

وزارة التعليم العالي و البحث العلمي

UNIVERSITE BADJI MOKHTAR-ANNABA
BADJI MOKHTAR-ANNABA UNIVERSITY
Faculté des Sciences
Département de Physique



جامعة باجي مختار – عنابة -

Année 2009

MEMOIRE

Présenté en vue de l'obtention
du diplôme de MAGISTER

Option : Matériaux Avancés

ETUDE DU COMPORTEMENT MECANIQUE EN FLEXION 3 POINTS D'UN MATERIAU COMPOSITE PAR LES ELEMENTS FINIS

Par

Khedidja HACINI

Devant le jury :

Président :

Seddik BOURAS

Pr. U. Badji Mokhtar (Annaba)

Examineurs :

Farid GHELDANE

M.C. U. Badji Mokhtar (Annaba)

Abdelaziz BOUASLA

M.C. U. Badji Mokhtar (Annaba)

Directeur de thèse :

Abdelhamid SOUABI

M.C. U. Badji Mokhtar (Annaba)

DEDICACE

Je dédie ce travail

A MES CHERS PARENTS

A MES FRÈRES : KARIM ET KHALED

A MES COUSINS ET COUSINES

A TOUTE MA FAMILLE

A TOUS MES AMIS

KHADIDJA

Remerciements

Ce travail a été effectué au laboratoire des matériaux avancés LAMA, Faculté des Sciences Département de Physique - Université Badji Mokhtar - ANNABA. Tout d'abord, je tiens à remercier tout le personnel de ce laboratoire.

Je suis tout particulièrement reconnaissante à Monsieur Abdelhamid SOUAFI, mon directeur de thèse, pour son encadrement et sa confiance, pour m'avoir accueilli dans son laboratoire et pour ses conseils techniques et aide illimitée.

Je tiens à remercier Monsieur le Professeur Seddik BOURAS de m'avoir fait l'honneur de présider mon jury.

J'adresse mes chaleureux remerciements aux membres du jury, Messieurs Farid GHELDANE et Abdelaziz BOUASLA, qu'ils trouvent ici toute ma gratitude pour avoir accepté d'être des examinateurs de mon mémoire.

Je remercie également tous mes collègues, grâce auxquels ce travail a pu être effectué dans une ambiance agréable et sereine. Je leur transmet ici l'expression de ma sympathie.

Résumé

Ce travail s'inscrit dans une analyse linéaire visant la simulation, par la méthode des éléments finis, du comportement mécanique en flexion 3 points d'une poutre de composite stratifié orthotrope constituée de huit couches. Chaque pli est composé d'une matrice époxyde renforcée par des fibres longues de carbone. En raison de la symétrie, on étudiera seulement un quart de l'éprouvette dont la partie haute est en compression alors que la basse est en traction. Le but de notre étude est de mettre en évidence l'influence de l'orientation des fibres, la position des couches puis l'épaisseur de celles-ci sur la distribution et l'évolution des champs de contraintes et de déformations longitudinalement et transversalement dans chaque pli.

Dans notre recherche, nous avons donc montré l'importance de l'orientation et de la nature des fibres qui supportent principalement et transmettent les efforts exercés sur la structure. Nous avons aussi quantifié le rôle de la matrice qui, en étant ductile relativement, amortit les contraintes subies de l'ordre de 50%, entre deux couches de même direction des renforts. Enfin, nous avons vu dans le dernier pli où l'épaisseur est double, induisant une densité de fibres moindre, que l'influence de ces dernières s'atténue puisqu'on aboutit à 72% de réduction au lieu de 100%.

Abstract

This work falls under a linear analysis aiming at simulation, by the finite element method, of the mechanical behaviour in inflection 3 points of an orthotropic beam of composite laminated consisted of eight layers. Each fold is composed of an epoxy matrix reinforced by long carbon fibres. Because of symmetry, one will study only one quarter of the test-tube of which the high part is in compression whereas the low one is in traction. The goal of our study is to highlight the influence of the orientation of fibres, the position of the layers then the thickness of those on the distribution and the evolution of the strain and stress fields longitudinally and transversely in each fold.

In our research, we thus showed the importance of the orientation and the nature of the fibres which support mainly and transmit the efforts exerted on the structure. We also quantified the role of the matrix which, while being ductile relatively, deadens the constraints undergone about 50%, between two of the same layers direction of the reinforcements. Lastly, we saw in the last fold where the thickness is double, inducing a less density of fibres, which the influence of these last attenuates since one leads to 72% of reduction instead of 100%.

ملخص

50

72

. 100



SOMMAIRE

INTRODUCTION GENERALE

CHAPITRE I : GENERALITES SUR LES COMPOSITES

I.1 Introduction	05
I.2 Définition et Constituants des composites	05
I.2.1 La matrice	06
I.2.1.1 Matrices organiques (résineuses)	06
A- Résine thermodurcissable	07
B- Résine thermoplastique	07
C- Résine thermostable	07
I.2.1.2 Matrices minérales	07
A- Matrices métalliques	08
B- Matrices céramiques	08
I.2.2 Les renforts	08
I.2.2.1 Principaux fibres	10
A- Fibres de verre	10
B- Fibres de carbone	11
C- Fibres d'aramide	12
I.2.3 Charges et additifs	13
I.2.3.1 Charges	13
I.2.3.2 Additifs	13
I.3 Mise en œuvre des matériaux composites	13
I.3.1 Moulage au contact	14
I.3.2 Moulage sous vide	14
I.3.3 RTM (Resin Transfer Moulding)	14
I.3.4 RFI (Resin Film Infusion)	15
I.3.5 Moulage par pultrusion	15
I.3.6 Moulage par enroulement filamentaire	15
I.4 Architectures des matériaux composites	16
I.4.1 Monocouches	16
I.4.2 Sandwiches	16
I.4.3 Stratifiés	17
I.4.3.1 Définition	17

I.4.3.2 Mécanismes de rupture des stratifiés	17
1-Critère de Tsai- Hill	18
2-Critère de Hoffman	18
3-Critère de Tsai-Wu	18

CHAPITRE II : THEORIE DES POUTRES STRATIFIEES SOLLICITEES EN FLEXION 3 POINTS

II.1 Introduction	21
II.2 Principe d'essai de flexion 3 points	21
II.2.1 Mécanisme de rupture	21
II.2.2 Machines de flexion	22
II.3 Comportement élastique d'une couche de matériaux orthotropes	23
II.3.1 Comportement dans les axes du matériau	23
II.3.2 Etat de contraintes planes	23
II.3.3 Champ des déformations	24
II.3.4 Champ des contraintes	27
II.4 Expression des résultantes et des moments	27
II.5.1 Résultantes en membrane	27
II.5.2 Moments de flexion et de torsion	29
II.5 Equation constitutive	30
II.6 Matrice de rigidité	31
II.7 Théorie classique des stratifiés	32
II.7.1 Expressions générales	32
II.7.2 Application à la flexion 3 points	36
II.8 Conclusion	38

CHAPITRE III : ANALYSE PAR LA METHODE DES ELEMENTS FINIS

III.1 Description générale de la méthode des éléments finis	40
III.1.1 Définition	40
III.1.2 Solution des problèmes aux limites	41
III.2 Discrétisation	41
III.2.1 But de la discrétisation	41
III.2.2 Processus de discrétisation	42
III.3 Concept de base	42

III.4 Programmation	43
III.4.1 Introduction	43
III.4.2 Mise en œuvre sur ordinateur de la méthode des éléments finis	44
III.4.2.1 Entrée des données	44
1. Données de contrôle	45
2. Données géométriques	45
3. Propriétés du matériau	45
4. Sollicitations	45
III.4.2.2 Construction de la matrice de rigidité	46
III.4.2.3 Assemblage de la matrice de rigidité de la structure	46
III.4.2.4 Introduction des conditions aux limites	46
III.4.2.5 Obtention des déplacements	46
III.4.2.6 Obtention des contraintes	46
III.5 Résultats numériques	47
III.5.1 Organisation générale du programme	47
III.5.1.1 La structure	47
III.5.2 L'organisation du programme	48
III.6 Conclusion	50
CHAPITRE IV : RESULTATS ET DISCUSSIONS	
IV.1 Introduction	52
IV.2 Contraintes normales	52
IV.3 Déformations normales	60
IV.4 Déplacements	64
Conclusion générale	66
Annexe	68
Références	86

LISTE DES FIGURES

<i>Figure</i>	<i>Titre</i>	<i>Page</i>
<i>Chapitre I</i>		
<i>Figure I-1</i>	Différents constituants d'un matériau composite	<i>05</i>
<i>Figure I-2</i>	Différentes familles de matrice	<i>06</i>
<i>Figure I-3</i>	Diverses formes et origine de renfort	<i>08</i>
<i>Figure I-4</i>	Classement des tissus	<i>09</i>
<i>Figure I-5</i>	Tissage 3D	<i>10</i>
<i>Figure I-6</i>	Tissu de verre	<i>10</i>
<i>Figure I-7</i>	Fibres de carbone	<i>11</i>
<i>Figure I-8</i>	Fibres d'aramide	<i>12</i>
<i>Figure I-9</i>	Moulage au contact	<i>14</i>
<i>Figure I-10</i>	Moulage par injection de résine	<i>12</i>
<i>Figure I-11</i>	Pli unidirectionnel	<i>16</i>
<i>Figure I-12</i>	Composite sandwich	<i>16</i>
<i>Figure I-13</i>	Plaque stratifiée	<i>17</i>
<i>Chapitre II</i>		
<i>Figure II-1</i>	Flexion 3 points	<i>21</i>
<i>Figure II-2</i>	Localisation de rupture	<i>22</i>
<i>Figure II-3</i>	Machine universelle en montage de flexion	<i>22</i>
<i>Figure II-4</i>	Schématisation des résultantes en membrane des actions exercées sur un élément de stratifié	<i>28</i>
<i>Figure II-5</i>	Schématisation des moments de flexion et de torsion	<i>30</i>
<i>Figure II-6</i>	Elément poutre	<i>36</i>
<i>Chapitre III</i>		
<i>Figure III-1</i>	Eléments unidimensionnels	<i>42</i>
<i>Figure III-2</i>	Eléments bidimensionnels	<i>42</i>
<i>Figure III-3</i>	Modélisation par éléments finis de structures continues	<i>43</i>

Figure III-4	Etape d'un programme par éléments finis	44
Figure III-5	Schéma de l'éprouvette	47
Figure III-6	Les conditions aux limites a) ¼ de l'éprouvette b) vue en perspective	49
Chapitre IV		
Figure IV-1	Schéma de l'empilement des couches du stratifié : Quart de la plaque	52
Figure IV-2	Evolution des contraintes σ_x et σ_y des contours de la couche 1	53
Figure IV-3	Evolution des contraintes σ_x et σ_y des contours de la couche 2	54
Figure IV-4	Evolution des contraintes σ_x et σ_y des contours de la couche 3	55
Figure VI-5	Evolution des contraintes σ_x et σ_y des contours de la couche 4	56
Figure IV-6	Evolution des contraintes σ_x et σ_y des contours de la couche 5	57
Figure IV-7	Evolution des contraintes σ_x et σ_y des contours de la couche 6	57
Figure IV-8	Evolution des contraintes σ_x et σ_y des contours de la couche 7	58
Figure VI-9	Evolution des contraintes σ_x et σ_y des contours de la couche 8	58
Figure IV-10	Forme de la plaque déformée en flexion 3 points avec les deux états de traction et de compression de part et d'autre de la fibre neutre	59
Figure IV-11	Evolution des déformations ε_x et ε_y des contours de la couche 1	60
Figure IV-12	Evolution des déformations ε_x et ε_y des contours de la couche 2	61
Figure IV-13	Evolution des déformations ε_x et ε_y des contours de la couche 3	62
Figure IV-14	Evolution des déformations ε_x et ε_y des contours de la couche 4	62
Figure IV-15	Evolution des déformations ε_x et ε_y des contours de la couche 5	63
Figure IV-16	Evolution des déformations ε_x et ε_y des contours de la couche 6	63
Figure IV-17	Evolution des déformations ε_x et ε_y des contours de la couche 7	64
Figure IV-18	Evolution des déformations ε_x et ε_y des contours de la couche 8	64
Figure IV-19	Evolution des déplacements D_z des contours	65
Figure IV-20	Déformée de la poutre soumise à de la flexion 3 points	65

LISTE DES TABLEAUX

<i>Figure</i>	<i>Titre</i>	<i>Page</i>
<i>Chapitre III</i>		
<i>Tableau III-1</i>	Les modules d'élasticités de la poutre	48
<i>Tableau III-2</i>	Propriété du stratifié $[0^\circ/90^\circ]_{2s}$	49

LISTE DES SYMBOLES

E_1	Module d'Young suivant l'axe X
E_2	Module d'Young suivant l'axe Y
E_3	Module d'Young suivant l'axe Z
ν_{12}	Coefficient de poisson dan le plan (x,y)
ν_{13}	Coefficient de poisson dan le plan (x,z)
ν_{23}	Coefficient de poisson dan le plan (y,z)
G_{12}	Module de cisaillement dan le plan (x, y)
G_{13}	Module de cisaillement dan le plan (x, z)
G_{23}	Module de cisaillement (y, z)
L	Longueur de la poutre
B	Largeur de la poutre
H	Epaisseur de la poutre
l	Distance entre appuis
u	Déplacement suivant l'axe x
v	Déplacement suivant l'axe y
w	Déplacement suivant l'axe z

N_x	Résultante en membrane des contraintes normales suivant l'axe x
N_y	Résultante en membrane des contraintes normales suivant l'axe y
N_{xy}	Résultante en membrane des contraintes de cisaillements dans le plan (x, y)
M_x	Moment de flexion suivant l'axe x
M_y	Moment de flexion suivant l'axe y
M_{xy}	Moment de torsion dans le plan(x, y)
κ_x	Courbure de flexion suivant l'axe x
κ_y	Courbure de flexion suivant l'axe y
κ_{xy}	Courbure de torsion suivant dans le plan (x, y)

INTRODUCTION GENERALE

Introduction générale

En raison de leurs propriétés de légèreté, de rigidité et de résistance spécifique, les matériaux composites sont utilisés de nos jours dans un nombre croissant d'applications dans des domaines de plus en plus étendus, allant de la recherche aérospatiale aux articles de sport grand public. Cependant, en raison de leur comportement anisotrope et des nombreuses possibilités d'optimisation qu'ils offrent, le recours à ces matériaux dans des applications courantes nécessite un effort de développement bien plus important qu'avec leurs homologues isotropes classiques.

Dans le cas particulier des composites sous forme de plis arrangés en fonction des directions de chargement constituant un stratifié, l'orientation judicieuse des plis permet par exemple de faire correspondre les axes de charge et les axes de rigidité ou de résistance de la structure c'est-à-dire d'optimiser le comportement mécanique.

Parmi les fibres utilisées, celles en carbone ont été sélectionnées grâce à leurs très bonnes caractéristiques spécifiques, telles que résistance et rigidité. Elles ont été alliées à une matrice résineuse, époxyde dans notre cas, qui permet une mise en forme aisée. En caractéristiques duales, les constituants résine et fibre ont des propriétés mécaniques quasiment aux extrêmes de la palette des matériaux. C'est principalement pour ces raisons que nous avons choisi d'étudier ce matériau, ou plus précisément de faire une analyse géométrique, par la méthode des éléments finis.

En effet, c'est le moyen par excellence pour étudier de manière fine la distribution des contraintes et déformations pendant une sollicitation mécanique, surtout qu'avec le développement extrêmement rapide des moyens de calcul numériques, les chercheurs ont vu leurs possibilités de simulation décuplées en quelques décennies. A l'heure actuelle, ces dernières permettent de traiter la majeure partie des problèmes physiques rencontrés couramment et les modèles utilisés ne cessent d'évoluer.

Notre travail est donc une analyse linéaire, par la méthode des éléments finis, du comportement mécanique en flexion 3 points d'une poutre de composite stratifié orthotrope à matrice époxyde renforcée par des fibres de carbone, pour mettre en évidence l'influence de l'orientation des fibres, la différence d'épaisseur et la position des couches et

Introduction générale

déterminer la distribution des champs de contraintes et des champs de déformations dans chaque pli.

Le contenu de ce mémoire est organisé en quatre parties principales. Tout d'abord, le premier chapitre présente une recherche bibliographique détaillée, où on fait une définition des composites, leurs différents types et où on cite quelques avantages de leurs utilisations, puis on présente quelques variétés de ces matériaux ainsi que les procédés de leurs fabrications.

Dans le chapitre 2, on développe le principe d'essai de flexion 3 points et leurs types d'endommagements rencontrés puis on détaille les relations fondamentales de la théorie classique des poutres stratifiées, en particulier dans le cas de la flexion.

Le chapitre 3 détaille la méthode des éléments finis, utilisée pour cette simulation, ainsi que toutes les caractéristiques de son maillage et résume les parties de base du programme pour la résolution complète d'un problème. Puis, on donne les principales propriétés mécaniques du matériau étudié.

Les résultats et leurs interprétations sont traités au chapitre 4 et portent essentiellement sur la modélisation des phénomènes observés lors de l'essai de flexion 3 points. Il s'agit d'étudier l'évolution des contraintes, déformations et déplacements en fonction des coordonnées axiales et de s'intéresser à leurs distributions, longitudinalement et transversalement.

CHAPITRE I
GENERALITES SUR LES COMPOSITES

I.1 Introduction

Il existe différentes familles de matériaux : Métaux, plastiques, composites, etc. Le principal intérêt de l'utilisation de ces derniers provient de leurs avantages : grande résistance à la fatigue, faible vieillissement sous l'action de l'humidité, de la chaleur et de la corrosion, insensibilité aux produits chimiques mécaniques comme les graisses, les huiles, les liquides hydrauliques, les peintures, les solvants et le pétrole [1].

Les composites sont des matériaux très anciens, comme les bois (composite naturel), torchis, béton (agrégats et pâte de ciments), béton armé, bois contre-plaqué (sandwichs), lamifiés décoratifs par exemple [2], et se développent rapidement dans les matières de grande diffusion bien que leur coût soit plus élevé que celui des matériaux traditionnels [3].

I.2 Définition et Constituants des composites

Un composite est constitué de l'assemblage de deux matériaux de nature différente, se complétant et permettant d'aboutir à un matériau dont l'ensemble des performances est supérieur à celui des composants pris séparément [4]. On appelle aussi de façon courante matériau composite des arrangements de fibres, continues ou non d'un matériau résistant appelé renfort, qui sont noyées dans une matrice dont la résistance est beaucoup plus faible [5].

Généralement, un composite est constitué d'une matrice et d'un renfort (figure I.1).

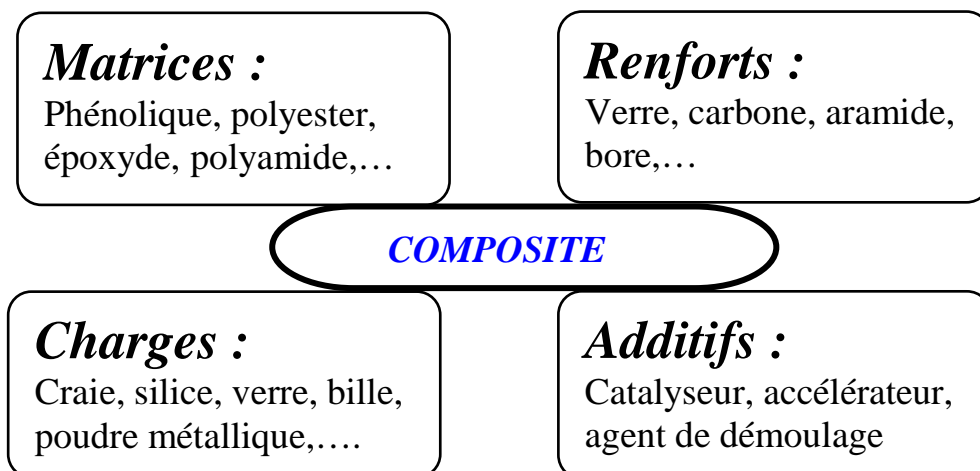


Figure I.1 : Différents constituants d'un matériau composite.

I.2.1 La matrice

D'un point de vue mécanique, la matrice d'un composite se comporte comme un matériau homogène. Elle remplit deux rôles fondamentaux :

1) Elle assure le transfert des sollicitations mécaniques aux fibres alors que les fibres apportent au composite leurs performances mécaniques élevées. Pour cela, elle doit être ductile et présenter une bonne cohésion avec les fibres afin d'assurer un transfert optimal et limiter les déplacements de l'ensemble. D'autre part, elle doit avoir une faible masse volumique, ce qui donne au composite des propriétés spécifiques élevées [6].

2) Elle incorpore les fibres et les protège vis-à-vis des agressions extérieures [6].

On fait appel à différents types de matrices, comme indiqué à la figure I.2, que nous détaillons dans ce qui suit.

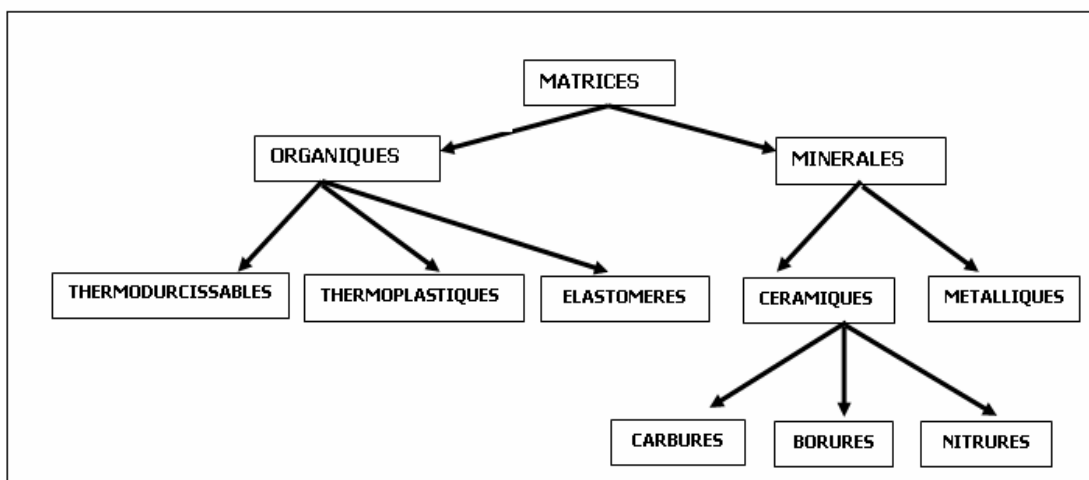


Figure I.2 : Différentes familles de matrice

I.2.1.1 Matrices organiques (résineuses)

Elles sont obtenues à partir de polymères, leurs propriétés sont les suivantes :

- Faible viscosité pour imprégner facilement les fibres,
- Bonnes propriétés mécaniques,
- Bonne résistance thermique,
- Bonne résistance aux solvants et à l'humidité,
- Bonne adhésion aux fibres,

- Faible retrait lors de la mise en œuvre,
- Bas prix,
- Bonne résistance au feu et à l'émission des gaz toxiques.

A- Résine thermodurcissable

Les polymères thermodurcissables sont en général associés avec des fibres longues et ont la forme d'un réseau tridimensionnel ; Au cours de la polymérisation, ce réseau se pont avec une double liaison de polymérisation et durcit de façon définitive lors du chauffage selon la forme souhaitée. La transformation est irréversible [7].

B- Résine thermoplastique

Les polymères thermoplastiques subissent une transformation réversible : D'une structure linéaire, ils sont mis en forme par chauffage où les chaînes se plient puis durcissent au cours du refroidissement qui conduit finalement à un blocage des chaînes [7]. Renforcés avec des fibres courtes et, parfois, avec des fibres longues, ils se développent fortement.

C- Résine thermostable

Ce polymère présente des caractéristiques mécaniques stables sous des pressions et des températures élevées, supérieures à 200°C, appliquées de façon continue. Cette propriété est mesurée en déterminant la température que peut supporter la résine durant 2000h sans perdre la moitié de ses caractéristiques mécaniques [2].

I.2.1.2 Matrices minérales

Ce sont des matrices formées à base de carbure de silicium et de carbone. Elles permettent d'atteindre de hautes températures.

A- Matrices métalliques

Elles présentent plusieurs propriétés : rigidité et résistance mécanique élevées, fragilisation par le renforcement fibreux, bon comportement à haute température, densité élevée, mise en œuvre difficile. Matériaux utilisés : aluminium et titane.

B- Matrices céramiques

Elles sont particulièrement intéressantes en raison de leur caractère réfractaire. Elles sont utilisées dans des pièces qui doivent subir sans dommage de très hautes températures. Le point faible des céramiques, à savoir leur très faible résistance à la rupture en traction, est partiellement masqué par l'insertion de fibres dans la matrice [8].

I.2.2 Les renforts

Les renforts ont pour rôle d'améliorer les caractéristiques des composites: rigidité, résistance à la rupture, dureté... et d'augmenter certaines propriétés physiques: tenue à la température, tenue au feu, résistance à l'abrasion, propriétés électriques. On exige aux renforts certaines caractéristiques : propriétés mécaniques élevées, masse volumique faible, bonne compatibilité avec les résines, faibles coûts, etc.

Les différents types de renforts sont indiqués à la figure I.3.

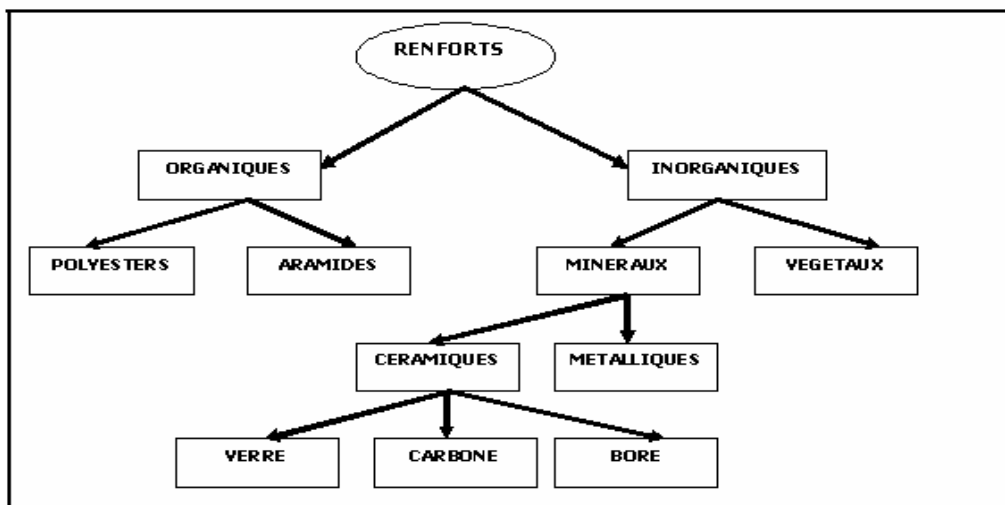


Figure I.3 : Diverses formes et origines de renfort

Quant aux renforts fibres, ils se présentent sous diverses formes commerciales :

- **Formes linéiques**

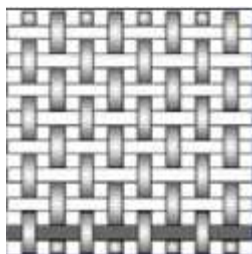
La fibre unitaire est généralement appelée filament élémentaire ou monofilament. Les monofilaments sont réunis en fils ou mèche. Les fils continus ou discontinus sont caractérisés par leur masse linéique [4].

- **Formes surfaciques**

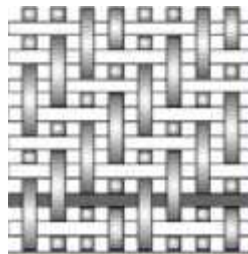
Les fils sont utilisés pour réaliser des formes surfaciques de divers types : mats, tissus ou rubans.

Les mats : Ce sont des nappes de fils continus ou discontinus, disposés dans un plan sans aucune orientation préférentielle.

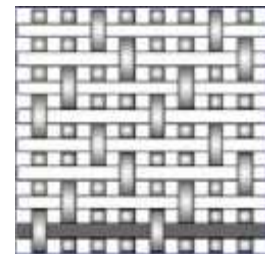
Les tissus : Un tissu est un ensemble surfacique de fils, de mèches, etc., réalisé sur un métier à tisser. Il est constitué d'une chaîne et d'une trame qui sont deux ensembles de fils, les premiers parallèles et répartis dans un plan suivant la longueur du tissu, les seconds s'entrecroisant avec les files de chaîne. Les différents types de tissus sont indiqués à la figure I.4.



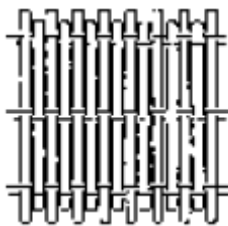
Armure toile



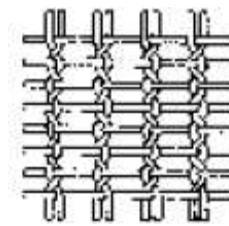
Armure sergé



Armure satin



Armure unidirectionnelle



Armure non entrecroisée

Figure I.4 : Classement des tissus

- **Formes multidirectionnelles :**

Des tissages volumiques sont utilisés et caractérisés par le nombre de directions de tissage : 3D, 4D, etc (figure I.5).

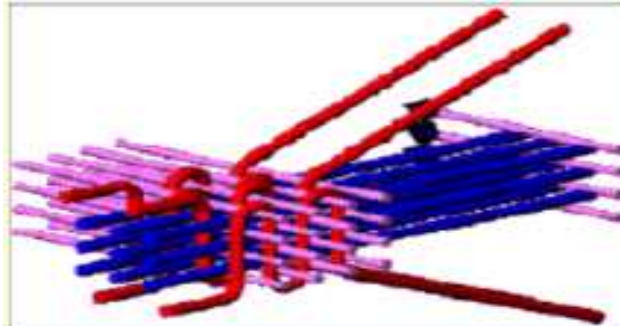


Figure I.5 : Tissage 3D

I.2.2.1 Principaux fibres

A- Fibres de verre

Les fibres de verre sont élaborées à partir d'un verre filable appelé verre textile, composé de silice, alumine chaux, magnésie etc. Le verre est un matériau dont les propriétés sont considérablement améliorées au cours du temps. Ce produit peu coûteux, associé à des procédés assez simples d'élaboration qui confèrent aux fibres un excellent rapport performance/prix qui les place de loin dans le premier rang des renforts utilisés dans les composites (95%). En Europe, les fibres de verre utilisés dans les composites représentent 0,5 mégatonnes/an [9].



Figure I.6 : Tissu de verre

Les fibres de verre sont réparties en trois qualités :

Verre E : Pour les composites de grande diffusion et les applications courantes

Verre R : Pour les composites à hautes performances.

Verre D : Pour la fabrication de circuits imprimés, en raison des propriétés diélectriques

Les étapes de la fabrication des fibres de verre sont :

- 1- Composition (mélange des oxydes)
- 2- Fusion (1500°C)
- 3- Filage (1200°C) : four filière de diamètre de 1 à 2 mm
- 4- Etirage: diamètre de 3 à 20 μm
- 5- Ensimage (protection, amélioration de l'adhésion fibre matrice)
- 6- Bobinage
- 7- Tissage

B- Fibres de carbone

Les fibres de carbone sont traditionnellement considérées comme les renforts phares de composites High-tech couramment employés dans l'aéronautique et la voile de compétition. Ces fibres restent chères par rapport aux fibres de verre E mais sont très attractives pour produire des structures dont la rigidité est le principal critère de choix.

Si on considère le coût spécifique (coût/densité) des fibres de carbone, il tombe à 7 fois celui des fibres de verre. La rigidité d'une fibre est rapportée à son coût spécifique. Dans ce cas, le rapport entre fibre de verre et fibre de carbone n'est plus que de 2. Cela veut dire que, si le prix du carbone continue de baisser, son utilisation risque de pénétrer des marchés de grande diffusion occupés à l'heure actuelle par les fibres de verre.



Figure I.7 : Fibres de carbone

Il existe deux grandes sortes de fibres de carbone : les fibres HR (Haute Résistance) qui sont les plus utilisées et les fibres HM (Haut Module). Les fibres HM ont des modules d'Young très élevés jusqu'à deux fois supérieurs à ceux des fibres HR. Mais, elles comportent un allongement à la

rupture en traction 2 fois moins élevé, ce qui a tendance à rendre les composites plus fragiles. Par ailleurs, les fibres de carbone sont anisotropes et présentent des structures très différentes suivant la nature du précurseur utilisé pour leur fabrication : fibres PAN fabriquées à partir de polyacrylonitrile ou fibres Pitch fabriquées à partir de brais.

Les fibres de carbone possèdent les qualités générales suivantes :

- très forte raideur axiale,
- très bonne résistance aux attaques chimiques (corrosion sous contrainte),
- meilleure durée de vie en fatigue que les fibres de verre.

Toutefois, l'anisotropie des fibres de carbone constitue, comme pour les fibres de Kevlar, une contrainte supplémentaire à prendre en compte lors de la conception de pièces composites. Par rapport aux fibres de verre, elles demeurent encore chères et peu utilisées dans la fabrication des bateaux de plaisance [10].

C- Fibres d'aramide

Ce sont des polyamides aromatisés obtenus par synthèse à basse température, à -10°C environ. Ils sont ensuite filés et étirés pour obtenir un module d'élasticité élevé. Ces fibres sont produites et commercialisées par la société Dupont de Nemours sous la marque Kevlar [10].



Figure I.8 : Fibres d'aramide

En comparaison avec les fibres de verre, le prix des fibres d'aramide est élevé, ce qui a été un frein pour leur développement. Néanmoins, le Kevlar possède une résistance spécifique en traction (résistance/densité) très importante et supérieure à la plupart des autres fibres pour ce type de sollicitation. Notons que le Kevlar 49 est essentiellement utilisé pour des applications en matériaux composites. Les principales limites d'utilisation de ces fibres sont :

- la reprise d'humidité.
- la sensibilité aux rayonnements ultraviolets.
- la faible tenue en compression par rapport à la traction.

I.2.3 Charges et additifs

Différents produits sont incorporés à la résine pour lui conférer des caractéristiques particulières ou en réduire le coût. La quantité des produits ajoutés varie de:

- quelques dizaines de % dans le cas de charges,
- à quelques % et moins dans le cas d'additifs

I.2.3.1 Charges

L'objet de l'incorporation de charges est d'améliorer les caractéristiques mécaniques de la résine ou de diminuer le coût des résines en conservant leurs performances, les principales charges sont: charges sphériques, microbilles creuses [4].

I.2.3.2 Additifs

Les additifs se trouvent en faible quantité, quelques pourcents et moins, et interviennent comme :

- lubrifiants et agents de démoulage,
- pigments et colorants,
- agents anti-retraits,
- agents anti-ultraviolets.

I.3 Mise en œuvre des matériaux composites

La plupart des méthodes de mise en œuvre contribuent à élaborer les pièces en matériaux composites répondant à toutes les exigences, comme la forme ou la cadence, par des couches successives comportant matrice et renfort pour avoir un matériau composite stratifié [11].

Il y a trois opérations qui sont indispensables :

1. Imprégnation du renfort par le système résineux.
2. Mise en forme à la géométrie de la pièce.
3. Durcissement du système
 - o soit par polycondensation et réticulation pour les matrices thermodurcissables,
 - o soit par simple refroidissement pour les matières thermoplastiques

Quelques procédés de moulage sont utilisés :

I.3.1 Moulage au contact

Le principe de cette méthode consiste à imprégner manuellement les renforts disposés dans un moule. C'est peu onéreux et des pièces de formes quelconques sont réalisées mais à cadence très faible (figure I.9).

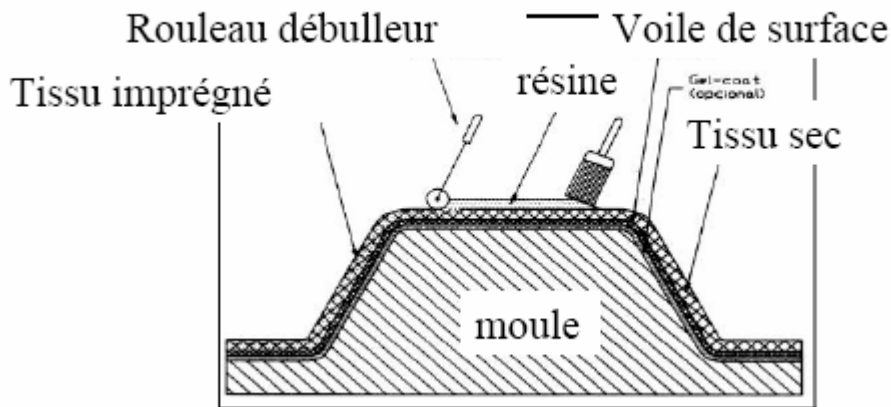


Figure I.9 : Moulage au contact

I.3.2 Moulage sous vide

Le moulage sous vide s'effectue entre moule et contre moule, semi rigide ou souple suivant les caractéristiques des pièces. Le renfort est placé à l'intérieur du moule ; la résine catalysée est versée sur le renfort. On utilise la pression qui s'exerce qui le moule lors de la mise sous vide pour répartir la résine et imprégner le renfort.

I.3.3 RTM (Resin Transfer Moulding)

Le moulage par injection de résine est un procédé de mise en forme des composites dans lequel une résine thermodurcissable, à viscosité relativement faible, est injectée à basse pression, à travers un renfort sec placé dans un moule fermé. Ses principales étapes sont: le placement du renfort fibreux dans le moule, le remplissage du moule et la polymérisation de la résine. Voir figure I.10.

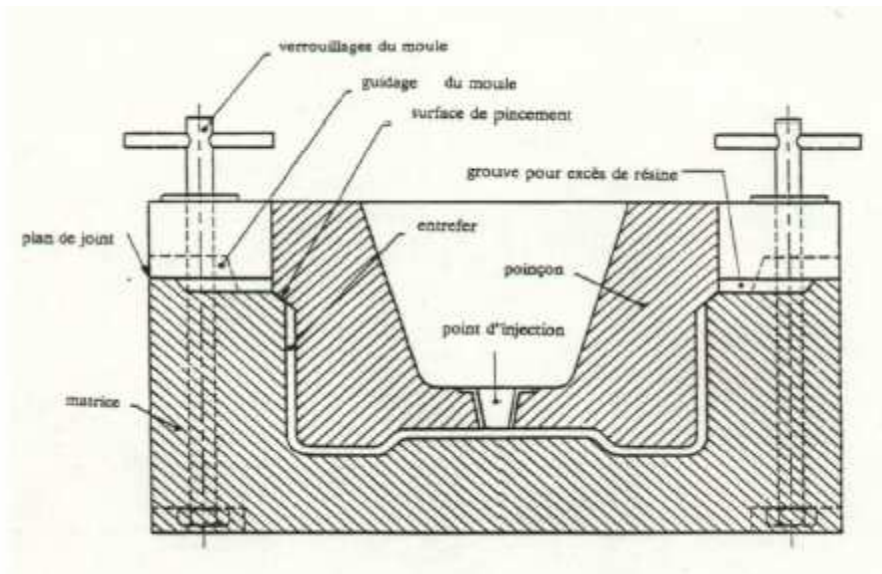


Figure I.10 : Moulage par injection de résine

I.3.4 RFI (Resin Film Infusion)

L'infusion de film de résine est un procédé de mise en œuvre de composites en cours de développement, il consiste à placer un film de résine en dessous d'une préforme sèche dans un moule et de comprimer l'ensemble.

I.3.5 Moulage par pultrusion

Le procédé de moulage par pultrusion sert pour la fabrication de profilés, rectilignes ou courbes, à section constante, hautement renforcés dans la direction principale.

Dans cette technique, les renforts passent dans un bain de résine catalysée ou ils sont imprégnés. Ils traversent ensuite une filière chauffée dans laquelle ont lieu simultanément mise en forme du profilé et polymérisation de la résine.

I.3.6 Moulage par enroulement filamentaire

Le renfort imprégné de résine catalysée est enroulé avec une légère tension, sur un mandrin cylindrique ou de révolution en rotation. Ce type de moulage est bien adapté aux surfaces cylindriques et sphériques, et permet une conception avancée des pièces.

I.4 Architectures des matériaux composites

I.4.1 Monocouches

Les monocouches représentent l'élément de base de la structure composite. Les différents types de monocouches sont caractérisés par la forme du renfort : à fibres longues (unidirectionnelles UD, réparties aléatoirement), à fibres tissées, à fibres courtes [2].

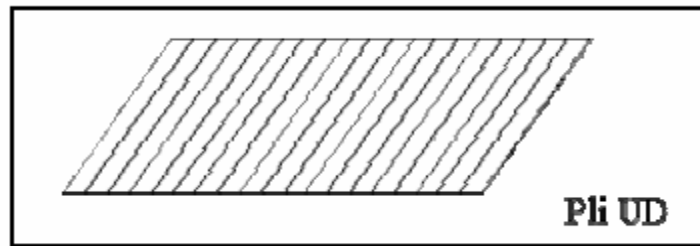


Figure I.11 : Pli unidirectionnel

I.4.2 Sandwiches

Les structures dites sandwich occupent un large créneau de la construction des pièces composites. Elles apparaissent dans quasiment tous les domaines d'applications. Historiquement, ce sont les premières structures composites allégées et performantes. Dans la majorité des cas, on doit les confectionner dans un but bien spécifique ; Cependant, certains matériaux sandwichs sont disponibles dans le commerce sous forme de demi-produits. Une structure sandwich résulte de l'assemblage par collage – ou soudure – de deux semelles ou peaux minces sur une âme ou cœur plus léger qui maintient leur écartement [5] (Figure I.12).

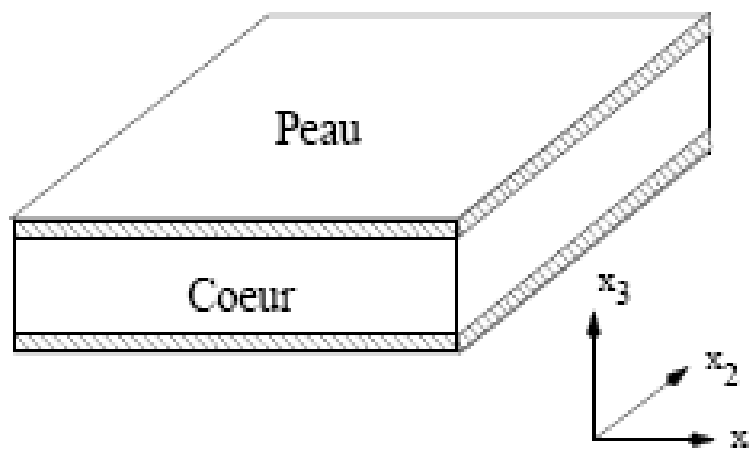


Figure I.12 : Composite sandwich

I.4.3 Stratifiés

I.4.3.1 Définition

On appelle stratifié un matériau composé d'un ensemble ordonné de couches d'orientation et d'épaisseur données, constituées de divers matériaux (figure I.13). Une couche d'un stratifié est souvent appelée une strate. Le type de stratifié est défini généralement par sa séquence d'empilement, information qui fournit de manière synthétique l'orientation des diverses couches d'un stratifié. L'avantage que présentent les composites stratifiés est de permettre de créer des matériaux aux propriétés mécaniques orientées de manière optimale afin de mieux répondre aux sollicitations de la structure [12].

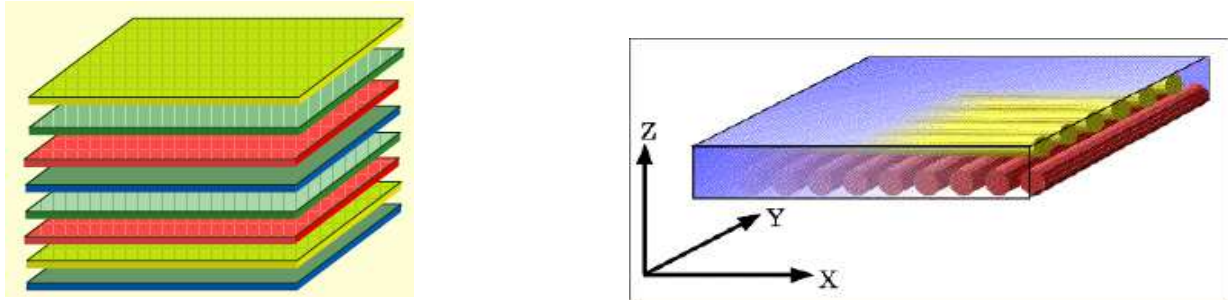


Figure I.13 : Plaque stratifiée.

I.4.3.2 Mécanismes de rupture des stratifiés

A l'opposé des métaux où la rupture sous des contraintes mécaniques résulte de l'amorçage et de la propagation d'une fissure dominante, la rupture des laminés en matériaux composites fibreux est caractérisée par l'initiation, la propagation et l'accumulation de différents modes d'endommagement. Parmi ces derniers, on trouve les fissurations transversales et longitudinales des matrices, le décollage inter facial, les ruptures des fibres et le délaminage entre plis adjacents du laminé [6]. Différentes méthodes de calcul existent et permettent de déterminer un état de contrainte limite auquel correspond la rupture du premier pli d'un empilement. Ces méthodes sont regroupées sous le terme de critère de rupture. Pratiquement, un critère de rupture permet de tester l'état de contrainte de chacun de pli d'un stratifié. Si le critère est saturé, il y a rupture du pli testé et par conséquent l'intégrité globale du stratifié n'est plus assurée [10].

Pour appliquer un critère de rupture à un stratifié, les propriétés élastiques des plis dans leurs axes principaux doivent être connues. Parmi ces critères :

1-Critère de Tsai- Hill

Le critère de Tsai-Hill est issu du critère de Von Mises et s'exprime dans le repère du pli en fonction des contraintes σ_x , σ_y et τ_{xy} :

$$\alpha^2 = \left(\frac{\sigma_x}{X}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_y}{Y}\right)^2 - \frac{\sigma_x \sigma_y}{X^2} + \left(\frac{\tau_{xy}}{S}\right)^2$$

Où les notations X , Y et S sont définies à la fin de la page suivante.

Pour prendre en compte les différences éventuelles entre contrainte de traction et compression, il convient d'introduire dans ce critère les valeurs de rupture correspondant au mode de sollicitation. Il y a rupture du pli considéré lorsque $\alpha \geq 1$.

2-Critère de Hoffman

Le critère de Hoffman généralise le critère de Tsai-Hill en permettant d'introduire dans la même équation une combinaison quelconque (σ_x, σ_y) sans tenir compte du signe des contraintes. Il s'écrit de la manière suivante :

$$\alpha = \frac{\sigma_x^2}{XX'} + \frac{\sigma_y^2}{YY'} - \frac{\sigma_x \sigma_y}{XX'} + \left(\frac{1}{X} - \frac{1}{X'}\right)\sigma_x + \left(\frac{1}{Y} - \frac{1}{Y'}\right)\sigma_y + \left(\frac{\tau_{xy}}{S}\right)^2$$

La rupture se produit lorsque $\alpha \geq 1$.

3-Critère de Tsai-Wu

Pour un état de contrainte plane, l'expression du critère de Tsai-Wu d'un matériau orthotrope est donnée par l'équation :

$$F_{XX} \sigma_x^2 + 2F_{XY} \sigma_x \sigma_y + F_{YY} \sigma_y^2 + F_{SS} \tau_{xy}^2 + F_X \sigma_x + F_Y \sigma_y \leq 1$$

Chapitre I : Généralités sur les composites

$$\text{avec } F_{XX} = \frac{1}{XX'}, F_{YY} = \frac{1}{YY'}, F_{SS} = \frac{1}{S^2}, F_X = \frac{1}{X} - \frac{1}{X'}, F_Y = \frac{1}{Y} - \frac{1}{Y'}, F_{XY} = -\frac{1}{2\sqrt{F_{XX}F_{YY}}}$$

où X , X' , Y , Y' et S sont respectivement les contraintes de rupture en traction suivant x , en compression suivant x , en traction suivant y , en compression suivant y , en cisaillement plan.

La rupture du pli intervient lorsque le critère atteint la valeur égale à 1. Nous notons que le critère est très utilisé.

CHAPITRE II
THEORIE DES POUTRES STRATIFIEES
SOLLICITEES EN FLEXION 3 POINTS

II.1 Introduction

Le type d'essais le plus employé pour déterminer les caractéristiques mécaniques et le comportement des matériaux composites est en fait la flexion. Ce choix correspond souvent aux sollicitations auxquelles sont soumises les pièces réelles, mais surtout offre l'avantage de diminuer considérablement les difficultés de réalisation de l'essai par l'utilisation d'éprouvettes simples sans avoir la difficulté du collage des étalons ni le problème rencontré lors du serrage des mors dans le cas des essais de traction (sur contraintes locales conduisant à des ruptures prématurées de l'éprouvette). De plus, selon que l'opérateur travaillera en flexion 3 points ou 4 points et, suivant la distance entre appuis, il pourra privilégier un mode de rupture en traction-compression ou en cisaillement [11].

II.2 Principe d'essai de flexion 3 points

L'essai de flexion est un test mécanique qui fait partie de la famille des essais indépendants du temps comme le choc et la dureté [12]. Il consiste à placer une barre rectangulaire sur deux appuis et d'appliquer un effort ponctuel au centre [13], comme illustré à la figure II.1 :

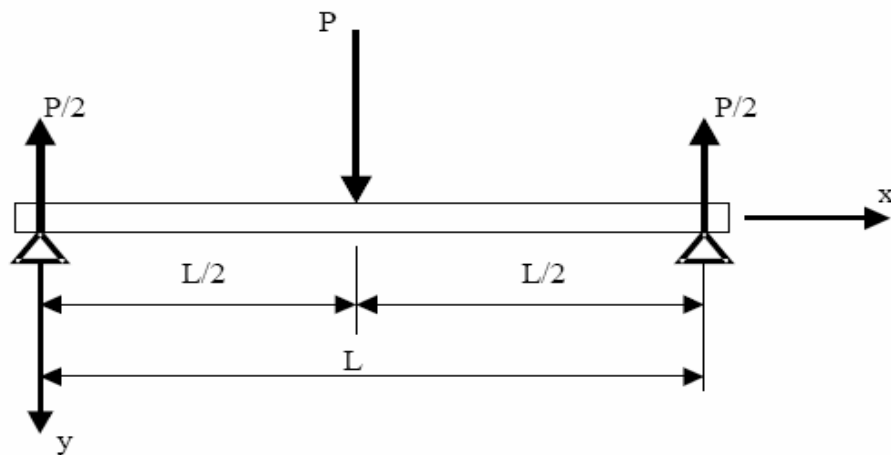


Figure II.1 : Flexion 3 points

II.2.1 Mécanisme de rupture

Dans cet essai normalisé, trois types d'endommagement peuvent être rencontrés, dont deux seulement sont recevables : endommagement en traction et endommagement en compression. Ils sont liés à l'effet d'une flexion et donc permettent de quantifier la contrainte maximale. Si un

endommagement de cisaillement est observé, alors cette quantification n'est plus possible, et on constate que les hypothèses de l'essai ne sont pas remplies.

La rupture est due à la création et à la propagation de fissures, généralement localisées sur la fibre externe la plus sollicitée en extension (figure II.2). Quand une contrainte locale devient égale à la résistance de cohésion de la matière, les liaisons interatomiques de cette région se rompent [12].

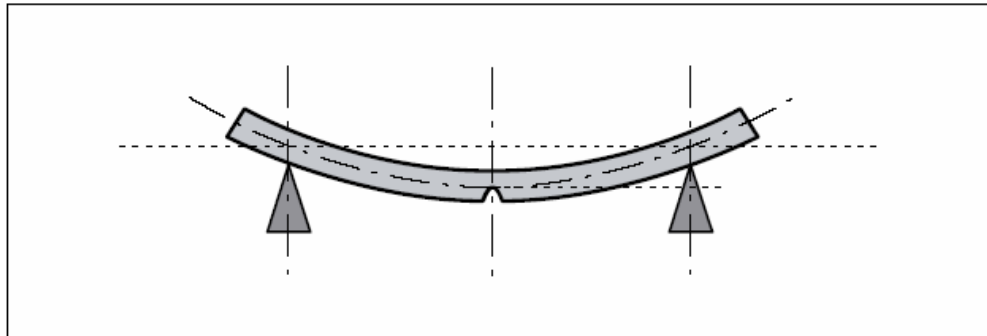


Figure II.2 : Localisation de la rupture.

II.2.2 Machines de flexion

La plupart des machines de flexion sont aujourd'hui dites universelles (traction, flexion, compression, fluage...), voir figure II.3.

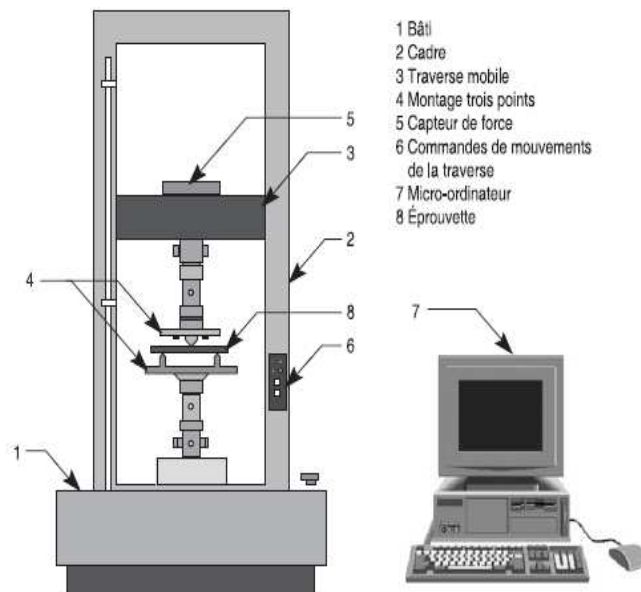


Figure II.3 : Machine universelle en montage de flexion

II.3 Comportement élastique d'une couche de matériaux orthotropes

II.3.1 Comportement dans les axes du matériau

Le comportement élastique d'un matériau composite orthotrope, rapporté à ses axes principaux est décrit en introduisant soit sa par matrice de rigidité C_{ij} [4].

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix} \quad (\text{II.1})$$

soit sa matrice de souplesse S_{ij}

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & 0 & 0 & 0 \\ S_{12} & S_{22} & S_{23} & 0 & 0 & 0 \\ S_{13} & S_{23} & S_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} \quad (\text{II.2})$$

II.3.2 Etat de contraintes planes

Dans le cas de la théorie des stratifiés, on est amené à considérer un état de contraintes planes défini par :

$$\sigma (M) = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & 0 \\ \sigma_{12} & \sigma_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{66} \end{bmatrix} \quad (\text{II.3})$$

Dans ce cas, les relations d'élasticité sont explicitées à partir de la matrice de rigidité réduite Q du matériau :

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{66} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{66} \end{bmatrix} \quad (\text{II.4})$$

où les constantes de rigidité s'expriment en fonction des rigidités suivantes :

$$\begin{aligned} Q_{11} &= C_{11} - \frac{C_{23}^2}{C_{33}} & Q_{22} &= C_{22} - \frac{C_{23}^2}{C_{33}} \\ Q_{12} &= C_{11} - \frac{C_{13}C_{23}}{C_{33}} & Q_{66} &= C_{66} \end{aligned} \quad (\text{II.5})$$

Les constantes de rigidité s'expriment en fonction des modules de l'ingénieur : E_L module de Young longitudinal, E_T module d'Young transversal, ν_{LT} coefficient de poisson et G_{LT} module de cisaillement, suivant les expressions :

$$\begin{aligned} Q_{11} &= \frac{E_L}{1 - \frac{E_T}{E_L} \nu_{LT}^2}, & Q_{22} &= \frac{E_T}{E_L} Q_{11} \\ Q_{12} &= \nu_{LT} Q_{11}, & Q_{66} &= G_{LT} \end{aligned} \quad (\text{II.6})$$

II.3.3 Champ des déformations

On écrit le champ des déplacements, en se basant sur la théorie classique des stratifiés, sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} u(x, y, z) &= u_0(x, y) - z \frac{\partial w_0}{\partial x}(x, y) \\ v(x, y, z) &= v_0(x, y) - z \frac{\partial w_0}{\partial y}(x, y) \\ w(x, y, z) &= w_0(x, y) \end{aligned} \quad (\text{II.7})$$

Le champ de déformations se déduit des déplacements (u, v, w) et s'écrit sous la forme :

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial u_0}{\partial x} + z \frac{\partial \varphi_x}{\partial x}$$

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_{yy} &= \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\partial v_0}{\partial y} + z \frac{\partial \varphi_y}{\partial y} \\
 \varepsilon_{zz} &= \frac{\partial w}{\partial z} = \frac{\partial w_0}{\partial z} = 0 \\
 \gamma_{xy} &= 2 \varepsilon_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = \left(\frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \right) + z \left(\frac{\partial \varphi_x}{\partial y} + \frac{\partial \varphi_y}{\partial x} \right) \\
 \gamma_{xz} &= 2 \varepsilon_{xz} = \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\partial w_0}{\partial x} + \varphi_x \\
 \gamma_{yz} &= 2 \varepsilon_{yz} = \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} = \frac{\partial w_0}{\partial y} + \varphi_y
 \end{aligned} \tag{II.8}$$

Ce champ des déformations est celui d'un schéma du 1^{er} degré avec cisaillement transverse.

Dans la théorie classique des stratifiés, on émet une hypothèse supplémentaire qui consiste à négliger le cisaillement transverse et à considérer, dans ce cas, les déformations en cisaillement transverse nulles, soit :

$$\gamma_{xz} = 0 \quad \text{et} \quad \gamma_{yz} = 0 \tag{II.9}$$

D'après (II.9), cette hypothèse implique :

$$\varphi_x(x, y) = -\frac{\partial w_0}{\partial x} \quad \text{et} \quad \varphi_y(x, y) = -\frac{\partial w_0}{\partial y} \tag{II.10}$$

Le tenseur des déformations en un point M est :

$$\varepsilon(\mathbf{M}) = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & 0 \\ \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{II.11}$$

Le champ des déformations est la superposition :

-des déformations en membrane :

$$\varepsilon_m(\mathbf{M}) = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u_0}{\partial x} \\ \frac{\partial v_0}{\partial y} \\ \frac{\partial u_0}{\partial x} + \frac{\partial v_0}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (\text{II.12})$$

s'exprimant exclusivement en fonction des déplacements (u_0, v_0) dans le plan (Oxy) des points de ce plan ;

-des déformations en flexion et en torsion :

$$\varepsilon_f(\mathbf{M}) = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^f \\ \varepsilon_{yy}^f \\ \gamma_{xy}^f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -z \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \\ -z \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \\ -2z \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \end{bmatrix} \quad (\text{II.13})$$

s'écrivant en fonction des angles de rotation de la déformée du plan moyen et de la cote z du point \mathbf{M} . Généralement, les déformations en flexion et torsion s'expriment suivant la relation :

$$\varepsilon_f(\mathbf{M}) = z \kappa(x, y) \quad (\text{II.14})$$

ou bien

$$\varepsilon_f(\mathbf{M}) = z \begin{bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix} = z \begin{bmatrix} -\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \\ -\frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \\ -2 \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \end{bmatrix} \quad (\text{II.15})$$

La matrice $\kappa(x, y)$ est appelée matrice des courbures de la plaque sollicitée en flexion.

Finalement, le champ des déformations s'écrit :

$$\varepsilon(M) = \varepsilon_m(M) + \varepsilon_f(M) \quad (\text{II.16})$$

où

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} + z \begin{bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix} \quad (\text{II.17})$$

II.3.4 Champ des contraintes

L'état de contraintes en un point M du stratifié s'exprime en fonction du champ des déformations. Les schémas de déformation les plus simples et les plus utilisés sont ceux du premier degré de la forme :

$$\begin{aligned} u(x, y, z) &= u_0(x, y) + z\varphi_x(x, y) \\ v(x, y, z) &= v_0(x, y) + z\varphi_y(x, y) \\ w(x, y, z) &= w_0(x, y) \end{aligned} \quad (\text{II.18})$$

Le tenseur des contraintes au point M est donc de la forme :

$$\sigma(M) = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & 0 \\ \sigma_{xy} & \sigma_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{II.19})$$

Le champ de contrainte se réduit aux seules contraintes en membrane : $\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{xy}$.

II.4 Expression des résultantes et des moments

II.4.1 Résultantes en membrane

Le champ des résultantes en membrane, noté $N(x, y)$, est défini par :

$$[N(x, y)] = \int_{-h/2}^{h/2} [\sigma_k(M)] dz \quad (\text{II.20})$$

où $\sigma_k(M)$ est la matrice des contraintes en membrane dans la couche k. Soit :

$$[N(x, y)] = \begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{bmatrix} = \int_{-h/2}^{h/2} \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix}_k dz \quad (\text{II.21})$$

N_x, N_y, N_{xy} sont respectivement les résultantes, par unité de longueur, des contraintes normales suivant les axes x et y et des contraintes de cisaillements, dans le plan (x, y) . Elles sont schématisées symboliquement à la figure II.4 :

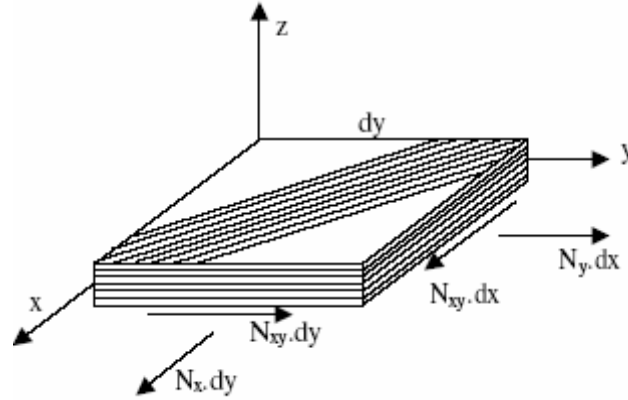


Figure II.4 : Schématisation des résultantes en membrane des actions exercées sur un élément de stratifié

La discontinuité des contraintes en passant d'une couche à l'autre conduit à réécrire la relation (II.20) sous la forme :

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix}_k dz \quad (\text{II.22})$$

$$\begin{aligned} N(x, y) &= \sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} [\mathcal{Q}_k' \varepsilon_m(x, y) + z \mathcal{Q}_k' \kappa(x, y)] dz \\ N(x, y) &= \sum_{k=1}^n \left[\mathcal{Q}_k' \varepsilon_m(x, y) \int_{h_{k-1}}^{h_k} dz \right] + \sum_{k=1}^n \left[\mathcal{Q}_k' \kappa(x, y) \int_{h_{k-1}}^{h_k} z dz \right] \\ N(x, y) &= \left[\sum_{k=1}^n (h_k - h_{k-1}) \mathcal{Q}_k' \right] \varepsilon_m(x, y) + \left[\frac{1}{2} \sum_{k=1}^n (h_k^2 - h_{k-1}^2) \mathcal{Q}_k' \right] \kappa(x, y) \end{aligned} \quad (\text{II.23})$$

Soit en définitive:

$$N(x, y) = A\varepsilon_m(x, y) + B\kappa(x, y) \quad (\text{II.24})$$

En introduisant les matrices :

$$A = \sum_{k=1}^1 (h_k - h_{k-1}) Q'_k \quad (\text{II.25})$$

$$A = [A_{ij}]$$

avec

$$A_{ij} = \sum_{k=1}^n (h_k - h_{k-1}) (Q'_{ij})_k$$

$$B = \sum_{k=1}^n \frac{1}{2} (h_k^2 - h_{k-1}^2) Q'_k \quad (\text{II.26})$$

$$B = [B_{ij}]$$

avec

$$B_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n (h_k^2 - h_{k-1}^2) (Q'_{ij})_k ; \quad (i, j) = (x, y)$$

Ces équations montrent que dans le cas d'un stratifié, les résultantes en membrane ne sont pas seulement fonctions des déformations en membrane comme dans le cas de plaques homogènes, mais sont également fonction des courbures en flexion et en torsion.

II.4.2 Moments de flexion et de torsion

Les relations fondamentales des stratifiés font intervenir les moments résultants des contraintes exercées sur un élément du stratifié. Les moments de flexion et de torsion sont définis par :

$$[M_f(x, y)] = \begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} z \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} dz \quad (\text{II.27})$$

M_x et M_y sont les moments de flexion et M_{xy} le moment de torsion. Ils sont schématisés à la figure

II.5 :

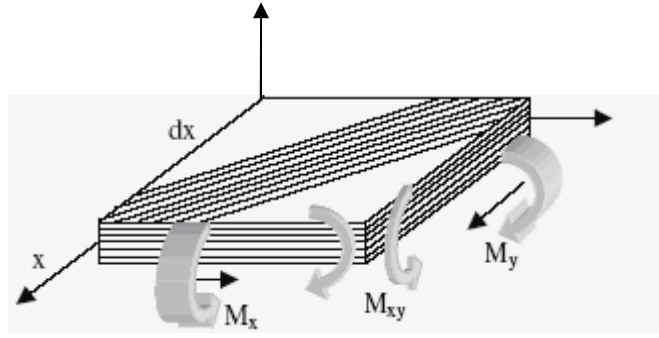


Figure II.5 : Schématisation des moments de flexion et de torsion

Le champ des moments s'explique comme suit :

$$M_f(x, y) = \sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} [zQ'_k \varepsilon_m(x, y) + z^2 Q'_k \kappa(x, y)] dz \quad (\text{II.28})$$

$$M_f(x, y) = \left[\frac{1}{2} \sum_{k=1}^n (h_k^2 - h_{k-1}^2) Q'_k \right] \varepsilon_m(x, y) + \left[\frac{1}{3} \sum_{k=1}^n (h_k^3 - h_{k-1}^3) Q'_k \right] \kappa(x, y)$$

soit :

$$M_f(x, y) = B \varepsilon_m(x, y) + D \kappa(x, y) \quad (\text{II.29})$$

en introduisant les matrices :

$$D = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^n (h_k^3 - h_{k-1}^3) Q'_k ; \quad D = [D_{ij}] \quad (\text{II.30})$$

avec $[D_{ij}] = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^n (h_k^3 - h_{k-1}^3) (Q'_{ij})_k ; \quad (i, j) = (x, y)$

Les moments de flexion et de torsion sont donc fonctions des courbures en flexion et en torsion, mais sont également fonction des déformations en membrane.

II.5 Equation constitutive

L'équation constitutive d'une plaque stratifiée exprime les résultantes et moments en fonctions des déformations en membrane et des courbures

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix} \quad (\text{II.31a})$$

ou sous la forme contractée :

$$\begin{bmatrix} N \\ - \\ M_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ - & - \\ B & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_m \\ - \\ \kappa \end{bmatrix} \quad (\text{II.31b})$$

Les termes des matrices introduites donnés par les expressions (II.25), (II.26) et (II.30) sont également exprimés en introduisant l'épaisseur e_k et la cote z_k au centre de la couche k , sous la forme :

$$\begin{aligned} A_{ij} &= \sum_{k=1}^n (Q'_{ij})_k e_k \\ B_{ij} &= \sum_{k=1}^n (Q'_{ij})_k e_k z_k \\ D_{ij} &= \sum_{k=1}^n (Q'_{ij})_k (e_k z_k^2 + \frac{e_k^3}{12}) \end{aligned} \quad (\text{II.32})$$

II.6 Matrice de rigidité

La matrice intervenant dans l'expression (II.30) est la matrice de rigidité du stratifié décrivant le comportement élastique macroscopique du stratifié au point $M_0(x, y) = M(x, y, 0)$

La matrice A est la matrice de rigidité en membrane, D est la matrice de rigidité de flexion et B la matrice de couplage membrane-flexion-torsion. Ce couplage existe même si les matériaux des couches sont isotropes. Il résulte de la structure en couches de matériaux de caractéristiques mécaniques différentes. Le couplage est nul ($B=0$) seulement dans le cas où le stratifié est symétrique. La symétrie implique une symétrie de propriétés des couches, de leurs cotes et de leurs orientations.

Divers couplages sont observés et mis en évidence. Le couplage torsion cisaillement provient des termes A_{16} et A_{26} . Le couplage membrane-flexion résulte des termes B_{11}, B_{12} et B_{22} , alors que le couplage membrane-torsion résulte des termes B_{16} et B_{26} . Enfin, le couplage flexion-torsion résulte des coefficients D_{16} et D_{26} .

II.7 Théorie classique des stratifiés

II.7.1 Expressions générales

Dans le cas d'une flexion pure d'un stratifié symétrique, l'équation constitutive (II.31a) se réduit à :

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & 0 \\ D_{12} & D_{22} & 0 \\ 0 & 0 & D_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix} \quad (\text{II.33})$$

où κ_x, κ_y et κ_{xy} sont définis dans les relations :

$$\kappa_x = -\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} ; \quad \kappa_y = -\frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} ; \quad \kappa_{xy} = -2\frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \quad (\text{II.34})$$

L'équation (II.33) s'écrit sous la forme inverse suivante :

$$\begin{bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11}^* & D_{12}^* & 0 \\ D_{21}^* & D_{22}^* & 0 \\ 0 & 0 & D_{66}^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} \quad (\text{II.35})$$

où D_{ij}^* sont les éléments de la matrice inverse de $[D_{ij}]$

La théorie des poutres fait l'hypothèse que, dans le cas d'une flexion suivant l'axe x , les moments M_x et M_{xy} sont nulles :

$$M_x = M_{xy} = 0 \quad (\text{II.36})$$

Les relations (II.34) et (II.35) conduisent donc à :

$$\kappa_x = -\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} = D_{11}^* M_x \quad (\text{II.37})$$

Enfin, la théorie des poutres fait l'hypothèse supplémentaire que la flèche n'est fonction que de x :

$$w_0 = w_0(x) \quad (\text{II.38})$$

La plus grande attention doit toutefois être apportée à cette dernière hypothèse. En effet, les équations (II.34) et (II.35) montrent que les courbures κ_y et κ_{xy} sont fonctions du moment de flexion M_x soit :

$$\begin{aligned} \kappa_y &= -\frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} = D_{12}^* M_x \\ \kappa_{xy} &= -2\frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} = D_{12}^* M_x \end{aligned} \quad (\text{II.39})$$

Ces relations montrent que la flèche w_0 dépend a priori de la variable y . Cet effet est particulièrement important dans le cas d'éprouvettes de flexion de laboratoire, de forme plus proche d'une lame que d'une poutre. Il en résulte que la flexion et la torsion induite par les termes D_{12}^* et D_{16}^* dans les équations (II.39) tendent à produire un décollement partiel de la poutre sur ses supports. Cet effet est toutefois négligeable dans le cas où le rapport de la longueur à la largeur (L/b) est suffisamment élevé.

Il est usuel d'écrire cette équation sous la forme :

$$\frac{d^2 w_0}{dx^2} = -\frac{M}{E_x I} \quad (\text{II.40})$$

En introduisant :

- Le module de flexion $E_x I$ de la poutre :

$$E_x = \frac{12}{h^3 D_{11}^*} \quad (\text{II.41})$$

- Le moment quadratique I de la section droite de la poutre par rapport au plan (x, y) :

$$I = I_{xy} = \frac{bh^3}{12} \quad (\text{II.42})$$

- Le moment M de flexion :

$$M = bM_x \quad (\text{II.43})$$

L'équation de flexion des plaques se réduit ici à :

$$\frac{d^2 M_x}{dx^2} + q = 0 \quad (\text{II.44})$$

En tenant compte de (II.40), cette équation s'écrit :

$$\begin{aligned} \frac{d^4 w_0}{dx^4} &= D_{11}^* q \\ \frac{d^4 w_0}{dx^4} &= \frac{P}{E_x I} \end{aligned} \quad (\text{II.45})$$

avec

$$p = b.q$$

L'équation différentielle (II.45) en w_0 a la même forme que l'équation différentielle $\frac{d^4 w_0}{dx^2} = \frac{A}{D} q$ obtenue dans le cas de la flexion cylindrique. Les deux équations diffèrent par les coefficients introduits : D_{11}^* dans la flexion de poutre et $1/D_{11}$ (stratifié symétrique) dans le cas de la flexion cylindrique.

Dans le problème statique, les déplacements sont indépendants du temps. On a alors :

$$\begin{aligned}\frac{dM_x}{dx} &= Q_x \\ \frac{dM}{dx} &= Q\end{aligned}\tag{II.46}$$

En posant :

$$Q = bQ_x\tag{II.47}$$

Les contraintes dans la couche k du stratifié s'écrivent :

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx}^k \\ \sigma_{yy}^k \\ \sigma_{xy}^k \end{bmatrix} = z \begin{bmatrix} Q_{11}^k & Q_{12}^k & Q_{16}^k \\ Q_{12}^k & Q_{22}^k & Q_{26}^k \\ Q_{16}^k & Q_{26}^k & Q_{66}^k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix}\tag{II.48}$$

En notant, pour simplifier, Q_{ij}^k les coefficients de rigidité Q_{ij}^* de la couche k rapportés aux axes de la plaque, d'où :

$$\begin{aligned}\sigma_{xx}^k &= z(Q_{11}^k D_{11}^* + Q_{12}^k D_{12}^* + Q_{16}^k D_{16}^*) M_x \\ \sigma_{yy}^k &= z(Q_{12}^k D_{11}^* + Q_{22}^k D_{12}^* + Q_{26}^k D_{16}^*) M_x \\ \sigma_{xy}^k &= z(Q_{16}^k D_{11}^* + Q_{26}^k D_{12}^* + Q_{66}^k D_{16}^*) M_x\end{aligned}\tag{II.49}$$

Les expressions de ces contraintes sont réécrites en introduisant M et I sous la forme :

$$\begin{aligned}\sigma_{xx}^k &= z a_{xx}^k \frac{M}{I} \\ \sigma_{yy}^k &= z a_{yy}^k \frac{M}{I} \\ \sigma_{xy}^k &= z a_{xy}^k \frac{M}{I}\end{aligned}\tag{II.50}$$

avec

$$\begin{aligned}a_{xx}^k &= (Q_{11}^k D_{11}^* + Q_{12}^k D_{12}^* + Q_{16}^k D_{16}^*) \frac{h^3}{12} \\ a_{yy}^k &= (Q_{12}^k D_{11}^* + Q_{22}^k D_{12}^* + Q_{26}^k D_{16}^*) \frac{h^3}{12} \\ a_{xy}^k &= (Q_{16}^k D_{11}^* + Q_{26}^k D_{12}^* + Q_{66}^k D_{16}^*) \frac{h^3}{12}\end{aligned}\tag{II.51}$$

Les expressions précédentes des contraintes ne sont correctes qu'à une distance assez éloignée (h) des bords de la poutre. Les résultats précédents ne sont donc pas applicables qu'au cas des poutres ayant un rapport b/h assez élevé. D'autre part, dans le cas de poutres en matériaux homogènes, les relations (II.51) deviennent : $a_{xx} = 1$ et $a_{yy} = a_{xy} = 0$.

II.7.2 Application à la flexion 3 points

Considérons une poutre en flexion 3 points, la symétrie du problème conduit à ne considérer qu'une moitié de poutre, comme illustré à la figure II.6 :

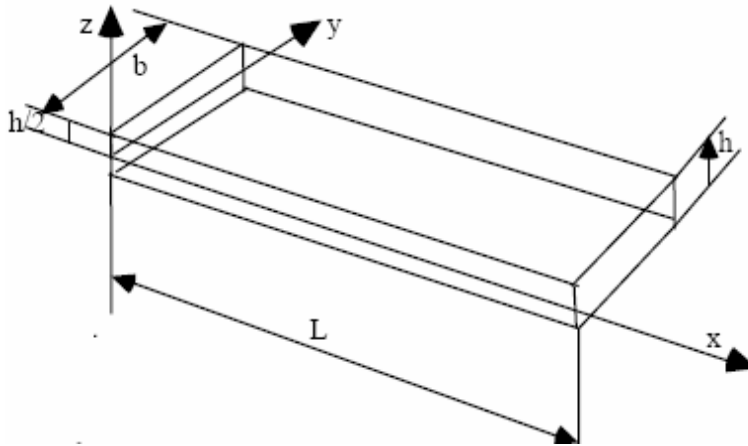


Figure II.6 : Élément poutre

Le moment de flexion s'exprime par la relation :

$$M = -\frac{P_x}{2} \quad 0 \leq x \leq \frac{L}{2} \quad (\text{II.52})$$

où P est la charge totale exercée au milieu de la poutre.

En rapportant cette expression dans (II.40), il vient :

$$\frac{d^2 w_0}{dx^2} = -\frac{P_x}{2E_x I} \quad 0 \leq x \leq \frac{L}{2} \quad (\text{II.53})$$

Chapitre II: Théorie des poutres stratifiées sollicitées en flexion 3 points

Dans le cas d'appuis simples, les conditions aux frontières sont, pour $x = 0$:

$$M = w_0 \quad (\text{II.54})$$

D'autre part, la symétrie impose, pour $x = L/2$:

$$\frac{dw_0}{dx} = 0 \quad (\text{II.55})$$

L'intégration de (II 53) associée à (II 54) et (II.55) conduit à :

$$w_0 = -\frac{PL^2}{48E_x I} x \left[3 - \left(\frac{2x}{L} \right)^2 \right] \quad (\text{II.56})$$

La flèche w_c au centre de la poutre ($x = L/2$) s'écrit :

$$w_c = \frac{PL^3}{48E_x I} = \frac{PL^3}{48b} D_{11}^* \quad (\text{II.57})$$

Cette relation est utilisée pour déterminer soit le module de flexion de la poutre, soit le coefficient D_{11}^* , connaissant la flèche au centre w_c pour la charge P :

$$\begin{aligned} E_x &= \frac{PL^3}{48w_c I} = \frac{PL^3}{4bh^3 w_c} \\ D_{11}^* &= \frac{48bw_c I}{PL^3} \end{aligned} \quad (\text{II.58})$$

Les contraintes de la couche k s'écrivent d'après (II.50) :

$$\begin{aligned} \sigma_{xx}^k &= -6a_{xx}^k \frac{P}{bh^3} xz \\ \sigma_{yy}^k &= -6a_{yy}^k \frac{P}{bh^3} xz \\ \sigma_{xy}^k &= -6a_{xy}^k \frac{P}{bh^3} xz \end{aligned} \quad (\text{II.59})$$

Ces contraintes sont maximales pour $x = L/2$, soit :

Chapitre II: Théorie des poutres stratifiées sollicitées en flexion 3 points

$$\begin{aligned}\sigma_{xx}^k &= -3a_{xx}^k \frac{P}{bh^3} z \\ \sigma_{yy}^k &= -3a_{yy}^k \frac{P}{bh^3} z \\ \sigma_{xy}^k &= -3a_{xy}^k \frac{P}{bh^3} z\end{aligned}\tag{II 60}$$

La contrainte de traction maximale est atteinte sur la face inférieure ($z=-h/2$) et s'exprime suivant :

$$\sigma_{xx \max} = \sigma_0 = \frac{3PL}{2bh^2} z\tag{II 61}$$

II.8 Conclusion :

La théorie des stratifiés permet de calculer les contraintes et les déformations dans chaque pli d'une structure composite après avoir donné les étapes principales pour mener le calcul.

CHAPITRE III
ANALYSE PAR LA METHODE
DES ELEMENTS FINIS

III.1 Description générale de la méthode des éléments finis

III.1.1 Définition

La méthode des éléments finis est une procédure numérique d'obtention de solutions aux problèmes d'analyse de la physique et de l'ingénieur. Elle se divise en deux parties essentielles. La première utilise des éléments discrets pour obtenir les déplacements nodaux et les forces élémentaires d'une structure. La seconde partie utilise des éléments continus pour avoir une solution approximative aux problèmes de mécanique des fluides et d'hydrauliques, de transfert de chaleur et de mécanique de solide tels que l'élasticité, la plasticité et la mise en forme.

Dans la première partie, on arrive à des résultats identiques à ceux obtenus par des méthodes classiques appelées souvent par analyse matricielle des structures. La deuxième approche est la vraie méthode des éléments finis, elle nous permet d'obtenir des valeurs approximatives des paramètres désirés dans des points spécifiques que l'on appelle nœuds. Un programme des éléments finis est cependant capable de résoudre les deux types de problèmes et la méthode des éléments finis est utilisée pour décrire ces deux parties.

Cette méthode combine plusieurs concepts mathématiques pour produire un système linéaire ou non linéaire d'équations. Le nombre d'équations est souvent très grand, de 20 à 30 000 et même plus, et exige la présence d'un ordinateur puissant. La méthode n'a pas de valeur pratique si l'ordinateur n'est pas disponible.

Il est impossible de connaître l'origine de notre méthode parce que les concepts de base ont évolué durant une période de 50 années et plus. La méthode que nous connaissons aujourd'hui est le résultat de plusieurs publications qui ont été publiées pendant les années cinquante. Ces publications ont montré l'extension de l'analyse matricielle des structures discrètes aux corps continus. L'exploration spatiale des années soixante dont les budgets étaient énormes a pu placer la méthode sur des bases mathématiques et simuler le développement de programmes d'élément finis.

Bien que l'origine de la méthode soit vague, ses avantages sont très clairs. Elle est facilement appliquée sur des objets dont les formes sont irrégulières et composés de matériaux différents et ayant des conditions aux limites mixtes [14].

III.1.2 Solution des problèmes aux limites

La meilleure façon de résoudre n'importe quel problème aux limites gouverné par une équation différentielle est de lui trouver une solution analytique ; Cependant il y'a plusieurs cas où la solution analytique est difficile à obtenir. Le domaine est si irrégulier qu'il est mathématiquement impossible de décrire ses limites. Les problèmes comportant des matériaux anisotropes sont toujours difficiles à résoudre. C'est aussi le cas des équations ayant des termes non linéaires. Une méthode numérique est aussi utilisée pour obtenir une solution approximative quand la solution analytique ne peut être développée. Toutes les solutions numériques produisent des valeurs à des points discrets pour un ensemble de paramètre indépendant [14].

III.2 Discrétisation

III.2.1 But de la discrétisation

La méthode des éléments finis est une technique de calcul qui consiste à discrétiser en sous-ensemble un objet ou une partie d'un objet dont on veut étudier ses propriétés. Ces derniers sont appelés éléments, et ils se connectent entre eux par des nœuds. Cette opération de division de l'objet se nomme le maillage. Ainsi, l'objet est représenté par des fonctions définies sur chaque élément qui ont l'avantage d'être plus simple que celles que l'on pourrait éventuellement utiliser pour représenter la totalité de l'objet. Ce sont en particulier des polynômes ou des fonctions harmoniques.

L'étape qui suit consiste alors d'analyser la réponse mécanique associée à chaque élément en construisant des matrices de rigidité élémentaires et des vecteurs chargements. Une fois cette tâche est réalisée, on assemble le tout dans la matrice de rigidité globale. On dispose donc d'une équation matricielle qui relie les déplacements nodaux aux chargements nodaux pour l'intégralité de l'objet. Il ne reste ensuite qu'à appliquer les conditions aux limites pour résoudre cette équation matricielle dont les inconnues sont les déplacements nodaux [15].

A partir de là, on résout cette équation matricielle dont les inconnus sont les déplacements nodaux. Ce que l'on exprime parfois en des termes tels que : minimiser la fonctionnelle associée à l'équation différentielle qui gouverne le problème.

III.2.2 Processus de discrétisation :

Le choix des éléments de discrétisation dépend essentiellement de la forme géométrique de la structure ou du solide à discrétiser, on distingue deux catégories des éléments :

- Eléments bidimensionnels (Figure III.1).
- Eléments tridimensionnels (Figure III 2).

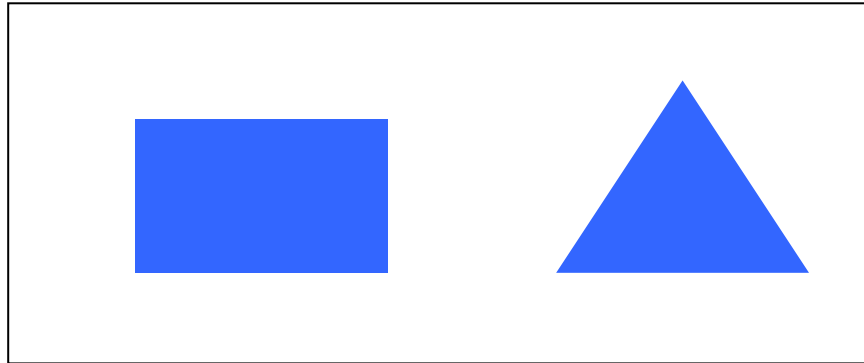


Figure III.1 : Eléments bidimensionnels

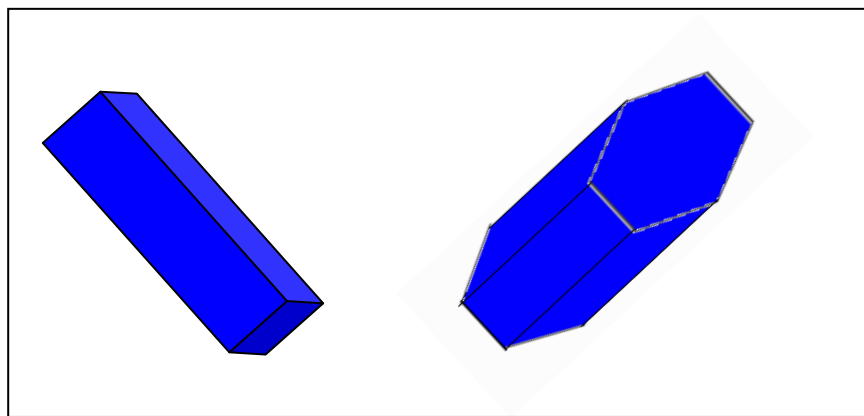


Figure III.2 : Eléments tridimensionnels

III.3 Concept de base

Ces dernières années, l'analyse par éléments finis a été progressivement considérée par tous les chercheurs comme une méthode d'étude d'une grande valeur. Elle a permis d'obtenir des solutions satisfaisantes pour un grand nombre de problèmes jusque là considérées comme insolubles. Les efforts intenses et prometteurs de recherche qui lui sont encore consacrés permettent d'envisager un élargissement rapide de son champ d'application.

Dans la méthode des éléments finis, les parties continues sont représentées comme des structures composées d'éléments indépendants reliés uniquement par des nœuds (figure III.3). Elle est extrêmement puissante puisqu'elle permet d'étudier correctement des structures continues ayant des propriétés géométriques et des conditions de charge compliquées. Elle nécessite un grand nombre de calculs qui, à cause de leurs natures répétitives, s'adaptent parfaitement à la programmation numérique et à la résolution par ordinateur.

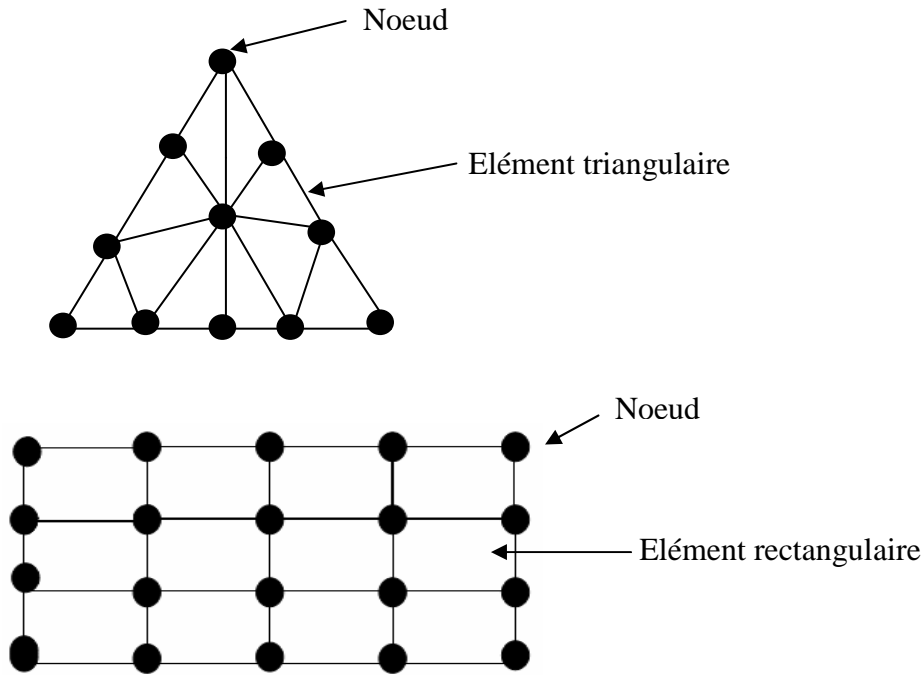


Figure III.3 : Modélisation par éléments finis de structures continues

III.4 Programmation

III.4.1 Introduction

L'analyse par éléments finis est un outil de simulation qui permet de simuler le comportement d'une structure. Elle est une partie importante du processus de conception globale, servant à vérifier ou valider une conception avant sa fabrication. Dans les calculs, cette dernière est discrétisée ou subdivisée en série d'éléments qui sont reliés par des nœuds. Les propriétés du matériau et des éléments sont indiquées pour représenter les propriétés physiques du modèle. Des conditions aux limites et les charges appliquées sont alors définies pour représenter l'environnement de fonctionnement pour lequel la conception doit être soumise. Les résultats sont obtenus à partir des

données et du choix du matériau. Il est également important aussi de rendre compte que l'exactitude de ces résultats dépend considérablement du choix approprié des propriétés de matériel, des conditions aux limites, et des charges appliquées [16].

Pour créer un modèle nous procédons de la manière suivante i) Importer la géométrie, ii) Indiquer les propriétés de matériau, iii) Mailler la géométrie considérée, iv) Appliquer les charges et les conditions aux limites et, v) Faire l'analyse du modèle.

III.4.2 Mise en œuvre sur ordinateur de la méthode des éléments finis

On va étudier le développement d'un programme typique. La figure III.4 résume les parties de base pour la résolution complète d'un problème :

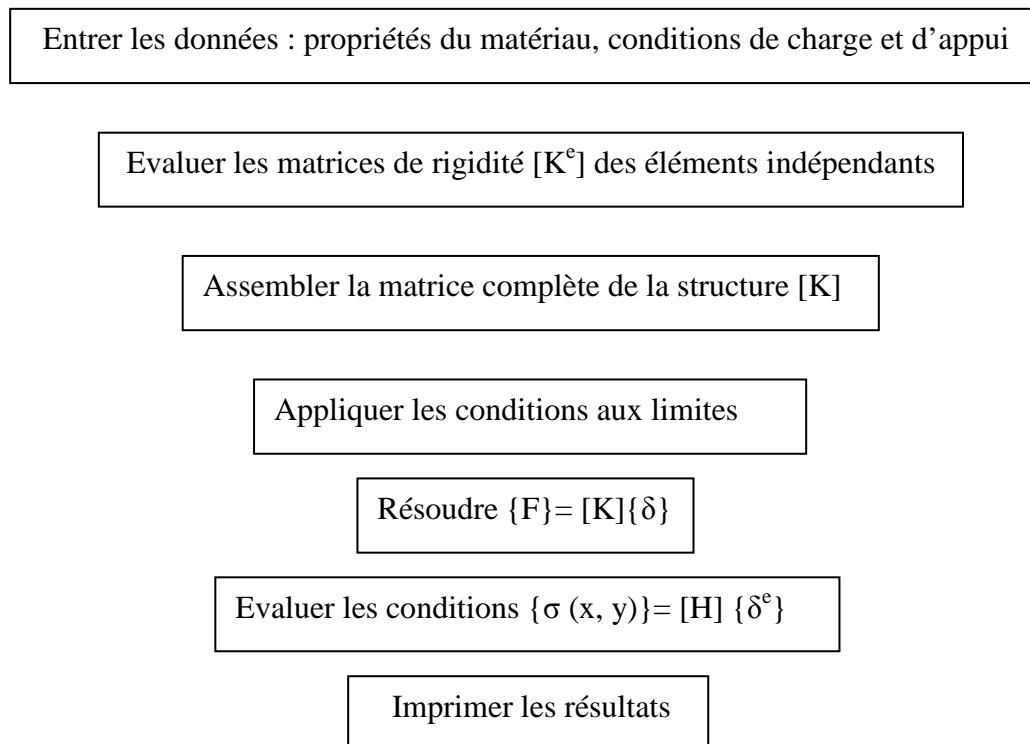


Figure III.4 : Etape d'un programme par éléments finis

III.4.2.1 Entrée des données

Dans n'importe quel programme d'éléments finis, les données sont divisées en trois catégories principales : i) Les données nécessaires pour définir la géométrie de la structure, et la façon dont elle est fixée dans l'espace, ii) Les informations concernant les propriétés des matériaux qui doivent

être prescrites, et enfin iii) La dernière catégorie est celle qui concerne les sollicitations auxquelles la structure est soumise [16].

1. Données de contrôle

Pour faciliter la compréhension du programme il est nécessaire de définir en premier les données de contrôle. Nous allons utiliser pour certaines données des variables, au lieu de valeurs spécifiques, telles que le nombre de degrés de liberté par nœud, le nombre de nœuds par élément, le nombre total des nœuds dans la poutre, etc.

2. Données géométriques

La géométrie de la poutre est complètement définie en précisant les données suivantes :

- **Connections des nœuds** : la géométrie de chaque élément doit être spécifiée en donnant une liste systématique du nombre de points nodaux qui le définissent. Dans le cas des poutres, on commence par n'importe quel nœud à l'extrémité car la topologie de l'élément est lue dans la matrice.
- **Coordonnées des éléments** : une coordonnée de chaque nœud en référence à un système de coordonnées global doit être définie.
- **Conditions aux limites** : chaque nœud qui a un degré de liberté ou plus et ayant une valeur prescrite doit être identifié par une valeur temporaire.

3. Propriétés du matériau

Les propriétés du matériau sont lues dans la matrice.

4. Sollicitations

Enfin, les charges appliquées à la structure doivent être prescrites. Il est convenable d'associer les charges appliquées avec les éléments sur lesquels elles agissent. Ainsi, pour chaque élément, les charges nodales agissantes en chaque nœud de l'élément doivent être introduites dans la matrice.

III.4.2.2 Construction de la matrice de rigidité

Le programme contient un sous programme pour chaque type d'éléments finis existants ou seulement ceux utiles au problème traité. Ainsi, le programme principal a ou n'a pas besoin d'un nombre de contrôle pour indiquer le type de matrice de rigidité choisi pour un cas particulier. Dans

un grand nombre de problème, on utilise un seul type d'élément et il n'est donc pas nécessaire de posséder des sous-programmes pour d'autre dont on n'a pas besoin dans l'étude. Cependant, pour avoir une plus grande souplesse aux dépens d'une plus grande complexité, on désire avoir dans le système les divers sous-programmes possibles.

Les sous programmes dans lequel la matrice de rigidité de l'élément $[K^e]$ est calculée nécessite un certain nombre d'informations incluses dans les données initiales, les coordonnées nodales et les propriétés d'élément. Dès quelles ont été lues par le programme principal, on calcule $[K^e]$ pour chaque élément. Le sous-programme ne peut contenir l'expression de chaque terme K_{ij} de $[K^e]$.

III.4.2.3 Assemblage de la matrice de rigidité de la structure

Les matrices de rigidité des éléments individuels sont aussi assemblées pour former la matrice de rigidité global, cet assemblage est réalisé par le sous programme.

III.4.2.4 Introduction des conditions aux limites

Il est important de s'assurer que la structure a des appuis adéquats avant de mettre en œuvre la résolution sous peine de rendre le problème insoluble. En général, la structure s'appuie sur plusieurs nœuds pour lesquels certains déplacements sont interdits.

III.4.2.5 Obtention des déplacements

Il existe plusieurs schémas pour résoudre de gros systèmes d'équations et, parmi ceux qui ont été utilisés avec succès en conjonction avec la méthode d'élimination de Gauss, celle de Cholesky et celle itérative de Gauss-Seidel. C'est cette étape, ainsi que l'assemblage de la matrice $[K]$, qui occupe généralement le plus de temps de calcul dans le programme.

III.4.2.6 Obtention des contraintes

Une fois les déplacements obtenus, on calcule pour avoir les contraintes dans l'élément. Dans le sous-programme pour les contraintes, il est d'abord nécessaire d'extraire les déplacements nodaux pour l'élément particulier en question de l'ensemble complet des déplacements nodaux [17].

III.5 Résultats numériques

III.5.1 Organisation générale du programme

III.5.1.1 La structure

La structure est un modèle de poutre sous forme de stratifié croisé, constitué de 8 plis en fibres longues de carbone et de résine époxyde et désigné par $(0/90)_{2s}$. La fraction volumique des fibres est de 60%. L'éprouvette est de dimensions : épaisseur $h = 1\text{mm}$, longueur totale $L = 50\text{mm}$, distance entre appuis $l = 30\text{mm}$ et largeur $b = 10\text{mm}$ (Figure III.5). Pour des raisons de double symétrie axiale et de révolution et pour faciliter les calculs, il n'est pas nécessaire de travailler sur tout le volume de l'éprouvette. On choisit alors un maillage bidimensionnel décrivant un quart de l'éprouvette. Le modèle sera soumis à une charge linéaire agissant dans la direction négative de z suivant la droite qui représente la ligne centrale de la poutre. La ligne de l'application de cette charge coïncide avec une des lignes de la symétrie. La valeur de la charge appliquée est donc moitié de celle appliquée au plein modèle.

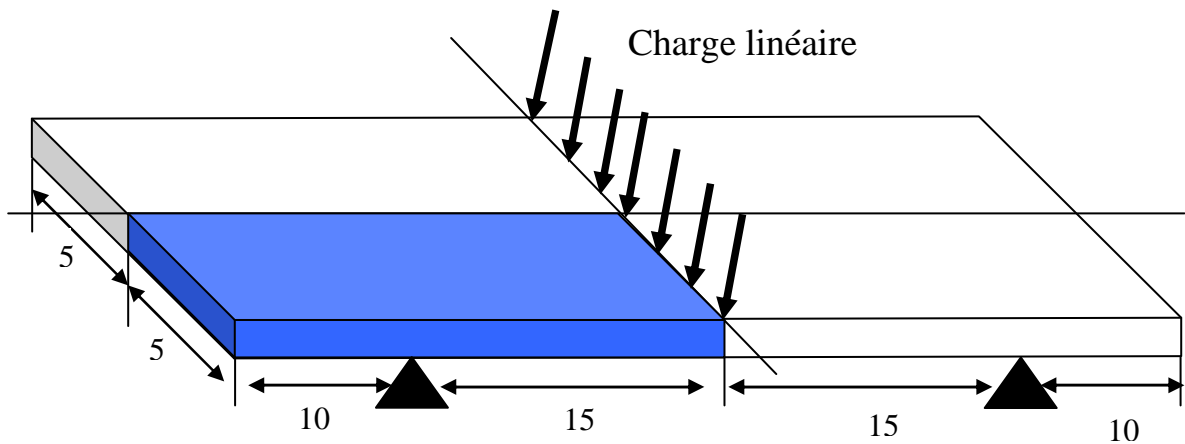


Figure III.5 : Schéma de l'éprouvette

Epoxyde R 368-1 :

Cet époxy appartient à la classe des polymères thermodurcissables, fruit d'une réaction de polycondensation à chaud entre les monomères et un durcisseur pour former les ponts chimiques nécessaires à la formation d'un réseau tridimensionnel, non cristallin et infusible.

Fibre de carbone T600S :

Ce sont des fibres continues, appartenant au groupe des fibres à hautes résistances, avec un module intermédiaire de 230 GPa. Ces fibres sont généralement fournies sous la forme d'une bobine constituée d'une mèche de 24000 filaments, d'une longueur d'environ 600 mètres.

III.5.2 L'organisation du programme

Dans la partie suivante, nous présentons l'organisation générale du programme qui calcule les contraintes et déformations généralisées.

1) Choix du maillage et discrétisation

La méthode des éléments finis repose sur un découpage de l'espace selon un maillage. D'habitude, on choisit un maillage carré ou triangulaire mais rien n'interdit d'opter pour des maillages plus complexes. Il n'est pas non plus nécessaire que le maillage soit régulier mais on a tendance à resserrer le maillage près des endroits d'intérêts, par exemple là où on pense que la solution va beaucoup varier. Plus ce maillage est resserré, plus la solution obtenue sera précise et proche de la vraie solution de l'équation aux dérivées partielles. Le choix de l'élément fini est primordial puisqu'il va conditionner tout le calcul numérique réalisé par la machine. Il existe différents types, chacun devant être utilisé dans les conditions prévues à cet effet par le code de calcul.

Le maillage final n'étant pas excessif vu le nombre d'éléments, à savoir 160 et 240 nœuds. Pour mener cette étude, nous avons retenu l'élément quadratique en 2D, c'est un élément en coque épaisse où chaque nœud possède cinq degrés de liberté : 3 en translation et 2 en rotation.

2) Définition des propriétés du matériau et des couches.

La connaissance des constantes élastiques du matériau est essentielle pour mener à bien les calculs en phase élastique :

Tableau III.1 : Les modules d'élasticités de la poutre

E_1	E_2	E_3	G_{12}	G_{13}	G_{23}	ν_{12}	ν_{13}	ν_{23}
(GPa)								
114	8	8	3,1	3,1	2,9	0,29	0,29	0,44

Sous cette forme, le carbone/époxyde de notre étude a un comportement orthotrope.

Tableau III.2 : Propriété du stratifié $[0^\circ/90^\circ]_{2s}$

Couches	Matériau	Direction des fibres	Epaisseur (mm)
1	Carbone /Epoxyde	0°	0,1
2		90°	
3		0°	
4		90°	0,2
5		90°	
6		0°	0,1
7		90°	
8		0°	

3) Conditions aux limites

Seulement un quart de la structure a été modélisé, les conditions de frontière de symétrie sont assignées à deux côtés du modèle, comme illustré à la figure III.6 :

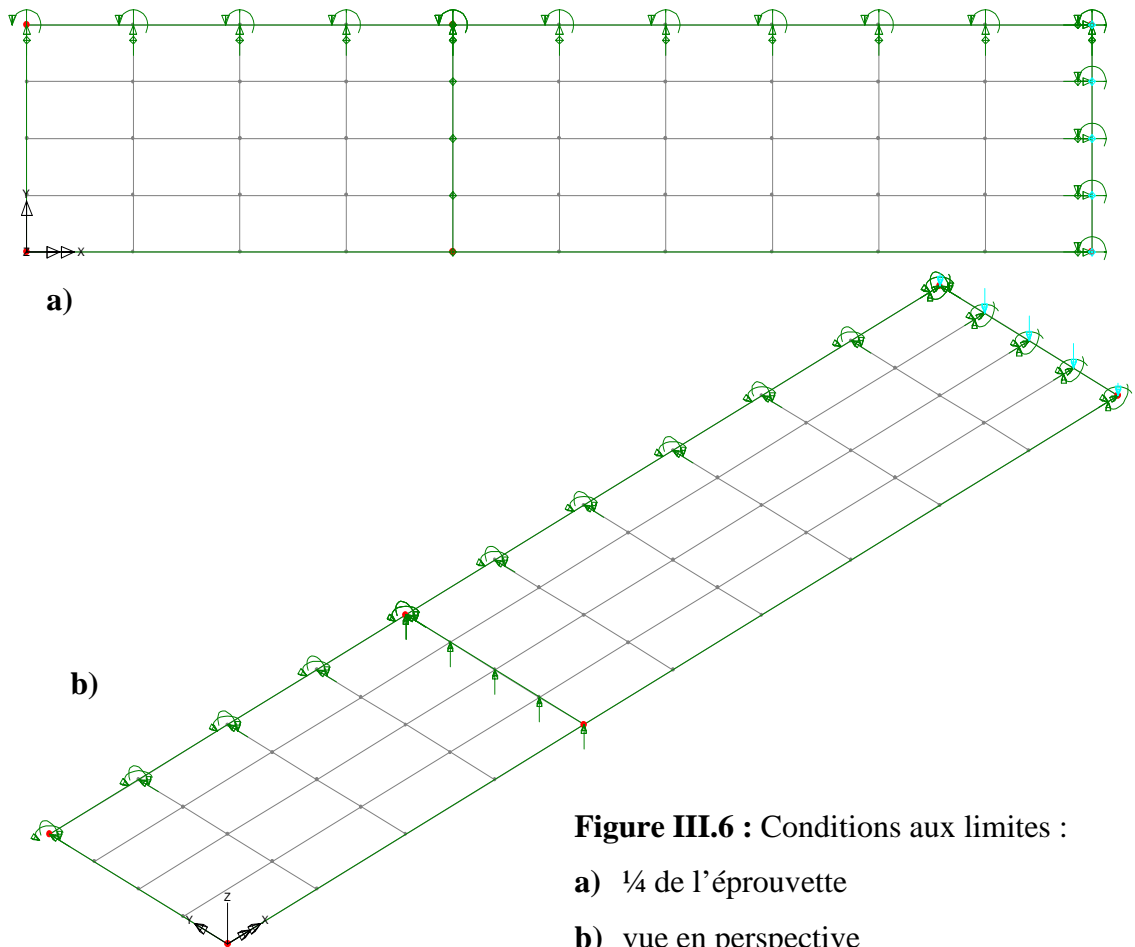


Figure III.6 : Conditions aux limites :

- a) ¼ de l'éprouvette
- b) vue en perspective

4) Calcul de la matrice de rigidité : K .

5) Description du déplacement.

6) Résolution de $f = ku$: avec u =déplacement , k = constante (calcul élastique).

7) Calcul des contraintes et les déformations.

III.6 Conclusion:

En conclusion, la méthode des éléments finis est précise et permet d'optimiser les structures. Elle permet aussi d'étudier le comportement d'une structure sous diverses sollicitations, mais la mise en œuvre est délicate et demande savoir faire notamment pour le maillage et l'application des conditions aux limites.

**CHAPITRE IV
RESULTATS ET DISCUSSIONS**

Chapitre IV : Résultats et discussions

IV.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous présentons les résultats de l'essai de flexion 3 points. L'étude statique est menée sur la poutre de composite stratifié pour étudier la distribution et l'évolution des champs de contraintes, de déformations et de déplacements le long des contours à travers l'échantillon pour les huit plis, voir figure IV.1 où, pour mener à bien notre étude, nous avons schématisé le quart de l'éprouvette pour bien expliciter la position de chaque couche dans l'empilement et la direction des fibres.

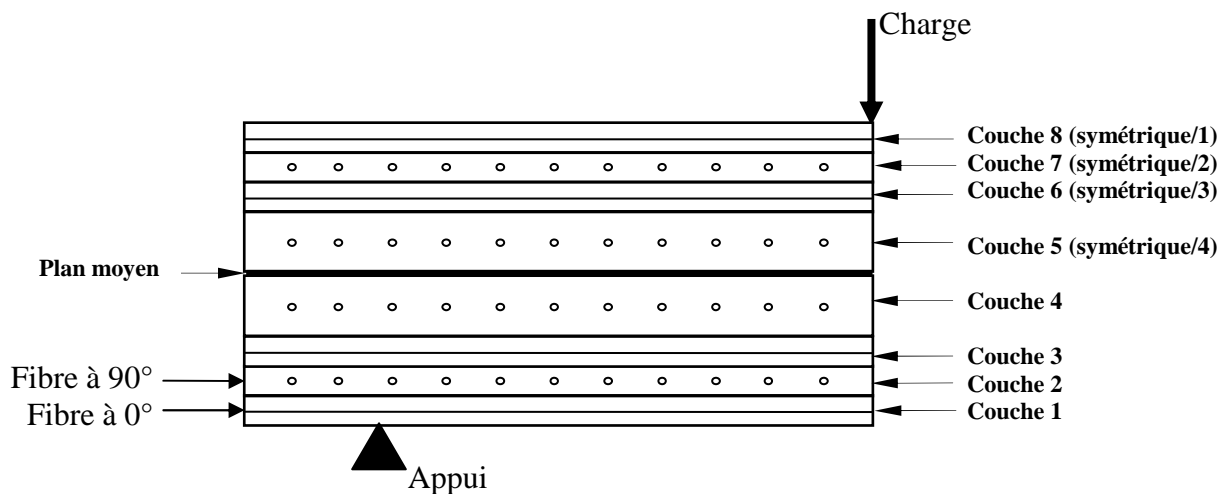


Figure IV.1 : Schéma de l'empilement des couches du stratifié : Quart de la plaque

Nous allons tenir compte à la fois de l'influence de la position de chaque couche dans l'empilement, de l'effet de l'orientation des fibres et de l'importance de la différence de l'épaisseur des couches, en étudiant en détail la distribution des contraintes et des déformations pour chaque contour, selon les huit plis, en commençant par les contraintes, puis les déformations et, enfin, les déplacements. Nous faisons toutefois remarquer que notre essai se situe au début du domaine élastique pour éviter, en particulier, le cas de l'endommagement du matériau qui se fait principalement par décohésion fibre/matrice et/ou par délaminage entre les couches.

IV.2 Contraintes normales

Pour les contraintes normales, nous allons voir pli après pli la distribution et l'évolution des valeurs des contraintes pour des coordonnées axiales régulièrement distribuées le long de la plaque, en commençant par la couche inférieure. Nous faisons observer que nous parlerons toujours de

Chapitre IV : Résultats et discussions

l'intensité des contraintes, en valeur absolue, lorsque celles-ci sont en compression, c'est à dire négatives, pour respecter l'interprétation physique et faciliter la comparaison entre les différentes étapes.

Couche 1 :

Dans ce pli, nous rappelons, d'abord, que l'orientation des fibres est à 0° , c'est-à-dire parallèle à l'axe X. L'évolution des contraintes σ_x et σ_y présentée à la figure IV.2 montre que l'allure des courbes est globalement similaire mais les valeurs des contraintes σ_x sont beaucoup plus importantes, en conformité avec [19]. Les premières varient de 0 à 6000 MPa alors que les secondes ne dépassent pas 100 MPa, ce qui dénote l'influence de l'orientation des fibres qui sont dirigées selon l'axe des X. En effet, la direction du renfort fait que les contraintes dans le même sens soient bien transmises [20].

Plus en détail, on remarque la présence d'une première partie à [0-7,5] mm, où les variations des contraintes σ_x et σ_y sont nulles, correspondant à la zone des bords. Puis, ces deux contraintes augmentent progressivement pour atteindre une croissance pratiquement linéaire, jusqu'à 22 mm environ. Enfin, on observe une tendance à la diminution de la pente au centre de la plaque, à 25 mm. Par conséquent, l'évolution des contraintes est plus accentuée de l'extérieur vers l'intérieur et est pratiquement confinée au milieu de l'échantillon, zone où se situe le pliage.

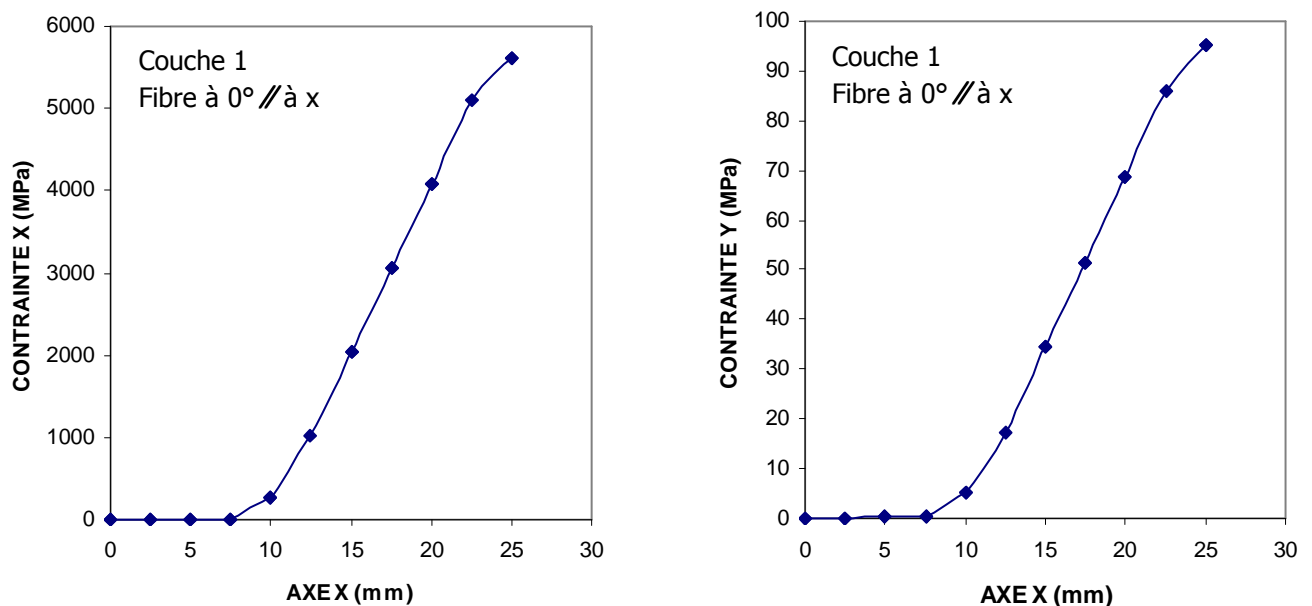


Figure IV.2 : Evolution des contraintes σ_x et σ_y des contours de la couche 1.

Couche 2 :

Contrairement au premier pli, les fibres sont orientées perpendiculairement à l'axe des X. Ce changement a des conséquences sur l'évolution et la répartition des contraintes comme on le voit à la figure IV.3 où on note que l'évolution de σ_x est différente par rapport à la première couche, contrairement à σ_y , et est en compression. Sa valeur a diminué considérablement, de 97% approximativement. Quant à σ_y qui conserve sa forme, elle augmente de 250% puisque les fibres, supportant le maximum des efforts, sont dirigées selon Y. Donc, on observe ici, plus particulièrement, un effet antagoniste de l'importance de l'orientation des fibres et de la position des couches. En effet, étant relativement ductile par rapport aux renforts, la matrice transmet les efforts de manière beaucoup plus douce alors que le comportement des fibres est plus brutal, non seulement en raison de leur nature, mais aussi selon l'orientation à 0° ou 90° qui va aggraver ou amoindrir cet effet.

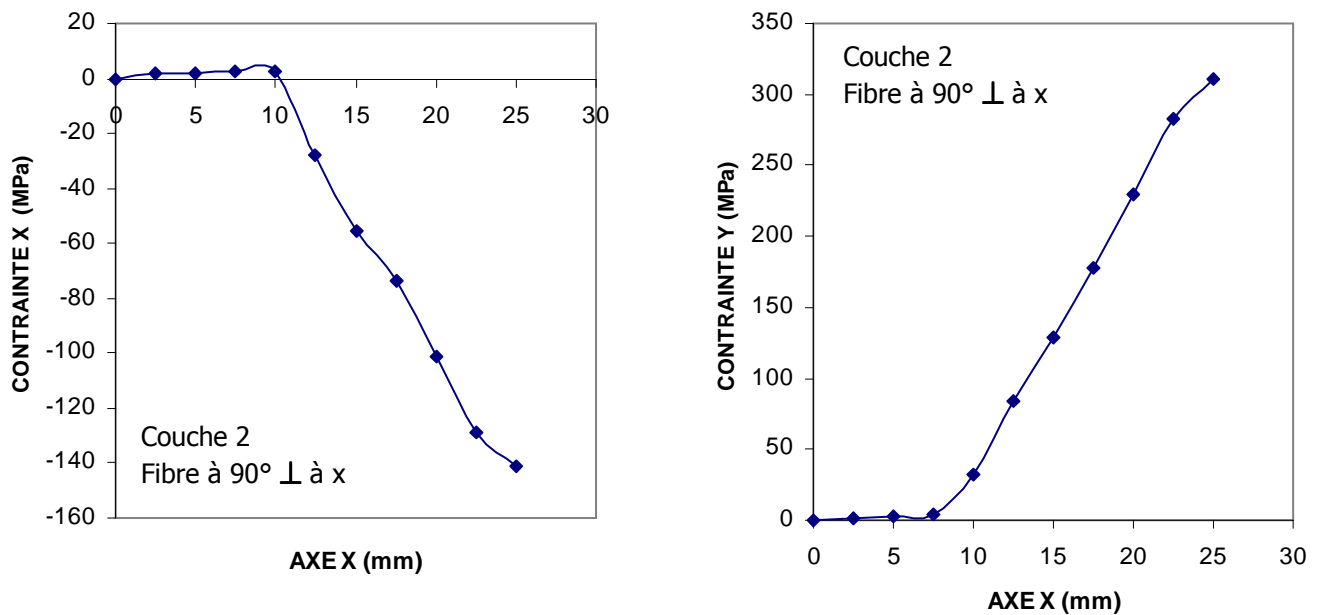


Figure IV.3 : Evolution des contraintes σ_x et σ_y des contours de la couche 2.

Nous revenons maintenant en détail à l'évolution des contraintes σ_x qui est distincte de celle des contraintes σ_y , où les valeurs de ces dernières sont supérieures. Tout d'abord, pour la contrainte σ_x , la courbe montre une légère variation dans la zone des bords, c'est à dire à $[0-10]$ mm, avec des valeurs positives qui commencent à chuter à partir de $x=10$ mm, correspondant à la ligne de fixation. Cette diminution se fait avec une pente très prononcée jusqu'à $x=20$ mm qui connaît un début de ralentissement au centre de la plaque. Par contre, l'évolution des contraintes σ_y , identique à la couche 1, se déroule en deux étapes. Au bord du pli, la variation est presque nulle, suivie d'une

Chapitre IV : Résultats et discussions

augmentation qui s'accroît rapidement jusqu'à $x=20\text{mm}$ puis, progressivement, la pente commence à diminuer. Par conséquent, les efforts sont toujours concentrés au centre de la plaque, en accord avec [19], mais de manière plus intense par rapport au premier pli : On passe d'un maximum de 100 MPa à 320 MPa.

Couche 3 :

Pour ce pli, nous revenons à la même orientation qu'au premier, c'est-à-dire une direction parallèle à l'axe des X. La figure IV.4 montre que les contraintes σ_x diminuent maintenant de presque 50% par rapport à la première couche mais sont plus élevées de 2000% par rapport à la deuxième qui est en compression et où les fibres sont orientées différemment. Les contraintes σ_y , quant à elles, d'un maximum de 100 MPa au premier pli, passent à 60 MPa au troisième. Cette atténuation est due à la ductilité relative de l'époxyde qui va jouer un rôle moindre à la couche 2 où ce sont les fibres, orientées perpendiculairement, qui vont avoir une influence prépondérante et prendre en charge l'effort exercé. La contrainte σ_y connaît alors un bond de 350 MPa, au maximum.

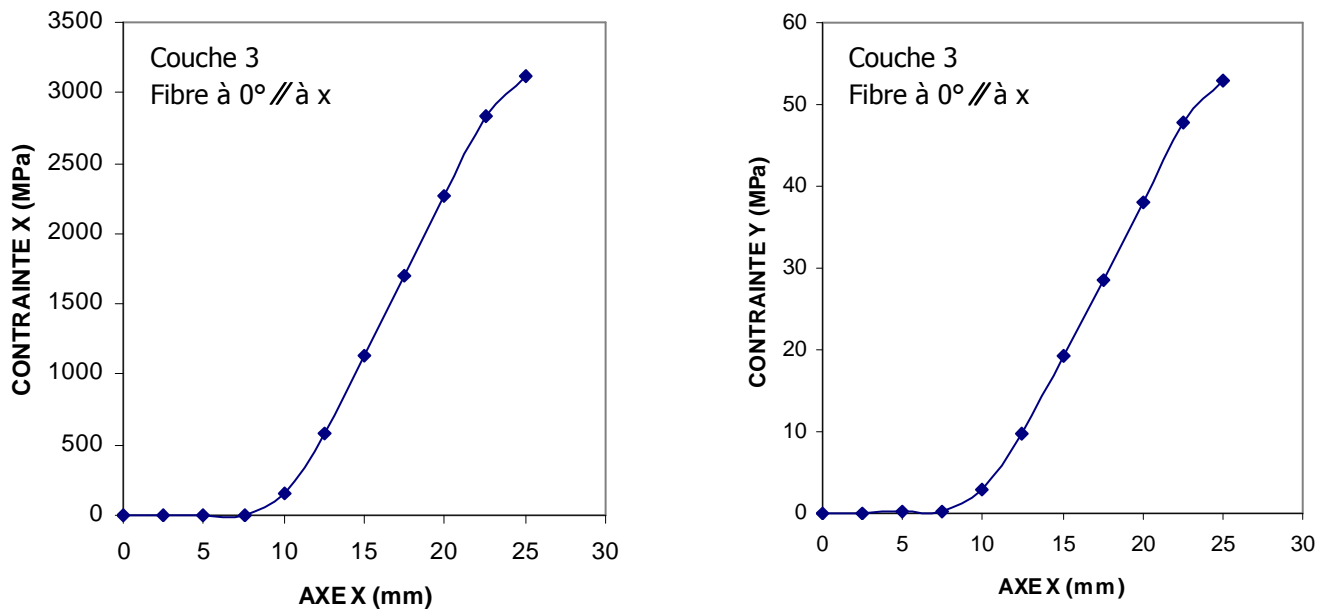


Figure IV.4 : Evolution des contraintes σ_x et σ_y des contours de la couche 3.

Par conséquent, lorsqu'on passe du premier au troisième pli, comparer les contraintes revient à discuter de l'influence de la matrice puisque les fibres y sont orientées identiquement. On voit bien dans ce cas que l'amortissement ou l'absorption des efforts par la matrice est de près de 50% pour les deux contraintes σ_x et σ_y .

Couche 4 :

A la figure IV.5, nous avons représenté les évolutions des contraintes σ_x et σ_y des contours de cette couche, mais nous devons faire remarquer que l'épaisseur de cette dernière est double dans ce cas. Ceci a son importance puisque la densité de fibres diminue de moitié par rapport aux plis précédents.

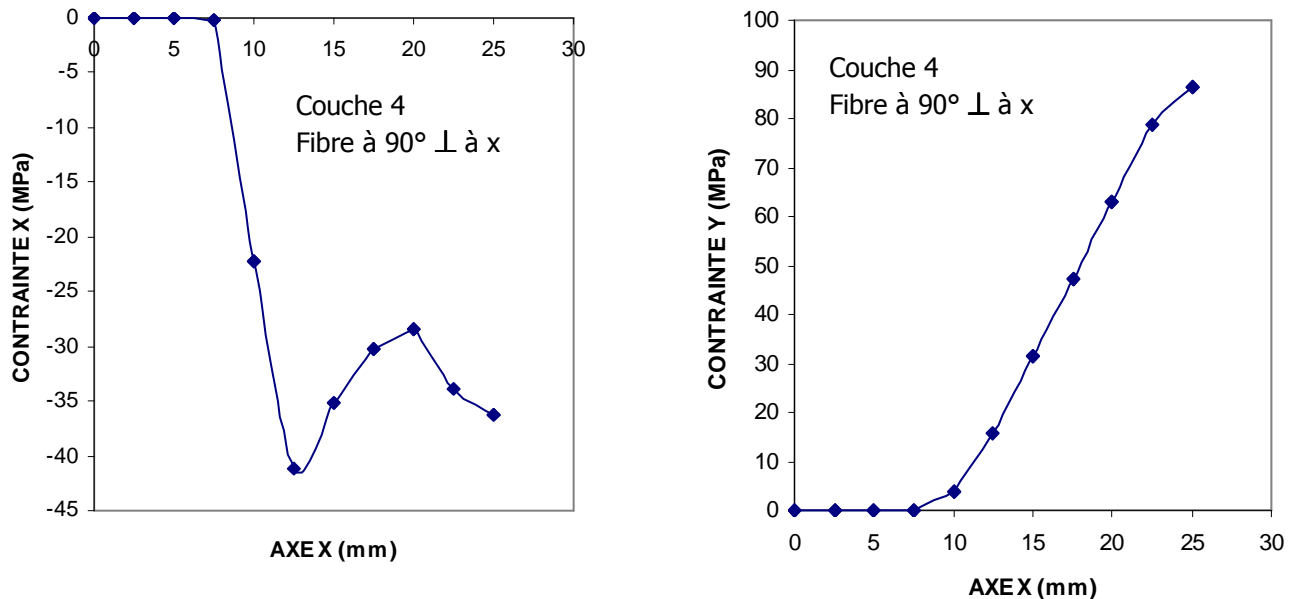


Figure IV.5 : Evolution des contraintes σ_x et σ_y des contours de la couche 4.

Pour σ_x , les valeurs restent nulles jusqu'à $x=7,5\text{mm}$, puis subissent une brutale augmentation, en valeur absolue, pour atteindre 42 MPa à 12,5mm. Enfin, la contrainte σ_x fluctue entre 28 MPa et 38 MPa. En ce qui concerne la contrainte σ_y , elle garde le même genre d'évolution que pour les plis précédents, mais avec des valeurs moindres comparativement à la deuxième couche. Dans ce cas, on voit bien que l'amortissement des efforts par la matrice est de près de 72% pour les deux contraintes σ_x et σ_y , alors qu'il devait être de 100% si l'on se base sur la comparaison entre les premier et troisième plis où on a trouvé 50% pour une épaisseur moitié. Cette différence est due au décalage entre les densités de renforts, puisqu'on a doublé l'épaisseur de la quatrième couche sans rajouter de fibres, d'où un affaiblissement relatif de leurs influences [21].

Chapitre IV : Résultats et discussions

Couches 5, 6, 7 et 8 :

Par rapport au plan moyen, ces couches sont respectivement symétriques à celles numérotées 4, 3, 2 et 1. Nous avons reporté aux figures IV.6, IV.7, IV.8 et IV.9, les évolutions des contraintes σ_x et σ_y de ces contours où on observe effectivement des résultats identiques, à l'exception des signes qui changent.

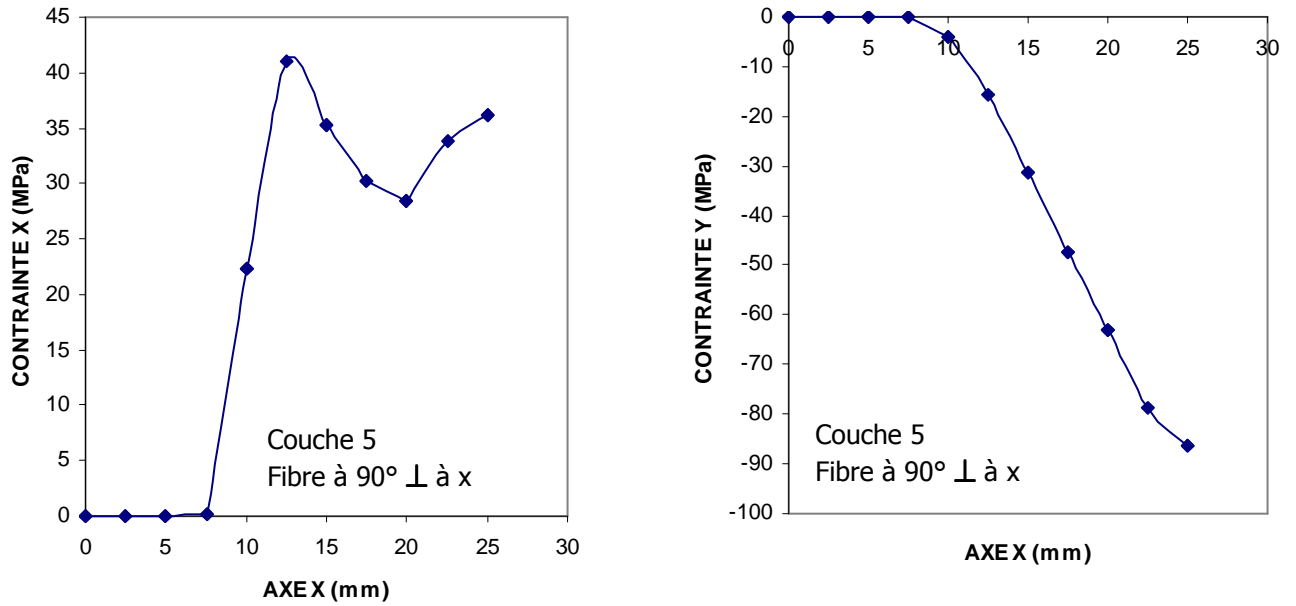


Figure IV.6 : Evolution des contraintes σ_x et σ_y des contours de la couche 5.

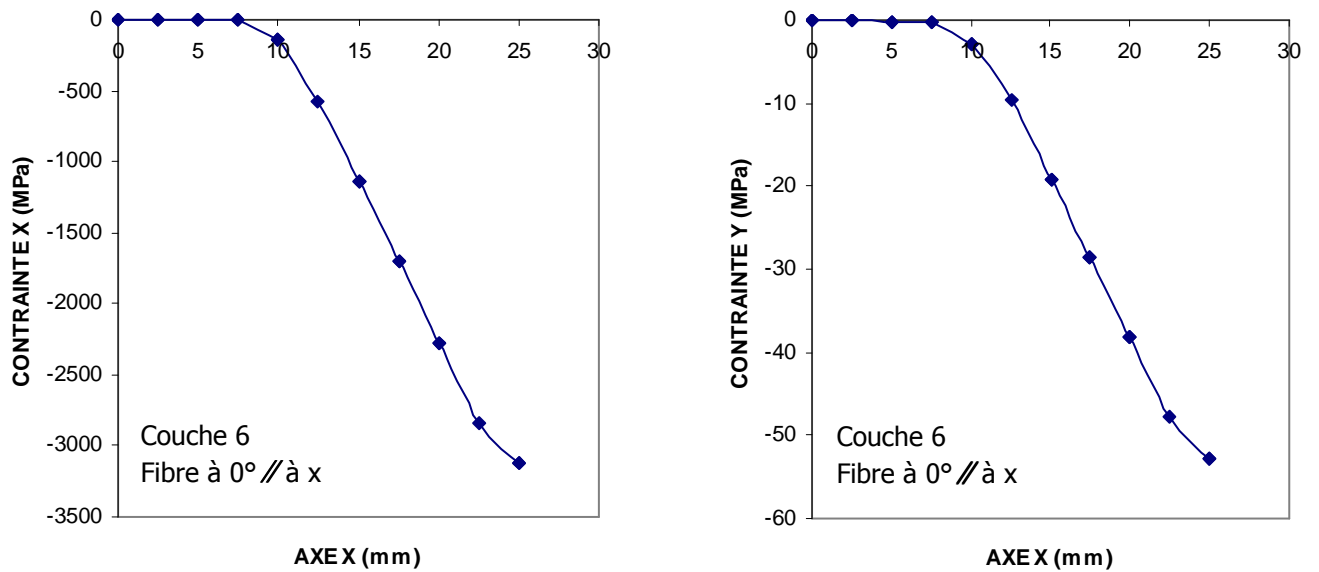


Figure IV.7 : Evolution des contraintes σ_x et σ_y des contours de la couche 6.

Chapitre IV : Résultats et discussions

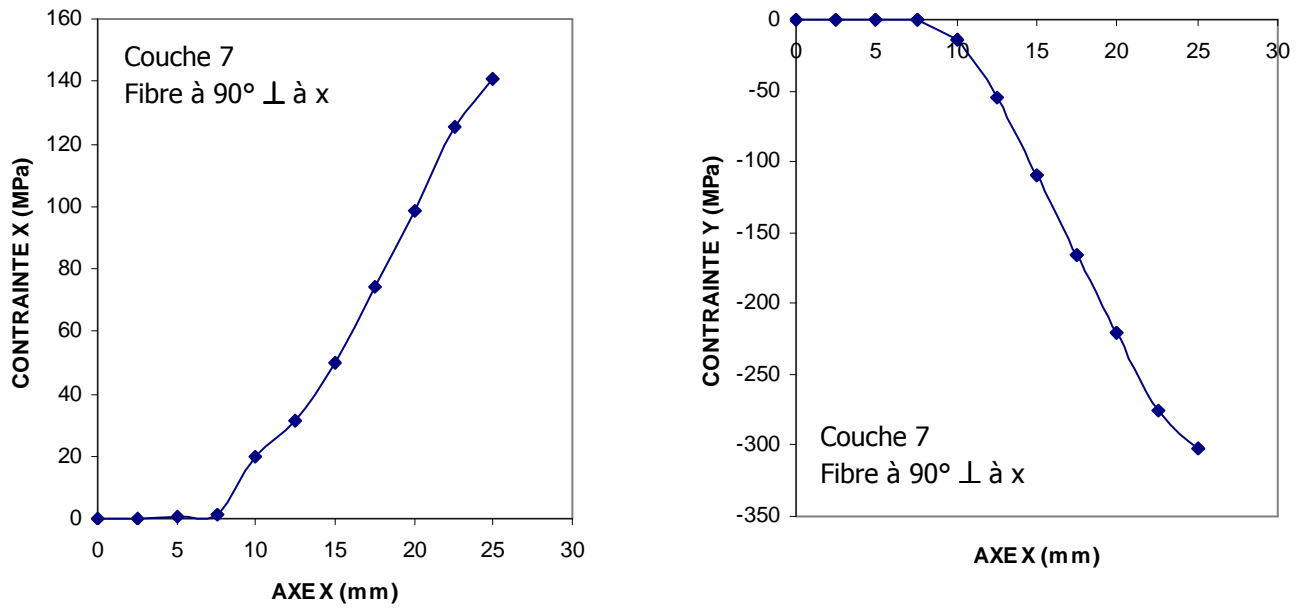


Figure IV.8 : Evolution des contraintes σ_x et σ_y des contours de la couche 7.

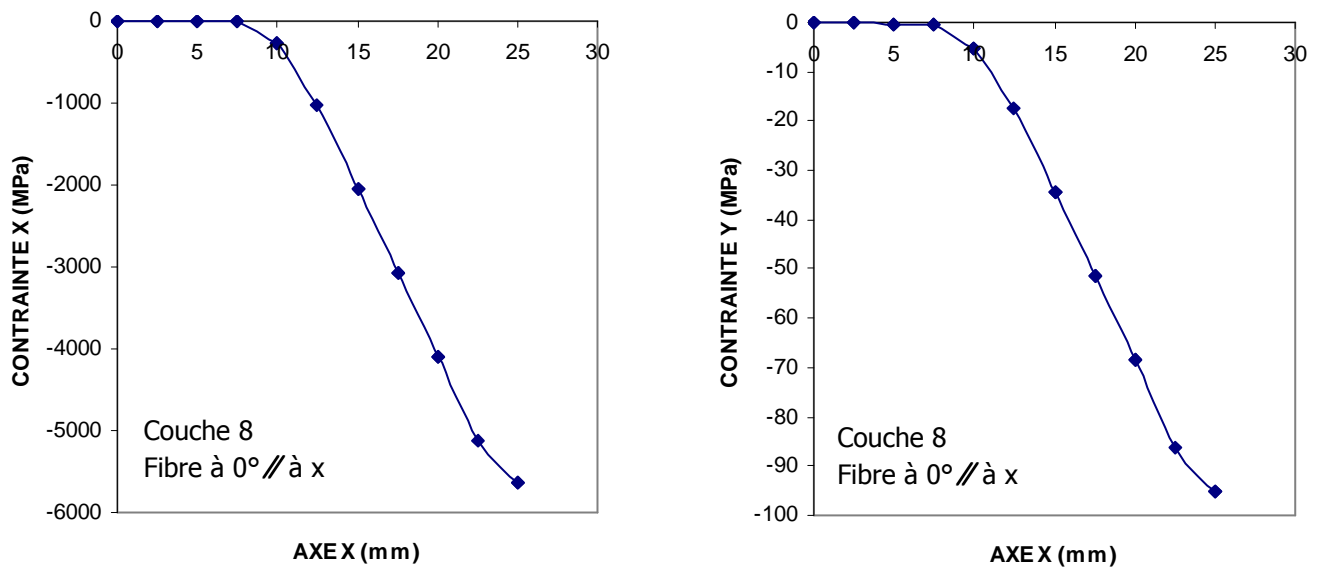


Figure IV.9 : Evolution des contraintes σ_x et σ_y des contours de la couche 8.

Nous montrons à la figure IV.10 la forme de la plaque déformée en flexion 3 points par rapport à la fibre neutre qui est une ligne où les déformations sont nulles. On voit qu'à travers celle-ci on passe de la traction à la compression, [22] et [23], ce qui explique ce changement de signe. Il ne faut pas aussi oublier que nous nous plaçons au début du domaine élastique, c'est-à-dire dans un domaine de conservation du volume. Par conséquent, la compression compense la traction pour maintenir le volume constant.

Chapitre IV : Résultats et discussions

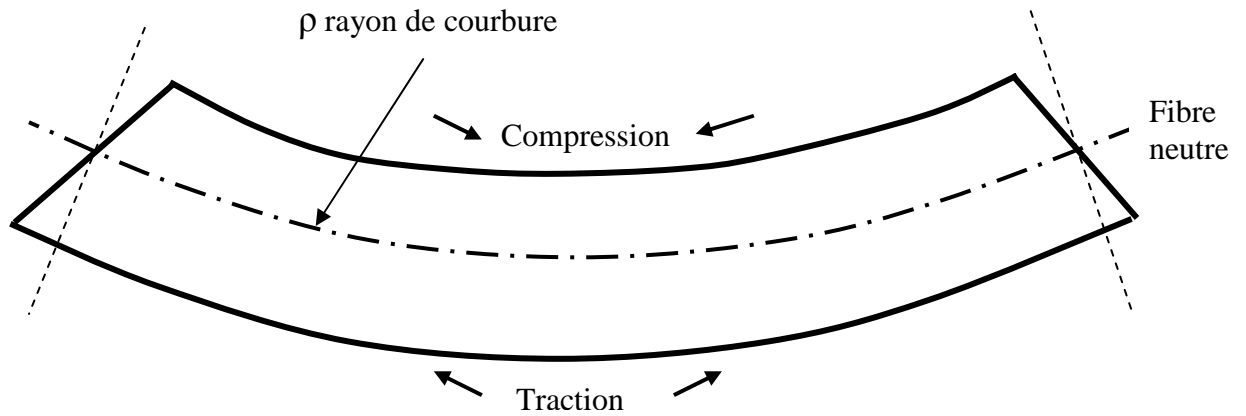


Figure IV.10 : Forme de la plaque déformée en flexion 3 points avec les deux états de traction et compression de part et d'autre de la fibre neutre.

Finalement, on distingue de cette comparaison que la distribution des champs de contrainte dépend fortement de l'orientation des fibres, même si une loi élastique ne traduit pas l'endommagement du composite. L'allure de l'évolution des contraintes σ_x et σ_y des couches est globalement similaire, ces valeurs sont nulles au bord et confinées au milieu de l'échantillon. On remarque également que les deux contraintes σ_x et σ_y subissent un amortissement ou absorption des efforts par la matrice, lorsqu'on passe d'une couche à une autre. On a aussi vérifié que l'éprouvette est bien soumise à la compression au dessus de sa ligne neutre, et à la traction en dessous.

IV.3 Déformations normales

Comme pour les contours des contraintes, nous avons effectué une étude similaire pour les déformations :

Couche 1 :

Nous avons reporté à la figure IV.11 la variation des déformations ε_x et ε_y en fonction des coordonnées axiales régulièrement distribuées le long de l'échantillon.

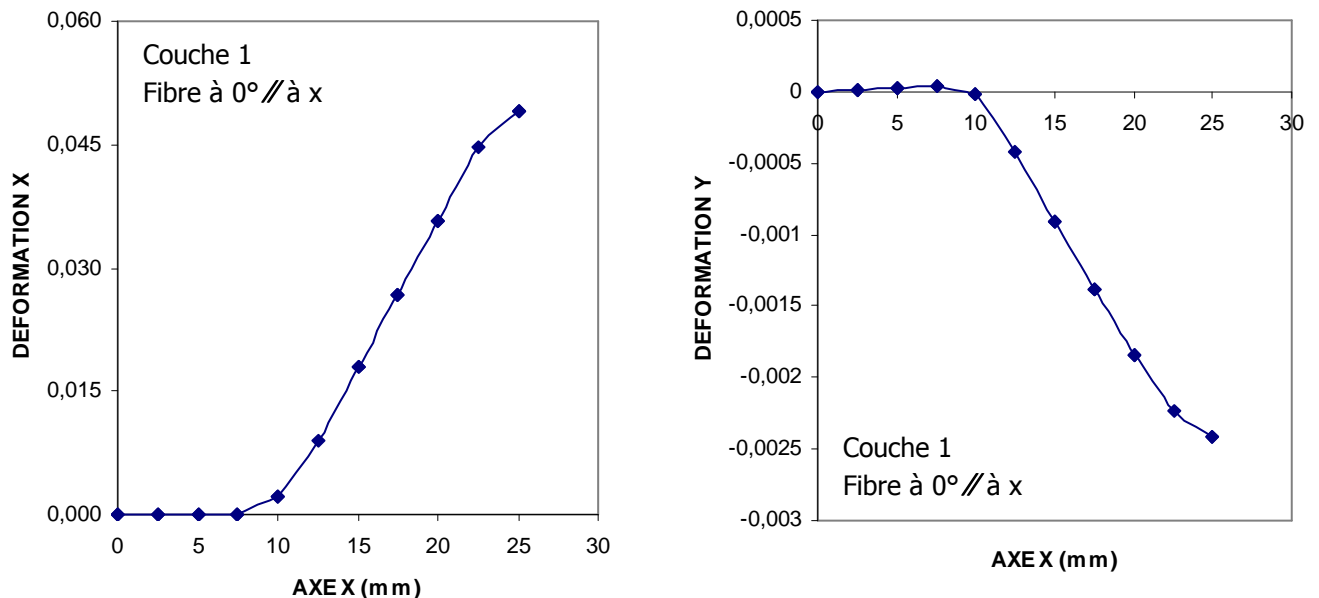


Figure IV.11 : Evolution des déformations ε_x et ε_y des contours de la couche 1.

Tout d'abord, on note que la déformation ε_x est nulle au bord du pli, augmente progressivement, s'accroît ensuite linéairement jusqu'à $x=20$ mm puis amorçait une diminution, alors que les valeurs des déformations ε_y , qui sont négatives, sont beaucoup plus faibles, de l'ordre de vingt fois moins. Ceci s'explique par la direction des fibres qui est selon l'axe des X et montre leur influence qui est prépondérante comme on l'a déjà vu dans notre analyse détaillée des contraintes. Néanmoins, nous faisons rappeler que nous nous situons au début du domaine élastique et que les déformations sont, par conséquent, minimes.

On doit aussi souligner que la déformation maximale est atteinte sur cette couche puisque l'initiation de la rupture est généralement localisée sur la fibre externe qui est la plus sollicitée en extension [12] et qui prend donc en charge le maximum d'effort et d'élongation.

Couche 2 :

A la figure IV.12, on note que, pendant que ε_x a chuté considérablement par rapport à la première couche d'un facteur de 25, en devenant négative, ε_y augmente largement puisque les fibres, supportant le maximum des efforts, sont dirigées dans ce pli selon Y et transmettent donc de manière optimale les déformations. Par conséquent, le rôle prépondérant joué par le changement de direction des fibres est bien explicité entre ces deux premiers plis.

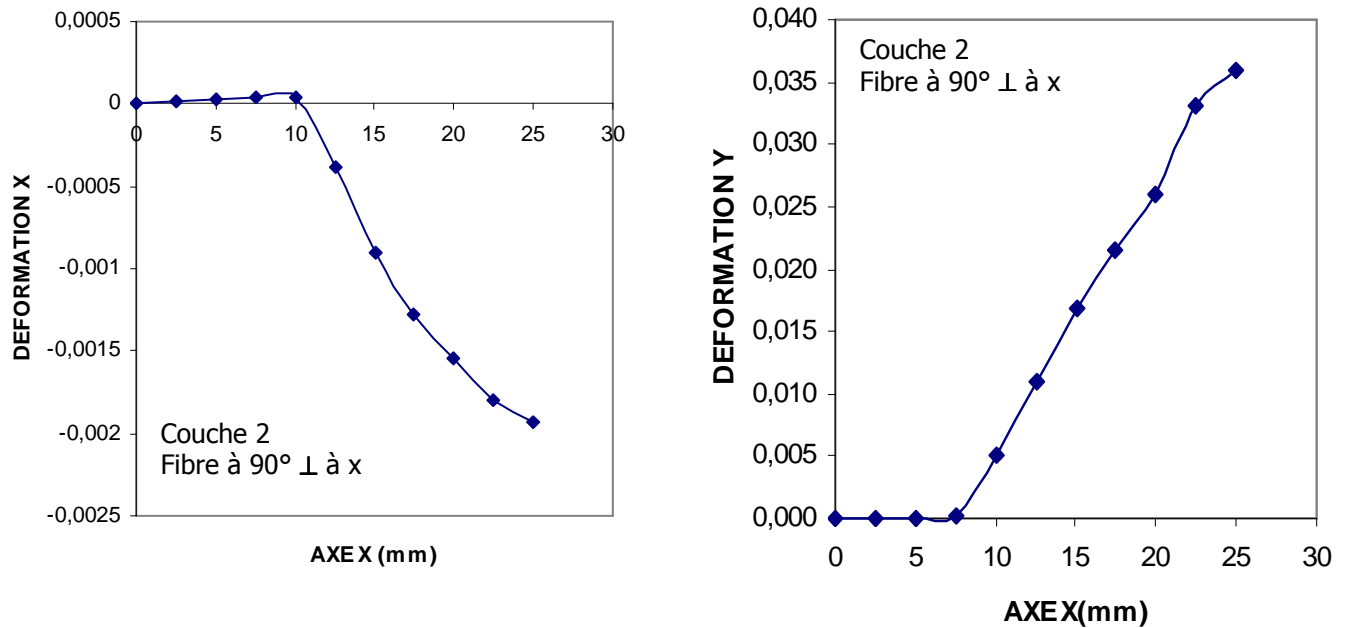


Figure IV.12 : Evolution des déformations ε_x et ε_y des contours de la couche 2.

Remarque : Comme prévu, on remarque que la déformation n'est pas homogène, la zone du centre se déforme toujours plus que les autres. Comme pour les contraintes, la déformation est confinée au centre de la plaque, là où se situe le pliage.

Couche 3 :

On note que les déformations ε_x et ε_y , en partant de valeurs nulles comme pour la couche 1 qui possède la même orientation des fibres, sont de plus en plus élevées pour la deuxième section [10-25] mm (conférer figure IV.13), mais elles gardent toujours des valeurs moindres comparativement aux première et deuxième couche.

Chapitre IV : Résultats et discussions

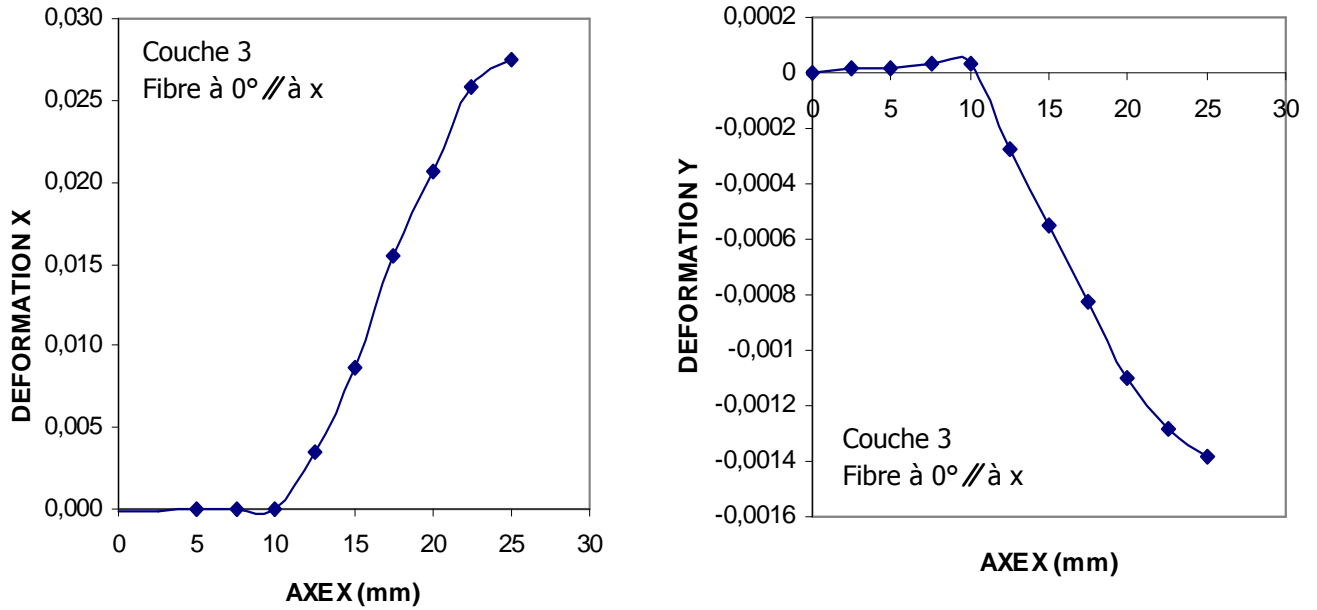


Figure IV.13 : Evolution des déformations ε_x et ε_y des contours de la couche.3.

Couche 4 :

En ce qui concerne les déformations ε_x et ε_y , elles gardent le même genre d'évolution que la deuxième couche, mais avec des valeurs moindres dues à l'amortissement de la matrice, comme l'indique la figure IV.14.

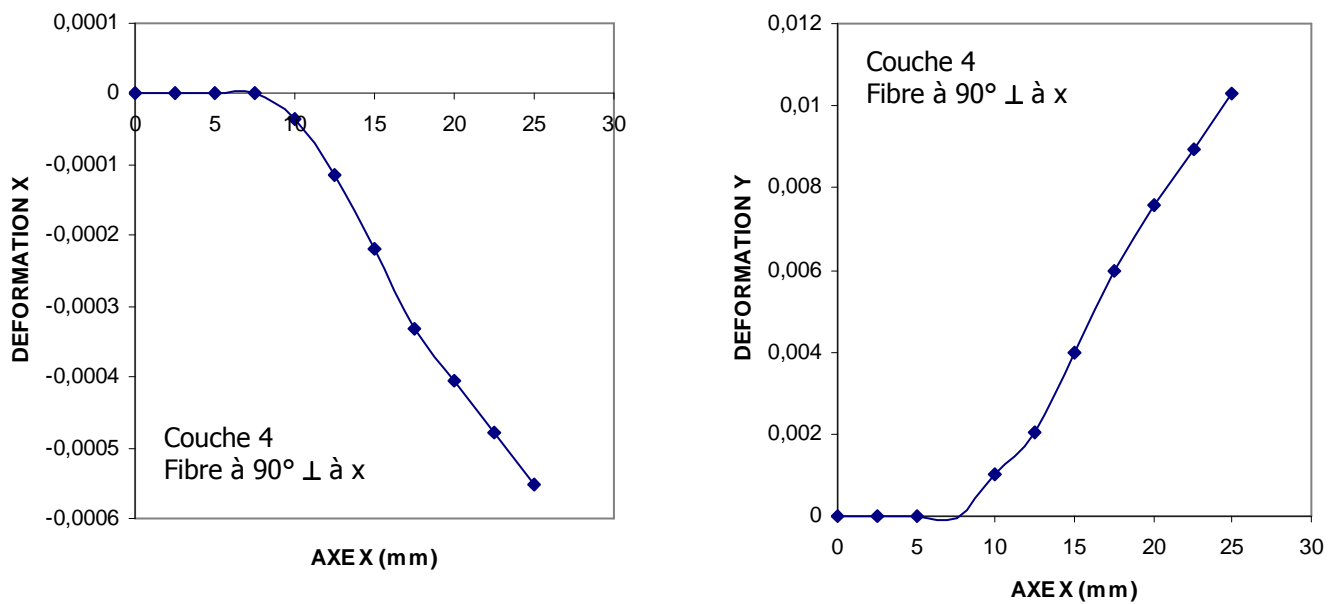


Figure IV.14 : Evolution des déformations ε_x et ε_y des contours de la couche.4

Chapitre IV : Résultats et discussions

Comme constatation générale, on remarque que les déformations ε_x et ε_y , toujours de signes opposés dans le même pli, changent de signes lorsqu'on passe à la couche suivante.

Couches 5, 6, 7 et 8 :

Ces couches sont respectivement symétriques à celles numérotées 4, 3, 2 et 1 par rapport au plan moyen, car situées de part et d'autre de la fibre neutre. Nous avons donc reporté aux figures IV.15, IV.16, IV.17 et IV.18, les évolutions des déformations ε_x et ε_y des contours 5, 6, 7 et 8 où on observe effectivement une similitude des déformations par rapport aux couches situées en aval de la fibre neutre.

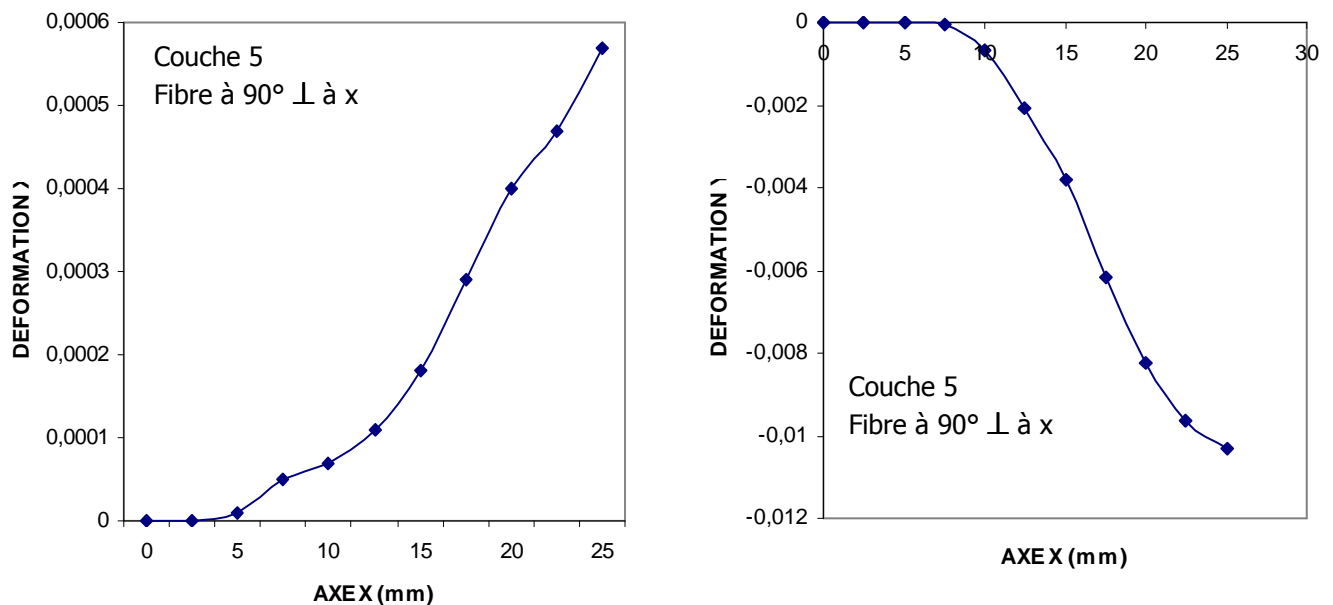


Figure IV.15 : Evolution des déformations ε_x et ε_y des contours de la couche 5.

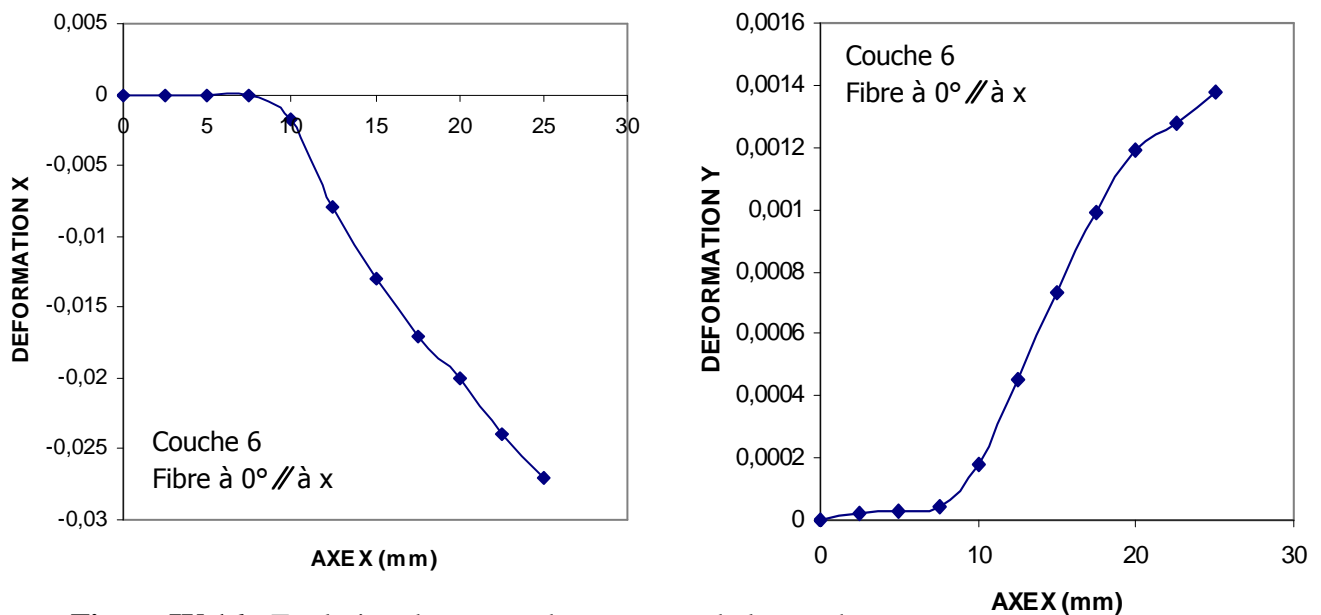


Figure IV.16 : Evolution de ε_x et ε_y des contours de la couche 6.

Chapitre IV : Résultats et discussions

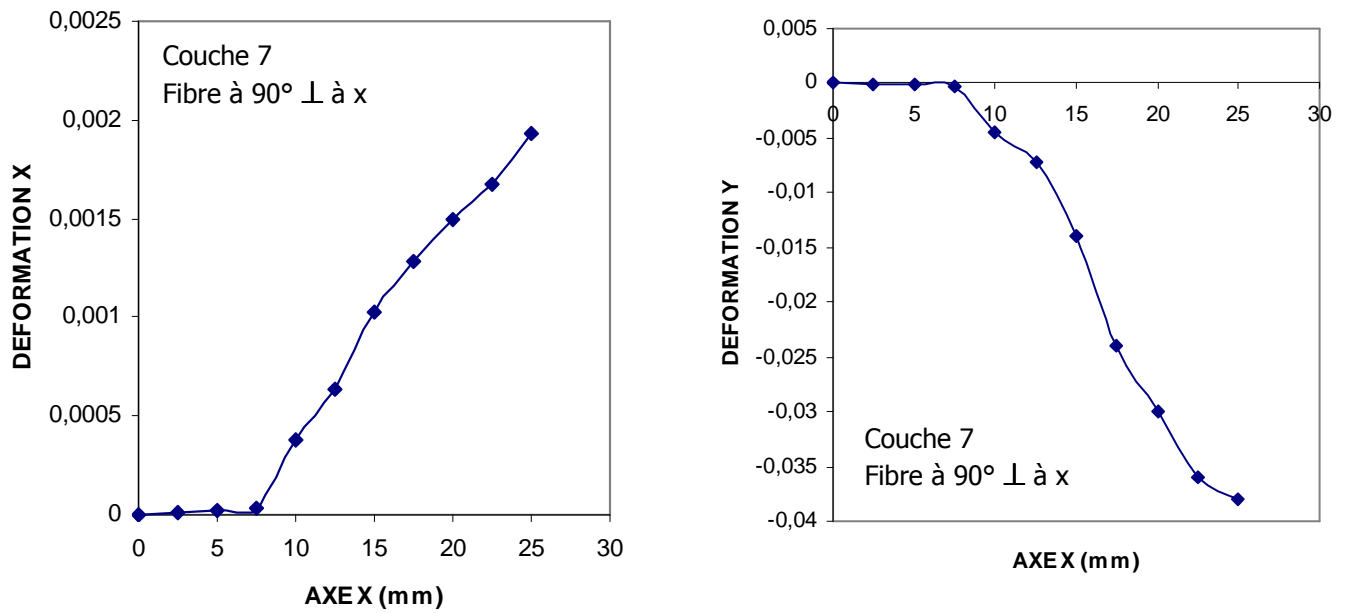


Figure IV.17 : Evolution des déformations ε_x et ε_y des contours de la couche.7.

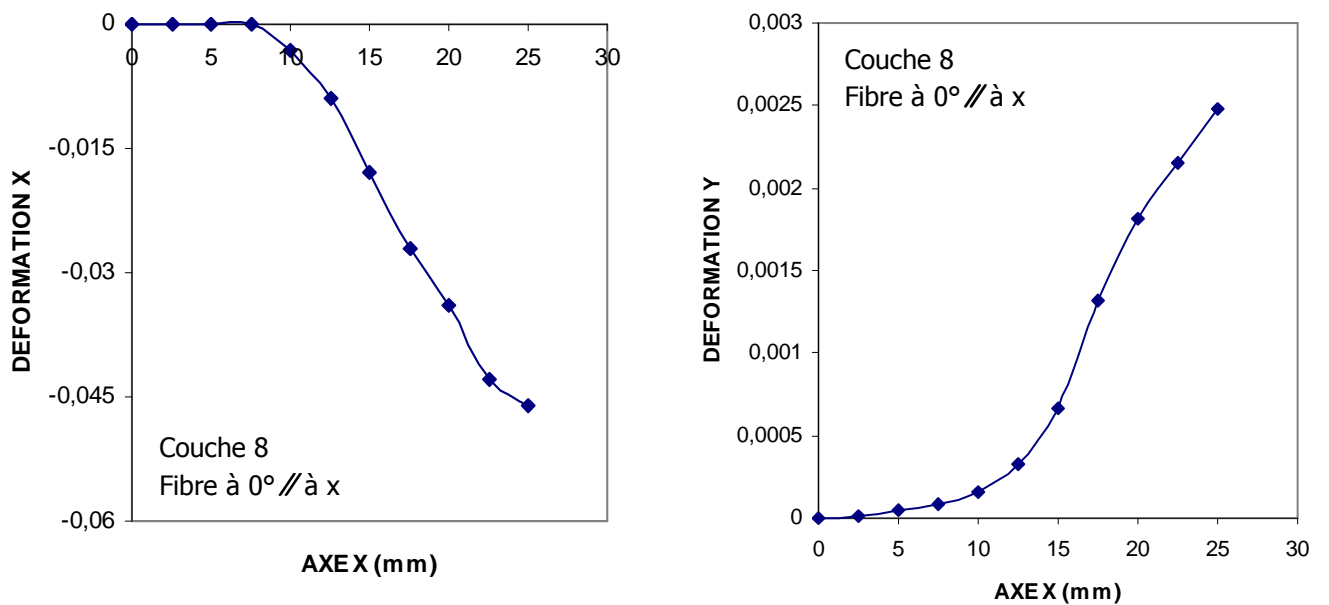


Figure IV.18 : Evolution des déformations ε_x et ε_y des contours de la couche.8.

IV.4 Déplacements

En ce qui concerne les déplacements D_x et D_y de la poutre, leur évolution indique que leurs valeurs restent très faibles, de l'ordre de 10^{-18} mm. Donc, le déplacement global suivant ces 2 directions est négligeable.

Chapitre IV : Résultats et discussions

Pour le déplacement D_z , selon l'axe z , la courbe montre une diminution progressive à partir d'une valeur maximale : les déplacements sont plus importants pour la zone des bords [0-10] mm puis tendent à diminuer de plus en plus que lorsqu'on s'approche du centre de l'éprouvette.

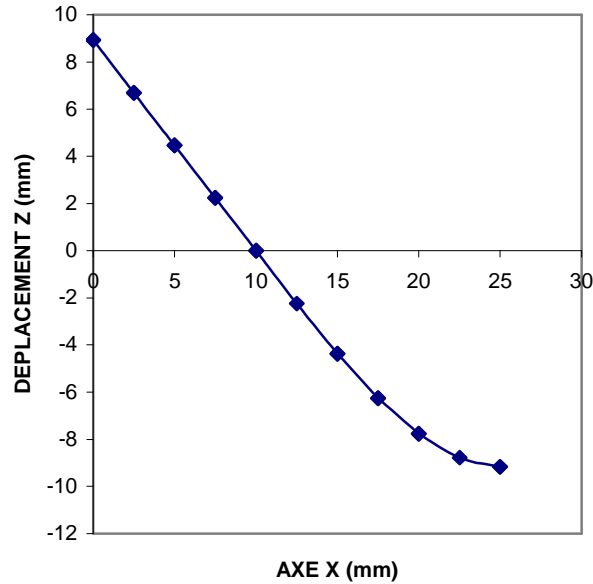


Figure IV.19 : Evolution des déplacements D_z des contours.

Remarque :

Sous l'effet de la flexion, nous remarquons que la distribution des déplacements selon l'axe z n'est pas régulière et se localise au bord de la poutre, et plus nous approchons de l'extrémité de l'éprouvette plus le déplacement augmente [24].

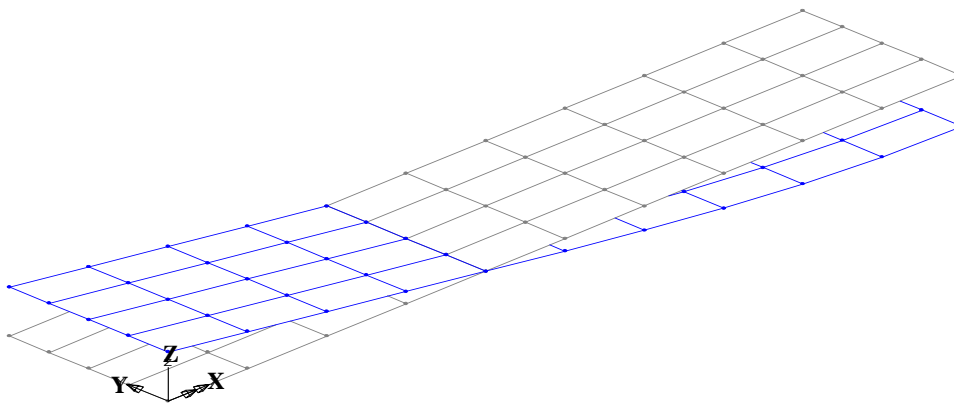


Figure IV.20 : Déformée de la poutre soumise à de la flexion 3 points.

CONCLUSION GENERALE

Conclusion générale

Conclusion générale :

Les matériaux composites sont par essence des matériaux offrant de grands potentiels pour la conception de pièces de haute performance mécanique présentant, en général, des formes relativement complexes. Par ailleurs, les nombreuses géométries et configurations des renforts permettent une grande variété de propriétés et un bon contrôle de leur anisotropie.

L'objectif de ce travail est l'étude numérique du champ des contraintes et des déformations d'une plaque en composite stratifié carbone/époxyde, au début du domaine élastique, par la méthode des éléments finis. Notre recherche a porté sur la distribution des champs de contraintes, de déformations et de déplacements en flexion 3 points.

En effet, nous avons simulé, dans un premier temps, l'évolution des contraintes pour les huit plis et comparé selon 3 axes. Pour les couches orientées à 0° , comparativement aux contraintes σ_x , les valeurs des contraintes σ_y sont beaucoup plus faibles, contrairement aux couches orientées à 90° où les valeurs de σ_y sont beaucoup plus grandes que celles de σ_x . Cela montre l'importance des fibres qui supportent principalement le maximum des efforts exercés sur la structure et confirme bien que les composites ne possèdent pas du tout le même comportement dans le sens des renforts que dans la direction perpendiculaire. Nous avons aussi quantifié le rôle de la matrice qui atténue les contraintes supportées de l'ordre de 50%, entre deux couches de même direction des renforts et de l'ordre de 72% lorsque l'épaisseur est double. Nous avons également montré que les fibres situées au dessus du plan moyen se raccourcissent, c'est-à-dire qu'elles sont comprimées alors que celles sises en dessous s'allongent, c'est-à-dire qu'elles sont tendues. La contrainte maximale y est alors atteinte, pour $x=L/2$.

Enfin, nous avons fait la même analyse pour les champs de déformation et de déplacement où nous avons constaté que, plus nous approchons de l'extrémité de l'éprouvette, plus le déplacement augmente alors que la déformation diminue. Cette dernière est confinée au milieu de la plaque où sa valeur maximale est atteinte à la couche inférieure qui doit subir l'initiation de la rupture.

Nos résultats mettent en évidence une forte corrélation entre les simulations numériques et la théorie.

Références

Références :

- [1] **V.Pauchard, H.Boulharts, F.Grosjeani, P.Odru, A.Chateau Minois**, « Développement d'un modèle de durabilité de poutres composites unidirectionnelles renforcées par des fibres de verre », Rev, IFP, Vol.56, No.6, pp.581-595, 2001.
- [2] **Nadia Behlouli**, « les matériaux composites », cours des matériaux composites, Université de Strasbourg.
- [3] **Abderrazak Bezazi**, « Etude théorique et expérimentale du comportement mécanique en statique et en fatigue des matériaux composites stratifiés et sandwiches en flexion 3 points », Thèse de doctorat, Construction Mécanique, Université Annaba, 2003.
- [4] **Jean Marie. Berthelot**, Matériaux composites « comportement mécanique et analyse des Structures », édition TEC et DOC, 1999.
- [5] **Daniel Gay**, « Matériaux composite », 3^{ème} édition, revue et augmentée, Hermes, 1991.
- [6] **Hajira Saadaoui**, « Evaluation des endommagements thermiques et mécaniques du composite Graphite /Epoxyde par Emission Acoustique », Thèse, Ecole de Génie Mécanique, Université de Moncton, 1996.
- [7] **L.Berreur, B de Maillard, S.Nosperger**, « L'industrie française des matériaux composites », DIGITIP, Rapport final, 2003.
- [8] **J.Weiss et C.Bord**, « les matériaux composites », (Tomes 1), éditions de l'usine, 1985.
- [9] **Technique de l'Ingénieur**, AM3511, « Essais mécaniques des plastiques », 2000.
- [10] **Yves.Perrot**, « Influence des propriétés de la matrice sur le comportement mécanique de matériaux composites Verre/Polyester utilisés en construction navale de plaisance », Thèse, Université de Bretagne Sud, 2006.
- [11] **Mark(C) et Taylor**, « The fitting woven clothto surfaces », Journal of Text institut, 1956.

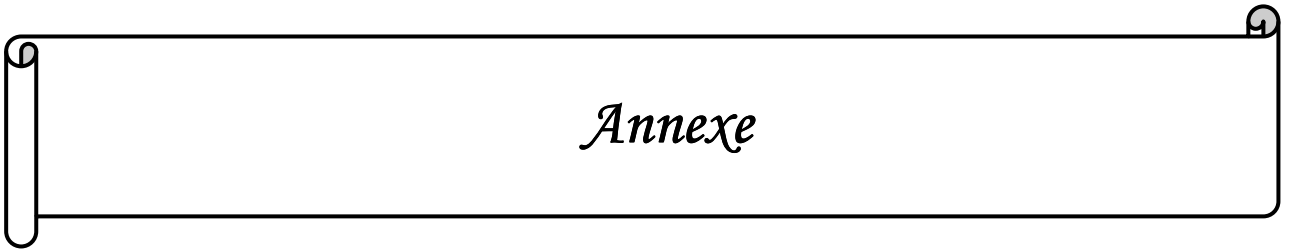
Références

- [12] **Joel Cugnoni**, « Identification par recalage modal et fréquentiel des propriétés constitutives de coques en matériaux composites », Thèse, Ecole Polytechnique fédérale de Lausanne, 2005.
- [13] **J.Molimard**, « Cours de mécanique expérimentale », Ecole nationale supérieure des mines de Saint-Étienne, 2005.
- [14] **O.C.Zienkiewicz**, « The finite element method », Third édition, HILL book company (UK) limited
- [15] **Martin Levesque**, « L'essai de traction de matériaux composites unidirectionnels à fibre continues », Mémoire de maîtrisées sciences appliqués, Génie mécanique, 2002.
- [16] **O.Rahmani et S.Kebdani**, « Introduction à la méthode des éléments finis pour les ingénieurs », Office des publications universitaires.
- [17] **Breke Lmns**, « Continuum damage mechanica » Rapport interne N x, U.T.Eindhoven, 1990.
- [18] **Les Référentiels DUNUD**, « Pratique des plastiques et composites », Partie 7, chapitre 2, Décembre 2003
- [19] **W.Van Paepegem, I.De Baere, J.Degrieck**, « Modelling the nonlinear shear stress-strain response of glass fibre –reinforced composites. Part II: Model development and finite element simulations », Composites science and technology 66:1465-1478, 2006.
- [20] **Association TIM**, « Les matériaux composites », Université Paul Sabatier et de l'INSA de Toulouse, 2007.
- [21] **A.E. Ellakwa, A.C. Shorthall, M.K. Shehata, P.M. Marquis**, « The influence of fibre placement and position on the efficiency of reinforcement of fibre reinforced composite bridgework », J. Oral Rehabil 28 (8), 785– 791, 2001.
- [22] **Associations Wikimedia**, « Travaux pratiques-Elasticité », chapitre 1, 2009.

Références

[23] **Damien Claire**, « Les hypothèses de la théorie des poutres : écart entre calcul et mesure par l'imagerie numérique », 2003.

[24] **J.H. Lim, M.M. Ratnam, H.P.S. Abdul Khalil**, « An experimental and finite element analysis of the static deformation of natural fiber-reinforced composite » *Beam Polymer Testing* 22, 169–177, 2003.

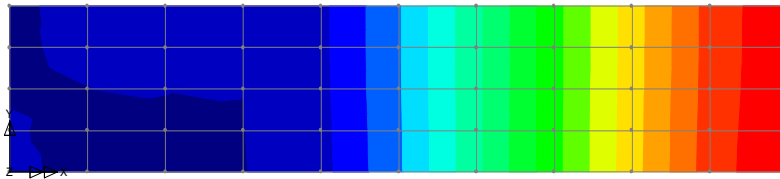


Contours des contraintes σ_x et σ_y de la couche 1

LOAD CASE = 1
 Loadcase 1
 RESULTS FILE = 1
 Layer LAYER1
 STRESS
 RESULTS ANGLE = MATERIAL
 CONTOURS OF Sx



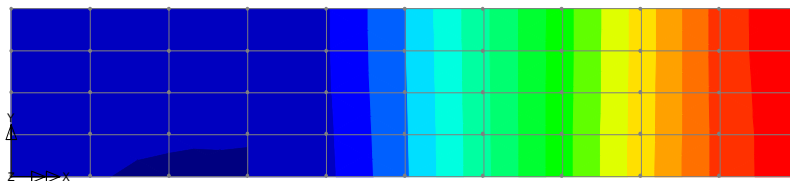
Max 5655. at Node 66
 Min -14.29 at Node 5



LOAD CASE = 1
 Loadcase 1
 RESULTS FILE = 1
 Layer LAYER1
 STRESS
 RESULTS ANGLE = MATERIAL
 CONTOURS OF Sy

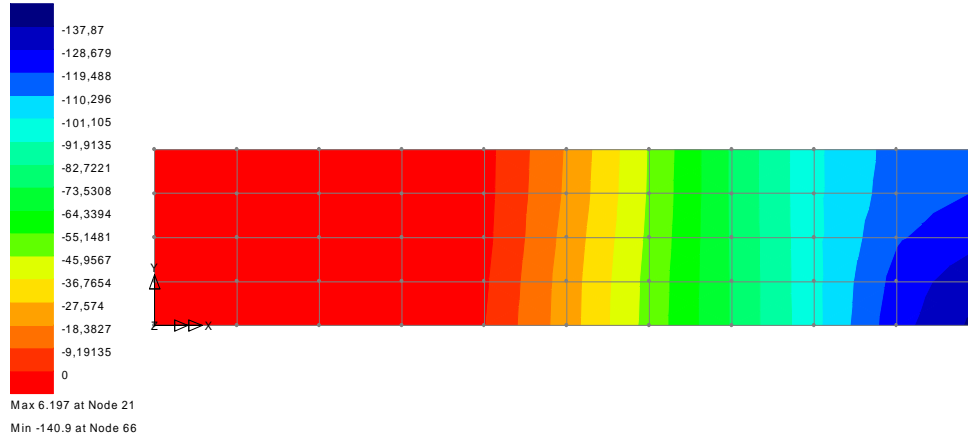


Max 95.63 at Node 74
 Min -0.1244 at Node 5

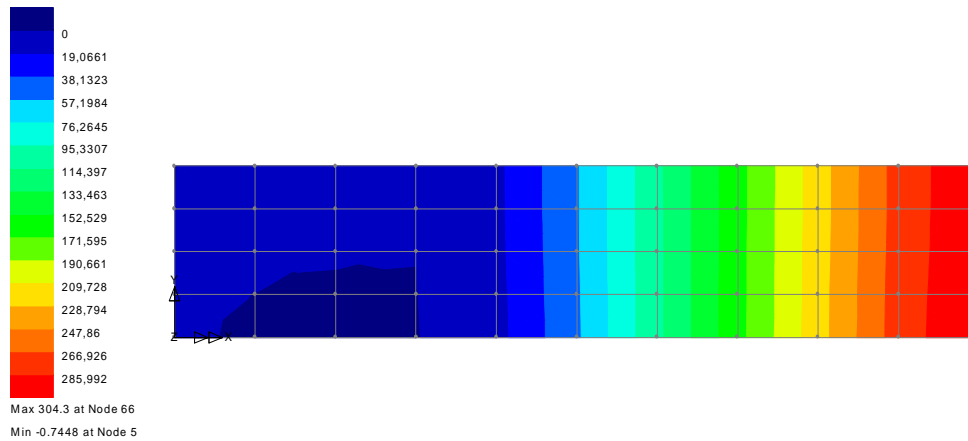


Contours des contraintes σ_x et σ_y de la couche 2

LOAD CASE = 1
Loadcase 1
RESULTS FILE = 1
Layer LAYER2
STRESS
RESULTS ANGLE = MATERIAL
CONTOURS OF Sx

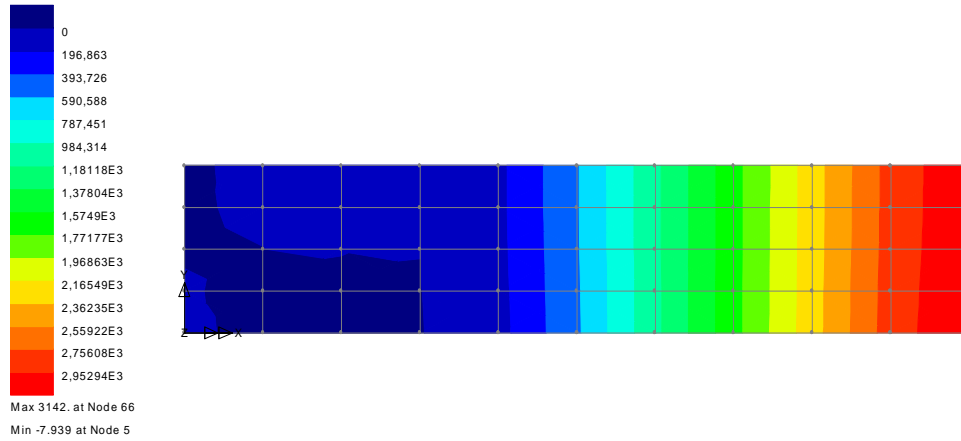


LOAD CASE = 1
Loadcase 1
RESULTS FILE = 1
Layer LAYER2
STRESS
RESULTS ANGLE = MATERIAL
CONTOURS OF Sy

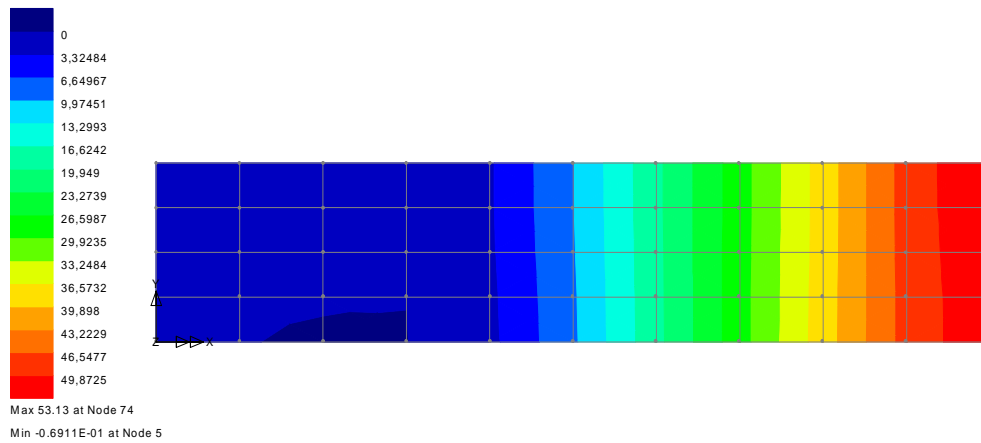


Contours des contraintes σ_x et σ_y de la couche 3

LOAD CASE = 1
Loadcase 1
RESULTS FILE = 1
Layer LAYER3
STRESS
RESULTS ANGLE = MATERIAL
CONTOURS OF Sx

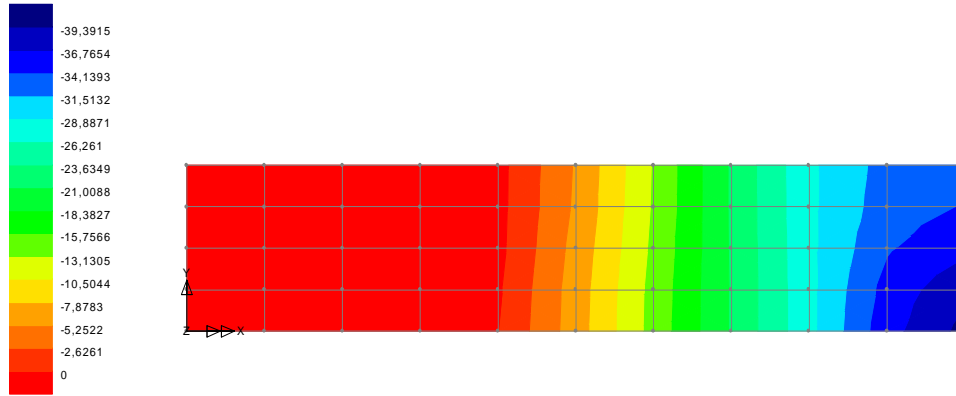


LOAD CASE = 1
Loadcase 1
RESULTS FILE = 1
Layer LAYER3
STRESS
RESULTS ANGLE = MATERIAL
CONTOURS OF Sy



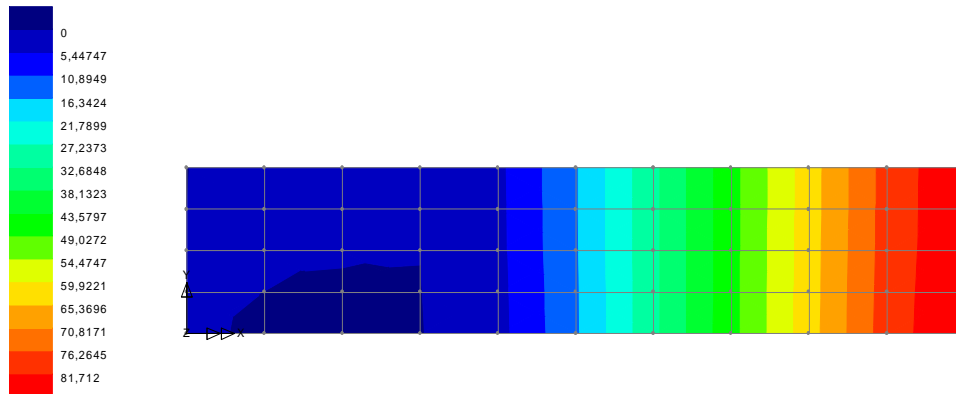
Contours des contraintes σ_x et σ_y de la couche 4

LOAD CASE = 1
Loadcase 1
RESULTS FILE = 1
Layer LAYER4
STRESS
RESULTS ANGLE = MATERIAL
CONTOURS OF S_x



Max 1.770 at Node 21
Min -40.25 at Node 66

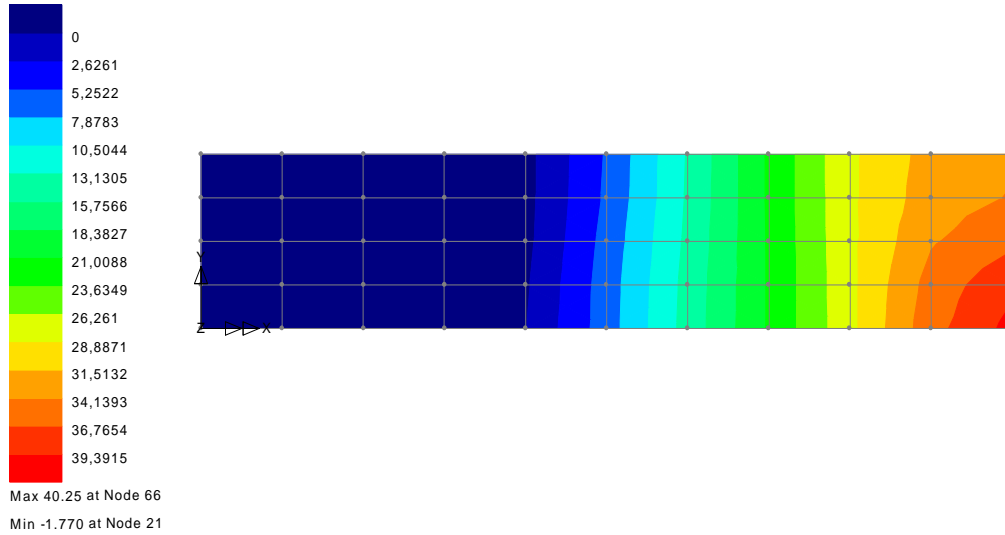
LOAD CASE = 1
Loadcase 1
RESULTS FILE = 1
Layer LAYER4
STRESS
RESULTS ANGLE = MATERIAL
CONTOURS OF S_y



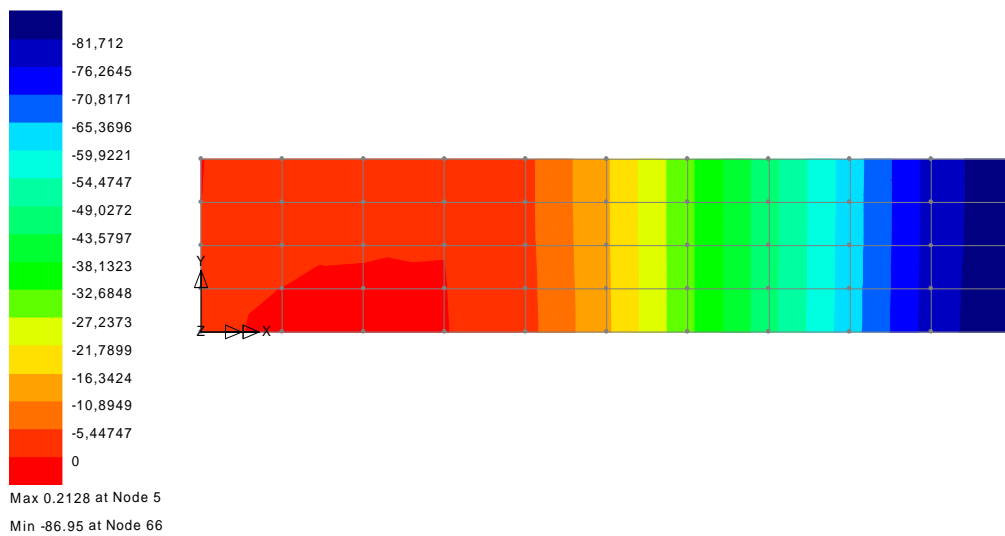
Max 86.95 at Node 66
Min -0.2128 at Node 5

Contours des contraintes σ_x et σ_y de la couche 5 (symétrique à 4)

LOAD CASE = 1
Loadcase 1
RESULTS FILE = 1
Layer LAYER4_SYMM
STRESS
RESULTS ANGLE = MATERIAL
CONTOURS OF S_x

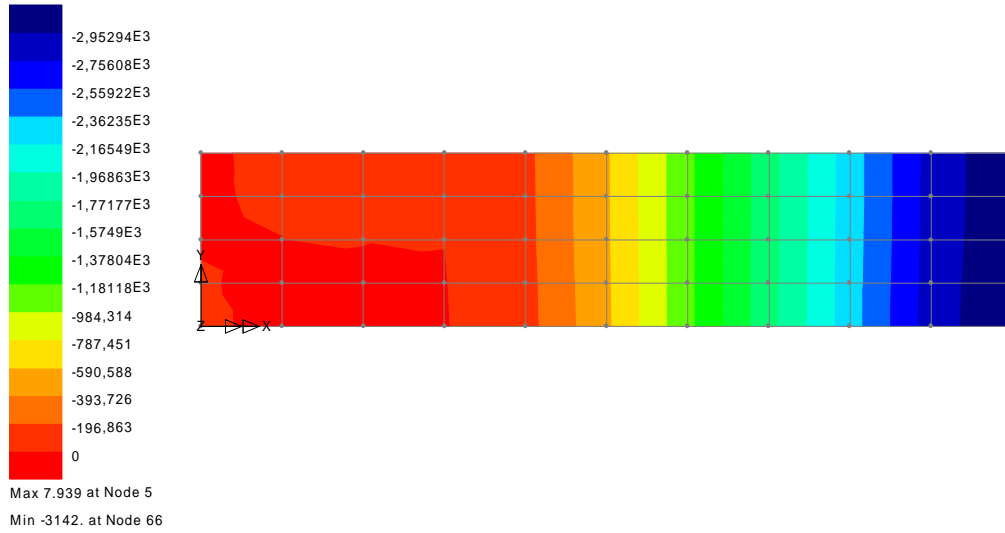


LOAD CASE = 1
Loadcase 1
RESULTS FILE = 1
Layer LAYER4_SYMM
STRESS
RESULTS ANGLE = MATERIAL
CONTOURS OF S_y

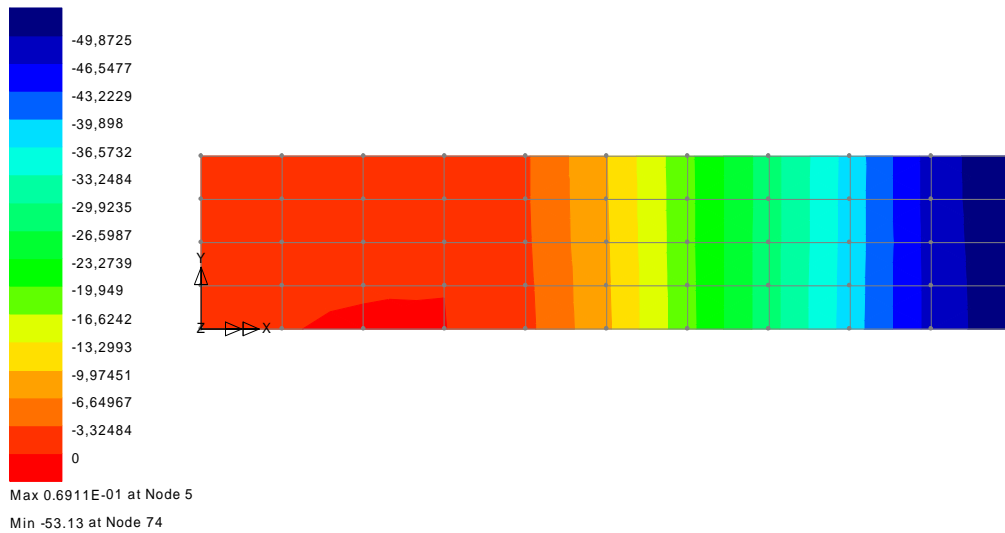


Contours des contraintes σ_x et σ_y de la couche 6 (symétrique à 3)

LOAD CASE = 1
Loadcase 1
RESULTS FILE = 1
Layer LAYER3_SYMM
STRESS
RESULTS ANGLE = MATERIAL
CONTOURS OF S_x

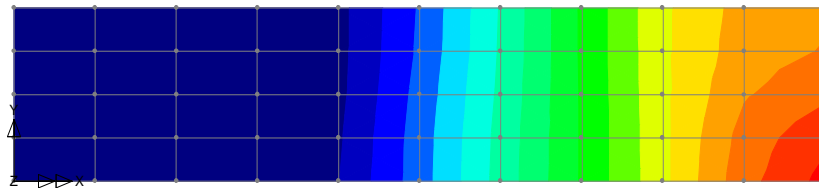
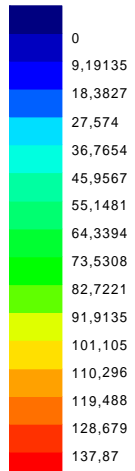


LOAD CASE = 1
Loadcase 1
RESULTS FILE = 1
Layer LAYER3_SYMM
STRESS
RESULTS ANGLE = MATERIAL
CONTOURS OF S_y



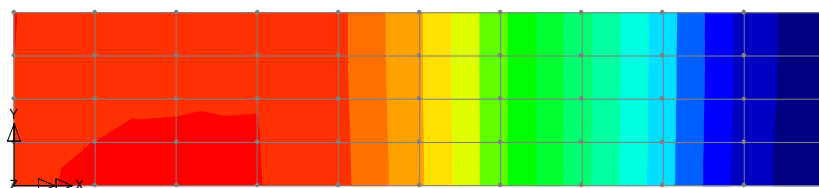
Contours des contraintes σ_x et σ_y de la couche 7 (symétrique à 2)

LOAD CASE = 1
 Loadcase 1
 RESULTS FILE = 1
 Layer LAYER2_SYMM
 STRESS
 RESULTS ANGLE = MATERIAL
 CONTOURS OF S_x



Max 140.9 at Node 66
 Min -6.197 at Node 21

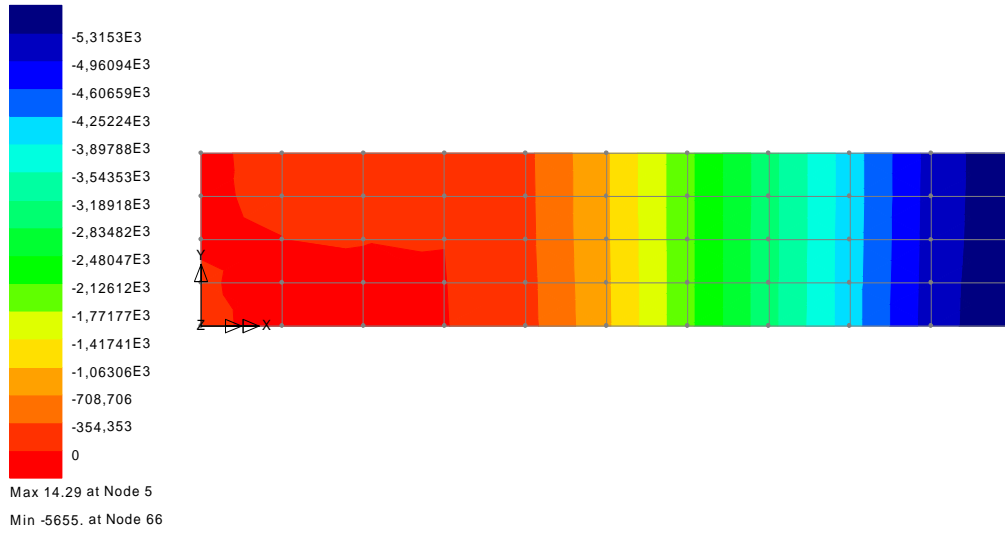
LOAD CASE = 1
 Loadcase 1
 RESULTS FILE = 1
 Layer LAYER2_SYMM
 STRESS
 RESULTS ANGLE = MATERIAL
 CONTOURS OF S_y



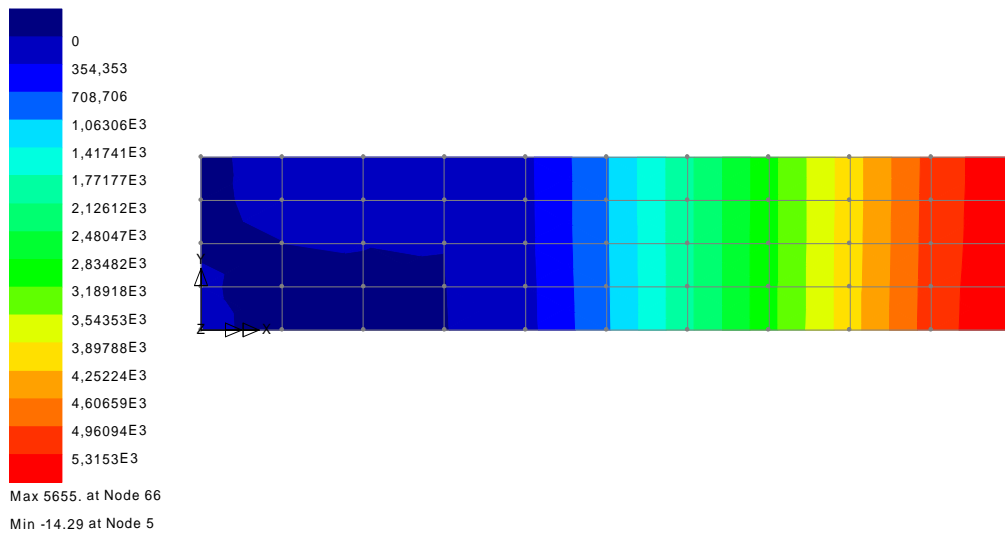
Max 0.7448 at Node 5
 Min -304.3 at Node 66

Contours des contraintes σ_x et σ_y de la couche 8 (symétrique à 1)

LOAD CASE = 1
 Loadcase 1
 RESULTS FILE = 1
 Layer LAYER1_SYMM
 STRESS
 RESULTS ANGLE = MATERIAL
 CONTOURS OF S_x

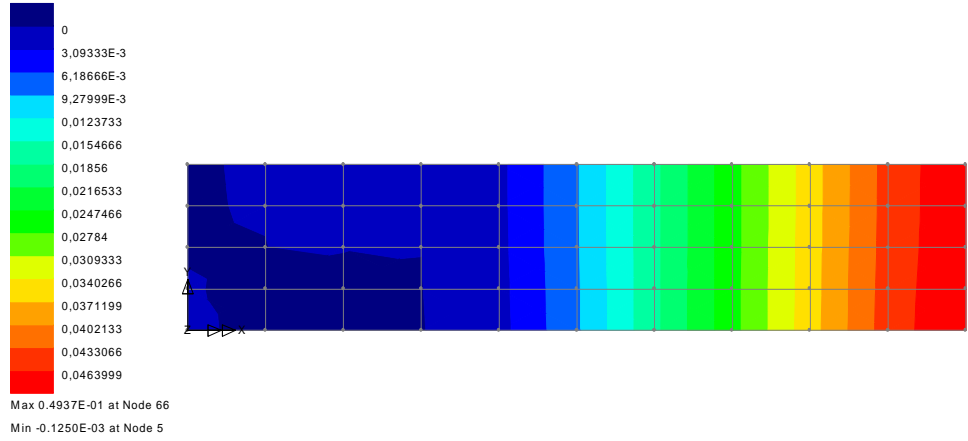


LOAD CASE = 1
 Loadcase 1
 RESULTS FILE = 1
 Layer LAYER1
 STRESS
 RESULTS ANGLE = MATERIAL
 CONTOURS OF S_x

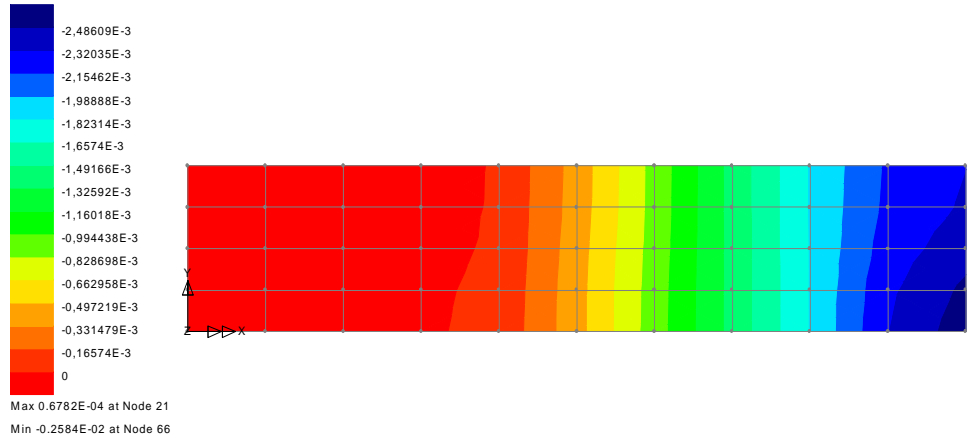


Contours des déformations ϵ_x et ϵ_y de la couche 1

LOAD CASE = 1
 Loadcase 1
 RESULTS FILE = 1
 Layer LAYER1
 STRAIN
 RESULTS ANGLE = MATERIAL
 CONTOURS OF ϵ_x



LOAD CASE = 1
 Loadcase 1
 RESULTS FILE = 1
 Layer LAYER1
 STRAIN
 RESULTS ANGLE = MATERIAL
 CONTOURS OF ϵ_y



Contours des déformations ϵ_x et ϵ_y de la couche 2

LOAD CASE = 1

Loadcase 1

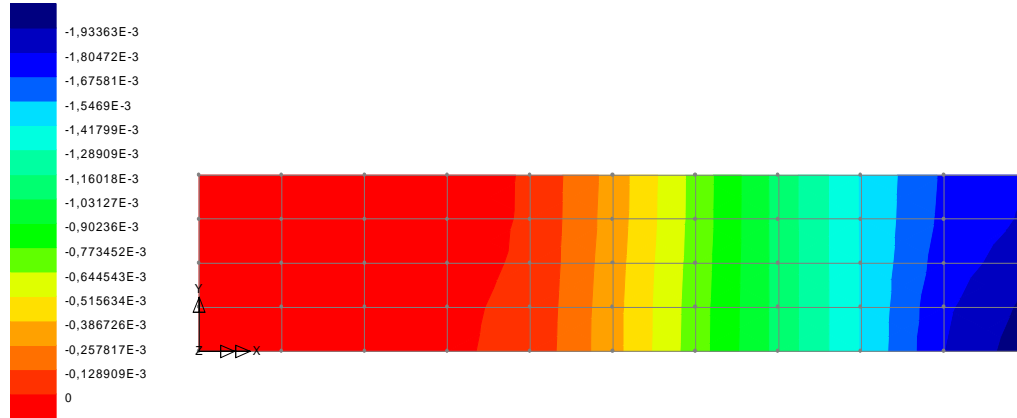
RESULTS FILE = 1

Layer LAYER2

STRAIN

RESULTS ANGLE = MATERIAL

CONTOURS OF ϵ_x



Max 0.5275E-04 at Node 21

Min -0.2010E-02 at Node 66

LOAD CASE = 1

Loadcase 1

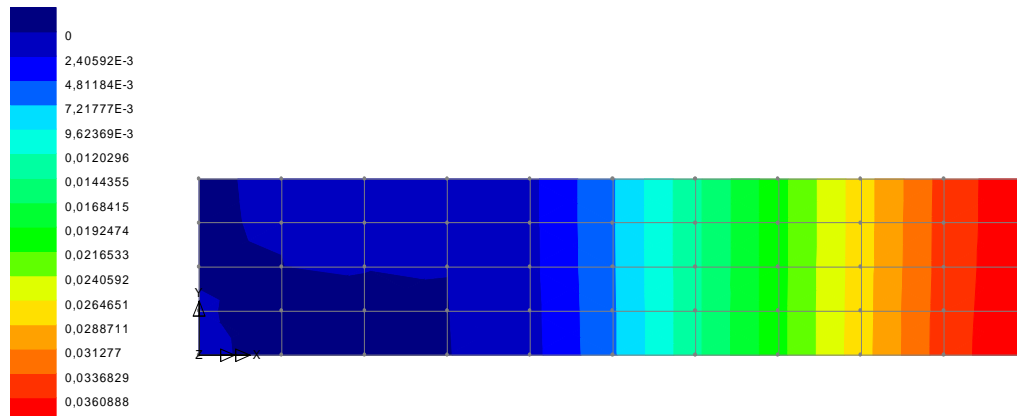
RESULTS FILE = 1

Layer LAYER2

STRAIN

RESULTS ANGLE = MATERIAL

CONTOURS OF ϵ_y

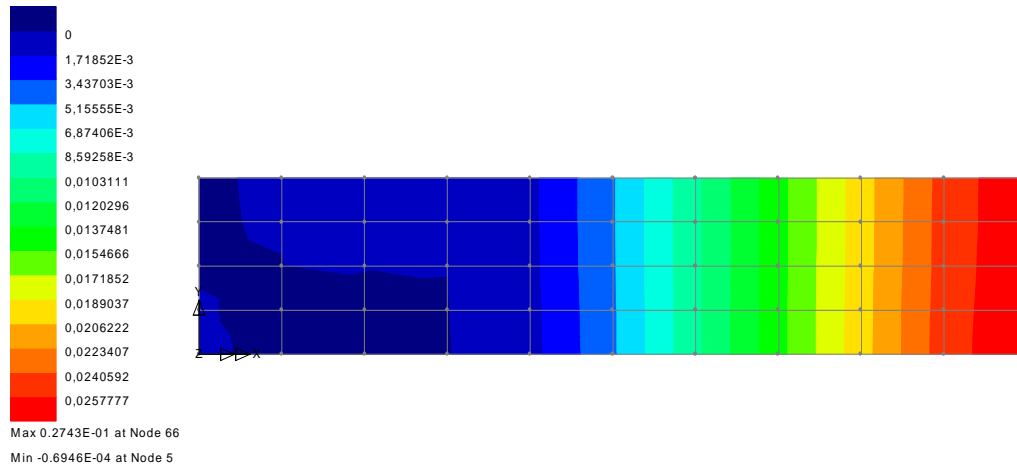


Max 0.3840E-01 at Node 66

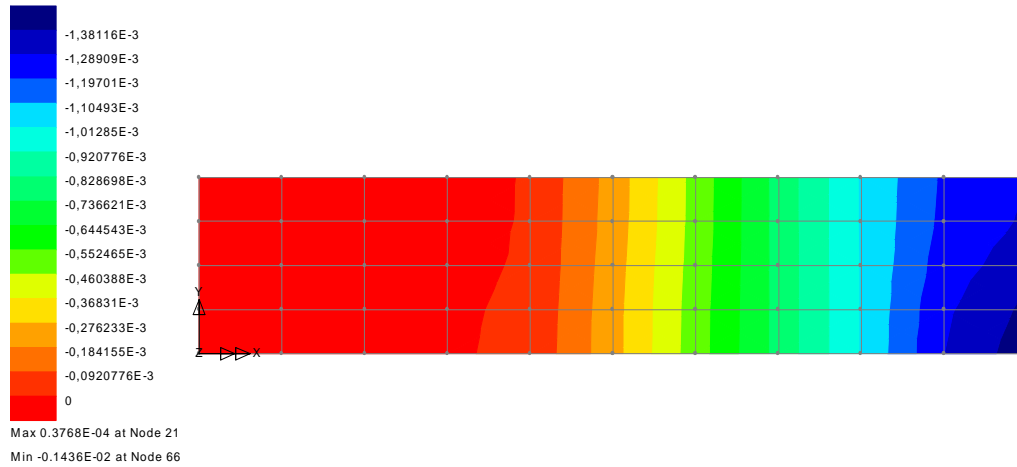
Min -0.9725E-04 at Node 5

Contours des déformations ϵ_x et ϵ_y de la couche 3

LOAD CASE = 1
Loadcase 1
RESULTS FILE = 1
Layer LAYER3
STRAIN
RESULTS ANGLE = MATERIAL
CONTOURS OF ϵ_x

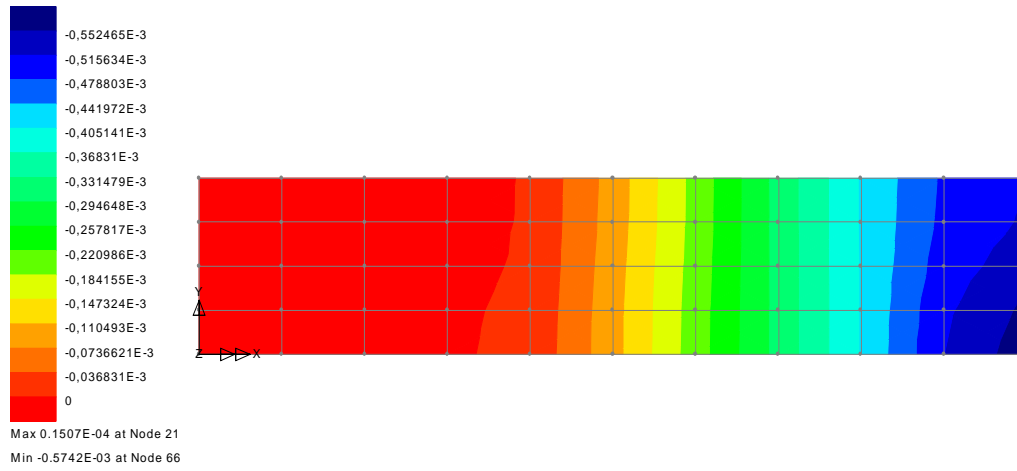


LOAD CASE = 1
Loadcase 1
RESULTS FILE = 1
Layer LAYER3
STRAIN
RESULTS ANGLE = MATERIAL
CONTOURS OF ϵ_y

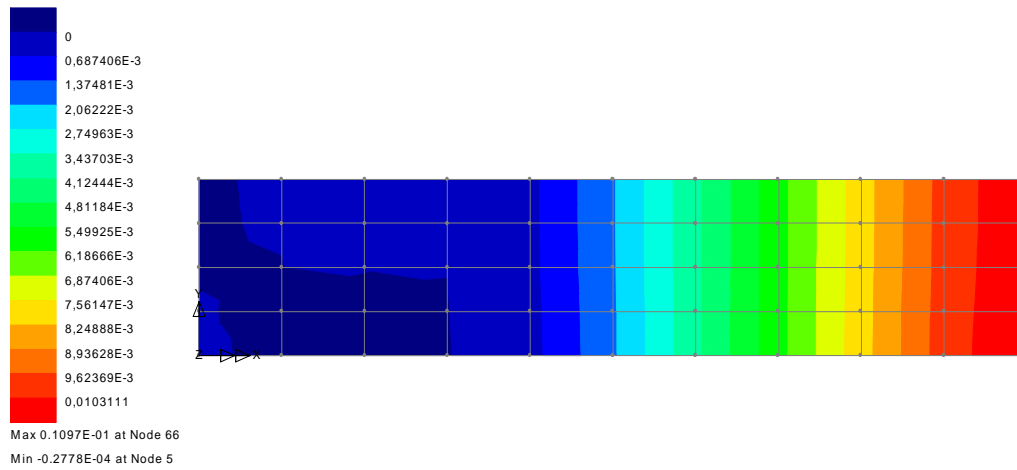


Contours des déformations ε_x et ε_y de la couche 4

LOAD CASE = 1
 Loadcase 1
 RESULTS FILE = 1
 Layer LAYER4
 STRAIN
 RESULTS ANGLE = MATERIAL
 CONTOURS OF ε_x

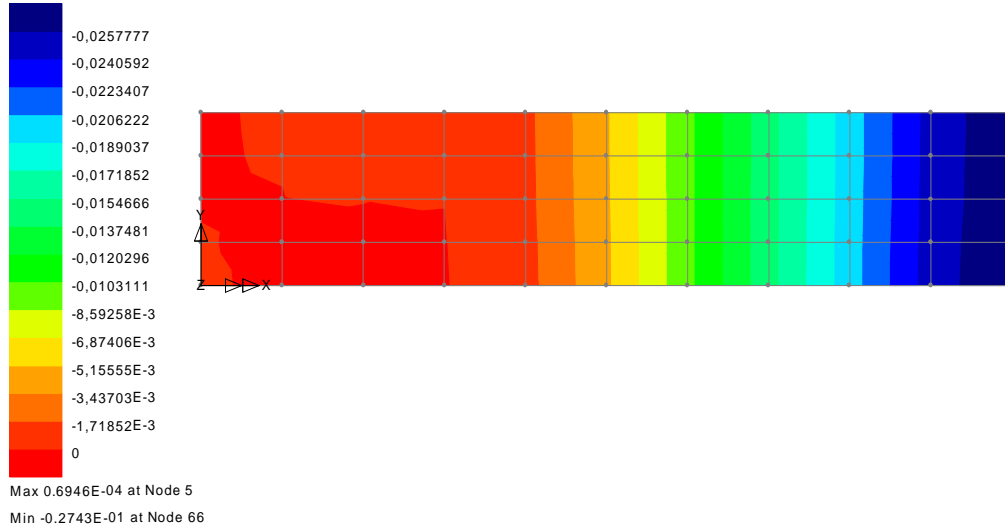


LOAD CASE = 1
 Loadcase 1
 RESULTS FILE = 1
 Layer LAYER4
 STRAIN
 RESULTS ANGLE = MATERIAL
 CONTOURS OF ε_y

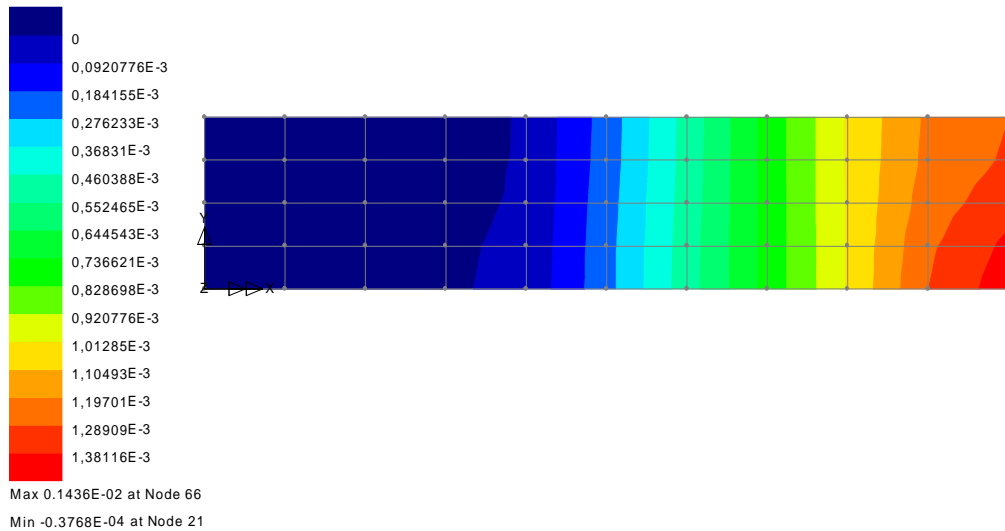


Contours des déformations ϵ_x et ϵ_y de la couche 6 (symétrique à 3)

LOAD CASE = 1
Loadcase 1
RESULTS FILE = 1
Layer LAYER3_SYMM
STRAIN
RESULTS ANGLE = MATERIAL
CONTOURS OF ϵ_x

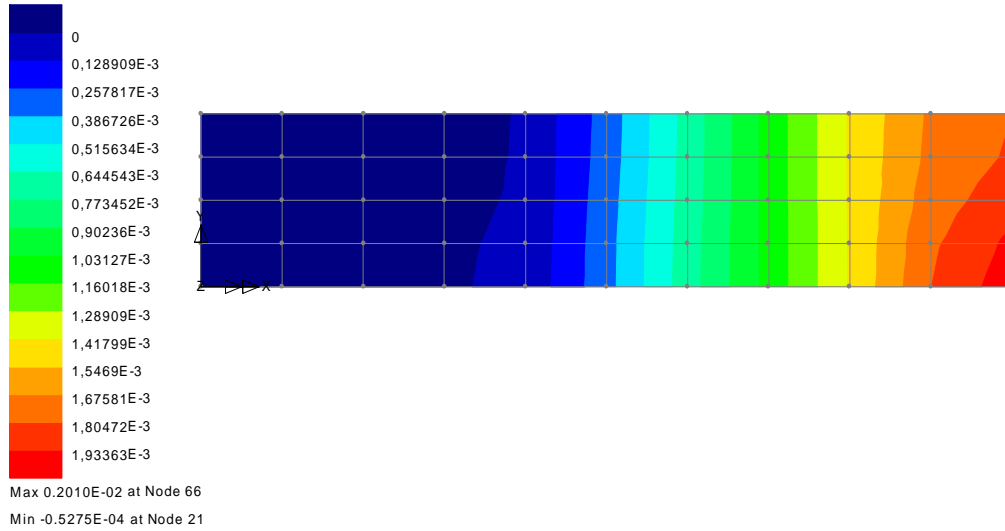


LOAD CASE = 1
Loadcase 1
RESULTS FILE = 1
Layer LAYER3_SYMM
STRAIN
RESULTS ANGLE = MATERIAL
CONTOURS OF ϵ_y

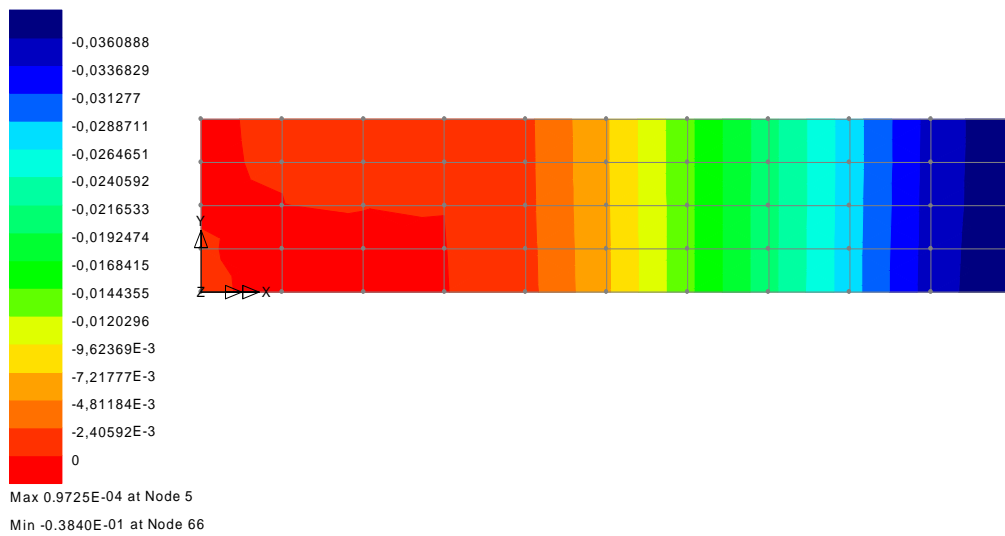


Contours des déformations ϵ_x et ϵ_y de la couche 7 (symétrique à 2)

LOAD CASE = 1
Loadcase 1
RESULTS FILE = 1
Layer LAYER2_SYMM
STRAIN
RESULTS ANGLE = MATERIAL
CONTOURS OF ϵ_x

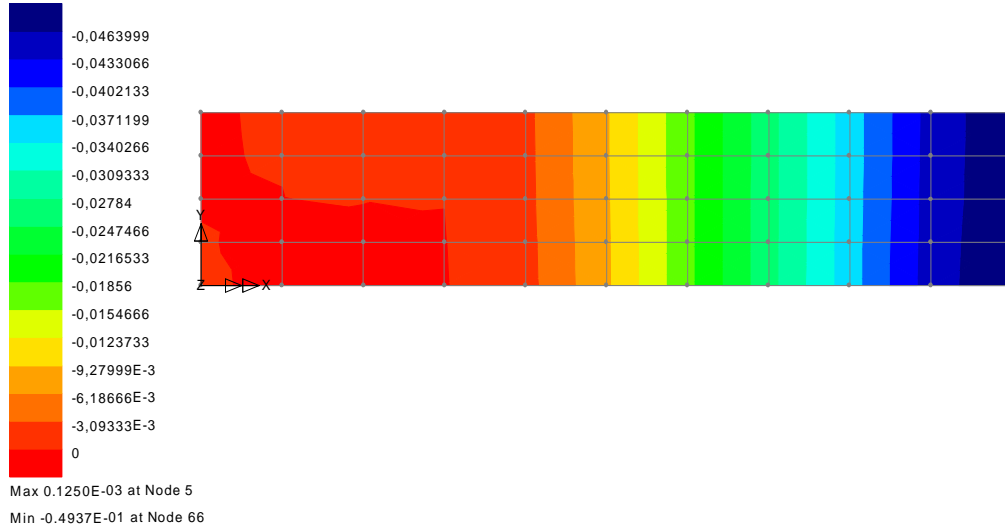


LOAD CASE = 1
Loadcase 1
RESULTS FILE = 1
Layer LAYER2_SYMM
STRAIN
RESULTS ANGLE = MATERIAL
CONTOURS OF ϵ_y

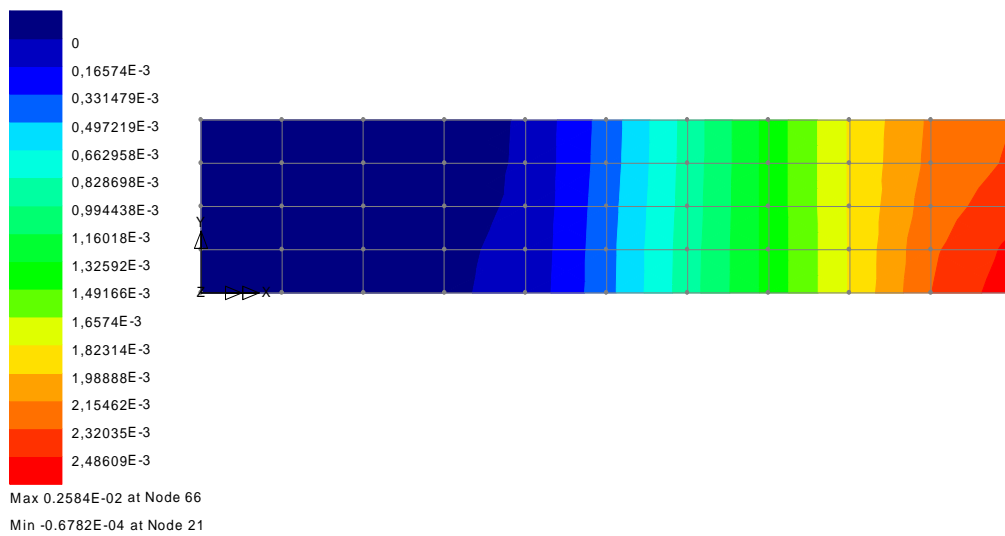


Contours des déformations ϵ_x et ϵ_y de la couche 8 (symétrique à 1)

LOAD CASE = 1
Loadcase 1
RESULTS FILE = 1
Layer LAYER1_SYMM
STRAIN
RESULTS ANGLE = MATERIAL
CONTOURS OF ϵ_x

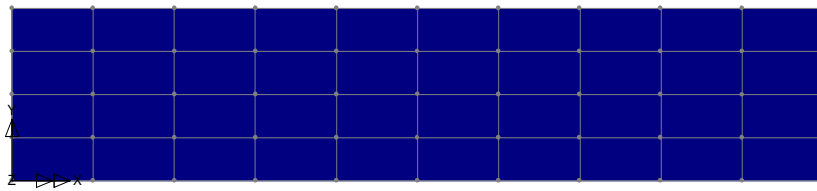


LOAD CASE = 1
Loadcase 1
RESULTS FILE = 1
Layer LAYER1_SYMM
STRAIN
RESULTS ANGLE = MATERIAL
CONTOURS OF ϵ_y



Contours des déplacements D_x et D_z de la poutre

LOAD CASE = 1
Loadcase 1
RESULTS FILE = 1
DISPLACEMENT
RESULTS ANGLE = MATERIAL
CONTOURS OF DX
-0,193892E-15
Max 0.0000E+00 at Node 66
Min -0.1939E-15 at Node 1



LOAD CASE = 1
Loadcase 1
RESULTS FILE = 1
DISPLACEMENT
RESULTS ANGLE = MATERIAL
CONTOURS OF DZ

-9,07329
-7,93913
-6,80497
-5,67081
-4,53664
-3,40248
-2,26832
-1,13416
0
1,13416
2,26832
3,40248
4,53664
5,67081
6,80497
7,93913
Max 8.932 at Node 1
Min -9.215 at Node 66

