.4. Détérioration et fatigue des dents des engrenages</i>	<i>113</i>
<i>IV.4.1. Usure normale (normal wear)</i>	<i>113</i>
<i>IV.4.2. Usure courante (current wear)</i>	<i>113</i>
<i>IV.4.3. Poli-miroir (polishing)</i>	<i>113</i>
<i>IV.4.4. Grippage localisé</i>	<i>114</i>
<i>IV.4.5. Grippage généralisé (scuffing)</i>	<i>114</i>
<i>IV.4.6. Usures à trois corps (wear with three bodies)</i>	<i>115</i>

<i>IV.4.7. Usure modérée (moderate wear)</i>	116
<i>IV.4.8. Usure excessive et destructrice (excessive and destructive wear)</i>	116
<i>IV.4.9. Corrosion chimique et rouille (chemical corrosion, rusting)</i>	117
<i>IV.4.10. Pelage (scaling)</i>	118
<i>IV.4.11. Corrosion de contact (fretting corrosion)</i>	118
<i>IV.4.12. Sur chauffe et brûlures (over heating, burning)</i>	118
<i>IV.4.13. Cavitation</i>	118
<i>IV.4.14. Érosion par impact</i>	118
<i>IV.4.15. Étincelage</i>	119
<i>IV.4.16. Fatigue de surface</i>	119
<i>IV.4.17. Micro-piqûres (micropitting, frosting, gray staining, microspalling)</i>	119
<i>IV.4.18. Piqûres (pitting)</i>	120
<i>IV.4.19. Écaillage (spalling)</i>	120
<i>IV.4.20. Dislocation de la couche traitée (case crushing)</i>	121
<i>IV.4.21. Empreintes (indentation)</i>	122
<i>IV.4.22. Déformation plastique par roulage (rolling)</i>	122
<i>IV.4.23. Déformations plastiques par martelage (peening)</i>	123
<i>IV.4.25. Sillons (ridging)</i>	124
<i>IV.4.26. Bavures (burr)</i>	124
<i>VI.5.27. Processus d'usures combinées</i>	125
<i>VI.4.28. Fissurations (cracks)</i>	125
<i>IV.4.29. Usure par dissolution</i>	126
<i>IV.5. Epilogue</i>	126

IV.1. Aperçu Historique Sur La Rupture

Les premiers essais de rupture ont été menés par Léonard de Vinci bien avant la révolution industrielle, qui a montré que la résistance à la traction de fils de fer variait inversement avec leur longueur. Ces résultats suggéraient que les défauts contenus dans le matériau contrôlaient sa résistance ; plus le volume est important (fil de fer long), plus la probabilité de présence de fissure par exemple est importante.

Cette interprétation qualitative fût précisée plus tard en 1920 par Griffith qui établit une relation directe entre la taille du défaut et la contrainte de rupture. S'appuyant sur les travaux d'Inglis, Griffith appliqua l'analyse des contraintes autour d'un trou elliptique à la propagation instable d'une fissure ; il formule ainsi à partir du premier principe de la thermodynamique, une théorie de la rupture. Selon cette théorie, un défaut devient instable et conduit à la rupture lorsque la variation d'énergie liée à une propagation du défaut atteint l'énergie spécifique du matériau. Cette théorie prédit correctement la relation entre la contrainte de rupture et la taille du défaut dans les matériaux fragiles. Dans les matériaux ductiles et notamment les alliages métalliques, l'avancée d'un défaut s'accompagne d'une importante dissipation d'énergie due à la plastification qui se développe à l'extrémité d'une fissure et la théorie de Griffith qui ne considère que l'énergie de création de surface ne peut en rendre compte. Il a fallu attendre les travaux d'Irwin en 1948 qui proposa une modification de la théorie de Griffith en incluant justement dans le bilan énergétique, l'énergie due à la plastification, pour que l'approche de Griffith soit applicable aux matériaux ductiles.

La mécanique de la rupture passa du stade de la curiosité scientifique à celui d'une discipline scientifique largement utilisée dans l'ingénierie de la construction, après ce qui arriva aux bateaux de la liberté lors de la deuxième guerre mondiale.

Dès l'instant où la cause des ruptures était clairement identifiée, des plaques en acier de meilleure ténacité furent rivetées près des zones de forte concentration des contraintes pour arrêter la propagation des fissures. On développa ensuite des aciers de forte ténacité et on améliora le procédé de soudage ; c'est dans ces années après-guerre qu'un groupe de chercheurs dirigé par Irwin étudia en détail le problème de la rupture au laboratoire national de recherche de la marine américaine.

IV.2. Exploitation de la mécanique de la rupture en conception

Le schéma IV.1.a comparé l'approche classique pour le dimensionnement des structures basée sur la limite d'élasticité du matériau σ_E à l'approche utilisant le concept de ténacité K_C issu de la mécanique linéaire de la rupture (MLR)[53].

Dans le premier cas, on dimensionne les structures pour que les contraintes appliquées σ restent inférieures à la limite d'élasticité ($\sigma < \sigma_E$). On utilise en général un coefficient de sécurité pour prévenir tout risque de rupture fragile ($\sigma < \alpha \cdot \sigma_E$ avec $\alpha < 1$). Cette approche est à deux variables σ et σ_E ; elle fait abstraction de l'existence d'éventuels défauts sous forme de microfissures par exemple.

L'approche basée sur la mécanique linéaire de la rupture est à trois variables : la contrainte appliquée, la ténacité K_C qui remplace la limite d'élasticité et une variable additionnelle qui est la taille du défaut. Il y a, cependant, deux approches alternatives de la mécanique de la rupture : l'une utilisant le concept d'intensité des contraintes critique (ténacité du matériau) et l'autre un critère d'énergie. Ces deux approches sont équivalentes dans certaines conditions.

On va les présenter brièvement avant de préciser les hypothèses qui les sous-tendent et de rentrer dans les détails des calculs qu'elles mettent en œuvre.

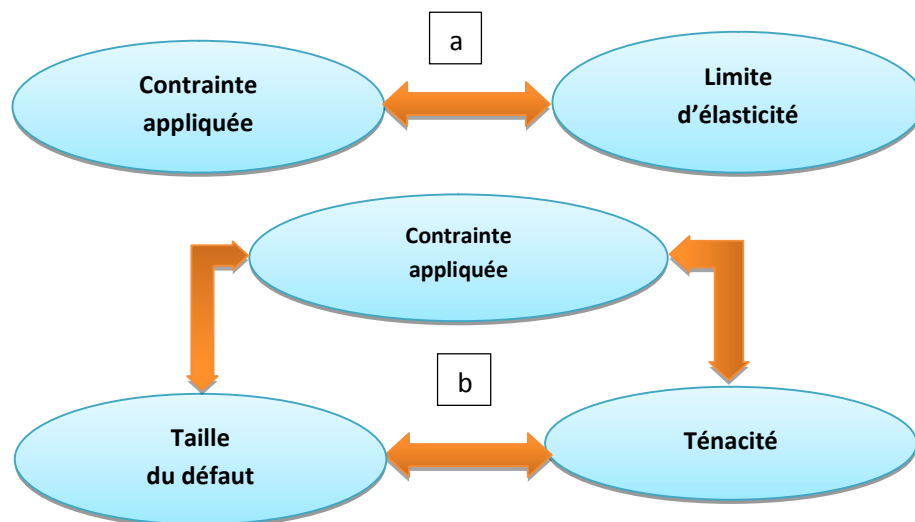


Figure. IV.1: Comparaison de l'approche classique (a) et de l'approche utilisant la MLR (b)

IV.2.1. Critère d'Énergie

L'approche énergétique est basée sur le postulat suivant : l'extension d'une fissure qui conduit à la rupture se produit lorsque l'énergie fournie est suffisante pour vaincre la résistance du matériau : cette résistance se compose de l'énergie de création de surface, de

l'énergie de plastification de l'extrémité de la fissure, et éventuellement d'autres types d'énergies dissipatives associées à la propagation d'une fissure.

Griffith fut le premier à proposer un critère d'énergie pour la rupture des matériaux fragiles, qui fut ensuite étendu aux matériaux ductiles par d'autres auteurs : Irwin et Orowan. L'énergie de Griffith notée G (qu'on appelle aussi taux de restitution d'énergie) est définie par la variation d'énergie par unité de surface fissurée, associée à la propagation d'une fissure dans un matériau linéaire élastique. La rupture se produit lorsque G atteint une valeur critique G_C ; G_C est une mesure de la ténacité du matériau.

Pour une fissure de longueur $2a$ (figure VI.2) dans une plaque de dimensions infinies (ce qui équivaut à dire que la longueur de fissure est très petite par rapport aux dimensions de la plaque dans le plan de chargement), constituée d'un matériau de module d'Young E et soumise à une contrainte de traction σ^∞ , l'énergie de Griffith G par unité de surface fissurée est donnée par :

$$G = \frac{\pi(\sigma^\infty)^2 a}{E} \quad \text{IV.1}$$

Si on continue à augmenter la contrainte appliquée σ^∞ , la rupture se produira lorsque l'énergie G atteint sa valeur critique pour une contrainte appliquée σ_R . On a alors d'après la relation précédente :

$$G_C = \frac{\pi\sigma_R^2 a}{E} \quad \text{IV.2}$$

On peut noter qu'à valeur de G_C fixée, la contrainte à rupture σ_R varie avec $a^{-1/2}$; de même à G_C et σ^∞ fixées, la longueur critique de défaut a_C est donnée par :

$$a_C = \frac{EG_C}{\pi(\sigma^\infty)^2} \quad \text{IV.3}$$

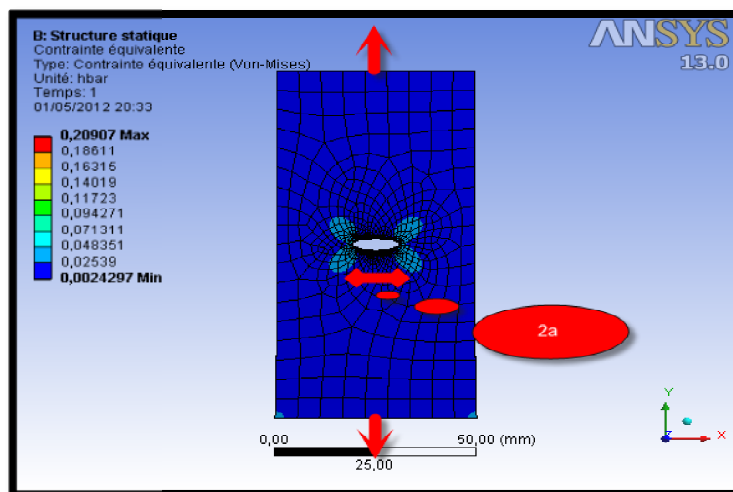


Figure. IV.2. Fissure traversante de longueur $2a$ dans une plaque infinie.

La figure IV.3 illustre bien la différence entre l'approche classique qui fait abstraction de l'existence d'une fissure (le critère de rupture est $\sigma^\infty = \sigma_E$) et l'approche par la MLR qui prend en compte la présence de la fissure (σ^∞ proportionnelle à $1/\sqrt{a}$). La zone de non rupture située sous les deux courbes représentant les approches précédentes, montre que de part et d'autre de la longueur de défaut a_0 , on utilisera l'une ou l'autre des approches.

L'énergie de Griffith G est la force motrice dans un matériau dont la résistance à la rupture est donnée par G_C . Par analogie avec l'approche basée sur la limite d'élasticité où c'est la contrainte qui joue le rôle de force motrice dans un matériau dont la résistance à la déformation plastique est donnée par la limite d'élasticité σ_E .

Cette analogie est utilisée aussi pour illustrer le concept de similitude. La limite d'élasticité d'un matériau mesurée à partir d'essais sur des éprouvettes de laboratoire est indépendante de la taille des éprouvettes et peut donc être utilisée pour des structures de tailles différentes dès lors que le matériau est raisonnablement homogène. Ce principe de similitude est une des hypothèses fondamentales de la mécanique de la rupture : la ténacité d'un matériau (mesurée par G_C) est indépendante de la taille et de la géométrie de la structure fissurée. Cette hypothèse de similitude reste valable tant que le comportement du matériau demeure linéaire élastique

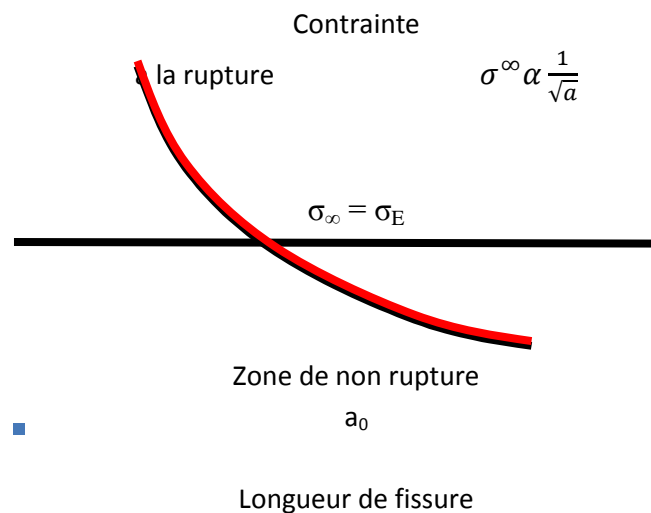


Figure. IV.3 : Comparaison entre l'approche classique et celle de la MLR.

IV.2.2. Concepts d'intensité des contraintes

La figure IV.4 représente schématiquement les contraintes sur un élément centré sur un point M repéré par les coordonnées polaires r, θ par rapport à une extrémité d'une fissure sollicitée en mode d'ouverture ou mode I.

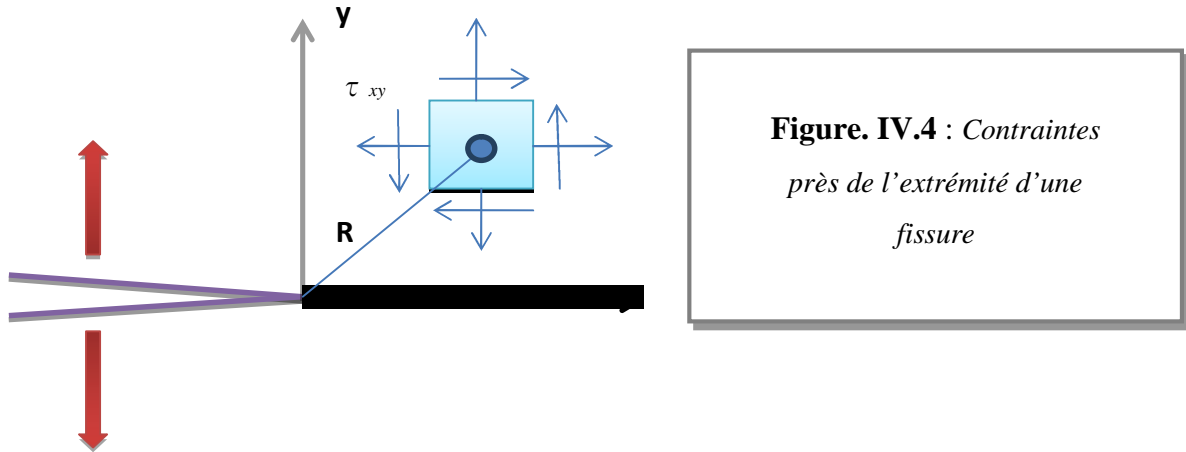


Figure. IV.4 : Contraintes près de l'extrémité d'une fissure

Ces contraintes s'expriment à partir d'un paramètre noté K_I et appelé facteur d'intensité des contraintes (FIC) en mode I, par les relations IV.4.

$$\begin{cases} \sigma_{xx} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2}\right) \\ \sigma_{yy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2}\right) \\ \tau_{xy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \end{cases} \quad \text{IV.4}$$

Ces relations peuvent s'écrire sous la forme condensée suivante :

$$\sigma_{ij} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}(\theta) \quad \text{IV.5}$$

Des formules donnant le FIC K_I pour différentes configurations de chargement existent dans les manuels spécialisés. L'expression du FIC K_I dans le cas de la figure IV.2 est :

$$K_I = \sigma^\infty \sqrt{\pi a} \quad \text{IV.6}$$

En comparant les formules (IV.1) et (IV.6), il apparaît que :

$$G = \frac{K_I^2}{E} \quad \text{et} \quad G_C = \frac{K_{IC}^2}{E} \quad \text{IV.7}$$

Dans l'approche basée sur le concept de FIC de la MLR, la rupture se produit lorsque le FIC K_I atteint la valeur critique K_{IC} qui correspond à la ténacité du matériau. Dans cette approche, le K_I est la force motrice dans un matériau dont la résistance à la rupture est caractérisée par la ténacité K_{IC} . Le principe de similitude est supposé vérifié comme dans le cas de l'approche énergétique. Les deux approches sont équivalentes (relations IV.7) pour un matériau dont le comportement est linéaire élastique.

IV.2.2.1. Modes de rupture en fatigue en flexion des engrenages

Le chargement des engrenages cylindriques droits induit une contrainte en tension générée par la flexion à la racine des dents du côté actif. Il y a aussi du cisaillement produit par la composante tangentielle de la force transmise (F_t). Enfin, la compression produite par la composante radiale (F_r) étant faible, car l'angle de pression (α_0) dépasse rarement 30° , est souvent négligée. Donc, en considérant uniquement les contraintes en tension et en cisaillement, deux modes de rupture sont mis en évidence : le mode I et II (Figure VI.5).

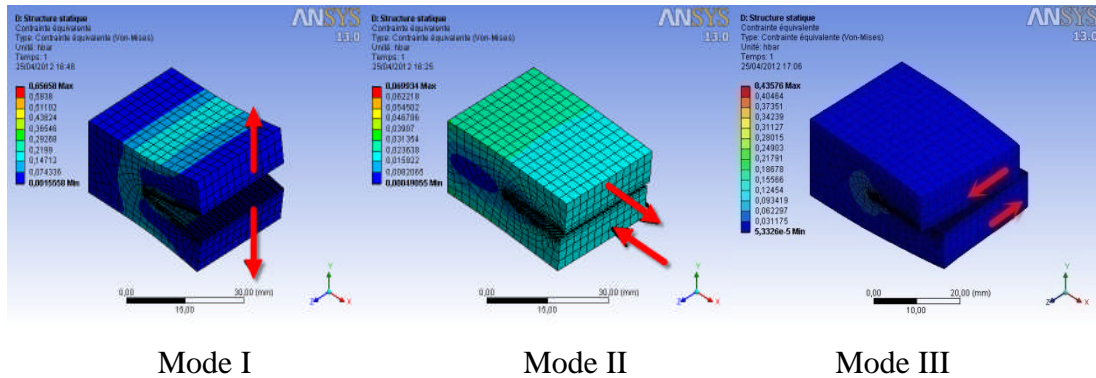


Figure. IV.5. Modes de rupture.

Le mode III est rarement considéré, car le chargement des engrenages cylindriques droits est bidimensionnel. Mais aussi, parce que pour les engrenages hélicoïdaux et autres induisant une force axiale (F_a), le cisaillement des plans transversaux sollicite peu les fissures en mode III.

IV.2.2.2. Mode I vs. Mode II

Des deux principaux modes liés à la flexion, le mode I est celui qui est, de loin, le plus important. Nicoletto [13] stipule que le FIC en mode II (K_{II}) vaut en général moins de 10% de celui en mode I (K_I) pour une longueur de fissure inférieure à la moitié du module (m). De son côté, Glodez [15] a évalué K_I et K_{II} de l'initiation à la propagation instable pour plusieurs points de contact. Pour tous les cas, K_{II} était inférieur à 5% de K_I . Par contre, d'autres obtiennent des rapports K_{II}/K_I un peu plus élevés (20 à 30%) (Lewicki et al. [17]; Spievak et al. [18]). Mais, la plupart s'entendent pour affirmer que la propagation en fatigue en flexion est principalement caractérisée par K_I et que K_{II} a plutôt un effet sur son orientation.

IV.2.2.3. Hypothèses générales liées à la MREL

L'étude de la propagation des fissures par les principes de la mécanique de la rupture implique plusieurs hypothèses. La première suppose une faible zone plastique en bout de fissure par rapport à sa longueur, afin de valider l'applicabilité des théories de la MREL. Pour respecter

celle hypothèse, plusieurs ont imposé une longueur seuil de fissure initiale (a_{th}) déterminée par l'équation (IV.5) (voir Tableau I.1.). Pehan et al. [42] ont plutôt intégré un critère sur le rapport du rayon de la zone plastique (r_p) en bout de fissure sur la longueur de celle-ci (a). Ce rapport (r_p/a) se devait d'être inférieur à 0.4 pour confirmer la validité de la MREL. Le calcul de r_p était basé sur l'approximation d'Irwin (éq.VI.8).

$$r_{p(\varepsilon_{plane})} = \frac{1}{6\pi} \cdot \left(\frac{K}{S_y}\right)^2 \quad r_{p(\sigma_{plane})} = \frac{1}{2\pi} \cdot \left(\frac{K}{S_y}\right)^2 \quad \text{IV.8}$$

Où S_y est la contrainte d'écoulement. Cependant, de manière générale, l'applicabilité de la MREL est justifiée lorsque toute distance entre le contour de la composante et le bout de la fissure dépasse par un facteur de 8, la valeur de r_p (Dowling [54]), ce qui représente une valeur 3.2 fois plus grande que celle de Pehan et al. [42]. Il faut aussi définir si la situation est en état plan de contrainte (σ_{plane}) ou de déformation (ε_{plane}). Pour les engrenages, les dents sont habituellement plus petites ou égales à l'épaisseur des roues.

Alors, localement, le problème est en ε_{plane} ; néanmoins, voici la condition géométrique justifiant l'hypothèse (Dowling [54]) :

$$t \geq \frac{5}{2} \cdot \left(\frac{K}{S_y}\right)^2 \quad \text{VI.9}$$

où « t » représente l'épaisseur de la pièce. Selon Dowling [54], il faut aussi que les distances entre le contour et le bout de la fissure, soient comparables à « t » et par conséquent, doivent respecter la relation (IV.9). Cependant, Anderson [55] affirme qu'il n'est pas nécessaire de respecter ce critère pour atteindre la condition de ε_{plane} , et qu'il s'agit plutôt de conditions à respecter lors de tests de ténacité (i.e. K_{IC}). Par ailleurs, Hertzberg [56] suggère que l'état de σ_{plane} est valide pour $r_p/t > 1$ et que l'état de ε_{plane} valide pour $r_p/t < 0.1$. Aussi, puisque K_{II} est largement inférieur à K, certaines études le négligent complètement (Guagliano et Vergani [14]; Pehan et al. [42]). Glodez [15] a plutôt négligé l'effet de K_{II} par rapport au point critique d'instabilité en ne considérant que la ténacité en mode I (K_{IC}).

IV.2.2.4. Facteur d'intensité de contrainte (FIC)

Le paramètre clé permettant de prédire le comportement d'une fissure sous l'effet d'un chargement est le facteur d'intensité de contrainte, désigné par la variable K. Il représente une mesure de l'intensité du champ de contrainte en bout de fissure (Figure IV.6), décrit selon un système de coordonnées polaires ($r; \theta$) et les facteurs K_I , K_{II} et K_{III} (éq. IV.10)). Ce champ de contraintes présente une singularité de l'ordre $1/\sqrt{r}$. Il faut préciser qu'en σ_{plane} , σ_{zz} est nulle et que pour les situations bidimensionnelles. K_{III} est aussi nul (i.e. $\tau_{rz} = \tau_{\theta z} = 0$).

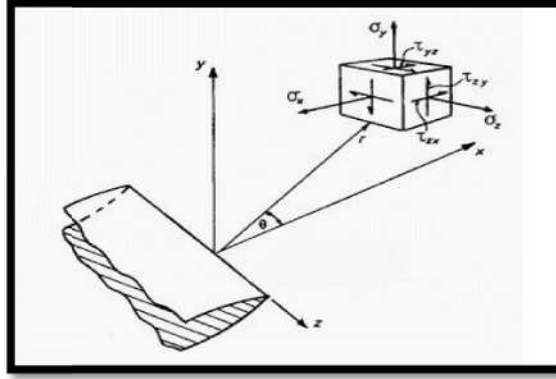


Figure. IV.6 : Etat de contrainte en bout de fissure.

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{rr} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[1 + \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)\right] + \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[1 - 3\sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)\right] \\ \sigma_{\theta\theta} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos^3\left(\frac{\theta}{2}\right) - \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} 3\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \\ \sigma_{zz} = \nu(\sigma_{rr} + \sigma_{\theta\theta}) \\ \sigma_{r\theta} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) + \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \\ \tau_{rz} = \frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \\ \tau_{\theta z} = \frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \end{array} \right. \quad \text{IV.10}$$

Dans l'équation (IV.10), « r » est la distance par rapport au bout de la fissure et θ est l'angle mesuré à partir de l'axe définissant celle-ci. Aussi, ν est le coefficient de Poisson du matériau. Avec ces équations de contraintes et la loi de Hooke, il est possible d'obtenir le champ de déplacement (éq. IV.11) où $\mu = G$ et $\kappa = 3 - 4\nu$ en $\varepsilon_{\text{plane}}$ et $(3 - \mu)/(1 + \mu)$ en σ_{plane} .

$$\left. \begin{array}{l} u_x = \frac{K_I}{2\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[\kappa - 1 + 2\sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)\right] + \frac{K_{II}}{2\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[\kappa + 1 + 2\cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right)\right] \\ u_y = \frac{K_I}{2\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[\kappa + 1 - 2\cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right)\right] - \frac{K_{II}}{2\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[\kappa - 1 - 2\sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)\right] \\ u_z = \frac{K_{III}}{2\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \end{array} \right\} \quad \text{IV.11}$$

IV.2.2.5. Calcul du facteur d'intensité de contrainte

En élasticité linéaire, différentes approches permettent d'évaluer le FIC, mais dans sa forme générale, le FIC est décrit par la relation qui suit :

$$K = \beta \sigma \sqrt{a \cdot \pi} \quad \text{IV.12}$$

Où β est un facteur de forme et σ la contrainte appliquée loin de la fissure. Des solutions analytiques permettent le calcul direct de K pour des formes simples. Mais la géométrie des engrenages ne permet pas cette approche et nécessite des techniques alternatives, citons à titre d'exemple la :

- Méthode d'extrapolation des déplacements ;

- Méthode des fonctions de poids ;
- Méthode des itérations alternées ;
- Méthode du taux de relâchement d'énergie potentielle.

IV.2.2.5.1. Méthode d'extrapolation des déplacements

Cette méthode réfère au champ de contraintes en bout de fissure et aux déplacements qui s'y rapportent. Habituellement, elle est appliquée par des outils numériques arrivant à fournir les déplacements de géométries complexes telle celle des engrenages (Blarasin, Guagliano et Vergani [14]; Glodez, Sraml et Kramberger [15]; Jelaska, Glodez et Podmg [57]; Kato et al.[58]; Lewicki [17]; Pehan et al.[42]; Sfakiotakis et Anifanlis [45] ; Sfakiolakis, Katsareas et Anifanlis [58]; Spievak et al.[18]. Avec les équations des déplacements (éq. IV.11), K_I , K_{II} , K_{III} peuvent être isolés lorsque le rayon « r » tend vers 0. Pour K_I et K_{II} , cela revient à évaluer les équations (VI.13) où $\Delta_{ui} = U_{i(\theta=\pi)} - U_{i(\theta=-\pi)}$.

$$K_I = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\Delta u_y \cdot \mu}{(\kappa+1)} \cdot \sqrt{\frac{2\pi}{r}} K_{II} = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\Delta u_x \cdot \mu}{(\kappa+1)} \cdot \sqrt{\frac{2\pi}{r}} \quad \text{IV.13}$$

IV.2.2.5.2. Méthode des fonctions de poids

Les fonctions de poids sont également utilisées pour la fatigue des engrenages (Abersek et Flaker [8]; Blarasin, Guagliano et Vergani [14]; Guagliano et Vergani, [59]; Nicoletto [13]). Cette méthode consiste à définir une fonction $m(x,a)$ pour une configuration de la géométrie à analyser dont les FIC et le déplacement des lèvres sont connus. Cette fonction étant indépendante du chargement, peut être appliquée à un autre état de contrainte pour ainsi définir les FIC d'une autre situation. Voici la forme générale pour K_I et K_{II} :

$$K_I = \int_0^a \sigma(x) \cdot m_I(x, a) dx, K_{II} = \int_0^a \tau(x) \cdot m_{II}(x, a) dx \quad \text{IV.14}$$

$\sigma(x)$ et $\tau(x)$ sont la distribution de la contrainte normale et de cisaillement au site virtuel de la fissure dans le corps non fissuré. Cette méthode permet d'obtenir rapidement les valeurs des FIC une fois $m(x,a)$ définie. Pour appliquer cette méthode aux engrenages, Nicoletto [13] a utilisé les fonctions de poids d'une poutre de largeur finie, fissurée sur le côté. Pour obtenir les distributions $\sigma(x)$ et $\tau(x)$ compatibles, il a utilisé la méthode des potentiels complexes consistant à projeter dans un plan complexe (z) la géométrie de la dent, puis à la transformer dans un plan de référence (ξ) où elle est simplifiée (figure IV.7).

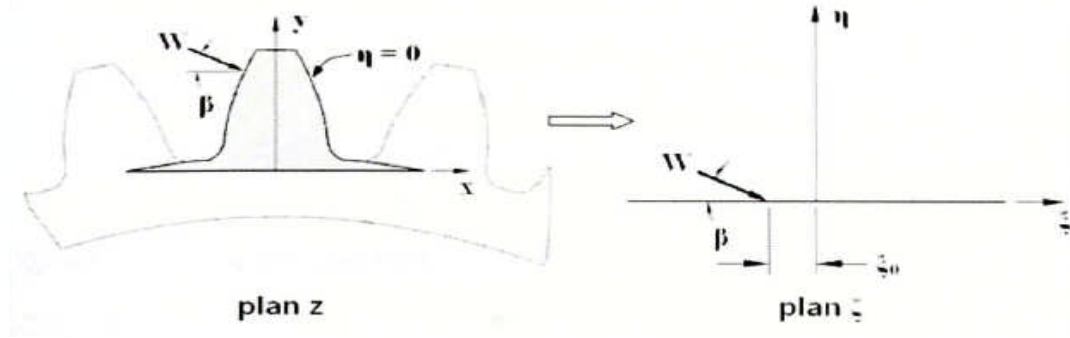


Figure. IV.7. Transformation par la méthode du potentiel complexe.

Par contre, la fonction de transfert entre les domaines peut s'avérer complexe et doit être redéfinie chaque fois que la géométrie est modifiée. Les résultats de Nicoletto n'ont pas été validés ou comparés à d'autres analyses similaires, rendant ainsi, difficile l'appréciation du modèle. Abersek et Flaker [8] ont plutôt calculé la distribution $\sigma(x)$ avec les équations de la résistance des matériaux s'appliquant à une poutre encastree (Figure IV.8).

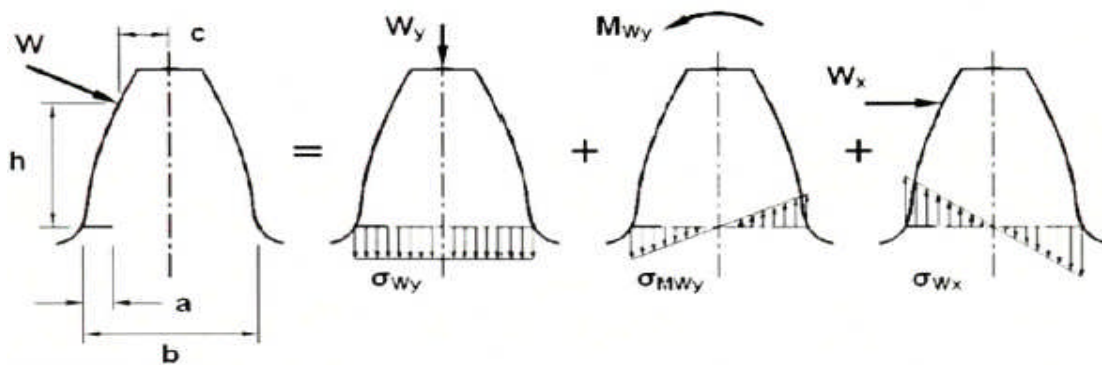


Figure. IV.8. Analyse des contraintes par un système équivalent

Le cisaillement induit par la force W_x n'a pas été considéré, négligeant ainsi K_{II} . Aussi, la fissure était posée perpendiculairement à l'axe de la dent et la fonction de poids était dérivée de la géométrie d'un échantillon standard d'essai de fatigue. Malgré tout, de bonnes corrélations ont été obtenues pour des rapports « a/b » (figure IV.12) inférieurs à 0.4. Selon les auteurs, la divergence des ratios « a/b » élevés est liée aux simplifications géométriques.

Il est possible d'obtenir la distribution de contraintes par méthodes numériques. Par contre, aucune fonction de poids analytique n'est associée aux engrenages. Or, Guagliano et al. [33] utilisé une solution de référence des FIC calculée par éléments finis pour définir « $m(x, a)$ ». Mais celle-ci doit être redéfinie pour tous les changements géométriques.

IV.2.2.6. Facteur d'intensité de contrainte équivalent

La majorité des lois de propagation ne considèrent que K_I et négligent les autres modes. Or, pour considérer la mixité des modes des engrenages, certains auteurs ont combiné K_I et K_{II} en un FIC équivalent (K_{eq}). Glodez [15] et Jelaska [23] ont proposé la forme suivante :

$$K_{eq} = \sqrt{(K_I^2 + K_{II}^2)}. (1 - \nu^2) \quad \text{IV.15}$$

Cependant, aucune explication n'est fournie quant à la provenance de cette équation ou sur quelles hypothèses celle-ci est basée. Dans une autre étude, Jelaska [23] utilise une formulation pour K_{eq} (équ. IV.16) basée sur la contrainte tangentielle maximale ($\sigma_{\theta\theta\max}$).

$$K_{eq} = \cos^2 \frac{\theta_{\sigma\theta\max}}{2} \cdot \left(K_I \cdot \cos \frac{\theta_{\sigma\theta\max}}{2} - 3K_{II} \sin \frac{\theta_{\sigma\theta\max}}{2} \right) \quad \text{IV.16}$$

Où $\theta_{\sigma\theta\max}$ est l'angle pour lequel $\sigma_{\theta\theta}$ est maximale. Même si Jelaska ne justifie pas l'utilisation de cette formulation pour K_{eq} , des résultats expérimentaux provenant des autres études, ont démontré qu'elle arrivait à prédire, avec une bonne précision, le point de rupture fragile des fissures sollicitées en mode mixte (Broek [60]). Par ailleurs, plusieurs autres modèles existants pourraient être appliqués au problème des engrenages et s'avérer efficaces (Qian et Fatemi [61]).

IV.2.2.7. Facteur d'intensité de contrainte efficace

Le calcul des FIC peut aussi être modifié afin de tenir compte des contraintes résiduelles en utilisant une relation de superposition de la forme de l'équation (IV.15).

$$K_{eff} = K + K_r \quad \text{IV.17}$$

Où K est dû aux charges appliquées et K_r aux contraintes résiduelles. Cette méthode est comparable à celle de Pehan [43] consistant à inclure les contraintes résiduelles en appliquant une charge thermique équivalente. Guagliano [33] a de plus, considéré l'effet de la fermeture des lèvres tendant à diminuer la valeur des FIC, par un paramètre U .

$$\Delta K_{eff,c} = U \cdot \Delta K_{eff} = U \cdot (\Delta K + K_r) \quad \text{IV.18}$$

De façon générale, le paramètre U peut être défini par la relation suivante :

$$U = \frac{K_{max} - K_{op}}{K_{max} - K_{min}} \text{ ou } U = \frac{K_{eff,max} - K_{op}}{K_{eff,max} - K_{eff,min}} \quad \text{IV.19}$$

où K_{op} est le FIC minimal pour l'ouverture des lèvres de la fissure. Pour certains matériaux, des valeurs de U en fonction du rapport R sont disponibles.

IV.3. La Fatigue

Lors de contraintes variant au cours du temps, on peut observer une rupture après plusieurs milliers de cycles de charge. Une fissure se propage lentement après amorçage en surface ou sur un défaut. Sa vitesse d'avancée augmente avec le facteur d'intensité de contrainte. En tête de cette fissure, une zone plastique existe où les déformations plastiques sont alternées. On introduit la fatigue oligocyclique qui est contrôlée par les variations de déformation.

Habituellement, le phénomène de la fatigue est présenté comme un processus par lequel des dommages s'accumulent dans le matériau lors de l'application de charges variables.

Ces dégradations peuvent éventuellement provoquer une rupture, même si la charge maximale est bien inférieure à celle qui est requise pour atteindre la limite d'élasticité du matériau. En somme, la fatigue est un phénomène qui produit localement une diminution de la résistance du matériau de construction. Ce matériau peut être un alliage métallique, un polymère ou un matériau composite comme le béton armé ou un plastique renforcé par des fibres. Bien que les détails du processus à l'échelle microscopique puissent varier d'un matériau à un autre, la définition suivante, donnée dans l'ASTM [62], peut s'appliquer à la rupture par fatigue de tous les matériaux :

*"La fatigue est un processus qui produit **localement** des modifications de structure **progressives** et permanentes dans un matériau qui est soumis à des **fluctuations de contraintes** et de déformations en un ou plusieurs points. Ces modifications peuvent provoquer des fissures ou même la rupture complète après un nombre suffisant de cycles".*

Les caractéristiques principales du processus provoqué par la fatigue sont celles qui sont soulignées dans la définition ci-dessus. La fatigue est un phénomène progressif par lequel des dommages se développent d'abord lentement pour augmenter très rapidement avant la rupture. Ainsi, la première étape pendant laquelle l'amorce de la fissure se produit peut constituer 90 % de la durée de vie de l'élément si celui-ci présente une surface lisse avec des entailles arrondies. Dans la plupart des cas, l'initiation de la fissure est localisée dans une surface très réduite où les concentrations de contraintes sont élevées et où les dégradations s'accumulent lors des mises en charge. Dans les parties adjacentes du même élément où les contraintes réelles sont légèrement plus faibles, aucun dommage ne se produit et la durée de vie est infinie. L'amorce d'une fissure de fatigue se produit généralement en un endroit où se trouvent un grand nombre de microfissures qui se développent indépendamment l'une de l'autre,

jusqu'au moment où l'une d'entre elles devient prédominante. Les autres microfissures cessent alors de grandir à cause du phénomène de coalescence. Cette fissure se propage d'abord lentement sous l'action des sollicitations variables mais lorsque la section résistante diminue et que le champ des contraintes locales à la pointe de l'entaille augmente, cette propagation s'accélère notablement.

Finalement, la rupture se produit brusquement comme en cas d'instabilité, lorsque la section résistante résiduelle devient trop faible pour reprendre les efforts appliqués. Ces différents stades du processus de rupture par fatigue peuvent, très souvent, être visualisés sur le faciès de rupture de l'élément rompu suite aux sollicitations variables.

Inversement, l'examen des différentes zones de ce faciès de rupture peut être utile pour déterminer les causes d'un accident.

IV.3.1. Propagation des fissures et concept de tolérance au dommage

La MLR permet le calcul de la durée de vie d'une structure soumise à des sollicitations cycliques (phénomène de fatigue) ou sujettes à des effets de corrosion sous tension. La vitesse de propagation des fissures est alors caractérisée par un paramètre tel que le FIC, et la taille critique de défaut à ne pas dépasser est directement liée à la ténacité du matériau.

IV.3.1.1. Lois de propagation

La loi générale de Paris (éq. IV.20) est largement utilisée dans le cas des engrenages (Flasker, Glodez et Pehan [41] ; Glodez, Sraml et Kramberger [15]; Jelaska, Glodez et Podmg [57]; Kramberger et al. [10] ; Spievak et al. [18]).

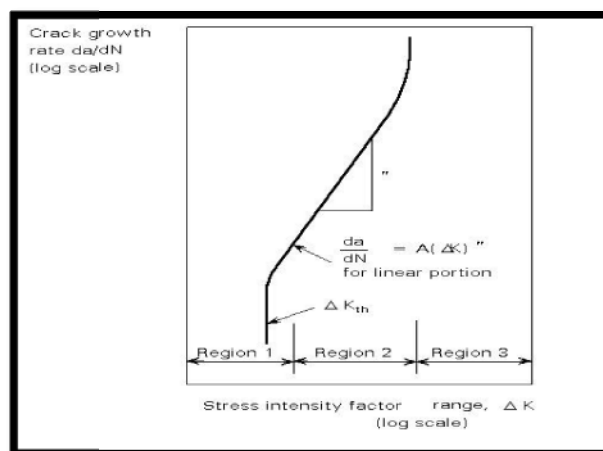


Figure. VI.9. Schématisation du taux de propagation en fonction de ΔK .

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^m \quad \text{IV.20}$$

Où ΔK est l'amplitude du facteur d'intensité des contraintes et C et m sont des constantes du matériau.

Avec cette règle, N_p peut être défini en propagation stable (figure IV.9) avant que la fissure n'atteigne une longueur critique (a_c).

$$N_p = \int_0^N dN = \frac{1}{C} \int_{a_0}^{a_c} \frac{da}{[\Delta K(a)]^n} \quad \text{IV.21}$$

La longueur de fissure initiale a_0 correspond généralement à la limite de détection des moyens de contrôle non destructif, et la longueur critique est déterminée à partir du chargement appliqué et de la ténacité du matériau. On prend un coefficient de sécurité de telle sorte que la longueur admissible du défaut reste inférieure à la longueur critique ; la durée de vie de la structure est alors déterminée en calculant le temps nécessaire pour que la longueur du défaut passe de a_0 à la longueur admissible.

D'autres modèles incluent divers aspects du chargement cyclique, mais peuvent aussi estimer da/dN en propagation lente et instable (figure IV.9). Entre autres, Guagliano et al. [33] ont appliqué la loi de Collipri est qui considère σ_m et la propagation près de ΔK_{th} et de K_{IC} . Afin de considérer les effets des contraintes résiduelles, Kato et al. [58] ont élaboré une loi basée sur la distribution de la dureté de surface (H) des roues permettant d'évaluer ΔK_{th} , K_{II} , n , et C . Le modèle décrit aussi la propagation lente et instable, mais les mesures de H nécessaires à la définition de sa distribution présentent un inconvénient aux analyses à caractère général, souvent basées sur l'utilisation de paramètres standardisés. Ce modèle a été repris par quelques études (Blarasin, Guagliano et Vergani [14]; Guagliano et Vergani [33,59]; Inoue et Kato [25]; Lewicki et Ballarini [63] et a donné des résultats intéressants.

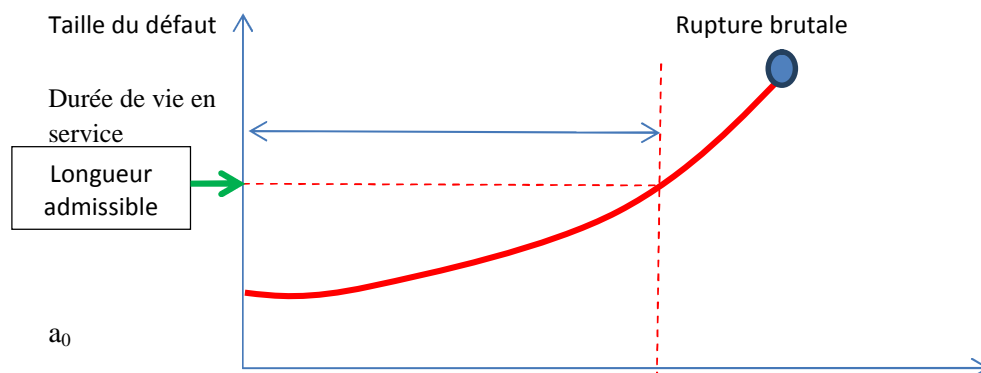


Figure. IV.10. Concept de tolérance au dommage.

IV.3.1.2. Orientation de la propagation des fissures

La direction d'avancement de la fissure se définit par le critère de la $\sigma_{\theta\theta}$ maximale ($\sigma_{\theta\theta\max}$), selon la plupart des études traitant des engrenages (Flasker, Glodez et Pehan [42] ; Glodez, Sraml et Kramberger [42] ; Jelaska, Glodez et Podmg [23]; Lewicki et al. [17]; Spievak et al. [18]). Ce critère stipule que la propagation s'effectue dans la direction de la $\sigma_{\theta\theta}$ maximale d'un système de coordonnées centré en bout de fissure. En dérivant $\sigma_{\theta\theta}$ (éq. IV.22) par rapport à θ et en posant ;

$d\sigma_{\theta\theta}/d\theta = 0$, θ l'angle où $\sigma_{\theta\theta}$ est maximale est obtenu (éq. IV.22).

$$\theta_{\sigma_{\theta\theta\max}} = 2 \tan^{-1} \left[\frac{1}{4} \left(\frac{K_I}{K_{II}} \pm \sqrt{\left(\frac{K_I}{K_{II}} \right)^2 + 8} \right) \right] \quad \text{IV.22}$$

Il existe aussi d'autres approches permettant de prédire l'orientation des fissures (Qian et Fatemi [61]. Cependant, aucune d'elles ne semble avoir été appliquée aux engrenages.

IV.3.1.3. Propagation des fissures dans l'engrènement

Bien que ΔK_I et ΔK_{II} soient non proportionnels, la majorité des études considèrent seulement l'état maximal (i.e. K_{\max}) dans l'application des lois de propagation (Flasker, Glodez et Pehan [41]; Glodez, Sraml et Kramberger [15];Guagliano et Vergani [59];Jelaska, Glodez et Podrug [23]; Kato et al.[58]; Kramberger et al.[10];Lewicki [17]; Pehan et al.[43] . Habituellement, $K_{II\max}$ est obtenu au point le plus haut en contact unique. L'approche de Spievak et al. [18] considère plutôt l'évolution du chargement en discrétisant le cycle en un nombre fini de points de contact. Donc, entre chaque état de contact « i-1 ; i », un incrément de fissure da , est calculé par la relation ci-dessous.

$$da_{(i-1,i)} = \frac{K_{(i)} - K_{(i-1)}}{K_{\max}} \cdot da \quad \text{IV.23}$$

Où K_{\max} est le FIC maximal rencontré durant tout le cycle d'engrènement et « da », la valeur prédéfinie de l'avancement de la fissure. L'orientation est aussi calculée pour chaque incrément où Spievak et al. [18] ont utilisé le critère $\theta_{\sigma_{\theta\theta\max}}$ (éq. IV.22).

IV.3.2. Longueur initiale

Selon l'échelle d'observation, l'importance d'une fissure initiale peut varier. En métallurgie, elle sera associée à la nucléation des microfissures. Tandis qu'en ingénierie, ce sera lorsque la

fissure sera détectable (Suresh [6]). Lukas et Kunz [64] affirment plutôt que l'initiation marque la fin du processus de nucléation et qu'il s'agit d'une zone de transition d'un système gouverné par la plasticité des déformations à un autre régi par la mécanique de la rupture. Aussi, ils estiment préférable de définir le point de transition par un paramètre géométrique telle la longueur de fissure (a_0). Celle-ci peut être définie, pour un chargement donné, comme la longueur limite pour laquelle la fissure ne se propagera pas. Ce concept est bien illustré par un diagramme Kilagawa-Takahashi (figure IV.11).

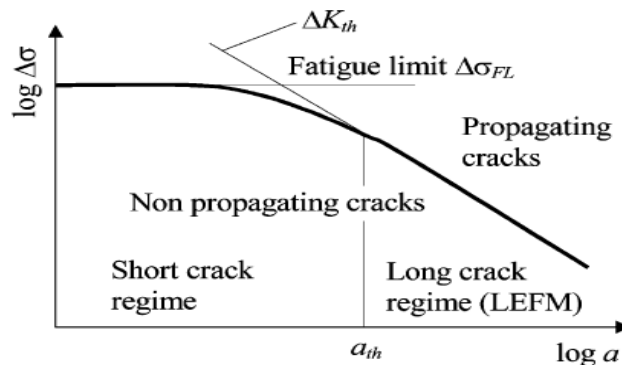


Figure. IV.11. Contrainte limite en fonction de la longueur de la fissure.

La figure IV.11 fait intervenir la variation seuil du facteur d'intensité de contrainte (ΔK_{th}) qui selon la norme ASTM E 647 correspond à la valeur asymptotique où le taux de propagation d'une fissure (da/dN) tend vers zéro. Or, en connaissant les valeurs de ΔK_{th} et S_e , il est possible d'obtenir la longueur seuil de la fissure (a_{th}) par la relation (I.7) (Dowling [54]).

IV.3.3. Paramètres des essais de fatigue

Lors d'essais de fatigue, parmi les nombreux paramètres qui contrôlent les résultats, la manière d'appliquer la contrainte oscillante a un rôle important. Pour une contrainte uniaxiale variant entre des valeurs maximale σ_{max} et minimale σ_{min} , l'amplitude des variations de contraintes qu'il y a lieu de considérer est limitée à la seule part correspondant à la traction. En effet, s'il existe une phase de compression, les deux lèvres de la fissure en contact assurent la transmission des sollicitations sans discontinuité, à l'opposé de la phase de traction, où la coupure que constitue le plan de la fissure, induit une singularité de contraintes. On utilise ainsi, pour caractériser les sollicitations, le paramètre $R = \sigma_{min}/\sigma_{max}$, qui permet de définir, en particulier, les conditions de contraintes alternées ($R = -1$), répétées ($R = 0$) ou ondulées ($R > 0$).

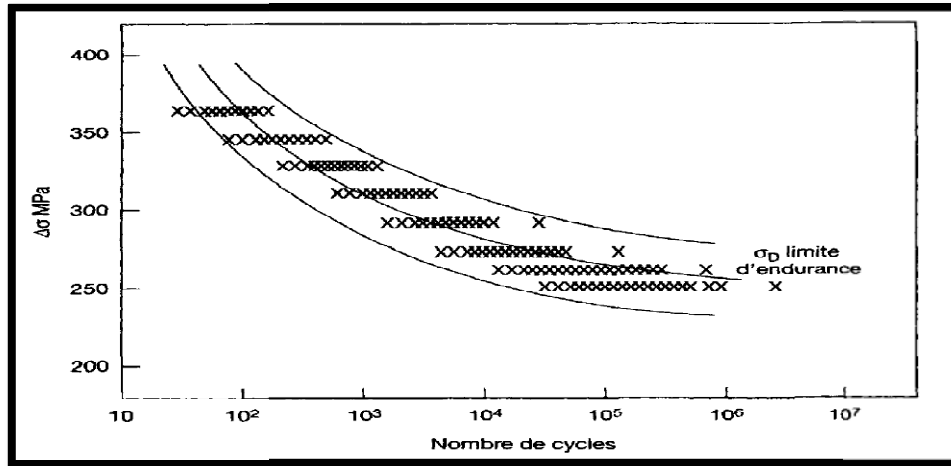


Figure. IV.12. *Dispersion statistique des résultats d'essais de fatigue sur un acier de construction.*

Les résultats d'essais de fatigue montrent une dispersion qui peut paraître importante. En figure IV.12, on peut observer que, pour les domaines intermédiaires de durée de vie, celle-ci atteint un facteur 10 sur N_f , ce qui représente un écart de 15 à 20 % sur la contrainte appliquée. Cette dispersion n'a pas qu'une origine stochastique de mauvais contrôle des conditions d'essais. Elle correspond essentiellement à un comportement intrinsèque du matériau. En effet, comme cela sera détaillé ultérieurement, les mécanismes d'amorçage des fissures font intervenir les défauts et imperfections du métal (inclusions, singularités structurales...) qui, par nature, incorporent tous les éléments peu maîtrisés de la structure fine du matériau. Ce sont en effet les dispersions sur les durées d'amorçage des fissures qui sont responsables des dispersions de durée de vie, la phase de propagation étant, elle, bien mieux contrôlée.

IV.3.4. Expression des courbes de Wöhler

La forme générale des courbes de Wöhler a fait l'objet de diverses tentatives de descriptions formelles. Compte tenu de la nature statistiquement distribuée des résultats, celles-ci sont à ajuster pour une probabilité cherchée de rupture à une valeur de la contrainte donnée. On définira donc les paramètres d'une loi de fatigue pour une espérance donnée de non-rupture, i.e en ajustant de façon conjointe les valeurs de μ et σ . Par rapport à l'équation de Wöhler, l'expression de Stromeyer correspond à une représentation très satisfaisante, bien qu'il n'existe pas de procédure d'ajustement permettant une détermination univoque des trois paramètres qui la composent :

$$N_f = A(\Delta\sigma - \sigma_s)^{-n} \quad \text{IV.24}$$

Où σ_s est la contrainte seuil.

En introduisant la probabilité de rupture, on obtient :

$$A(\Delta\sigma - \sigma_s)^{-n} = P(\Delta\sigma) \cdot N_f \quad \text{IV.25}$$

L'expression générale permettant de décrire une courbe de Wöhler sera donc de la forme :

$$P_{N_f}(\Delta\sigma) = \frac{A(\Delta\sigma - \sigma_s)^{-n}}{N_f \Delta\sigma \sqrt{2\pi}} \int_0^{\Delta\sigma - \sigma_s} e^{-\left(\frac{x-\mu}{2\sigma^2}\right)^2} dx \quad \text{IV.26}$$

Elle permet de tracer des familles de courbes paramétrées en probabilité de rupture, dans l'espace durée de vie - amplitude de la variation de contraintes : $[N_f, \Delta\sigma]$

Les valeurs typiques de la limite d'endurance σ_s sont de l'ordre de la moyenne entre limite d'élasticité et charge à la rupture : $(R_e + R_m)/2$ avec un écart type de l'ordre de $R_m/50$. On atteint la limite d'endurance pour environ $10^6 - 10^7$ cycles.

Ces valeurs, indicatives et valables pour les aciers, sont à utiliser avec précautions, car elles ont été déterminées pour des alliages particuliers, après des traitements thermiques spécifiques. Il est généralement nécessaire de réévaluer ces paramètres pour tout nouveau type d'alliage.

IV.3.5. Traitement statistique des essais de fatigue

Pour une sollicitation donnée, correspondant à une amplitude de variation de contrainte appliquée $\Delta\sigma$, on obtient une durée de vie N , ou plus précisément une distribution entre les éprouvettes rompues et non rompues. On exprime couramment la probabilité statistique de rupture a une durée de vie donnée $P_N(\Delta\sigma)$ en fonction de l'amplitude de la variation de contrainte $\Delta\sigma$ par l'expression :

$$P_N(\Delta\sigma) = \frac{1}{\Delta\sigma \sqrt{2\pi}} \int_{-x}^{\Delta\sigma} e^{-\left(\frac{x-\mu}{2\sigma^2}\right)^2} dx \quad \text{IV.27}$$

où μ représentera l'amplitude de la variation de contrainte $\Delta\sigma$ correspondant à une probabilité 0,5 de rupture et σ la dispersion en $\Delta\sigma$.

Compte tenu de cette dispersion, tout travail expérimental demande un volume important d'échantillons sur le même matériau pour être statistiquement significatif. L'exploitation des

résultats d'une série d'essais aura pour objet d'ajuster au mieux les paramètres de la distribution physique du comportement, σ et μ . Pour la détermination des paramètres relatifs au comportement statistique, on met en œuvre des approches expérimentales variées selon l'objectif recherché et les habitudes historiques des utilisateurs. On utilise généralement les suivantes :

- ✓ La méthode des "probits" consiste à analyser la distribution binomiale des résultats de rupture pour diverses valeurs de $\Delta\sigma$ en vue d'atteindre les valeurs des paramètres μ et σ les plus précises. Cette méthode, lourde, n'est utilisée avec profit que pour une exploitation fine d'un volume très important de résultats expérimentaux (environ 100 éprouvettes), pour lesquels les conditions initiales choisies conduisent à une distribution équilibrée entre éprouvettes rompues et non rompues.
- ✓ La méthode de l'escalier consiste, dans une série d'essais de fatigue, à moduler la contrainte appliquée à chaque essai en fonction du résultat de l'essai précédent (augmentation d'un incrément de contrainte $\delta\sigma$ en cas de non-rupture à la durée de vie attendue et inversement). Pour que cette méthode n'induisse pas de biais expérimental, il faut que l'incrément de contrainte $\delta\sigma$ soit de l'ordre de grandeur de la dispersion en contrainte des résultats à la durée de vie visée et que la valeur initiale de $\Delta\sigma$ soit proche de la valeur de la contrainte conduisant à cette durée de vie. Bien utilisée, elle peut donner, en 40 à 50 éprouvettes, une évaluation satisfaisante des paramètres de la courbe de fatigue.
- ✓ La méthode d'itération est une variante de la précédente, dans laquelle la valeur absolue de l'incrément de contrainte $|\delta\sigma|$ est fonction décroissante du rang de l'essai. La validité de l'approche est, là encore, particulièrement dépendante des conditions initiales choisies (N , $\delta\sigma$ et $\Delta\sigma$). Un jeu initial mal adapté conduisant à une distorsion des résultats dans le sens d'un excès d'une famille particulière (par exemple majorité de rompues, si $\Delta\sigma$ a été choisi trop fort pour le N visé).
- ✓ La méthode des n éprouvettes non rompues consiste à réaliser des séries d'essais à $\Delta\sigma$ donnés, que l'on fait décroître d'un incrément $\delta\sigma$ tant que l'on n'obtient pas une série continue de n éprouvettes non-rompues à la même valeur de $\Delta\sigma$.

IV.3.6. Zone plastique en fatigue et mécanismes de propagation microscopique

En ce qui concerne la taille de la zone plastique en tête d'une fissure de fatigue, on remarque qu'en raison de l'effet Bauschinger, la taille de la zone plastique en fatigue est sensiblement

plus faible qu'en sollicitation monotone : $R' = 1/6R$. La variation de sa taille avec le ΔK_I conduit à ce qu'elle soit traversée par la fissure en quelques centaines de cycles de chargement.

Un examen attentif permet de souligner l'existence de deux zones plastiques. La zone la plus large correspond à une déformation plastique induite uniquement lors de la phase d'ouverture de la fissure et ne correspond qu'à un incrément de déformation. On l'appelle la zone plastique monotone. Au cœur de cette zone, il existe une zone plus petite pour laquelle, lors du déchargement, le retour élastique de la structure conduit localement à une déformation plastique en compression.

Dans cette zone, un très fort écrouissage a donc lieu. Un profil de micro-dureté selon une perpendiculaire à la trace de la fissure permet de mettre en évidence ces deux zones plastiques.

En complément de ces zones plastiques, il y a lieu de considérer la zone immédiatement adjacente au front de fissure, à l'échelle du micromètre. Dans cette zone, le cisaillement intense dans des bandes orientées à 45° est le mécanisme par lequel la fissure s'ouvre et se ferme à chaque cycle de sollicitation.

Dans ces bandes à très forte déformation, l'écrouissage est intense lors de l'ouverture et la déformation plastique nécessaire pour la fermeture aura lieu en avant de ces bandes très écrouies, où le métal n'a pas encore été déformé de façon importante. La déformation plastique en tête de fissure n'étant pas réversible en raison de l'écrouissage, le cisaillement se développe en amont de proche en proche, et c'est par un tel mécanisme que la fissure peut avancer.

On observe d'ailleurs, sur les surfaces de rupture, les traces de ces déformations cycliques sous forme de stries de fatigue, correspondant à la position de la fissure à chaque cycle de chargement. L'espacement entre stries correspond, dans le domaine de la loi de Paris, à la vitesse de propagation microscopique. Il varie fortement avec le ΔK local.

Dans un tel régime de propagation, une faible variation du ΔK se traduit par une augmentation immédiate de la vitesse d'avancée de la fissure, par formation d'une strie de plus grande amplitude. Ainsi, pour un chargement constitué des blocs de 10 cycles dont trois sont plus

sollicitant de 20 %, on observe clairement une plus grande amplitude associée à l'avancée microscopique de la fissure.

Une conséquence des irréversibilités de déformation plastique est relative aux irrégularités de propagation lors de surcharges. Ainsi, lorsqu'un régime stable de propagation est atteint, une forte surcharge « un facteur 2 par exemple » va induire une zone plastique très différente de celle qui était établie précédemment en régime stationnaire. Les efforts de compression lors du déchargement conduiront, pour le niveau de contraintes antérieur, à des efforts résiduels de fermeture qui réduiront la valeur de ΔK effectif en fond de fissure. Ceci se traduira par une réduction de la vitesse de propagation après cette surcharge. Plusieurs milliers ou dizaines de milliers de cycles seront nécessaires pour permettre une reprise de la propagation de la fissure à sa vitesse initiale.

IV.4. Détérioration et fatigue des dents des engrenages

Les engrenages peuvent être détériorés de deux manières [65] :

- Par rupture d'une ou plusieurs dents ;
- Par des surfaces de contact ;

Remarque: l'étude de l'endommagement et de fatigue des dentures fait partie d'une discipline qui est la tribologie.

IV.4.1. Usure normale (normal wear)

La perte lente et régulière de l'épaisseur des dents ne provoque pas de dégradation de l'état de surface. Ce n'est pas une avarie mais au contraire le signe d'un fonctionnement normal des dentures et la tenue de l'engrenage n'est pas affectée pendant la durée prévue pour l'utilisation.

IV.4.2. Usure courante (current wear)

C'est une abrasion à deux corps caractérisée par un amincissement des zones de glissement (les sommets et les pieds des dents) tandis que la perte de matière est à peu près nulle au niveau du primitif. Il en résulte une déformation du profil, mais sans dégradation notable de l'état de surface. L'aspect de la zone usée est en général gris et mat.

IV.4.3. Poli-miroir (polishing)

Il traduit une plastification superficielle des flancs de dents, son évolution est lente et il témoigne d'un bon fonctionnement : on n'a jamais à la fois usure importante et poli miroir. Par ailleurs, cette modification de la surface des dentures favorise leur portée.

Cependant, en cas de surcharge ou de lubrification défectueuse, la température de surface peut devenir suffisante pour permettre la formation de microsoudures localisées, alors le grippage n'est pas loin. Pour éviter un tel risque, on peut augmenter quelque peu la viscosité du lubrifiant. De même, on prendra soin d'éviter toute surcharge, même brève, qui ne manquerait pas de provoquer des dégâts irrémédiables.

Le poli-miroir apparaît communément sur les dentures durcies en surface comme celles des boîtes de vitesses ou des différentiels automobiles.

IV.4.4. Grippage localisé

Il correspond à des arrachements ou des adhérences (adhesures) qui modifient soudainement l'état d'une petite partie de la surface des dents, 5 % par exemple. Il concerne souvent les dentures neuves ou dans l'état de poli-miroir et il peut disparaître à la longue.

Les causes de ce phénomène sont multiples : imperfection d'usinage, défaut d'alignement des dentures, déformation en charge, passage d'une particule étrangère dans la denture, surcharge brutale, défaut temporaire de lubrification. Dans tous les cas, il y a surcharge locale, rupture du film d'huile et formation d'une micro-soudure immédiatement cisailée.

On pense souvent, mais à tort, que ce n'est pas forcément une avarie grave ; en réalité les arrachements s'accompagnent souvent de fissures qui partent de la surface et risquent, en s'étendant à toute l'épaisseur de la dent, de provoquer sa rupture rapide. Sur des engrenages traités en surface, un contrôle par ressuage est souvent utile. Par contre, les engrenages traités dans la masse présentent un risque bien moindre.

Il est parfois possible de « réparer » les dentures pas trop sévèrement grippées en les faisant fonctionner quelque temps avec une graisse de rodage appropriée.

IV.4.5. Grippage généralisé (scuffing)

C'est une avarie très brutale attribuée à une rupture du film lubrifiant par suite de températures de surface trop élevées. Sa gravité a accéléré le développement des additives extrêmes pressions. Il est reconnaissable au fait que le cisaillement des microsoudures amène des transferts de métal d'une denture sur l'autre, ou l'émission de débris.

Le grippage généralisé est une usure catastrophique qui détruit typiquement les dentures non traitées, de gros module, fonctionnant à des vitesses faibles. Il produit une modification soudaine de la surface de toutes les dents : sur des engrenages durcis, on note un changement de coloration et de fines rayures, à ne pas confondre avec une usure abrasive, car il y a peu de perte de cote. Sur des aciers peu durcis, les surfaces sont détruites par écoulement plastique et marquées de sillons grossiers parallèles au profil. Lors du grippage, apparaissent aussi des charges radiales anormales et des vibrations. Le facteur de frottement augmente et devient irrégulier.

Il n'est pas forcément nécessaire d'atteindre de très hautes températures pour former des soudures. On distingue en fait deux sortes de phénomènes :

- **Le grippage à chaud (hot scuffing)** est lié à une rupture de film d'huile par échauffement excessif. Les traces sont généralement plus importantes dans les zones à forte vitesse de glissement. Tant que ces traces restent fines et peu profondes, elles peuvent être tolérées car elles finiront par s'amenuiser avec le temps. Si elles sont au contraire grossières, elles évolueront vers des arrachements et généralement, à court terme, vers la rupture des dents. Ces dernières prennent des teintes caractéristiques brunes, bleues ou violacées.
- **Le grippage à froid (cold scuffing)** résulte de pressions de contact très élevées accompagnées de vitesses de glissement extrêmement faibles. Le désastre commence par quelques arrachements plus ou moins localisés qui ne tardent pas à se propager de proche en proche à toute la périphérie de la denture. La destruction totale peut se produire en quelques minutes. Le grippage à froid est très souvent associé à un manque de lubrifiant et se produit le plus souvent sur des dentures lubrifiées à la graisse. Il est favorisé aussi par un état de surface médiocre, qui facilite la formation des microsoudures et le développement du grippage en profondeur.

IV.4.6. Usures à trois corps (wear with three bodies)

Elles résultent de la présence dans l'huile de corps abrasifs : rouille, sable de moulage, calamine, copeaux ... On peut distinguer plusieurs formes :

- **Les rayures, griffures, sillons (scratching)** se manifestent sous la forme de cavités isolées ou de sillons plus ou moins profonds mais toujours bien individualisés et irréguliers, orientés dans le sens du glissement. Il s'agit de l'effet de grosses particules introduites dans l'engrènement. Ce type d'usure se rencontre dès la mise en route d'un

mécanisme, ou juste après une réparation faite dans des conditions de propreté insuffisantes. Contrairement aux arrachements qui mettent en cause le fonctionnement de l'engrenage, les rayures ne constituent pas une avarie grave à condition que le constat soit fait à temps et que des mesures curatives soient prises : d'une part, l'élimination des corps étrangers, d'autre part, la réparation des dentures par polissage des surépaisseurs causées par les griffures et désincrustation des particules dures.

- **L'usure abrasive proprement dite (abrasive wear)** est due à la présence dans le lubrifiant de petites particules d'origine externe ou interne : débris d'usure par exemple. On remarque des rayures très fines, un aspect mat, un épaulement au fond de la denture et des dents érodées en lame de couteau. Le phénomène d'abrasion est souvent très rapide, il ne s'accompagne jamais d'adhésions locales ou de microsoudures et ne résulte pas d'un manque de lubrifiant. Ce dernier est au contraire le vecteur des particules abrasives. On assiste à la formation de dents pointues et souvent très affaiblies à la base. Dans de nombreux cas, les dents finissent par se rompre ou, si elles sont traitées, par subir d'autres formes d'usure fatales comme l'écaillage étudié plus loin.

L'usure abrasive produit une augmentation du jeu de fonctionnement des dentures et une forte déformation des profils génératrice de bruit et de vibrations.

IV.4.7. Usure modérée (moderate wear)

Elle est caractérisée, comme son nom l'indique, par une perte de matière plus forte que lors de l'usure normale. Elle apparaît le plus souvent lorsque les limites de la lubrification sont atteintes, et concerne presque tous les engrenages très chargés tournant à faible vitesse et réalisés en acier traité dans la masse. Il est à noter que si des traces notables d'enlèvement de matière sont visibles là où se produit le glissement, au sommet et au pied des dents, en revanche la surface primitive de fonctionnement n'est pratiquement pas altérée. L'usure modérée peut en général être tolérée à condition d'améliorer la lubrification par refroidissement de l'huile ou par augmentation de sa viscosité, ou encore en remplaçant la graisse par de l'huile. Le niveau de bruit et de vibrations peut toutefois devenir inacceptable.

IV.4.8. Usure excessive et destructrice (excessive and destructive wear)

C'est un processus qui aboutit à la mise hors service des dentures. On constate une très importante déformation des profils qui résulte de l'action, conjointe ou non, d'autres processus : abrasion, adhésion, piqûres.

Il va de soi qu'une usure excessive amène à une recherche approfondie de ses causes, avant tout remplacement des organes détruits, sinon on peut être à peu près sûr qu'elle se reproduira

sur les nouvelles pièces. On s'intéressera en particulier à la nature du lubrifiant, à son onctuosité et à sa viscosité, sans oublier son mode d'introduction dans les contacts. On examinera l'efficacité de la filtration et/ou du refroidissement, l'étanchéité du carter. D'autres causes sont à rechercher sur les dentures elles-mêmes : choix des matériaux, de leurs traitements, qualité du taillage, détermination des dépôts ...

On n'oubliera pas que parfois une mauvaise portée des dentures provient de déformations excessives des arbres, de leurs appuis (roulements ...), voire du carter. Les dilatations différentielles sont aussi à prendre en compte, de même que les surcharges ou encore les vibrations transmises par les organes voisins. Parfois, c'est la conception d'ensemble de l'engrenage qu'il faudra revoir !

IV.4.9. Corrosion chimique et rouille (chemical corrosion, rusting)

Elles provoquent des taches de couleur brun rouge, des irrégularités de surface, des piqûres souvent foisonnantes, plus ou moins bien réparties sur tout ou partie des zones exposées. Il s'agit évidemment d'attaques chimiques ou électrochimiques.

Souvent, cette attaque résulte de produits contaminants introduits dans le carter, mais très fréquemment, elle est due à la présence d'eau amenée par des fuites ou par la condensation. Le lubrifiant peut lui aussi être incriminé, pour diverses raisons :

- acidification due au vieillissement ;
- présence d'additives extrêmes pressions trop agressives ;
- activation de ces additifs par la présence d'eau ou par une température excessive.

Parfois, les engrenages sont corrodés avant même leur introduction dans le carter, à cause d'un nettoyage avec des substances agressives, d'un mauvais stockage ou encore du simple contact avec des mains en sueur ...

Les dentures corrodées ont un aspect peu engageant mais leur fonctionnement n'est que rarement altéré. Toutefois, il faut se méfier des résidus d'oxydation qui peuvent être très durs et engendrer une usure abrasive.

IV.4.10. Pelage (scaling)

Il est dû à une oxydation lors du traitement thermique. Il apparaît après fonctionnement une surface inégale comportant des zones en léger relief, très irrégulières, qui supportent les charges et prennent vite un aspect brillant. La portée des dentures est alors mauvaise.

IV.4.11. Corrosion de contact (fretting corrosion)

Elle concerne d'une part, les dentures ordinaires soumises, pendant le transport ou l'arrêt, à des vibrations d'origine extérieure, d'autre part les accouplements à denture soumis, avec une protection insuffisante, à des vibrations de torsion ou à de petits mouvements dus au désalignement.

La corrosion de contact produit des quantités importantes d'oxydes abrasifs qui vont polluer les lubrifiants et provoquer, dans les cas graves, une usure destructrice.

IV.4.12. Sur chauffe et brûlures (over heating, burning)

Elles résultent d'un échauffement anormal consécutif à une surcharge, une survitesse, un défaut de lubrification. Les plages colorées que l'on constate ne doivent pas être confondues avec le résultat d'une oxydation ou d'une corrosion. La chute des caractéristiques mécaniques favorise l'apparition du grippage et dans les cas les plus graves, elle peut conduire à un écrasement de la denture par fluage à chaud.

IV.4.13. Cavitation

L'érosion par cavitation peut se manifester au niveau des dentures lorsque celles-ci se meuvent perpendiculairement à leur surface. Un tel mouvement se produit lors de l'engrènement sous l'effet de vibrations. Il en résulte une alternance de surpressions et de dépressions au sein du lubrifiant. Si ce dernier contient un produit susceptible de se vaporiser (eau, essence ...) et si les conditions s'y prêtent, alors des bulles se forment, puis implosent en provoquant des ondes de choc. On constate alors l'apparition des micro-cratères caractéristiques de la cavitation.

IV.4.14. Érosion par impact

Elle peut endommager les dents d'engrenages à haute vitesse lubrifiés par un jet d'huile alimenté sous une pression excessive.

IV.4.15. Étincelage

Il est caractérisé par la formation d'une multitude de petits cratères résultant du passage intempestif d'un courant électrique, cratères qu'il ne faut pas confondre avec des piqûres provoquées par la fatigue des couches superficielles. Les traces sont ici en forme de cupules présentant, juste après leur formation, un rebord provenant de l'éjection du métal fondu. L'examen métallographique montre fréquemment des structures de trempe et de revenu.

Si ces cratères sont provoqués par des courants vagabonds, ils sont généralement répartis sur l'ensemble de la denture.

Comme dans le cas des roulements (voir plus loin), les cratères peuvent aussi avoir pour origine des travaux de soudage à l'arc au cours desquels le retour du courant s'est effectué à travers les roues dentées : mise à la masse mal choisie ! Dans ce cas, les dégâts sont bien sûr localisés.

IV.4.16. Fatigue de surface

C'est une dégradation progressive, comme tous les phénomènes de fatigue. Contrairement aux autres formes d'usure, celle-ci concerne les engrenages bien lubrifiés. Les endommagements peuvent rester longtemps cachés avant de se manifester brutalement, ou bien se révéler de façon spectaculaire et précoce. Il y a donc diverses formes possibles, que nous allons passer en revue.

D'une manière générale, cette fatigue se produit sous l'effet des contraintes tangentielles alternées. Si le frottement est très faible, ces contraintes sont maximales en profondeur, ce qui peut être le cas avec des dentures très bien lubrifiées. Par contre, si les forces de frottement ne sont plus négligeables, le cisaillement est maximal en surface. Selon les circonstances, l'amorçage des fissures de fatigue se fera en sous-couche ou bien de façon apparente sur la peau de la pièce.

IV.4.17. Micro-piqûres (micropitting, frosting, gray staining, microspalling)

Ce sont de très petits endommagements de 10 à 25 micromètres de côté et de 10 à 20 micromètres de profondeur. Ils concernent surtout les engrenages traités superficiellement et finis par rectification. Les divers termes correspondent à des aspects différents : taches grises,

gerçures ... mais les dégâts sont identiques. Cette usure est évolutive, le métal est éliminé progressivement sous forme de petites écailles.

IV.4.18. Piqûres (pitting)

Ce sont des trous peu profonds en forme d'éventail dont la pointe est tournée vers le pied des dents motrices ou vers le sommet des dents menées. La taille de ces trous est bien plus forte que pour les micro-écailles (de 0,3 à 2 mm) tandis que la profondeur est de l'ordre de 0,1 mm.

Le piquage ne se produit que si le mouvement de roulement est plus important que le mouvement de glissement, c'est pourquoi on le trouve surtout au niveau du diamètre primitif.

Le piquage apparaît souvent sur des dentures neuves traitées à cœur. Généralement, il ralentit au fur et à mesure que le rodage améliore les portées et parfois même les traces disparaissent à la longue. Les piqûres diminuent si l'acier est durci et si la viscosité du lubrifiant croît.

La fissuration démarre à partir d'un petit défaut superficiel et se propage ensuite en profondeur jusqu'à l'élimination d'une parcelle de métal. On considère généralement que la présence d'huile accélère très nettement la dégradation, car les très hautes pressions dues à l'engrènement sont transmises jusqu'au fond des fissures.

Les piqûres naissantes sont généralement d'assez petites dimensions. Elles apparaissent d'abord là où la charge est maximale et en particulier, elles révèlent vite les défauts d'alignement, les déformations anormales des pièces, les distorsions dues aux traitements thermiques. La présence de quelques piqûres ne présente pas un risque immédiat et souvent le phénomène cesse spontanément.

Cependant, une évolution catastrophique est toujours possible et une fissuration grave peut dégrader très vite la totalité des surfaces, surtout dans le cas des dentures droites : c'est alors le piquage destructif.

IV.4.19. Écaillage (spalling)

C'est une dégradation qui commence toujours à l'intérieur du métal, puis se propage jusqu'à rejoindre la surface, ce qui libère des fragments plus ou moins irréguliers aux dépens de la peau de la pièce. Cette avarie est beaucoup plus fréquente sur des dentures traitées superficiellement par cémentation ou trempe superficielle que sur celles qui sont traitées à

cœur. L'écaillage est rare sur les aciers de faible dureté et dépend peu de la viscosité du lubrifiant.

Les zones écaillées font apparaître une surface irrégulière, voire accidentée. On distingue facilement les piqûres des trous provoqués par l'écaillage : les premières ont des parois en pente plus ou moins douce, les seconds sont limités par des « falaises » à angles vifs, sur toute leur périphérie.

Au début, l'écaillage semble n'affecter que quelques dents, ou même une seule. Il ne faut jamais oublier qu'il s'agit d'un phénomène de fatigue qui s'amorce très sournoisement en sous-couche. D'une part, cette fissuration est invisible tant qu'elle n'a pas débouché à la surface, d'autre part, elle provoque à court terme la rupture des dents concernées car elle s'étend dans la masse du métal en même temps qu'elle migre vers la surface.

L'écaillage se situe le plus souvent en dessous du diamètre primitif, le creux des dentures est en effet plus sollicité que les saillies, et plus longtemps.

La cause la plus fréquente de l'écaillage est une surcharge de longue durée et/ou une profondeur de traitement insuffisante : on sait que la couche traitée devrait avoir une épaisseur telle qu'elle dépasse de 50 à 100 % la profondeur à laquelle se produisent les contraintes maximales de cisaillement. L'écaillage survient de façon quasi systématique en cas de portée défectueuse des dentures, il se localise alors dans des zones bien déterminées des dents, le plus souvent à leur extrémité. Les dentures-bateaux sont un bon moyen d'éviter ces mauvaises portées.

IV.4.20. Dislocation de la couche traitée (case crushing)

C'est une avarie très grave typique des engrenages traités en surface qu'elle met immédiatement hors service. Comme pour l'écaillage, les fissures naissent en sous-couche, avant que des fragments de métal soient éliminés sous forme de grosses écailles. C'est en fait toute la couche traitée qui se trouve rapidement décollée d'un substrat de résistance insuffisante.

On sait aujourd'hui déterminer la profondeur à laquelle règne le cisaillement maximal dans un contact localisé essentiellement roulant. Si l'on traite en-deçà de cette profondeur par cémentation, nitruration, trempe superficielle, le traitement sera sans effet. Si l'on traite à une

profondeur exagérée l'opération sera certes efficace mais inutilement coûteuse. Si l'on s'arrête au niveau de la zone de cisaillement maximal, non seulement le traitement sera inefficace, mais en introduisant une discontinuité de structure là où les contraintes sont les plus importantes, on a toutes les chances d'accélérer la dégradation. La bonne profondeur se situe entre 1,5 fois et 2 fois la profondeur à laquelle se produit le cisaillement maximal. Il faut de plus obtenir une dureté suffisante en sous-couche pour que la surface traitée soit solidement ancrée sur le substrat.

IV.4.21. Empreintes (indentation)

Elles résultent du passage d'un corps étranger entre deux dents. Ce corps peut provenir des dents elles-mêmes, d'un roulement à billes voisin, d'un défaut de propreté au montage ... Ces empreintes sont souvent accompagnées d'autres défauts : déformation des dents ou formation de fissures pouvant faciliter un écaillage ultérieur.

IV.4.22. Déformation plastique par roulage (rolling)

Elle provoque des déplacements de matière accompagnés le plus souvent de la formation de bavures. On observe sur les roues menantes un creusement au niveau du primitif et un gonflement du sommet et du pied des dents, tandis que sur les roues menées, la matière est repoussée vers le primitif où elle forme un bourrelet (fig. IV.13).



Figure. IV.13. *Pignon pour crémaillère*

Cette avarie est propre aux dentures non traitées ou traitées à cœur. Sur des dents traitées en surface peuvent exister des phénomènes analogues mais jamais avec la même ampleur. Les profils sont progressivement détruits, tandis que l'engrenage devient bruyant. En général, cela conduit à brève échéance à une rupture des dents. Le remède consiste à éliminer les surcharges et surtout à réduire le frottement sur les dents en adoptant une huile plus visqueuse.

La photo montre un morceau de la roue dentée qui permet à un petit train à crémaillère de monter au sommet de la Rhune, une des montagnes mythiques du Pays basque. On voit très bien que le métal a été écrasé au niveau du diamètre primitif et refoulé non seulement vers la tête et le pied de dent, mais aussi latéralement. La roue complète avait un diamètre de l'ordre de 2 m. On notera :

- que l'on a choisi délibérément un acier relativement mou, non traité, de façon qu'il ne soit surtout pas fragile. Chacun comprendra qu'il vaut mieux, pour ce genre d'application, que les dents périssent par leur surface plutôt qu'en se rompant brutalement ;
- que pour la même raison, la base des dents est creusée par des cylindres de grands rayons. Il s'agit ici d'éviter les ruptures de fatigue en diminuant autant que faire se peut l'effet d'entaille ;
- qu'après qu'elle a été usée d'un côté (c'est toujours le même flanc des dents qui travaille, aussi bien à la montée du train qu'à sa descente), la roue a été retournée.

IV.4.23. Déformations plastiques par martelage (peening)

Elles forment des sillons longitudinaux correspondant aux zones de portée. La cause en est généralement une surcharge brutale qui peut concerner toutes les dents ou seulement quelques-unes, si cette surcharge se produit toujours pour une certaine position angulaire de la roue dentée. Cette avarie se produit fréquemment, lorsqu'une dent a été rompue, sur la ou les dents suivantes.



Figure. IV.14. *Dent cassée sur une roue spiro-conique*

En général, les chocs s'accompagnent d'une fissuration de fatigue qui provoquera, au bout d'un certain temps, le bris partiel ou total de la denture. La photo (figure. IV.14) montre des taches de martelage sur la roue spiro-conique d'une transmission de Renault 4, après la rupture par fatigue d'une dent et des extrémités des dents voisines. Le propriétaire du véhicule

et l'auteur de ces lignes ne faisant qu'un, vous pouvez admettre que ces taches se sont formées en peu de temps, le bruit de fonctionnement étant de nature à dissuader quiconque d'entreprendre un voyage au long cours. La R4 a toutefois bravement supporté une brève excursion pour se rendre chez son garagiste préféré, excursion de nature à faire réfléchir le conducteur alors jeune à la valeur du concept d'élan.

IV.4.24. Broutage

Il provoque la formation de petites rides (rippling) ou de stries (ridging) plus ou moins ondulées, perpendiculaires à la direction du glissement et rappelant à petite échelle les « ripple marks », ondulations bien connues provoquées dans le sable ou la boue par le vent ou l'eau. Ce phénomène présente également des analogies avec le « stick-slip ».

Le broutage se produit essentiellement sur les dentures traitées en surface, par exemple cémentées-trempées, et rarement dans le cas d'un traitement dans la masse. Les facteurs qui le favorisent sont de fortes pressions, des vitesses faibles, des vibrations de torsion et une lubrification limite.

Il ne s'agit généralement pas d'une véritable avarie, mais plutôt d'une sorte de signal d'alarme précédant la survenue de dégradations beaucoup plus graves, sauf si le fonctionnement est trop perturber.

IV.4.25. Sillons (ridging)

Ils se forment sur certaines dentures, à faible vitesse et fort glissement des bourrelets et des creux parallèles à la direction de ce dernier. Les engrenages hypoïdes sont particulièrement sensibles à ce processus comparable au stick-slip et qui altère profondément l'état de surface. La formation des sillons est liée à l'existence de fortes pressions de contact combinées à une dureté et à une lubrification insuffisantes. On peut souvent régler le problème en utilisant une huile de plus forte viscosité contenant des additifs en extrême pression.

IV.4.26. Bavures (burr)

Ce sont des excroissances de métal, souvent grossières et plus ou moins acérées, formées par déformation plastique du métal. Il ne faut pas les confondre avec les bavures que laisse parfois l'usinage. Les bavures latérales de la roue du petit train de la Rhune, déjà montrée précédemment, relèvent de ce processus.

On rappelle que les bavures qui se sont formées en tête et en pied de dent relèvent du phénomène de roulage.



Figure. IV.15. Roue creuse pour pont arrière automobile à vis.

VI.5.27. Processus d'usures combinées

Peu fréquents en général, ils sont cependant systématiques pour certains mécanismes et liés à des conjonctions de paramètres difficiles à maîtriser. Ainsi, les roues pour vis sans fin en bronze présentent souvent à la fois un fluage, une abrasion et une fatigue qui, associées probablement avec une certaine forme de cavitation, provoquent la formation de cavités très caractéristiques sur le côté le plus chargé de la denture.

On voit ici trois vues d'une roue creuse utilisée dans le pont arrière à vis d'une automobile.

Ces roues ont des dentures très inclinées. On sait en effet que le meilleur rendement d'un système roue et vis sans fin est obtenu lorsque l'angle d'inclinaison d'hélice de la vis, égal à l'angle d'inclinaison de denture de la roue, vaut $45^\circ - \varphi/2$, φ étant l'angle de frottement. On a donc ici une inclinaison de denture de l'ordre de 43° .

VI.4.28. Fissurations (cracks)

Les fissurations sont de diverses sortes, généralement liées à des défauts de fabrication ; elles peuvent altérer l'état des surfaces, comme par exemple : des fissures dues au forgeage (initial or thermal cracks), des tapures de trempe (quenching cracks), des criques de rectification (grinding cracks), des criques d'origine thermique (thermal cracks), des fissures de fatigue (fatigue cracks), ...

Naturellement, il ne faut pas oublier que les dentures sont exposées non seulement aux phénomènes d'usure qui dégradent leur surface, mais aussi à d'autres processus de mise hors service comme les ruptures par surcharge, par choc ou par fatigue.

On traite contre l'usure et la fatigue superficielle par la nitruration, la carbonituration ou la cémentation. Une décarburation superficielle est toujours très défavorable.

Pour la pignonnerie automobile, on utilise beaucoup l'acier 16 CD 4 cémenté trempé pour les pignons à dentures assez grosses et les couronnes spiroconiques, ou l'acier 27 CD 4 carbonitruré pour les pignons à dents plus petites, les baladeurs à denture et les couronnes de ponts à denture droite.

Pour les réducteurs à roue et vis sans fin, la roue est parfois encore en fonte et la vis en acier mi-dur, si les vitesses et les pressions sont faibles, En général la roue est en bronze phosphoreux du genre U E12 P et la vis en acier trempé ou cémenté trempé. Les bronzes centrifugés sont ceux qui ont les meilleures qualités de frottement et de résistance. Pour des applications particulières (réducteurs silencieux, graissage impossible), on utilise parfois pour la roue des matières plastiques autolubrifiantes (Celoron).

IV.4.29. Usure par dissolution

Ce phénomène assez étrange détériore parfois les engrenages mixtes plastique-métal, comme ceux que l'on peut rencontrer dans les programmeurs électromécaniques qui équipent beaucoup d'appareils ménagers : le métal du pignon se dissout dans la matière plastique de la roue, l'un maigrit, l'autre gonfle. On n'a pas d'explication claire de ce phénomène.

IV.5. Epilogue

Dans ce chapitre, les concepts de la M.L.R. sont abordés. Les relations des engrenages avec la mécanique de la rupture sont expliquées. Ceci nous a conduira à justifier le choix du domaine de la rupture des engrenages. Une attention particulière est donnée à la fatigue et sa relation avec les engrenages en présence de fissures.

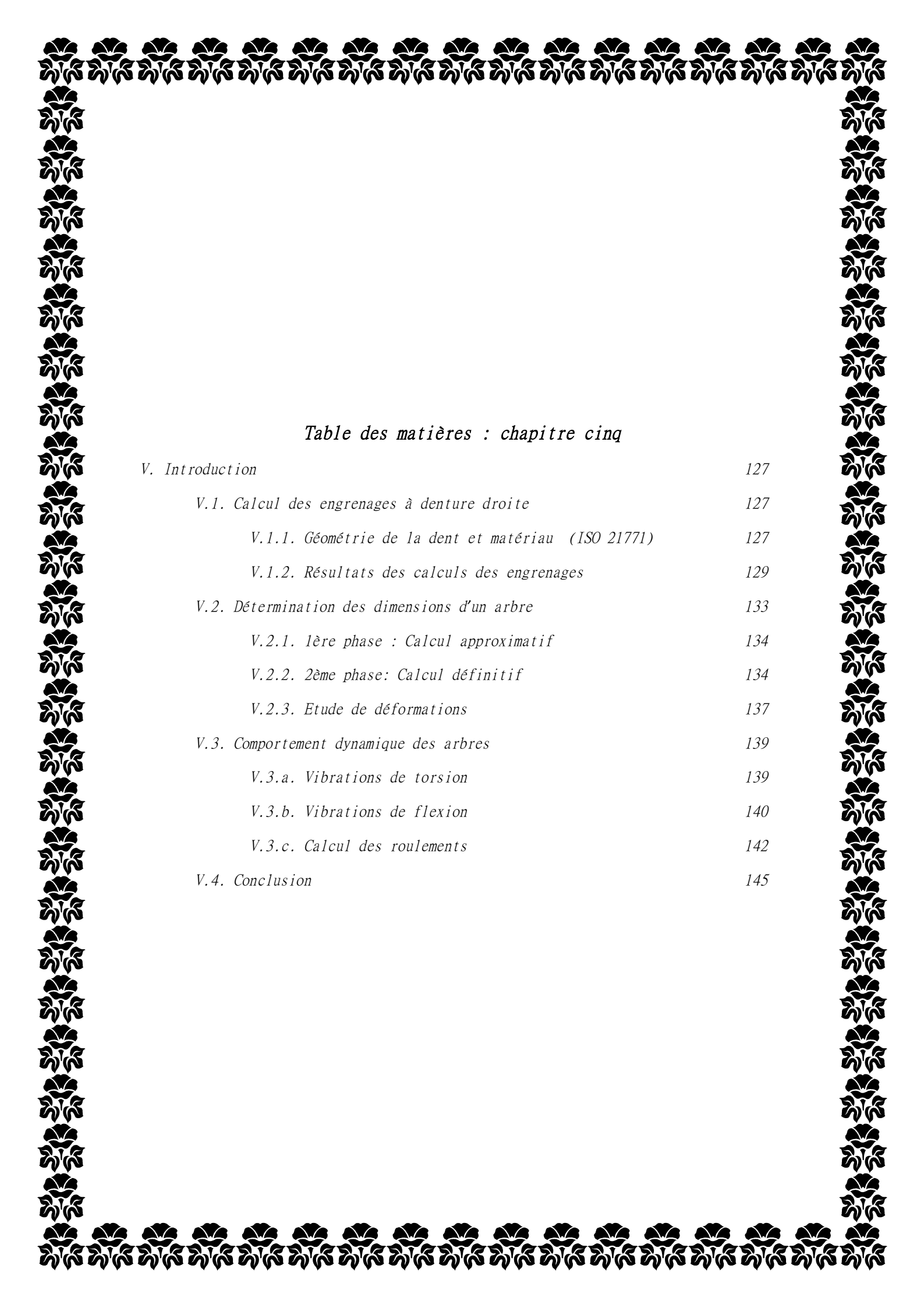
A decorative border consisting of a repeating pattern of stylized floral motifs, possibly roses or similar flowers, arranged in a rectangular frame around the page content.

Table des matières : chapitre cinq

<i>V. Introduction</i>	<i>127</i>
<i>V.1. Calcul des engrenages à denture droite</i>	<i>127</i>
<i>V.1.1. Géométrie de la dent et matériau (ISO 21771)</i>	<i>127</i>
<i>V.1.2. Résultats des calculs des engrenages</i>	<i>129</i>
<i>V.2. Détermination des dimensions d'un arbre</i>	<i>133</i>
<i>V.2.1. 1ère phase : Calcul approximatif</i>	<i>134</i>
<i>V.2.2. 2ème phase: Calcul définitif</i>	<i>134</i>
<i>V.2.3. Etude de déformations</i>	<i>137</i>
<i>V.3. Comportement dynamique des arbres</i>	<i>139</i>
<i>V.3.a. Vibrations de torsion</i>	<i>139</i>
<i>V.3.b. Vibrations de flexion</i>	<i>140</i>
<i>V.3.c. Calcul des roulements</i>	<i>142</i>
<i>V.4. Conclusion</i>	<i>145</i>

V. Introduction

La conception des Systèmes Mécaniques devient de plus en plus automatisée dans le cadre de la Conception Mécanique Assistée par Ordinateur. Si des modèles globaux de comportement des systèmes mécaniques sont élaborés, il n'en demeure pas moins qu'il faut aussi définir avec précision le comportement de chaque élément du système étudié. Le formidable développement des matériels et des techniques informatiques a récemment entraîné une évolution rapide, il a donné naissance à de nouveaux développements scientifiques et à de nouvelles applications mécaniques.

Une conception du mécanisme optimal consiste à poser simultanément en terme de géométrie, des carters (épaisseur, formes, nervures, etc.) et en de choix technologiques de conception (géométrie des engrenages, types et géométrie des paliers à roulement, etc.). Les hypothèses de rigidité infinie pour un certain nombre de pièces tels que les arbres, les carters et les pignons ne sont plus acceptables dans un certain nombre de cas pratiques, et ne peuvent plus être adoptées pour l'analyse des problèmes de comportement mécanique dans les contextes technologiques actuels.

Notre étude consiste à la conception d'un banc d'essai réaliste et comparable avec ce qu'est fait dans la littérature.

V.1. Calcul des engrenages à denture droite

La méthode de calcul adoptée pour le calcul des engrenages est la méthode allemande DIN 3990, Méthode B.

V.1.1. Géométrie de la dent et matériau (ISO 21771)

V.1.1.a. Choix du Matériau

18CrNiMo7-6, Acier de cémentation, cémenté

	Valeur (unité)
Dureté de la surface	HRC 61
Limite d'endurance - contrainte pied de dent	430.00 (N/mm ²)
Limite d'endurance (pression hertzienne)	1500.00 (N/mm ²)
Résistance à la rupture	1200.00 (N/mm ²)
Limite élastique	850.00 (N/mm ²)
Module d'élasticité	206000 (N/mm ²)
Coefficient de Poisson	0.300
Rugosité arithmétique moyenne Ra, flanc	0.60 (µm)
Rugosité moyenne crête à crête Rz, flanc	4.80 (µm)
Rugosité moyenne crête à crête Rz, pied	20.00 (µm)

Tab. V.1.Caractéristique du matériau

V.1.1.b. Type du système de lubrification

Lubrification à injection d'huile

Type d'huile : Huile: ISO-VG 460 (Base d'huile minérale)

Viscosité nominale cinématique huile à 40°C 460.00 (mm²/s)

Viscosité nominale cinématique huile à 100°C 28.00 (mm²/s)

Tab. V.2. Dimensions principales

Caractéristiques de la denture	Pignon	Roue
Module	3 mm	3 mm
Rapport de conduite	1.69	
Angle de pression	20°	20°
Nombre de dents	30	30
Angle d'hélice	0°	0°
Diamètre primitif de référence (mm)	90	90
Coefficient de déport	0	0
Classe de précision (Q DIN3961)	IT6	IT6
Entraxe (DIN 58 405 j6) (mm)	90	
Matière [70]	18CrNiMo7-6	18CrNiMo7-6
Diamètre de tête	96 mm	96 mm
Diamètre de pied		
Diamètre de base	84.572 mm	84.572 mm
La hauteur h	6,2 mm	6,2 mm
La saillie h _a	3 mm	3 mm
Le creux h _f	3,2 mm	3,2 mm

V.1.2. Résultats des calculs des engrenages

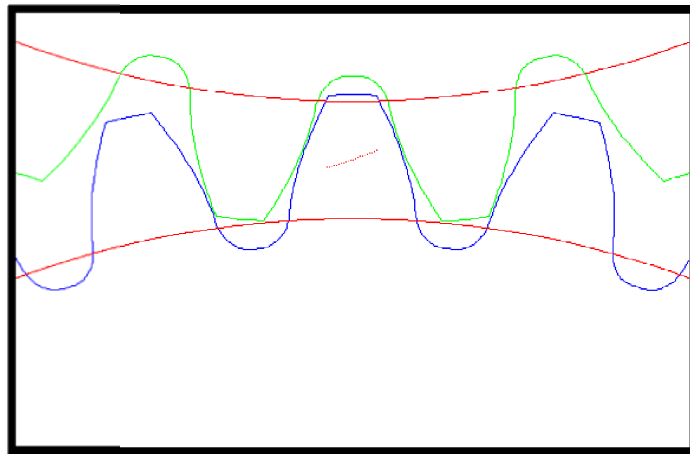


Figure .V.1. Illustration de la Ligne d'action.

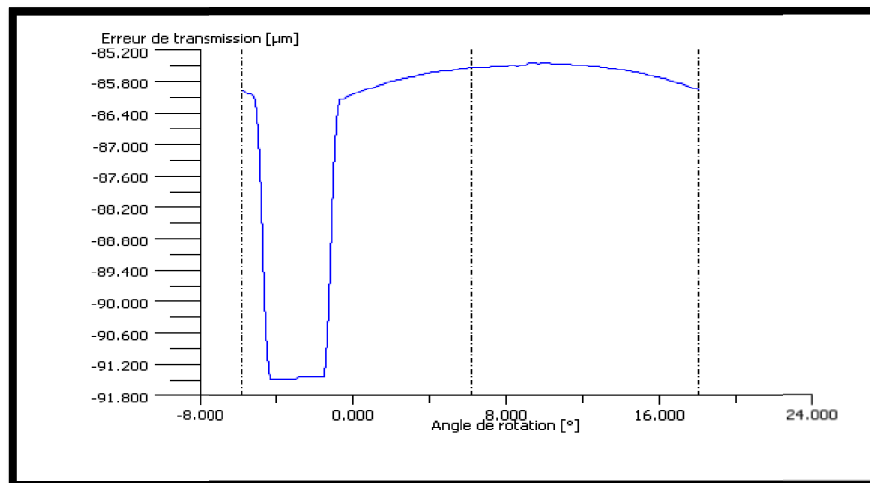


Figure .V.2. Illustration: Erreur de transmission.

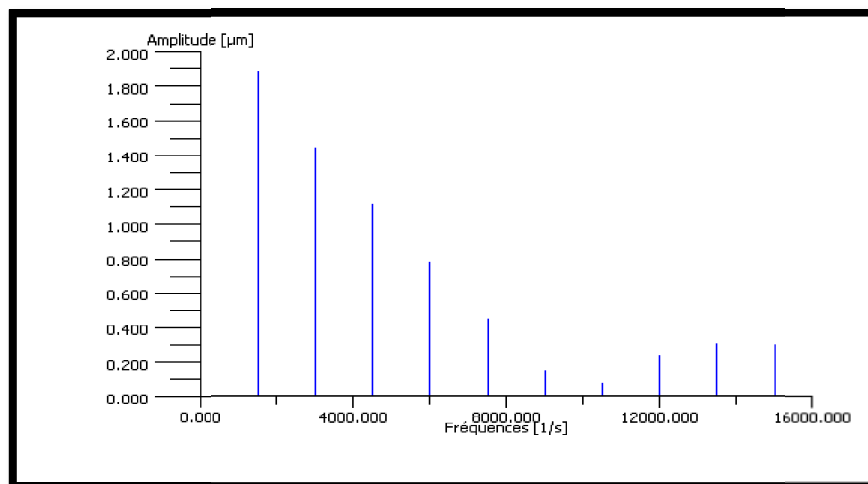


Figure .V.3. Illustration: FFT de l'erreur de transmission.

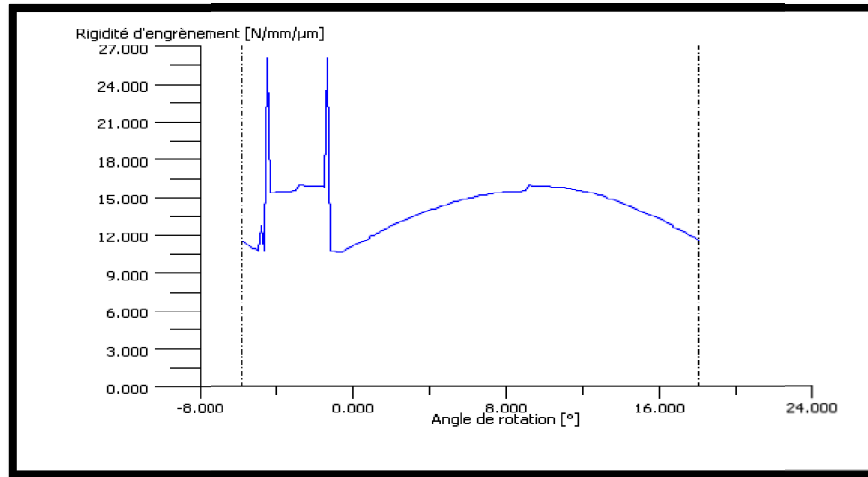


Figure .V.4. Illustration: Courbe de la rigidité.

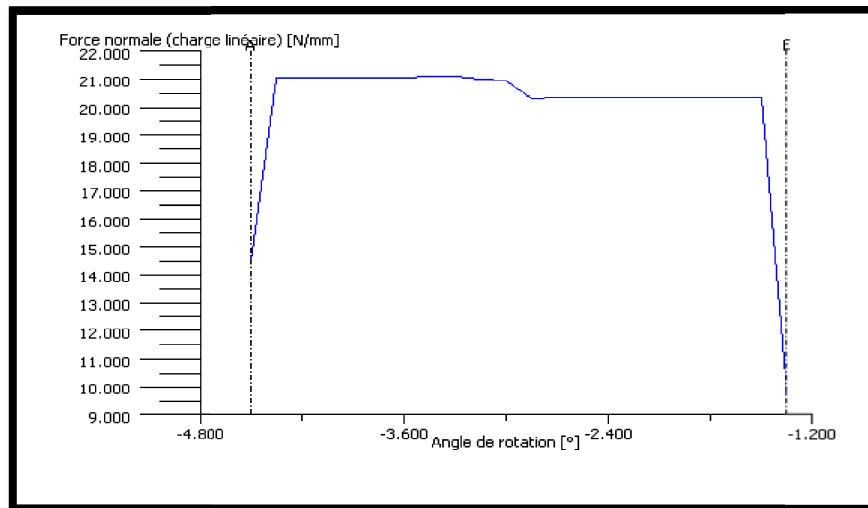


Figure. V.5. Illustration: Courbe de la force normale (Charge linéaire)

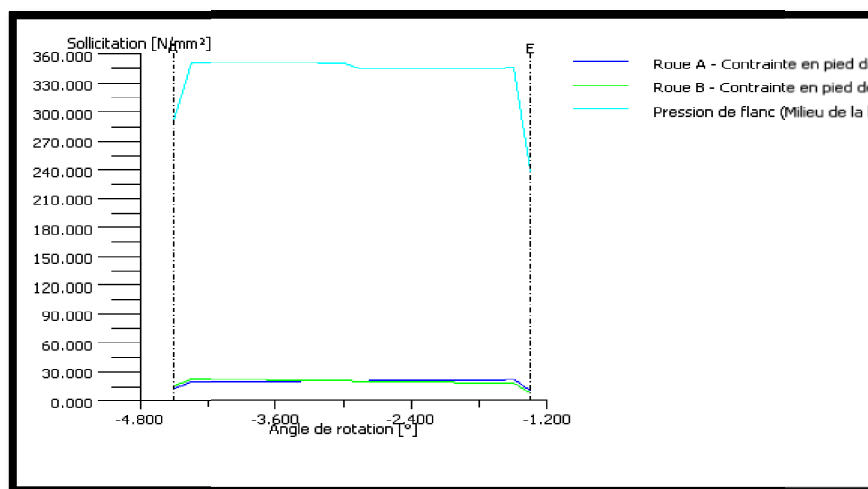


Figure .V.6. Illustration: Répartition de contraintes.

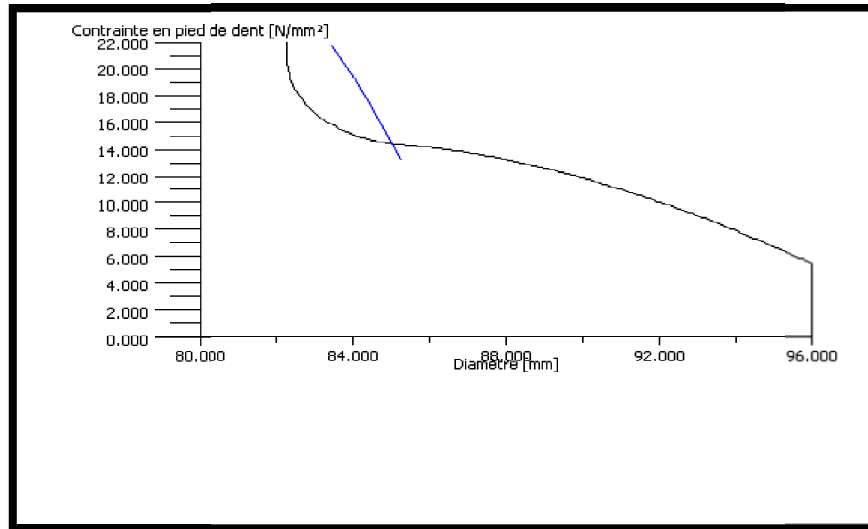


Figure .V.7. Illustration: Répartition de contraintes Roue A.

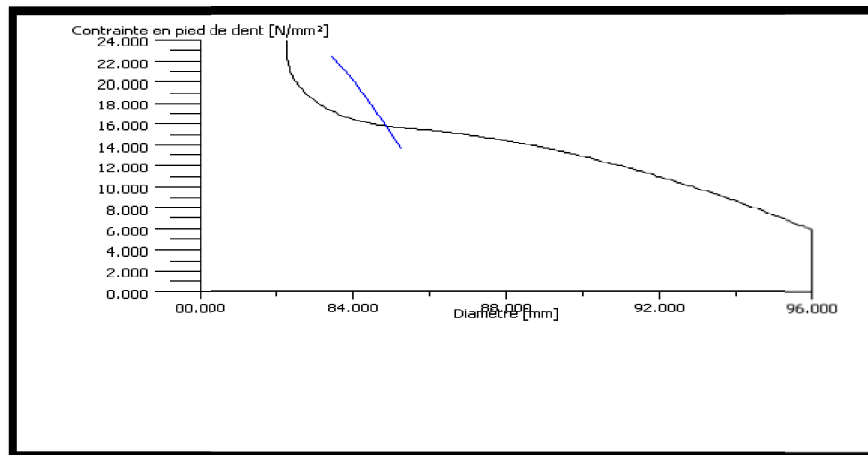


Figure. V.8. Illustration: Répartition de contraintes Roue B.

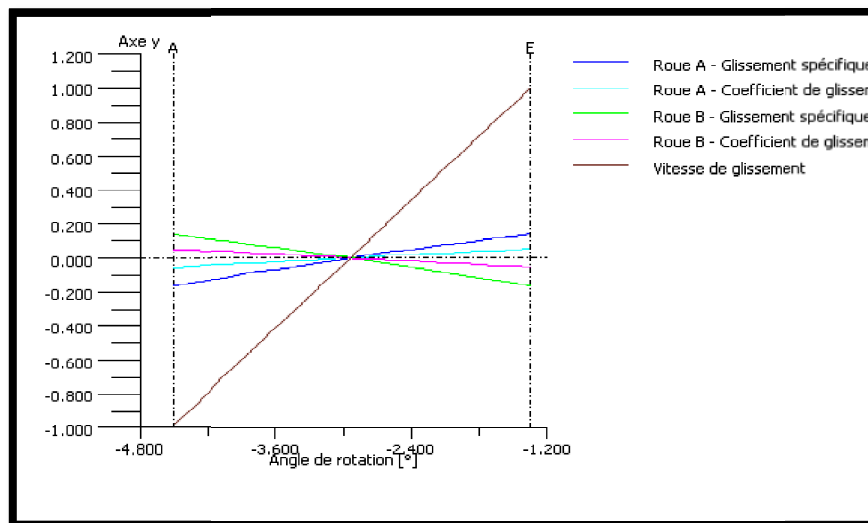


Figure. V.9. Illustration: Cinématique.

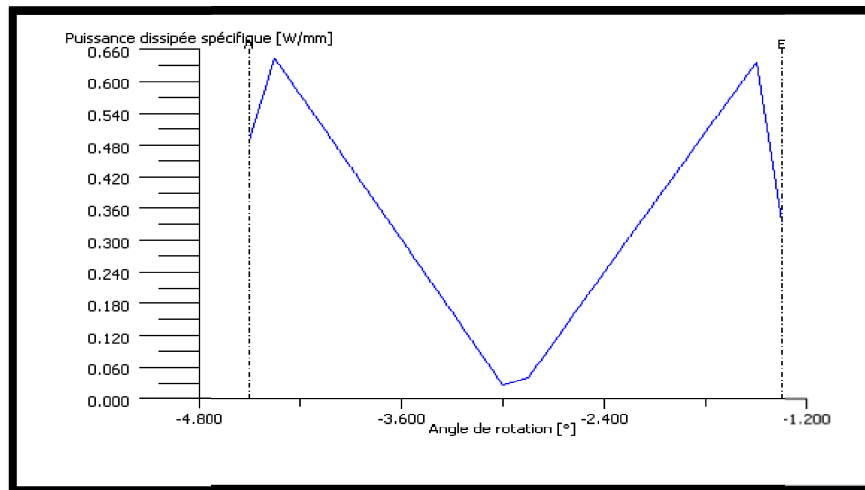


Figure .V.10. Illustration: Puissance dissipée .

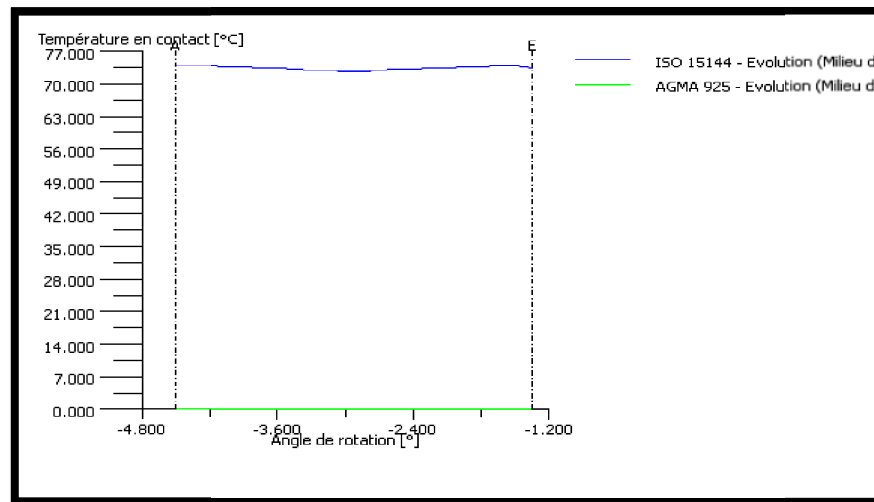


Figure .V.11. Illustration: Température éclairée (ISO TR 15144).

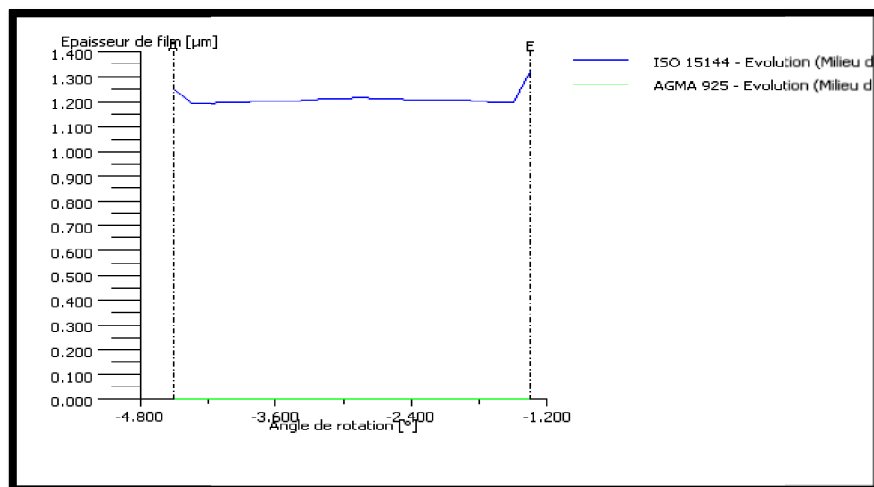


Figure .V.12. Illustration: Film lubrifiant (ISO TR 15144).

V.2. Détermination des dimensions d'un arbre

Un arbre n'est pas soumis uniquement à des efforts de torsion, il doit aussi supporter généralement des efforts de flexion et aussi parfois des charges axiales.

Pour la détermination du diamètre d'un arbre sollicité simultanément en torsion et en flexion, on procède en deux étapes.

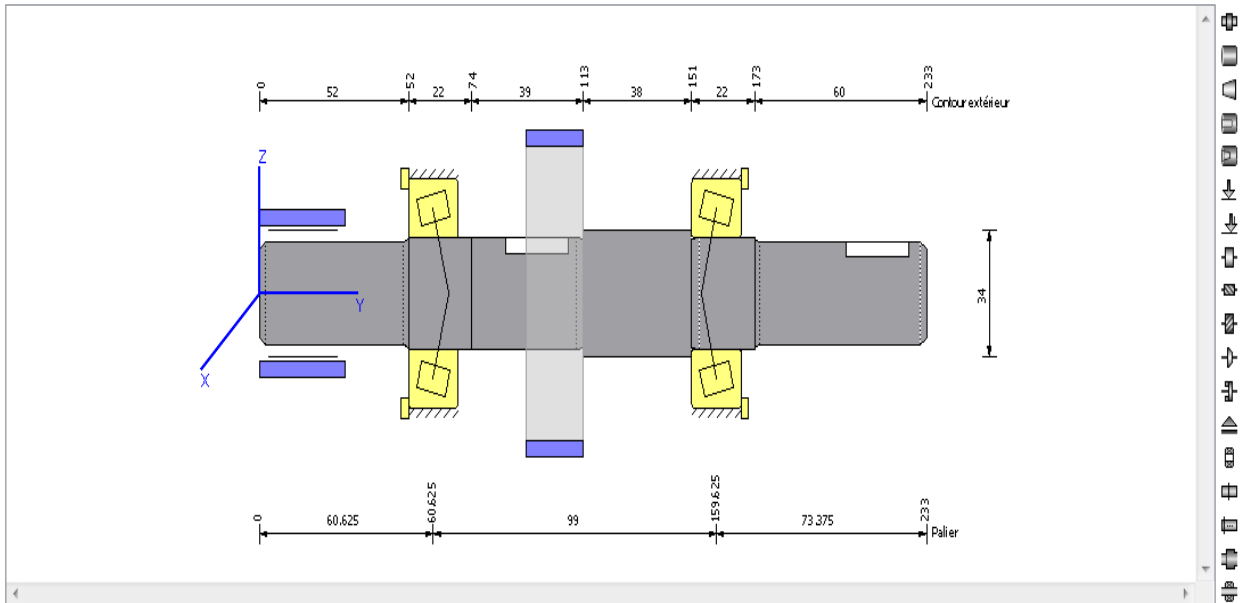


Figure. V.13.Représentation de l'arbre.

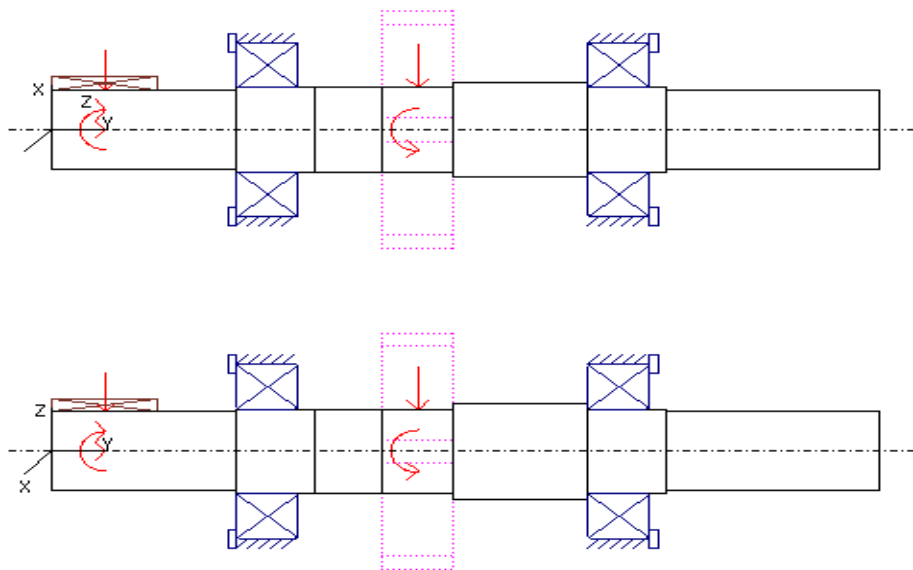


Figure. V.14.Définition de l'état de chargement.

V.2.1. 1^{ère} phase : Calcul approximatif

Comme il est presque impossible de déterminer le moment de flexion, car les dimensions nécessaires (distance entre paliers, distances entre point d'application de la force de flexion et palier, etc.) ne sont pas connues, on simplifie d'abord le calcul pour calculer approximativement le diamètre de l'arbre.

Comme la tâche principale d'un arbre est la transmission d'un couple moteur, il est donc soumis à un moment de torsion M_T . Ce moment de torsion est donné par :

$$M_T = \frac{P}{\omega} \quad (N.m) \text{ V.1}$$

($\omega = \pi \cdot n/30$, où n est la vitesse de rotation de l'arbre en tr/min)

Lorsqu'on considère l'arbre soumis uniquement à un moment de torsion dont le calcul est effectué à partir de la relation (V.1), la contrainte de torsion est définie comme suit :

$$\tau_T = \frac{M_T}{W_T} \leq [\tau_T] \quad N/mm^2 \text{ V.2}$$

W_T : Module de résistance à la torsion en mm^3 .

($W_T = \pi \cdot d^3/16$: pour arbre plein)

$[\tau_T]$: Contrainte admissible de torsion en N/mm^2 .

M_T : Moment de torsion en $N.mm$.

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot M_T}{\pi \cdot [\tau_T]}} \quad (mm) \text{ V.3}$$

Vu que le moment de torsion peut être calculé, il ne reste qu'à choisir le matériau de l'arbre.

Pour d'autres méthodes de calcul par exemple Code ASME qui tient compte des facteurs de concentration de contrainte, on aura les mêmes résultats.

V.2.2. 2^{ème} phase: Calcul définitif

A ce niveau de calcul, le diamètre de l'arbre, sa forme ainsi que certaines cotes essentielles sont connus. On peut maintenant déterminer les réactions des appuis et les moments fléchissant.

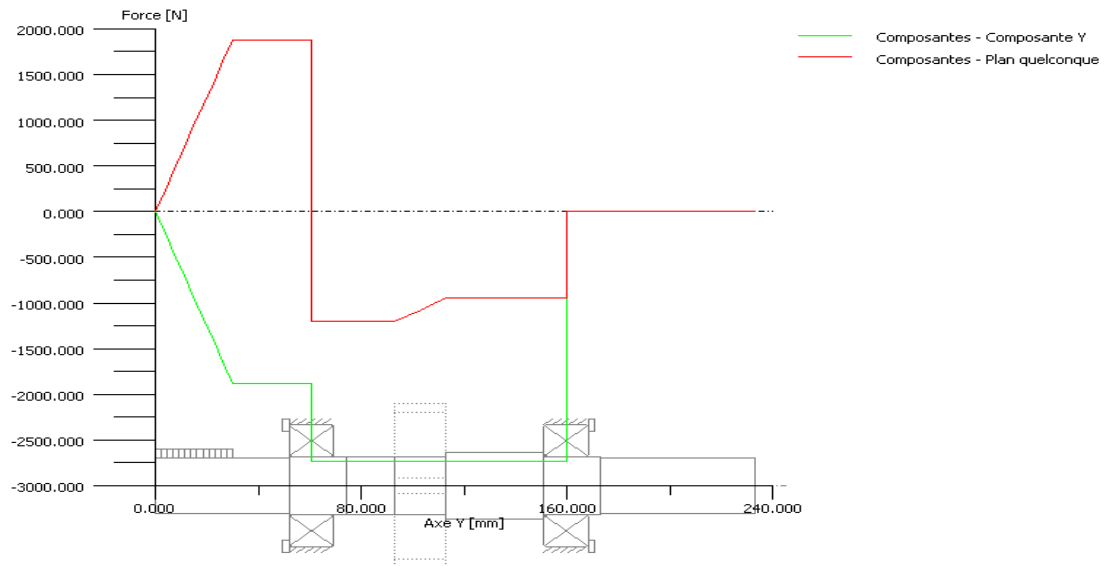


Figure. V.15. Courbe de force.

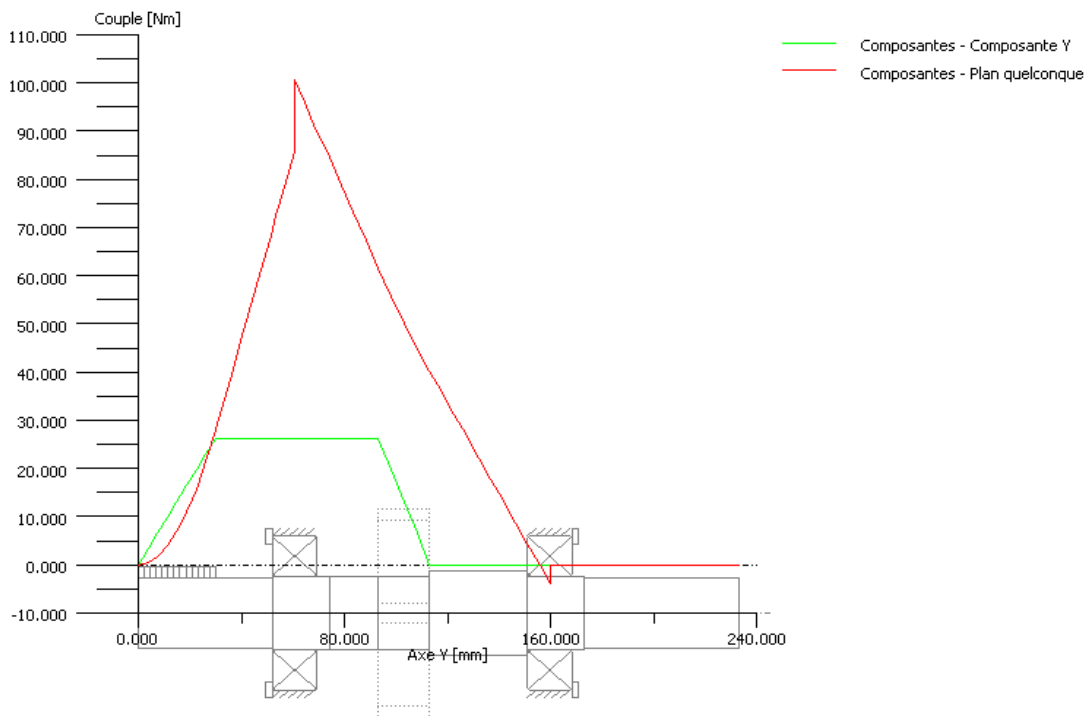


Figure. V.16. Diagramme du couple.

Connaissant le moment de torsion et celui maximal de flexion, on détermine les contraintes correspondantes. S'agissant de contraintes composées et de matériaux ductiles d'arbres, on utilise le critère de Von Mises pour le calcul de la contrainte équivalente :

$$\sigma_{\acute{e}q} = \sqrt{\sigma_F^2 + 3 \cdot (\alpha_0 \cdot \tau_T)^2} \leq [\sigma_{\acute{e}q}] \quad (N/mm^2) \quad \text{V.4}$$

σ_F : Contrainte de flexion en N/mm^2 ($\sigma_F = M_{fmax}/W_F$; $W_F = \pi \cdot d^3/32$)

τ_T : Contrainte de torsion en N/mm² ($\tau_T = M_T/W_T$; $W_T = \frac{\pi.d^3}{16}$)

α_0 : Rapport de fatigue (d'après Bach) :

Ce rapport est supposé être déterminé comme suit :

$\alpha_0 = \sigma_{DAF}/1,73. \tau_{DRT}$, quand il s'agit de sollicitations dynamiques (en général la flexion est alternée et la torsion est répétée ; voir ondulée).

$\alpha_0 = 0,7$, pour les arbres en acier de construction à usage général.

Lorsque les deux contraintes sont du même type (par exemple la contrainte de flexion et celle de torsion sont ondulées), alors le rapport de fatigue est $\alpha_0 = 1$.

$[\sigma_{\acute{e}q}]$: Contrainte admissible équivalente en N/mm² (tab).

La contrainte équivalente peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\sigma_{\acute{e}q} = \sqrt{32. M_{\acute{e}q} / \pi. d^3} \leq [\sigma_{\acute{e}q}] \quad (N/mm^2) \quad \text{V.5}$$

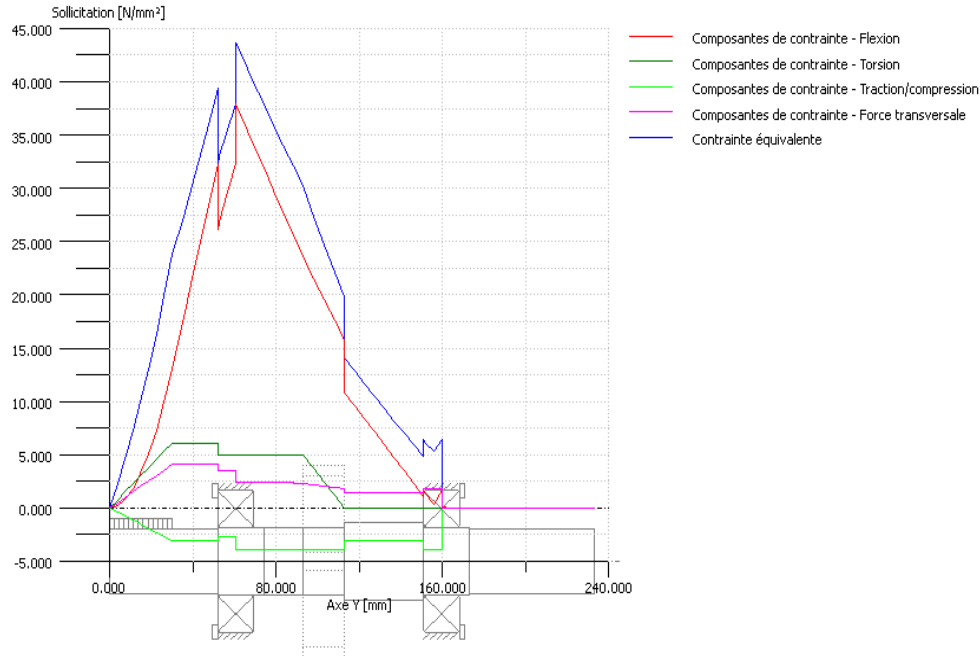


Figure. V.17. Diagramme de sollicitation.

Le moment équivalent $M_{\acute{e}q}$ est donné par :

$$M_{\acute{e}q} = \sqrt{M_F^2 + (3/4). (\alpha_0. M_T)^2} \quad (N. mm) \quad \text{V.6}$$

Ainsi, on obtient le diamètre de l'arbre :

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{32.M_{\acute{e}q}}{\pi.[\sigma_{\acute{e}q}]}} \quad (mm) \quad V.7$$

V.2.1. 3^{ème} phase : Calcul précis des dimensions

Lors du calcul approximatif, les valeurs des contraintes admissibles sont choisies d'une manière peu précise, vu que les dimensions ne sont pas connues. Après cette première étape, il est nécessaire de déterminer les contraintes admissibles avec plus de précision en tenant compte de certains paramètres, tels que le facteur de concentration de contraintes au niveau des sections dangereuses, du facteur d'échelle et du facteur d'état de surface.

✚ La contrainte admissible est donnée par :

- Si la sollicitation est statique :

$$[\sigma] = \frac{\sigma_{lim}}{S} \quad (N/mm^2) \quad V.8$$

σ_{lim} : Contrainte limite en N/mm^2 ; dans le cas des aciers $\sigma_{lim} = R_e$ ou $R_{p0.2}$

S : coefficient de sécurité (en général, on prend $S=1,2 \dots\dots 1,8$).

- Si la sollicitation est dynamique :

$$[\sigma] = \frac{\sigma_{lim}.K_s.K_e}{K_f.S} \quad (N/mm^2) \quad V.9$$

V.2.3. Etude de déformations

V.2.3.a. Angle de torsion

Pour la détermination de l'angle de torsion φ de deux sections, distantes d'une distance l , d'un cylindre soumis, à un moment de torsion M_T , on part de la contrainte de torsion qui est donnée par la relation suivante :

$$\tau = \gamma. G \quad (N/mm^2) \quad V.10$$

$$\varphi.r = \gamma.l \quad V.11$$

Sachant que la contrainte de torsion est aussi donnée par :

$$\tau_T = \frac{M_T.r}{I_p} \quad (N/mm^2) \quad V.12$$

Pour un arbre plein : $I_p = \pi.d^4/32$

Pour un arbre creux : $I_p = \pi.(D^4 - d^4)/32$

Et que la condition $\varphi \leq [\varphi]$ doit être remplie, on peut écrire :

$$d \geq \sqrt[4]{\frac{32.M_T.l}{\pi.G.[\varphi]}} \quad (mm) \quad V.13$$

En général, les angles de rotation admissibles, pour les arbres de transmission de puissance, se situent entre $0,25^\circ$ et $0,50^\circ$ par mètre de longueur.

Pour un arbre étagé, il est à rappeler que l'angle de rotation est :

$$\varphi = (M_T/G). [(I_1/I_{t1}) + (I_2/I_{t2}) + \dots]. \quad V.14$$

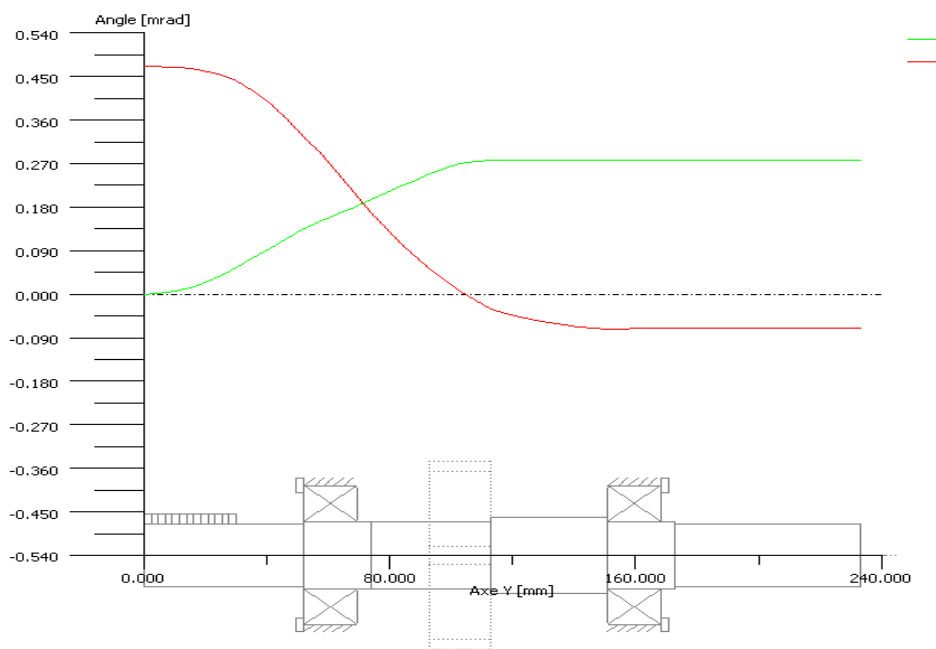


Figure. V.18. Diagramme d'angle de torsion.

V.2.3.b. Flèche

La notion fondamentale, pour la détermination de l'angle d'inclinaison des poutres, est donnée par la relation suivante :

$$\Delta\alpha = \frac{M_{FX}.\Delta X}{E.I_{FX}} \quad (rd) ; \text{ Pour notre cas :}$$

$$\text{Flèche } f = \frac{F.L^3}{48.E.I_F} ; \text{ Angle d'inclinaison } \quad tg \alpha = \frac{F.L^2}{16.E.I_F}$$

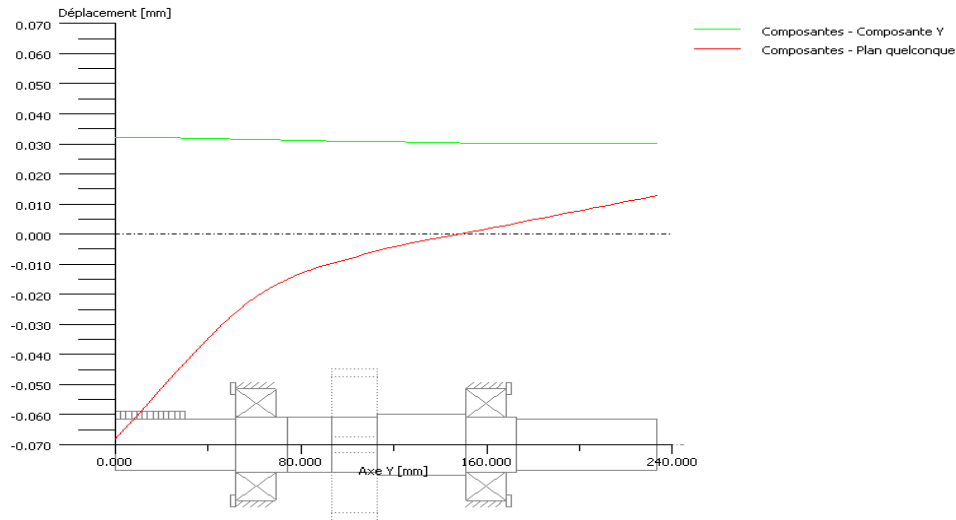


Figure. V.19. Courbe de déplacement.

V.3. Comportement dynamique des arbres

A cause de leur élasticité, les arbres sont des systèmes capables de produire des vibrations sous l'action de forces centrifuges, de forces ou de moments cycliques. L'amplitude de ces vibrations tend vers une valeur infinie quand la fréquence de l'excitation et la fréquence propre de l'arbre sont égales. La vitesse de rotation correspondant à la fréquence propre est appelée vitesse critique. La vitesse de fonctionnement et la vitesse critique ne doivent jamais être égales, sinon l'arbre subira une rupture. En général, les arbres sont soumis à des vibrations de torsion et de flexion.

V.3.a. Vibrations de torsion

Elles sont produites par les vibrations du moment de torsion (moment moteur par exemple). La rigidité de l'élément élastique, i.e la constante de rotation du ressort est :

$$c = M_T / \varphi = G \cdot I_p / l \quad (N.m) \quad \text{V.15}$$

Le type de répartition des masses autour de l'axe de rotation, i.e le moment d'inertie des masses est :

$$J_m = \sum r^2 \cdot dm \quad (kg.m^2) \quad \text{V.16}$$

Ce que donne :

$$J_m = m \cdot \frac{R^2}{2} \text{ avec } m = \left(\frac{\gamma}{g}\right) \cdot l \cdot R^2 \pi, \text{ Où } \gamma \text{ est la masse volumique en } kg/m^3 \text{ et } g \text{ la pesanteur en } m/s^2.$$

La fréquence propre de torsion est définie comme suit :

$$\omega_{0T} = \sqrt{\frac{c}{J_m}} \quad (1/s) \quad V.17$$

Et avec: $\omega_{0T} = \frac{\pi \cdot n_{0T}}{30}$, où n_{0T} est la vitesse de rotation critique, on obtient ce qui suit :

$$n_{0T} = \frac{30}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{G \cdot I_p}{J_m \cdot l}} \quad (tr/mn) \quad V.18$$

Le nombre de fréquences propres est égal au nombre d'éléments élastiques. Le plus simple système d'arbre a deux masses et un élément élastique d'arbre, d'où il possède une fréquence propre qui est :

$$\omega_{0T} = \sqrt{\frac{c}{J'_m}} \quad (1/s) \quad V.19$$

$$\text{Avec } J'_m = \frac{J_{m1} \cdot J_{m2}}{J_{m1} + J_{m2}}$$

V.3.b. Vibrations de flexion

Elles sont causées par les forces centrifuges. Considérons d'abord le cas spécial d'un arbre lisse. Imaginons qu'il est sans masse propre, avec un élément de masse m , le centre de gravité S est distant de l'axe de rotation d'une longueur e . Lors de la rotation à une vitesse ω , une flèche y est produite par la force centrifuge F_Z à laquelle s'oppose une force élastique de résistance F_R . Lorsque l'équilibre s'établit, ces deux forces sont égales : $F_R = F_Z$

La force élastique de résistance est donnée par :

$$F_R = c \cdot y \quad V.20$$

Alors que la force centrifuge s'écrit :

$$F_Z = m \cdot (e + y) \cdot \omega^2 \quad V.21$$

$$y = \frac{m \cdot \omega^2 \cdot e}{c - m \cdot \omega^2} \quad (mm) \quad V.22$$

La flèche y devient infinie quand le dénominateur tend vers zéro. Désignons la vitesse critique de flexion par ω_{0F} , ce qui permet d'écrire :

$$c - m \cdot \omega_{0F}^2 = 0 \quad (tr/mn) \quad V.23$$

et, avec $n_{0F} = 60 \cdot \omega_{0F} / 2\pi$, la vitesse critique de flexion peut s'écrire comme suit :

$$n_{0F} = \frac{60}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{c}{m}} \quad (tr/mn) \quad V.24$$

D'après la figure, on a $x=y+e$; on obtient après transformation :

$$\frac{x}{e} = \frac{1}{1-(m.\omega^2)/c} \quad \text{V.25}$$

Ou encore :

$$\frac{x}{e} = \frac{1}{1-(\omega/\omega_{0F})^2} \quad \text{V.26}$$

Sur la figure, on remarque que dans le domaine soi-disant sous-critique $|x/e|$ est toujours supérieur à 1 ; et que pour $\frac{\omega}{\omega_{0F}} = 1$, ce rapport devient infini (résonance) et que dans le domaine sur-critique, il ($|x/e|$) diminue jusqu'à devenir inférieur à 1 pour $\omega/\omega_{0F} > 2$.

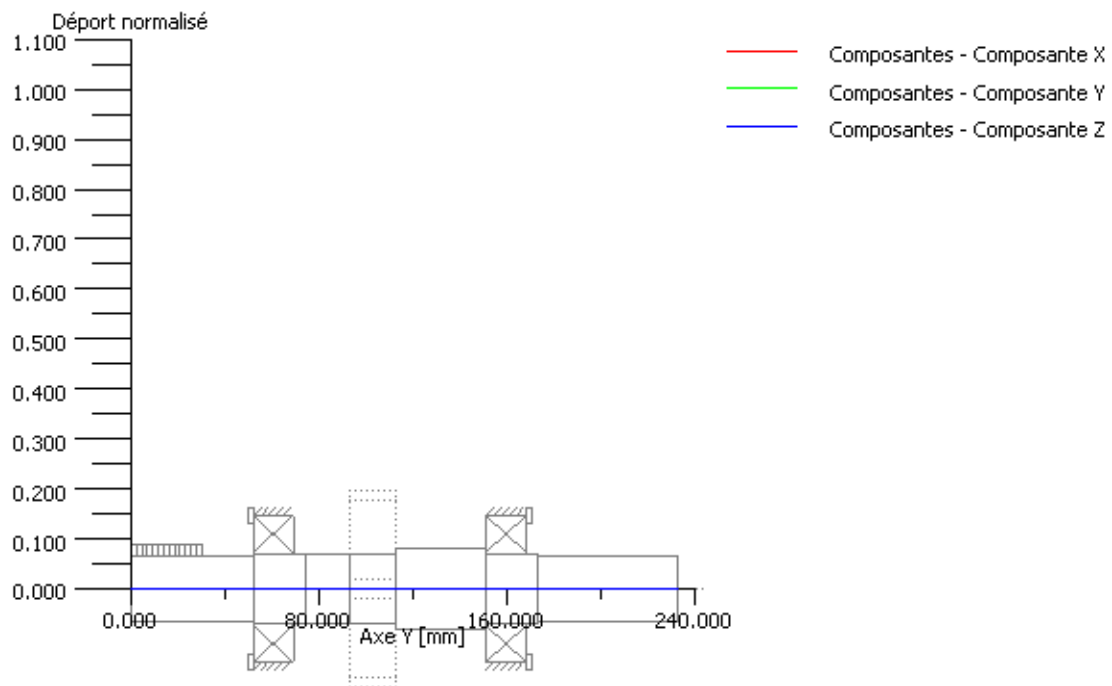


Figure. V.20. Fréquence propre (déplacement normalisé).

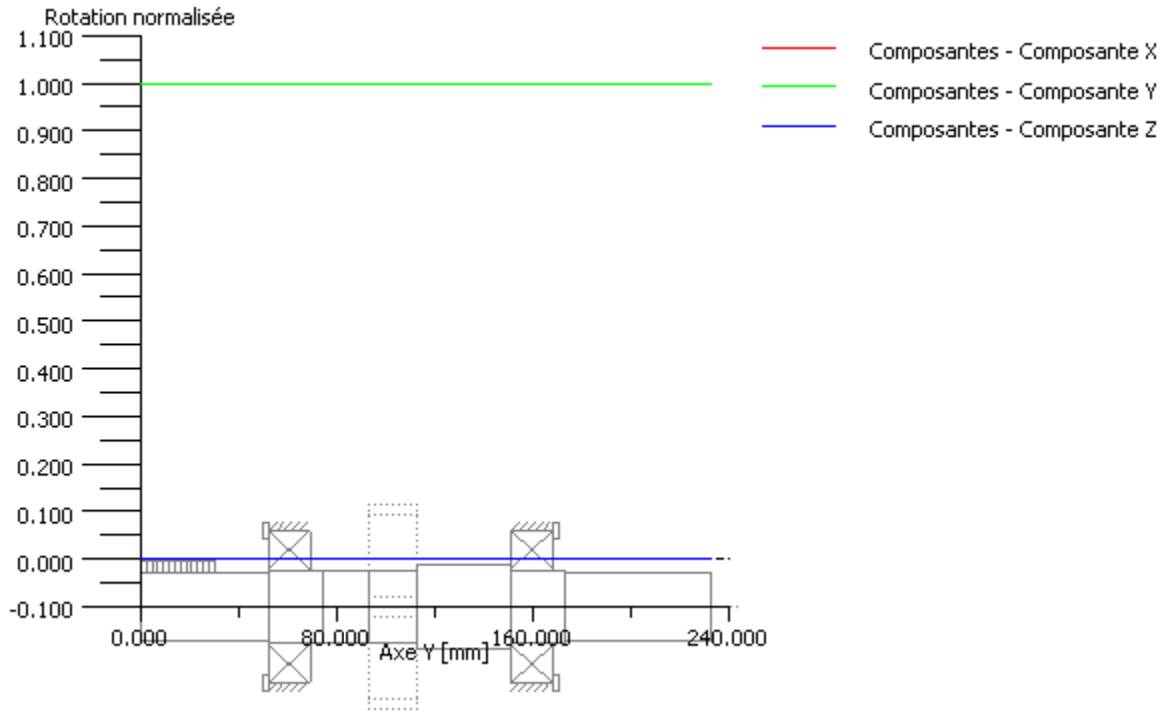


Figure. V.21. Fréquence propre (rotation normalisé).

V.3.c. Calcul des roulements

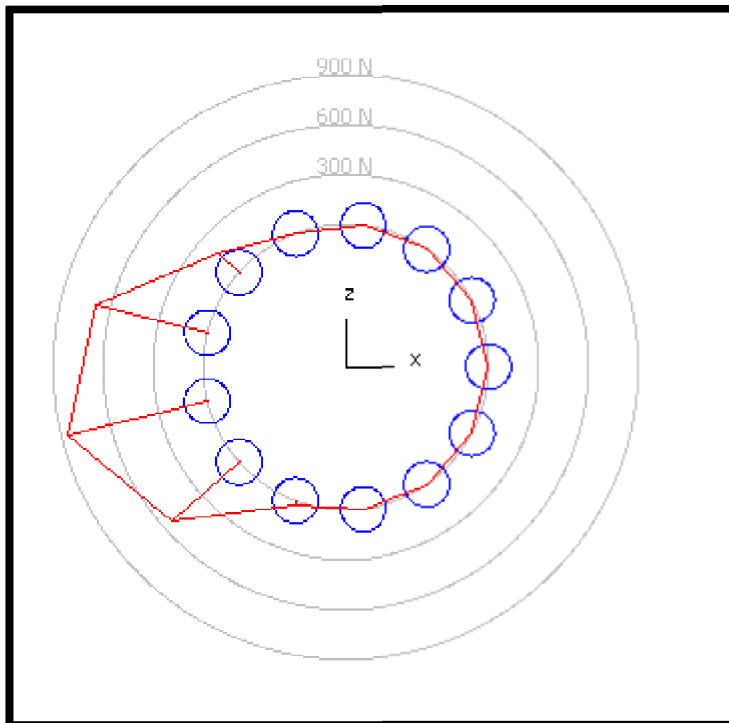


Figure. V.22. Distribution de la charge.

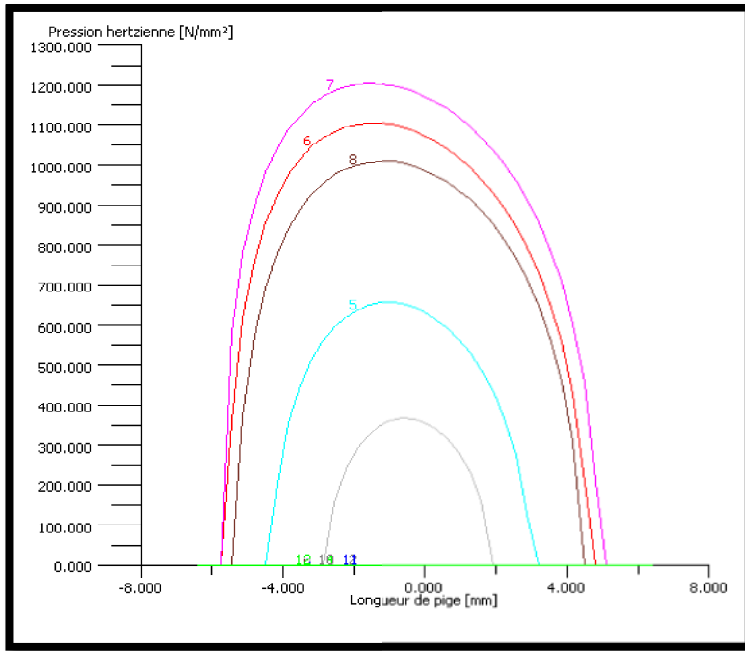


Figure. V.23. *Distribution de la pression hertzienne.*

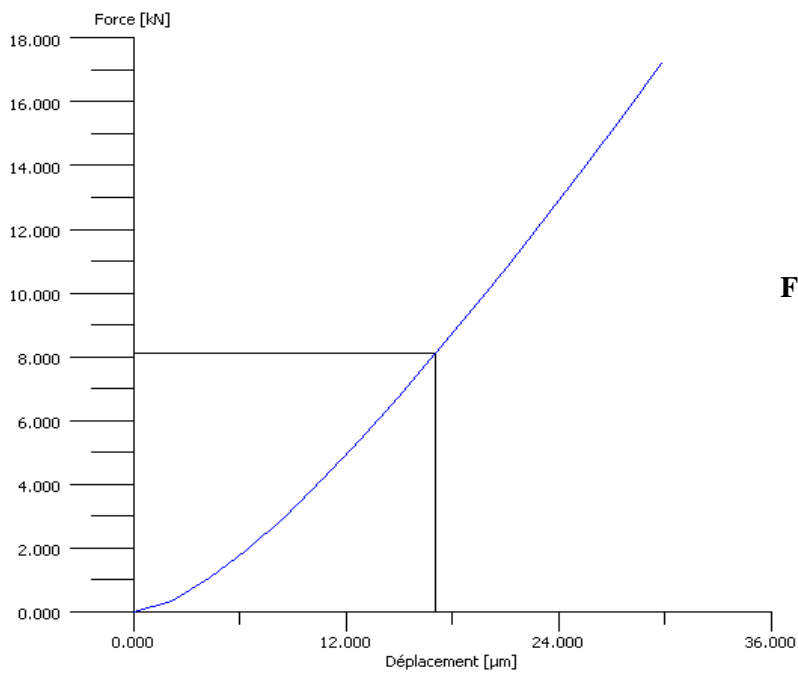


Figure. V.24. *Courbe de rigidité.*

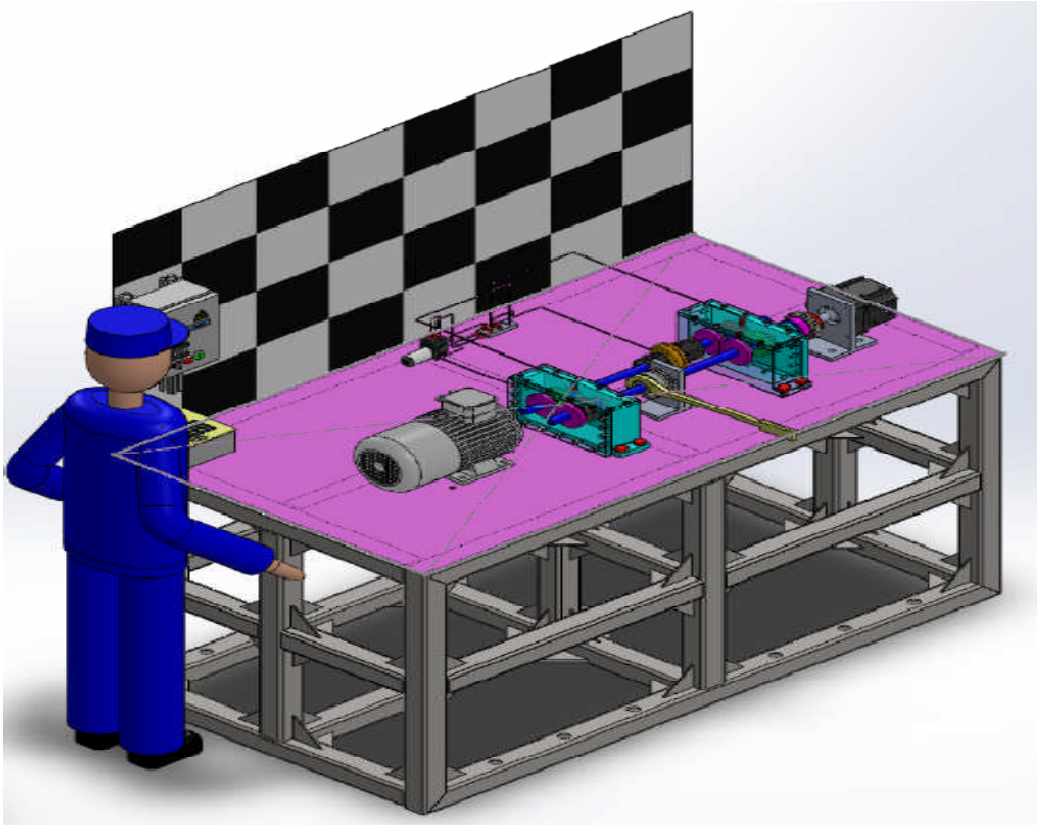


Figure. V.25. Représentation de notre banc d'essai à cycle fermé dit « banc d'essai des engrenages mécaniques à denture droite/hélicoïdale »

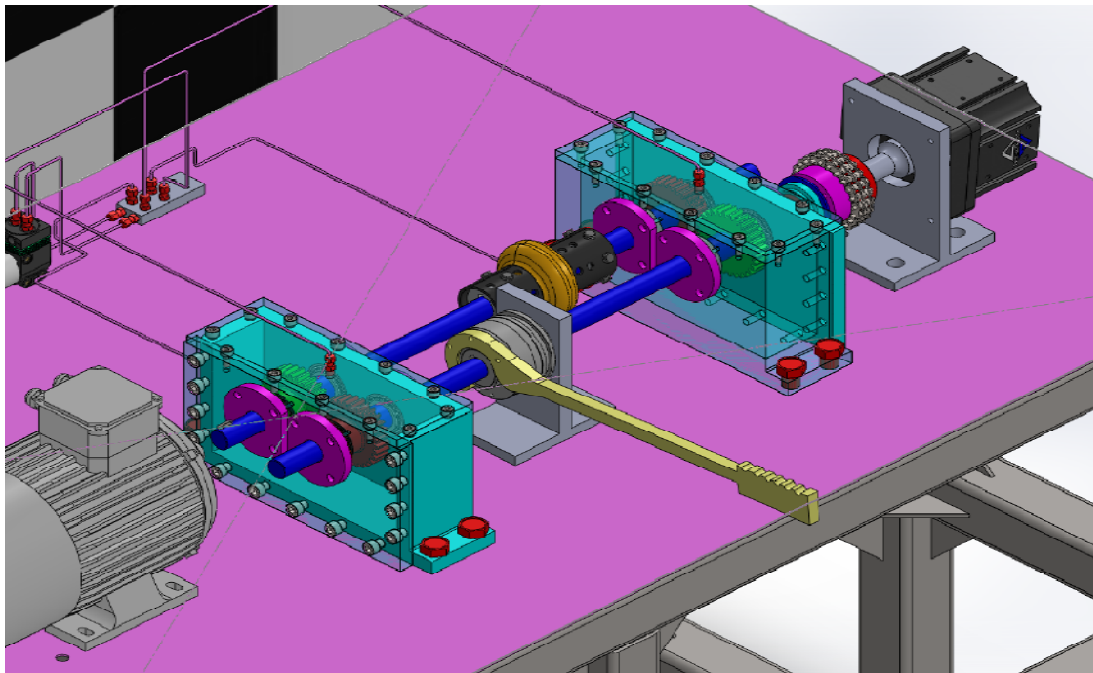


Figure. V.26. Vue du banc (Zoom).

V.4. Conclusion

La conception des systèmes mécaniques devient très automatisée dans le cadre de la Conception Mécanique Assistée par Ordinateur (C- A-O). La modélisation géométrique est effectuée de plus en plus avec l'aide des logiciels de Dessin Assisté par Ordinateur (D- A-O). La modélisation des structures et la simulation numérique s'effectuent généralement par la Méthode des Eléments Finis (M.E.F.) Le couplage de ces deux techniques permet de donner une image concrète et réaliste des résultats de calcul issus des méthodes de discrétisation (concentration des contraintes, répartition des charges, etc....). L'application qu'on a présentée concerne un banc d'essai des engrenages à cycles fermés, comportant deux étages de réductions (réducteur de vitesse). La chaîne cinématique est constituée d'arbres d'engrenages à dentures droites et de paliers à roulements à billes qui réalisent la liaison avec le carter. Le problème posé dans cette application consiste à quantifier le comportement dynamique et vibratoire afin de qualifier la conception du réducteur.

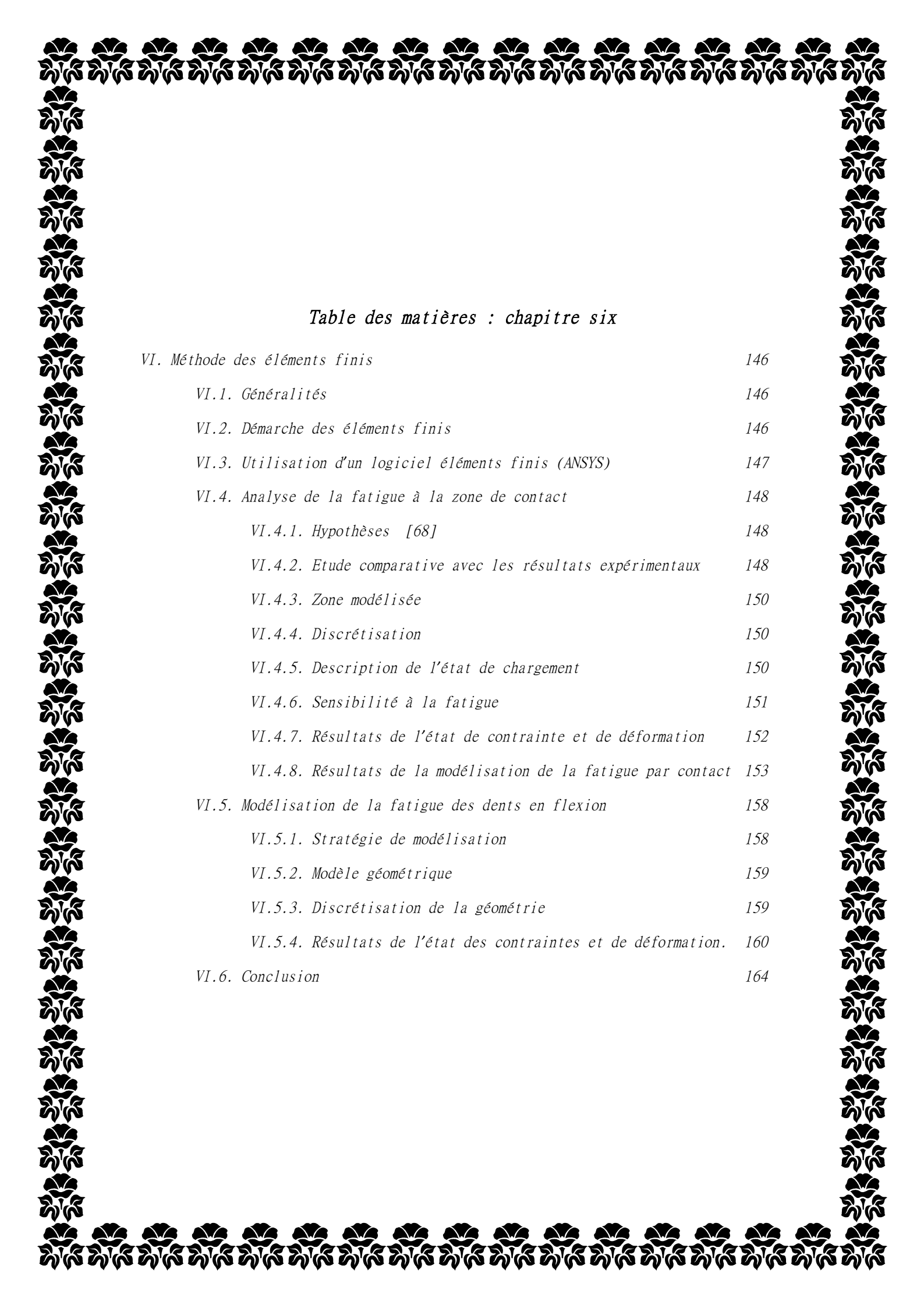
A decorative border with a repeating floral motif surrounds the page content.

Table des matières : chapitre six

<i>VI. Méthode des éléments finis</i>	<i>146</i>
<i>VI.1. Généralités</i>	<i>146</i>
<i>VI.2. Démarche des éléments finis</i>	<i>146</i>
<i>VI.3. Utilisation d'un logiciel éléments finis (ANSYS)</i>	<i>147</i>
<i>VI.4. Analyse de la fatigue à la zone de contact</i>	<i>148</i>
<i>VI.4.1. Hypothèses [68]</i>	<i>148</i>
<i>VI.4.2. Etude comparative avec les résultats expérimentaux</i>	<i>148</i>
<i>VI.4.3. Zone modélisée</i>	<i>150</i>
<i>VI.4.4. Discrétisation</i>	<i>150</i>
<i>VI.4.5. Description de l'état de chargement</i>	<i>150</i>
<i>VI.4.6. Sensibilité à la fatigue</i>	<i>151</i>
<i>VI.4.7. Résultats de l'état de contrainte et de déformation</i>	<i>152</i>
<i>VI.4.8. Résultats de la modélisation de la fatigue par contact</i>	<i>153</i>
<i>VI.5. Modélisation de la fatigue des dents en flexion</i>	<i>158</i>
<i>VI.5.1. Stratégie de modélisation</i>	<i>158</i>
<i>VI.5.2. Modèle géométrique</i>	<i>159</i>
<i>VI.5.3. Discrétisation de la géométrie</i>	<i>159</i>
<i>VI.5.4. Résultats de l'état des contraintes et de déformation.</i>	<i>160</i>
<i>VI.6. Conclusion</i>	<i>164</i>

VI. Méthode des éléments finis

VI.1. Généralités

Les codes éléments finis font maintenant partie des outils couramment utilisés lors de la conception et l'analyse des produits industriels. Les outils d'aide à la modélisation devenant de plus en plus perfectionnés, l'utilisation de la méthode des éléments finis s'est largement développée et peut sembler de moins en moins une affaire de spécialistes. Si l'utilisation de la méthode se démocratise de par la simplicité croissante de mise en œuvre, la fiabilité des algorithmes et la robustesse de la méthode, il reste néanmoins des questions essentielles auxquelles l'ingénieur devra répondre s'il veut effectuer une analyse par éléments finis dans de bonnes conditions :

- formaliser les non-dits et les réflexions qui justifient les choix explicites ou implicites de son analyse du problème ;
- évaluer la confiance qu'il accorde aux résultats produits ;
- analyser les conséquences de ces résultats par rapport aux objectifs visés.

La méthode des éléments finis est une méthode d'approximation des solutions d'équations aux dérivées partielles qui est construite à partir d'une formulation équivalente du problème à résoudre ; cette dernière est appelée formulation variationnelle du problème et nécessite le minimum de régularité de la solution [68].

VI.2. Démarche des éléments finis

Les principales étapes de construction d'un modèle éléments finis, qui sont détaillées par la suite, sont les suivantes :

- Discrétisation du milieu continu en sous domaines ;
- Construction de l'approximation nodale par sous domaine ;
- Calcul des matrices élémentaires correspondant à la forme intégrale du problème ;
- Assemblage des matrices élémentaires ;
- Prise en compte des conditions aux limites ;
- Résolution du système d'équations.

VI.3. Utilisation d'un logiciel éléments finis (ANSYS)

Un programme général de type industriel doit être capable de résoudre des problèmes variés de grandes tailles (de mille à quelques centaines de milliers de variables). Ces programmes complexes nécessitent un travail d'approche non négligeable avant d'espérer pouvoir traiter un problème réel de façon correcte (figure VI.1).

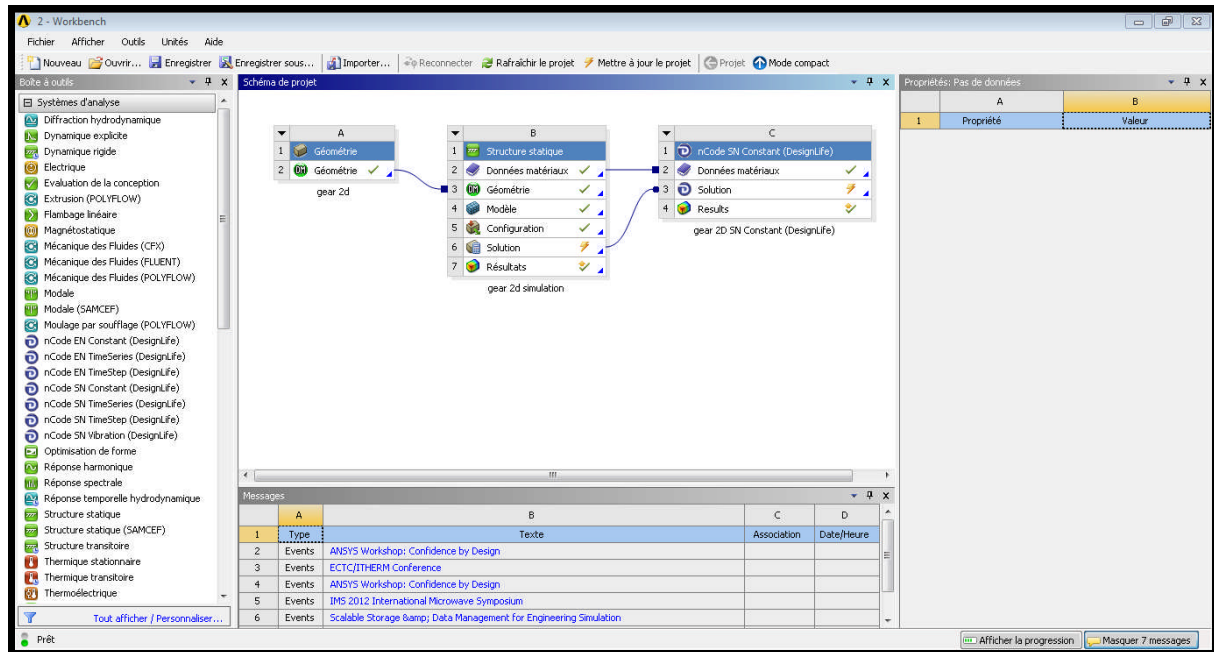


Figure. VI. 1. Aperçu d'une page active d'ANSYS. Inc. (workbench).

Les possibilités offertes par de tels programmes sont nombreuses :

- analyse linéaire ou non linéaire d'un système physique continu ;
- analyse statique ou dynamique ;
- prise en compte de lois de comportement complexes ;
- prise en compte de phénomènes divers (élasticité, thermiques, électromagnétiques, de plasticité, d'écoulement. . .) pouvant être couplés ;
- problèmes d'optimisation, etc.

Ce chapitre est consacré à l'analyse de la fatigue des engrenages par la méthode des éléments finis. Il couvre donc la simulation de la fatigue des dents en flexion avec la présence d'une fissure à sa racine et une étude comparative (expérimental/ MEF) de la fatigue des flancs des dents à partir des résultats expérimentaux pour valider notre étude basée sur la MEF. Le chapitre un montre les outils nécessaires à la caractérisation de ce phénomène. Or, l'objectif

du chapitre quatre est d'incorporer les concepts appropriés de la MREL au modèle numérique en vue de prédire la trajectoire des fissures. Pour ce faire, les règles et concepts de la MREL sont pris en compte.

VI.4. Analyse de la fatigue à la zone de contact

VI.4.1. Hypothèses [68]

- Les pièces se comportent de façon purement élastique ;
- La surface de la roue et du pignon est une surface en développante de cercle ;
- L'étude porte sur le contact entre deux profils de denture. Les dimensions de cette zone de contact et des zones affectées par la charge sont relativement faibles par rapport à la taille des roues dentées. Il n'est donc pas nécessaire de modéliser l'ensemble du profil de denture.

VI.4.2. Etude comparative avec les résultats expérimentaux

Comme nous l'avons montré au chapitre un, L. Dimitrov et al. [28] ont fait une étude expérimentale et analytique sur la fatigue par contact des engrenages, dont l'objectif principal était l'évaluation et la prévision de l'amorçage de la fissure en examinant un certain nombre de pignons droits avec la caractéristique (a) (voir la figure I.10). Les résultats expérimentaux sont montrés sur la figure VI.2, en utilisant le logiciel Origine. Nous avons pris une gamme plus étendue de la pression donnée par la formule (VI.1):

$$\sigma_H = Z_E \cdot Z_H \cdot Z_\varepsilon \sqrt{\frac{2T}{b_1 d^2} \frac{u+1}{u} K_A \cdot K_V \cdot K_{H\alpha} \cdot K_{H\beta}} \leq \sigma_{HP} = \frac{\sigma_{H \text{ lim}} \cdot Z_N}{S_{H \text{ min}}} \quad \text{VI.1}$$

Les données géométriques de l'étude sont les suivantes :

Parameter, Symbol ,Unit	Value
Module, m, mm	3
Pitch diameter, d, mm	54.0
Number of teeth, z,	18
Pressure angle α_0 , deg	20
Helix angle, β , deg	0
Addendum diameter, d_a , mm	60.0
Dedendum diameter d_f mm	46.5
Face width, b, mm	12.0
Shift coefficient, x, mm	0

Tableau. VI.1. Données géométriques.

Nous avons mené une simulation par la méthode des éléments finis sur Ansys dans le but de faire une étude comparative. Pour le cas du matériau non durci, non traité thermiquement et surfaces non grenillées, les résultats expérimentaux montrent que le nombre de cycles diminuent rapidement avec l'augmentation de la charge (figure VI.2).

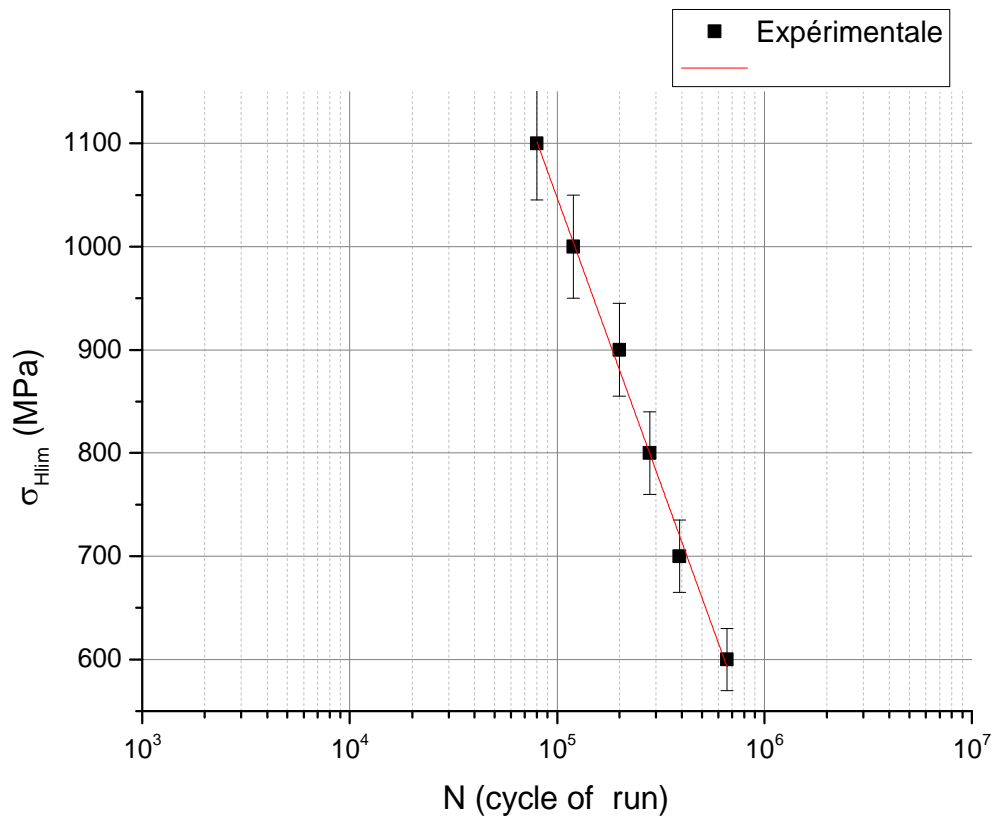


Figure. VI.2. Courbe de la fatigue par contact des dents (résultat expérimental).

VI.4.3. Zone modélisée

Cette zone est représentée sur la figure (VI.3).

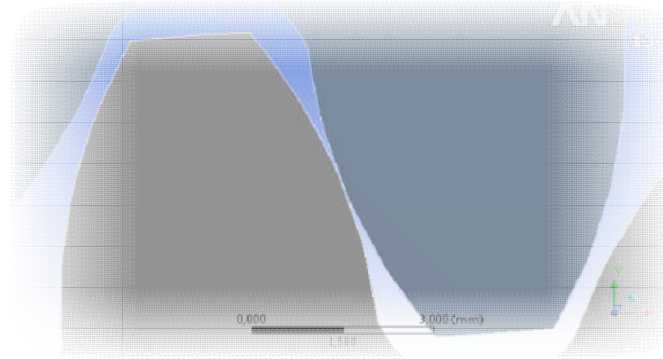


Figure. VI.3. Zones modélisées pour l'étude de fatigue au contact sans frottement.

VI.4.4. Discrétisation

On a utilisé pour le maillage des dentures un élément qui représente une bonne accessibilité à la modélisation des corps complexes. Le maillage est réalisé automatiquement dans le logiciel ANSYS qui comporte un mailleur automatique intégré et à l'aide des options disponibles, nous appliquons librement des choix sur les segments et les surfaces.

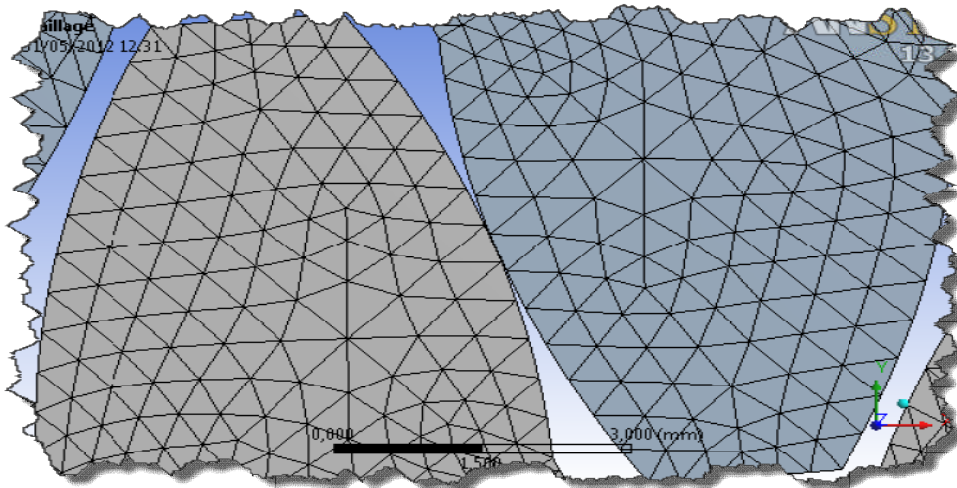


Figure VI.4. Discrétisation.

VI.4.5. Description de l'état de chargement (contrainte répétée appelée aussi purement ondulée).

L'état de chargement est défini comme le montre la figure VI.5. Nous voyons que l'amplitude varie de 0 à 1. Cette variation est justifiée (voir chapitre deux).

La contrainte moyenne (σ_m) a aussi un effet significatif sur la vie en fatigue; celle-ci tend à réduire le nombre de cycles à la rupture (N_f) lorsque sa valeur augmente (Suresh [6]). Pour un chargement cyclique, σ_m peut se définir ainsi :

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2} \quad \text{VI.2}$$

Dans le cas d'une dent d'engrenage, σ_{min} vaut 0 et σ_{max} s'obtient au plus haut point de contact unique de l'engrènement (figure VI.5). Par conséquent, le rapport de chargement R (i.e $\sigma_{min}/\sigma_{max}$) est nul. Il faut aussi spécifier que l'effet de σ_m est assez important pour les chargements en tension-compression, mais que celui-ci est pratiquement inexistant en cisaillement (Lemaitre et Desmoral [66]; Suresh [6]).

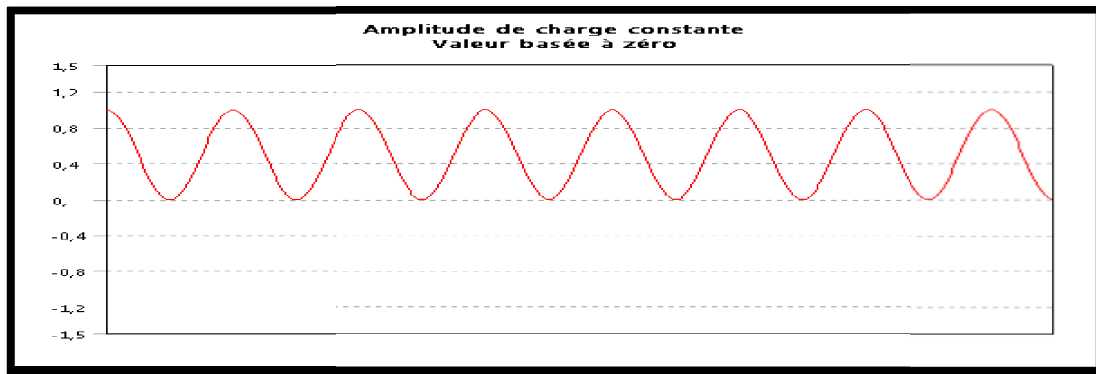


Figure. VI.5. Définition de l'état de chargement.

VI.4.6. Sensibilité à la fatigue

La sensibilité à la fatigue (figure VI.6) montre comment les résultats de fatigue changent en fonction de la charge à l'endroit critique sur le modèle (la zone de contact). Ce résultat va être discuté plus loin. La sensibilité peut être trouvée pour la durée vie, les dommages, ou le facteur de sécurité. On peut définir le nombre de points de remplissage ainsi que les limites de variation de charge. Par exemple, on peut voir la sensibilité de la durée de vie du modèle, i.e si la charge est de 50%, ou atteint jusqu'à 150% de la charge appliquée. La valeur de 100% correspond à la durée de vie à la charge appliquée sur le modèle.

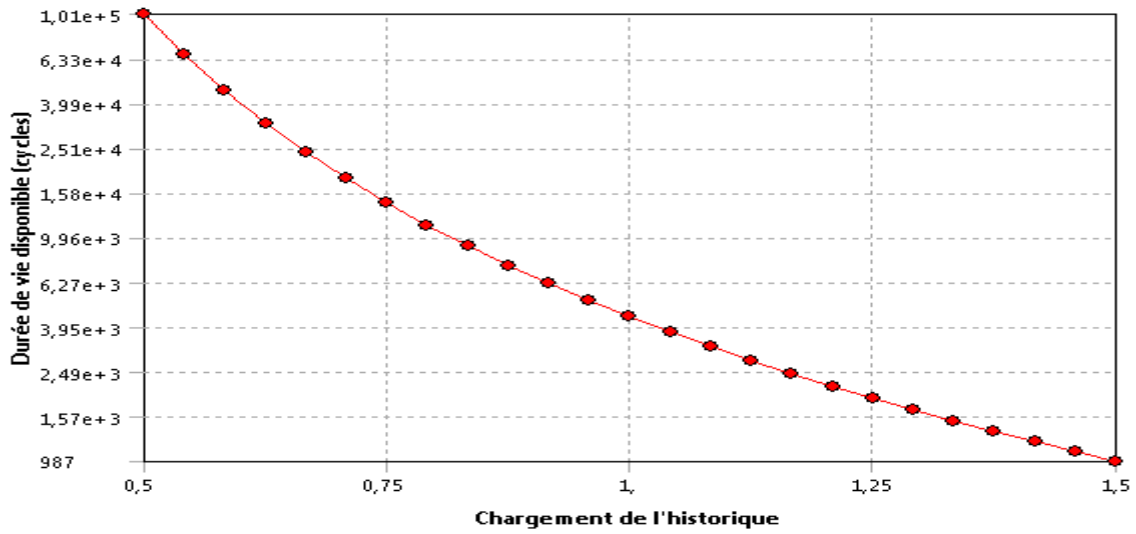


Figure. VI.6. Courbe de sensibilité à la fatigue.

VI.4.7. Résultats de l'état de contrainte et de déformation

L'étape initiale d'une analyse en fatigue et propagation de fissure, est de vérifier l'état plan (i.e σ_{plane} ou $\varepsilon_{\text{plane}}$). En appliquant la règle générale de Hertzberg [56], les relations suivantes doivent être respectées, pour chacun des états plans :

$$t \geq \frac{5}{3\pi} \left(\frac{K}{S_y}\right)^2 \Rightarrow K \leq S_y \sqrt{\frac{3\pi t}{5}} (DP) \quad \text{ou} \quad t \leq \frac{1}{2\pi} \left(\frac{K}{S_y}\right)^2 \Rightarrow K \geq S_y \sqrt{2\pi t} (CP) \quad \text{VI.3}$$

La contrainte équivalente selon le critère de Von Mises est montrée sur la figure VI.7. Pour l'état de déformation plan, comme discuté dans le chapitre un, l'analyse est faite en 2D (voir tab. I.1), Son maximum atteint 636 tandis que sa valeur basse arrive jusqu'à 4.10^{-5} environ. Cependant, la déformation élastique équivalente (fig. VI.8) fluctue entre $2,07.10^{-10}$ et 0,003.

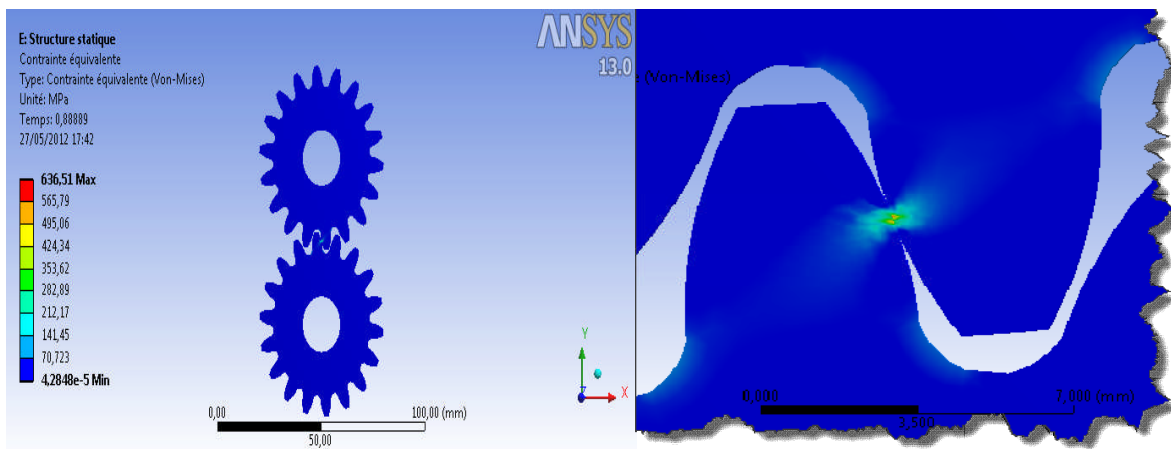


Figure. VI.7. Contrainte équivalente (Von Mises)

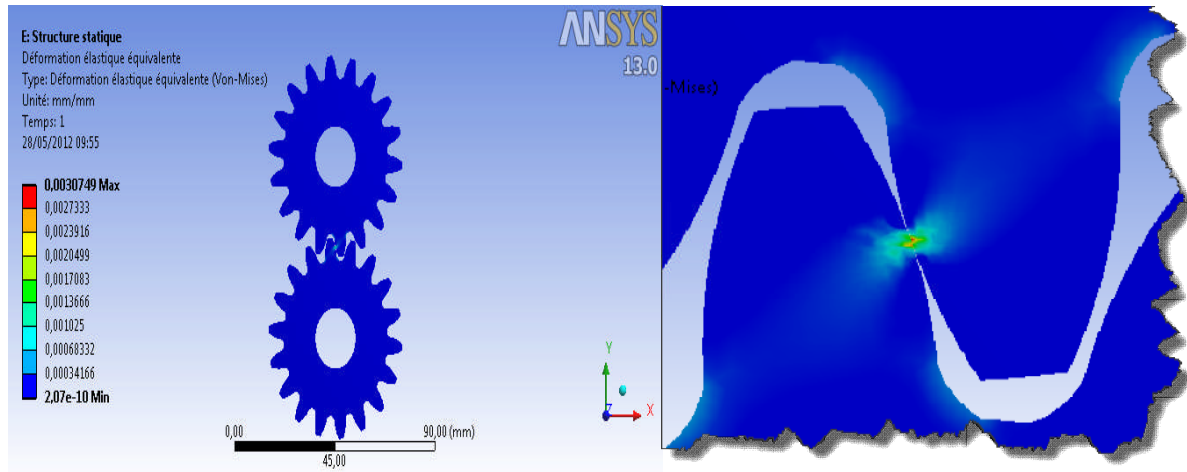


Figure. VI.8. Déformation élastique équivalente (Von Mises)

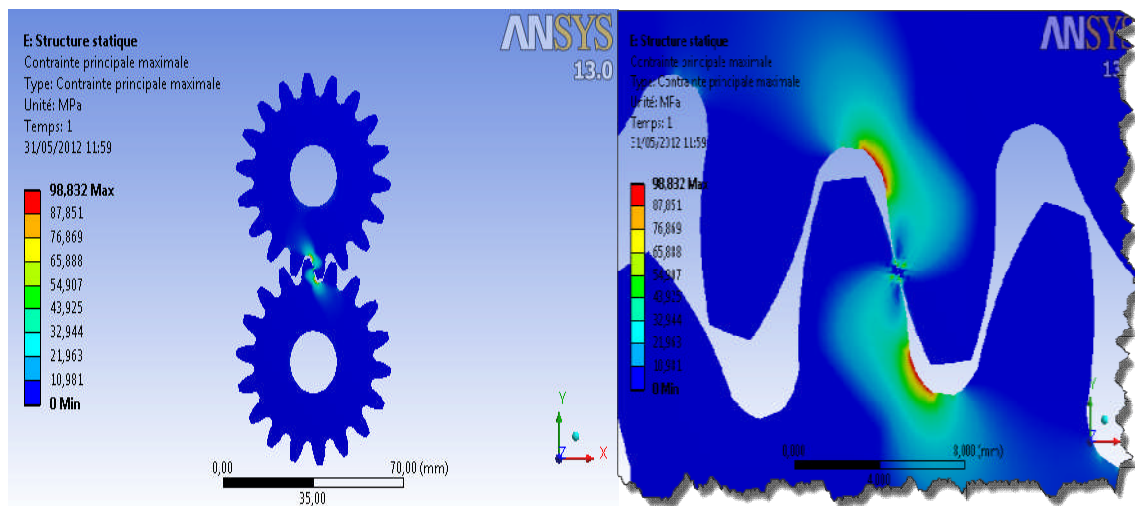
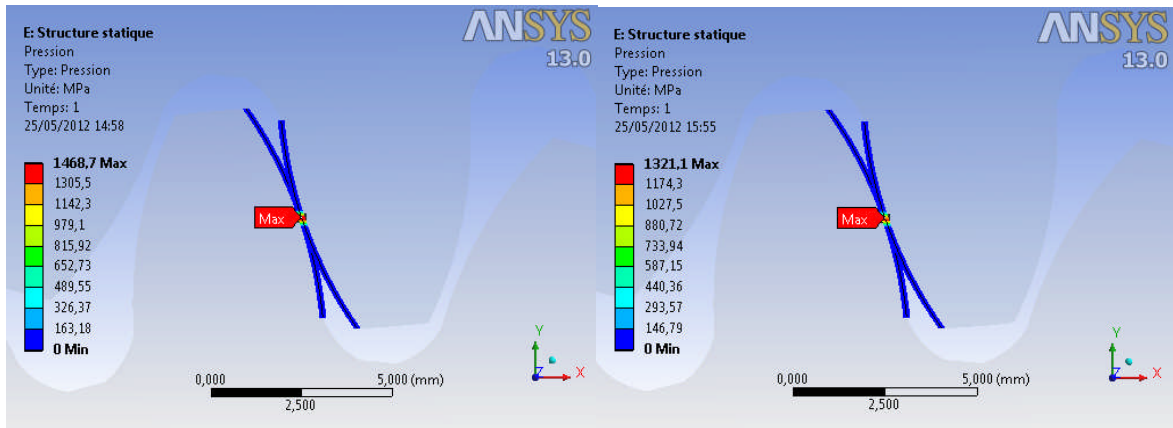


Figure. VI.9. Contrainte maximale principale

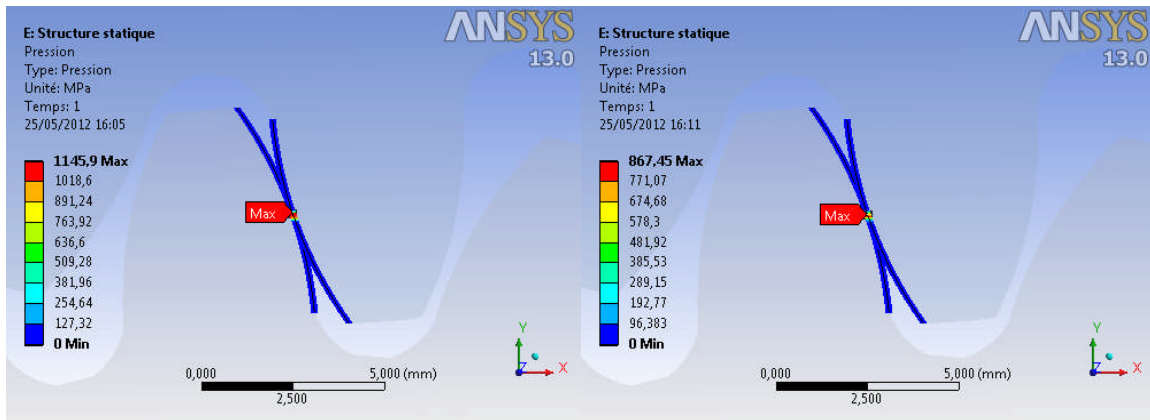
VI.4.8. Résultats de la modélisation de la fatigue par contact

Les résultats de la modélisation de la fatigue par contact sont illustrés dans la figure VI.10. La durée de vie diminue avec l'augmentation de la pression de contact. Par exemple, pour un ordre de pression de 450 MPa, la durée de vie est d'environ $1,25 \cdot 10^6$ cycles. Cependant, pour une pression de 1400 MPa, elle diminue pour atteindre 3900 cycles.



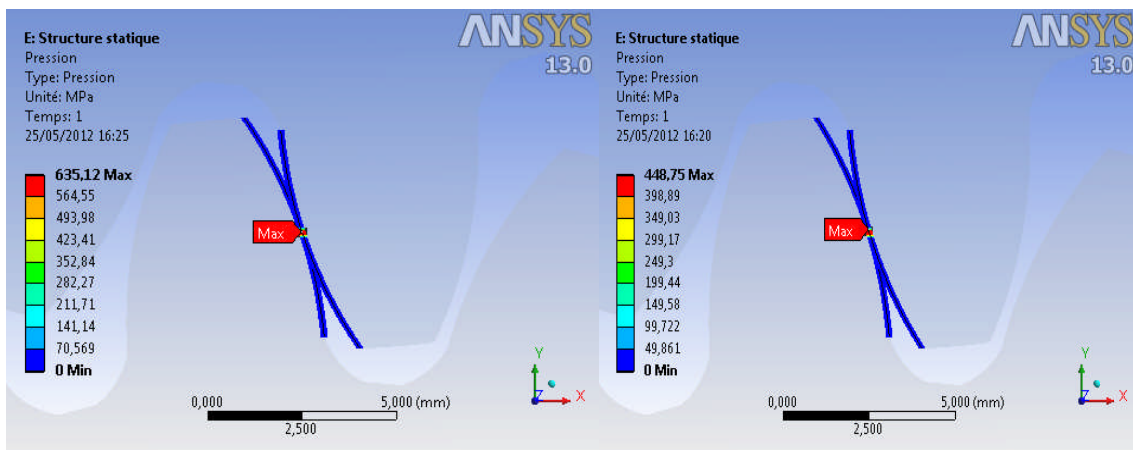
a. 1^{ère} cas 3949,2 cycles

b. 2^{ème} cas 7068,2 cycles



c. 3^{ème} cas 10702 cycles

d. 4^{ème} cas 47539 cycles



e. 5^{ème} cas 1,255e+005 cycles

f. 6^{ème} cas 1,2693e+006 cycles

Figure. VI.10. Pression de contact pour l'étude de la fatigue des flancs des dents

La figure VI.11 montre bien la zone d'endommagement due à la fatigue par contact des flancs des dents.

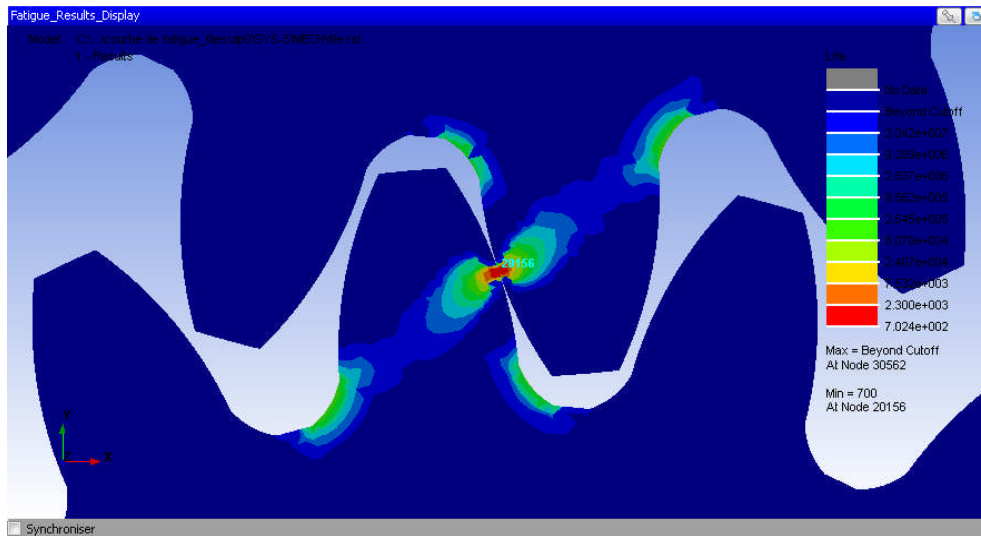


Figure. VI.11. Représentation de la zone endommagée due à la fatigue par contact des flancs des dents.

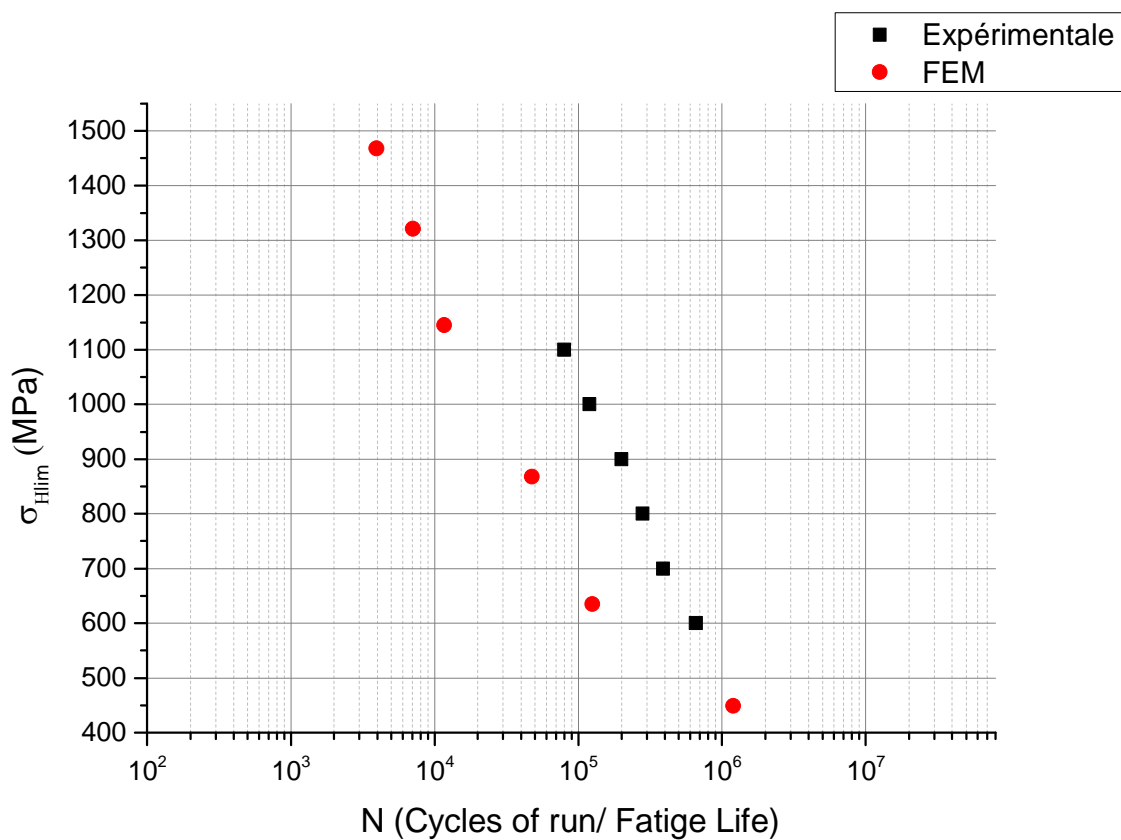


Figure. VI.12. Courbe de la fatigue par contact des engrenages (comparaison résultat expérimentale et par MEF)

Les résultats expérimentaux et éléments finis sont montrés dans le tableau suivant :

Expérimental		MEF	
Cycle	σ_{Hlim}	Cycle	σ_{Hlim}
$8.0 \cdot 10^4$	1100	3949.2	1468
$1.2 \cdot 10^5$	1000	7068.2	1321
$2.0 \cdot 10^5$	900	10702	1145.9
$2.8 \cdot 10^5$	800	47539	867.5
$3.9 \cdot 10^5$	700	1.2 E+5	635.12
$6.6 \cdot 10^5$	600	1.26 E+5	448

Tableau. VI.2. Résultats Expérimentation/ Eléments finis

Nous proposons de faire une étude comparative à base statistique des résultats expérimentaux et ceux trouvés par la MEF. L'un des outils est l'analyse de la variance à un critère de classification ou à un facteur, qui a pour but de comparer les moyennes de plusieurs populations supposées normales et de même variance, à partir d'échantillons, aléatoires, simples et indépendants les uns des autres. Ici, nous avons seulement deux échantillons issus de deux populations différentes, alors nous prenons le cas de la comparaison de deux populations. Le principe consiste à comparer deux (02) populations (2 moyennes) supposées normales et de même variance, en utilisant le test T de Student.

Pour tester l'hypothèse d'égalité des moyennes de deux (02) populations, on prend comme hypothèse : $H_0 = m_1 = m_2$

On prélève un échantillon aléatoire et simple dans chaque population et on calcule pour chaque échantillon:

➤ la moyenne \bar{X}

➤ La somme des carrés des écarts (SCE):

$$SCE = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = \left[\sum_{i=1}^n (x_i)^2 - \frac{1}{n} (\sum_{i=1}^n x_i)^2 \right] \quad \text{VI.4}$$

Puis, on calcule une quantité T_{obs} qu'on compare avec une quantité théorique $T_{1-\alpha/2}$ qu'on tire de la table T de Student pour $\alpha = 0,05$ et $(n_1 + n_2 - 2)$ degrés de liberté.

- Si $t_{\text{obs}} \geq T_{1-\alpha/2}$, alors on rejette l'hypothèse d'égalité des 2 moyennes, i.e. qu'il existe des différences significatives entre les 2 moyennes.
- Si au contraire $t_{\text{obs}} < T_{1-\alpha/2}$, alors on accepte l'hypothèse d'égalité des deux (02) moyennes, c'est à dire qu'il n' existe pas de différences significatives entre les 2 moyennes.

La réalisation du test t de Student dans le cas de deux (02) échantillons indépendants se fait de la manière suivante :

- * Calcul des paramètres statistiques pour chaque échantillon:

Paramètres statistiques	Echantillon un	Echantillon deux
<i>Effectif</i>	n_1	n_2
<i>Moyenne</i>	\bar{X}_1	\bar{X}_2
<i>Somme des carrés des écarts</i>	SCE_1	SCE_2
<i>Variance</i>	S_1^2	S_2^2

- * Calcul de la quantité T_{obs}

$$t_{\text{obs}} = \frac{|\bar{x}_1 - \bar{x}_2|}{\sqrt{\frac{n_1 \cdot S_1^2 + n_2 \cdot S_2^2}{n_1 + n_2 - 2} \left[\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right]}} = \frac{|\bar{x}_1 - \bar{x}_2|}{\sqrt{\frac{sce_1 + sce_2}{n_1 + n_2 - 2} \left[\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right]}} \quad \text{VI.5}$$

Tout calcul fait, nous trouvons que t_{obs} (4,572) est supérieur à $T_{1-\alpha/2}$ (2,228). Nous pouvons alors conclure qu'il y a des différences significatives entre les résultats expérimentaux et les résultats donnés par la MEF. Il existe de nombreux phénomènes et écarts influant sur cette différence significative :

A. Pour les résultats expérimentaux

- Ecarts de forme des surfaces actives ;
- Ecarts de position et d'orientation des surfaces actives ;
- Paramètres influant de la lubrification utilisée : épaisseur du film du lubrifiant entre dentures, viscosité ;
- Déformations dues aux effets dynamiques et aux efforts (déformation de contact, flexion et cisaillement) ;

- Déformation du corps de l'engrenage, des arbres, du carter, des éléments de guidage.
- Acyclisme moteur et récepteur.

B. Pour les résultats par MEF

Pour les résultats par la MEF, il s'agit d'envisager les hypothèses proposées dans ce cas, à savoir :

- Les pièces se comportent de façon purement élastique ;
- La surface de la roue et du pignon est une surface en développante de cercle ;
- Les dimensions de cette zone de contact et des zones affectées par la charge sont relativement faibles par rapport à la taille des roues dentées.

VI.5. Modélisation de la fatigue des dents en flexion

VI.5.1. Stratégie de modélisation

La première étape de l'élaboration d'un modèle d'éléments finis, est l'établissement d'une stratégie de discrétisation appropriée, puisque le maillage a un impact majeur sur la précision des résultats et le temps de calcul. En pratique, trois techniques permettent d'arriver à un maillage dont les résultats convergent, tout en minimisant le nombre de nœuds. La première consiste à raffiner la taille des éléments (h) localement où les gradients sont élevés (méthode h). La deuxième agit plutôt sur les fonctions d'interpolation en variant le degré du polynôme (p) les définissant (méthode p). Enfin, la dernière est une combinaison des deux autres (méthode h - p) où h et p sont simultanément adaptés afin d'atteindre le maillage optimal. Puisque l'erreur (e) engendrée par la solution de la MEF est décrite par l'expression (VI.6) (Reddy [67]), où « c » est une constante du problème. Il est évident que les méthodes p et h - p auront un taux de convergence plus élevé.

$$\|e\| = \|u - u_{num}\| \leq ch^{(p-1)} \quad \text{VI.6}$$

Par contre, l'intégration de telles méthodes est plutôt complexe en comparaison à l'implantation de la méthode h (Liebowitz et al. [47]). Pour notre cas, ANSYS nous permet d'utiliser la méthode P . Toutefois, selon l'équation (VI.6), il sera préférable de discrétiser l'ensemble du modèle par des éléments d'ordre supérieur (ex. : quadratiques).

La forme de base des éléments doit aussi être adéquate. En 2D, deux options sont possibles: éléments triangulaires et quadrilatéraux. Selon Reddy [67], les éléments triangulaires sont idéaux pour la discrétisation de géométries complexes, mais ils peuvent induire une erreur

selon leur disposition par rapport à la symétrie du problème. Un maillage plus structuré utilisant des éléments quadrilatéraux sera donc plus fiable. La qualité d'un maillage est également tributaire de l'aspect géométrique des éléments. Un élément ayant une forme disproportionnée ou distordue peut créer un phénomène de singularité lors de son intégration. Pour assurer la fiabilité du maillage, Reddy [67] suggère de maintenir des rapports de côtés entre 0.1 et 10, et des angles inclus entre 15 et 165°.

VI.5.2. Modèle géométrique

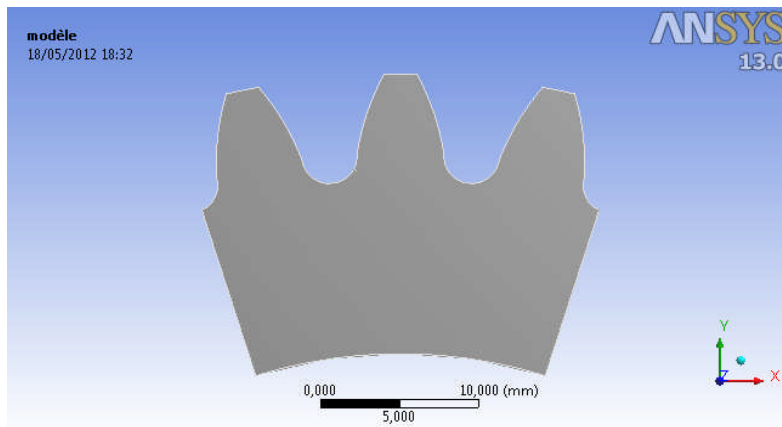


Figure. VI.13. *Modèle géométrique.*

VI.5.3. Discrétisation de la géométrie

En appliquant ces principes de discrétisation à la géométrie des engrenages, il est possible de générer un maillage assez structuré en décomposant la surface d'une dent en 6 parties puis en maillant chacune d'elle par des éléments quadratiques à 8 nœuds (figure.VI.14). Il devient alors facile de raffiner localement le maillage, sans toutefois imputer sa structuration globale.

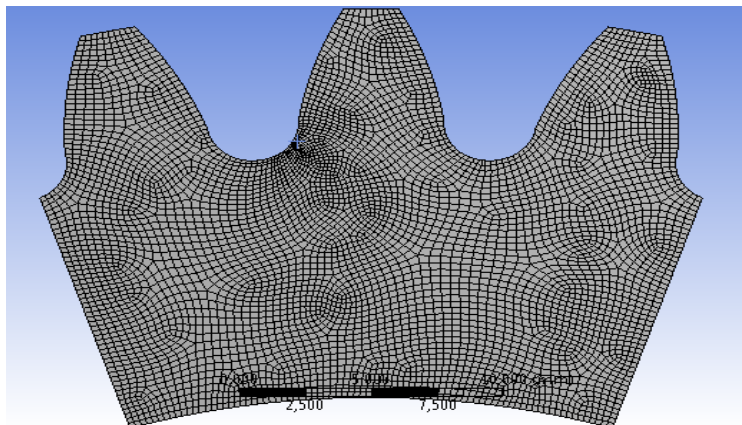


Figure. VI.14. *Définition de Maillage*

VI.5.4. Résultats de l'état des contraintes et de déformation.

VI.5.4.1. Etat plan de contrainte (CP)

VI.5.4.1.a. Contrainte équivalente

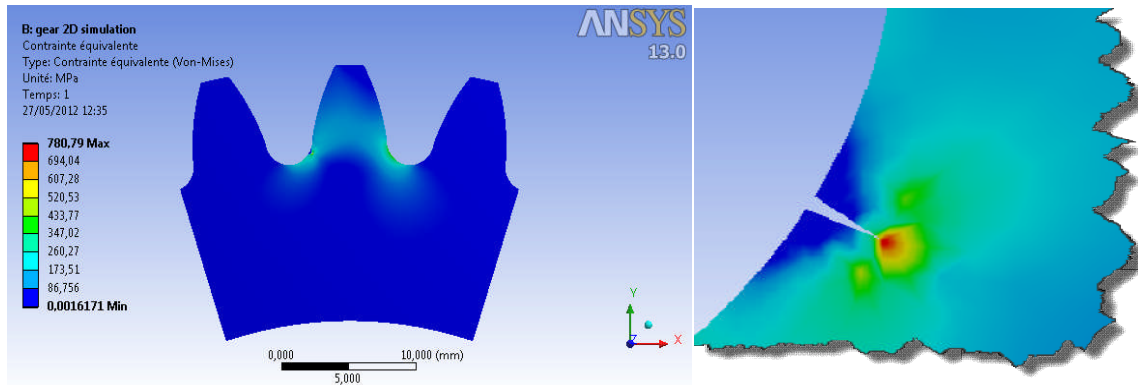


Figure. VI.15. Contrainte équivalente « CP » (780 MPa / Max).

VI.5.4.1.b. Déformation élastique équivalente (CP)

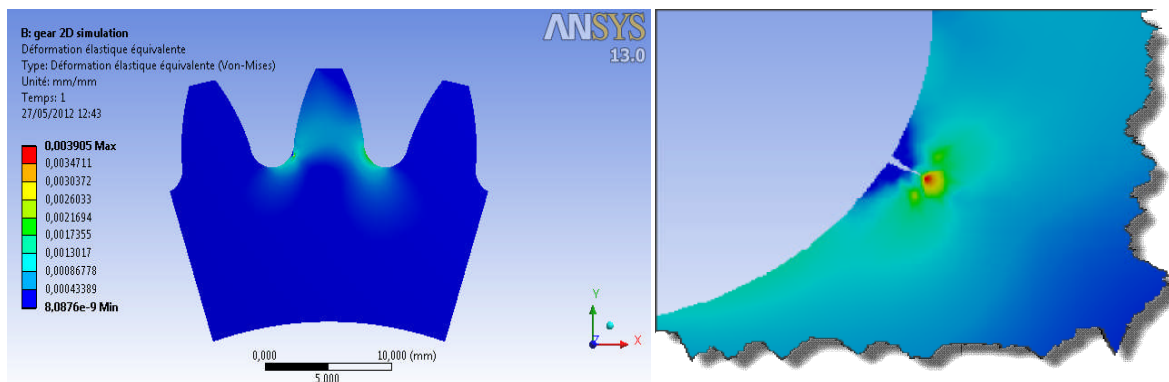


Figure. VI.16. Déformation élastique équivalente « CP » (0,0039 Max).

VI.5.4.1.c. Contrainte de cisaillement maximale

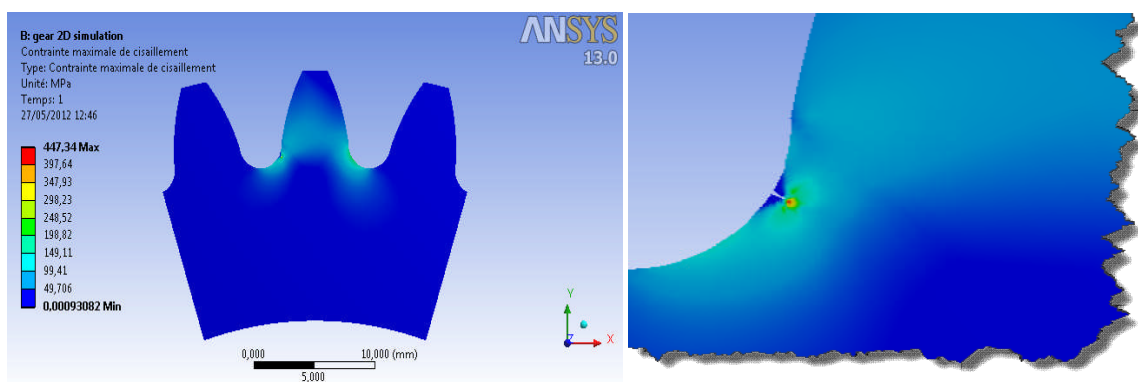


Figure. VI.17. Contrainte de cisaillement maximale « CP » (447 MPa / Max).

VI.5.4.1.d. Coefficient de sécurité

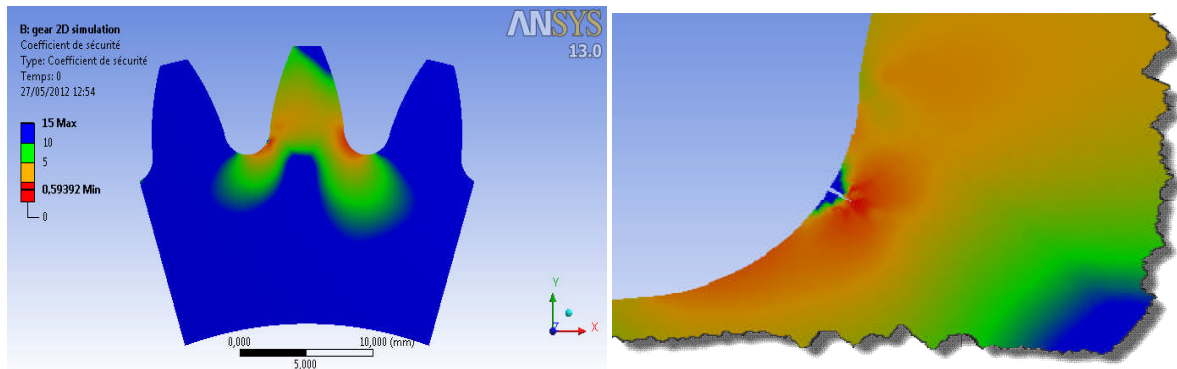


Figure. VI.18. Coefficient de sécurité (0,6 Min).

VI.5.4.2. Etat plan de déformations (DP)

VI.5.4.2.a. Contrainte équivalente (DP)

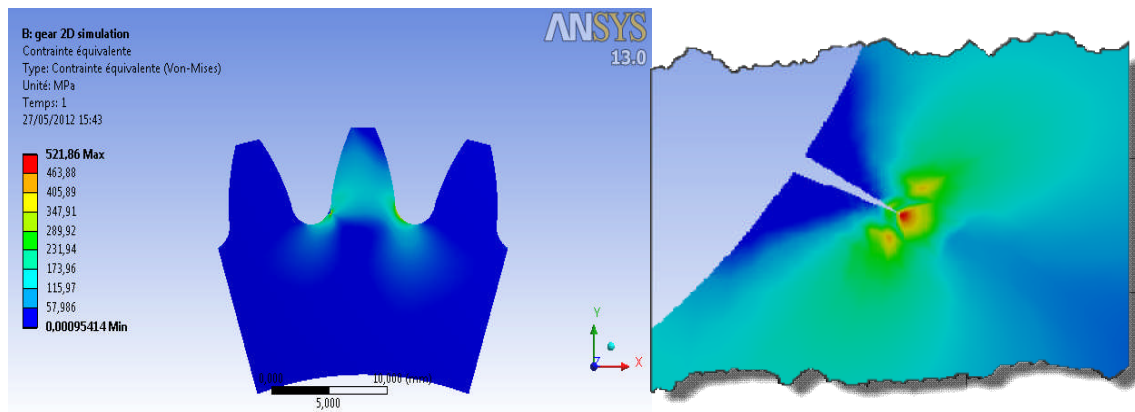


Figure. VI.19. Contrainte équivalente (522 MPa / max).

VI.5.4.2.b. Déformation élastique équivalente

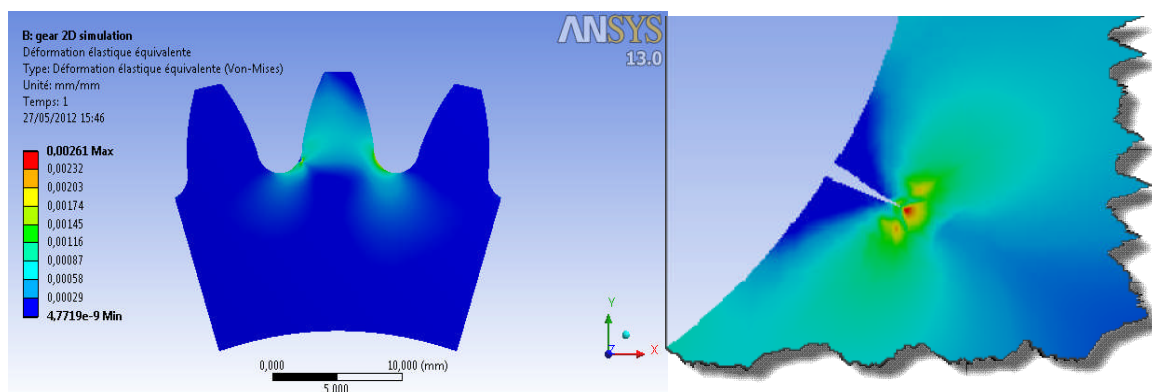


Figure. VI.20. Déformation élastique équivalente (Von-Mises)/ (0.0026 / Max).

VI.5.4.2.c. Contrainte de cisaillement maximale (DP)

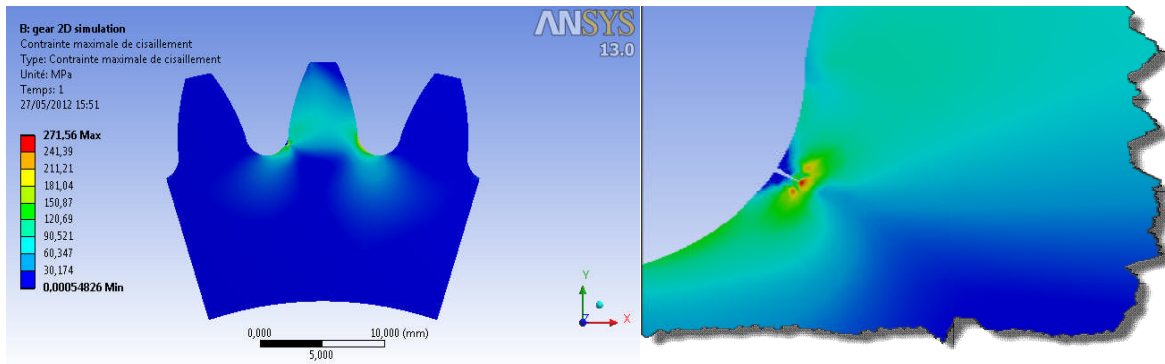


Figure. IV.21. Contrainte de cisaillement maximale

VI.5.4.2.d. Coefficient de sécurité

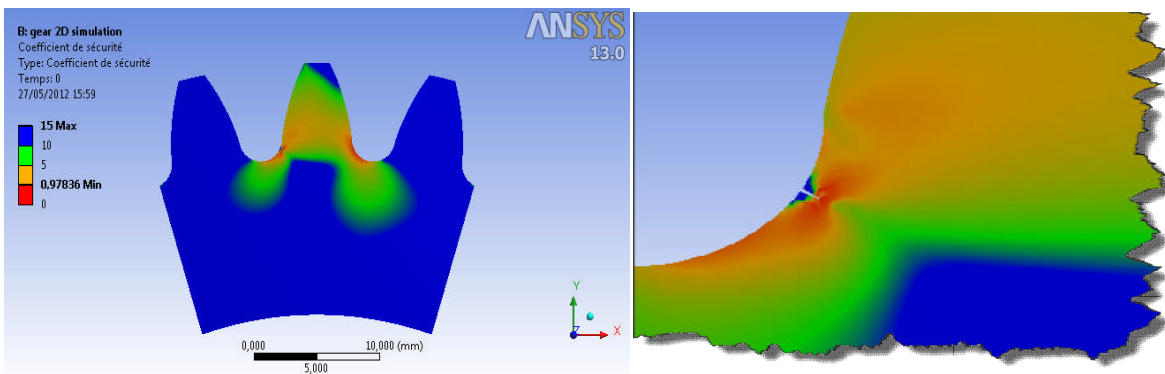


Figure. VI.22. Coefficient de sécurité (0,97 Min).

VI.5.5. Résultats de la fatigue

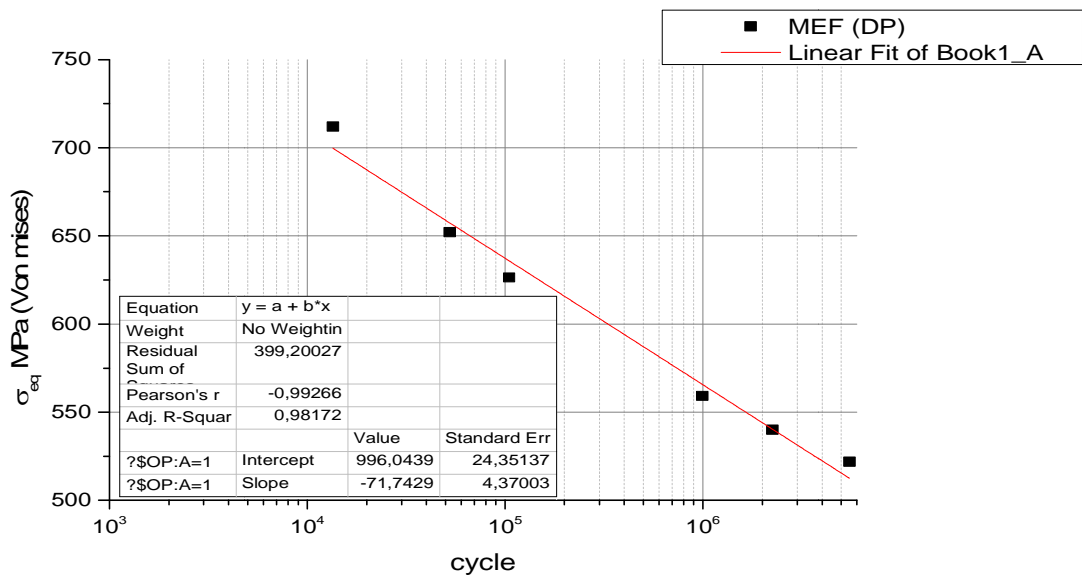


Figure.VI.23.Courbe de fatigue MEF (S-N).

La figure (VI.23) illustre le nombre de cycles en fonction de la contrainte équivalente. Sa modélisation nous permet d'avoir une forme traduite par l'équation montre dans la figure VI.23 avec $R^2=0,98$ ce résultat nous montre qu'il y a une forte corrélation entre N et S.

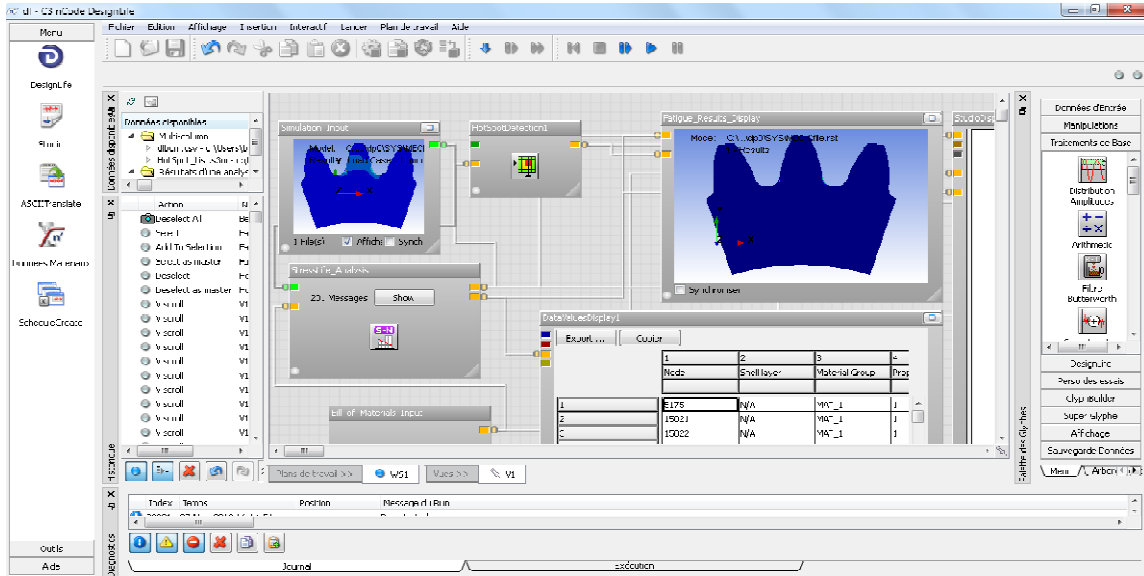


Figure.VI.24. Vue active du logiciel.

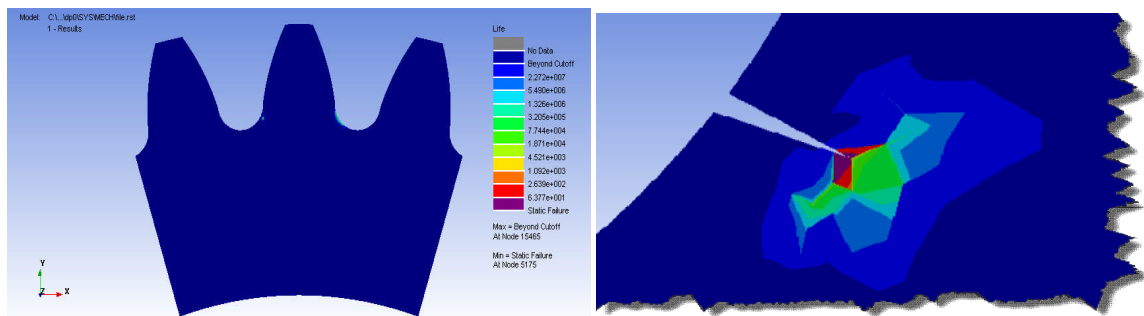


Figure. VI.25. Durée de Fatigue en état de contrainte des DP

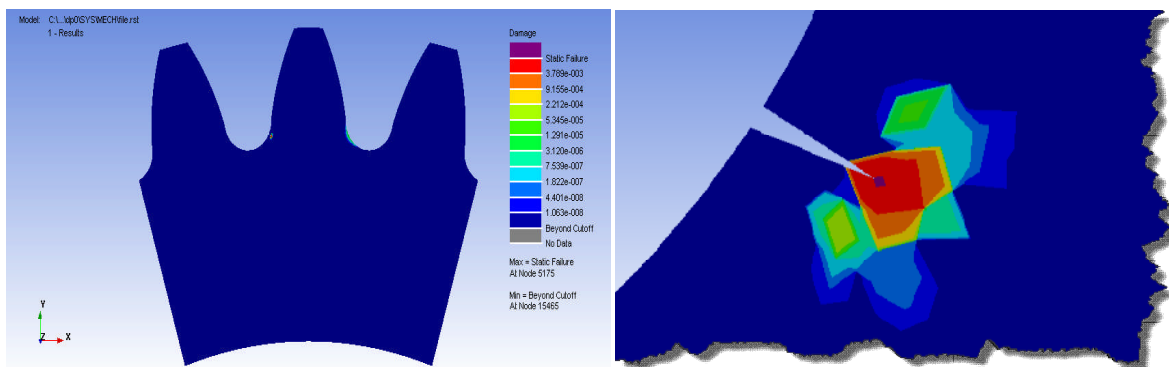


Figure.VI.26. Dommage DP.

VI.6. Conclusion

Dans cette partie du travail, nous avons procédé à l'établissement de la position initiation ce qui a permis de faciliter l'utilisation de la méthode des éléments finis pour le calcul de la fatigue des dents par contact ou par flexion et la modélisation des fissures. Dans le premier cas, des résultats obtenus à partir de la MEF sont comparés à des données expérimentales afin d'évaluer le comportement statistique des deux échantillons. Il s'avère qu'une différence significative des résultats est observée et les causes de ce phénomène sont discutées.

Par la suite et dans un deuxième cas, la fatigue par flexion des dents avec la présence des fissures est développée.

Conclusion Générale

Les engrenages occupent une place très importante dans l'industrie de toute nature. Les études statistiques montrent que les trois modes de défaillance les plus fréquents sont la fatigue, les impacts et l'usure. Plus particulièrement, la rupture en fatigue des systèmes d'engrenage peut être de différentes natures. Une analyse des défaillances d'engrenage a montré que la fatigue en flexion est la plus fréquente avec une proportion de 32%. Cependant, sous certaines conditions, le contact peut devenir plus important que la flexion.

Dans un premier temps, un état de l'art de la fatigue en flexion et en contact des engrenages est proposé ainsi que les moyens d'analyse. Les concepts de la M.L.R. sont abordés dans un deuxième temps. Ceci nous a conduits à justifier le choix du domaine de la rupture des engrenages. Une attention particulière est donnée à la fatigue et à sa relation avec les engrenages en présence de fissures.

Le dimensionnement géométrique avec un choix préalable des dimensions des éléments constituant les engrenages à denture droite/ hélicoïdale) est développé pour permettre une bonne conception du banc d'essai. Une étude des forces de contact et la continuité de l'engrènement est développée en ce sens ce qui a favorisé la vérification de la résistance. Le développement du banc d'essai à base d'un calcul analytique et d'un couplage CAO/MEF est discuté sur plusieurs plans, entre autres : le dimensionnement, la résistance des structures, les vibrations,...etc. Le couplage de ces deux techniques a permis de donner une image concrète et réaliste des résultats de calcul issus des méthodes de discrétisation (concentration des contraintes, répartition des charges, etc...). L'aspect Métrologique a pris une part importante dans notre recherche en se référant aux normes.

Nous avons ensuite procédé à l'établissement de la position initiation ce qui a permis de faciliter l'utilisation de la méthode des éléments finis pour le calcul de la fatigue des dents par contact ou par flexion et la modélisation des fissures. Dans le premier cas, des résultats obtenus à partir de la MEF sont comparés à des données expérimentales afin d'évaluer le comportement statistique des deux échantillons. Il s'avère qu'une différence significative des résultats est observée et les causes de ce phénomène sont discutées.

La fatigue par flexion des dents avec la présence des fissures est développée. Ainsi, la courbe de fatigue est trouvée et elle est de la forme $y = y_0 + A \cdot \exp(R_0 \cdot x)$, avec un coefficient de détermination $R^2 = 0,94$.

Perspectives

Le dysfonctionnement des engrenages est bien souvent lié aux différents modes de défaillances entre autres une perte d'intégrité de la surface de dent dans la zone de contact entre les roues. Ceci est dû à deux phénomènes de fatigue par flexion et par contact, qui sont directement induits par la variation de chargement mécanique imposé à la dent lors du fonctionnement normal de l'engrenage. Plusieurs axes sont à développer en continuité aux travaux réalisés dans ce mémoire. Il s'agit de :

- 1. Réalisation d'un banc d'essai, ceci est conditionné par la mise à disposition de moyens ;*
- 2. Étude expérimentale de la fatigue de contact dans les engrenages – effets des conditions d'opération ;*
- 3. Création d'un modèle mathématique régissant les résultats expérimentaux ;*
- 4. Modélisation numérique et expérimentale de la fatigue de contact dans les engrenages durcis en surface ;*
- 5. Modélisation de la fatigue par flexion des engrenages par la méthode des éléments frontières en tenant compte de la présence de fissure et des aspects tribologiques.*

Référence bibliographique:

- [1] Georges Henriot, *Traité théorique et pratique des engrenages, Tome 1.2 : étude complète du matériel, 4^e édition.* Dunod technique 1972.
- [2] CORINA OANCEA, *Analyse Des Dents D'engrenages Droits Par La Méthode Des Potentiels Complexes, thèse* Faculté des études supérieures de l'Université Laval.1997.
- [3] Alban, Lester E. *Systematic analysis of gear failures.* Metals Park, Ohio: American Society for Metals, viii, 232 p. 1985
- [4] Alban, Lester E. « Number one gear failure - tooth bending fatigue ». In *International off-Highway & Power plant Congress & Exposition.*SAE, Warrendale, PA, USA. 1984.
- [5] Kader, M. M. A., S. P. Nigam et G. K. Grover. « Study on mode of failures in spur gears under optimized conditions ». *Mechanism & Machine Theory*, vol. 33, n° 6, p. 839-850. 1998.
- [6] Suresh, S. *Fatigue of materials, 2nd.* Cambridge; New York: Cambridge University Press, xxi, 679 p. 1998.
- [7] Aslantas, K. et S. Tasgetiren. « A study of spur gear pitting formation and life prediction ». *Wear*, vol. 257, n° 11, p. 1167-1175. 2004.
- [8] Abersek, B., J. Flaker et S. Glodez. « Review of mathematical and experimental models for determination of service life of gears ». *Engineering Fracture Mechanics*.vol. 71, n° 4-6, p. 439-453. 2004.
- [9] Femandes, P. J. L. « Tooth bending fatigue failures in gears ». *Engineering Failure Analysis*, vol. 3, n° 3, p. 219-225. 1996.
- [10] Kramberger, J., M. Sraml, I. Potrcet J. Flaker. « Numerical calculation of bending fatigue life of thin-rim spur gears ». In *Second International Conference on Fracture and Damage Mechanics, 18-20 Sept. 2001.* Vol. 71, p. 647-56. Elsevier. 2004.
- [11] Lewicki, D. G. et R. Ballarini. « Rim thickness effects on gear crack propagation life ». *International Journal of Fracture*, vol. 87, n° 1, p. 59-86. 1997.
- [12] Shaniavski, A. A. et G. V. Skvortsov. « Crack growth in the giga cycle fatigue régime for helicopter gears ». *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures*, vol. 22, n° 7, p. 609-619. 1999.
- [13] Nicoletto, G. « Approximate stress intensity factors for cracked gear teeth *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 44, n° 2, p. 231-42. 1993.
- [14] Blarasin, A., M. Guagliano et L. Vergani. « Fatigue crack growth prediction in specimens similar to spur gear teeth ». *Fatigue and Fracture of Engineering Materials & Structures*, vol. 20, n° 8, p. 1171-1182. 1997.
- [15] Glodez, Srečko, M. Sraml et J. Kramberger. « A computational model for determination of service life of gears ». *International Journal of Fatigue*, vol. 24, n° 10, p. 1013-1020. 2002.
- [16] Shang, De-Guang, Wei-Xing Yao et De-Jun Wang. « New approach to the determination of fatigue crack initiation size ». *International Journal of Fatigue*, vol. 20, n° 9, p. 683-687. 1998.
- [17] Lewicki, David G., Eisa E. Spievak, Paul A. Wawrzynek, Anthony R. Ingraffea et Robert F. Handschuh. « Consideration of moving tooth load in gear crack propagation predictions ». *Gear Technology*, vol. 19, n° 1, p. 14-21. 2002.
- [18] Spievak, Eisa E., Paul A. Wawrzynek, Anthony R. Ingraffea et David G. Lewicki. « Simulating fatigue crack growth in spiral bevel gears ». *Engineering Fracture Mechanics*. vol. 68, n° 1, p. 53-76. 2001.

-
- [19] Cavallaro, G. P., T. P. Wilks, C. Subramanian, K. N. Strafford, P. French et J. E. Allison. « Bending fatigue and contact fatigue characteristics of carburized gears ». *Surface & Coatings Technology*, vol. 71, n° 2, p. 182-192. 1995.
- [20] Hidayetoglu, T. K. « Effect of the gear finishing process on bending fatigue crack initiation and propagation in spur gears ». *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, vol. 215, n° 7, p. 785-792. 2001.
- [21] Y. Lei, M.J. Zuo, *Gear crack level identification based on weighted K nearest neighbor classification algorithm*, *Mechanical Systems and Signal Processing* 23 (2009) 1535–1547.
- [22] Shigley, Joseph Edward, Charles R. Mischke et Richard G. Budynas. *Mechanical engineering design*. 7th. New York: McGraw-Hill, xxv, 1030 p. 2004.
- [23] Jelaska, Damir T., Srećko Glodež et Srđan Podg. « Numerical modeling of the crack propagation path at gear tooth root ». In *2003 ASME Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference, Sep 2-6 2003*. Vol. 4 A, p. 201-207. American Society of Mechanical Engineers, New York, NY 10016-5990, United States. 2003.
- [24] Korsunsky, A. M., K. E. James, C. Aylott B. A. Shaw. « Residual stresses in induction-hardened gear teeth mapped by neutron diffraction ». *Journal of Strain Analysis for Engineering Design*, vol. 37, n° 4, p. 337-344. 2002.
- [25] Inoue, Katsumi et Masana Kato. « Crack growth resistance due to shot peening in carburized gears ». *Journal of Propulsion and Power*, vol. 11, n° 5, p. 973-979. 1995.
- [26] Boniardi, Marco, Fabrizio D'Errico et Chiara Tagliabue. « Influence of carburizing and nitriding on failure of gears - A case study ». *Engineering Failure Analysis*, vol. 13, n° 3 SPEC ISS, p. 312-339. 2006.
- [27] Masuyama, Tomoya, Masana Kato, Katsumi Inoue et Toshihiko Yamashita. « Evaluation of bending strength of carburized gears based on a quantification of defect size in the surface layer ». *Journal of Mechanical Design, Transactions of the ASME*, vol. 124, n° 3, p. 533-538. 2002.
- [28] L. Dimitrov, *Investigation of Contact Fatigue of High Strength Steel Gears Subjected to Surface Treatment*, *Mechanical Systems and Signal Processing* 23 /1535–1547. (2009)
- [29] R.C Martins et al., *Power loss performance of high pressure nitrided steel gears*, *Tribology international* 42/1807-1815. (2009)
- [30] Benedetti, Matteo, V. Fontanari, B. R. Hohn, P. Oster et T. Tobie. « Influence of shot peening on bending tooth fatigue limit of case hardened gears ». *International Journal of Fatigue*, vol. 24, n° 11, p. 1127-1136. 2002.
- [31] Shaw, B. A., C. Aylott, P. O'Hara et K. Brimble. « The role of residual stress on the fatigue strength of high performance gearing ». In *International Conference on Fatigue Damage of Structural Mater*, Sep 22-27 2002. Vol. 25, p. 1279-1283. Elsevier Ltd. 2003.
- [32] F. Chaari et al., *Analytical modelling of spur gear tooth crack and influence on gear mesh stiffness*, *European Journal of Mechanics A/Solids* 28/ 461–468. 2009
- [33] Guagliano, M. et al. « Effect of crack closure on gear crack propagation ». *International Journal of Fatigue*, vol. 23, n° 1, p. 65-73. 2001.
- [34] Eyercioglu, O., D. Walton et T. A. Dean. « Comparative bending fatigue strength of precision forged spur gears ». *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, vol. 211, n° 4, p. 293-299. 1997.

-
- [35] Glodez, S., Z. Renet G. Fajdiga. « Computational modeling of the surface fatigue crack growth on gear teeth flanks ». *Communications in Numerical Methods in Engineering*, vol. 17, n° 8, p. 529-541. 2001.
- [36] M.Amarnath C. Sujatha S. Swarnaman, *Experimental studies on the effects of reduction in gear tooth stiffness and lubricant film thickness in a spur geared system*, *Tribology international* 42 340-352 Elsevier. 2009.
- [37] Lewicki, D. G. *Effect of speed (centrifugal load) of gear crack propagation direction*. Cleveland: NASA, 6 p. 2001.
- [38] W.D. Mark, C.P. Reagor, D.R. McPherson, *Assessing the role of plastic deformation in gear-health monitoring by precision measurement of failed gears*, *Mechanical Systems and Signal Processing* 21/ 177–192 Elsevier. 2007
- [39] D.J. Hargreaves, A. Planitz, *Assessing the energy efficiency of gear oils via the FZG test machine*, *Tribology International* 42 (2009) 918–925.
- [40] R.C. Martins, Paulo S. Moura, J.O. Seabra :MoS 2,Ti low-friction coating for gears, *Tribology International*. Portugal. Elsevier 2006.
- [41] Flasker, J., S. Glodezet S. Pehan. « Influence of contact area on service life of gears with crack in tooth root ». *Communications in Numerical Methods in Engineering* vol. 11, n° 1, p. 49. 1995.
- [42] Pehan, S., T. K. Hellenet J. Flasker. « Applying numerical methods for determining the service life of gears ». *Fatigue and Fracture of Engineering Materials & Structures*, vol. 18, n° 9, p. 971-979. 1995.
- [43] Pehan, S., T. K. Hellen, J. Flasker et S. Glodez. « Numerical methods for determining stress intensity factors vs crack depth in gear tooth roots ». *International Journal of Fatigue*, vol. 19, n° 10, p. 677-685. 1997.
- [44] Jelaska, Damir T. « Crack initiation life at combined HCF/LCF loading ». In *Life assessment and management for structural components* (Kiev, 239-246). 2000.
- [45] Sfakiotakis, V. G. et N. K. Anifanlis. « Finite element modeling of spur gearing fractures ». *Finite Elements in Analysis and Design*, vol. 39, n° 2, p. 79-92. 2002.
- [46] Ural, Ani, Gerd Heber, Paul A. Wawrzynek, Anthony R. Ingraffea, David G. Lewicki et Joaquim B. C. Neto. « Three-dimensional, parallel, finite element simulation of fatigue crack growth in a spiral bevel pinion gear ». *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 72, n°8, p. 1148-1170. 2005.
- [47] Liebowitz, H., J. S. Sandhu, J. D. Lee et F. C. M. Menandro. « Computational fracture mechanics: research and application ». *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 50, n°5-6, p. 653-670. 1995.
- [48] Anderson, T. L. *Fracture mechanics: fundamentals and applications*, 3rd. Boca Raton, FL: Taylor & Francis, 621 p. 2005.
- [49] Aliabadi, M. H. et David P. Rooke. *Numerical fractures mechanics*. Coll. « Solid mechanics and its applications v. 8 ». Southampton, U.K. Dordrecht, Pays-Bas: Computational Mechanics Publications Kluwer Académie, 276 p. 1992.
- [50] R. Martins et al. *Friction coefficient in FZG gears lubricated with industrial gear oils: Biodegradable ester vs. mineral oil*. *Tribology International* 39 / 512–521. 2006.
- [51] Hayrettin Düzçükoglu. *PA 66 spur gear durability improvement with tooth width modification*. *Materials and Design*. 30 /1060–1067. 2009.
- [52] Akira Yoshida et al. *Diagnosis of tooth surface failure by wavelet transform of dynamic characteristics*. *Tribology International* 33 /273–279. 2000.
- [53] A. Zegloul *concepts fondamentaux de la mécanique de la rupture*. Université de metz 2003-2004.

-
- [54] Dowling, Norman E. *Mechanical behavior of materials: engineering methods for deformation, fracture, and fatigue*, 2nd. Upper Saddle River, N.J.: Prentice-Hall, xviii, 830 p. 1999.
- [55] Anderson, T. L. *Fracture mechanics: fundamentals and applications*, 3rd. Boca Raton, FL: Taylor & Francis, 621 p. 2005.
- [56] Hertzberg, Richard W. *Deformation and fracture mechanics of engineering materials*, 4th. New York: J. Wiley & Sons. 1996.
- [57] Jelaska, Damir T., Srdjan Podmg et Srecko Glodez. « Comparison of numerical models for gear tooth root fatigue assessments ». *American Society of Mechanical Engineers, New York, NY 10016-5990, United States*. 2005.
- [58] Kato, Masana, Gang Deng, Katsumi Inoue et Nobuo Takatsu. « Evaluation of the strength of carburized spur gear teeth based on fracture mechanics ». *JSME International Journal, Série C: Dynamics, Control, Robotics, Design and Manufacturing* vol. 36, n° 2, p. 233-240.1993.
- [58] Sfakiotakis, V. G., D. E. Katsareas et N. K. Anifantis. « Boundary element analysis of gear teeth fracture ». *Engineering Analysis with Boundary Elements*, vol. 20, n° 2, p. 169-175. 1997.
- [59] Guagliano, M. et L. Vergani. « Mode I stress intensity factors for curved cracks in gears by a weight functions method ». *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures*, vol. 24, n° 1, p. 41-52. 2001.
- [60] Broek, David. *Elementary engineering fracture mechanics*, 4th rev. Boston, Mass.: Kluwer Académie, xiv, 516 p. 1986.
- [61] Qian, J. et A. Fatemi. « Mixed mode fatigue crack growth: a literature survey ». *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 55, n° 6, p. 969-90. 1996.
- [62] Howard E. Boyer. *Atlas of Fatigue Curves*. Senior Technical Editor American Society for Metals Metals Park OH, P 288, 1983.
- [63] Lewicki, D. G. et R. Ballarini. « Rim thickness effects on gear crack propagation life ». *International Journal of Fracture*, vol. 87, n° 1, p. 59-86. 1997.
- [64] Lukas, P. et L. Kunz. « Small cracks - Nucleation, growth and implication to fatigue life ». Vol. 25, p. 855-862. Elsevier Ltd. 2003.
- [65] Ben ouarzegue. M. *suivi de l'état de santé d'un engrenage par mesure des ondes sonores. Mémoire magister*. UBMA. 2010.
- [66] Lemaitre, J. et Rodrigue Desmorat. *Engineering damage mechanics: ductile, creep, fatigue and brittle failures*. Berlin; New York: Springer, xxiii, 380 p. 2005.
- [67] Reddy, J. N. *An introduction to the finite element method*, 3rd. Coll. « McGraw Hill séries in mechanical engineering ». New York, NY: McGraw-Hill Higher Education, xvi, 766 p. 2006.
- [68] Dgedid. T. *Indentification et modélisation des contraintes cyclique du couple d'engrenages: cas de la boite de transmission principale*. Université M'Hamed Bougara Boumerdès. 2008.
- [69] *Fundamental Rating Factors and Calculation Methods for Involute Spur and Helical Gear Teeth*. American national standard ANS/AGMA. 2001-C95
- [70] Mohamed M. *Construction mécanique*. Université de Badji Mokhtar-Annaba.2004
- [71] LALONDE, Sébastien. *Modélisation de la propagation des fissures dans les engrenages par la méthode des éléments de frontières*. MONTREAL, LE 7 FEVRIER 2008.