

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التعليم العالي و البحث العلمي

BADJI MOKHTAR- ANNABA UNIVERSITY
UNIVERSITE BADJI MOKHTAR - ANNABA



جامعة باجي مختار- عنابة

Faculté: Sciences de l'ingéniorat
Département: Electronique

Année : 2018

THÈSE

Présentée en vue de l'obtention du diplôme de Doctorat 3^{ème} Cycle

Intitulé

**Contribution à la Commande Robuste des Systèmes
Volants. Théorie et Applications à la Commande
d'un Drone**

Option : Télécommunications

Par : MELKOU Lamia

DIRECTEUR DE THÈSE : HAMERLAIN Mustapha D. de recherche CDTA

DEVANT Le JURY

PRESIDENT : TOUMI Salah Pr. Université de Annaba

EXAMINATEURS : BOUKARI Karima MCA Université de Annaba

BOUHALI Omar Pr. Université de Jijel

ملخص:

تشكل أنظمة الطيران تحديًا كبيرًا في مجال التنمية والأبحاث. في السنوات الأخيرة، أصبحت هذه المركبات الجوية أساسية في القطاعات المدنية والعسكرية، مثل المراقبة، عمليات الإنقاذ و الزراعة... إلخ. الطائرة بدون طيار ثابتة الجناحين هي طائرة يتم رفعها بواسطة القوى الديناميكية الهوائية المطبقة على أسطحها الثابتة. على الرغم من مزاياها ، فإن هذه الآلات معروفة بتعقيد وعدم يقين نماذجها غير الخطية و المقترنة بالإضافة إلى الاضطرابات الجوية التي يمكن أن تتعرض لها أثناء الطيران مثل الرياح والتأثيرات الهوائية. تمثل هذه الحواجز تحديًا في تصميم قوانين التحكم القادرة على مراقبة هذه الأنظمة.

في هذه الأطروحة نستخدم استراتيجيات التحكم متعددة المتغيرات ومتينة لمراقبة نماذج ديناميكية لطائرة بدون طيار ثابتة الجناح. تستند قوانين التحكم هذه إلى نظام الهيكل المتغير الانزلاقي الذي يقود مسار الطائرة وفق سطح منزلق محدد مسبقًا أين يصبح غير حساس للتغيرات البارامترية وبعض الاضطرابات الخارجية. على الرغم من هذه المزايا ، فإن هذه الانقطاعات تؤدي إلى تذبذبات غير مرغوبة يمكن أن تضر بالنظام ، هذه الظاهرة تشكل العيب الرئيسي في التحكم بالهيكل المتغير.

وللحد من ذلك ، فإننا نستخدم قوانين التحكم الانزلاقي من الدرجة العليا والتي تتمثل في حصر الانقطاعات في المشتقات العلوية للسطح المنزلق الذي ينتج وحدة تحكم أكثر سلاسة وقادرة على تلبية صفات الطيران المطلوبة.

المفاتيح: الطائرات بدون طيار ثابتة الجناح، ميكانيكيات الطيران، نماذج الطائرات بدون طيار، الأنظمة غير الخطية متعددة المتغيرات، التحكم باستعمال هيكل الوضع المتغير الانزلاقي ، نظام التحكم الانزلاقي من الدرجة الثانية، تحليل الاستقرار ، التجانس ، فائق الالتواء، وحدة وضع الانزلاق غير المفردة.

Abstract:

Flying systems present a major challenge for development and research. In recent years, these aerial vehicles have become indispensable both in civilian and military fields, such as surveillance, rescue operations, agriculture ... etc. A fixed-wing UAV is an aircraft where lift is provided by aerodynamic forces applied onto fixed surfaces. Despite their advantages, these vehicles are known by the complexity and uncertainty of their coupled nonlinear models and the disturbances that they undergo in flight such as wind and aerodynamic effects. These disadvantages present a challenge in the design of control laws able to stabilize such systems.

In this thesis we use multi-variable and robust control strategies to control aerodynamic models of a fixed wing UAV. These laws are based on the variable structure control generating sliding modes. The discontinuity of these algorithms forces the system to evolve on a predefined sliding surface where it becomes insensitive to parametric variations and certain external disturbances. Despite these advantages, these commutations generate undesirable oscillations which can harm the system; this phenomenon known by chattering is the major disadvantage of the variable structure control.

To reduce it, we use the higher order sliding modes which consist in confining the commutations in the higher derivatives of the sliding surface that produces a smoother controller able to satisfy the desired flight qualities.

Keywords: Fixed wing UAVs, Flight mechanics, UAV modeling, Multivariable nonlinear systems, Sliding mode variable structure control, Second order Sliding Modes Controllers, Stability, Homogeneity, Super twisting, Non-singular sliding mode terminal.

Résumé :

Les systèmes volants présentent un enjeu principal pour le développement et la recherche. Durant ces dernières années, ces véhicules aériens sont devenus indispensables dans les secteurs civil et militaire, tels que la surveillance, les opérations de sauvetage, l'agriculture...etc.

Un drone à voilure fixe est un aéronef dont la portance est assurée par des forces aérodynamiques appliquées sur des surfaces fixes.

Malgré leurs avantages, ces engins sont connus par la complexité et l'incertitude de leurs modèles non linéaires couplés ainsi que les perturbations qu'ils peuvent subir en vol telles que le vent et les effets aérodynamiques.

Ces inconvénients présentent un défi dans la conception de lois de commande capables de prendre en charge de tels systèmes.

Dans ce projet de thèse nous utilisons des stratégies de commandes multi variables et robustes pour des modèles aérodynamiques d'un UAV à ailes fixes. Ces lois de commandes sont basées sur la commande à structure variable générant des modes glissants. La discontinuité de ces algorithmes contraint le système à évoluer sur une surface de glissement prédéfinie où il devient insensible aux variations paramétriques et à certaines perturbations extérieures. Malgré ces avantages, ces commutations génèrent des oscillations indésirables qui peuvent nuire au système, ce phénomène connu par le chattering est l'inconvénient majeur de la commande à structure variable.

Pour le réduire, nous utilisons les modes glissants d'ordre supérieur qui consistent à confiner les commutations dans les dérivées supérieures de la surface de glissement ce qui produit un contrôleur plus lisse et apte à satisfaire les qualités de vol désirées.

Mots-clés : Drones à voilure fixe, Mécanique du vol, Modélisation des drones, Systèmes non linéaires multivariables, Commande à structure variable par modes glissants, Modes glissants d'ordre deux, Stabilité, Homogénéité, Super twisting, Terminal sliding mode non singulier.

Remerciements

Le travail présenté dans ce manuscrit a été effectué conjointement au sein de l'équipe « Contrôle » de la division Robotique & Productique du Centre de Développement des Technologies Avancées et au laboratoire LERICA de l'université Badji Mokhtar de Annaba.

Je tiens tout d'abord à remercier Dieu le tout puissant et miséricordieux, qui m'a donné la force et la patience d'accomplir ce modeste travail.

Mes profonds remerciements et ma reconnaissance à M. HAMERLAIN Mustapha (Directeur de recherche au CDTA) qui m'a proposé le sujet et dirigé ce travail.

Ma gratitude va vers M. LARBI Allal (Professeur à l'université de Annaba) pour sa disponibilité et son aide précieuse.

Je tiens à remercier M. TOUMI Salah (Professeur à l'université de Annaba) pour avoir accepté de juger mon travail et présider ce jury.

Mes vifs remerciements vont également aux membres du jury : Mme. BOUKARI Karima (MCA à l'université de Annaba) et M. BOUHALI Omar (Professeur à l'université de Jijel) pour l'intérêt qu'ils ont porté à mon travail en acceptant de l'examiner et de l'enrichir par leurs propositions.

Je remercie les membres du laboratoire LERICA de l'université de Annaba ainsi que mes collègues du CDTA.

Je tiens à remercier toute personne qui a participé de près ou de loin à l'exécution de ce travail.

À la mémoire de mon très cher père

À ma très chère mère

À mes frères, à mes tantes, mes oncles et à toute ma famille

Sommaire

Introduction générale.....	1
-----------------------------------	----------

Chapitre 1 : Aperçu sur les drones aériens

1.1. Introduction	8
1.2. Définition d'un véhicule inhabité.....	8
1.3.Types de drones aériens	9
1.3.1. Les UAVs multi-rotor	9
1.3.2. Les UAVs à rotor unique ou hélicoptère	9
1.3.3. Les UAVs à voilure fixe	10
1.3.4. Les UAVs à voilure fixe hybrides VTOL	10
1.4. Drone à voilure fixe	10
1.4.1. Définition... ..	10
1.4.2. Les surfaces de contrôle	11
1.4.3. La poussée	12
1.4.3.1.Le turbopropulseur ou l'hélice	12
1.4.3.2. Le turboréacteur... ..	13
1.4.4. Principe de fonctionnement d'un avion... ..	13
1.5.La mécanique du vol... ..	14
1.6.Les principales phases du vol... ..	16
1.6.1. Le décollage	16
1.6.1.1. Le roulement	16
1.6.1.2. La rotation	16
1.6.1.3. L'envol... ..	17
1.6.2. La montée rectiligne uniforme... ..	17
1.6.3. Le virage symétrique en palier à vitesse constante	17
1.6.4. Le vol rectiligne uniforme en palier	17
1.6.5. La descente rectiligne uniforme	17
1.6.6. L'atterrissage	17
1.6.6.1.La finale... ..	17
1.6.6.2. L'arrondi... ..	17

1.6.6.3. La décélération...	17
1.7. Stabilité de l'avion...	18
1.7.1. Stabilité statique	18
1.7.2. Stabilité dynamique	18
1.8. Enveloppe de vol...	18
1.9. Soufflerie	19
1.10. Conclusion...	20

Chapitre 2 : Modélisation du drone à voilure fixe

2.1. Introduction	21
2.2. Repères utilisés	21
2.2.1. Le repère avion (body)	21
2.2.2. Le repère aérodynamique	22
2.2.3. Le repère NED (North-East-Down)	22
2.2.4. Le repère ECEF (Earth Centered Earth Fixed)	23
2.3. Angles d'Euler et matrices de passage	23
2.3.1. Le passage du repère avion au repère aérodynamique	24
2.3.2. Le passage du repère NED au repère avion	25
2.4. Modèle mathématique non linéaire de l'UAV à voilure fixe	27
2.4.1. Équations dynamiques	29
2.4.1.1. Équations de forces	29
2.4.1.1.1. Forces dues à la gravité	30
2.4.1.1.2. Forces dues aux effets aérodynamiques	31
2.4.1.1.3. Forces dues à la propulsion du moteur	31
2.4.1.2. Équations de moments	32
2.4.1.2.1. Moment aérodynamique	33
2.4.1.2.2. Moment engendré par la propulsion du moteur	33
2.4.2. Équations cinématiques	34
2.4.3. Équations de navigation	36
2.5. Linéarisation du modèle de l'avion	39
2.6. Découplage du modèle linéaire	42
2.6.1. Mode longitudinal	43
2.6.2. Mode latéro-directionnel	44
2.7. Identification paramétrique par des essais en vol	45

2.7.1.	La postulation du modèle	46
2.7.2.	La conception expérimentale	46
2.7.3.	Détermination de la structure du modèle	46
2.7.4.	Technique d'estimation... ..	46
2.7.4.1.	La méthode d'erreur d'équation... ..	46
2.7.4.2.	La méthode d'erreur de sortie	46
2.7.5.	Validation du modèle	46
2.8.	Conclusion	47

Chapitre 3 : Techniques de commande basées sur les modes glissants

3.1.	Introduction	48
3.2.	Formalisme des systèmes à structure variable... ..	48
3.2.1.	Modes glissants réel et idéal... ..	49
3.2.1.1.	Régime glissant idéal... ..	49
3.2.1.2.	Régime glissant réel... ..	49
3.2.2.	Condition d'existence du glissement... ..	50
Théorème de Filippov... ..		51
3.2.3.	Principe de la commande à structure variable par mode glissant... ..	52
3.2.3.1.	Choix de la surface de glissement... ..	52
3.2.3.2.	Synthèse de la loi de commande	52
Théorème de stabilité au sens de Lyapunov... ..		53
•	Phase de convergence	54
•	Phase de glissement... ..	54
3.2.3.3.	La commande équivalente	54
3.2.4.	Phénomène de chattering... ..	56
3.2.5.	Quelques solutions au problème de chattering	57
3.3.	Modes glissants d'ordre supérieur	57
3.3.1.	Formalisme des modes glissants d'ordre supérieur	58
3.3.2.	Modes glissants d'ordre deux	59
3.3.2.1.	Algorithme du Terminal sliding mode... ..	60
3.3.2.1.1.	Le Terminal sliding mode conventionnel	60
3.3.2.1.2.	Le terminal sliding mode non singulier NTSM	62
Théorème		62

3.3.2.2.	Algorithme de super twisting	62
	Théorème.....	63
3.3.2.3.	Algorithme de super twisting à gains adaptatifs.....	64
	Théorème.....	64
3.3.2.4.	Algorithme du twisting.....	65
3.3.2.5.	Super twisting homogène et continu pour un système de degré relatif supérieur à un	66
3.3.2.5.1.	Définition de l'homogénéité	66
3.3.2.5.2.	Homogénéité et modes glissants.....	66
	Théorème	68
3.3.2.5.3.	Application à l'algorithme super twisting	69
3.4.	Conclusion.....	69

Chapitre 4 : Mise en œuvre de la Commande par Régimes Glissants sur le drone à voilure fixe

4.1.	Introduction	71
4.2.	Présentation du drone	71
4.2.1.	Le Cessna 182.....	71
4.2.2.	Ultra stick 25 E.....	72
4.3.	Implémentation des lois de commande	74
4.3.1.	Commande de l'avion Cessna 182 par mode glissant classique.....	75
4.3.1.1.	Choix de la surface de glissement.....	76
4.3.1.2.	Synthèse du contrôleur	76
4.3.1.3.	Analyse de stabilité.....	78
4.3.1.4.	Résultats de simulation	78
4.3.1.4.1.	Mode longitudinal.....	78
	• Tests de robustesse.....	80
	• Perturbations internes.....	81
	• Perturbations extérieures.....	82
4.3.1.4.2.	Mode latéro-directionnel	82
	• Tests de robustesse.....	83
4.3.2.	Commande de l'UAV Ultra stick 25 E par modes glissants d'ordre deux.....	84
4.3.2.1.	Terminal sliding mode non singulier.....	86

4.3.2.1.1. Choix de la surface de glissement	86
4.3.2.1.2. Synthèse du contrôleur	86
4.3.2.1.3. Analyse de stabilité.....	86
4.3.2.1.4. Résultats de simulation	88
• Tests de robustesse.....	90
4.3.2.2. Super twisting	91
4.3.2.2.1. Choix de la surface de glissement... ..	91
4.3.2.2.2. Synthèse du contrôleur	91
4.3.2.2.3. Analyse de stabilité.....	91
4.3.2.2.4. Résultats de simulation	91
• Tests de robustesse.....	94
• Super twisting à gains fixes.....	94
• Super twisting à gains adaptatifs.....	95
4.3.2.3. Algorithme de twisting... ..	96
4.3.2.3.1. Choix de la surface de glissement... ..	96
4.3.2.3.2. Synthèse du contrôleur	96
4.3.2.3.3. Analyse de stabilité.....	96
4.3.2.3.4. Résultats de simulation	97
• Tests de robustesse.....	99
4.3.2.4. Algorithme de super twisting homogène	101
4.3.2.4.1. Choix de la surface de glissement... ..	101
4.3.2.4.2. Synthèse du contrôleur	101
4.3.2.4.3. Résultats de simulation	101
• Tests de robustesse.....	102
• Perturbations internes.....	102
• Perturbations extérieures.....	103
4.4. Conclusion	103
Conclusion générale... ..	105
Annexe chapitre 2	107
Annexe chapitre 3	118
Bibliographie.....	128

Liste des figures

Fig1.1. Différents types de drones...	8
Fig1.2. Quelques UAVs multi-rotor	9
Fig1.3. UAVs à rotor unique « hélicoptère »	9
Fig1.4. UAVs à voilure fixe	10
Fig1.5. UAVs à voilure fixe hybrides VTOL	10
Fig1.6. Conventions d'axes en aéronautique et surfaces de contrôle	11
Fig1.7. Principe de fonctionnement d'un turbopropulseur	12
Fig1.8. Principe de fonctionnement d'un turbomoteur	13
Fig1.9. Circulation du flux d'air autour d'une aile d'un avion...	13
Fig1.10. Forces s'exerçant sur un avion en vol	14
Fig1.11. Repère inertiel (fixe) et repère lié à l'avion	15
Fig1.12. L'assiette, l'incidence et la pente	15
Fig 1.13. Les angles d'inclinaison et de dérapage	16
Fig 1.14. Domaine ou enveloppe de vol	19
Fig 1.15. Test d'un drone dans une soufflerie	19
Fig.2.1. Repère avion	22
Fig2.2. Axes du repère aérodynamique	22
Fig2.3. Orientation des axes NED et ECEF	23
Fig2.4. Alignement du repère avion au repère aérodynamique	24
Fig.2.5. Le passage du repère terrestre NED au repère avion	26
Fig.2.6. Orientation de $\dot{\phi}$; $\dot{\theta}$; $\dot{\psi}$ dans les repères NED et avion	35
Fig.3.1 : Schéma de principe d'un système à structure variable	48
Fig.3.2 Glissement idéal	49
Fig.3.3. Glissement réel	49
Fig.3.4. Surface de glissement dans l'espace d'état	50
Fig.3.5. La commande équivalente	56
Fig.3.6. Phénomène de chattering	56
Fig.3.7. Ensemble de glissement de dimension 3 : le point de référence se définit par l'intersection de 3 surfaces.	58
Fig.3.8. Trajectoire du mode glissant d'ordre 2	59
Fig.3.9. Trajectoire de phase de l'algorithme super twisting (STW)	63
Fig.3.10. Trajectoire de phase de l'algorithme twisting	65

Fig.4.1. L'avion Cessna 182	71
Fig.4.2. L'avion Ultra stick 25 E	72
Fig.4.3. Principe de fonctionnement d'une commande en boucle ouverte.....	73
Fig.4.4.a. Vitesses linéaires	74
Fig.4.4.b. Vitesses angulaires... ..	74
Fig.4.4.c. Angles d'Euler (Attitude).....	74
Fig.4.4.d. Hauteur(Altitude).....	74
Fig.4.5. Procédure adoptée dans l'étape d'implémentation	75
Fig.4.6. Schéma de la commande SMC en mode longitudinal	77
Fig.4.7. Réponses de l'avion en mode longitudinal.....	79
Fig.4.8. Signaux de commande en mode longitudinal.....	79
Fig.4.9. Perturbation interne	80
Fig.4.10. Perturbation extérieure : rafale de vent.....	81
Fig.4.11. Réponses de l'avion en présence de perturbations internes.....	81
Fig.4.12. Réponses de l'avion en présence de perturbations extérieures.....	82
Fig.4.13. Réponses de l'avion en mode latéral	83
Fig.4.14. Signaux de commande	83
Fig.4.15. Réponses de l'avion en présence de perturbations internes.....	84
Fig.4.16. Schéma de la commande de l'attitude de l'avion.....	86
Fig.4.17. Angles d'attitude (roulis, tangage et lacet).....	88
Fig.4.18. Signaux de commande.....	89
Fig.4.19. Plans de phase des surfaces de glissement.....	89
Fig.4.20. Réponses de l'avion en présence de perturbations.....	90
Fig.4.21. Angles d'attitude (roulis, tangage et lacet).....	92
Fig.4.22. Signaux de commande.....	93
Fig.4.23. Plans de phase des surfaces de glissement-contrôleur STW.....	93
Fig.4.24. Plans de phase des surfaces de glissement-contrôleur AdapSTW.....	94
Fig.4.25. Réponses de l'avion en présence de perturbations extérieures.....	95
Fig.4.26. Réponses de l'avion en présence de perturbations internes.....	96
Fig.4.27. Angles d'attitude (roulis, tangage et lacet).....	98
Fig.4.28. Signaux de commande	98
Fig.4.29. Plans de phase des surfaces de glissement	99
Fig.4.30. Réponses de l'avion en présence de perturbations internes.....	100
Fig.4.31. Réponses de l'avion en présence de perturbations extérieures.....	100
Fig.4.32. Angles d'attitude (roulis et lacet).....	101

Fig.4.33. Signaux de commande.....	102
Fig.4.34. Plans de phase des surfaces de glissement.....	102
Fig.4.35. Réponses de l'avion en présence de perturbations internes.....	103
Fig.4.36. Réponses de l'avion en présence de perturbations extérieures.....	103

Liste des tableaux

Tableau 2.1. Forces, moments, angles et vitesses dans le repère avion	27
Tableau 2.2. Découplage du mouvement de l'avion	43
Tableau 4.1. Caractéristiques géométriques de l'avion Ultra stick 25 E	73
Tableau 4.2. Valeurs des gains des surfaces de glissement	92

Introduction générale

1. Introduction

Les UAVs ou Unmanned Aerial Vehicles nommés aussi drones, sont des véhicules aériens sans pilote ni équipage à bord. Depuis leur apparition durant la première et la seconde guerre mondiale, leur développement et leur utilisation ne cessent d'évoluer jusqu'à nos jours. Le terme «drone» désignant un faux-bourdon a été octroyé à ces engins dans les années trente à cause de la ressemblance de leur vol à celui du mâle de l'abeille qui était bruyant, lent et paresseux.

Le premier drone était connu comme avion-cible radiocommandé destiné à l'observation sans équipage à bord (ni pilote ni observateur) pour faire face aux importantes pertes dans l'aviation d'observation durant la guerre mondiale. Il était succédé par des projectiles sous forme de bombes à ailettes télécommandées par des ondes de télégraphie sans fil. Néanmoins, le problème de brouillage affectait le système de guidage de ces torpilles ce qui rendait leur emploi difficile.

Par la suite, et grâce aux progrès considérables réalisés dans les domaines de l'informatique, des systèmes embarqués et dans la communication, l'utilisation des drones a été étendue à des missions de plus en plus diversifiées dans les secteurs civils et militaires, à titre d'exemple la surveillance aérienne, la reconnaissance, les opérations de sauvetage, l'exploration des catastrophes, le domaine d'agriculture, ...etc.

Actuellement, qu'ils soient à voilure fixe (avion) ou tournante, ces engins sont fortement demandés dans l'industrie commerciale vu les avantages qu'ils offrent par rapport aux aéronefs pilotés. Parmi ces avantages nous citons : l'absence du personnel navigant qui permet de réduire leurs tailles ce qui induit la réduction des coûts de fabrication et d'exploitation, l'exécution de missions difficiles et dangereuses sans risque de perte de vies humaines [1] ainsi qu'une meilleure rentabilité et une plus grande utilité que les aéronefs pilotés [2]. En outre, les UAVs à voilure fixe sont capables de voler plus longtemps, plus haut et plus vite sans aucun danger.

2. Problématique

Malgré les avantages des UAVs, leur autonomie (qu'elle soit partielle ou totale) nécessite des systèmes de contrôle efficaces et précis. L'une des étapes les plus importantes dans la conception des contrôleurs est le développement du modèle de l'aéronef.

Ce dernier peut être déterminé en modélisant l'aérodynamique, la propulsion et les actionneurs de l'engin. Pour avoir un modèle valide, il est nécessaire d'utiliser des données précises sur l'aérodynamique des UAVs. Ces données peuvent être obtenues par différents moyens tels que les tests en soufflerie, la mécanique des fluides numérique (MFN) ou calculés par des formules empiriques [3].

Physiquement, l'aéronef est un système compliqué, connu par la variation de ses coefficients aérodynamiques et du bruit de ses capteurs. Plusieurs travaux de recherche ont été menés sur la modélisation des UAVs [4]. Néanmoins, tous les modèles résultants ne donnent qu'une description approximative des systèmes réels. Ce qui exprime un besoin évident d'implémentation d'algorithmes de contrôle robuste pour résoudre ces problèmes.

En outre, la non linéarité du modèle de l'avion, le couplage existant entre ses différents actionneurs ainsi que les perturbations extérieures, rendent les contrôleurs conçus à base des méthodes classiques, tels qu'un PID (Proportionnel Intégral Dérivé), incapables de prendre en charge sa commande.

L'imprécision du modèle et le développement des lois de commande qui le contrôlent constituent les inconvénients majeurs des UAVs.

3. Motivation

Dans le but de remédier aux problèmes cités auparavant, l'utilisation des contrôleurs robustes s'avère nécessaire afin d'assurer une réponse précise et rapide face à l'incertitude du modèle et aux perturbations extérieures.

En aéronautique, il n'est pas évident de supposer une parfaite connaissance du modèle de l'aéronef, car cette connaissance n'est pas souvent garantie dans la pratique où il est nécessaire de régler les algorithmes de commande de façon empirique sans tenir compte des résultats théoriques. Ceci conduit à des algorithmes de commande peu robustes, incapables d'assurer le vol en conditions réelles.

L'une des solutions proposées est l'utilisation de commandes qui ajustent automatiquement le fonctionnement du drone. Par conséquent, les chercheurs ont développé des lois de commande non linéaires, intelligentes, adaptatives et robustes capables théoriquement de garantir des performances satisfaisantes sur une grande enveloppe de vol, même en présence d'incertitudes et de certaines perturbations.

L'objectif de cette thèse est de concevoir des stratégies de commandes multivariables et robustes pour des modèles dynamiques d'un UAV à ailes fixes. Ces lois de commandes devraient assurer à l'avion une haute performance et satisfaire les qualités de vol désirées, c'est-à-dire la facilité avec laquelle l'avion peut être contrôlé dans diverses circonstances.

Ces techniques reposent sur les modes glissants qui s'inscrivent dans la théorie des systèmes à structure variable. Le principe de ces lois de commande consiste à conduire et à contraindre le système à rester dans le voisinage d'une surface de commutation prédéfinie. La mise en œuvre d'une telle commande est relativement simple et ne nécessite pas une représentation exacte du drone, ce qui est un avantage considérable. Cependant, la discontinuité de la commande à structure variable engendre des oscillations de fréquence élevée une fois le régime glissant atteint, ce phénomène est connu sous le nom de broutement (chattering en anglais). Ces oscillations constituent le plus grand inconvénient de la commande par mode glissant, car elles peuvent causer une perte de précision et une usure des actionneurs en plus du bruit qu'elles génèrent [5].

Dans ce travail nous proposons quelques solutions qui nous permettront de bénéficier des avantages des modes glissants tout en réduisant le chattering.

En premier lieu, nous utiliserons le mode glissant classique pour contrôler l'avion représenté par son modèle linéaire découplé. La stabilisation se fait en modes longitudinal et latéro-directionnel.

Par la suite, et afin de nous rapprocher du système réel, nous représenterons l'avion par un modèle dynamique non linéaire et couplé. Pour le contrôler, nous utiliserons les modes glissants d'ordre supérieur précisément d'ordre deux. À savoir, le Terminal Sliding Mode non singulier qui est réputé par sa robustesse vis-à-vis des erreurs de modélisation et des perturbations extérieures ainsi que sa convergence en temps fini grâce à sa surface de glissement non linéaire, le Super Twisting avec des gains fixes et adaptatifs, l'algorithme de twisting puis nous introduirons l'homogénéité dans les modes glissants d'ordre supérieur.

4. Revue de littérature

Le modèle dynamique d'un aéronef est fortement non linéaire. En effet, l'interaction de l'avion avec le flux d'air généré par son hélice contribue aux forces aérodynamiques complexes qui affectent son mouvement et rend son contrôle une tâche fastidieuse.

La dynamique de l'avion n'est pas seulement couplée et non linéaire, mais aussi difficile à caractériser à cause de la complexité des propriétés aérodynamiques du système. Plusieurs techniques de contrôle non linéaire ont été appliquées à la conception de la commande de vol, parmi les travaux réalisés nous citons : le système de suivi de trajectoire de vol en utilisant la commande optimale IFC (Information Fusion Control) utilisé par Zhen qui est composé des IFC longitudinal et latéral conçus séparément en fusionnant des différentes informations [6]. Le travail de Butt [7] où il expose la conception et l'analyse d'une loi de commande non linéaire adaptative pour commander la dynamique longitudinale d'un hypersonique avec des contraintes sur l'actionneur. Le contrôleur H_∞ non linéaire proposé par Ferreira [8] où les résultats montrent que l'UAV peut maintenir l'état stable désiré en présence de perturbations. Le contrôleur utilisé par Atei [9] qui repose sur la méthode des moindres carrés (SOS) appliquée sur un modèle longitudinal d'un avion hypersonique.

Pour commander un modèle longitudinal couplé et incertain d'un avion hypersonique, un contrôleur à base de mode glissant avec une approche améliorée de la loi exponentielle utilisant le modèle linéaire par rétroaction a été conçu par Zhubing [10]. L'application d'une nouvelle approche basée sur le séquençage du gain dynamique multi-variable (DGS) sur un modèle d'avion complexe a été proposée par Yang [11], les résultats de simulation ont montré comment le DGS améliore de manière significative la réponse transitoire en mode longitudinal. Tandis qu'Espinosa a effectué une comparaison entre des contrôleurs linéaires classiques tels que la commande (PD) et (PID) et des lois de commande non linéaires de type backstepping, modes glissants, la saturation et le contrôle imbriqué flou. Ces contrôleurs ont été comparés et analysés pour contrôler l'altitude, le lacet et le roulis via des tests de simulation [12]. Afin de réguler l'altitude et la vitesse d'un hypersonique en présence d'incertitudes aérodynamiques, un contrôleur neuronal adaptatif direct a été appliqué par Xu [13] sur le modèle longitudinal de l'avion. Un autre contrôleur, basé sur un observateur de perturbation par réseau de neurones à ondelette récurrente et la technique du backstepping, a été proposé par Chen [14] pour commander un UAV représenté par un système MIMO non linéaire incertain et perturbé. Xiaofeng a conçu une commande multi-objective avec

commutation afin de contrôler les moteurs d'avions [15]. Un contrôleur en temps fini basé sur le mode glissant a été développé par Jie [16] en introduisant une surface de glissement non-singulière afin de minimiser le chattering tout en gardant la robustesse et la précision. Pour commander un hypersonique en attitude, une commande hybride combinant la commande par mode glissant (SMC) avec un contrôleur prédictif a été synthétisée par Xianlei [17]. Le contrôle de la dynamique longitudinale d'un hypersonique en présence de perturbations a été assuré par la commande non singulière neuronale directe conçue par Xiangwei [18]. Alors qu'un nouvel algorithme de guidage utilisant la linéarisation par rétroaction et la commande par mode glissant a été proposé par Liu [19] pour le pilotage d'un hypersonique en phase de plongée. La robustesse est validée par les différentes missions d'orientation et simulation de Monte Carlo. Un atterrissage automatique robuste des drones à voilure fixe en utilisant un design neuro-adaptatif a été réalisé par Ambati [20] où l'idée consiste à introduire une fonction de Lyapunov qui permet l'apprentissage rapide du modèle qui sera utilisé par la suite dans la boucle de guidage (externe) et la boucle de contrôle (interne). Dans son travail, Poksawat [21] a proposé un contrôleur PID à gain séquencé pour les drones à voilure fixe en utilisant un algorithme de réglage automatique. Le contrôle d'atterrissage d'un drone sur un pont de navire en présence de vent a été réalisé par Hervas [22] en concevant une commande non linéaire basée sur une approximation lisse d'un contrôleur par mode glissant ainsi qu'un filtre de Kalman étendu (EKF). Récemment, un contrôleur par mode glissant adaptatif (ASMC) a été utilisé par Akbari [23] pour concevoir le contrôle d'attitude d'un petit UAV en se servant des lois d'adaptation pour estimer les paramètres incertains inconnus et les perturbations externes.

Il a été noté que les lois de commande des engins volants par modes glissants font partie des algorithmes les plus rencontrés dans la littérature. À titre d'exemple le Terminal Sliding mode adaptatif utilisé par Wang [24] pour commander un avion qui vole en formation. Les modes glissants d'ordre supérieur qui sont utilisés dans divers travaux, par exemple [25] où Orta a commandé un avion en piqué. Le travail de Wang [26] qui synthétise un contrôleur à base de mode glissant d'ordre supérieur pour le suivi de la vitesse et de l'altitude d'un UAV de type hypersonique. Yamasaki [27] qui a proposé un contrôleur intégré d'orientation et de contrôle (IGC) d'un drone de chasse contre un avion cible où le mode glissant d'ordre deux (SOSM) incluant un observateur par mode glissant d'ordre supérieur ont été utilisés pour estimer les surfaces de glissement incertaines. Un contrôleur HOSM (High Order Sliding Mode) quasi-continu multi-entrées et multi-sorties (MIMO) et un observateur HOSM ont été

développés par Zong [28] afin de réguler la vitesse et l'altitude d'un hypersonique flexible (FAHV). Le contrôle du tangage d'un avion par mode glissant d'ordre deux proposé par Levant [29]. Le guidage et contrôle latéraux des UAV abordés par Ali [30] en utilisant le mode glissant d'ordre deux.

L'homogénéité a aussi fait ses preuves dans la commande des systèmes non linéaires en assurant leur convergence en temps fini. Néanmoins, cette technique est peu utilisée dans le secteur avionique. Nous trouvons les travaux de: Aneke [31] où il traite la stabilisation d'un avion en utilisant l'homogénéité, de Du [32] et de Yuan [33] qui proposent la stabilisation de l'attitude d'un avion en temps fini par une méthode homogène.

5. Plan de la thèse

La démarche adoptée est présentée en quatre chapitres organisés comme suit:

Le chapitre 1 présente un petit aperçu sur les drones aériens précisément à voilures fixes. Les points abordés aideront le lecteur à se familiariser avec les UAVs de type avions, leur principe d'actionnement, les différentes phases de vol ainsi que leur stabilité dans l'enveloppe de vol. Quelques notions de base sur la mécanique du vol présentées dans ce chapitre seront exploitées par la suite dans la phase de modélisation.

L'objet du chapitre 2 est de décrire mathématiquement le modèle de l'avion. Ce dernier sera représenté par des équations différentielles non linéaires obtenues par l'application de la deuxième loi de Newton. Ces équations traduisent le comportement de l'avion à travers les forces et les moments qui le régissent et ses accélérations de translation et de rotation. Le modèle non linéaire calculé s'exprime en fonction de certains paramètres connus par les coefficients aérodynamiques. Pour les obtenir, ce modèle sera linéarisé en appliquant la théorie des petites perturbations, découplé puis utilisé dans le processus d'identification. Une fois le modèle validé, le reste du travail consiste à le stabiliser en contrôlant ses mouvements. Pour ce faire, nous avons eu recours aux algorithmes de commande robustes.

Le chapitre 3 met l'accent sur les techniques de contrôle avancé. Celles utilisées dans cette thèse sont basées sur les modes glissants qui ont fait leur preuve dans la commande de tels systèmes. Vu que l'avion peut être représenté par deux modèles, nous allons présenter des techniques de commande pour chacun. Au premier lieu, nous aborderons le formalisme classique du régime glissant, ce dernier sera appliqué sur le modèle linéaire et découplé. Après, nous passerons au mode glissant d'ordre deux où nous présenterons les contrôleurs

Terminal Sliding Mode Non Singulier et le Super Twisting à gains fixes puis à gains adaptatifs, ces lois de commande sont dédiées aux systèmes du second ordre ayant un degré relatif égal à 1. Par la suite, nous augmenterons le degré relatif de notre système afin de lisser le signal de la commande. Dans ce cas, nous utiliserons l'algorithme du twisting puis nous introduirons le principe d'homogénéité qui permet de générer des modes glissants homogènes d'ordre supérieur. Ces contrôleurs seront implémentés sur le modèle non linéaire couplé de l'avion.

Dans le chapitre 4 nous décrirons les plateformes utilisées en simulation. Deux drones seront présentés, le Cessna 182 dont nous avons utilisé le modèle linéaire découplé et l'Ultra Stick 25E qui est représenté par un modèle non linéaire couplé. Le choix de ces avions se justifie par la disponibilité des valeurs numériques de leurs modèles dans la littérature.

La suite de ce chapitre sera consacrée à la présentation des différents résultats obtenus en simulation. D'abord, la stabilisation de l'avion en modes longitudinal et latéro-directionnel, puis le contrôle de son attitude. En outre, des tests de robustesse des contrôleurs proposés, vis-à-vis le bruit de mesure et une rafale de vent, seront effectués.

À la fin, ce manuscrit sera clôturé par une conclusion générale.

Publications

Le travail réalisé dans cette thèse a fait l'objet de :

Publication internationale

- L. Melkou, M. Hamerlain and A. Rezoug, "Fixed wing UAV attitude and altitude control via adaptive second order sliding mode", Arabian Journal for Science and Engineering, pp. 1-12 , 2017.

Conferences internationales

- L. Melkou, A. Rezoug, & M. Hamerlain, "PID-Terminal Sliding Mode Control of Aircraft UAV". In Modelling Symposium (EMS), European (pp. 233-238). IEEE, 2014.
- L. Melkou & M. Hamerlain, "Homogeneous Second Order Sliding Mode Control of Unmanned Aiplane", 2nd International Conference on Automatic control (ICATS'17), Annaba, 2017.

Chapitre 1

Aperçu sur les drones aériens

1.1. Introduction

Les engins avioniques ont profondément pénétré le monde de l'industrie. Conçus principalement pour remplacer l'être humain dans des missions difficiles et dangereuses, ils sont devenus indispensables dans les domaines civils et militaires. Le monde des drones est vaste et regroupe plusieurs disciplines telles que l'électronique, l'informatique, la mécanique, l'aérodynamique...etc.

Ce chapitre est dédié à la présentation des UAVs notamment ceux à voilure fixe. Quelques notions de base sur la mécanique de vol seront introduites afin de permettre au lecteur de comprendre le fonctionnement d'un avion, les phases de vol ainsi que sa stabilité. Ces notions seront nécessaires par la suite dans la phase de modélisation.

1.2. Définition d'un véhicule inhabité

C'est un mobile sans équipage à bord doté d'une certaine autonomie. Il peut être terrestre UGV (Unmanned Ground Vehicle), de surface USV (Unmanned Surface Vehicle), sous-marin UUV (Unmanned Underwater Vehicle) ou aérien UAV (Unmanned Aerial Vehicle) (Fig.1.1). Ces engins peuvent emporter des charges utiles afin d'effectuer des missions spécifiques pendant une durée bien définie. Ces charges peuvent varier de quelques milligrammes (capteurs, caméras..) à des kilogrammes (colis, livraisons...) selon la capacité du véhicule.



Fig1.1. Différents types de drones

1. Aperçu sur les drones aériens

Dans cette thèse nous nous intéressons aux UAVs. Ces engins avioniques sont liés à des stations au sol via des liaisons radioélectriques.

1.3.Types de drones aériens

La capacité des UAVs à rester en l'air et leur méthode de vol permettent de les classer en quatre types :

1.3.1. Les UAVs multi-rotor

Ils portent plusieurs moteurs sur leurs corps et peuvent effectuer un vol stationnaire même dans des endroits confinés, faciles à manipuler et parfaits pour la photographie aérienne (Fig.1.2). Leur inconvénient est la courte durée de vol.



Fig1.2. Quelques UAVs multi-rotor

1.3.2. Les UAVs à rotor unique ou hélicoptère

Ils utilisent un moteur pour le pilotage et un autre rotor plus petit près de la queue pour contrôler la direction (Fig.1.3). Ces drones sont plus efficaces que les drones à plusieurs rotors. Ils peuvent voler plus haut, rester dans une position sans tourner, et consomment souvent du gaz au lieu de l'électricité. La charge utile qu'ils peuvent transporter est plus importante. Mais ils sont dangereux et difficiles à manipuler.



Fig1.3. UAVs à rotor unique « hélicoptère »

1.3.3. Les UAVs à voilure fixe

Il s'agit d'une autre conception d'UAVs, leur style de construction imite celui des avions (Fig.1.4). Ils ne peuvent pas effectuer un vol stationnaire mais ils suivent une trajectoire définie. Ils sont connus par leur longue endurance, leur grande zone de couverture et leur rapidité. Néanmoins ils présentent quelques inconvénients tels que le besoin d'une piste de décollage et d'atterrissage, la difficulté de manipulation et le leur prix élevé.



Fig1.4. UAVs à voilure fixe

1.3.4. Les UAVs à voilure fixe hybrides VTOL

C'est le résultat d'une fusion des avantages des UAVs à voilure fixe et de la capacité de stationner (Fig.1.5). Ces engins peuvent décoller et atterrir verticalement et possèdent une longue endurance. Cependant, ils sont toujours en cours de développement.



Fig1.5. UAVs à voilure fixe hybrides VTOL

Cette classification permet à l'utilisateur de mieux choisir le drone adéquat pour effectuer l'application souhaitée. Dans notre étude, nous avons choisi un UAV de type avion pour appliquer nos algorithmes de commande afin de le stabiliser.

1.4. Drone à voilure fixe

1.4.1. Définition

Le drone à ailes fixes ou l'avion sans pilote est un aéronef dont la sustentation est principalement assurée par des forces aérodynamiques. En général, l'avion est entraîné par un

organe moteur (dans le cas d'un engin sans moteur, il s'agit d'un planeur). Sa portance aérodynamique est obtenue par la déflexion de certaines surfaces qu'on trouve dans les ailes et dans la queue.

1.4.2. Les surfaces de contrôle

Appelées aussi les gouvernes. Ce sont des surfaces mobiles qui permettent de piloter un avion grâce à leur déflexion. Leur rôle est de modifier la trajectoire de l'avion en introduisant des variations dans l'intensité ou la direction des forces aérodynamiques, contrôler la stabilité de l'avion et corriger les effets perturbateurs occasionnés par la turbulence atmosphérique. Pour un avion conventionnel, elles sont représentées dans le trièdre de référence par (Fig.1.6). À savoir :

- Les ailerons : leur déflexion (δa) permet à l'avion de tourner autour de l'axe longitudinal 'x' (le roulis) pour s'incliner.
- La gouverne de direction (Rudder) (δr) permet à l'avion de tourner autour de l'axe de direction 'z' (le lacet) pour changer de direction.
- La gouverne de profondeur (Elevator) (δe), sa déflexion permet une rotation autour de l'axe latéral 'y' (le tangage) pour cabrer ou piquer.

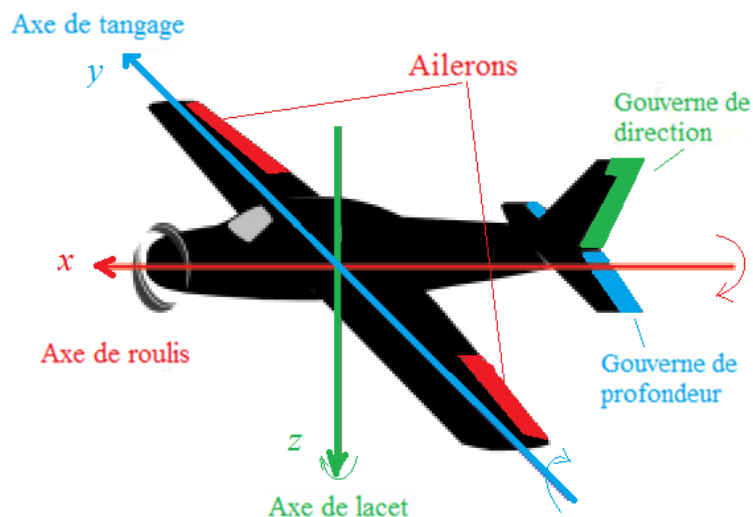


Fig1.6. Conventions d'axes en aéronautique et surfaces de contrôle

Ces mouvements sont engendrés par l'application des forces et des moments. Le vecteur d'accélération qui en résulte peut être déterminé en appliquant la deuxième loi de Newton sur le mouvement. En plus des surfaces de contrôle qui pilotent l'avion, ce dernier a besoin d'une

force motrice qui produit les vitesses et accélérations nécessaires pour assurer son vol vers sa destination prévue.

1.4.3. La poussée

Pour que l'avion s'élève, il lui faut une certaine accélération qui permet à l'air qui l'environne de le porter (Fig.1.9). Cette accélération n'est qu'une réaction aérodynamique générée par la force de propulsion.

Bien qu'il existe deux types de moteurs montés sur les avions, le principe de fonctionnement reste le même. D'abord, l'air aspiré est comprimé puis brûlé et enfin éjecté tout en produisant une force propulsive [34].

1.4.3.1. Le turbopropulseur ou l'hélice

Considérée comme étant le premier système de propulsion en aviation, l'hélice transforme l'énergie mécanique fournie par le moteur en un effort de traction qui permet à l'avion de se mouvoir. Autrement dit, elle fournit une traction et consomme de la puissance du moteur (Fig.1.7).

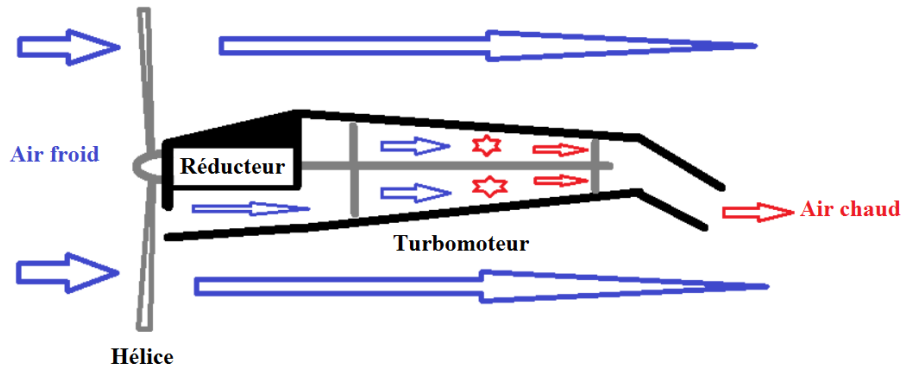


Fig1.7. Principe de fonctionnement d'un turbopropulseur

Le rôle du réducteur est de réduire les grandes vitesses de rotation de l'hélice, par mesure de sécurité, et d'augmenter son couple.

Les turbopropulseurs sont utilisés beaucoup plus dans la conception de petits avions et des drones.

1.4.3.2. Le turboréacteur

Le moteur à réacteur admet une grande masse d'air. Cet air passe par un compresseur puis par la chambre de combustion où le carburant sera injecté. Les gaz résultants seront expulsés à vitesse élevée. Cette vitesse induit la force de poussée de l'avion.

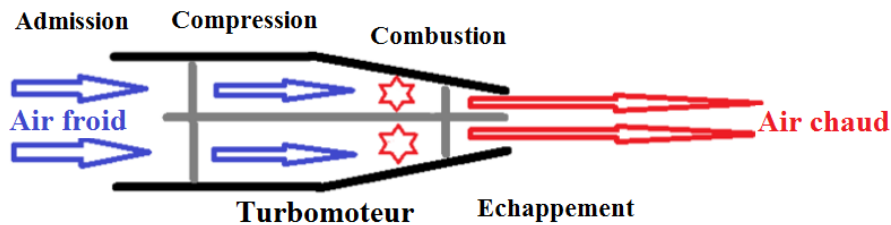


Fig1.8. Principe de fonctionnement d'un turbomoteur

Actuellement, la plupart des avions de transport sont équipés de turboréacteurs.

1.4.4. Principe de fonctionnement d'un avion

La mise en marche de l'avion repose sur l'aérodynamique c.-à-d. la dynamique des fluides qui s'intéresse aux effets d'écoulement d'air qu'ils engendrent sur les éléments solides l'environnant.

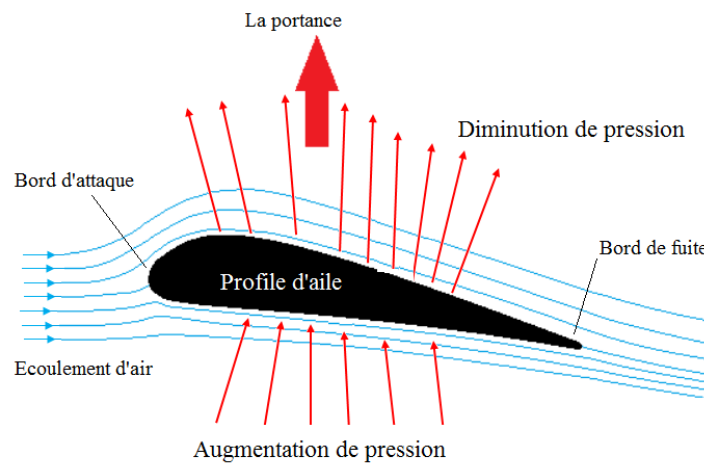


Fig1.9. Circulation du flux d'air autour d'une aile d'un avion

Le mouvement de l'aile produit une circulation d'air qui crée une différence de pression (une grande pression en dessous de l'aile et petite pression sur son dessus). Cette différence de pression tire l'avion vers le haut et le flux d'air vers le bas.

1. Aperçu sur les drones aériens

Ce phénomène, appelé la portance, augmente avec la vitesse de l'avion générée par le moteur. Elle permet à l'avion de rester en l'air. Pour décoller ou atterrir, il faut obtenir une portance suffisante en atteignant une vitesse minimale de sustentation.

Pour mieux comprendre le fonctionnement d'un avion, il est nécessaire d'avoir des connaissances approfondies dans le domaine de la mécanique du vol. N'étant pas l'objet de notre travail, nous avons jugé utile quand même de présenter un petit résumé sur cette branche.

1.5. La mécanique du vol

La mécanique du vol est l'étude des forces qui s'appliquent sur l'avion dans l'espace en connaissant ses caractéristiques géométriques et aérodynamiques. En vol, l'avion subit quatre forces qui agissent sur son centre de gravité (Fig.1.10).

Deux d'entre elles s'exercent verticalement sur son corps :

- La force due à la gravité terrestre : le poids « P ».
- La portance « L » qui signifie lift en anglais, elle tend à maintenir l'avion dans l'air. En vol horizontal à une vitesse constante, la portance équilibre la force exercée par la pesanteur.

Et les deux autres s'exercent horizontalement :

- La traînée « D » ou drag en anglais, elle est parallèle au vent relatif et tend à freiner l'avion.
- La force due à la propulsion : c'est la traction ou la poussée du moteur « T ». En vol horizontal à vitesse constante, la poussée équilibre la traînée.

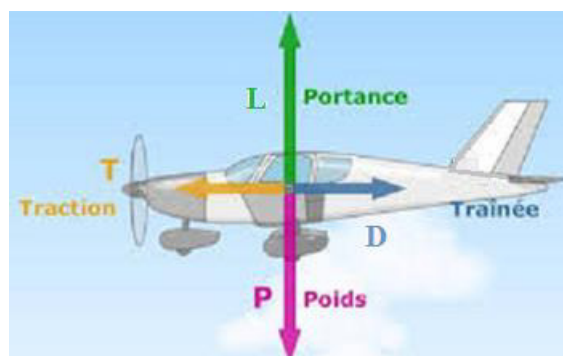


Fig1.10. Forces s'exerçant sur un avion en vol

1. Aperçu sur les drones aériens

Le déplacement de l'avion dans l'espace est repéré par les angles de la mécanique du vol. Ces angles sont exprimés dans le repère avion, dit aussi repère body $R_B = (G, \bar{X}_B, \bar{Y}_B, \bar{Z}_B)$ (Fig.1.11). L'origine de ce repère est le centre de gravité de l'avion (plus de détails seront présentés dans le chapitre 2).

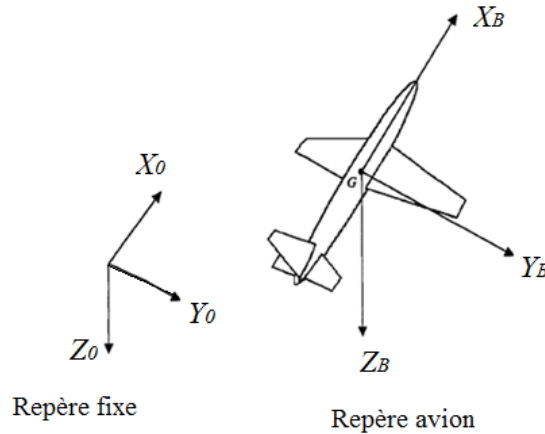


Fig1.11. Repère inertiel (fixe) et repère lié à l'avion

On trouve :

- L'angle d'assiette θ : l'angle entre la ligne de foi de l'avion (l'axe \bar{X}_B) et l'horizontale.
- L'incidence α : l'angle entre l'axe de l'aile de l'avion et la direction de la vitesse.
- L'angle d'attaque : l'angle entre la ligne de foi de l'avion et la direction de la vitesse.
- La pente γ : l'angle formé entre la direction de la vitesse et l'horizontale.
- L'angle de cap ψ : entre la ligne de foi de l'avion et le nord.
- L'angle de calage : entre la ligne de foi de l'avion et l'axe de l'aile. Dans certains avions cet angle est négligeable donc l'angle d'incidence est confondu avec celui d'attaque.

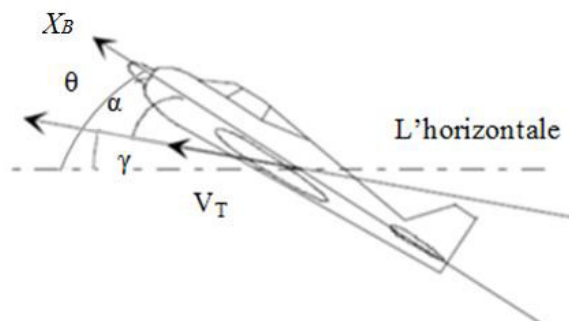


Fig1.12. L'assiette, l'incidence et la pente

1. Aperçu sur les drones aériens

- L'inclinaison ϕ : l'angle formé entre le plan des ailes (l'axe \bar{Y}_B) et l'horizontale. Elle permet d'effectuer des virages plus ou moins serrés.
- Le dérapage β est l'angle latéral entre la ligne de foi de l'avion et la vitesse (Fig.1.13).

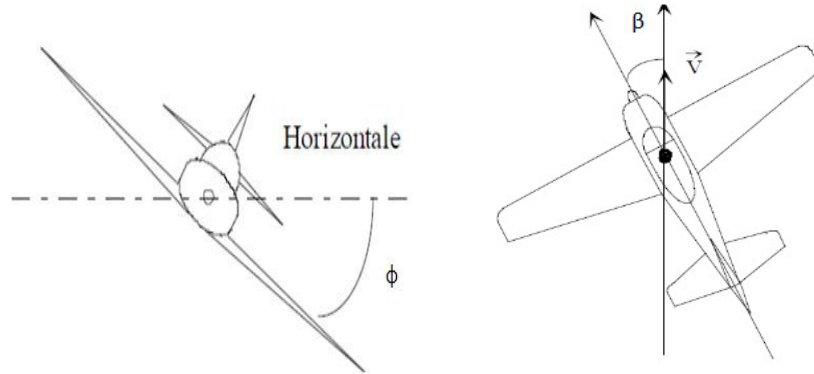


Fig 1.13. Les angles d'inclinaison et de dérapage

Ces angles seront utilisés dans le chapitre suivant afin de déterminer l'orientation de l'avion et établir son modèle.

Le contrôle de l'orientation de l'avion permet son pilotage, et ce en plusieurs phases de vol. Ci-dessous les phases les plus répandues :

1.6. Les principales phases du vol

Les étapes de vol les plus connues sont :

1.6.1. Le décollage

C'est la phase où l'avion quitte le sol. Le décollage se fait en trois étapes :

1.6.1.1. Le roulement

L'étape d'accélération sur la piste pour atteindre la vitesse qui assure la portance nécessaire. Puis cette vitesse diminue par l'utilisation des volets et par l'augmentation de la traînée.

1.6.1.2. La rotation

Une fois la vitesse de décollage atteinte, la rotation place l'avion à l'assiette de montée ce qui augmente la portance relativement à l'incidence.

1.6.1.3. L'envol

L'avion quitte le sol dans cette phase, il faut accélérer pour prendre de l'altitude.

1.6.2. La montée rectiligne uniforme

Dans cette phase, la portance doit compenser la projection du poids sur sa direction, et la traction doit compenser la traînée et la projection du poids dans sa direction.

1.6.3. Le virage symétrique en palier à vitesse constante

Pour réussir ce virage, la traction doit compenser la traînée et la composante verticale de la portance doit compenser le poids.

1.6.4. Le vol rectiligne uniforme en palier

C'est la phase de vol la plus fréquente. L'équilibre de l'avion est maintenu grâce à la portance qui équilibre le poids et la poussée qui équilibre la traînée.

1.6.5. La descente rectiligne uniforme

Le principe de son étude est le même que celui de la montée, cette fois le poids de l'avion devient moteur. Pour maintenir la vitesse, on diminue la traction.

1.6.6. L'atterrissage

L'atterrissage s'effectue également en trois phases :

1.6.6.1. La finale

L'avion doit descendre sur une pente stabilisée avec une vitesse constante. Les volets et les becs sortent pour réduire la vitesse d'approche.

1.6.6.2. L'arrondi

En s'approchant du sol, la pente de descente diminue pour prendre contact doucement avec la terre.

1.6.6.3. La décélération:

Dans cette phase finale du vol, les roues touchent le sol et la décélération se fait doucement pour éviter un freinage mal dosé.

Durant ces phases de vol, l'équilibre de l'avion est assuré par les gouvernes de direction et de profondeur. Cet équilibre doit être stable afin de résister aux forces perturbatrices

extérieures dues aux rafales de vent. Donc, le bon comportement de l'avion sous l'action de ces forces dépend de sa stabilité.

1.7. Stabilité de l'avion

La stabilité de l'avion est définie par son aptitude à retrouver, sans intervention du pilote, sa position d'équilibre initiale qu'il a dû quitter suite à des perturbations extérieures. Il existe deux types de stabilité :

1.7.1. Stabilité statique

C'est la capacité de l'avion à revenir à son état d'équilibre après en avoir été perturbé. Elle est dite positive s'il retrouve son état d'équilibre initial et négative s'il retrouve un autre état d'équilibre, loin de sa position initiale.

1.7.2. Stabilité dynamique

Dans ce cas, la notion du temps apparaît pour déterminer la durée nécessaire pour que l'avion retrouve sa position statique.

Il arrive dans certaines situations (par exemple : stabilité négative), où le pilote doit intervenir pour établir l'équilibre au moyen des gouvernes.

Un autre terme important, et à respecter, dans l'avionique est l'enveloppe de vol qui permet à l'avion de voler en toute sécurité.

1.8. Enveloppe de vol

Appelée aussi le domaine de vol qui désigne les plages de vitesse, d'altitude et de facteur de charge (défini comme le rapport entre le poids ressenti, en fonction de la gravité et des forces d'inertie, et le poids réel créé par la gravité) dans lesquels l'avion peut évoluer (Fig.1.14). À l'intérieur de cet espace l'avion fonctionne en sécurité. Cependant, tout dépassement mène au décrochage de l'appareil ou à sa destruction.

1. Aperçu sur les drones aériens

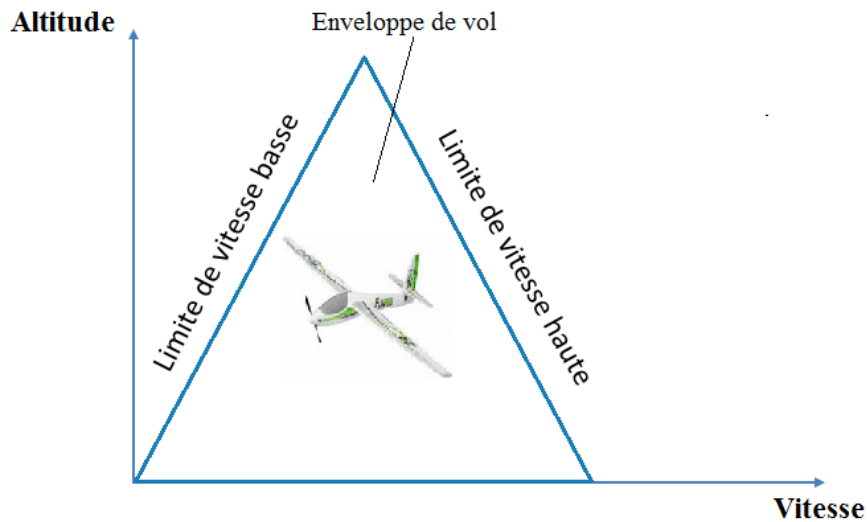


Fig 1.14. Domaine ou enveloppe de vol

Tous les points abordés dans ce chapitre concernent l'avion en vol. Il est important de noter qu'avant que l'avion ne soit prêt à voler, il doit être testé dans un tube spécialisé appelé « soufflerie ».

1.9. Soufflerie

C'est un tunnel dans lequel l'air circule à une certaine vitesse (Fig.1.15). La soufflerie sert à observer les performances d'une maquette d'avion ou d'un drone afin de connaître le déroulement du vol. Équipée d'instruments et de capteurs qui permettent de récolter toutes les informations nécessaires pour comprendre le comportement de l'avion, elle est utilisée dans la modélisation et l'identification paramétrique.



Fig 1.15. Test d'un drone dans une soufflerie

1.10. Conclusion

Ce chapitre nous a servi d'introduction au monde de l'aéronautique. Les points présentés sont indispensables pour comprendre le fonctionnement d'un engin avionique précisément l'avion.

Faire voler un avion consiste à piloter ses surfaces de déflexion et gérer le contrôle de son moteur de sorte qu'il maintienne sa stabilité dans l'enveloppe de vol jusqu'à ce qu'il atteigne sa destination prévue.

Après avoir introduit un petit aperçu sur les drones aériens et quelques notions techniques sur l'aérodynamique. Le chapitre suivant sera consacré à la modélisation de l'UAV à voilure fixe.

Chapitre 2

Modélisation du drone à voilure fixe

2.1. Introduction

Les véhicules aériens sont soumis à des forces et à des moments externes dus à la gravité, à la propulsion et à l'aérodynamique. Afin de pouvoir les contrôler, la connaissance de leur comportement en boucle ouverte, autrement dit, leur modélisation s'avère nécessaire. Cette étape forme le lien entre le monde réel et la théorie mathématique [35]. Elle consiste à développer les équations mathématiques reliant les forces, les moments, les angles, les vitesses et les accélérations de ces engins.

Ce chapitre décrit le développement du modèle non linéaire de l'avion à partir des équations de forces et de moments. Par la suite, ces équations seront linéarisées et le mouvement de l'avion sera découplé en deux modes : longitudinal et latéro-directionnel. Cette structure du modèle sera utilisée dans l'étape d'identification paramétrique.

Les modèles obtenus, linéaire découplé et non linéaire couplé, seront utilisés par la suite dans l'implémentation des lois de commande afin de contrôler le mouvement de l'avion.

Avant tout cela, il est nécessaire de décrire les repères dans lesquels les équations de la dynamique de vol seront déterminées.

2.2. Repères utilisés

Les expressions des forces et des moments qui s'appliquent sur l'avion doivent être établies dans un repère convenablement défini. Une variété d'axes de références existe dans le domaine aéronautique. Ceux utilisés dans ce travail sont :

2.2.1. Le repère avion (body) $R_B = (G, \bar{X}_B, \bar{Y}_B, \bar{Z}_B)$:

Lié à l'avion, son origine « G » est son centre de gravité. Il permet de décrire l'attitude de l'avion. Ses axes sont :

- L'axe \bar{X}_B : choisi dans le plan de symétrie de l'avion et orienté vers l'avant.
- L'axe \bar{Y}_B : perpendiculaire au plan de symétrie de l'avion et orienté vers sa droite.
- L'axe \bar{Z}_B : dans le plan de symétrie de l'avion, perpendiculaire à l'axe \bar{X}_B et orienté vers le bas (Fig.2.1).

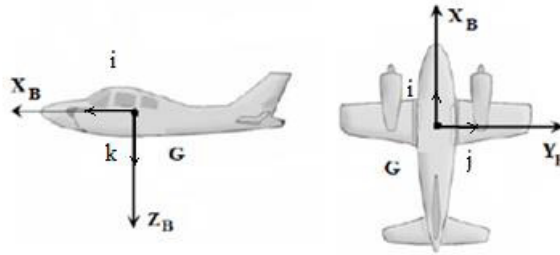


Fig.2.1. Repère avion

2.2.2. Le repère aérodynamique $R_A = (G, \bar{X}_A, \bar{Y}_A, \bar{Z}_A)$

Lié à la vitesse de l'avion V_a qui est parallèle à la vitesse du vent, son origine « G » est le centre de gravité de l'avion. Ce repère est commode pour exprimer les forces et les moments aérodynamiques agissant sur l'avion. Son orientation est :

- L'axe \bar{X}_A : aligné sur la direction de la vitesse V_a .
- L'axe \bar{Y}_A : orthogonal à \bar{X}_A et orienté vers la droite.
- L'axe \bar{Z}_A : perpendiculaire à l'axe \bar{X}_A dans le plan de symétrie de l'avion, positif au-dessous de l'avion (Fig.2.2).

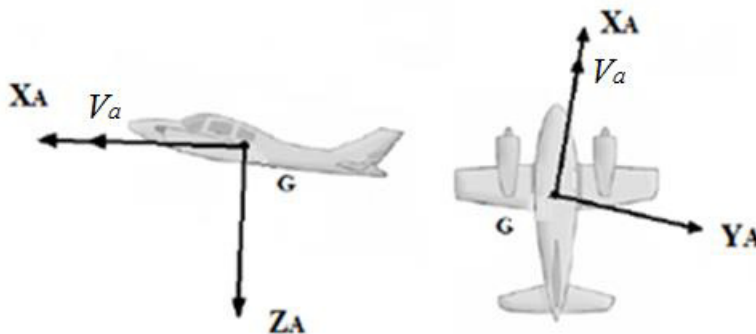


Fig2.2. Axes du repère aérodynamique

2.2.3. Le repère NED (North-East-Down) $R_N = (G, \bar{X}_N, \bar{Y}_N, \bar{Z}_N)$

Ou repère inertiel, son origine « G » le centre de gravité de l'avion. Appelé aussi repère terrestre porté par l'avion. Il est pratique pour définir la cinématique de translation et de rotation de l'avion ainsi que sa position. Ses axes sont orientés comme suit :

- L'axe \bar{X}_N : pointé vers le nord.
- L'axe \bar{Y}_N : pointé vers l'est.
- L'axe \bar{Z}_N : est dirigé le long du vecteur d'accélération gravitationnelle (vers le centre de la terre).

2.2.4. Le repère ECEF (Earth Centered Earth Fixed) $R_E = (O, \bar{X}_E, \bar{Y}_E, \bar{Z}_E)$

Son origine « O » est le centre de masse de la terre.

- L'axe \bar{Z}_E : pointe vers le pôle Nord.
- L'axe \bar{X}_E : sa direction est déterminée par l'intersection du plan défini par le méridien de Greenwich et le plan équatorial.
- L'axe \bar{Y}_E : complète le repère de façon directe et orthonormée. La Figure (2.3) montre l'orientation des axes NED par rapport au repère ECEF.

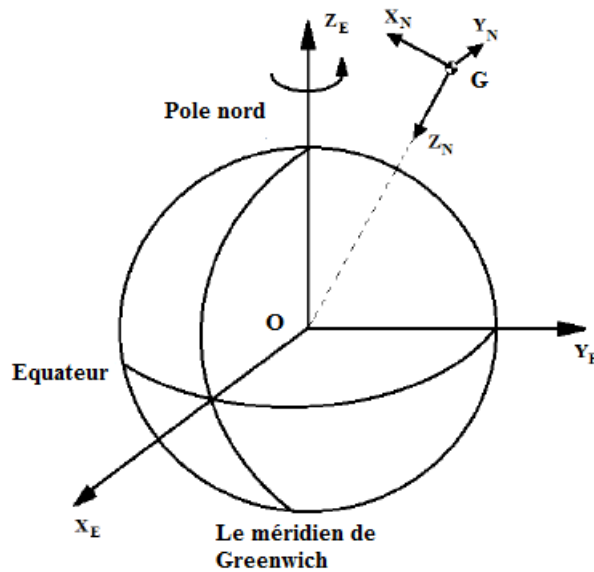


Fig2.3. Orientation des axes NED et ECEF

Plusieurs rotations autour des axes de ces repères sont nécessaires pour relier un repère à un autre. D'où la définition des angles d'Euler.

2.3. Angles d'Euler et matrices de passage

Chaque repère peut être lié à un autre par le moyen d'angles d'Euler. Ces angles nommés Ψ , Θ et Φ représentent les trois rotations angulaires nécessaires pour aligner deux référentiels $F_1 = (O, \bar{X}_1, \bar{Y}_1, \bar{Z}_1)$ et $F_2 = (O, \bar{X}_2, \bar{Y}_2, \bar{Z}_2)$. Ils ont été introduits par Leonhard Euler (1707-1783) pour décrire l'orientation d'un solide.

Si on suppose (R_{x1}, R_{y1}, R_{z1}) un vecteur appartenant au référentiel F_1 , sa représentation dans le référentiel F_2 est donnée par (R_{x2}, R_{y2}, R_{z2}) :

$$\begin{bmatrix} R_{X2} \\ R_{Y2} \\ R_{Z2} \end{bmatrix} = [\Psi][\Theta][\Phi] \begin{bmatrix} R_{X1} \\ R_{Y1} \\ R_{Z1} \end{bmatrix} = [T_{21}] \begin{bmatrix} R_{X1} \\ R_{Y1} \\ R_{Z1} \end{bmatrix} \quad (2-3.1)$$

Où $[T_{21}]$ est la matrice de transformation complète et $[\Psi], [\Theta], [\Phi]$ sont les matrices de rotation élémentaires:

$$[\Psi] = \begin{bmatrix} \cos \Psi & \sin \Psi & 0 \\ -\sin \Psi & \cos \Psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; [\Theta] = \begin{bmatrix} \cos \Theta & 0 & -\sin \Theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \Theta & 0 & \cos \Theta \end{bmatrix}; [\Phi] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \Phi & \sin \Phi \\ 0 & -\sin \Phi & \cos \Phi \end{bmatrix} \quad (2-3.2)$$

Ces matrices seront utilisées pour définir les expressions des forces et des moments dans les repères nécessaires pour la modélisation. Deux transformations seront utilisées :

2.3.1. Le passage du repère avion au repère aérodynamique

Afin de relier le repère avion au repère aérodynamique deux rotations sont nécessaires. La première est de magnitude $-\beta$ autour de l'axe \bar{Z}_B et la seconde de magnitude α autour de l'axe \bar{Y}_B . Dans ce cas, les angles d'Euler sont : $\Psi = -\beta$ et $\Theta = \alpha$ (Fig. 2.4).

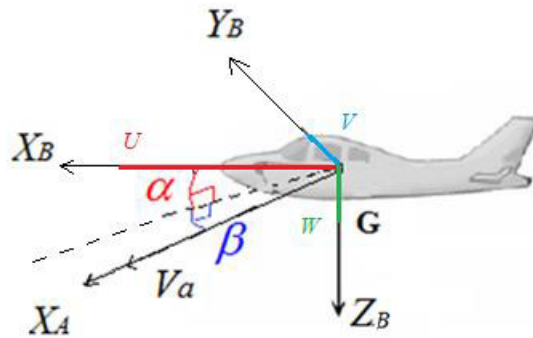


Fig.2.4. Alignement du repère avion au repère aérodynamique

Étant définis mécaniquement dans le chapitre précédent, les angles α et β sont exprimés mathématiquement par les équations suivantes:

$$\alpha = \arctan \frac{W}{U}; \beta = \arcsin \frac{V}{Va}; Va = \sqrt{U^2 + V^2 + W^2} \quad (2-3.3)$$

Où U, V et W sont les composantes du vecteur de la vitesse aérodynamique Va dans le repère avion (Fig.2.4).

La matrice de passage du repère aérodynamique au repère avion est :

$$\begin{bmatrix} R_{XB} \\ R_{YB} \\ R_{ZB} \end{bmatrix} = [T] \begin{bmatrix} R_{XA} \\ R_{YA} \\ R_{ZA} \end{bmatrix} \quad (2-3.4)$$

$$[T] = [\Theta][\Psi] = \begin{bmatrix} \cos \alpha \cos \beta & -\cos \alpha \sin \beta & -\sin \alpha \\ \sin \beta & \cos \beta & 0 \\ \sin \alpha \cos \beta & -\sin \alpha \sin \beta & \cos \alpha \end{bmatrix} \quad (2-3.5)$$

Avec : $\Psi = -\beta$ et $\Theta = \alpha$

$[T]^{-1}$ la symétrique de $[T]$ représente la matrice de passage du repère avion au repère aérodynamique.

2.3.2. Le passage du repère NED au repère avion

Pour relier le repère terrestre porté par l'avion (NED) au repère avion, trois rotations sont nécessaires. Les angles d'Euler utilisés sont : $\Phi = \phi; \Theta = \theta$ et $\Psi = \psi$.

Ces angles définissent les trois mouvements principaux de l'avion. À savoir : le roulis, le tangage et le lacet. L'orientation du repère avion se fait dans l'ordre suivant en commençant par le repère terrestre (Fig.2.5):

- Une rotation positive autour de l'axe \bar{Z}_N à travers l'angle de cap ψ pour produire le repère $R_1 = (G, \bar{X}_1, \bar{Y}_1, \bar{Z}_1)$.
- Une rotation positive autour de l'axe \bar{Y}_1 à travers l'angle d'assiette θ pour produire le repère $R_2 = (G, \bar{X}_2, \bar{Y}_2, \bar{Z}_2)$.
- Une rotation positive autour de l'axe \bar{X}_2 à travers l'angle d'inclinaison ϕ pour produire le repère avion $R_B = (G, \bar{X}_B, \bar{Y}_B, \bar{Z}_B)$.

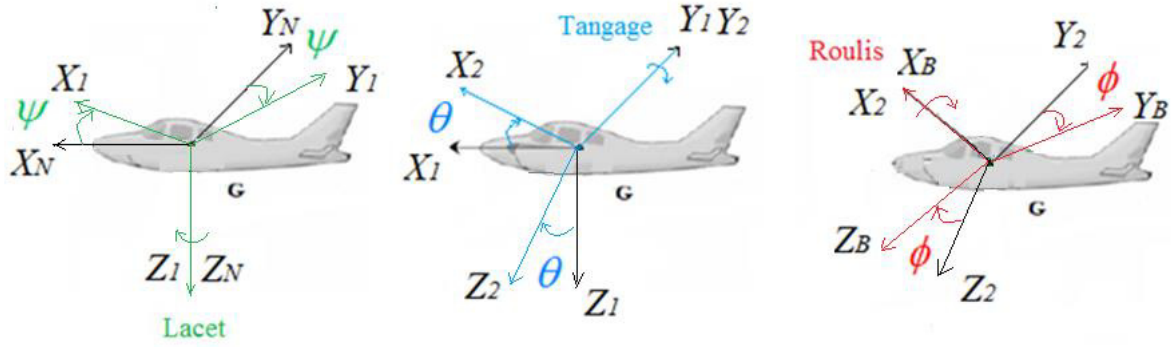


Fig.2.5. Le passage du repère terrestre NED au repère avion

Le repère avion peut être défini par :

$$\begin{bmatrix} R_{XB} \\ R_{YB} \\ R_{ZB} \end{bmatrix} = [P] \begin{bmatrix} R_{XN} \\ R_{YN} \\ R_{ZN} \end{bmatrix} \quad (2-3.6)$$

$$[P] = [\Phi][\Theta][\Psi] \quad (2-3.7)$$

$$[P] = \begin{bmatrix} \cos \theta \cos \psi & \cos \theta \sin \psi & -\sin \theta \\ \sin \phi \sin \theta \cos \psi - \cos \phi \sin \psi & \sin \phi \sin \theta \sin \psi + \cos \phi \cos \psi & \sin \phi \cos \theta \\ \cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi & \cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi & \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix} \quad (2-3.8)$$

Avec $[P]^{-1}$ la symétrique de $[P]$, la matrice de passage du repère avion au repère terrestre NED.

Après avoir défini les repères et les orientations nécessaires pour décrire le mouvement de l'avion, l'étape suivante consiste à présenter les équations utilisées dans le développement de son modèle mathématique.

Remarque [36] :

En aéronautique, les plages de variation des angles d'Euler sont limitées à:

$$\begin{aligned} -\pi \leq \Psi < \pi \quad \text{ou} \quad 0 \leq \Psi \leq 2\pi \\ -\frac{\pi}{2} \leq \Theta \leq \frac{\pi}{2} \\ -\pi \leq \Phi < \pi \quad \text{ou} \quad 0 \leq \Phi \leq 2\pi \end{aligned} \quad (2-3.9)$$

Certaines ambiguïtés comme par exemple le cas où $\Theta = \pm \pi/2$ peuvent être évitées en utilisant les cosinus directeurs ou les quaternions pour définir l'orientation de l'avion au lieu des angles d'Euler.

Cependant, les angles d'Euler sont utilisés dans la majorité des travaux en avionique car ils donnent une interprétation physique de l'attitude de l'avion plus exacte que les autres alternatives [36].

2.4. Modèle mathématique non linéaire de l'UAV à voilure fixe

Calculer le modèle mathématique de l'avion consiste à fournir une description mathématique des forces et des moments aérodynamiques en termes de quantités mesurables telles que les surfaces de déflexion, les vitesses angulaires et l'orientation de l'avion par rapport au vent relatif. Son vecteur d'état se compose de :

- Trois composantes de sa vitesse linéaire U, V et W .
- Trois composantes de sa vitesse angulaire P, Q et R .
- Trois composantes des états de son attitude ϕ, θ et ψ .
- Trois composantes de sa position P_x, P_y et P_z ou h l'altitude.

Par conséquent, le vecteur d'état X du modèle de l'avion contiendra 12 composantes (variables d'état) $X = [U \ V \ W \ P \ Q \ R \ \phi \ \theta \ \psi \ P_x \ P_y \ P_z]^T$.

Les angles, les forces, les moments et les vitesses utilisés dans ces équations sont résumés dans le tableau 1.

Tableau 2.1. Forces, moments, angles et vitesses dans le repère avion

	<i>Axe X_B</i>	<i>Axe Y_B</i>	<i>Axe Z_B</i>
Mouvement	Roulis	Tangage	Lacet
Vitesse V_a (m/s)	U	V	W
Vitesse angulaire ω (rad/s)	P	Q	R
Moment \bar{M} (N.m)	L	M	N
Angle d'Euler (rad)	ϕ	θ	ψ

2. Modélisation du drone à voilure fixe

Position (m)	P_x	P_y	P_z
Force aérodynamique (N)	Trainée F_x	Latérale F_y	Portance F_z

Des hypothèses de simplification sont définies afin d'établir le modèle mathématique de l'avion [37]. À savoir :

- L'avion est un corps rigide ayant une masse constante.
- L'air est au repos par rapport à la terre (pas de rafales de vent).
- La surface de la terre est considérée plate.
- La gravité est uniforme c.-à-d. les forces gravitationnelles ne changent pas avec l'altitude.

Le mouvement d'un avion peut être décrit par la deuxième loi de Newton :

$$\frac{d}{dt}(mVa) = F \quad (2-4.1)$$

$$\frac{d}{dt}(I\omega) = \overline{M} \quad (2-4.2)$$

Où F représente la somme des forces appliquées au centre de gravité de l'avion, m sa masse, Va sa vitesse de translation, \overline{M} la somme des moments appliqués autour de son centre de gravité, ω sa vitesse angulaire, et I sa matrice d'inertie.

$$I = \begin{bmatrix} I_x & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{yx} & I_y & -I_{yz} \\ -I_{zx} & -I_{zy} & I_z \end{bmatrix} \quad (2-4.3)$$

Pour un avion rigide et symétrique $I_{xy} = I_{yx} = I_{yz} = I_{zy} = 0$; $I_{zx} = I_{xz}$ [38]. Cette matrice se réduit à :

$$I = \begin{bmatrix} I_x & 0 & -I_{xz} \\ 0 & I_y & 0 \\ -I_{zx} & 0 & I_z \end{bmatrix} \quad (2-4.4)$$

Les valeurs numériques de la matrice I sont illustrées dans l'annexe.

Les équations (2-4.1) et (2-4.2) sont des équations vectorielles décrivant le mouvement de translation et de rotation de l'avion. Chaque équation représente trois équations scalaires,

ce qui donne un total de six équations pour six degrés de liberté pour le mouvement de l'avion.

À partir de ces équations, nous pouvons construire le modèle non linéaire de l'avion. Et cela en formulant ses équations dynamiques, cinématiques et de navigation.

2.4.1. Équations dynamiques

Composées des équations de forces et de moments agissant sur l'avion, ces équations décrivent ses mouvements de translation et de rotation.

2.4.1.1. Équations de forces

L'équation (2-4.1) interprète les forces que subit l'avion en fonction de son accélération linéaire. Elle est valide dans le repère terrestre lié à l'avion NED, mais il est commode de l'exprimer dans le repère avion où la plupart des mesures sont faites.

Pour ce faire, nous utilisons la formule de Bour qui permet d'exprimer la dérivée d'un vecteur \vec{V} appartenant à un référentiel R_1 dans un autre référentiel R_2 .

$$\frac{d}{dt}(\vec{V})_{R_1} = \frac{d}{dt}(\vec{V})_{R_2} + \vec{\omega} \wedge \vec{V} \quad (2-4.5)$$

Où ω représente le vecteur de la vitesse angulaire de R_2 par rapport à R_1 . Ses composantes sont :

$$\omega = iP + jQ + kR \quad (2-4.6)$$

La combinaison entre les équations (2-4.1) et (2-4.5) permet d'exprimer le vecteur force dans le repère avion:

$$F = m\dot{V}a + \omega.mVa \quad (2-4.7)$$

Les composantes du vecteur de la vitesse de translation dans le repère avion sont :

$$Va = iU + jV + kW \quad (2-4.8)$$

Sa dérivée est :

$$\dot{V}a = i\dot{U} + j\dot{V} + k\dot{W} \quad (2-4.9)$$

Le produit $\omega.Va$ est donné par :

$$\omega.Va = \begin{bmatrix} i & j & k \\ P & Q & R \\ U & V & W \end{bmatrix} = i(QW - VR) + j(UR - PW) + k(PV - UQ) \quad (2-4.10)$$

En remplaçant (2-4.9) et (2-4.10) dans (2-4.7), nous obtenons :

$$F = m(i(\dot{U} + QW - VR) + j(\dot{V} + UR - PW) + k(\dot{W} + PV - UQ)) \quad (2-4.11)$$

Sachant que :

$$F = iF_x + jF_y + kF_z \quad (2-4.12)$$

L'équation (2-4.11) prend la forme :

$$\begin{aligned} F_x &= m(\dot{U} - RV + QW) \\ F_y &= m(\dot{V} - RU - PW) \\ F_z &= m(\dot{W} - QU + PV) \end{aligned} \quad (2-4.13)$$

Les forces agissant au centre de gravité de l'avion (côté gauche de l'équation (2-4.13)) sont dues à la gravité, aux effets aérodynamiques et à la propulsion du moteur [38].

$$F = F_G + F_A + F_T \quad (2-4.14)$$

2.4.1.1.1. Forces dues à la gravité

Elles représentent le poids de l'avion F_G qui est supposé constant en amplitude et en direction par rapport au repère terrestre.

$$F_G = m \begin{bmatrix} g_x \\ g_y \\ g_z \end{bmatrix}_N = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ mg \end{bmatrix}_N \quad (2-4.15)$$

Avec g_x, g_y, g_z les composantes du vecteur de la gravité sur les axes X, Y et Z .

Dans le repère avion, ces composantes changent avec l'orientation de ce dernier par rapport au repère terrestre. Pour les obtenir, nous utilisons la matrice de passage $[P]$ définie dans le paragraphe précédent.

$$F_G = m \begin{bmatrix} g_x \\ g_y \\ g_z \end{bmatrix}_B = m [P] \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{bmatrix}_N = \begin{bmatrix} -mg \sin \theta \\ mg \sin \phi \cos \theta \\ mg \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix} \quad (2-4.16)$$

2.4.1.1.2. Forces dues aux effets aérodynamiques

Les forces aérodynamiques agissant sur l'avion résultent de son mouvement et celui de l'air qui l'entoure. Les composantes de ces forces peuvent être exprimées en termes de coefficients de forces aérodynamiques:

$$F_A = \bar{q}S \begin{bmatrix} C_x \\ C_y \\ C_z \end{bmatrix} \quad (2-4.17)$$

Où $\bar{q} = (1/2)\rho Va^2$ la pression atmosphérique, Va la vitesse de l'avion, ρ la densité de l'air et S la surface de référence de l'aile. C_x , C_y et C_z sont les coefficients de force aérodynamiques, ils sont donnés par les expressions suivantes [38]:

$$\begin{aligned} C_x &= C_L \sin \alpha - C_D \cos \alpha \\ C_y &= C_{y_\beta} \beta + C_{y_{\delta r}} \delta r + (b/2Va)(C_{y_P} P + C_{y_R} R) \\ C_z &= -C_D \sin \alpha - C_L \cos \alpha \end{aligned} \quad (2-4.18)$$

Les coefficients de la portance C_L et de la traînée C_D sont donnés par :

$$\begin{aligned} C_L &= C_{L0} + C_{L\alpha} \alpha + C_{L\delta e} \delta e + (c/2Va)(C_{L\dot{\alpha}} \dot{\alpha} + C_{LQ} Q) \\ C_D &= C_{D0} + C_{D\delta e} \delta e + C_{D\delta r} \delta r + (1/\pi AR)(C_L - C_{Lmin}) \end{aligned} \quad (2-4.19)$$

Les valeurs numériques des constantes $C_{y_\beta}, C_{y_{\delta r}}, C_{y_P}, C_{y_R}, C_{L0}, C_{L\alpha}, C_{L\delta e}, C_{L\dot{\alpha}}, C_{LQ}, C_{D0}, C_{D\delta e}, C_{D\delta r}, \pi AR, C_{Lmin}$ sont propres à l'avion, elles sont obtenues par identification paramétrique, donc, elles varient d'un avion à un autre. Celles utilisées dans ce travail appartiennent à l'avion sans pilote Ultrastick 25E [39], elles sont illustrées dans l'annexe (Annexe chapitre 2).

2.4.1.1.3. Forces dues à la propulsion du moteur

La poussée provenant de la propulsion du moteur agit seulement le long de l'axe \bar{X}_B [40], d'où:

$$F_T = \begin{bmatrix} T \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2-4.20)$$

$$T = (1/Va).km.\rho.\delta th \quad (2-4.21)$$

Où km est la poussée maximale du moteur [41].

La somme des forces qui agissent sur l'avion peuvent être déduites en assemblant les équations (2-4.16), (2-4.17) et (2-4.20).

$$F = \begin{bmatrix} -mg \sin \theta + \bar{q}SC_x + T \\ mg \sin \phi \cos \theta + \bar{q}SC_y \\ mg \cos \phi \cos \theta + \bar{q}SC_z \end{bmatrix} \quad (2-4.22)$$

D'où les équations de forces :

$$\begin{aligned} \dot{U} &= RV - QW - g \sin \theta + (\bar{q}SC_x / m) + T / m \\ \dot{V} &= -RU + PW + g \sin \phi \cos \theta + \bar{q}SC_y / m \\ \dot{W} &= QU - PV + g \cos \phi \cos \theta + \bar{q}SC_z / m \end{aligned} \quad (2-4.23)$$

2.4.1.2. Équations de moments

Ces équations sont obtenues en analysant le mouvement de rotation de l'avion. L'équation (2-4.2) définit les moments autour du centre de gravité de l'engin dans le repère terrestre NED. Comme nous avons fait pour les forces, les moments doivent être exprimés dans le repère avion où la matrice d'inertie est constante. Cela se fait en utilisant les équations (2-4.2) et (2-4.5) :

$$\bar{M} = I\dot{\omega} + \omega.I\omega \quad (2-4.24)$$

Avec :

$$\dot{\omega} = i\dot{P} + j\dot{Q} + k\dot{R} \quad (2-4.25)$$

$$I\dot{\omega} = \begin{bmatrix} I_x\dot{P} - I_{xz}\dot{R} \\ I_y\dot{Q} \\ -I_{xz}\dot{P} + I_z\dot{R} \end{bmatrix} \quad (2-4.26)$$

$$I\omega = H = \begin{bmatrix} I_xP - I_{xz}R \\ I_yQ \\ -I_{xz}P + I_zR \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} hx \\ hy \\ hz \end{bmatrix} \quad (2-4.27)$$

H représente le moment angulaire et hx ; hy ; hz ses projections sur les axes \vec{X} ; \vec{Y} ; \vec{Z} .

$$\omega.H = \omega I \omega = \begin{bmatrix} i & j & k \\ P & Q & R \\ hx & hy & hz \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (hzQ - hyR) \\ -hzP + hxR \\ hyP - hxQ \end{bmatrix} \quad (2-4.28)$$

En remplaçant (2-4.26) et (2-4.28) dans (2-4.24), il en résulte :

$$\bar{M} = \begin{bmatrix} Ix\dot{P} - Ixz\dot{R} + (Iz - Iy)QR - IxzPQ \\ Iy\dot{Q} + (Ix - Iz)PR + (P^2 - R^2)Ixz \\ -Ixz\dot{P} + Iz\dot{R} + (Iy - Ix)PQ + IxzQR \end{bmatrix} \quad (2-4.29)$$

Le moment \bar{M} est la somme des moments résultants des forces aérodynamiques et de la propulsion du moteur :

$$\bar{M} = M_A + M_T \quad (2-4.30)$$

2.4.1.2.1. Moment aérodynamique

Il se produit par le mouvement de l'avion et le flux d'air qui l'entoure. Ses composantes sont exprimées en fonction de coefficients de moments aérodynamiques:

$$M_A = \bar{q}S \begin{bmatrix} bCl \\ \bar{c}Cm \\ bCn \end{bmatrix} \quad (2-4.31)$$

Où \bar{c} la corde aérodynamique moyenne de l'envergure de l'aile. Cl , Cm et Cn sont les coefficients aérodynamiques de moments, ils sont donnés par [38]:

$$\begin{aligned} Cl &= Cl_\beta \beta + Cl_{\delta\alpha} \delta\alpha + Cl_{\delta r} \delta r + (b / 2Va)(Cl_P P + Cl_R R) \\ Cm &= Cm_0 + Cm_\alpha \alpha + Cm_{\delta e} \delta e + (c / 2Va)(Cm_{\dot{\alpha}} \dot{\alpha} + Cm_Q Q) \\ Cn &= Cn_\beta \beta + Cn_{\delta\alpha} \delta\alpha + Cn_{\delta r} \delta r + (b / 2Va)(Cn_P P + Cn_R R) \end{aligned} \quad (2-4.32)$$

Les coefficients Cl_β , $Cl_{\delta\alpha}$, $Cl_{\delta r}$, Cl_P , Cl_R , Cm_0 , Cm_α , $Cm_{\delta e}$, $Cm_{\dot{\alpha}}$, Cm_Q , Cn_β , $Cn_{\delta\alpha}$, $Cn_{\delta r}$, Cn_P , Cn_R sont constants (Annexe chapitre 2).

2.4.1.2.2. Moment engendré par la propulsion du moteur

Sachant que l'avion est un corps rigide, il est nécessaire de prendre en compte l'effet de la masse en rotation telle que l'hélice. Les termes gyroscopiques associés à la masse en rotation

sont considérés comme un moment appliqué. Le moment angulaire de l'hélice dans le repère avion :

$$h_p = [I_p \Omega_p \quad 0 \quad 0]^T \quad (2-4.33)$$

Avec I_p l'inertie de l'hélice, Ω_p sa vitesse angulaire. Cette vitesse est considérée constante, d'où $I_p \dot{\Omega}_p = 0$.

En appliquant l'équation fondamentale décrivant le comportement d'un gyroscope:

$$M_T = \frac{d}{dt} h_p = \omega . h_p \quad (2-4.34)$$

$$M_T = \begin{bmatrix} i & j & k \\ P & Q & R \\ I_p \omega_p & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ I_p \omega_p R \\ -I_p \omega_p Q \end{bmatrix} \quad (2-4.35)$$

D'où :

$$\bar{M} = \begin{bmatrix} \bar{q} S b C l \\ \bar{q} S \bar{c} C m + I_p \omega_p R \\ \bar{q} S b C n - I_p \omega_p Q \end{bmatrix} \quad (2-4.36)$$

Remarque :

Le moment associé au poids de l'avion est nul car la force est appliquée au niveau de son centre de gravité.

Les équations (2-4.29) et (2-4.36) donnent les équations de moments :

$$\begin{aligned} \dot{P} &= \frac{I_{xz}}{I_x} \dot{R} + \frac{(I_z - I_y)}{I_x} QR - \frac{I_{xz}}{I_x} PQ + \frac{\bar{q} S b}{I_x} Cl \\ \dot{Q} &= \frac{(I_z - I_x)}{I_y} PR - \frac{I_{xz}}{I_y} (P^2 - R^2) + \frac{\bar{q} S \bar{c}}{I_y} Cm + \frac{I_p}{I_y} \omega_p R \\ \dot{R} &= \frac{I_{xz}}{I_z} \dot{P} + \frac{(I_x - I_y)}{I_z} PQ - \frac{I_{xz}}{I_z} QR + \frac{\bar{q} S b}{I_z} Cn - \frac{I_p}{I_z} \omega_p Q \end{aligned} \quad (2-4.37)$$

2.4.2. Équations cinématiques

Les équations cinématiques expriment la dérivée des angles d'Euler par rapport au temps en fonction des vitesses angulaires dans le repère avion.

La vitesse de rotation de l'avion dans le repère NED s'écrit en fonction des dérivées des angles d'Euler de la manière suivante [42] :

$$\omega = \dot{\psi} \vec{k}_N + \dot{\theta} \vec{j}_1 + \dot{\phi} \vec{i} \quad (2-4.38)$$

Avec \vec{k}_N le vecteur unitaire de l'axe \bar{Z}_N du repère NED, \vec{j}_1 le vecteur unitaire de l'axe \bar{Y}_1 du repère intermédiaire R_1 , \vec{i} le vecteur unitaire de l'axe \bar{X}_B du repère avion (Fig.2.6).

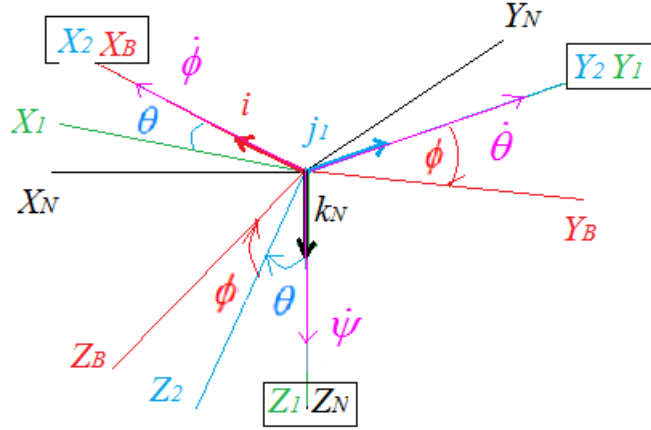


Fig.2.6. Orientation de $\dot{\phi}$; $\dot{\theta}$; $\dot{\psi}$ dans les repères NED et avion

La figure ci-dessus est équivalente à la figure (2.5), elle représente le passage du repère NED au repère avion ainsi que la projection de $\dot{\phi}$; $\dot{\theta}$; $\dot{\psi}$ sur leurs axes appropriés.

La rotation autour de \bar{Z}_N se fait à une vitesse $\dot{\psi}$. Elle est exprimée dans le repère NED. Pour la représenter dans le repère avion, deux rotations sont nécessaires. La première d'un angle θ autour de \bar{Y}_1 et la seconde de ϕ autour de \bar{X}_2 . Autrement dit :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{bmatrix}_B &= [\phi][\theta] = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{bmatrix}_N & (2-4.39) \\ \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{bmatrix}_B &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{bmatrix}_N = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ \sin \phi \sin \theta & \cos \phi & \sin \phi \cos \theta \\ \cos \phi \sin \theta & -\sin \phi & \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{bmatrix}_N & (2-4.40) \end{aligned}$$

Puis, la rotation autour de l'axe \bar{Y}_1 se fait à une vitesse $\dot{\theta}$ dans le repère R_1 . Pour amener $\dot{\theta}$

au repère avion, une rotation d'un angle ϕ doit se produire autour de l'axe \bar{X}_2 :

$$\begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{bmatrix}_B = [\phi] \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{bmatrix}_N = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{bmatrix}_N \quad (2-4.41)$$

La dernière rotation se fait autour de \bar{X}_2 qui n'est que \bar{X}_B à une vitesse $\dot{\phi}$. Donc $\dot{\phi}$ s'exprime dans le repère avion.

L'expression (2-4.38) est équivalente à :

$$\begin{bmatrix} P \\ Q \\ R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \cos \phi \dot{\theta} \\ -\sin \phi \dot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\sin \theta \dot{\psi} \\ \sin \phi \cos \theta \dot{\psi} \\ \cos \phi \cos \theta \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (2-4.42)$$

$$\begin{bmatrix} P \\ Q \\ R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin \theta \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \cos \theta \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (2-4.43)$$

En inversant la relation (2-4.43), nous obtenons les équations différentielles qui décrivent la cinématique de l'avion.

$$\begin{aligned} \dot{\phi} &= P + \tan \theta (Q \sin \phi + R \cos \phi) \\ \dot{\theta} &= Q \cos \phi - R \sin \phi \\ \dot{\psi} &= \frac{Q \sin \phi + R \cos \phi}{\cos \theta} \end{aligned} \quad (2-4.44)$$

Avec : $\cos \theta \neq 0$

2.4.3. Équations de navigation

Elles sont obtenues en exprimant les composantes de la vitesse de translation de l'avion U, V, W (définies dans le repère avion) dans le repère terrestre NED.

$$\begin{bmatrix} \dot{P}_x \\ \dot{P}_y \\ \dot{P}_z \end{bmatrix}_N = [P]^{-1} \begin{bmatrix} U \\ V \\ W \end{bmatrix}_B \quad (2-4.45)$$

Où P_x, P_y, P_z représentent les positions de l'avion par rapport à la terre. On introduit l'altitude $h = -P_z$, ce qui donne :

$$\begin{aligned}
 \dot{P}x &= U \cos \theta \cos \psi + V (\sin \phi \sin \theta \cos \psi - \cos \phi \sin \psi) + W (\cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi) \\
 \dot{P}y &= U \cos \theta \sin \psi + V (\sin \phi \sin \theta \sin \psi + \cos \phi \cos \psi) + W (\cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi) \\
 \dot{h} &= U \sin \theta - V \sin \phi \cos \theta - W \cos \phi \cos \theta
 \end{aligned}
 \tag{2-4.46}$$

La dynamique de vol de l'avion est alors définie par les équations (2-4.23), (2-4.37), (2-4.44) et (2-4.46). Le vecteur d'état utilisé dans ce travail $X = [U \ P \ Q \ R \ \phi \ \theta \ \psi \ h]^T$. Les vitesses de translation latérale et verticale sont négligeables par rapport à la vitesse longitudinale U [43]. Les variables d'entrée sont $u_1 = \delta a$; $u_2 = \delta e$; $u_3 = \delta r$ et $u_4 = \delta th$.

À partir des équations établies, l'avion peut être décrit par la représentation d'état :

$$\dot{X} = f(X) + g(X)U
 \tag{2-4.47}$$

Plus précisément :

$$\dot{X} = \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \\ \dot{h} \\ \dot{P} \\ \dot{Q} \\ \dot{R} \\ \dot{U} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1(x) \\ f_2(x) \\ f_3(x) \\ f_4(x) \\ f_5(x) \\ f_6(x) \\ f_7(x) \\ f_8(x) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ g_{51} & 0 & g_{53} & 0 \\ 0 & g_{62} & 0 & 0 \\ g_{71} & 0 & g_{73} & 0 \\ 0 & g_{82} & g_{83} & g_{84} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \delta a \\ \delta e \\ \delta r \\ \delta th \end{bmatrix}
 \tag{2-4.48}$$

Les variables de commande apparaissent en remplaçant les coefficients aérodynamiques de forces et de moments par leurs expressions données dans (2-4.18), (2-4.19) et (2-4.32).

Les expressions des fonctions f_i ; g_{ij} sont présentées dans l'Annexe chapitre 2.

En plus de ces variables d'état, il est important de citer les variables aérodynamiques α (l'angle d'attaque), β (l'angle de dérapage) et Va (la vitesse totale de l'avion) car ces expressions seront utilisées par la suite dans le modèle linéaire de l'avion [44].

Pour ce faire, il faut réécrire les équations de forces dans le repère aérodynamique. Les coordonnées de la vitesse de translation dans ce repère sont :

$$\begin{aligned}
 U &= \cos \alpha \cos \beta Va \\
 V &= \sin \beta Va \\
 W &= \sin \alpha \cos \beta Va
 \end{aligned}
 \tag{2-4.49}$$

Sachant que $Va = \sqrt{(U^2 + V^2 + W^2)}$, $\alpha = \text{atan}(W / U)$ et $\beta = \text{asin}(V / Va)$ constituent les variables aérodynamiques. Leurs dérivées temporelles sont :

$$\begin{aligned}
 \dot{Va} &= \frac{U\dot{U} + V\dot{V} + W\dot{W}}{Va} \\
 \dot{\alpha} &= \frac{U\dot{W} - W\dot{U}}{U^2 + W^2} \\
 \dot{\beta} &= \frac{\dot{V}Va - V\dot{Va}}{Va^2 \cos \beta}
 \end{aligned}
 \tag{2-4.50}$$

En remplaçant U ; V et W par leurs expressions données dans (2-4.49) et en utilisant (2-4.13), il en résulte :

$$\begin{aligned}
 \dot{Va} &= \frac{Fx}{m} \cos \alpha \cos \beta + \frac{Fy}{m} \sin \beta + \frac{Fz}{m} \sin \alpha \cos \beta \\
 \dot{\alpha} &= Q - R \sin \alpha \tan \beta - P \cos \alpha \tan \beta - \frac{Fx \sin \alpha}{mVa \cos \beta} + \frac{Fz \cos \alpha}{mVa \cos \beta} \\
 \dot{\beta} &= -R \cos \alpha + P \sin \alpha + \frac{Fy \cos \beta}{mVa} - \frac{Fx \cos \alpha \sin \beta}{mVa} - \frac{Fz \sin \alpha \sin \beta}{mVa}
 \end{aligned}
 \tag{2-4.51}$$

En remplaçant les forces par leurs expressions données dans (2-4.22) et en utilisant les équations (2-4.18), nous obtenons :

$$\begin{aligned}
 \dot{Va} &= \frac{\bar{q}S}{m} C_{Da} + \frac{T}{m} \cos \alpha \cos \beta + \\
 &\quad g (\cos \phi \cos \theta \sin \alpha \cos \beta + \sin \phi \cos \theta \sin \beta - \sin \theta \cos \alpha \cos \beta) \\
 \dot{\alpha} &= -\frac{\bar{q}S}{mVa \cos \beta} C_L + Q - \tan \beta (R \sin \alpha + P \cos \alpha) - \frac{T \sin \alpha}{mVa \cos \beta} + \\
 &\quad \frac{g}{Va \cos \beta} (\cos \phi \cos \theta \cos \alpha + \sin \theta \sin \alpha) \\
 \dot{\beta} &= \frac{\bar{q}S}{mVa} C_{ya} - R \cos \alpha + P \sin \alpha + \frac{g}{Va} \cos \beta \sin \phi \cos \theta + \\
 &\quad \frac{\sin \beta}{Va} \left(g \cos \alpha \sin \theta - g \sin \alpha \cos \phi \cos \theta + \frac{T \cos \alpha}{m} \right)
 \end{aligned}
 \tag{2-4.52}$$

Avec :

$$\begin{aligned} C_{Da} &= C_D \cos \beta - C_Y \sin \beta \\ C_{Ya} &= C_Y \cos \beta - C_L \sin \beta \end{aligned} \quad (2-4.53)$$

Ces équations complètent le modèle non linéaire de l'avion. Une fois ce modèle établi, nous passons à l'étape de sa linéarisation et de son découplage.

2.5. Linéarisation du modèle de l'avion

Les équations non linéaires du mouvement de l'avion constituent un outil puissant pour étudier ses performances et son comportement dynamique. Dans certains cas, le modèle mathématique linéaire serait préférable. Linéariser les équations de mouvement autour d'un point d'équilibre permet d'obtenir un système plus facile à manipuler avec une bonne précision au voisinage d'un point défini [45], et permet aussi d'identifier ses paramètres.

Certaines hypothèses sont nécessaires pour obtenir les équations réduites qui décrivent le modèle linéaire de l'avion, par exemple :

- Les conditions de vol sont symétriques (l'axe longitudinale reste parallèle au flux d'air).
- Les perturbations sont faibles.

L'approche utilisée pour obtenir le modèle linéaire est basée sur la théorie des petites perturbations [46]. On suppose que le mouvement de l'avion est composé d'un état d'équilibre de référence et d'une petite perturbation. Toutes les variables du modèle non linéaire des équations (2-4.23), (2-4.35), (2-4.44), (2-4.46), (2-4.52) et (2-4.53) sont écrites sous cette forme.

Les valeurs de référence pour chaque variable sont indiquées par l'indice 0, et les perturbations sont indiquées par le préfixe Δ . Dans les cas où la valeur de référence est nulle, la perturbation est égale à la valeur de la variable totale, donc le préfixe Δ sera supprimé.

$$\begin{aligned} U &= U_0 + \Delta U & \alpha &= \alpha_0 + \Delta\alpha & \beta &= \beta_0 + \Delta\beta \\ P &= P_0 + \Delta P & Q &= Q_0 + \Delta Q & R &= R_0 + \Delta R \\ \phi &= \phi_0 + \Delta\phi & \theta &= \theta_0 + \Delta\theta & \psi &= \psi_0 + \Delta\psi \\ C_D &= C_{D0} + \Delta C_D & C_Y &= C_Y + \Delta C_Y & C_L &= C_{L0} + \Delta C_L \\ C_l &= C_{l0} + \Delta C_l & C_m &= C_{m0} + \Delta C_m & C_n &= C_{n0} + \Delta C_n \\ \delta &= \delta_0 + \Delta & T &= T_0 + \Delta T \end{aligned} \quad (2-5.1)$$

2. Modélisation du drone à voilure fixe

Sachant que l'axe longitudinal de l'avion se trouve sur la même direction que sa trajectoire, les vitesses de translation latérale et verticale se réduisent à $V_0 = W_0 = 0$. La vitesse totale de l'avion devient [43]:

$$Va = \sqrt{((U + \Delta U)^2 + \Delta V^2 + \Delta W^2)} \quad (2-5.2)$$

Les vitesses ΔU ; ΔV ; ΔW sont très petites, donc leurs produits et leurs carrés sont négligeables. Ceci mène à :

$$Va = \sqrt{U_0^2 + 2U_0\Delta U} = U_0 \sqrt{1 + \frac{2\Delta U}{U_0}} \quad (2-5.3)$$

La valeur de $\frac{\Delta U}{U_0}$ est très petite et peut être négligée, donc :

$$Va \approx U_0 \approx U \quad (2-5.4)$$

La vitesse W peut être remplacée par l'angle d'attaque α . Ceci est réalisé grâce à la relation :

$$\dot{\alpha} = \frac{\dot{W}}{U_0} \quad (2-5.5)$$

Il est utile aussi d'exprimer l'angle de dérapage β . Ceci se fait en remplaçant V par β sachant que:

$$\dot{\beta} = \frac{\dot{V}}{U_0} \quad (2-5.6)$$

Les équations (2-5.5) et (2-5.6) sont déduites de (2-4.50) et (2-5.4).

La condition d'équilibre pour un vol symétrique est [38, 40, 41,47]:

$$\beta_0 = P_0 = Q_0 = R_0 = \phi_0 = 0 \quad (2-5.7)$$

Ainsi que toutes les perturbations sont nulles. Ceci réduit les équations (2-4.52) et (2-4.37) à :

$$\begin{aligned}
 0 &= -\frac{\bar{q}S}{m} C_{D0} + \frac{T_0}{m} \cos \alpha_0 - g \sin \gamma_0 \\
 0 &= -\frac{T_0 \sin \alpha_0}{mVa_0} - \frac{\bar{q}S}{mVa_0} C_{L0} + \frac{g}{Va_0} \cos \gamma_0 \\
 0 &= C_{Y0} \\
 0 &= C_{l0} = C_{m0} = C_{n0}
 \end{aligned} \tag{2-5.8}$$

Avec :

$$\gamma_0 = \theta_0 - \alpha_0 \quad \Delta\gamma = \Delta\theta - \Delta\alpha \tag{2-5.9}$$

Les équations cinématiques (2-4.44) se réduisent à zéro.

La théorie des petites perturbations est appliquée en remplaçant les variables des équations non linéaires (2-4.52), (2-4.44) et (2-4.37) par les expansions de l'équation (2-5.1), puis en soustrayant les équations d'état d'équilibre (2-5.8) et en appliquant les approximations des petits angles $\sin x \approx x$, $\cos x \approx 1$ et $\tan x \approx x$. Ces approximations nous permettent de formuler les relations suivantes :

$$\begin{aligned}
 \sin(\gamma_0 + \Delta\gamma) &\approx \sin \gamma_0 + \cos \gamma_0 \Delta\gamma \\
 \cos(\alpha_0 + \Delta\alpha) &\approx \cos \alpha_0 - \sin \alpha_0 \Delta\alpha \\
 \tan(\theta_0 + \Delta\theta) &\approx \tan \theta_0 + \Delta\theta
 \end{aligned} \tag{2-5.10}$$

En supposant que $Va \approx Va_0$ et $\bar{q} \approx \bar{q}_0$, les équations linéarisées résultantes seront :

$$\begin{aligned}
 \Delta\dot{V}a &= -\frac{\bar{q}_0 S}{m} \Delta C_D - g \cos \gamma_0 (\Delta\theta - \Delta\alpha) - \frac{T_0 \sin \alpha_0}{m} \Delta\alpha + \frac{\cos \alpha_0}{m} \Delta T \\
 \Delta\dot{\alpha} &= -\frac{\bar{q}_0 S}{mVa_0} \Delta C_L + Q - \frac{g \sin \gamma_0}{Va_0} (\Delta\theta - \Delta\alpha) - \frac{T_0 \cos \alpha_0}{mVa_0} \Delta\alpha - \frac{T_0 \sin \alpha_0}{mVa_0} \Delta T \\
 \Delta\dot{\beta} &= \frac{\bar{q}_0 S}{mVa_0} \Delta C_y + P \sin \alpha_0 - R \cos \alpha_0 + \frac{g \cos \theta_0}{Va_0} \phi \\
 \dot{P} - \frac{Ixz}{Ix} \dot{R} &= \frac{\bar{q}_0 S b}{Ix} \Delta C_l \\
 \dot{Q} &= \frac{\bar{q} S \bar{c}}{I_y} \Delta C_m \\
 \dot{R} - \frac{Ixz}{Iz} \dot{P} &= \frac{\bar{q}_0 S b}{Iz} \Delta C_n \\
 \Delta\dot{\phi} &= P + \tan \theta_0 R \\
 \Delta\dot{\theta} &= Q
 \end{aligned} \tag{2-5.11}$$

Les termes de perturbations des coefficients de forces et de moments aérodynamiques ΔC_D , ΔC_L , ΔC_y , ΔCl , ΔCm et ΔCn sont remplacés par leurs expressions linéaires détaillées dans Annexe chapitre 2 (équations (A.13) et (A.14)).

Ceci conduit aux équations linéaires du modèle de l'avion :

$$\begin{aligned}
 \Delta \dot{V}a &= -\frac{\bar{q}_0 S}{m} \left(C_{Dva} \frac{\Delta Va}{Va_0} + C_{D\alpha} \Delta\alpha + C_{DQ} \frac{\bar{q}_0 c}{2Va_0} + C_{D\delta} \Delta\delta \right) - \\
 &\quad g \cos \gamma_0 (\Delta\theta - \Delta\alpha) - \frac{T_0 \sin \alpha_0}{m} \Delta\alpha + \frac{\cos \alpha_0}{m} \Delta T \\
 \Delta \dot{\alpha} &= -\frac{\bar{q}_0 S}{m Va_0} \left(C_{Lva} \frac{\Delta Va}{Va_0} + C_{L\alpha} \Delta\alpha + C_{L\dot{\alpha}} \frac{\dot{\alpha} c}{2Va_0} + C_{LQ} \frac{\bar{q}_0 c}{2Va_0} + C_{L\delta} \Delta\delta \right) + \\
 &\quad Q - \frac{g \sin \gamma_0}{Va_0} (\Delta\theta - \Delta\alpha) - \frac{T_0 \cos \alpha_0}{m Va_0} \Delta\alpha - \frac{T_0 \sin \alpha_0}{m Va_0} \Delta T \\
 \Delta \dot{\beta} &= \frac{\bar{q}_0 S}{m Va_0} \left(C_{y\beta} \Delta\beta + C_{yP} \frac{bP}{2Va_0} + C_{yR} \frac{bR}{2Va_0} + C_{y\delta} \Delta\delta \right) + \\
 &\quad P \sin \alpha_0 - R \cos \alpha_0 + \frac{g \cos \theta_0}{Va_0} \phi \\
 \dot{P} - \frac{Ixz}{Ix} \dot{R} &= \frac{\bar{q}_0 S b}{Ix} \left(Cl_\beta \Delta\beta + Cl_P \frac{bP}{2Va_0} + Cl_R \frac{bR}{2Va_0} + Cl_\delta \Delta\delta \right) \\
 \dot{Q} &= \frac{\bar{q}_0 S \bar{c}}{Iy} \left(Cm_{va} \frac{\Delta Va}{Va_0} + Cm_\alpha \Delta\alpha + Cm_{\dot{\alpha}} \frac{\dot{\alpha} c}{2Va_0} + Cm_Q \frac{\bar{q}_0 c}{2Va_0} + Cm_\delta \Delta\delta \right) \\
 \dot{R} - \frac{Ixz}{Iz} \dot{P} &= \frac{\bar{q}_0 S b}{Iz} \left(Cn_\beta \Delta\beta + Cn_P \frac{bP}{2Va_0} + Cn_R \frac{bR}{2Va_0} + Cn_\delta \Delta\delta \right) \\
 \Delta \dot{\phi} &= P + \tan \theta_0 R \\
 \Delta \dot{\theta} &= Q
 \end{aligned} \tag{2-5.12}$$

Les équations présentées par l'expression (2-5.12) représentent le modèle linéarisé de l'avion. L'étape suivante consiste à le découpler et le représenter dans l'espace d'état.

2.6. Découplage du modèle linéaire

Physiquement, il est important de noter que le choix des variables d'état et des entrées de la commande permet le découplage du mouvement de l'avion en deux modes : longitudinal et latéral, (plus convenablement latéro-directionnel). Durant les conditions de vol régulier, la vitesse de l'avion Va est égale à la vitesse longitudinale U_0 [43, 47].

La représentation d'état s'établit en combinant les équations des forces et des moments avec les équations cinématiques (Tableau 2.2).

Tableau 2.2. Découplage du mouvement de l'avion

Mode	Longitudinal	Latéro-directionnel
Équations de forces	$\dot{V}a ; \dot{W}$	\dot{V}
Équations de moments	\dot{Q}	$\dot{P} ; \dot{R}$
Équations cinématiques	$\dot{\theta}$	$\dot{\phi}$

2.6.1. Mode longitudinal

Ce mode se décrit en supposant que $\beta = P = R = \phi = 0$ [46]. Les états considérés sont Va , α , Q et θ et les commandes sont la déflection de l'élévateur δe et la poussée du moteur δth .

Les équations du mode longitudinal sont :

$$\begin{aligned}
 \Delta \dot{V}a &= -\frac{\bar{q}_0 S}{m} \left(C_{DVa} \frac{\Delta Va}{Va_0} + C_{D\alpha} \Delta\alpha + C_{DQ} \frac{\bar{q}_0 c}{2Va_0} + C_{D\delta} \Delta\delta \right) - \\
 &\quad g \cos \gamma_0 (\Delta\theta - \Delta\alpha) - \frac{T_0 \sin \alpha_0}{m} \Delta\alpha + \frac{\cos \alpha_0}{m} \Delta T \\
 \Delta \dot{\alpha} &= -\frac{\bar{q}_0 S}{m Va_0} \left(C_{LVa} \frac{\Delta Va}{Va_0} + C_{L\alpha} \Delta\alpha + \bar{C}_{LQ} \frac{\bar{q}_0 c}{2Va_0} + C_{L\delta} \Delta\delta \right) + \\
 &\quad Q - \frac{g \sin \gamma_0}{Va_0} (\Delta\theta - \Delta\alpha) - \frac{T_0 \cos \alpha_0}{m Va_0} \Delta\alpha - \frac{T_0 \sin \alpha_0}{m Va_0} \Delta T \\
 \dot{Q} &= \frac{\bar{q}_0 S c}{I_y} \left(C_{mVa} \frac{\Delta Va}{Va_0} + C_{m\alpha} \Delta\alpha + \bar{C}_{mQ} \frac{\bar{q}_0 c}{2Va_0} + C_{m\delta} \Delta\delta \right) \\
 \Delta \dot{\theta} &= Q
 \end{aligned} \tag{2-6.1}$$

La représentation d'état est donnée par :

$$\begin{aligned}
 \dot{X}_{long} &= A_{long} X_{long} + B_{long} U_{long} \\
 Y_{long} &= C_{long} X_{long} + D_{long} U_{long}
 \end{aligned} \tag{2-6.2}$$

Où : $A_{long} \in R^{4 \times 4}$ est la matrice d'état.

$B_{long} \in R^{4 \times 2}$ la matrice de commande.

$C_{long} \in R^{4 \times 4}$ la matrice d'observation.

$D_{long} \in R^{4 \times 2}$ la matrice d'action directe.

En avionique, il est pratique de choisir les variables de sortie égales aux variables d'état $X = Y$ et $D = 0$ [47,48].

Donc :

$X_{long} = [\Delta Va \quad \Delta\alpha \quad Q \quad \Delta\theta]^T$ représente le vecteur d'état.

$U_{long} = [\delta e \quad \delta th]^T$ est le vecteur de la commande.

$Y_{long} = [\Delta Va \quad \Delta\alpha \quad Q \quad \Delta\theta]^T$ le vecteur de sortie.

Les matrices de stabilité et de contrôle sont :

$$A_{long} = \begin{bmatrix} -\frac{\bar{q}_0 S C_{DVa}}{m Va_0} & -\frac{\bar{q}_0 S}{m} C_{D\alpha} - \frac{T_0 \sin \alpha_0}{m} - g \cos \gamma_0 & 0 & -g \cos \gamma_0 \\ -\frac{\bar{q}_0 S C_{LVa}}{m Va_0^2} & \frac{\bar{q}_0 S}{m Va_0} C_{L\alpha} + \frac{g \sin \gamma_0}{Va_0} + \frac{T_0 \cos \alpha_0}{m Va_0} & 1 & -\frac{g \sin \gamma_0}{Va_0} \\ \frac{\bar{q}_0 S c C_{m_{Va}}}{I_y Va_0} & \frac{\bar{q}_0 S c C_{m_\alpha}}{I_y} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (2-6.3)$$

$$B_{long} = \begin{bmatrix} \frac{\cos \alpha_0}{m} & -\frac{\bar{q}_0 S}{m} C_{D\delta e} \\ -\frac{T_0 \sin \alpha_0}{m Va_0} & -\frac{\bar{q}_0 S}{m Va_0} C_{L\delta e} \\ 0 & \frac{\bar{q}_0 S c}{I_y} C_{m_\delta} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2-6.4)$$

Ces matrices sont détaillées dans Annexe chapitre 2.

2.6.2. Mode latéro-directionnel

Dans les équations latéro-directionnelles, les états sont $\Delta\beta$, P , R , $\Delta\phi$ tandis que les états $\Delta Va = \Delta\alpha = Q = \Delta\theta = 0$ [46]. Les commandes sont la déflexion de l'aileron δa et celle de la gouverne de direction δr .

Comme nous avons procédé pour le mode longitudinal, ce mode peut être représenté dans l'espace d'état par :

$$\begin{aligned} \dot{X}_{lat} &= A_{lat} X_{lat} + B_{lat} U_{lat} \\ Y_{lat} &= X_{lat} \end{aligned} \quad (2-6.5)$$

Où $A_{lat} \in R^{4 \times 4}$ est la matrice d'état, $B_{lat} \in R^{4 \times 2}$ la matrice d'entrée.

$$A_{lat} = \begin{bmatrix} \frac{\bar{q}_0 S C y_{\beta}}{m V a_0} & \frac{\bar{q}_0 S b C y_P}{2 m V a_0^2} + \sin \alpha_0 & \frac{\bar{q}_0 b S C y_R}{2 m V a_0^2} - \cos \alpha_0 & \frac{g \cos \theta_0}{V a_0} \\ \frac{\bar{q}_0 S b C l_{\beta}}{I x} & \frac{\bar{q}_0 S b^2 C l_P}{2 I x V a_0} & \frac{\bar{q}_0 S b^2 C l_R}{2 I x V a_0} & 0 \\ \frac{\bar{q}_0 S b C n_{\beta}}{I z} & \frac{\bar{q}_0 S b^2 C n_P}{2 I z V a_0} & \frac{\bar{q}_0 S b^2 C n_R}{2 I z V a_0} & 0 \\ 0 & 1 & \tan \theta_0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2-6.6)$$

$$B_{lat} = \begin{bmatrix} \frac{\bar{q}_0 S}{m V a_0} C y_{\delta a} & \frac{\bar{q}_0 S}{m V a_0} C y_{\delta r} \\ \frac{\bar{q}_0 S b}{I x} C l_{\delta a} & \frac{\bar{q}_0 S b}{I x} C l_{\delta r} \\ \frac{\bar{q}_0 S b}{I z} C n_{\delta a} & \frac{\bar{q}_0 S b}{I z} C n_{\delta r} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2-6.7)$$

La représentation d'état du modèle de l'avion sera utilisée pour identifier les différents coefficients aérodynamiques.

Pour ce faire, il existe deux approches. La première, par simulation, elle nécessite des informations de base de données provenant des essais en soufflerie et des calculs de la dynamique des fluides.

Cette approche est fastidieuse et n'offre pas une bonne précision étant donné les nombreuses hypothèses sur la dynamique de vol et le manque d'information sur la façon dont les différents éléments sont liés. Contrairement à la deuxième qui est expérimentale et basée sur des tests pratiques.

Le paragraphe suivant décrit succinctement la deuxième approche, pour plus de détail, le lecteur peut consulter les travaux de Klein et Paw [37,39].

2.7. Identification paramétrique par des essais en vol

Les tests d'identification des paramètres de l'avion constituent un processus important pour développer son modèle et le valider. Il s'agit de réaliser des expériences de vol pour collecter les données des entrées et des sorties afin d'estimer les paramètres de l'avion. Les étapes nécessaires pour la mise en œuvre de l'identification sont résumées ci-dessous.

2.7.1. La postulation du modèle

Écriture des équations de forces et de moments.

2.7.2. La conception expérimentale

Elle comprend la configuration du système (outils, capteurs, ...) et le choix du signal d'entrée.

2.7.3. Détermination de la structure du modèle

Le choix de la structure du modèle est important pour une bonne identification. Généralement, le modèle utilisé est représenté dans l'espace d'état.

Ce choix est justifié par le fait que cette représentation contienne des dérivées de stabilité et de contrôle liés aux coefficients du modèle non linéaire (équations du paragraphe 4). Donc, l'estimation des paramètres du modèle à partir des données de tests en vol fournit une mise à jour des coefficients aérodynamiques du modèle non linéaire. En outre, l'utilisation du modèle linéaire simplifie le problème d'identification par rapport à l'utilisation du modèle non linéaire qui nécessiterait des excitations d'entrée et des manœuvres plus difficiles à exécuter [40].

2.7.4. Technique d'estimation

Deux méthodes sont utilisées pour l'estimation des paramètres de l'avion.

2.7.4.1. La méthode d'erreur d'équation

Elle est basée sur la régression linéaire utilisant le principe des moindres carrés ordinaires. Les paramètres aérodynamiques inconnus sont estimés en minimisant la somme des différences au carré entre les forces et les moments aérodynamiques mesurés et modélisés.

2.7.4.2. La méthode d'erreur de sortie

Dans cette technique, les paramètres inconnus sont obtenus en minimisant la somme des différences carrées pondérées entre les sorties de l'avion mesurées et les sorties du modèle.

2.7.5. Validation du modèle

Elle constitue la dernière étape du processus d'identification. Le modèle identifié doit démontrer que ses paramètres ont des valeurs physiquement raisonnables avec une précision acceptable. Les estimations des paramètres déterminés en vol doivent être comparées à toute

information disponible sur l'aérodynamique de l'aéronef, qui peut inclure des prédictions théoriques (calculs de la mécanique de vol) ou des mesures en soufflerie.

Remarque :

Il est impératif de fixer des plages de validité des coefficients obtenus du fait qu'ils ne sont valides qu'autour d'un point d'équilibre.

2.8. Conclusion

L'objectif de ce chapitre est de décrire brièvement la modélisation mathématique et l'identification de l'avion. Étant un système dynamique non linéaire, le modèle mathématique du mouvement de cet engin est constitué d'équations différentielles non linéaires. Lorsque ce mouvement est limité à des petites perturbations, l'avion peut être modélisé comme un système dynamique linéaire. Dans ce cas, il est représenté dans l'espace d'état. Une fois la structure du modèle déterminée, l'étape qui suit consiste à identifier ses paramètres par des essais en vol où les données récoltées sont comparées aux réponses estimées. La validation du modèle est la dernière étape de ce processus.

Le chapitre suivant fera l'objet de la présentation des lois de commande robustes utilisées pour le contrôle de l'avion modélisé.

Chapitre 3

Techniques de commande basées sur les modes glissants

3.1. Introduction

La présence d'incertitudes dans les systèmes non linéaires ainsi que les perturbations qu'ils peuvent subir durant leur fonctionnement limitent l'utilisation des contrôleurs classiques pour les stabiliser. D'où la nécessité d'implémentation de certains algorithmes dits robustes. La commande à structure variable générant des modes glissants fait partie des contrôleurs les plus rencontrés dans la littérature grâce à sa simplicité et à sa robustesse.

Initialement proposée par Filippov [49] puis développée par Emelyanov [50], Itkis [51] et Utkin [52], cette commande qui se base sur la résolution des équations différentielles à second membre discontinu a connu un essor considérable depuis les années soixante.

Ce chapitre est consacré à la présentation de l'aspect théorique de la commande à structure variable. Commenant par la définition du formalisme classique des systèmes à structure variable, les parties qui suivent traiteront quelques techniques qui assurent la convergence d'un système dynamique tel qu'un drone en temps fini tout en réduisant le chattering, à savoir les modes glissants d'ordre deux.

3.2. Formalisme des systèmes à structure variable

Dans ce paragraphe, nous présentons les concepts classiques utilisés dans la commande par modes glissants des systèmes linéaires ou non linéaires.

Un système S est dit à structure variable s'il peut commuter entre deux valeurs suivant le signe d'une fonction prédéfinie dans son espace d'état $S(X)$ connue par la surface de glissement (Fig.3.1) [49].

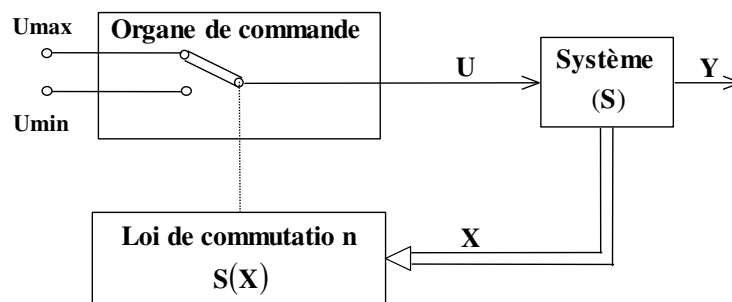


Fig.3.1 : Schéma de principe d'un système à structure variable

On parle de glissement lorsque le point de fonctionnement du système coupe la surface de glissement avec le seuil inférieur de la commande U_{\min} pour atteindre le seuil supérieur de la commande U_{\max} et ainsi de suite.

3.2.1. Modes glissants réel et idéal

On distingue deux sortes de régimes glissants, idéaux et réels :

3.2.1.1. Régime glissant idéal

Théoriquement, la commutation se fait d'une manière idéale décrivant parfaitement l'équation $S(X) = 0$. Le point représentatif du système évolue sur une trajectoire lisse (à une fréquence d'oscillation infinie et amplitude nulle) [50].

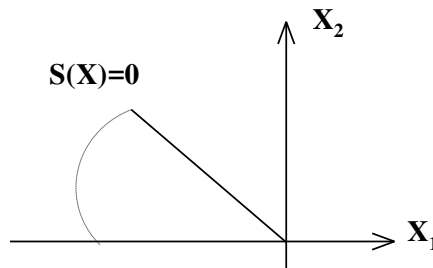


Fig.3.2 Glissement idéal

3.2.1.2. Régime glissant réel

En pratique, la commutation se réalise par un relais. Loin d'être idéale, cette dernière présente quelques imperfections telles que le retard d'ouverture et de fermeture du relais. Dans ce cas, le point représentatif du système évolue en oscillant au voisinage de la surface de glissement [53].

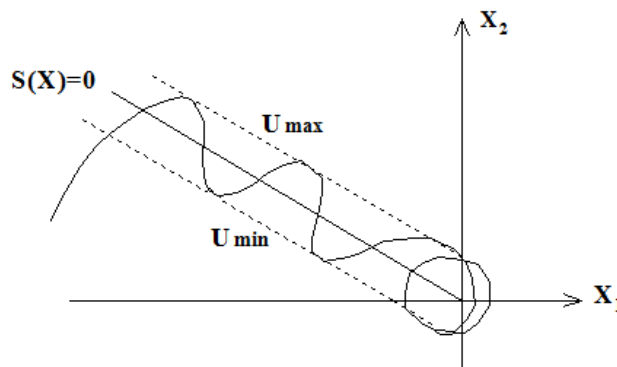


Fig.3.3. Glissement réel

3.2.2. Condition d'existence du glissement

La condition d'existence du glissement est prouvée par le théorème de Filippov [49] énoncé ci-dessous.

D'abord, on considère un système représenté par son vecteur d'état $X = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$.

Et le système d'équations différentielles :

$$\frac{dX}{dt} = F(t, x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (3-2.1)$$

Avec : $F = [f_1, f_2, \dots, f_n]^T$.

Les fonctions $f_i(t, x_1, x_2, \dots, x_n)$ sont continues par morceaux, et présentent des discontinuités sur la surface S définie par l'équation $S(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0$.

Ces fonctions sont supposées définies dans un domaine G de l'espace d'état. La surface S sépare ce domaine en deux parties $G^+ (S > 0)$ et $G^- (S < 0)$. Donc la fonction f peut prendre deux valeurs au voisinage de la surface à savoir f^+ et f^- . Les projections de f^+ et f^- sur la normale à la surface S orientée de G^- vers G^+ sont f_N^+ et f_N^- (Fig.3.4).

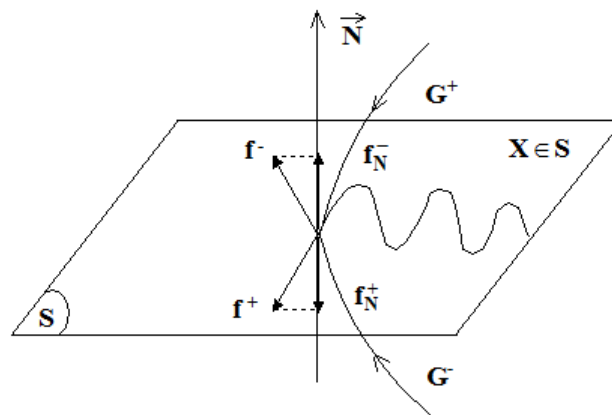


Fig.3.4. Surface de glissement dans l'espace d'état [53]

Le système (3-2.1) satisfait la condition :

$$\left| \frac{\partial f_i}{\partial x_j} \right| \leq K \quad \text{avec } i, j = 1, 2, \dots, n$$

K étant une constante arbitraire indépendante de X et de t . Chacune des composantes f_N^+ et f_N^- est continue sur $[t, x_1, x_2, \dots, x_n]$ pour $[x_1, x_2, \dots, x_n]$ appartenant à S .

Si en chaque point de la surface S une des inégalités $f_N^+ < 0$ ou $f_N^- > 0$ est vérifiée, il existe alors, dans le domaine G une solution $X(t)$ pour le système (3–2.1).

Ceci permet de conclure que si l'on vérifie à la fois $f_N^+ < 0$ et $f_N^- > 0$, la surface S sera attractive pour les trajectoires de phase $X(t)$ du système (3–2.1) puisque les vecteurs vitesses se dirigent vers elle [53].

La dérivée de la surface de glissement par rapport au temps est donnée par :

$$\dot{S} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial S}{\partial x_i} \cdot \frac{dx_i}{dt} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial S}{\partial x_i} \cdot f_i(t, x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (3-2.2)$$

L'expression (3–2.2) est le produit scalaire de la normale orientée à la surface S et du vecteur F .

Les conditions citées auparavant conduisent à :

- $f_N^+ < 0$ correspond à $S > 0$ et $\dot{S} < 0$.
- $f_N^- > 0$ correspond à $S < 0$ et $\dot{S} > 0$.

$$D'où : f_N^+ < 0 \text{ et } f_N^- > 0 \Rightarrow S\dot{S} < 0 \quad (3-2.3)$$

Donc la condition de glissement peut être définie par une des deux formes classiques ($f_N^+ < 0$ et $f_N^- > 0$) ou $S\dot{S} < 0$ qui sont équivalentes. La condition (3–2.3) est l'inégalité fondamentale utilisée pour résoudre le problème de robustesse d'un correcteur par mode de glissement.

Théorème de Filippov [49]

Un régime glissant existe sur une surface de glissement si, et seulement si, dans un voisinage de la surface de glissement toutes les trajectoires du système sont dirigées vers elle.

Autrement dit :

$$\lim_{S(x) \rightarrow 0^-} \dot{S}(X) > 0 \text{ et } \lim_{S(x) \rightarrow 0^+} \dot{S}(X) < 0 \quad (3-2.4)$$

Cette condition est équivalente à :

$$S \cdot \dot{S} < 0 \quad (3-2.5)$$

3.2.3. Principe de la commande à structure variable par mode glissant

L'élaboration d'une loi de commande basée sur les modes glissants se fait en deux étapes. D'abord, il faut définir la surface de glissement puis développer une loi de commande qui rend cette surface attractive [53].

3.2.3.1. Choix de la surface de glissement

La surface de glissement est de dimension inférieure à celle de l'espace d'état. Généralement, elle se définit par un hyperplan qui passe par l'origine de ce dernier. Ceci est considéré comme un avantage majeur des modes glissants car il permet de réduire l'ordre des équations différentielles qui régissent le système.

Analytiquement, c'est une combinaison de l'erreur et ses dérivées. Elle est définie par la relation :

$$S(X) = \sum_{i=1}^n c_i \cdot e_i = e_n + \sum_{i=1}^{n-1} c_i \cdot e_i \quad \text{avec } c_n = 1 \quad (3-2.6)$$

Avec : $e_i = x_i - x_{id}$ les erreurs calculées.

x_i : les états du système à commander.

x_{id} : les états désirés.

c_i : des constantes positives représentant les coefficients de la surface de glissement.

Une fois la surface de glissement sélectionnée, la seconde étape consiste à développer une commande qui permet de stabiliser le système malgré la présence d'incertitudes de modélisation et de perturbations et cela en l'amenant et en le confinant dans cette surface.

3.2.3.2. Synthèse de la loi de commande

La loi de commande a pour rôle de contraindre les trajectoires d'état du système à atteindre et ensuite à rester sur une surface de glissement prédéfinie. En d'autres termes, elle doit rendre cette surface attractive. Une telle condition est appelée condition d'attractivité. Ainsi, la loi de commande doit être calculée en vérifiant la condition qui assure $S(X) = 0$.

La condition d'attractivité donnée par l'inégalité (3–2.3) doit être vérifiée afin de garantir la stabilité et la robustesse de la loi de commande synthétisée. Ceci peut se faire en utilisant la méthode directe de Lyapunov [54].

D'abord, on définit une fonction $V(X)$, vérifiant ($V(0) = 0$, $V(\infty) = \infty$), dite fonction de Lyapunov et sa dérivée temporelle $\dot{V}(x) = \frac{dV(x)}{dt}$. Les signes de $V(X)$ et $\dot{V}(X)$ donnent une information sur la stabilité du système.

La méthode directe de Lyapunov peut être résumée par le théorème suivant:

Théorème de stabilité au sens de Lyapunov [55]

Soit 0 un point d'équilibre du système (3–2.1).

Si $V(x) > 0 \quad \forall x \neq 0$ et $\dot{V}(x) < 0 \quad \forall x \neq 0$, alors le système est asymptotiquement stable.

Une classe de fonctions de Lyapunov classique pour la détermination de la condition d'attractivité est celle des fonctions quadratiques du type :

$$V(S) = \frac{1}{2} S^2 \tag{3–2.7}$$

Il est évident que cette fonction soit définie positive. La condition qui contraint la variable de glissement $S(X)$ à tendre vers 0 est que la dérivée de V soit définie négative :

$$\dot{V} = S\dot{S} < 0 \tag{3–2.8}$$

L'inégalité (3–2.8) n'est autre que la condition d'attractivité (3–2.5).

Remarque

La commande à structure variable qui satisfait cette inégalité est de type :

$$U = -K \text{sign}(S) \tag{3–2.9}$$

Avec :

$$\text{sign}(S) = \begin{cases} +1 & \text{si } S > 0 \\ 0 & \text{si } S = 0 \\ -1 & \text{si } S < 0 \end{cases}$$

Où K une constante positive choisie suffisamment grande pour :

- Compenser l'erreur entre la valeur désirée et la valeur mesurée.
- Compenser les perturbations.

Du moment que l'idée maîtresse de ce type de commande est de résister aux perturbations, il est impératif que l'amplitude physiquement réalisable de la commande soit suffisamment grande pour pouvoir compenser les perturbations.

Dans la littérature, nous rencontrons d'autres expressions de K par exemple :

$$K = \alpha \cdot |e| + \beta \cdot |\dot{e}| + \gamma \quad (3-2.10)$$

L'expression (3-2.10) [56] décrit la variable K en fonction de l'erreur (e) et sa dérivée (\dot{e}). Cette forme de commande présente plus de dynamique si on la compare à celle où K est constant, ceci est interprété par l'apparition de l'action proportionnelle et de l'action dérivée. Le calcul de ΔU dépend des gains de commande $\alpha; \beta; \gamma$ de manière à satisfaire la condition de glissement : $S\dot{S} < 0$.

Pour résumer, le comportement du système passe par deux phases :

- **Phase de convergence**

C'est la phase où la trajectoire d'état du système n'a pas encore atteint la surface de glissement, ce qui rend le système sensible aux variations paramétriques et aux perturbations. Pour la réduire, il faut augmenter l'amplitude de la commande.

- **Phase de glissement**

Dans cette phase, la trajectoire d'état touche la surface de glissement et évolue dedans. Une fois la surface atteinte, le comportement du système devient insensible aux incertitudes paramétriques et aux perturbations [53].

Afin de décrire l'évolution de la trajectoire du système sur la surface de glissement, de nombreux travaux ont été réalisés en se basant sur la théorie de la résolution des équations différentielles à second membre discontinu. Parmi ces travaux, nous citons la méthode de la commande équivalente proposée par Utkin [53].

3.2.3.3. La commande équivalente

L'idée d'Utkin consiste à développer une loi de commande qui pilote le système en mode de glissement idéal (ni seuil, ni retard, ni hystérésis) appelée commande équivalente « U_{eq} ».

3. Techniques de commande basées sur les modes glissants

Pour synthétiser cette loi de commande, la démarche suivante est adoptée pour un système mono variable. Le même principe peut être étendu sur les systèmes multi variables.

D'abord, on considère le système dynamique décrit par l'équation d'état :

$$\dot{x} = f(x,t) + g(x,t)U \quad (3-2.10)$$

Le glissement s'effectue sur la surface $S(x,t)=0$ en respectant la condition $\dot{S}(x,t)=0$.

L'expression de U_{eq} peut être obtenue en calculant $\dot{S}(x,t)$:

$$\begin{aligned} \frac{dS(x,t)}{dt} &= \left(\frac{\partial S}{\partial x} \right)^T \cdot \frac{dx}{dt} + \frac{\partial S}{\partial t} \\ &= \left(\frac{\partial S}{\partial x} \right)^T \cdot [f(x,t) + g(x,t) \cdot U_{eq}] + \frac{\partial S}{\partial t} = 0 \end{aligned} \quad (3-2.11)$$

$$U_{eq}(x,t) = - \left[\left(\frac{\partial S}{\partial x} \right)^T \cdot g(x,t) \right]^{-1} \cdot \left\{ \left(\frac{\partial S}{\partial x} \right)^T \cdot f(x,t) + \frac{\partial S}{\partial t} \right\} \quad (3-2.12)$$

Avec la condition d'existence :

$$\left[\left(\frac{\partial S}{\partial x} \right)^T \cdot g(x,t) \right] \neq 0 \quad (3-2.13)$$

La commande équivalente U_{eq} a un sens physique vu qu'elle représente la valeur moyenne que prend la grandeur de la commande lors de la commutation entre U_{max} et U_{min} , qui maintient l'état du système sur la surface de glissement $S(x,t)=0$, définit comme suit:

$$\begin{cases} U_{min} = \text{Min} \{U^+(x,t), U^-(x,t)\} \\ U_{max} = \text{Max} \{U^+(x,t), U^-(x,t)\} \end{cases}$$

$$U_{min} < U_{eq}(x,t) < U_{max} \quad (3-2.14)$$

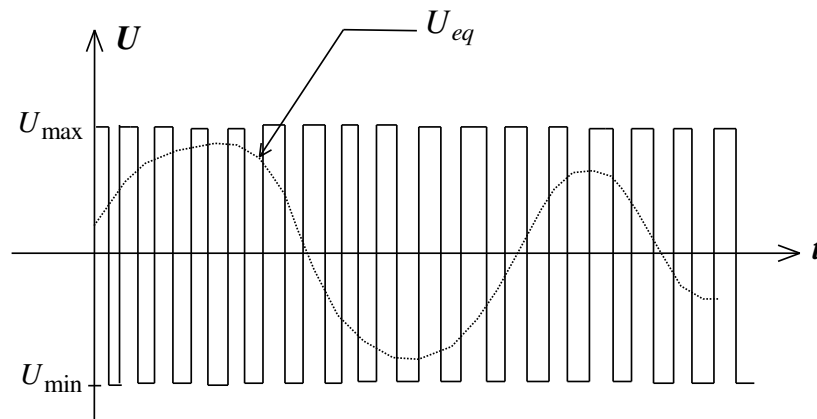


Fig.3.5. La commande équivalente

La commande à structure variable générant un mode glissant est composée de la commande équivalente (composante basse fréquence) et d'un terme discontinu (haute fréquence). Cette dernière génère des oscillations au voisinage de la surface de commutation connues par le chattering.

3.2.4. Phénomène de chattering

Le régime glissant ne peut être idéal qu'en théorie où la fréquence de ses oscillations est supposée infinie et son amplitude nulle. Or, la mise en œuvre pratique d'un tel contrôleur repose sur l'utilisation d'organes de commutation dont le basculement d'un état à un autre se fait à une fréquence finie et cause un retard entre la mesure de la sortie et le calcul de la commande. Cela conduit le système à quitter la surface de glissement, mais le fait que le signe de la commande s'inverse, le système est ramené de nouveau sur cette surface en la franchissant de l'autre côté, et ainsi de suite (Fig.3.6).

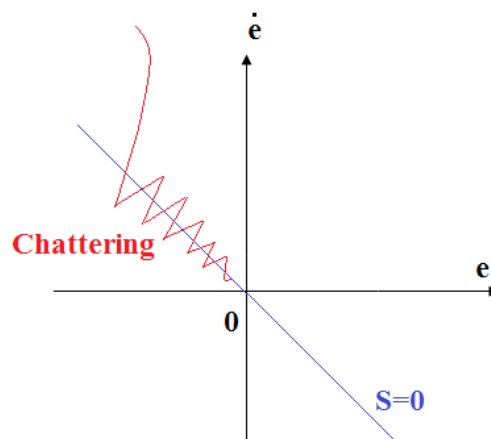


Fig.3.6. Phénomène de chattering

Par conséquent, ces discontinuités peuvent entraîner des oscillations de la trajectoire du système. Ce phénomène appelé broutement ou chattering constitue l'inconvénient majeur des systèmes à structure variable, ces oscillations sont la source de plusieurs problèmes tels que l'usure des actionneurs, les retards,...etc. [57].

Vu l'intérêt de cette loi de commande, plusieurs solutions sont proposées pour remédier à ce problème en réduisant ces oscillations.

3.2.5. Quelques solutions au problème de chattering

Parmi les méthodes utilisées pour réduire le chattering, nous trouvons :

- La solution de couche limite proposée par Slotine [58,59]. Cette méthode utilise un régime pseudo-glissant au voisinage de la surface de glissement pour avoir un bon compromis entre la réduction du chattering et la conservation de la robustesse. Pour ce faire, la fonction signe (S) peut être remplacée par la fonction de saturation.
- Les régimes glissants généralisés GVS proposés par Lopez et Nouri [60]. Dans cette méthode, la discontinuité est appliquée à la dérivée de la commande, ce qui rend le système moins brutalisé par la commande discontinue qui n'agit sur lui qu'à travers des intégrations.
- Le passage aux modes glissants d'ordre supérieur [61,62] dont le principe consiste à contraindre le système à glisser sur une surface de commutation définie par :

$$S = \dot{S} = \ddot{S} = \dots = S^{(r-1)} = 0 \quad (3-2.15)$$

Avec r le degré relatif du système.

Dans ce travail, nous nous sommes intéressés aux algorithmes de commande basés sur les modes glissants d'ordre supérieur, notamment d'ordre deux afin de garantir la stabilité du drone.

3.3. Modes glissants d'ordre supérieur

Les lois de commande basées sur les modes glissants d'ordre supérieur HOSM présentent une solution au problème de chattering engendré par les modes glissants classiques [63]. Et ce, grâce à leur principe qui consiste à confiner la commande discontinue aux dérivées supérieures de la variable de contrôle afin d'obtenir des fonctions continues. Ceci résulte un

signal de commande lisse, robuste et convenable aux applications pratiques [64]. Le nombre de dérivées temporelles de la variable de glissement détermine l'ordre de glissement.

3.3.1. Formalisme des modes glissants d'ordre supérieur

On considère le système non linéaire décrit par :

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x,t) + g(x,t)u \\ S = S(x,t) \end{cases} \quad (3-3.1)$$

Où $x = [x_1, \dots, x_n]^T \in \mathbb{R}^n$ le vecteur d'état et $u \in \mathbb{R}$ le vecteur commande. Les fonctions f et g sont des champs de vecteurs suffisamment différentiables. S est la variable de glissement qui assure la convergence du système en temps fini vers l'ensemble de glissement d'ordre r défini par :

$$S_r = \dot{S} = \ddot{S} = \dots = S^{(r-1)} = 0 \quad (3-3.2)$$

Cette convergence se réalise en confinant les trajectoires d'état du système dans cet ensemble. Un exemple illustratif d'un ensemble de dimension $r=3$ est représenté dans (Fig.3.7).

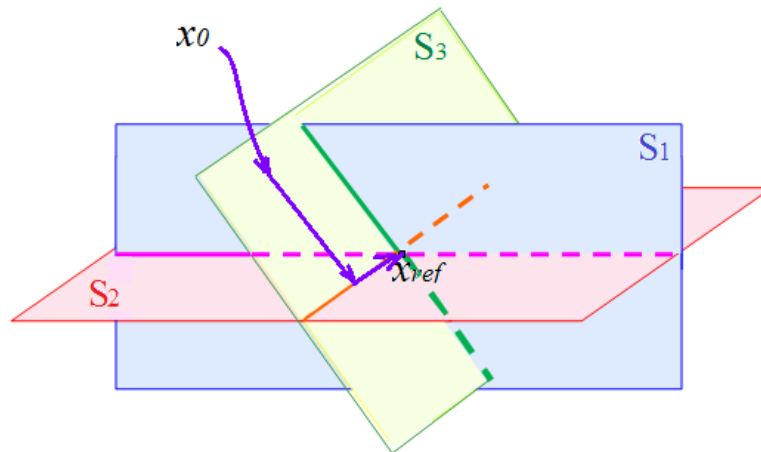


Fig.3.7. Ensemble de glissement de dimension 3 : le point de référence se définit par l'intersection de 3 surfaces

Plus on augmente l'ordre du régime glissant, plus la précision est meilleure, et plus le nombre d'informations nécessaires augmente. En d'autres termes, l'utilisation d'un algorithme de glissement d'ordre r par rapport à $S = 0$ requiert la connaissance de $S, \dot{S}, \ddot{S}, \dots, S^{(r-1)}$, chose qui peut être limitée en pratique. Ceci est vu comme un inconvénient

des HOSMs et explique le fait que la majorité des algorithmes utilisés dans la littérature sont essentiellement d'ordre deux [65].

3.3.2. Modes glissants d'ordre deux

Générer un régime glissant d'ordre 2 consiste à contraindre les trajectoires d'état du système à évoluer en temps fini sur l'ensemble de glissement :

$$S_2 = \{x \in R^n : S(x, t) = \dot{S}(x, t) = 0\} \quad (3-3.3)$$

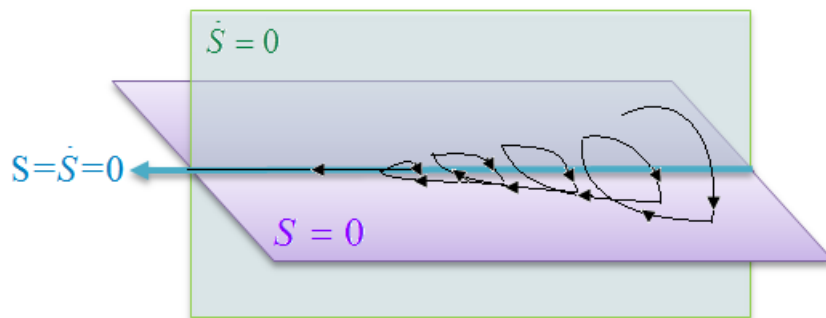


Fig.3.8. Trajectoire du mode glissant d'ordre 2

Dans ce régime, la partie discontinue de la commande apparaît dans la première dérivée de la commande c.-à-d. \dot{u} . Son intégration qui permet d'obtenir la commande u réduit considérablement le chattering.

La dérivée seconde de la variable de glissement s'écrit sous la forme :

$$\ddot{S} = \phi(x, t) + \varphi(x, t)v \quad (3-3.4)$$

Avec ϕ et φ des fonctions continues incertaines et bornées satisfaisant dans un voisinage $S(x, t) \prec S_0$:

$$\begin{cases} |\phi(x, t)| \prec C_0 \\ 0 \prec k_m \leq \varphi(x, t) \leq k_M \end{cases} \quad (3-3.5)$$

Les constantes S_0 , C_0 , k_m et k_M sont des gains strictement positifs et la fonction v peut prendre deux valeurs:

$$\begin{cases} v = \dot{u} & \text{si } r = 1 \\ v = u & \text{si } r = 2 \end{cases} \quad (3-3.6)$$

Vu que le degré relatif d'un système se définit par le choix de la variable de sortie, nous allons envisager deux cas :

Dans le premier, nous définissons la variable de sortie S en fonction de l'erreur et de sa première dérivée, ce qui fait apparaître la variable de la commande dans la première dérivée de S , d'où $r = 1$. Pour stabiliser le système dans ce cas, nous avons opté pour les algorithmes du terminal sliding mode et de super twisting.

Par la suite, et afin de pouvoir exploiter un algorithme qui peut prendre en charge les systèmes ayant un degré relatif supérieur à un, nous écrivons S en fonction de l'erreur [66]. Les lois de commande utilisées dans ce cas sont l'algorithme du twisting et une nouvelle forme de super twisting où la notion d'homogénéité est introduite.

3.3.2.1. Algorithme du Terminal sliding mode

En s'inspirant du concept des attracteurs en temps fini, Venkataraman et Gulati ont introduit la notion de contrainte de convergence en temps fini des systèmes contrôlés dans les années 90 [67], et cela en proposant une approche de synthèse d'un contrôleur non linéaire basé sur les modes glissants connu par le régime glissant terminal (Terminal sliding mode TSM). Le TSM a amélioré les performances des modes glissants en augmentant la précision et en réduisant le chattering. Depuis, son utilisation a été étendue dans le monde d'automatique [68,69,24,70].

3.3.2.1.1. Le Terminal sliding mode conventionnel

On considère un système dynamique du second ordre :

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= f(x) + g(x) + b(x)u \end{aligned} \quad (3-3.7)$$

Où $x = [x_1, x_2]^T$ le vecteur d'état, $f(x)$ et $b(x) \neq 0$ des fonctions qui peuvent être linéaires ou non linéaires, $g(x)$ représente les incertitudes et les perturbations tel que $\|g(x)\| \leq l_g$; $l_g > 0$ et u le vecteur de commande.

Le TSM conventionnel est décrit par la variable de glissement du premier ordre donnée par [71] :

$$S = x_2 + \beta x_1^{q/p} \quad (3-3.8)$$

Où $\beta > 0$ est un paramètre de constant, p et q sont des entiers impairs positifs satisfaisant $p > q$.

La condition suffisante d'existence du TSM est :

$$S\dot{S} < -\eta|S| ; \eta > 0 \quad (3-3.9)$$

Pour le système (3-3.7), la commande se calcule en satisfaisant la condition d'attegnabilité $\dot{S} = -(l_g + \eta) \text{sgn}(S)$, avec $\eta > 0$.

$$u = -b^{-1}(x) \left(f(x) + \beta \frac{q}{p} x_1^{q/p-1} x_2 + (l_g + \eta) \text{sgn}(S) \right) \quad (3-3.10)$$

Si $S(0) \neq 0$, le système atteint la surface de glissement $S = 0$ en temps fini t_r qui satisfait:

$$t_r \leq \frac{|S(0)|}{\eta} \quad (3-3.11)$$

Sur cette surface, la dynamique du système est définie par l'équation non linéaire :

$$x_2 + \beta x_1^{q/p} = \dot{x}_1 + \beta x_1^{q/p} = 0 \quad (3-3.12)$$

Dans la loi de commande (3-3.10), le terme contenant $x_1^{q/p-1} x_2$ peut causer une singularité si $x_2 \neq 0$ quand $x_1 = 0$. Cette situation ne se produit pas dans le mode glissant idéal $S = 0$ du fait que $x_2 = -\beta x_1^{q/p}$ tant que $q < p < 2q$ ce qui rend le terme $x_1^{q/p-1} x_2$ équivalent à $x_1^{(2q-p)/p}$ qui n'est pas singulier. Le problème de singularité peut se poser dans la phase de convergence si $x_2 \neq 0$ quand $x_1 = 0$.

D'où l'apparition du Terminal Sliding Mode Non Singulier NTSM qui a été proposé afin de résoudre le problème de singularité.

3.3.2.1.2. Le terminal sliding mode non singulier NTSM

Ce contrôleur est considéré comme une approche proposée pour remédier au problème de singularité [72], son principe consiste à proposer une surface de glissement de la forme :

$$S = x_1 + \frac{1}{\beta} x_2^{p/q} \quad (3-3.13)$$

Où β, q, p sont définis dans (3-3.8). Lorsque $S = 0$, l'expression (3-3.13) devient équivalente à (3-3.8).

La dérivée de la surface (3-3.13) ne contient pas de termes de puissance fractionnaire négative. Cela est confirmé par le théorème suivant:

Théorème [72]

Pour le système (3-3.7) ayant comme surface de glissement (3-3.13), si le contrôleur satisfait :

$$u = -b^{-1}(x) \left(f(x) + \beta \frac{q}{p} x_2^{2-p/q} + (l_g + \eta) \text{sgn}(S) \right) \quad (3-14)$$

Avec $q < p < 2q, \eta > 0$ alors la surface NTSM (3-3.13) sera atteinte en temps fini, ce qui conduit les états x_1 et x_2 à converger vers zéro en temps fini.

En gardant toujours le degré relatif égal à un et en modifiant l'expression de la surface de glissement, le prochain algorithme sera basé sur le super twisting.

3.3.2.2. Algorithme de super twisting

C'est un contrôleur dédié aux systèmes du second ordre dont le degré relatif est égal à un [65]. Son utilisation ne nécessite pas le calcul de \dot{S} ce qui est déjà un avantage.

Cet algorithme se compose de deux parties. L'une présente une discontinuité tandis que l'autre v est continue.

$$\begin{cases} \omega = -k_1 |S|^\rho \text{sign}(S) + v \\ \dot{v} = -\frac{k_2}{2} \text{sign}(S) \end{cases} \quad (3-3.15)$$

Avec $0 < \rho \leq 0.5$.

La variable de glissement S est définie par (3–3.4) satisfaisant la condition (3–3.5).

La figure ci-dessous présente la convergence de la trajectoire du système dans le plan de phase.

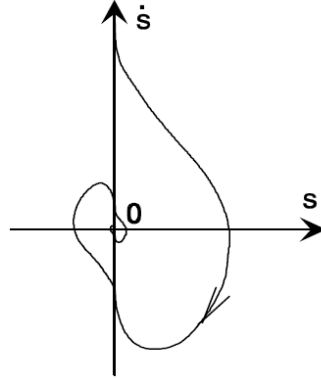


Fig.3.9. Trajectoire de phase de l'algorithme super twisting (STW)

Considéré comme étant l'un des algorithmes des modes glissants d'ordre deux les plus puissants, le STW entraîne la variable de glissement et sa dérivée vers zéro en temps fini et en présence de perturbations à gradient borné.

L'énoncé du théorème qui le prouve nécessite d'abord l'écriture de la loi de commande (3–3.15) dans une nouvelle forme où les termes de perturbations apparaissent. Cette procédure est détaillée dans l'annexe (Annexe chapitre 3). L'expression (3–3.15) devient :

$$\begin{cases} \dot{S} = -k_1 b_1(x, t) |S|^{1/2} \text{sign}(S) + \omega_* + a_1(x, t) \\ \dot{\omega}_* = -b_1(x, t) \frac{k_2}{2} \text{sign}(S) + \dot{X}(x, t) \end{cases} \quad (3-3.16)$$

Théorème [62]:

On suppose que les perturbations $(\rho_1; \rho_2)$ agissant sur le système (3–3.16) sont globalement bornées. L'origine du système $(x=0)$ est un point d'équilibre globalement asymptotiquement stable si les gains vérifient :

$$\begin{cases} k_1 > 2\delta_1 \\ k_2 > k_1 \frac{5\delta_1 k_1 + 6\delta_4 + 4 \left(\delta_1 + \frac{\delta_4}{k_1} \right)^2}{2(k_1 - 2\delta_1)} \end{cases} \quad (3-3.17)$$

Avec $\rho_1 \leq \delta_1 |\sigma|^{1/2}$ et $\rho_2 \leq \delta_4$.

La démonstration de ce théorème est présentée dans (Annexe chapitre 3), section analyse de stabilité du contrôleur super twisting à gains fixes.

Malgré les avantages du STW, ce dernier présente un inconvénient dans le cas où la borne des perturbations n'est pas connue. Or, en pratique cette limite ne peut être estimée facilement.

La surestimation de la limite de perturbation engendre des gains de contrôle très élevés, ce qui peut amplifier le chattering, d'où l'apparition d'un algorithme de super twisting où les gains sont adaptatifs.

3.3.2.3. Algorithme de super twisting à gains adaptatifs

C'est une approche assez récente, proposée par Shtessel en 2010 et 2012 [73,74], elle consiste à utiliser des gains de contrôle variables qui assurent l'établissement, en un temps fini, d'un mode glissant du second ordre en présence de perturbations limitées par des bornes inconnues. La caractéristique importante de l'algorithme d'adaptation est de ne pas surestimer les valeurs des gains du contrôleur.

Dans ce cas, les gains du contrôleur sont variables $k_1 = k_1(S, \dot{S}, t)$ et $k_2 = k_2(S, \dot{S}, t)$.

Le principe consiste à introduire un domaine $\mu \geq |S|$, où une fois atteint, les gains k_1 et k_2 commencent à décroître dynamiquement jusqu'à ce que les trajectoires du système quittent ce domaine. Puis, ces gains commencent à croître dynamiquement afin de forcer ces trajectoires à retourner dans ce domaine en temps fini.

Ceci est affirmé par le théorème suivant qui est basé sur des suppositions définies dans l'annexe (voir Annexe chapitre 3).

Théorème [75]:

On considère le système (3–3.16). Pour les gains inconnus $\delta_1; \delta_2 ; \gamma_1 \succ 0$, les fonctions $a_1(x, t)$, $a_2(x, t)$ et $b_1(x, t)$ satisfont les suppositions A_1 , A_2 et A_3 . Pour toutes conditions initiales $x(0)$ et $S(0)$, il existe un temps fini $t_f \succ 0$ et un paramètre μ de sorte qu'un mode glissant réel d'ordre deux (c'est-à-dire $|S| \leq \eta_1$ et $|\dot{S}| \leq \eta_2$) s'établit $\forall t \succ t_f$ via la loi de commande (3–3.15) utilisant les gains adaptatifs :

$$\begin{cases} \dot{k}_1 = \begin{cases} \omega_1 \sqrt{\frac{\gamma}{2}} \operatorname{sign}(|S| - \mu), & \text{si } k_1 > k_{1m} \\ \eta, & \text{si } k_1 \leq k_{1m} \end{cases} \\ k_2 = 2\varepsilon k_1 \end{cases} \quad (3-3.18)$$

Où ε , λ , γ_1 , ω_1 et η sont des constantes arbitraires positives et $\eta_1 \geq \mu$, $\eta_2 > 0$. Le paramètre k_{1m} est une petite constante arbitraire positive.

Ce théorème est démontré dans la section analyse de stabilité du contrôleur Super twisting à gains adaptatifs qui se trouve dans l'Annexe chapitre 3.

Après avoir présenté les lois de commande qui traitent les systèmes du second ordre ayant un degré relatif égal à 1, nous passons aux algorithmes de commande dédiés aux systèmes dont le degré relatif est égal à 2.

3.3.2.4. Algorithme du twisting

Le terme « twisting » a été octroyé à cet algorithme à cause de sa trajectoire dans le plan de phase qui suit un nombre infini de rotations en convergeant vers zéro [76].

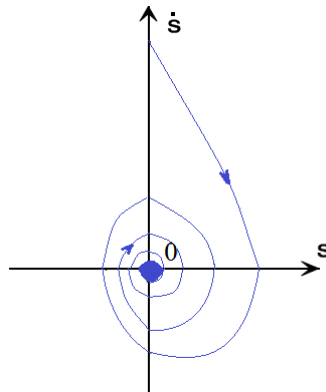


Fig.3.10. Trajectoire de phase de l'algorithme twisting

L'expression de la commande est donnée par [77]:

$$u = -k_1(\operatorname{sign}S + k_2 \operatorname{sign}\dot{S}) \quad (3-3.19)$$

La trajectoire du système atteint l'ensemble de glissement $S = \dot{S} = 0$ en un temps fini via l'algorithme du twisting si $k_1 > k_2 > 0$.

Cette loi de commande est robuste et simple à réaliser, néanmoins ses commutations engendrent du broutement au niveau des actionneurs qui pourrait leur être néfaste.

Pour cette raison, nous allons présenter une autre loi de commande, inspirée de cette dernière, et basée sur le super twisting homogène et continu.

3.3.2.5. Super twisting homogène et continu pour un système de degré relatif supérieur à un

Le principe consiste à introduire l'approche d'homogénéité qui permet de relever le problème du degré relatif. Le contrôleur conçu est le résultat de l'algorithme du twisting modifié et fonctionne d'une manière similaire.

Tout d'abord, nous allons présenter un aperçu sur l'homogénéité.

3.3.2.5.1. Définition

Une fonction est dite homogène si elle évolue d'une manière cohérente par rapport à une opération de mise à l'échelle (la dilatation) [78].

La dilatation est une action du groupe multiplicatif de nombres réels positifs sur l'espace d'états. Les années récentes ont suscité un intérêt croissant pour les systèmes homogènes en ce qui concerne les dilatations de la forme :

$$d_k(x) = (k^{m_1}x_1, k^{m_2}x_2, \dots, k^{m_n}x_n), \quad k > 0, x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in R^n \quad (3-3.20)$$

Où : $m_i, i = 1, \dots, n$ des réels positifs appelés les poids d'homogénéité. La dilatation standard est un cas spécial de (3-3.20) avec $m_1 = m_n = 1$.

Une application importante de l'homogénéité consiste à déduire la stabilité en temps fini des systèmes non linéaires. Dans son travail, Bhat [78] a démontré qu'un système homogène se stabilise en un temps fini si et seulement s'il possède un degré d'homogénéité négatif.

Grâce à cette propriété, l'homogénéité a été largement utilisée dans les contrôleurs basés sur les modes glissants [79-82].

3.3.2.5.2. Homogénéité et modes glissants

Le degré relatif de la variable de glissement est le paramètre principal des HOSMs car ces derniers confinent la commutation dans les $(r-1)$ dérivées supérieures des variables de glissement tout en préservant la convergence en temps fini vers l'ensemble de glissement et

en améliorant la précision malgré la présence d'imperfections de commutation, de bruits et de perturbations[83]. En introduisant des intégrateurs dans la commande, on augmente artificiellement le degré relatif, ce qui produit une commande arbitrairement lisse et réduit le chattering.

On considère un système de degré relatif r (le cas généralisé de (3–3.4)):

$$S^r = h(t, x) + g(t, x)u \quad (3-3.21)$$

Selon le HOSM :

$$\begin{aligned} 0 < K_m \leq g(t, x) \leq K_M \\ |h(t, x)| \leq C \end{aligned} \quad (3-3.22)$$

Pour $K_m, K_M, C > 0$:

$$S^r \in [-C, C] + [K_m, K_M]u \quad (3-3.23)$$

Le problème se réduit à la stabilisation de (3–3.23) c.-à-d. le contrôleur conçu u doit permettre aux solutions de (3–3.23) de converger en temps fini vers l'ensemble de glissement S_r .

$$u = U_r(S, \dot{S}, \dots, S^{r-1}) \quad (3-3.24)$$

Les dérivées $(r-1)$ de S sont évaluées en temps réel afin de produire ce contrôleur. La propriété d'homogénéité du contrôleur (3–3.24) est déduite de la définition suivante :

Une fonction $f: R^n \rightarrow R$ est dite homogène de degré $q \in R$ avec la dilatation $d_k: (y_1, \dots, y_r) \mapsto (k^{m_1} y_1, k^{m_2} y_2, \dots, k^{m_r} y_r)$, et les poids $m_1, \dots, m_r > 0$ si pour chaque $k > 0$, l'identité $f(y) = k^{-q} f(d_k y)$ est vérifiée [84].

L'homogénéité d'un champ vectoriel $f(y)$ se définit comme l'invariance de l'équation différentielle $\dot{y} = f(y)$ par rapport à la transformation $G_k: (t, y) \mapsto (k^{-q} t, d_k y)$, où $-q$ est considéré comme le poids de t .

Dans le cas où $q = -1$, les poids d'homogénéité de $t, S, \dot{S}, \dots, S^{r-1}$ sont respectivement $1, r, r-1, \dots, 1$. Cette homogénéité est appelée homogénéité de glissement standard.

On dit qu'un mode glissant d'ordre r est homogène si la transformation G_k préserve l'inclusion (3–3.23), (3–3.24) pour tout $k > 0$.

Avec :

$$G_k : (t, S_{r-1}) \mapsto (kt, d_k S_{r-1}) \quad (3-3.25)$$

$$\text{Où : } d_k S_{r-1} = (k^r S, k^{r-1} \dot{S}, \dots, k S^{r-1})$$

La transformation (3–3.25) conduit à :

$$\frac{d^r (k^r S)}{d(kt)^r} = \frac{d^r S}{dt^r} \in [-C, C] + [k_m, k_M] U_r(d_k S_{r-1}) \quad (3-3.26)$$

Ainsi, la condition d'homogénéité d'un mode glissant d'ordre r est :

$$U_r(k^r S, k^{r-1} \dot{S}, \dots, k S^{r-1}) \equiv U_r(S, \dot{S}, \dots, S^{r-1}) \quad (3-3.27)$$

Le contrôleur (3–3.24) est appelé mode glissant d'ordre r homogène, si l'identité (3–3.27) est vérifiée pour tout $k > 0$.

Le théorème suivant propose la conception d'un mode glissant d'ordre r basé sur l'homogénéité.

Théorème [85]

On considère les constantes positives k_1, \dots, k_r telles que le polynôme $\lambda^r x_1 + k_1 \lambda^{r-1} + \dots + k_2 \lambda + k_1$ est de Hurwitz. Il existe $\xi \in (0, 1)$ qui, pour tout $\alpha \in (1 - \xi, 1)$, le contrôleur suivant assure la stabilité vers l'origine en temps fini :

$$u = -k_1 \overline{S}^{\gamma_1} - k_2 \overline{\dot{S}}^{\gamma_2} - \dots - k_r \overline{S^r}^{\gamma_r} \quad (3-3.28)$$

$$\text{Avec : } \overline{x}^\gamma = \text{sign}(x) |x|^\gamma \quad \text{pour tout } \gamma \geq 0$$

Les paramètres $\gamma_1, \dots, \gamma_r$ vérifient la condition :

$$\gamma_{i-1} = \frac{\gamma_i \gamma_{i+1}}{2\gamma_{i+1} - \gamma_i}; \quad i = 2, \dots, r; \quad \gamma_{r+1} = 1; \quad \gamma_r = \gamma \quad (3-3.29)$$

$$\text{Et } \gamma_{r+1} = 1; \quad \gamma_r = \gamma$$

Ce théorème sera utilisé pour la construction d'un contrôleur de super twisting ayant un degré relatif égal à 2.

3.3.2.5.3. Application à l'algorithme super twisting

C'est un algorithme qui a été proposé récemment par Basin [86] afin de pouvoir étendre l'utilisation du contrôleur super twisting sur des systèmes ayant un degré relatif supérieur à un.

Pour un système de degré relatif $r > 2$, l'expression de ce contrôleur est donnée par :

$$u(t) = -v_1(t) - v_2(t) - \dots - v_r(t) + v_{r+1}(t) \quad (3-3.30)$$

Où :

$$v_i(t) = \lambda_i |x_i(t)|^{\gamma_i} \text{sign}(x_i(t)); \quad i = 1, \dots, r$$

$$v_{r+1}(t) = |S(t)|^{\gamma/(1-\gamma)} \text{sign}(S(t))$$

$$S(t) = -\alpha \int_{t_0}^t \text{sign}(x_r(S)) dS$$

Les paramètres γ_i sont choisis suivant (3-3.29).

Dans le cas où $r = 2$, le contrôleur prend la forme :

$$u(t) = -\lambda_1 |x_1(t)|^{1/3} \text{sgn}(x_1(t)) - \lambda_2 |x_2(t)|^{1/2} \text{sgn}(x_2(t)) - \alpha \int_{t_0}^t \text{sgn } x_2(S) dS \quad (3-3.31)$$

L'algorithme (3-3.31) représente une nouvelle forme de super twisting modifié afin qu'il puisse être implémenté sur les systèmes dynamiques ayant un degré relatif égal à 2.

3.4. Conclusion

Dans ce chapitre ont été présentés les principes fondamentaux de la commande par modes glissants. Une telle commande se compose de deux éléments : une hypersurface sur laquelle le système doit évoluer et une loi de commande forçant le système à atteindre cette hypersurface de glissement. Après la phase de convergence, la dynamique du système devient entièrement déterminée par la surface de glissement, d'où il devient insensible à certaines perturbations extérieures et aux incertitudes paramétriques. Mais cette simplicité de synthèse de loi de

3. Techniques de commande basées sur les modes glissants

commande a un prix qu'est le phénomène de broutement qui peut réduire la précision et causer l'usure des actionneurs.

Pour l'atténuer, la solution adoptée est basée sur l'utilisation des modes glissants d'ordre deux. D'abord, nous avons présenté le terminal sliding mode non singulier et le super twisting qui sont dédiés aux systèmes ayant un degré relatif égal à un. Puis, nous avons introduit un intégrateur dans la commande qui a fait augmenter artificiellement le degré relatif du système, et ce afin de rendre la commande moins brutalisée et réduire le chattering. Le résultat étant un système de degré relatif égal à deux, nous avons opté pour l'algorithme du twisting, et un nouvel algorithme de super twisting, pour le contrôler. Ce dernier, a été construit grâce à l'approche d'homogénéité.

Une fois les lois de commande définies, l'étape suivante consiste à leur implémentation sur le modèle de l'avion. Les tests en simulation vont nous permettre de déduire l'efficacité de chaque contrôleur, ses avantages et ses inconvénients, et de vérifier sa robustesse.

Chapitre 4

Mise en œuvre de la Commande par

Régimes Glissants sur le drone à

voilure fixe

4.1. Introduction

Le drone est doté d'un pilote automatique (un régulateur) qui le contrôle et qui compense les manœuvres indésirables, ce qui lui confère une certaine autonomie. Pour agir sur le comportement de l'avion, les paramètres de son régulateur doivent être ajustés afin d'obtenir les réponses désirées.

Le but de cette thèse est de concevoir un pilote automatique pour un UAV de type avion. Ce dernier est considéré comme l'un des véhicules aériens les plus difficiles à modéliser et à contrôler [38], cela est dû à la non linéarité de son modèle, les perturbations qu'il subit, les effets aérodynamiques...etc.

Ce chapitre détaillera la conception de lois de commande de vol pour contrôler un petit avion. Cela sera fait en synthétisant la structure des techniques de contrôle robuste proposées dans le chapitre précédent, puis en présentant des résultats obtenus à travers des simulations. Cette étape est primordiale avant qu'un test en vol ne soit effectué du fait qu'elle permet de vérifier l'efficacité de chaque contrôleur.

Avant de synthétiser une loi de commande, il est nécessaire de présenter le système commandé.

4.2. Présentation du drone

Comme il a été mentionné auparavant, notre étude s'est portée sur un UAV à voilure fixe. Pour des raisons de disponibilité de paramètres du modèle, deux drones sont utilisés. Le premier de type Cessna 182, le second Ultra stick 25 E.

4.2.1. Le Cessna 182

Bien qu'il soit en réalité un petit avion de tourisme (Fig.4.1), le Cessna 182 est un avion bien connu dans la littérature. Vu qu'il représente l'avion par défaut du simulateur de vol X-Plane, il est utilisé dans de nombreux travaux [87].



Fig.4.1. L'avion Cessna 182

4. Mise en œuvre de la Commande par Régimes Glissants sur le drone à voilure fixe

Le modèle mathématique de cet avion est obtenu à partir des équations de son mouvement (voir chapitre 2). Après avoir linéarisé et découplé ces équations, deux modèles en résultent. Le premier décrit le mouvement longitudinal de l'avion, tandis que le second représente son mouvement latéro-directionnel. Les conditions de vol définies pour la linéarisation du modèle sont : l'altitude $h = 1484.38m$; la vitesse de translation $V_T = 46.3m/s$; la pression dynamique $\bar{q} = 2374,86Pa$. Les valeurs numériques des paramètres de ces modèles sont données ci-dessous [87].

- Le modèle longitudinal :

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_T \\ \dot{\alpha} \\ \dot{Q} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.0307 & 19.6083 & 0 & -32.37 \\ -0.001336 & -2.1276 & 1 & 0 \\ 0.003974 & -13.8501 & -6.8791 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_T \\ \alpha \\ Q \\ \theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.2724 & -0.7713 \\ -101.8446 & 33.4738 \\ -6.2609 & -24.3627 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta e \\ \delta th \end{bmatrix} \quad (4-2.1)$$

- Le modèle latéral-directionnel :

$$\begin{bmatrix} \dot{\beta} \\ \dot{P} \\ \dot{R} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.18679 & -0.002915 & -0.9917 & 0.14707 \\ -30.2497 & -12.9738 & 2.1391 & 0 \\ 9.2717 & -0.3591 & -1.2105 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta \\ P \\ R \\ \phi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0.08889 \\ 75.0507 & 4.8177 \\ -3.4117 & -10.1879 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta a \\ \delta r \end{bmatrix} \quad (4-2.2)$$

4.2.2. L'Ultrastick 25E

C'est un drone de type avion commercial radiocommandé (Fig.4.2). Ses caractéristiques techniques sont détaillées dans [39].



Fig.4.2. L'avion Ultra stick 25 E

4. Mise en œuvre de la Commande par Régimes Glissants sur le drone à voilure fixe

Les paramètres aérodynamiques de ce drone sont illustrés en annexe (Annexe chapitre 2). Le tableau (4.1) résume ses paramètres géométriques.

Tableau 4.1. Caractéristiques géométriques de l'avion Ultra stick 25 E

Paramètre	Description	Valeur et unité
A	Surface de l'aile	0.32 m ²
b	Envergure	1.2 m
c	Corde de l'aile	0.3 m
m	La masse	1.9 kg

Le modèle non linéaire de cet avion est donné par :

$$\dot{X} = \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \\ \dot{h} \\ \dot{P} \\ \dot{Q} \\ \dot{R} \\ \dot{U} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1(x) \\ f_2(x) \\ f_3(x) \\ f_4(x) \\ f_5(x) \\ f_6(x) \\ f_7(x) \\ f_8(x) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ g_{51} & 0 & g_{53} & 0 \\ 0 & g_{62} & 0 & 0 \\ g_{71} & 0 & g_{73} & 0 \\ 0 & g_{82} & g_{83} & g_{84} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \delta a \\ \delta e \\ \delta r \\ \delta th \end{bmatrix} \quad (4-2.3)$$

Ce modèle est calculé dans les conditions suivantes : $V_T = 16 \square 18m / s$; $h = 90 \square 110m$.

Avant d'entamer la partie implémentation des différents contrôleurs, nous avons testé ces équations en boucle ouverte dont le principe de base est représenté par la figure (4.3).

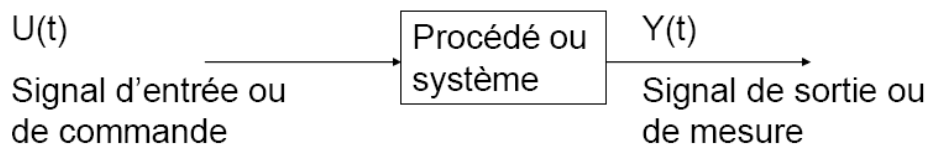


Fig.4.3. Principe de fonctionnement d'une commande en boucle ouverte

4. Mise en œuvre de la Commande par Régimes Glissants sur le drone à voilure fixe

Le signal d'entrée représente le vecteur de commande $U = [\delta a \ \delta e \ \delta r \ \delta th]^T$. Il est représenté par des échelons unitaires ($U = [1 \ 1 \ 1 \ 1]^T$). Tandis que le vecteur de sortie est composé de vitesses linéaires de l'avion, ses vitesses angulaires, ses angles de position et son altitude.

Les résultats obtenus par le logiciel Matlab-Simulink sont représentés par les courbes suivantes :

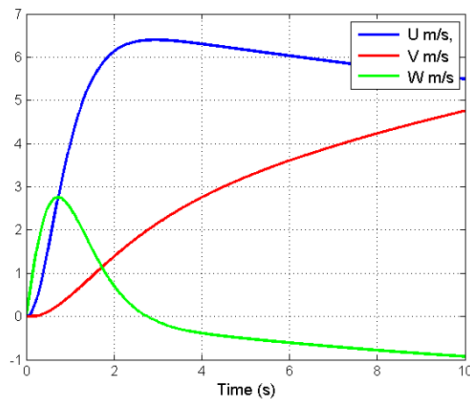


Fig.4.4.a. Vitesses linéaires

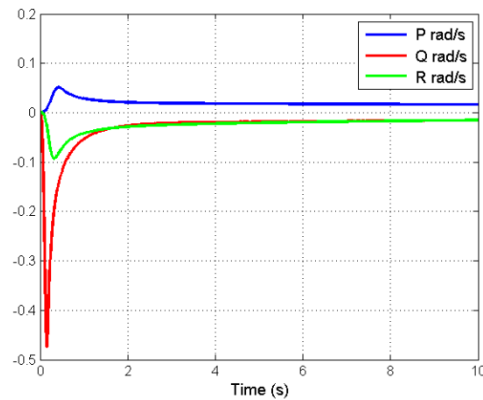


Fig.4.4.b. Vitesses angulaires

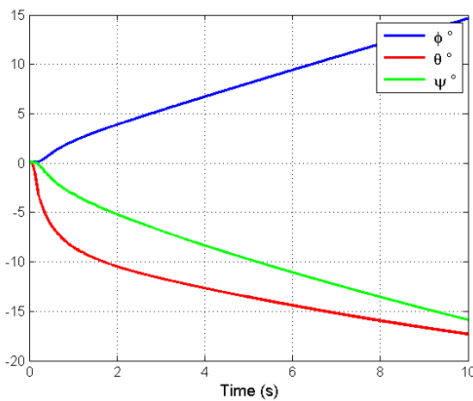


Fig.4.4.c. Angles d'Euler (Attitude)

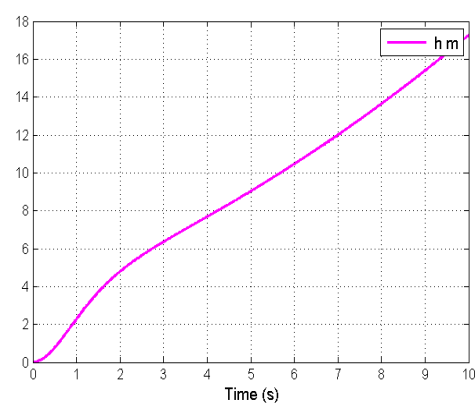


Fig.4.4.d. Hauteur(Altitude)

L'étape suivante consiste à mettre en œuvre les contrôleurs robustes basés sur les modes glissants afin de stabiliser ces deux drones.

4.3. Implémentation des lois de commande

Nous allons présenter deux cas. Dans le premier, nous traiterons la stabilisation de l'avion Cessna 182 en modes longitudinal puis en mode latéro-directionnel en utilisant son modèle

linéaire découplé. Dans le deuxième, nous nous intéresserons au contrôle d'attitude du drone Ultra stick 25 E.

Notre démarche peut être résumée par l'organigramme suivant :

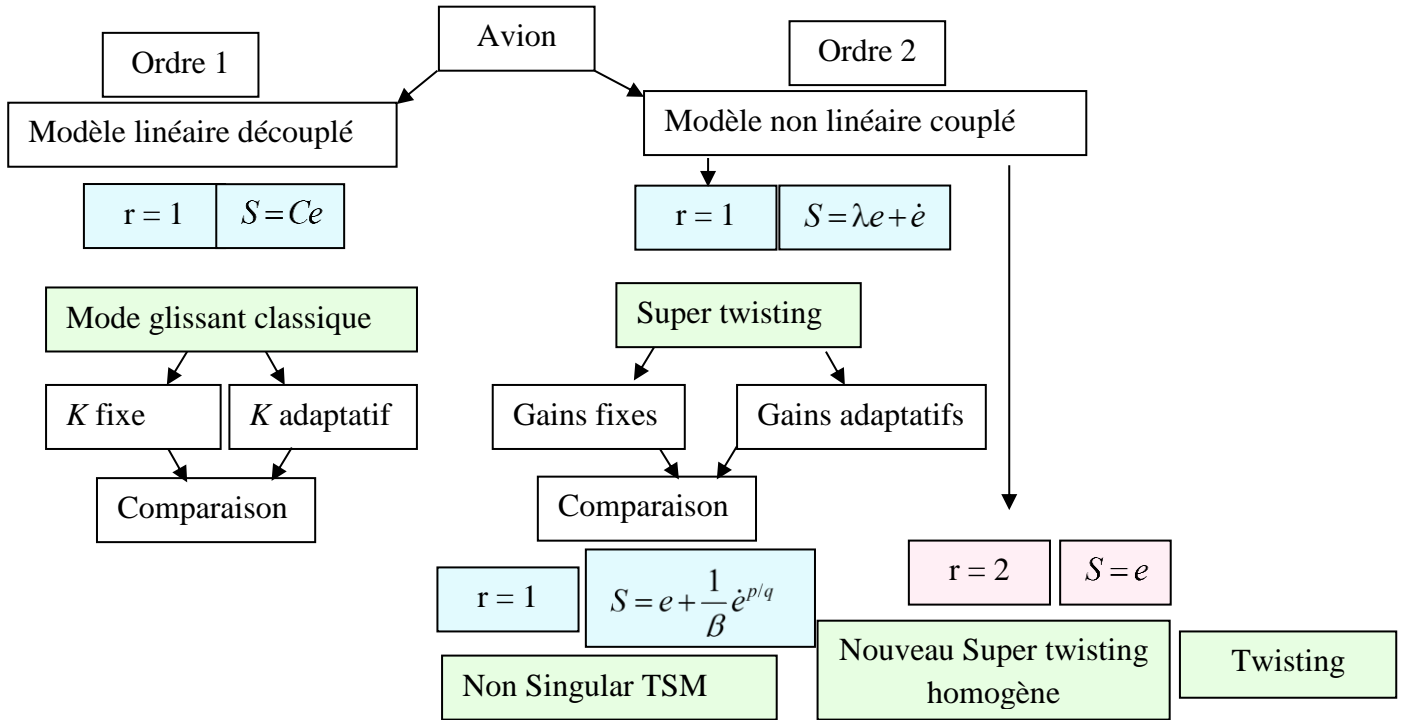


Fig.4.5. Procédure adoptée dans l'étape d'implémentation

4.3.1. Commande de l'avion Cessna 182 par mode glissant classique

Les perturbations que peut subir cet engin en vol nécessitent l'utilisation d'un contrôleur robuste. Le modèle linéaire découplé qui le représente est contrôlé par une loi de commande à structure variable classique SMC.

Notre système est multi variable, il est défini par l'équation différentielle linéaire:

$$\dot{X}(t) = AX + BU \quad (4-3.1)$$

Où $x \in R^4$, $U \in R^2$, $A \in R^{4 \times 4}$, $B \in R^{4 \times 2}$ (voir (4-2.1) et (4-2.2)).

Les sorties commandées sont les variables d'états :

4. Mise en œuvre de la Commande par Régimes Glissants sur le drone à voilure fixe

- En mode longitudinal, nous avons la vitesse linéaire de l'avion, l'angle d'attaque, la vitesse angulaire et l'angle de tangage $Y = X_{long} = [V_T, \alpha, Q, \theta]^T$.
- En mode latéro-directionnel, les sorties considérées sont : l'angle de dérapage, les vitesses angulaires du roulis et de lacet et l'angle de lacet $Y = X_{lat} = [\beta, P, R, \phi]^T$.

4.3.1.1. Choix de la surface de glissement

La variable de glissement s'écrit en fonction de l'erreur, elle est de la forme [88] :

$$S = CE \quad (4-3.2)$$

Avec $E = Y - X_d$ le vecteur d'erreurs entre les valeurs désirées et les valeurs mesurées

$$E = [e_1, e_2, e_3, e_4]^T.$$

$$E_{long} = \begin{bmatrix} e_1 = V^T - V_d^T \\ e_2 = \alpha - \alpha_d \\ e_3 = Q - Q_d \\ e_4 = \theta - \theta_d \end{bmatrix}, \quad E_{lat} = \begin{bmatrix} e_1 = \beta - \beta_d \\ e_2 = P - P_d \\ e_3 = R - R_d \\ e_4 = \phi - \phi_d \end{bmatrix}$$

La matrice $C \in R^{2 \times 4}$ est constante.

D'où :

$$S = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \\ e_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \end{bmatrix} \quad (4-3.3)$$

Les gains C_{ij} ; $i = 1, 2$; $j = 1, \dots, 4$, sont réglés en simulation.

4.3.1.2. Synthèse du contrôleur

Le schéma du contrôleur en mode longitudinal est indiqué ci-dessous. En mode latéro-directionnel, le vecteur de la commande est $U = [\delta a, \delta r]$.

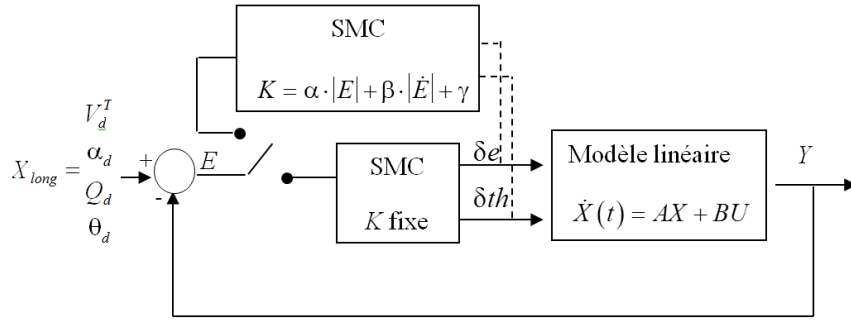


Fig.4.6. Schéma de la commande SMC en mode longitudinal

La loi de commande est composée d'un terme discontinu et de la commande équivalente :

$$U = \Delta U + U_{eq} \quad (4-3.4)$$

Avec :

$$\Delta U = -K \operatorname{sgn}(S) \quad (4-3.5)$$

Le gain de la commande K peut prendre deux formes :

- $K = \text{constante positive}$
- $K = \alpha \cdot |e| + \beta \cdot |\dot{e}| + \gamma \quad (4-3.6)$

Dans les deux cas ce gain doit être suffisamment grand pour compenser les perturbations et les problèmes de modélisation.

La commande équivalente U_{eq} définit le régime glissant idéal. Elle est obtenue en mettant $S = \dot{S} = 0$.

$$\dot{S} = 0 \Leftrightarrow C\dot{E} = 0 \Leftrightarrow C(AX + BU_{eq}) - C\dot{X}_d$$

$$X_d \text{ étant une constante} \Rightarrow \dot{X}_d = 0$$

$$C(AX + BU_{eq}) = 0 \quad (4-3.7)$$

D'où :

$$U_{eq} = -(CB)^{-1} CAX \quad (4-3.8)$$

Avec la condition d'existence $CB^{-1} \neq 0$.

Une fois le contrôleur synthétisé, l'étape suivante consiste à ajuster les gains de la commande en effectuant des tests en simulation.

4.3.1.3. Analyse de stabilité

L'implémentation d'un contrôleur basé sur le mode glissant classique sur un système MIMO impose la condition suivante afin qu'il puisse atteindre le domaine de glissement en temps fini [88] :

$$\dot{S} = -K_1 \operatorname{sgn}(S) - K_2 S \quad (4-3.9)$$

Avec les matrices $K_1 \succ 0$ et $K_2 \succ 0$.

$$\text{On considère la fonction candidate de Lyapunov : } V = \frac{1}{2} S^T S \quad (4-3.10)$$

Sa dérivée est donnée par :

$$\dot{V} = \dot{S}^T S \quad (4-3.11)$$

En remplaçant (4-3.9) dans (4-3.11), nous obtenons :

$$\dot{V} = (-K_1 \operatorname{sgn}(S) - K_2 S)^T S \quad (4-3.12)$$

$$\dot{V} = -\operatorname{sgn}(S)^T K_1^T S - S^T K_2^T S \quad (4-3.13)$$

D'après l'expression (4-3.13), nous constatons que le vecteur \dot{V} est composé d'éléments négatifs ou nuls quel que soit S . Ce qui confirme la stabilité du contrôleur SMC.

4.3.1.4. Résultats de simulation

Dans cette section, nous allons présenter les résultats obtenus en mode longitudinal, puis en mode latéro-directionnel. La période d'échantillonnage étant fixée à 10 ms, le temps de la simulation est égal à 120 s. Les courbes en vert représentent les valeurs désirées, en bleu les réponses de l'avion commandé par le mode glissant classique avec K fixe, en rouge avec K variable.

4.3.1.4.1. Mode longitudinal

Dans ce mode, les réponses du système sont : la vitesse linéaire de l'avion V_T , avec $V_T = V_d = 50 \text{ m/s}$, l'angle d'attaque α avec une consigne $\alpha_d = 5^\circ$, l'angle de tangage θ , $\theta_d = 5^\circ$ et la vitesse de tangage Q_d qui est nulle. Les valeurs des gains sont :

- K fixe : $C = [0.001 \ 0.0001 \ 0.0001 \ 7; 0.02 \ 0.08 \ 0.05 \ 1.5]^T$; $K = [0.05 \ 6; 0.1 \ 0.3]^T$
- K variable : $C = [0.004 \ 0.00001 \ 0.0004 \ 6; 0.02 \ 0.001 \ 0.05 \ 2]^T$;

$$\alpha = [0.1 \ 0.1 \ 0.1 \ 0.01; 0.01 \ 0.1 \ 0.1 \ 3]^T; \beta = [0.001 \ 1 \ 0.001 \ 0.2; 0.01 \ 0.1 \ 0.001 \ 0.2]^T;$$

$$\gamma = [0.2; 0.1]^T.$$

4. Mise en œuvre de la Commande par Régimes Glissants sur le drone à voilure fixe

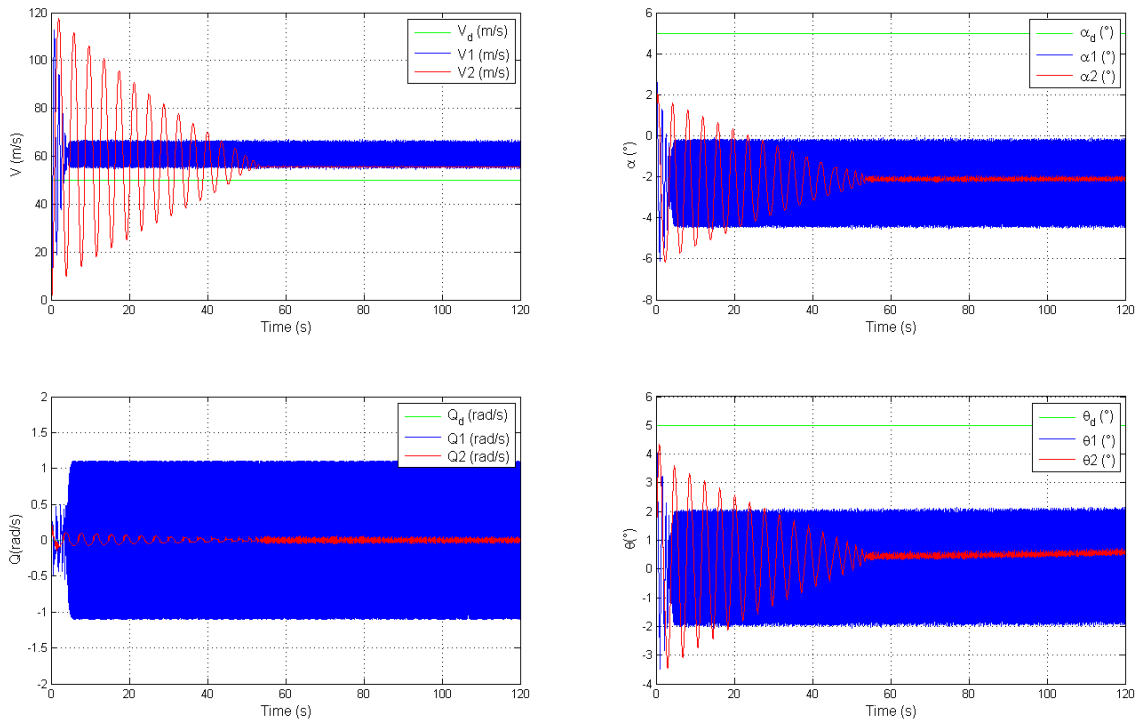


Fig.4.7. Réponses de l'avion en mode longitudinal

Les signaux de commande sont la déflexion de la gouverne de profondeur δe et la poussée du moteur δth .

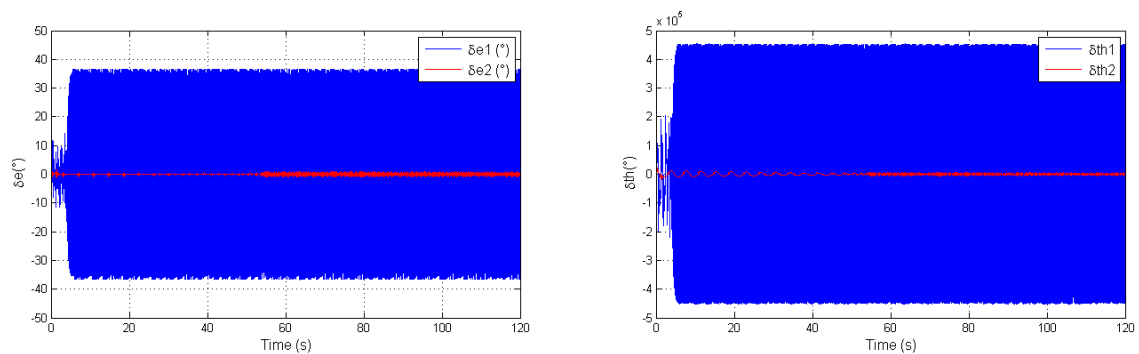


Fig.4.8. Signaux de commande en mode longitudinal

D'après la figure (4.7), nous remarquons que le contrôleur SMC assure la stabilisation de l'avion malgré la présence d'oscillations au régime transitoire. Ces dernières sont plus importantes lorsque le gain de la commande est variable. Nous remarquons aussi la présence d'erreurs statiques dans les réponses, pour la vitesse elle est de 10 m/s, pour l'angle d'attaque elle est de 7° et pour l'angle de tangage 5° , dans le cas où K est fixe. Lorsque K varie en fonction de l'erreur, ces écarts sont relativement réduits.

Le problème majeur de ce contrôleur qu'est le chattering est remarquable dans les différentes réponses ainsi que dans les signaux de commande (Fig.4.8). La variation de K l'a atténué considérablement, néanmoins, les résultats restent insatisfaisants.

- **Tests de robustesse**

Les contrôleurs basés sur les modes glissants sont réputés par leur robustesse vis-à-vis des problèmes de modélisation, des bruits de mesure des capteurs et de perturbations extérieures. Dans cette section, nous allons effectuer des tests qui permettront de montrer la réponse de l'avion en présence de telles perturbations.

Deux types de perturbations sont envisagés :

- Le bruit de mesure qu'est une perturbation interne, pour tester son influence, nous introduisons un signal aléatoire généré par le bloc « Uniform Random Number » sur les sorties qui représentent l'orientation de l'avion (Fig. 4.9).

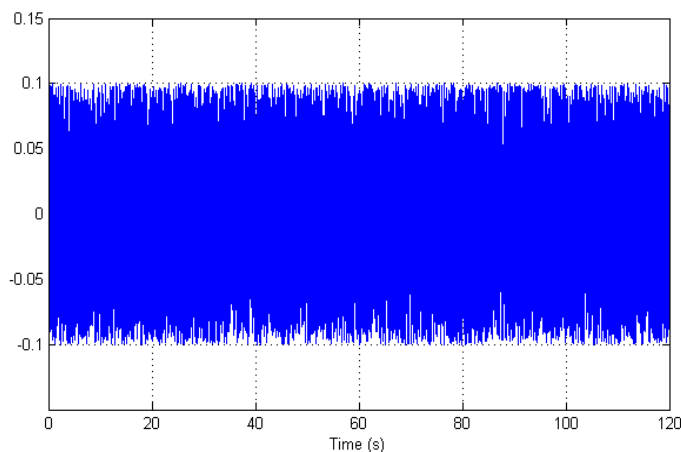


Fig.4.9. Perturbation interne

- Une rafale de vent : qui représente une perturbation extérieure liée à l'atmosphère. Son modèle mathématique est disponible en littérature, celui que nous allons utiliser est le modèle de Dryden, il est détaillé dans [89]. Ce signal perturbateur (Fig.4.10) sera introduit dans les sorties qui décrivent la vitesse de translation de l'avion.

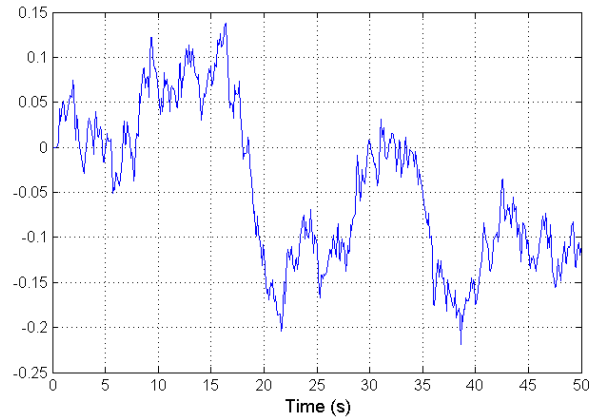


Fig.4.10. Perturbation extérieure : rafale de vent

Les courbes suivantes représentent les réponses de l'avion en présence de perturbations.

- **Perturbations internes**

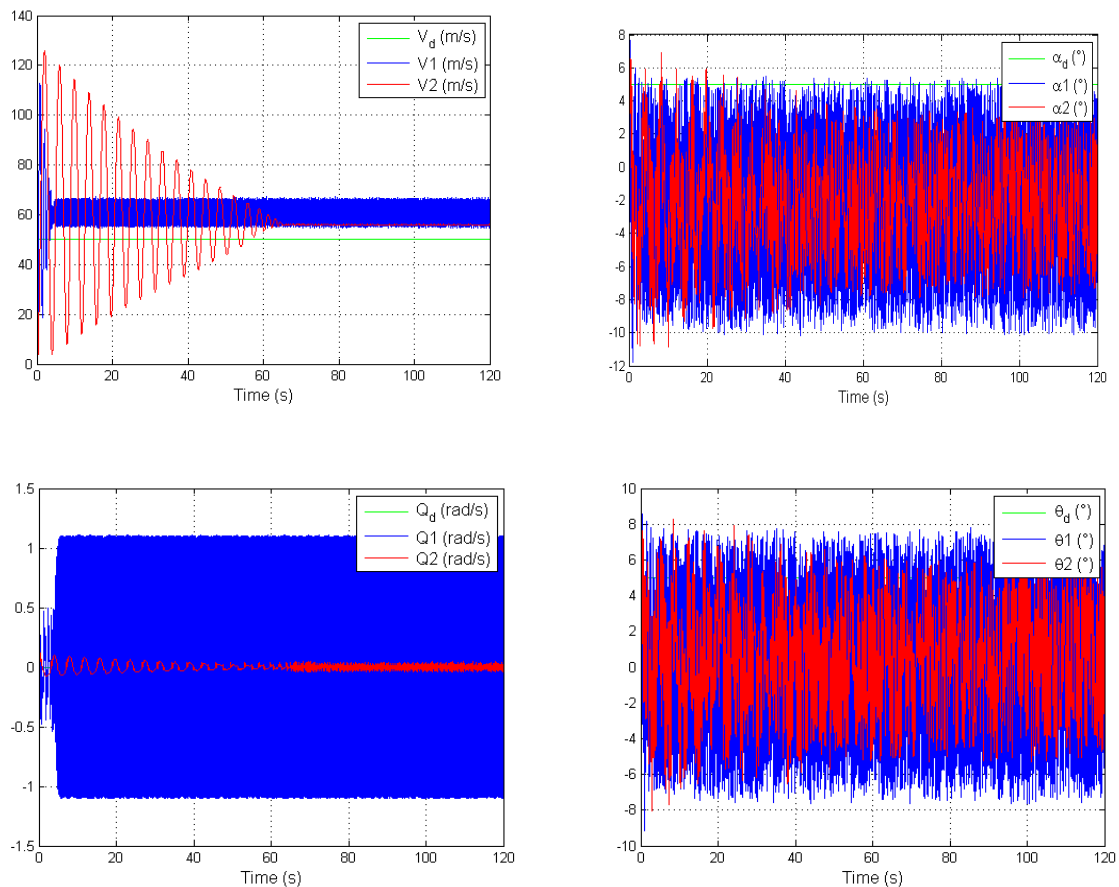


Fig.4.11. Réponses de l'avion en présence de perturbations internes

La figure (4.11) montre que le bruit de mesure provoque des oscillations au niveau des angles d'attaque et de tangage mais n'affecte pas les vitesses de translation et de tangage.

- **Perturbations extérieures**

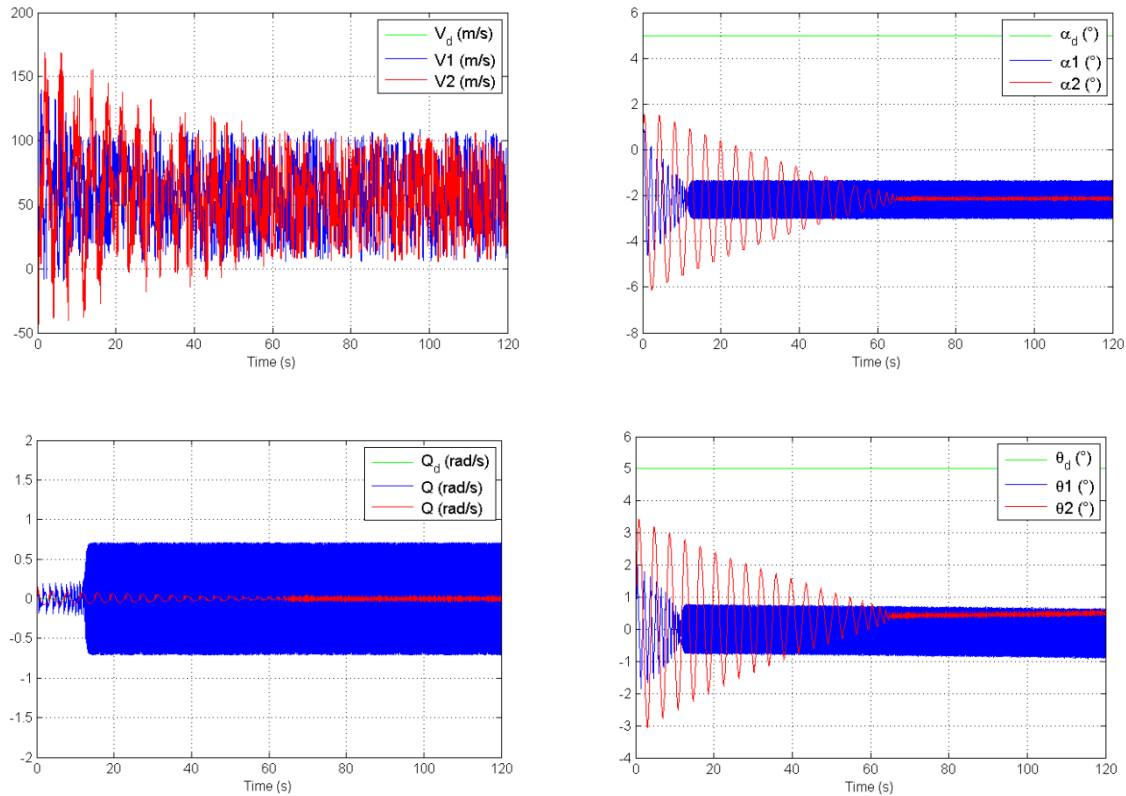


Fig.4.12. Réponses de l'avion en présence de perturbations extérieures

Dans la figure (4.12), l'effet du vent est remarquable sur la vitesse de translation de l'avion mais il n'agit pas sur le reste des sorties.

Ces deux dernières figures (4.11 et 4.12) confirment la robustesse du SMC vis-à-vis des perturbations internes et extérieures.

Maintenant, nous allons appliquer ce contrôleur en mode latéro-directionnel.

4.3.1.4.2. Mode latéro-directionnel

Similairement au mode longitudinal, les résultats ci-dessous représentent la réponse de l'avion en mode latéro-directionnel. Les états régulés sont : l'angle de dérapage $\beta_d = 5^\circ$, les vitesses du roulis et du lacet qui sont nulles et l'angle du roulis $\phi_d = 5^\circ$.

Les valeurs des gains sont :

- K fixe : $C = [0.01 \ 1 \ 0.00001 \ 0.0001; 1 \ 1 \ 1]^T$; $K = [0.01 \ 0.01; 0.01 \ 0.3]^T$.
- K variable : $C = [0.01 \ 1 \ 0.00001 \ 0.0001; 1 \ 1 \ 2.5]^T$;

4. Mise en œuvre de la Commande par Régimes Glissants sur le drone à voilure fixe

$$\alpha = [0.1 \ 0.1 \ 0.1 \ 0.01; 0.01 \ 0.1 \ 0.1 \ 0.1]^T; \beta = [0.001 \ 0.1 \ 0.001 \ 0.2; 0.01 \ 0.1 \ 0.001 \ 0.01]^T;$$
$$\gamma = [0.01; 0.1]^T.$$

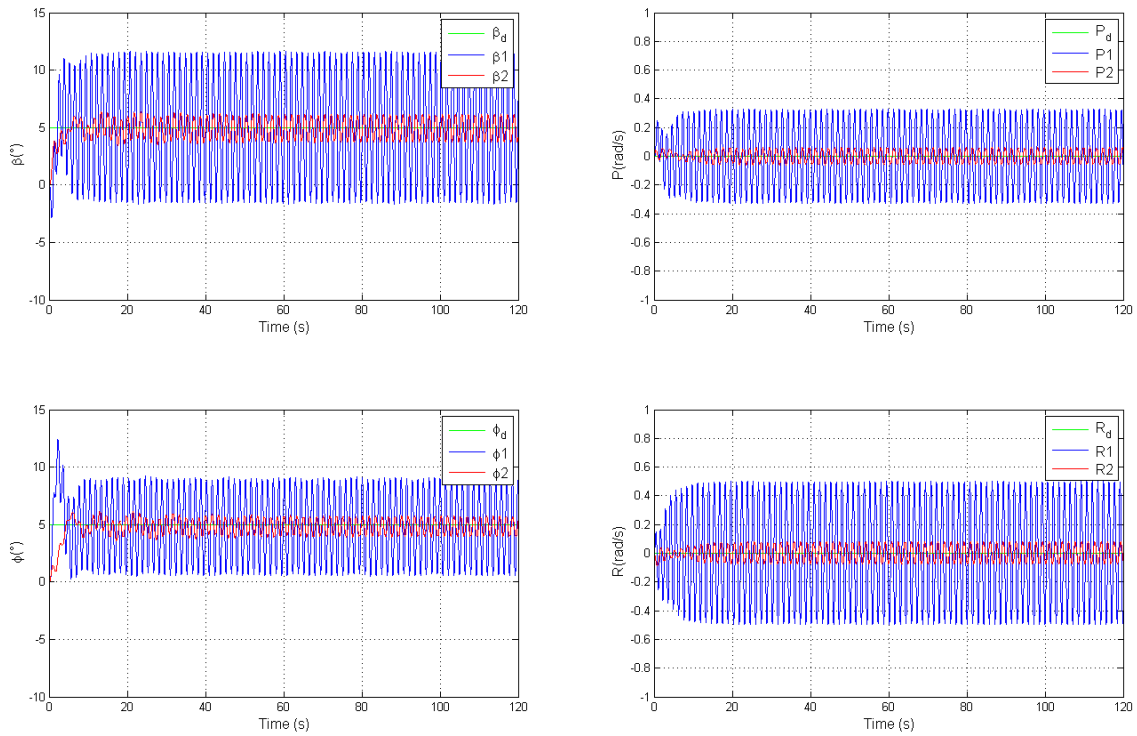


Fig.4.13. Réponses de l'avion en mode latéral

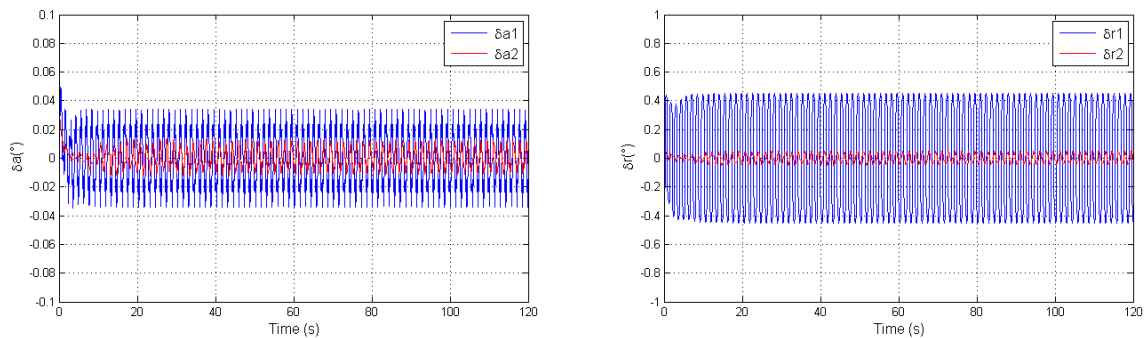


Fig.4.14. Signaux de commande

Ces résultats montrent un bon suivi de trajectoire, sans erreurs statiques ni dépassements. Le chattering est toujours remarquable mais moins important qu'en mode longitudinal, il se réduit par l'utilisation du gain variable.

- **Tests de robustesse**

Dans ce mode, nous allons tester la robustesse du contrôleur vis-à-vis le bruit de mesure (perturbations internes).

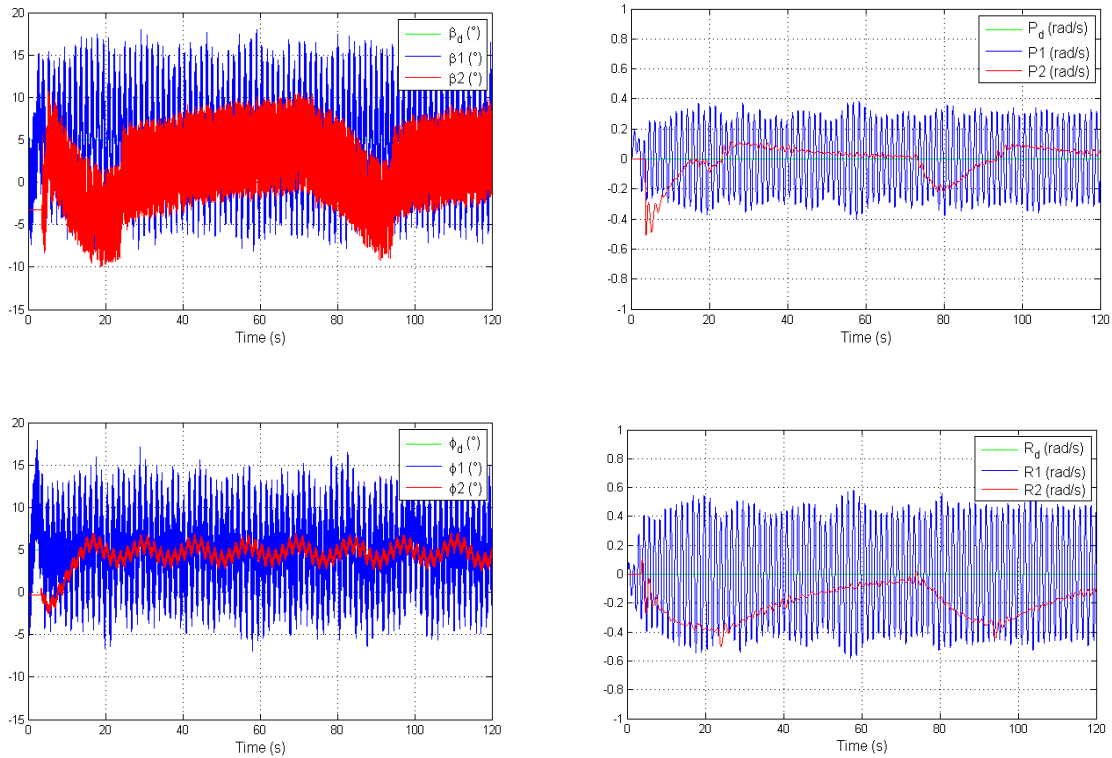


Fig.4.15. Réponses de l'avion en présence de perturbations internes

Cette figure montre quelques fluctuations au niveau des sorties perturbées. En présence du chattering dû à la commande, les résultats obtenus avec ou sans perturbations sont presque les mêmes.

À travers ces différentes simulations, nous pouvons déduire l'efficacité de la commande à structure variable. Pour un système linéaire découplé du premier ordre, cette commande est en mesure de compenser les erreurs de modélisation, les bruits de mesure et les perturbations extérieures. Le seul inconvénient est le chattering que nous allons essayer de réduire par l'utilisation des modes glissants d'ordre supérieur. Ces lois de commande s'appliquent sur un modèle du second ordre (ou plus).

4.3.2. Commande de l'UAV Ultra stick 25 E par modes glissants d'ordre deux

Ce drone est représenté par son modèle non linéaire du second ordre où le couplage est pris en considération, notre objectif est de contrôler son attitude c.-à-d. l'angle du roulis ϕ , de tangage θ et de lacet ψ .

Considérons le système multi variables non linéaire :

$$\dot{X} = \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \\ \dot{h} \\ \dot{P} \\ \dot{Q} \\ \dot{R} \\ \dot{U} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1(x) \\ f_2(x) \\ f_3(x) \\ f_4(x) \\ f_5(x) \\ f_6(x) \\ f_7(x) \\ f_8(x) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ g_{51} & 0 & g_{53} & 0 \\ 0 & g_{62} & 0 & 0 \\ g_{71} & 0 & g_{73} & 0 \\ 0 & g_{82} & g_{83} & g_{84} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \delta a \\ \delta e \\ \delta r \\ \delta th \end{bmatrix} \quad (4-3.14)$$

Le vecteur d'état utilisé est $x_1 = [\phi, \theta, \psi]^T$. Le vecteur de la commande $u = [\delta a, \delta e, \delta r]^T$. la commande δth qui représente la poussée du moteur n'agit que sur la vitesse linéaire de l'avion et sur son altitude. Pour cette raison, nous n'avons pris en considération que les surfaces de déflexions $\delta a, \delta e, \delta r$ qui agissent sur l'orientation de l'avion.

À partir de l'équation du modèle non linéaire, nous obtenons :

$$\dot{x}_1 = \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q \cos \phi - R \sin \phi \\ P + \tan \theta (Q \sin \phi + R \cos \phi) \\ (Q \sin \phi + R \cos \phi) / \cos \theta \end{bmatrix} \quad (4-3.15)$$

On pose $\dot{x}_1 = x_2$

$$\dot{x}_2 = \begin{bmatrix} \ddot{\phi} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} \\ B_{11} \\ C_{11} \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} Aa & Ae & Ar \\ Ba & Be & Br \\ Ca & Ce & Cr \end{bmatrix}}_{b(x)} \begin{bmatrix} \delta a \\ \delta e \\ \delta r \end{bmatrix} \quad (4-3.16)$$

Les expressions des différentes variables de la formule (4-3.16) sont détaillées en annexe (Annexe chapitre 2).

On considère le vecteur d'erreur $E = x_1 - x_{1d}$, avec $x_{1d} = [\phi_d, \theta_d, \psi_d]^T$

$$E = E_1 = \begin{bmatrix} e_1 = \phi - \phi_d \\ e_2 = \theta - \theta_d \\ e_3 = \psi - \psi_d \end{bmatrix} \text{ et sa dérivée } \dot{E} = \dot{E}_1 = E_2 = \begin{bmatrix} \dot{e}_1 = \dot{\phi} - \dot{\phi}_d \\ \dot{e}_2 = \dot{\theta} - \dot{\theta}_d \\ \dot{e}_3 = \dot{\psi} - \dot{\psi}_d \end{bmatrix}$$

Le schéma de la commande d'attitude en boucle fermée est représenté par la figure (4.16).

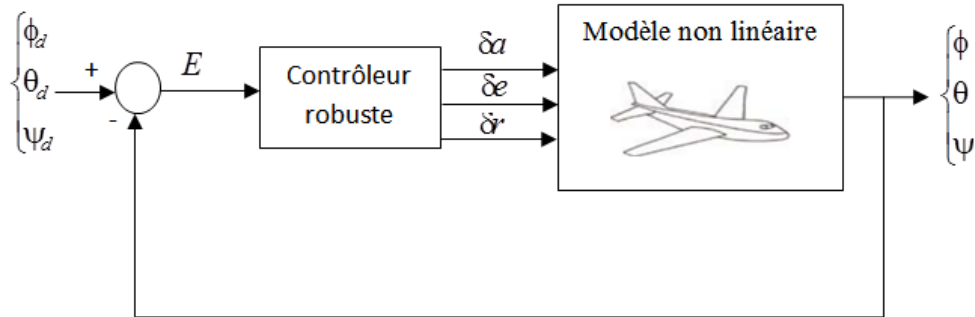


Fig.4.16. Schéma de la commande de l'attitude de l'avion

Dans ce qui suit, nous allons présenter les différentes lois de commande basées sur le mode glissant d'ordre deux, en commençant par le cas où le degré relatif du système est égal à un.

4.3.2.1. Terminal Sliding mode Non Singulier

Théoriquement, ce contrôleur doit assurer la stabilisation du système en temps fini. Chose que nous allons vérifier dans ce qui suit.

4.3.2.1.1. Choix de la surface de glissement

En se référant au chapitre précédent, nous considérons la variable de glissement [72]:

$$S = E_1 + \frac{1}{\beta} E_2^{p/q} \quad (4-3.17)$$

Où $\beta > 0$ est un paramètre de constant à déterminer, p et q sont des entiers impairs positifs satisfaisant $p > q$.

4.3.2.1.2. Synthèse du contrôleur

L'expression du NTSM est donnée par :

$$u = -b^{-1}(x) \left(f(x) + \beta \frac{q}{p} x_2^{2-p/q} - (l_g + \eta) \text{sgn}(S) \right) \quad (4-3.18)$$

4.3.2.1.3. Analyse de stabilité

Notre système peut être représenté par l'équation différentielle du second ordre:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= f(x) + g(x) + b(x)u \end{aligned} \quad (4-3.19)$$

Où $g(x)$ représente les incertitudes et les perturbations, tel que $\|g(x)\| \leq l_g ; l_g > 0$.

On considère la fonction de Lyapunov $V = \frac{1}{2} S^T S$ et sa dérivée $\dot{V} = \dot{S}^T S$.

$$\dot{S} = \dot{E}_1 + \frac{1}{\beta} \frac{p}{q} E_2^{(p/q)-1} \dot{E}_2 \quad (4-3.20)$$

En remplaçant (4-3.19) dans (4-3.20) il en résulte :

$$\dot{S} = (x_2 - x_{2d}) + \frac{1}{\beta} \frac{p}{q} (x_2 - x_{2d})^{(p/q)-1} \left(g(x) - \beta \frac{q}{p} x_2^{2-p/q} - (l_g + \eta) \operatorname{sgn}(S) \right) \quad (4-3.21)$$

$$\dot{S} = \frac{1}{\beta} \frac{p}{q} (x_2 - x_{2d})^{(p/q)-1} \left(g(x) - (l_g + \eta) \operatorname{sgn}(S) \right) \quad (4-3.22)$$

D'où :

$$S \dot{S} = \frac{1}{\beta} \frac{p}{q} (x_2 - x_{2d})^{(p/q)-1} \left(g(x) S - (l_g + \eta) \operatorname{sgn}(S) S \right) \quad (4-3.23)$$

$$S \dot{S} = \frac{1}{\beta} \frac{p}{q} E_2^{(p/q)-1} \left(g(x) S - (l_g + \eta) \operatorname{sgn}(S) S \right) \quad (4-3.24)$$

$$S \dot{S} \leq -\frac{1}{\beta} \frac{p}{q} \eta E_2^{(p/q)-1} |S| \quad (4-3.25)$$

Comme p et q sont des entiers impairs positifs et $1 < \frac{p}{q} < 2$ il existe $E_2^{(p/q)-1} > 0$ pour $E_2 \neq 0$.

Si on pose $\rho(E_2) = \frac{1}{\beta} \frac{p}{q} \eta E_2^{(p/q)-1}$, on aura :

$$S \dot{S} \leq -\rho(E_2) |S| \quad \text{avec } \rho > 0 \quad \text{pour } E_2 \neq 0 \quad (4-3.26)$$

Par conséquent, dans le cas où $E_2 \neq 0$, la condition qui assure la stabilité de Lyapunov est satisfaite pour $\rho > 0$. Les états du système peuvent atteindre le mode de glissement $S = 0$ en un temps fini. Ceci peut être prouvé en remplaçant l'expression du contrôleur (4-3.18) dans le système (4-3.19), d'où nous obtenons:

$$\dot{E}_2 = -\beta \frac{q}{p} E_2^{2-p/q} + g(x) - (l_g + \eta) \operatorname{sgn}(S) \quad (4-3.27)$$

Donc, pour $E_2 = 0$ on a :

$$\dot{E}_2 = g(x) - (l_g + \eta) \operatorname{sgn}(S) \quad (4-3.28)$$

Pour $S > 0$ nous avons $\dot{E}_2 \leq -\eta$ et pour $S < 0$, $\dot{E}_2 \geq \eta$ ce qui montre que $E_2 = 0$ n'est pas attractif. Cela signifie aussi qu'il existe un voisinage de $E_2 = 0$ tel que pour un petit $\delta > 0$ qui

4. Mise en œuvre de la Commande par Régimes Glissants sur le drone à voilure fixe

satisfait $|E_2| < \delta$, il existe $\dot{E}_2 \leq -\eta$ pour $S > 0$ et $\dot{E}_2 \geq \eta$ pour $S < 0$. Par conséquent, le croisement de la trajectoire de la frontière du voisinage $E_2 = \delta$ jusqu'à $E_2 = -\delta$ pour $S > 0$, et de $E_2 = -\delta$ à $E_2 = \delta$ pour $S < 0$ se produit en temps fini. Pour les autres régions où $|E_2| > \delta$, on peut conclure à partir de (4-3.26) que $S = 0$ peut être atteinte en temps fini tant que $\dot{E}_2 \leq -\eta$ pour $S > 0$ et $\dot{E}_2 \geq \eta$ pour $S < 0$. Ceci complète la preuve.

4.3.2.1.4. Résultats de simulation

La commande d'attitude d'un avion consiste à stabiliser ses angles de rotation. Nous avons choisi une trajectoire trapézoïdale pour l'angle de tangage, tandis que les angles du roulis et du lacet restent nuls (ni dérapage, ni déviation de l'avion). Les courbes en bleu représentent les valeurs désirées, en rouge les valeurs mesurées.

Les valeurs des gains sont : $\beta = 20000$; $K = \text{diag}([0, 20, 1])$; $q = 0.6$; $p = 1$.

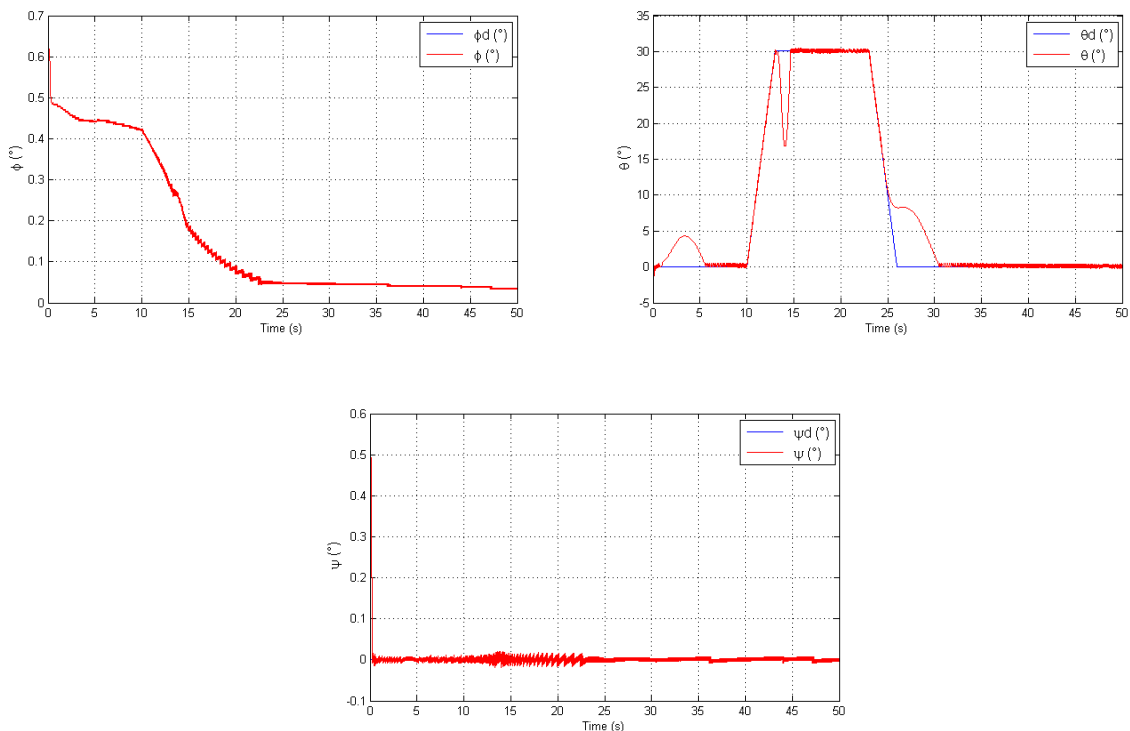


Fig.4.17. Angles d'attitude (roulis, tangage et lacet)

4. Mise en œuvre de la Commande par Régimes Glissants sur le drone à voilure fixe

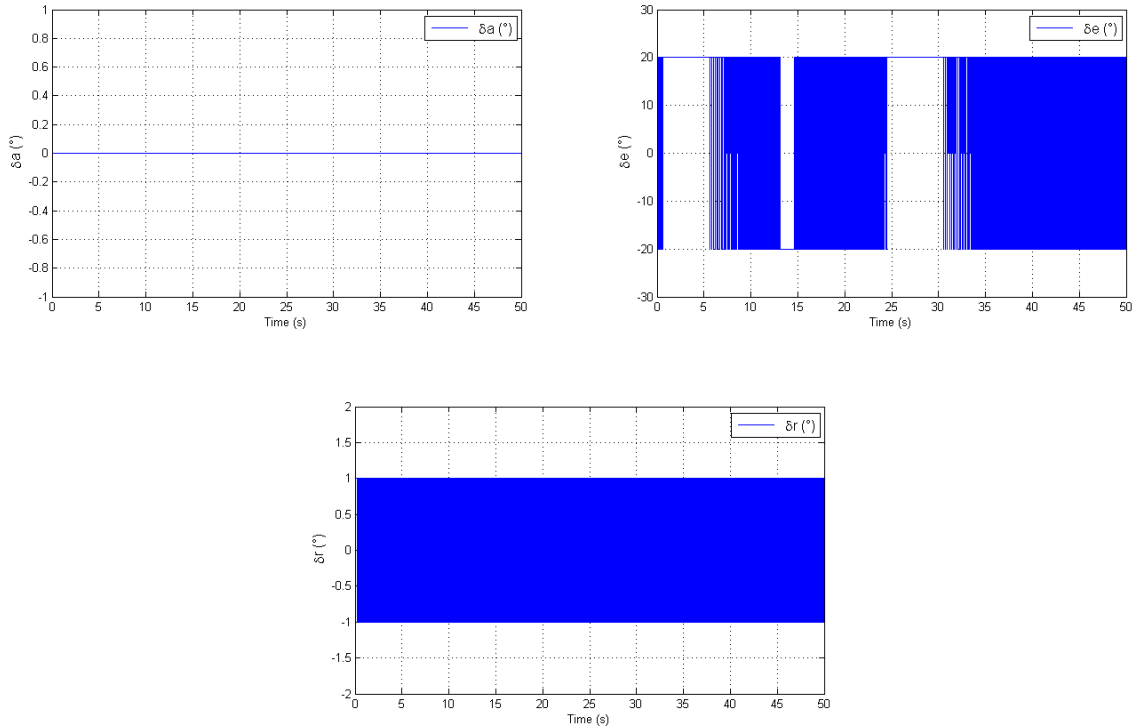


Fig.4.18. Signaux de commande

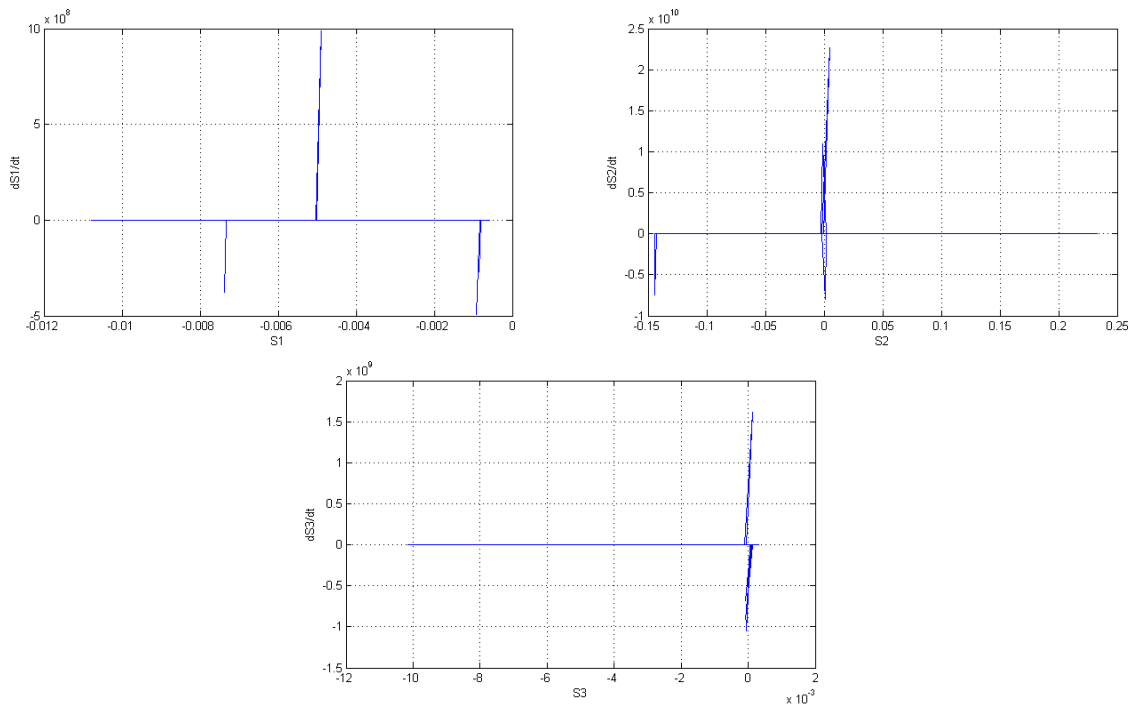


Fig.4.19. Plans de phase des surfaces de glissement

Les figure (4.17) à (4.19) indiquent la réponse de l'avion, les signaux du contrôleur NTSM et l'évolution de la convergence vers l'origine du plan (S, \dot{S}) .

4. Mise en œuvre de la Commande par Régimes Glissants sur le drone à voilure fixe

Ces résultats montrent un bon suivi de trajectoire malgré la présence de quelques zones de divergence, mais la robustesse du contrôleur contraint le système à retrouver sa trajectoire (angle de tangage). L'angle du lacet suit parfaitement sa consigne, idem pour l'angle du roulis vu que l'erreur statique est de 0.03° .

Le couplage a été ressenti en phase de réglage de paramètres des gains car la modification de chaque paramètre entraîne la perturbation des autres signaux, ce qui a rendu la tâche de simulation lente et fastidieuse. Le chattering est remarquable dans les signaux de commande, mais relativement réduit par rapport au mode glissant d'ordre un.

Maintenant nous allons tester le comportement du système en présence de perturbations extérieures (rafale de vent).

- **Tests de robustesse**

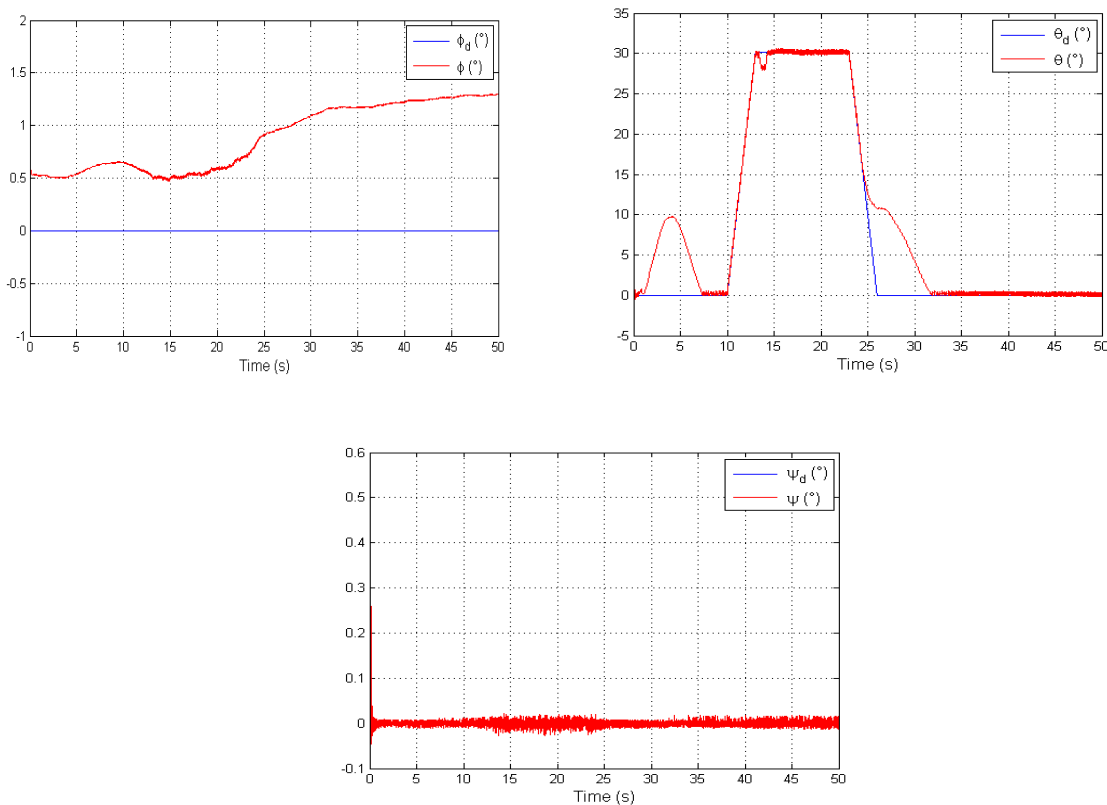


Fig.4.20. Réponses de l'avion en présence de perturbations

Nous remarquons que la rafale de vent n'influe pas sur la réponse de l'avion, ce qui confirme la robustesse du NTSM vis-à-vis des perturbations.

Dans le but de réduire le chattering au niveau de la commande et en gardant toujours le degré relatif égal à un, le contrôleur suivant sera synthétisé.

4.3.2.2. Super twisting

Vu que les résultats précédents présentent du chattering au niveau de la commande, nous allons tester le contrôleur de super twisting. Deux modes sont envisagés, dans le premiers les gains du contrôleur sont fixes, dans le second ils sont adaptatifs.

4.3.2.2.1. Choix de la surface de glissement

La variable de glissement s'écrit en fonction de l'erreur et sa dérivée, elle est de la forme :

$$S = \lambda E_1 + E_2 \quad (4-3.29)$$

4.3.2.2.2. Synthèse du contrôleur

Le contrôleur super twisting est exprimé par la relation :

$$\begin{cases} u = -k_1 |S|^{1/2} \text{sign}(S) + v \\ \dot{v} = -\frac{k_2}{2} \text{sign}(S) \end{cases} \quad (4-3.30)$$

4.3.2.2.3. Analyse de stabilité

La stabilité de ce contrôleur est garantie en démontrant les théorèmes [62] (le cas où les gains sont fixes) et [75] lorsqu'ils sont adaptatifs. Elle est présentée dans l'annexe (Annexe chapitre 3).

4.3.2.2.4. Résultats de simulation

Les mêmes réponses du système sont présentées. Nous allons présenter aussi les réponses en utilisant le mode glissant classique $u = -k \text{sgn}(S)$ par les courbes en vert. Les courbes en bleu représentent le cas où les gains sont fixes, en rouge, les gains adaptatifs.

Les valeurs des gains des variables de glissement sont présentées dans le Tableau 4.2:

4. Mise en œuvre de la Commande par Régimes Glissants sur le drone à voilure fixe

Tableau. 4.2. Valeurs numériques des gains des surfaces de glissement

	SM	STW	AdapSTW
λ_ϕ	0.2	0.1	1
λ_θ	11.5	10	100
λ_ψ	10	10	150

En mode glissant classique (SM) : $K = \text{diag}([0, 4, 0.5])$.

Pour le super twisting à gains fixes STW : $k_1 = \text{diag}([0.01, 1.8, 0.1])$
 $k_2 = \text{diag}([10^{-4}, 9.10^{-4}, 10^{-4}])$.

Dans le cas du mode adaptatif (AdapSTW), les gains varient suivant la relation :

$$\begin{cases} \dot{k}_1 = \omega_1 \sqrt{\frac{\gamma}{2}} \text{sign}(|S|) \\ k_2 = 2\varepsilon k_1 \end{cases} \quad (4-3.31)$$

Où : $\omega_1 = \text{diag}([10^{-5}, 0.1, 10^{-2}])$; $\gamma_1 = \text{diag}([10^{-5}, 10^{-4}, 10^{-2}])$; $\varepsilon = \text{diag}([10^{-6}, 10^{-4}, 10^{-4}])$.

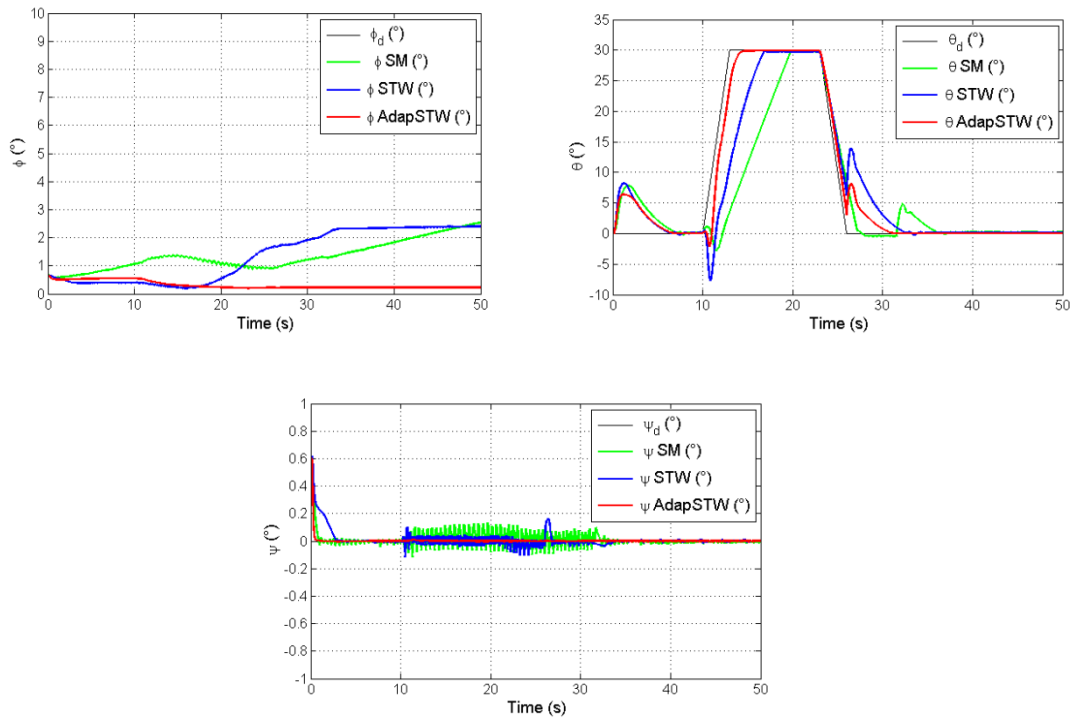


Fig.4.21. Angles d'attitude (roulis, tangage et lacet)

4. Mise en œuvre de la Commande par Régimes Glissants sur le drone à voilure fixe

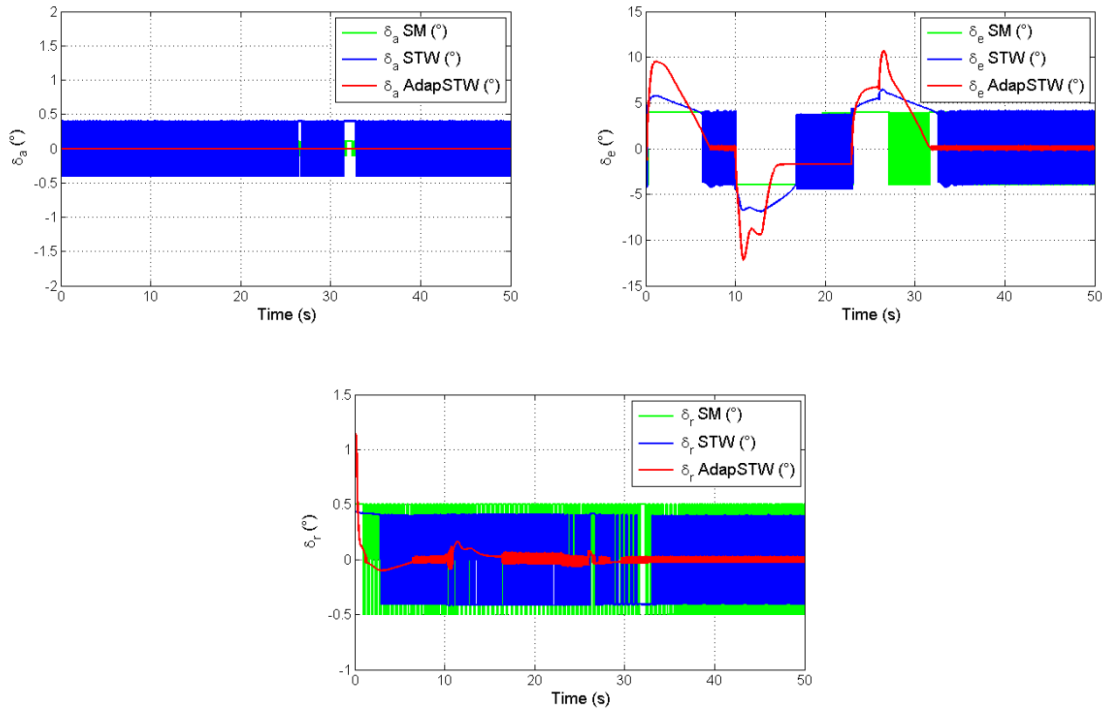


Fig.4.22. Signaux de commande

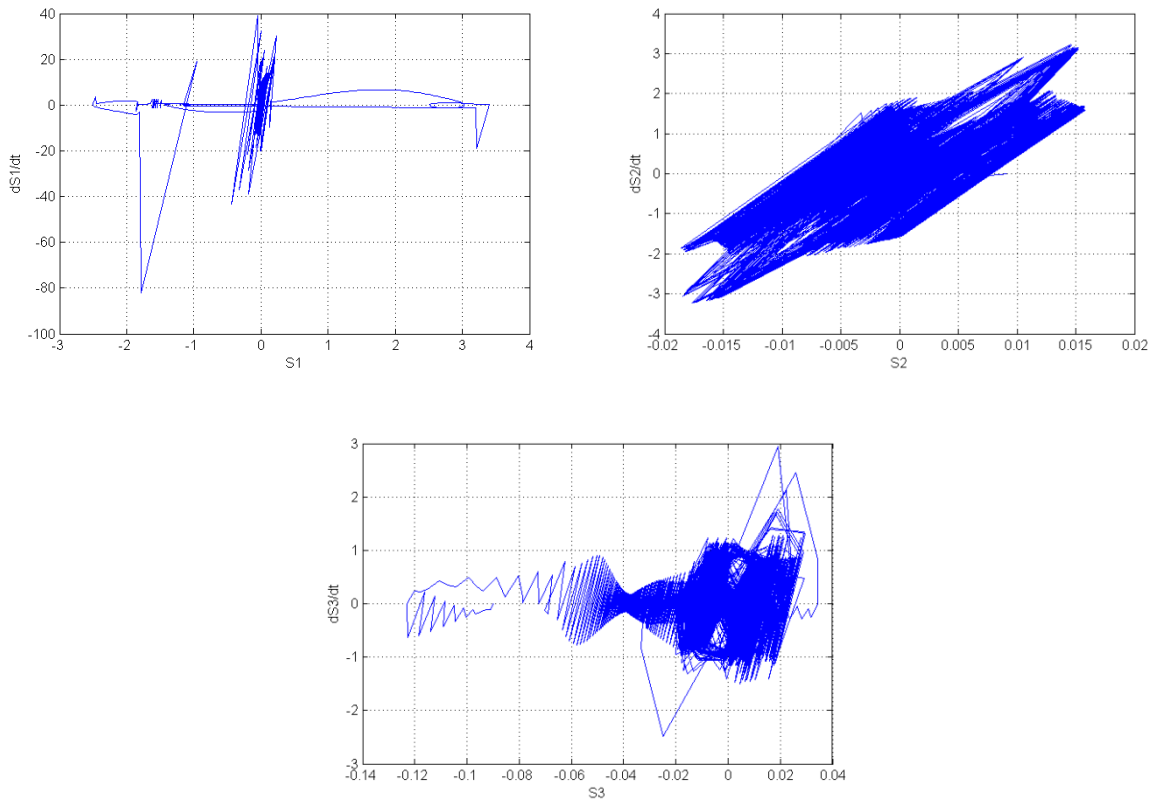


Fig.4.23. Plans de phase des surfaces de glissement-contrôleur STW

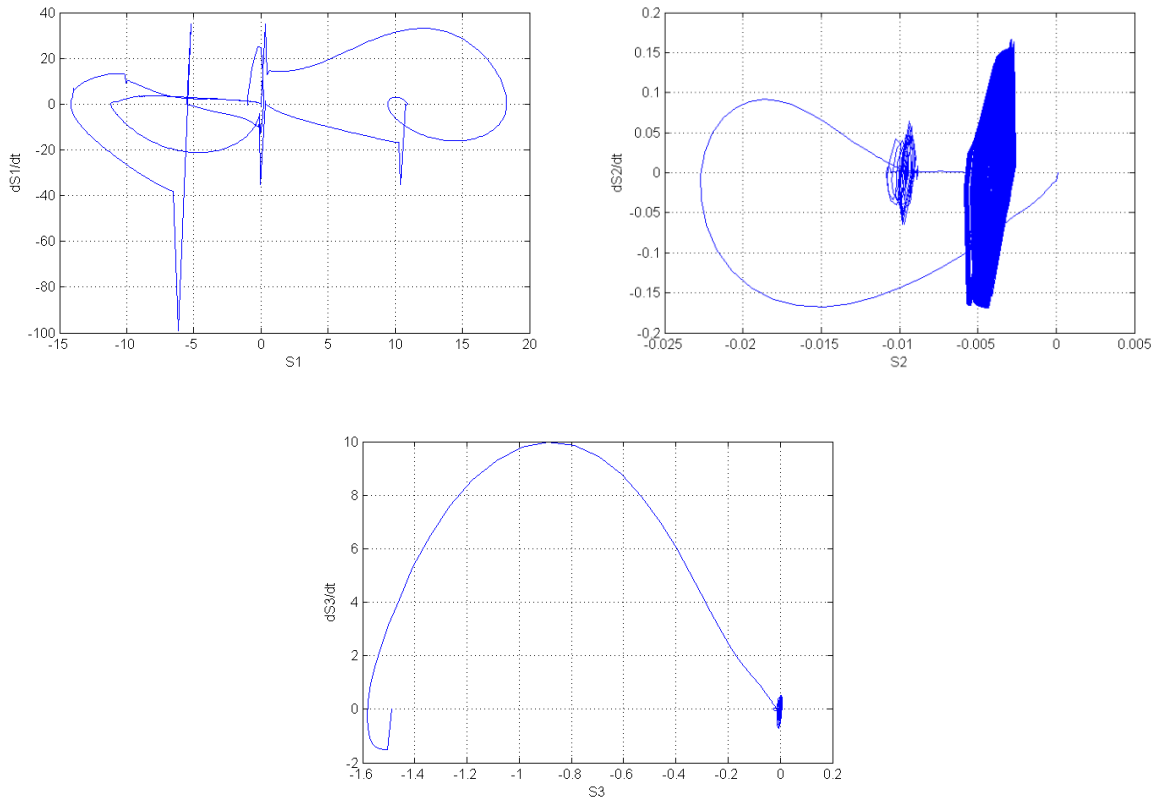


Fig.4.24. Plans de phase des surfaces de glissement-contrôleur AdapSTW

À travers les différentes simulations, nous remarquons que les variables contrôlées convergent vers les valeurs désirées; ce qui confirme l'efficacité du mode glissant quel que soit son ordre. Cependant, les inconvénients du SM classique qui sont le chattering et le retard sont nettement remarquables. Cela montre l'intérêt du mode glissant d'ordre deux, en particulier l'algorithme STW, où le chattering est atténué et le délai de réponse est réduit. Les résultats sont significativement améliorés lors du remplacement des gains fixes par des gains adaptatifs. Les courbes représentant les signaux de commande montrent une réduction significative du chattering par l'utilisation du contrôleur AdapSTW.

- **Tests de robustesse**
- **Super twisting à gains fixes**

Réponse à une rafale de vent

4. Mise en œuvre de la Commande par Régimes Glissants sur le drone à voilure fixe

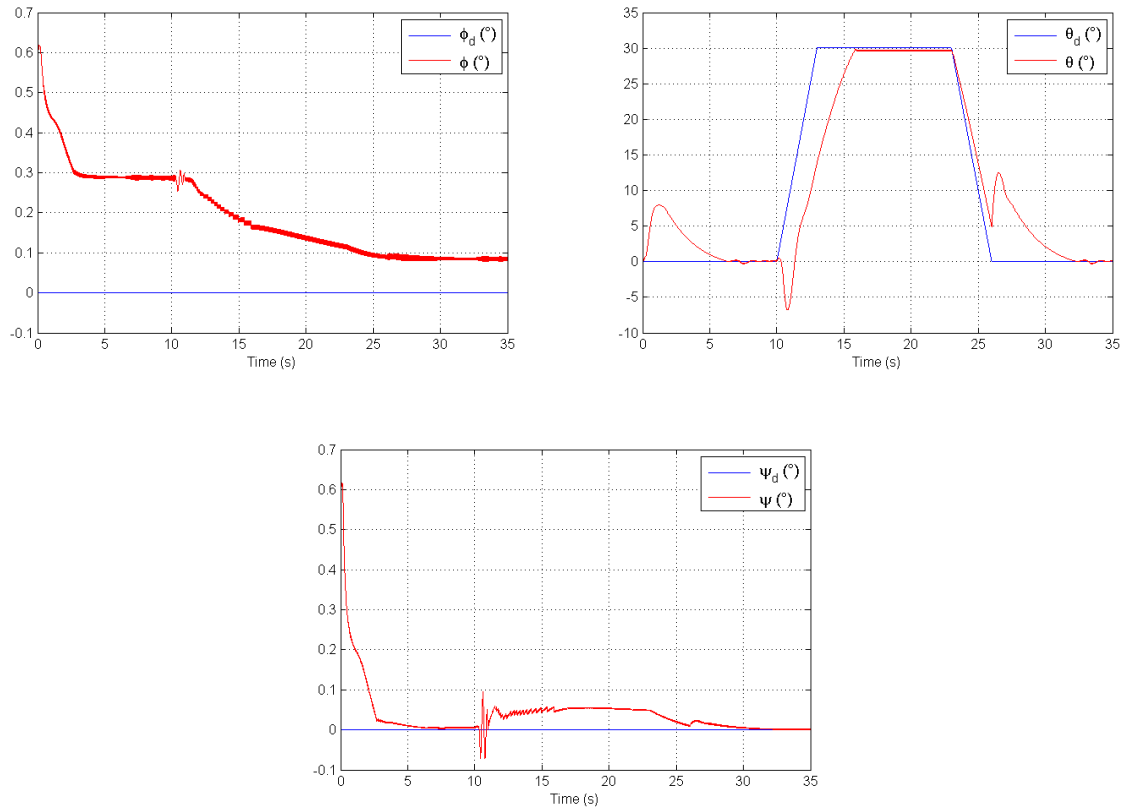
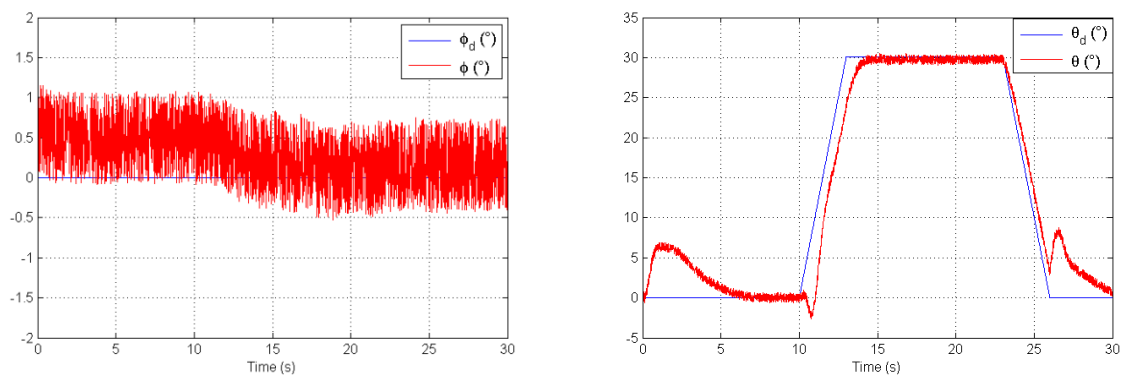


Fig.4.25. Réponses de l'avion en présence de perturbations extérieures

La figure (4.23) montre que la perturbation n'influe pas sur la réponse de l'avion.

- **Super twisting à gains adaptatifs**

Réponses en présence de bruit de mesure



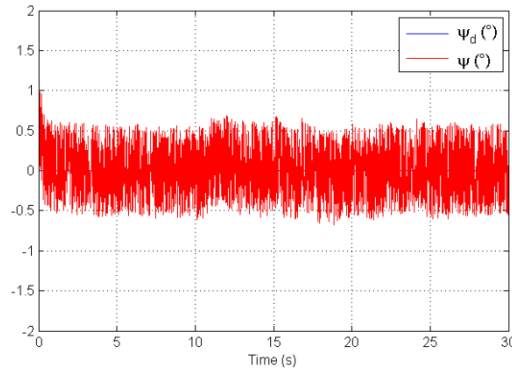


Fig.4.26. Réponses de l'avion en présence de perturbations internes

Nous remarquons de légères fluctuations au niveau des sorties mesurées, ce bruit de mesure est absorbé par le contrôleur AdapSTW.

L'étape suivante consiste à augmenter le degré relatif du système afin de tester d'autres lois de commande.

4.3.2.3. Algorithme de twisting

Ce contrôleur est dédié aux systèmes du second ordre ayant un degré relatif égal à 2.

4.3.2.3.1. Choix de la surface de glissement

La variable de glissement choisie pour ce contrôleur est égale à l'erreur. Elle s'écrit comme suit :

$$S = E \quad (4-3.32)$$

4.3.2.3.2. Synthèse du contrôleur

L'expression de cet algorithme est une combinaison entre la variable de glissement et sa dérivée. Elle est donnée par la relation :

$$u = -k_1(\text{sign}S + k_2\text{sign}\dot{S}) \quad (4-3.33)$$

4.3.2.3.3. Analyse de stabilité

On considère la fonction de Lyapunov suivante :

$$V = k_1|x| + \frac{1}{2}x_2^2 \quad (4-3.34)$$

Sa dérivée par rapport au temps :

$$\dot{V} = -k_2 |\dot{x}| \quad (4-3.35)$$

Cette fonction appelée « weak Lyapunov function » garantie la stabilité du contrôleur Twisting [90]. Les conditions qui assurent la convergence en temps fini vers l'origine du plan de phase sont [64]:

$$\begin{cases} k_1 \succ C_0 / k_m \\ k_2 \succ 4k_m / \varepsilon_0 \\ k_m k_2 - C_0 \succ k_M k_1 + C_0 \end{cases} \quad (4-3.36)$$

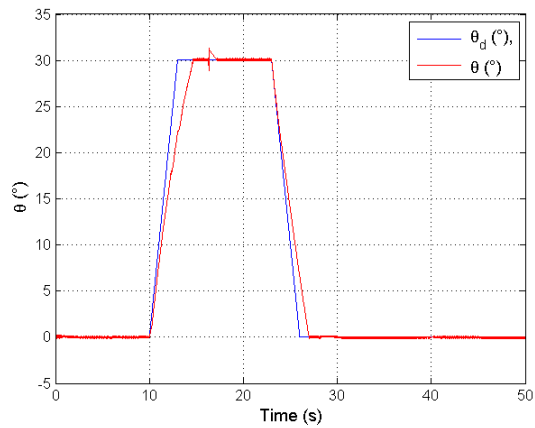
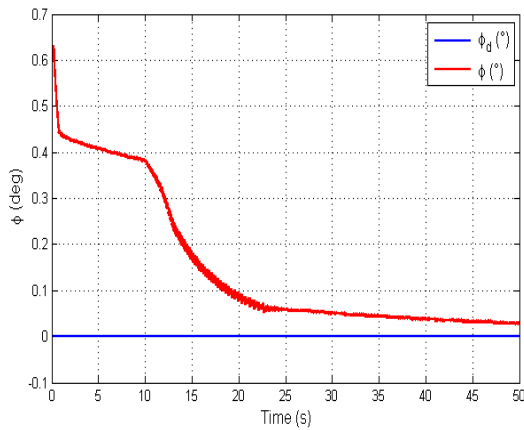
Sachant que $\ddot{S} \in \phi(x, t) + \varphi(x, t)v$, $|S| \prec \varepsilon_0$

$$\text{Et : } \begin{cases} |\phi(x, t)| \prec C_0 \\ 0 \prec k_m \leq \varphi(x, t) \leq k_M \end{cases}$$

4.3.2.3.4. Résultats de simulation

Nous avons gardé les mêmes trajectoires utilisées précédemment. En bleu les valeurs désirées, en rouge les valeurs mesurées.

Les valeurs des gains sont : $k_1 = \text{diag}([0,5, 3])$; $k_2 = \text{diag}([0,5, 2])$.



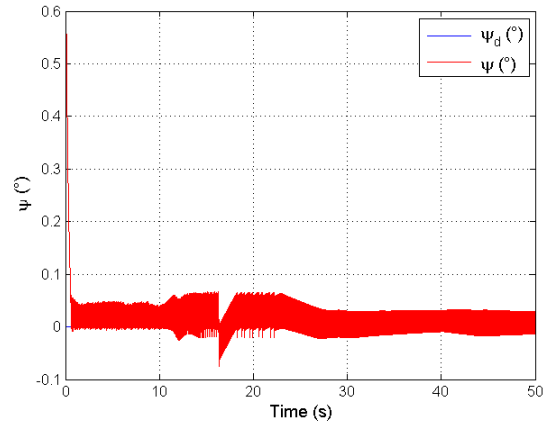


Fig.4.27. Angles d'attitude (roulis, tangage et lacet)

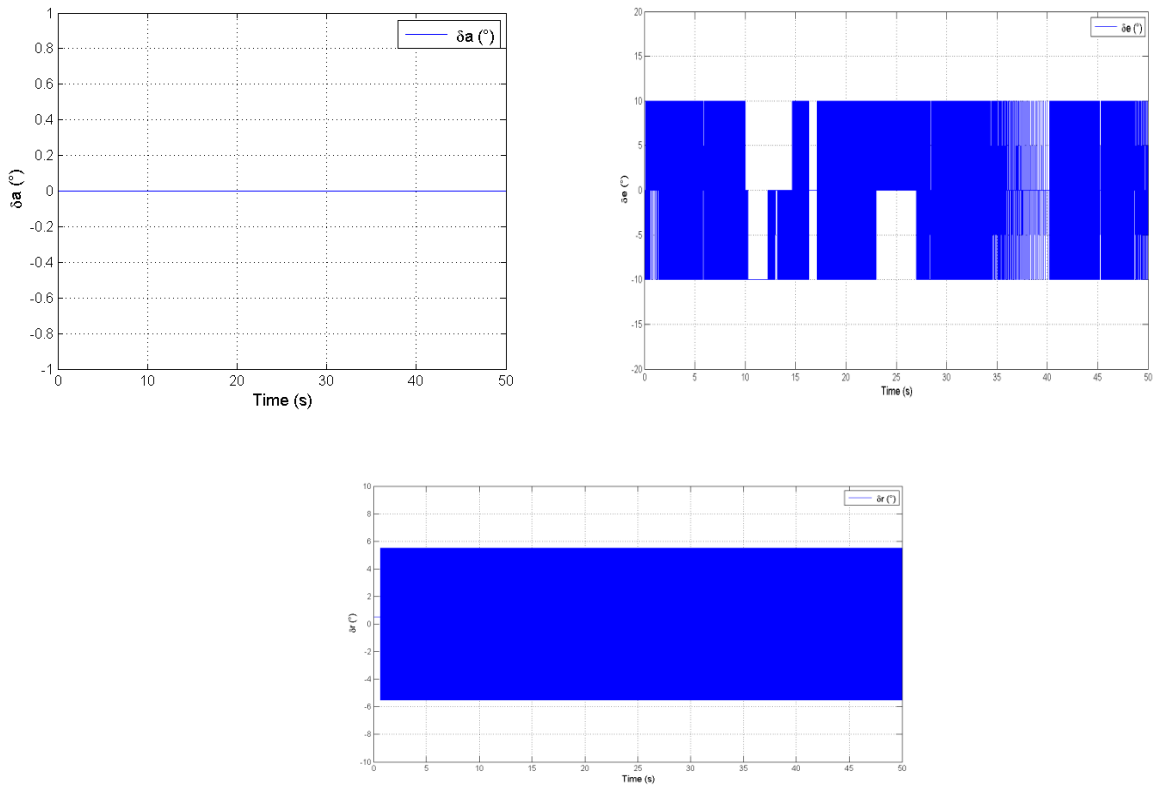


Fig.4.28. Signaux de commande

4. Mise en œuvre de la Commande par Régimes Glissants sur le drone à voilure fixe

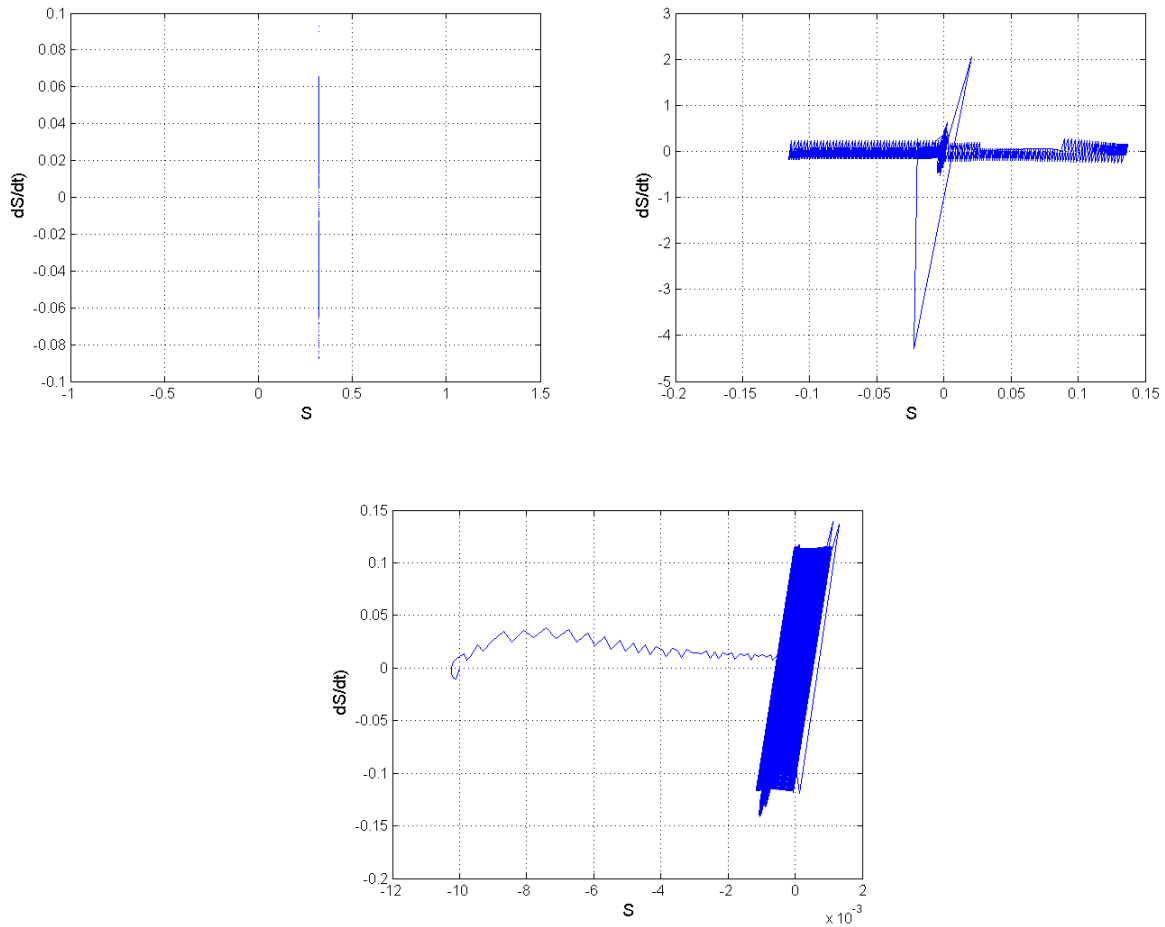
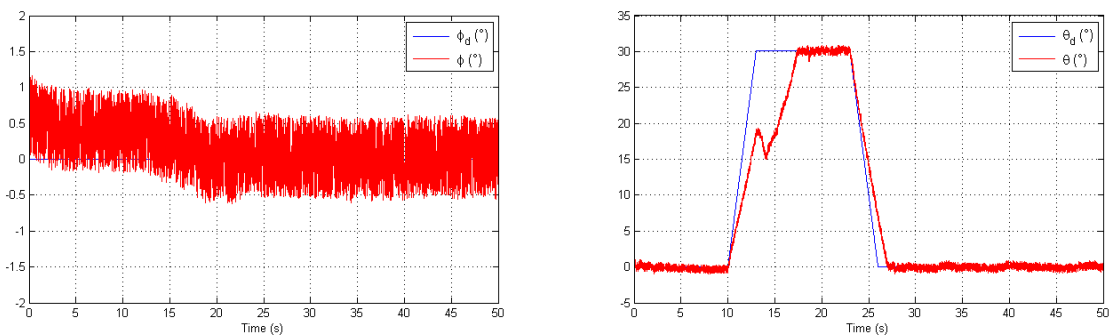


Fig.4.29. Plans de phase des surfaces de glissement

Les figures (4.25)-(4.27) montrent un bon suivi de trajectoire sans erreur statique, ni dépassement ni retard. La stabilité du système est assurée ainsi que sa convergence en temps fini mais le chattering reste remarquable au niveau des signaux de commande.

- **Tests de robustesse**

Nous commençons par les perturbations causées par les bruits de mesure.



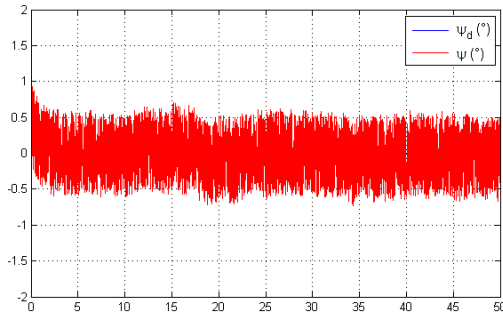


Fig.4.30. Réponses de l'avion en présence de perturbations internes

Ci-dessous la réponse de l'avion en présence d'une rafale de vent.

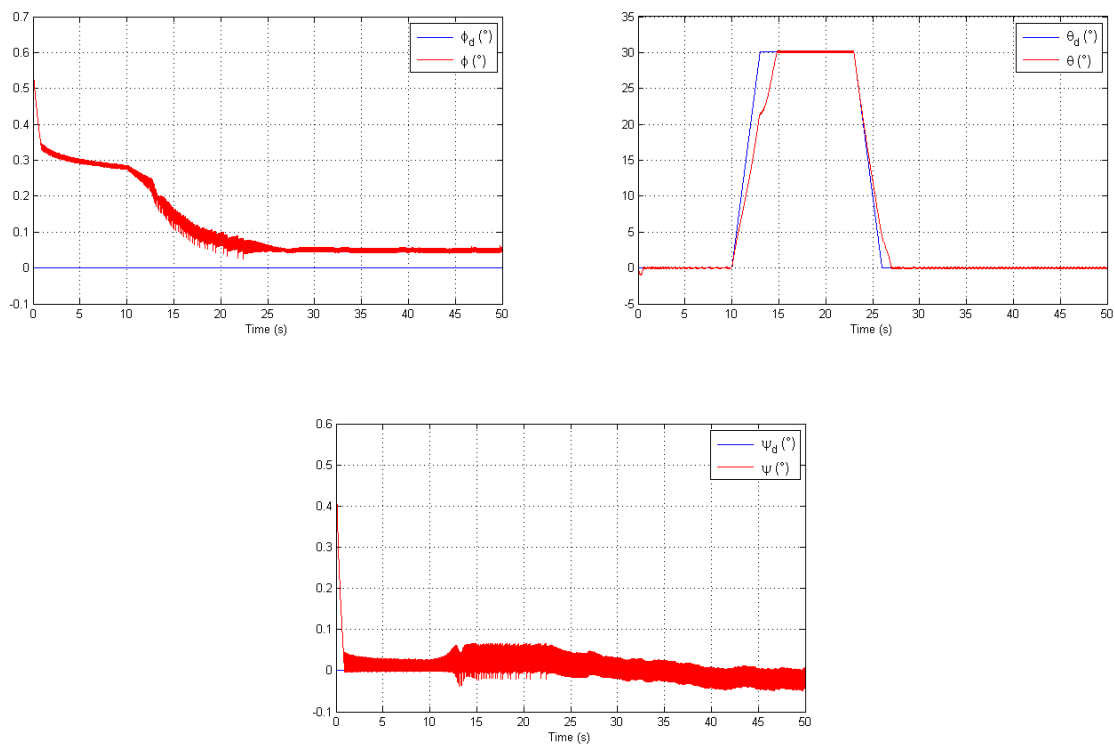


Fig.4.31. Réponses de l'avion en présence de perturbations extérieures

Les figures (4.30) et (4.31) montrent une légère déformation du signal de sortie (angle de tangage), ce qui confirme la robustesse du twisting vis-à-vis des perturbations.

Comme le super twisting a donné de bons résultats lorsque le degré relatif était fixé à un, nous allons l'appliquer sur le système actuel ($r=2$), et ce en introduisant l'homogénéité.

4.3.2.4. Algorithme de super twisting homogène

Ce contrôleur permet d'utiliser le super twisting pour un système de degré relatif égal à 2. L'introduction d'un intégrateur doit réduire le chattering. C'est ce que nous allons vérifier dans cette section.

4.3.2.4.1. Choix de la surface de glissement

La surface choisie pour ce contrôleur est de la forme :

$$S = \lambda E \quad (4-3.37)$$

Avec $\lambda = \text{diag}([\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3])$, $\lambda_i > 0$

4.3.2.4.2. Synthèse du contrôleur

Cet algorithme est une nouvelle forme du super twisting, qui grâce à l'homogénéité, peut être généralisé pour des degrés relatifs supérieurs ou égaux à deux.

Dans notre cas $r = 2$, le contrôleur est donné par l'expression :

$$u(t) = -r_1 |x_1(t)|^{1/3} \text{sgn}(x_1(t)) - r_2 |x_2(t)|^{1/2} \text{sgn}(x_2(t)) - \alpha \int_{t_0}^t \text{sgn} x_2(S) dS \quad (4-3.38)$$

Avec $r_1, r_2, \alpha > 0$

4.3.2.4.3. Résultats de simulation

Nous allons présenter les réponses du roulis et du lacet.

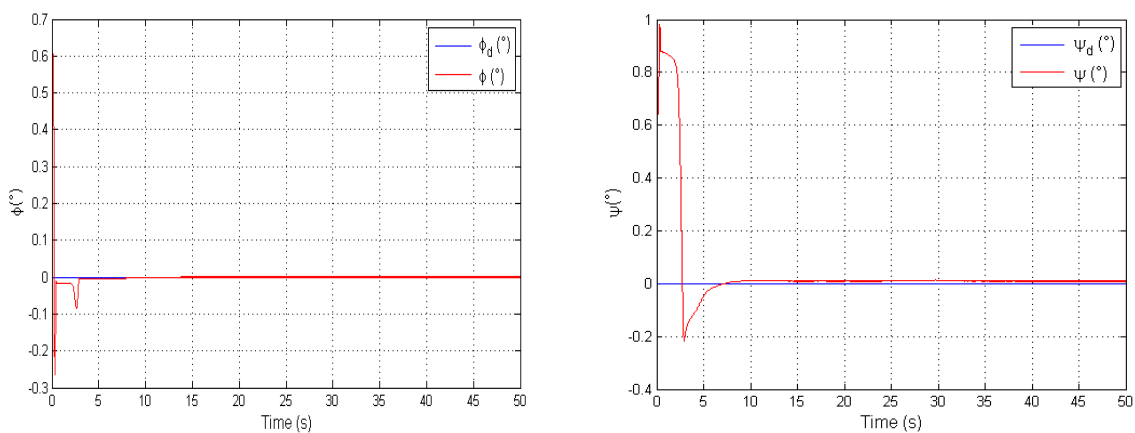


Fig.4.32. Angles d'attitude (roulis et lacet)

4. Mise en œuvre de la Commande par Régimes Glissants sur le drone à voilure fixe

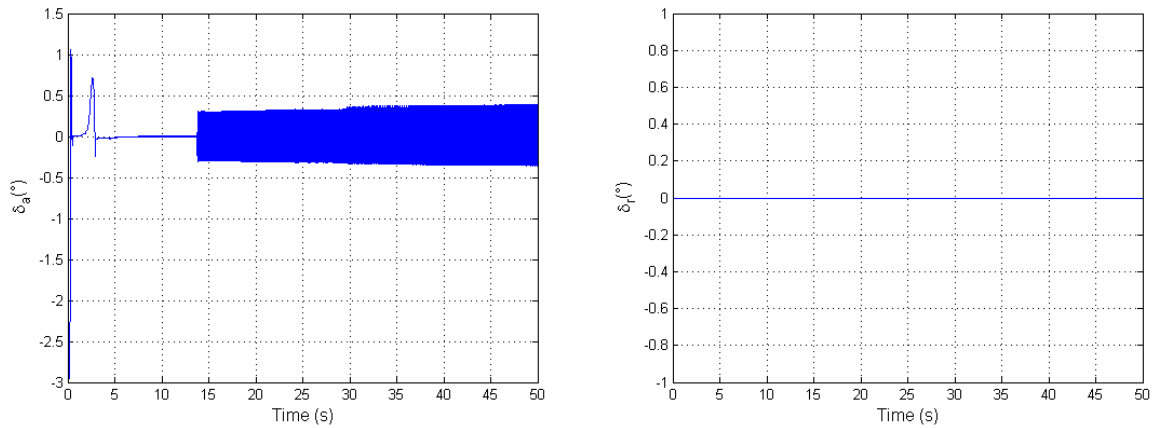


Fig.4.33. Signaux de commande

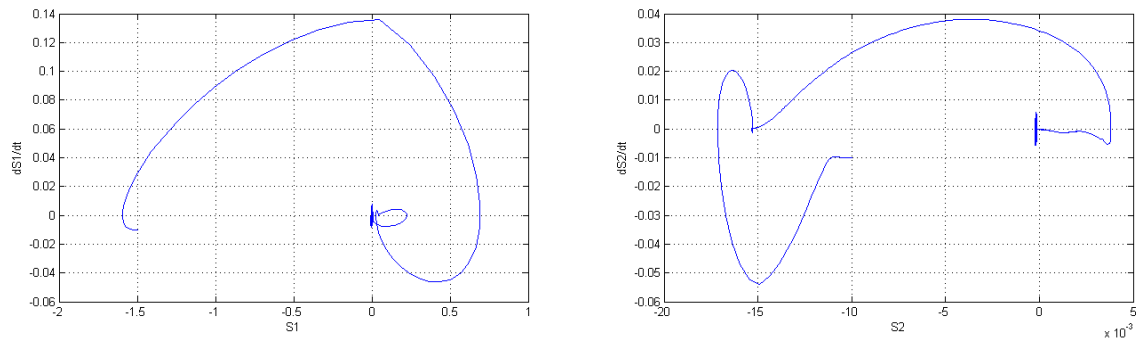


Fig.4.34. Plans de phase des surfaces de glissement

Les résultats obtenus montrent que l'utilisation de l'homogénéité permet d'exploiter les avantages des HOSMs pour contrôler un système de degré relatif supérieur à un et confirment l'efficacité de cet algorithme. Nous remarquons un bon suivi de trajectoire, et une réduction considérable du chattering. Le couplage est apparent dans les signaux de commande où la déflexion de l'aile (roulis) peut stabiliser l'angle du lacet.

- **Tests de robustesse**
- **Perturbations internes**

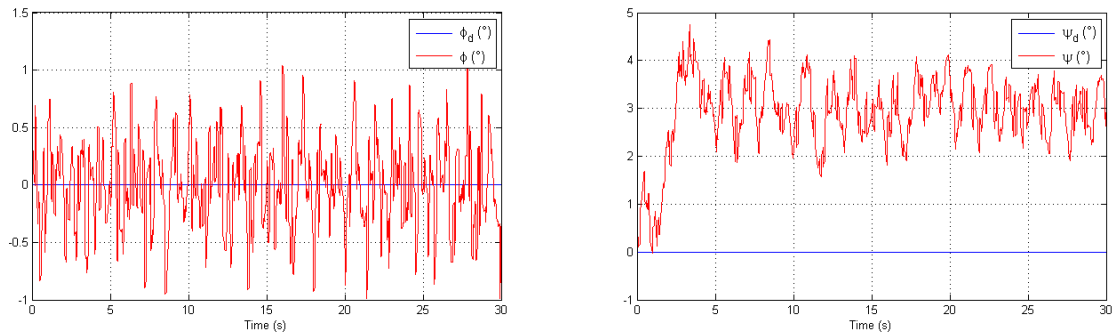


Fig.4.35. Réponses de l'avion en présence de perturbations internes

- **Perturbations extérieures**

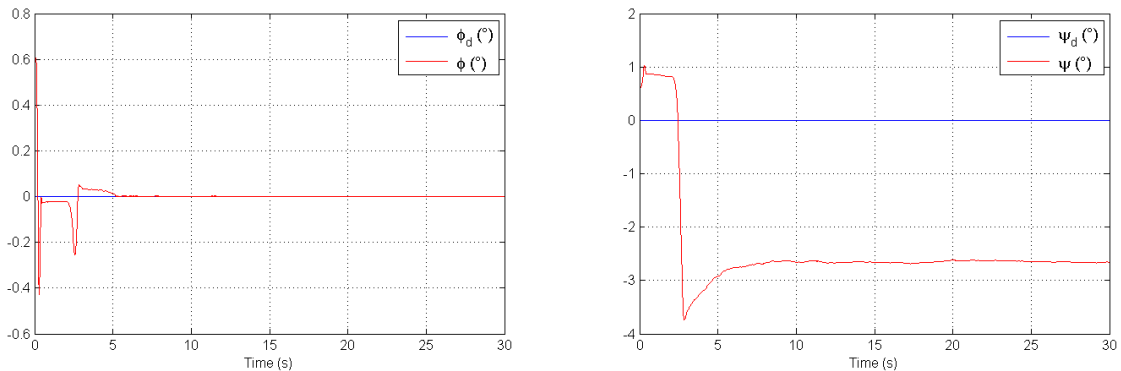


Fig.4.36. Réponses de l'avion en présence de perturbations extérieures

Ces tests confirment la robustesse du contrôleur vis-à-vis des perturbations, néanmoins ces dernières provoquent un écart dans la mesure de l'angle du lacet.

Ce problème, peut être résolu en fixant les bons paramètres du régulateur.

4.4. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons synthétisé et simulé différents contrôleurs basés sur les modes glissants. Nous avons commencé par l'implémentation de la commande à structure variable classique sur le modèle linéaire découplé de l'avion. Cette dernière a confirmé la robustesse des modes glissants d'une part, et a montré le phénomène de broutement d'autre part. Les contrôleurs qui suivent sont dédiés aux systèmes du second ordre (ou plus). Dans notre cas, nous avons opté pour les modes glissants d'ordre deux, avec un degré relatif égal à un puis égal à deux. Les algorithmes ont été testés sur le modèle non linéaire de l'avion, afin de stabiliser son attitude.

4. Mise en œuvre de la Commande par Régimes Glissants sur le drone à voilure fixe

Le passage d'un contrôleur à l'autre nous a permis de connaître les performances et les inconvénients de chacun. Le point commun entre ces lois de commande est la convergence en temps fini, la stabilité du système et la robustesse vis-à-vis des perturbations extérieures et des bruits de mesure. Le problème major des modes glissants ne peut être atténué complètement, mais réduit d'une manière considérable.

Conclusion générale

Durant les dernières années les robots volants, nommés aussi drones, ont envahi le monde de la technologie. Démarrant de l'idée principale qui consistait à remplacer les combattants dans les guerres, ces véhicules sont devenus indispensables dans différents domaines.

Leurs avantages sont innombrables, néanmoins, leurs inconvénients présentent des défis dans le domaine de la recherche.

La phase principale dans la conception d'un drone réside dans sa modélisation. Vu que son fonctionnement est basé sur l'aérodynamique et la mécanique du vol, la définition d'un modèle qui le décrit parfaitement nécessite beaucoup d'effort et de moyens (soufflerie,...). Plusieurs travaux dans la littérature ont traité cette problématique.

L'étape qui suit consiste à faire voler l'avion, et ce en pilotant ses surfaces de déflexion et en gérant le contrôle de son moteur de sorte qu'il maintienne sa stabilité dans l'enveloppe de vol jusqu'à ce qu'il atteigne sa destination prévue.

Les travaux de recherche menés dans ce sens ont touché à plusieurs techniques de commande, telles que la commande fréquentielle classique, la commande floue, neuronale, hybride, adaptative, à structure variable,... etc.

Dans cette thèse nous nous sommes concentrés sur les modes glissants d'ordre supérieur qui sont réputés par leur robustesse et qui compensent les incertitudes de modélisation.

Au début, nous avons rappelé les principes fondamentaux de la commande par modes glissants. Ces derniers, rendent le système commandé insensible aux perturbations extérieures et aux variations paramétriques une fois le régime glissant atteint.

Cependant, ces avantages ont un prix qu'est le broutement. Les fortes oscillations que génèrent ces contrôleurs peuvent nuire au système.

Pour les atténuer, nous avons utilisé les modes glissants d'ordre deux. À savoir, le Terminal Sliding mode Non Singulier et le Super twisting qui sont dédiés aux systèmes ayant un degré relatif égal à un.

L'introduction d'un intégrateur dans la commande fait augmenter artificiellement le degré relatif du système ce qui rend la commande moins brutalisée et réduit le chattering.

Pour cela, nous avons utilisé l'algorithme du Twisting et un nouvel algorithme de Super twisting homogène. Ce dernier a amélioré les performances du contrôleur vu les résultats qu'il a fournis.

L'utilisation de ces contrôleurs nous a permis de connaître les performances et les inconvénients de chacun. Le point commun entre ces lois de commande est la convergence en temps fini, la stabilité du système et la robustesse vis-à-vis des perturbations et des erreurs de modélisation. Le problème major des modes glissants ne peut être atténué complètement, mais réduit d'une manière considérable.

Ce travail de thèse nous a permis de nous introduire dans le monde de l'aéronautique et de comprendre le fonctionnement des avions.

Les algorithmes de commande implémentés sur le modèle de l'avion peuvent servir comme un pilote automatique apte à compenser les manœuvres indésirables.

Le travail effectué en simulation prépare le terrain pour d'éventuels tests en vol réel.

Il serait judicieux d'employer des algorithmes d'optimisation qui permettront d'obtenir de meilleurs gains afin d'améliorer davantage les résultats obtenus et étudier la consommation d'énergie de chaque contrôleur afin de choisir celui qui offre les meilleures performances.

Annexe

Annexe chapitre 2

1. Fonctions du modèle non linéaire de l'avion

Les expressions des fonctions f_i ; g_{ij} sont obtenues en remplaçant les coefficients aérodynamiques par leurs expressions :

$$\begin{aligned}
 f_1(x) &= P + \tan\theta(Q\sin\phi + R\cos\phi) \\
 f_2(x) &= Q\cos\phi - R\sin\phi \\
 f_3(x) &= (Q\sin\phi + R\cos\phi) / \cos\theta \\
 f_4(x) &= -U\sin\theta + V\sin\phi\cos\theta + W\cos\phi\cos\theta \\
 f_5(x) &= (c_1R + c_2P)Q + qSb\left(c_3\left(Cl_\beta\beta + (b/2Va)(Cl_P P + Cl_R R)\right) + c_4\left(Cn_\beta\beta + (b/2Va)(Cn_P P + Cn_R R)\right)\right) \quad (A.1) \\
 f_6(x) &= c_5PR - c_6(P^2 - R^2) + c_7qSc\left(Cm_0 + Cm_\alpha\alpha + (c/2Va)(Cm_\dot{\alpha}\dot{\alpha} + Cm_Q Q)\right) \\
 f_7(x) &= (c_8P - c_2R)Q + qSb\left(c_4\left((Cl_\beta\beta + (b/2Va)(Cl_P P + Cl_R R)\right) + c_9\left(Cn_\beta\beta + (b/2Va)(Cn_P P + Cn_R R)\right)\right) \\
 f_8(x) &= RV - QW - g\sin\theta + (1/m)qS\left((C_{L0} + C_{L\alpha}\alpha + (c/2Va)(C_{L\dot{\alpha}}\dot{\alpha} + C_{LQ}Q))\sin\alpha - \right. \\
 &\quad \left. (C_{D0} + (1/\pi AR)(C_L - C_{L\min}))\cos\alpha\right) \\
 g_{51} &= c_3qSb(c_3Cl_{\delta a} + c_4Cn_{\delta a}) \\
 g_{53} &= qSb(c_3Cl_{\delta r} + c_4Cn_{\delta r}) \\
 g_{62} &= c_7qSc Cm_{\delta e} \\
 g_{71} &= qSb(c_4Cl_{\delta a} + c_9Cn_{\delta a}(Cn_P P + Cn_R R)) \\
 g_{73} &= qSb(c_4Cl_{\delta r} + c_9Cn_{\delta r}) \\
 g_{82} &= (1/m)qS(C_{L\delta e} - C_{D\delta e})\cos\alpha \\
 g_{83} &= -(1/m)qSC_{D\delta r}\cos\alpha \\
 g_{84} &= km.\rho Va^{-1}
 \end{aligned} \quad (A.2)$$

2. Expression des variables du modèle couplé de l'avion (chapitre 4)

$$A_{11} = A + A_1c_7MI + (A_2c_4 + c_3)L_1 + (A_2c_9 + c_4)N_1$$

$$\begin{aligned}
 A &= (Q\cos\phi - R\sin\phi)(Q\sin\phi + R\cos\phi) / \cos^2\theta + \\
 &\quad \tan\theta(Q\cos\phi - R\sin\phi)(P + \tan\theta(Q\sin\phi + R\cos\phi)) + \\
 &\quad (c_1R + c_2P)Q + \tan\theta\sin\phi(c_5PR - c_6(P^2 - R^2)) + \\
 &\quad \tan\theta\cos\phi(c_8P - c_2R)Q
 \end{aligned}$$

$$A_1 = \tan\theta\sin\phi$$

Annexe chapitre 2

$$A_2 = \tan\theta \cos\phi$$

$$M_1 = qSc(cm_0 + c_m\alpha^*\alpha + (c/2Va)(cm\dot{\alpha}^*\dot{\alpha} + cmq^*Q))$$

$$L_1 = qSb(cl\beta^*\beta + (b/2Va)(clp^*P + clr^*R))$$

$$N_1 = qSb(cn\beta^*\beta + (b/2Va)(cnp^*P + cnr^*R))$$

$$Ae = A_1 * c_7 * q^* S^* c^* cm\delta e$$

$$Aa = qSb((A_2c_4 + c_3)cl\delta a + (A_2c_9 + c_4)cn\delta a)$$

$$Ar = qSb((A_2c_4 + c_3)cl\delta r + (A_2c_9 + c_4)cn\delta r)$$

$$B_{11} = B + \cos\phi c_7 M_1 - \sin\phi c_4 L_1 - \sin\phi c_9 N_1$$

$$B = -(Q\sin\phi + R\cos\phi)(P + \tan\theta(Q\sin\phi + R\cos\phi)) + \cos\phi(c_5PR - c_6(P^2 - R^2)) - \sin\phi(c_8P - c_2R)Q$$

$$Be = \cos\phi c_7 q S c m \delta e$$

$$Ba = -qSb\sin\phi(c_4cl\delta a + c_9cn\delta a)$$

$$Br = -qSb\sin\phi(c_4cl\delta r + c_9cn\delta r)$$

$$C_{11} = C + C_1c_7M_1 + C_2c_4L_1 + C_2c_9N_1$$

$$C = (\sin\theta\sin\phi / \cos^2\theta + \cos\phi / \cos\theta)\dot{\phi}Q + (\sin\theta\cos\phi / \cos^2\theta - \sin\phi / \cos\theta)\dot{\phi}R + (\sin\phi / \cos\theta)(c_5PR - c_6(P^2 - R^2)) + (\cos\phi / \cos\theta)(c_8P - c_2R)Q$$

$$C_1 = \sin\phi / \cos\theta$$

$$C_2 = \cos\phi / \cos\theta$$

$$Ce = C_1c_7qScm\delta e$$

$$Ca = C_2qSb(c_4cl\delta a + c_9cn\delta a)$$

$$Cr = C_2qSb(c_4cl\delta r + c_9cn\delta r)$$

3. Linéarisation du modèle de l'avion

Les équations du modèle aérodynamique de l'avion en état d'équilibre sont obtenues en utilisant une expansion linéaire de la série de Taylor des forces et des moments aérodynamiques autour du point d'équilibre [2,3].

Par exemple :

$$F_x = F_{x_0} + F_{x_U} \Delta U + F_{x_V} \Delta V + \dots + F_{x_\delta} \Delta \delta \quad (\text{A.3})$$

L'équation (A.3) est valable pour les forces F_y, F_z et les moments L, M et N . L'expansion peut également être faite en termes de V_a, α, β au lieu de U, V et W .

Dans l'équation (A.3), F_{x_0} représente la composante de la force en état stationnaire. Les termes : $F_{x_U} = \left. \frac{\partial F_x}{\partial U} \right|_0, F_{x_V} = \left. \frac{\partial F_x}{\partial V} \right|_0 \dots$ sont les dérivées partielles par rapport à U, V, \dots, δ .

L'expression (A.3) est une approximation de la série de Taylor tronquée pour ne conserver que les termes linéaires. Cette approximation n'est valable que pour de petites perturbations où les termes d'ordre supérieur sont omis impliquant la négligence des multiplications de petites quantités de perturbations par rapport aux termes du premier ordre. Les paramètres du modèle $F_{x_U}, F_{x_V} \dots F_{x_\delta}$ sont des constantes associées à la condition de référence.

L'équation (A.3) ainsi que les autres équations de forces F_y, F_z et de moments L, M et N peuvent être simplifiées en négligeant :

- La dépendance des forces et du moment longitudinaux (F_x, F_z et M) aux variables latérales V, P, R .
- La dépendance de la force et des moments latéraux (F_y, L, N) aux variables longitudinales U, V, Q .

Les équations simplifiées sont ensuite augmentées en ajoutant deux termes $F_{z_{\dot{w}}} \Delta \dot{W}$ et $M_{\dot{w}} \Delta \dot{W}$ (ou leurs équivalents $F_{z_{\dot{\alpha}}} \Delta \dot{\alpha}, M_{\dot{\alpha}} \Delta \dot{\alpha}$ sachant que $\dot{\alpha} = \dot{W}/U_0$).

En considérant les simplifications et les termes ajoutés ci-dessus, les équations linéaires du modèle s'écrivent comme suit :

- Équations longitudinales :

$$\begin{aligned} F_x &= F_{x_0} + F_{x_U} \Delta U + F_{x_W} \Delta W + F_{x_Q} \Delta Q + F_{x_\delta} \Delta \delta \\ F_z &= F_{z_0} + F_{z_U} \Delta U + F_{z_W} \Delta W + F_{z_{\dot{w}}} \Delta \dot{W} + F_{z_Q} \Delta Q + F_{z_\delta} \Delta \delta \\ M &= M_0 + M_U \Delta U + M_W \Delta W + M_{\dot{w}} \Delta \dot{W} + M_Q \Delta Q + M_\delta \Delta \delta \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

Annexe chapitre 2

- Équations latérales :

$$\begin{aligned}
 Fy &= Fy_0 + Fy_v \Delta V + Fy_p P + Fy_R R + Fy_\delta \Delta \delta \\
 L &= L_0 + L_v \Delta V + L_p P + L_R R + L_\delta \Delta \delta \\
 N &= N_0 + N_v \Delta V + N_p P + N_R R + N_\delta \Delta \delta
 \end{aligned} \tag{A.5}$$

Les perturbations des vitesses angulaires n'ont pas de notation Δ car ces vitesses sont supposées nulles en état stationnaire, donc les vitesses angulaires sont identiques à leurs valeurs de perturbation (par exemple $\Delta P = P$).

Pour les variables d'état Va , α , β , P , Q , R et les composantes des forces aérodynamiques en termes de la portance L et de la traînée D , les équations sont :

- Équations longitudinales :

$$\begin{aligned}
 D &= D_0 + D_{Va} \Delta Va + D_\alpha \Delta \alpha + D_Q Q + D_\delta \Delta \delta \\
 L &= L_0 + L_{Va} \Delta Va + L_\alpha \Delta \alpha + L_{\dot{\alpha}} \Delta \dot{\alpha} + L_Q Q + L_\delta \Delta \delta \\
 M &= M_0 + M_{Va} \Delta Va + M_\alpha \Delta \alpha + M_{\dot{\alpha}} \Delta \dot{\alpha} + M_Q Q + M_\delta \Delta \delta
 \end{aligned} \tag{A.6}$$

- Équations latérales :

$$\begin{aligned}
 Fy &= Fy_0 + Fy_\beta \Delta \beta + Fy_p P + Fy_R R + Fy_\delta \Delta \delta \\
 L &= L_0 + L_\beta \Delta \beta + L_p P + L_R R + L_\delta \Delta \delta \\
 N &= N_0 + N_\beta \Delta \beta + N_p P + N_R R + N_\delta \Delta \delta
 \end{aligned} \tag{A.7}$$

Les paramètres du modèle représentant les dérivées partielles dans les équations (A.4)-(A.7) sont appelés les dérivées dimensionnelles. Ils peuvent être exprimés en termes de dérivées partielles des coefficients aérodynamiques non dimensionnelles. Par exemple, pour les termes de sustentation (Lift) présentés dans l'équation (A.6) :

$$\begin{aligned}
 L_{Va} &= \left. \frac{\partial}{\partial Va} \left(\frac{1}{2} \rho Va^2 S C_L \right) \right|_0 = \rho_0 Va_0 S C_{L0} + \frac{1}{2} \rho_0 Va_0^2 S \left. \frac{\partial C_L}{\partial Va} \right|_0 \\
 L_\alpha &= \left. \frac{1}{2} \rho_0 Va_0^2 S \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} \right|_0 ; L_{\dot{\alpha}} = \left. \frac{1}{2} \rho_0 Va_0^2 S \frac{\partial C_L}{\partial \dot{\alpha}} \right|_0 \\
 L_Q &= \left. \frac{1}{2} \rho_0 Va_0^2 S \frac{\partial C_L}{\partial Q} \right|_0 ; L_\delta = \left. \frac{1}{2} \rho_0 Va_0^2 S \frac{\partial C_L}{\partial \delta} \right|_0
 \end{aligned} \tag{A.8}$$

Cette expression est valable pour tous les éléments des équations (A.4)-(A.7).

Annexe chapitre 2

L'équation (A.8) montre que les dérivées dimensionnelles dépendent de la vitesse de référence Va_0 et de la densité de l'air ρ qui varie avec les conditions atmosphériques et l'altitude.

Pour l'identification d'un avion, il est plus pratique d'utiliser les dérivées non dimensionnelles des coefficients non dimensionnels des forces et des moments aérodynamiques C_D ou C_x, C_y, C_L ou C_z, Cl, Cm et Cn , cela supprime la dépendance à la vitesse et à la densité de l'air, et normalise les dérivées partielles [3]. Ces dérivées sont obtenues à partir des relations suivantes:

$$\begin{aligned} C_x &= C_x(U, W, Q, \delta) \\ C_z &= C_z(U, W, \dot{W}, Q, \delta) \\ C_m &= C_m(U, W, \dot{W}, Q, \delta) \end{aligned} \quad (A.9)$$

Ou :

$$\begin{aligned} C_D &= C_D(Va, \alpha, Q, \delta) \\ C_L &= C_L(Va, \alpha, \dot{\alpha}, Q, \delta) \\ C_m &= C_m(Va, \alpha, \dot{\alpha}, Q, \delta) \end{aligned} \quad (A.10)$$

Et :

$$\begin{aligned} C_y &= C_y(\beta, P, R, \delta) \\ Cl &= Cl(\beta, P, R, \delta) \\ Cn &= Cn(\beta, P, R, \delta) \end{aligned} \quad (A.11)$$

Alors :

$$\begin{aligned} C_x &= C_{x_0} + C_{x_U} \frac{\Delta U}{U_0} + C_{x_W} \frac{\Delta W}{U_0} + C_{x_Q} \frac{\bar{q}c}{2U_0} + C_{x_\delta} \Delta\delta \\ C_z &= C_{z_0} + C_{z_U} \frac{\Delta U}{U_0} + C_{z_W} \frac{\Delta W}{U_0} + C_{z_{\dot{W}}} \frac{\dot{W}}{U_0} \frac{c}{2U_0} + C_{z_Q} \frac{\bar{q}c}{2U_0} + C_{z_\delta} \Delta\delta \\ C_m &= C_{m_0} + C_{m_U} \frac{\Delta U}{U_0} + C_{m_W} \frac{\Delta W}{U_0} + C_{m_{\dot{W}}} \frac{\dot{W}}{U_0} \frac{c}{2U_0} + C_{m_Q} \frac{\bar{q}c}{2U_0} + C_{m_\delta} \Delta\delta \end{aligned} \quad (A.12)$$

Ou :

Annexe chapitre 2

$$\begin{aligned}
 C_D &= C_{D0} + C_{DVa} \frac{\Delta Va}{Va_0} + C_{D\alpha} \Delta\alpha + C_{DQ} \frac{\bar{q}c}{2Va_0} + C_{D\delta} \Delta\delta \\
 C_L &= C_{L0} + C_{LVa} \frac{\Delta Va}{Va_0} + C_{L\alpha} \Delta\alpha + C_{L\dot{\alpha}} \frac{\dot{\alpha}c}{2Va_0} + C_{LQ} \frac{\bar{q}c}{2Va_0} + C_{L\delta} \Delta\delta \\
 Cm &= Cm_0 + Cm_{Va} \frac{\Delta Va}{Va_0} + Cm_{\alpha} \Delta\alpha + Cm_{\dot{\alpha}} \frac{\dot{\alpha}c}{2Va_0} + Cm_Q \frac{\bar{q}c}{2Va_0} + Cm_{\delta} \Delta\delta
 \end{aligned} \tag{A.13}$$

Et :

$$\begin{aligned}
 Cy &= Cy_0 + Cy_{\beta} \Delta\beta + Cy_P \frac{bP}{2Va_0} + Cy_R \frac{bR}{2Va_0} + Cy_{\delta} \Delta\delta \\
 Cl &= Cl_0 + Cl_{\beta} \Delta\beta + Cl_P \frac{bP}{2Va_0} + Cl_R \frac{bR}{2Va_0} + Cl_{\delta} \Delta\delta \\
 Cn &= Cn_0 + Cn_{\beta} \Delta\beta + Cn_P \frac{bP}{2Va_0} + Cn_R \frac{bR}{2Va_0} + Cn_{\delta} \Delta\delta
 \end{aligned} \tag{A.14}$$

Dans les équations (A.12) et (A.13) :

$$\begin{aligned}
 Cx_U &= U_0 \left. \frac{\partial Cx}{\partial U} \right|_0 ; Cx_W = U_0 \left. \frac{\partial Cx}{\partial W} \right|_0 ; Cx_{\dot{W}} = \frac{2U_0^2}{c} \left. \frac{\partial Cx}{\partial \dot{W}} \right|_0 ; Cx_Q = \frac{2U_0}{c} \left. \frac{\partial Cx}{\partial Q} \right|_0 ; Cx_{\delta} = \left. \frac{\partial Cx}{\partial \delta} \right|_0 \\
 Cz_U &= U_0 \left. \frac{\partial Cz}{\partial U} \right|_0 ; Cz_W = U_0 \left. \frac{\partial Cz}{\partial W} \right|_0 ; Cz_{\dot{W}} = \frac{2U_0^2}{c} \left. \frac{\partial Cz}{\partial \dot{W}} \right|_0 ; Cz_Q = \frac{2U_0}{c} \left. \frac{\partial Cz}{\partial Q} \right|_0 ; Cz_{\delta} = \left. \frac{\partial Cz}{\partial \delta} \right|_0 \\
 Cm_U &= U_0 \left. \frac{\partial Cm}{\partial U} \right|_0 ; Cm_W = U_0 \left. \frac{\partial Cm}{\partial W} \right|_0 ; Cm_{\dot{W}} = \frac{2U_0^2}{c} \left. \frac{\partial Cm}{\partial \dot{W}} \right|_0 ; Cm_Q = \frac{2U_0}{c} \left. \frac{\partial Cm}{\partial Q} \right|_0 ; Cm_{\delta} = \left. \frac{\partial Cm}{\partial \delta} \right|_0
 \end{aligned} \tag{A.15}$$

$$\begin{aligned}
 C_{DVa} &= Va_0 \left. \frac{\partial C_D}{\partial Va} \right|_0 ; C_{D\alpha} = \left. \frac{\partial C_D}{\partial \alpha} \right|_0 ; C_{D\dot{\alpha}} = \frac{2Va_0}{c} \left. \frac{\partial C_D}{\partial \dot{\alpha}} \right|_0 ; C_{DQ} = \frac{2Va_0}{c} \left. \frac{\partial C_D}{\partial Q} \right|_0 ; C_{D\delta} = \left. \frac{\partial C_D}{\partial \delta} \right|_0 \\
 C_{LVa} &= Va_0 \left. \frac{\partial C_L}{\partial Va} \right|_0 ; C_{L\alpha} = \left. \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} \right|_0 ; C_{L\dot{\alpha}} = \frac{2Va_0}{c} \left. \frac{\partial C_L}{\partial \dot{\alpha}} \right|_0 ; C_{LQ} = \frac{2Va_0}{c} \left. \frac{\partial C_L}{\partial Q} \right|_0 ; C_{L\delta} = \left. \frac{\partial C_L}{\partial \delta} \right|_0 \\
 Cm_{Va} &= Va_0 \left. \frac{\partial Cm}{\partial Va} \right|_0 ; Cm_{\alpha} = \left. \frac{\partial Cm}{\partial \alpha} \right|_0 ; Cm_{\dot{\alpha}} = \frac{2Va_0}{c} \left. \frac{\partial Cm}{\partial \dot{\alpha}} \right|_0 ; Cm_Q = \frac{2Va_0}{c} \left. \frac{\partial Cm}{\partial Q} \right|_0 ; Cm_{\delta} = \left. \frac{\partial Cm}{\partial \delta} \right|_0
 \end{aligned} \tag{A.16}$$

Également, pour l'équation (A.14) :

Annexe chapitre 2

$$\begin{aligned}
 C_{y_\beta} &= \left. \frac{\partial C_y}{\partial \beta} \right|_0; C_{y_P} = \frac{2Va_0}{b} \left. \frac{\partial C_y}{\partial P} \right|_0; C_{y_R} = \frac{2Va_0}{b} \left. \frac{\partial C_y}{\partial R} \right|_0; C_{y_\delta} = \left. \frac{\partial C_y}{\partial \delta} \right|_0 \\
 C_{l_\beta} &= \left. \frac{\partial Cl}{\partial \beta} \right|_0; C_{l_P} = \frac{2Va_0}{b} \left. \frac{\partial Cl}{\partial P} \right|_0; C_{l_R} = \frac{2Va_0}{b} \left. \frac{\partial Cl}{\partial R} \right|_0; C_{l_\delta} = \left. \frac{\partial Cl}{\partial \delta} \right|_0 \\
 C_{n_\beta} &= \left. \frac{\partial Cn}{\partial \beta} \right|_0; C_{n_P} = \frac{2Va_0}{b} \left. \frac{\partial Cn}{\partial P} \right|_0; C_{n_R} = \frac{2Va_0}{b} \left. \frac{\partial Cn}{\partial R} \right|_0; C_{n_\delta} = \left. \frac{\partial Cn}{\partial \delta} \right|_0
 \end{aligned} \tag{A.17}$$

Les quantités définies dans les équations (A.15) - (A.17) représentent les dérivées non dimensionnelles de stabilité et de contrôle. Les dérivées de stabilité impliquent des dérivées partielles par rapport aux états; tandis que les dérivées de contrôle impliquent des dérivées partielles relatives aux contrôles.

Les dérivées de stabilité peuvent être divisées en dérivées de stabilité statique pour les dérivées associées aux grandeurs liées à la vitesse de l'air ($U, V, W, Va, \alpha, \beta$), les dérivées de stabilité dynamique pour les dérivées associées aux vitesses angulaires (P, Q, R), et les dérivées associées aux aérodynamiques instables ($\dot{W}, \dot{\alpha}$).

Dans l'équation (A.13), l'estimation des dérivées de $\dot{\alpha}$ et Q peut conduire à une indétermination dans la modélisation [2], cela est dû à la similarité des historiques de $\dot{\alpha}$ et Q pour un mouvement typique de l'avion. Pour éviter ce problème, les termes de $\dot{\alpha}$ et Q peuvent être regroupés et une seule dérivée équivalente est identifiée. Les équations du modèle seraient :

$$\begin{aligned}
 C_D &= C_{D0} + C_{DVa} \frac{\Delta Va}{Va_0} + C_{D\alpha} \Delta \alpha + C_{DQ} \frac{\bar{q}_0 c}{2Va_0} + C_{D\delta} \Delta \delta \\
 C_L &= C_{L0} + C_{LVa} \frac{\Delta Va}{Va_0} + C_{L\alpha} \Delta \alpha + \bar{C}_{LQ} \frac{\bar{q}_0 c}{2Va_0} + C_{L\delta} \Delta \delta \\
 C_m &= C_{m0} + C_{mVa} \frac{\Delta Va}{Va_0} + C_{m\alpha} \Delta \alpha + \bar{C}_{mQ} \frac{\bar{q}_0 c}{2Va_0} + C_{m\delta} \Delta \delta
 \end{aligned} \tag{A.18}$$

Où :

$$\bar{C}_{LQ} = C_{L\dot{\alpha}} + C_{LQ}; \quad \bar{C}_{mQ} = C_{m\dot{\alpha}} + C_{mQ} \tag{A.19}$$

4. Représentation d'état du modèle linéaire de l'avion

4.1. Mode longitudinal

Annexe chapitre 2

Les équations du modèle longitudinal sont (2 – 6.1) :

$$\begin{aligned}
 \Delta \dot{V}a &= -\frac{\bar{q}_0 S}{m} \left(C_{DVa} \frac{\Delta Va}{Va_0} + C_{D\alpha} \Delta\alpha + C_{DQ} \frac{\bar{q}_0 c}{2Va_0} + C_{D\delta} \Delta\delta \right) - \\
 &\quad g \cos \gamma_0 (\Delta\theta - \Delta\alpha) - \frac{T_0 \sin \alpha_0}{m} \Delta\alpha + \frac{\cos \alpha_0}{m} \Delta T \\
 \Delta \dot{\alpha} &= -\frac{\bar{q}_0 S}{m Va_0} \left(C_{LVa} \frac{\Delta Va}{Va_0} + C_{L\alpha} \Delta\alpha + \bar{C}_{LQ} \frac{\bar{q}_0 c}{2Va_0} + C_{L\delta} \Delta\delta \right) + \\
 &\quad Q - \frac{g \sin \gamma_0}{Va_0} (\Delta\theta - \Delta\alpha) - \frac{T_0 \cos \alpha_0}{m Va_0} \Delta\alpha - \frac{T_0 \sin \alpha_0}{m Va_0} \Delta T \\
 \dot{Q} &= \frac{\bar{q}_0 S c}{I_y} \left(C_{m_{Va}} \frac{\Delta Va}{Va_0} + C_{m_\alpha} \Delta\alpha + \bar{C}_{m_Q} \frac{\bar{q}_0 c}{2Va_0} + C_{m_\delta} \Delta\delta \right) \\
 \Delta \dot{\theta} &= Q
 \end{aligned} \tag{A.20}$$

En développant ces équations, nous obtenons :

$$\begin{aligned}
 \Delta \dot{V}a &= -\frac{\bar{q}_0 S C_{DVa}}{m Va_0} \Delta Va - \left(\frac{\bar{q}_0 S}{m} C_{D\alpha} + \frac{T_0 \sin \alpha_0}{m} - g \cos \gamma_0 \right) \Delta\alpha - \\
 &\quad \frac{\bar{q}_0 S}{m} C_{DQ} - g \cos \gamma_0 \Delta\theta + \frac{\cos \alpha_0}{m} \Delta T - \frac{\bar{q}_0 S}{m} C_{D\delta} \Delta\delta \\
 \Delta \dot{\alpha} &= -\frac{\bar{q}_0 S C_{LVa}}{m Va_0^2} \Delta Va - \left(\frac{\bar{q}_0 S}{m Va_0} C_{L\alpha} + \frac{g \sin \gamma_0}{Va_0} + \frac{T_0 \cos \alpha_0}{m Va_0} \right) \Delta\alpha - \frac{\bar{q}_0^2 S c}{2m Va_0^2} \bar{C}_{LQ} + \\
 &\quad Q - \frac{g \sin \gamma_0}{Va_0} \Delta\theta - \frac{T_0 \sin \alpha_0}{m Va_0} \Delta T - \frac{\bar{q}_0 S}{m Va_0} C_{L\delta} \Delta\delta \\
 \dot{Q} &= \frac{\bar{q}_0 S c C_{m_{Va}}}{I_y Va_0} \Delta Va + \frac{\bar{q}_0 S c C_{m_\alpha}}{I_y} \Delta\alpha + \frac{\bar{q}_0^2 S c^2}{2I_y Va_0} \bar{C}_{m_Q} + \frac{\bar{q}_0 S c}{I_y} C_{m_\delta} \Delta\delta \\
 \Delta \dot{\theta} &= Q
 \end{aligned} \tag{A.21}$$

L'équation (A.21) s'écrit sous une forme matricielle comme suit :

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{V}_a \\ \Delta \dot{\alpha} \\ \dot{Q} \\ \Delta \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{\bar{q}_0 S C_{DVa}}{m V a_0} & -\frac{\bar{q}_0 S}{m} C_{D\alpha} - \frac{T_0 \sin \alpha_0}{m} - g \cos \gamma_0 & 0 & -g \cos \gamma_0 \\ -\frac{\bar{q}_0 S C_{LVa}}{m V a_0^2} & \frac{\bar{q}_0 S}{m V a_0} C_{L\alpha} + \frac{g \sin \gamma_0}{V a_0} + \frac{T_0 \cos \alpha_0}{m V a_0} & 1 & -\frac{g \sin \gamma_0}{V a_0} \\ \frac{\bar{q}_0 S c C m_{Va}}{I_y V a_0} & \frac{\bar{q}_0 S c C m_{\alpha}}{I_y} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V_a \\ \Delta \alpha \\ Q \\ \Delta \theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\cos \alpha_0}{m} & -\frac{\bar{q}_0 S}{m} C_{D\delta} \\ \frac{T_0 \sin \alpha_0}{m V a_0} & -\frac{\bar{q}_0 S}{m V a_0} C_{L\delta} \\ 0 & \frac{\bar{q}_0 S c}{I_y} C m_{\delta} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta T \\ \Delta \delta e \end{bmatrix} \quad (A.22)$$

4.2. Mode latéral

Les équations du modèle latéral sont déduites de (2-5.12) :

$$\begin{aligned} \Delta \dot{\beta} &= \frac{\bar{q}_0 S}{m V a_0} \left(C_{y\beta} \Delta \beta + C_{y_P} \frac{bP}{2V a_0} + C_{y_R} \frac{bR}{2V a_0} + C_{y_\delta} \Delta \delta \right) + \\ & P \sin \alpha_0 - R \cos \alpha_0 + \frac{g \cos \theta_0}{V a_0} \phi \\ \dot{P} - \frac{I_{xz}}{I_x} \dot{R} &= \frac{\bar{q}_0 S b}{I_x} \left(C_{l_\beta} \Delta \beta + C_{l_P} \frac{bP}{2V a_0} + C_{l_R} \frac{bR}{2V a_0} + C_{l_\delta} \Delta \delta \right) \\ \dot{R} - \frac{I_{xz}}{I_z} \dot{P} &= \frac{\bar{q}_0 S b}{I_z} \left(C_{n_\beta} \Delta \beta + C_{n_P} \frac{bP}{2V a_0} + C_{n_R} \frac{bR}{2V a_0} + C_{n_\delta} \Delta \delta \right) \\ \Delta \dot{\phi} &= P + \tan \theta_0 R \end{aligned} \quad (A.23)$$

Comme il a été fait pour (A.20) :

$$\begin{aligned} \Delta \dot{\beta} &= \frac{\bar{q}_0 S C_{y\beta}}{m V a_0} \Delta \beta + \left(\frac{\bar{q}_0 S b C_{y_P}}{2m V a_0^2} + \sin \alpha_0 \right) P + \left(\frac{\bar{q}_0 S b C_{y_R}}{2m V a_0^2} - \cos \alpha_0 \right) R + \\ & \frac{g \cos \theta_0}{V a_0} \phi + \frac{\bar{q}_0 S}{m V a_0} C_{y_\delta} \Delta \delta \\ \dot{P} - \frac{I_{xz}}{I_x} \dot{R} &= \frac{\bar{q}_0 S b C_{l_\beta}}{I_x} \Delta \beta + \frac{\bar{q}_0 S b^2 C_{l_P}}{2I_x V a_0} P + \frac{\bar{q}_0 S b^2 C_{l_R}}{2I_x V a_0} R + \frac{\bar{q}_0 S b}{I_x} C_{l_\delta} \Delta \delta \\ \dot{R} - \frac{I_{xz}}{I_z} \dot{P} &= \frac{\bar{q}_0 S b C_{n_\beta}}{I_z} \Delta \beta + \frac{\bar{q}_0 S b^2 C_{n_P}}{2I_z V a_0} P + \frac{\bar{q}_0 S b^2 C_{n_R}}{2I_z V a_0} R + \frac{\bar{q}_0 S b}{I_z} C_{n_\delta} \Delta \delta \\ \Delta \dot{\phi} &= P + \tan \theta_0 R \end{aligned} \quad (A.24)$$

Annexe chapitre 2

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_x & -I_{xz} & 0 \\ 0 & -I_{xz} & I_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\dot{\beta} \\ \dot{P} \\ \dot{R} \\ \Delta\dot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\bar{q}_0 S C y_{\beta}}{m V a_0} & \frac{\bar{q}_0 S b C y_P}{2 m V a_0^2} + \sin \alpha_0 & \frac{\bar{q}_0 b S C y_R}{2 m V a_0^2} - \cos \alpha_0 & \frac{g \cos \theta_0}{V a_0} \\ \frac{\bar{q}_0 S b C l_{\beta}}{I_x} & \frac{\bar{q}_0 S b^2 C l_P}{2 I_x V a_0} & \frac{\bar{q}_0 S b^2 C l_R}{2 I_x V a_0} & 0 \\ \frac{\bar{q}_0 S b C n_{\beta}}{I_z} & \frac{\bar{q}_0 S b^2 C n_P}{2 I_z V a_0} & \frac{\bar{q}_0 S b^2 C n_R}{2 I_z V a_0} & 0 \\ 0 & 1 & \tan \theta_0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\beta \\ P \\ R \\ \phi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\bar{q}_0 S}{m V a_0} C y_{\delta a} & \frac{\bar{q}_0 S}{m V a_0} C y_{\delta r} \\ \frac{\bar{q}_0 S b}{I_x} C l_{\delta a} & \frac{\bar{q}_0 S b}{I_x} C l_{\delta r} \\ \frac{\bar{q}_0 S b}{I_z} C n_{\delta a} & \frac{\bar{q}_0 S b}{I_z} C n_{\delta r} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\delta a \\ \Delta\delta r \end{bmatrix} \quad (\text{A.25})$$

5. Liste des coefficients aérodynamiques

Tableau A1. Valeurs numériques des moments d'inertie

Moment d'inertie	Valeur minimale	Valeur nominale	Valeur maximale
I_x (kgm^2)	7.74×10^{-2}	8.94×10^{-2}	1.03×10^{-1}
I_y (kgm^2)	1.24×10^{-1}	1.44×10^{-1}	1.59×10^{-1}
I_z (kgm^2)	1.34×10^{-1}	1.62×10^{-1}	1.99×10^{-1}
I_{xz} (kgm^2)	1.12×10^{-2}	1.40×10^{-2}	1.68×10^{-2}
I_p (kgm^2)	1.29×10^{-4}	1.30×10^{-4}	1.31×10^{-4}

Tableau A2. Valeurs numériques des coefficients aérodynamiques

Coefficient	Valeur minimale	Valeur nominale	Valeur maximale
C_{L0}	2.19×10^{-1}	2.30×10^{-1}	2.42×10^{-1}
$C_{L\alpha}$	4.35	4.58	4.81
$C_{L\delta e}$	1.24×10^{-1}	1.30×10^{-1}	1.37×10^{-1}
$C_{L\dot{\alpha}}$	1.87	1.97	2.07
C_{LQ}	7.56	7.95	8.35
$C_{L\min}$	2.19×10^{-1}	2.30×10^{-1}	2.42×10^{-1}

Annexe chapitre 2

$C_{D\delta e}$	1.28×10^{-2}	1.35×10^{-2}	1.42×10^{-2}
$C_{D\delta r}$	2.88×10^{-2}	3.03×10^{-2}	3.18×10^{-2}
$C_{D\delta a}$	2.87×10^{-2}	3.02×10^{-2}	3.17×10^{-2}
Cy_β	-8.72×10^{-1}	-8.30×10^{-1}	-7.86×10^{-1}
$Cy_{\delta r}$	1.82×10^{-1}	1.91×10^{-1}	2.01×10^{-1}
Cm_0	1.28×10^{-1}	1.35×10^{-1}	1.42×10^{-1}
Cm_α	-1.58	-1.50	-1.43
$Cm_{\delta e}$	-1.18	-1.13	-1.07
$Cm_{\dot{\alpha}}$	-1.09×10^1	-1.04×10^1	-9.86
Cm_Q	-5.37×10^1	-5.08×10^1	-4.83×10^1
Cn_β	3.27×10^{-2}	3.44×10^{-2}	3.61×10^{-2}
$Cn_{\delta a}$	-1.54×10^{-2}	-1.20×10^{-2}	-8.60×10^{-2}
$Cn_{\delta r}$	-4.10×10^{-2}	-3.45×10^{-2}	-2.79×10^{-2}
Cn_p	-2.81×10^{-2}	-7.50×10^{-2}	-4.31×10^{-2}
Cn_R	-5.32×10^{-1}	-4.11×10^{-1}	-2.90×10^{-1}
Cl_β	-4.20×10^{-2}	-4.00×10^{-2}	-3.80×10^{-2}
$Cl_{\delta a}$	5.60×10^{-2}	6.77×10^{-2}	7.94×10^{-2}
$Cl_{\delta r}$	1.60×10^{-2}	1.68×10^{-2}	1.76×10^{-2}
Cl_p	-4.43×10^{-1}	-4.14×10^{-1}	-3.84×10^{-1}
Cl_R	2.99×10^{-1}	3.99×10^{-1}	4.99×10^{-1}

1. Contrôleur super twisting

Dans cette partie nous allons écrire le contrôleur (3–3.15) dans une autre forme où on fait apparaître les perturbations.

Initialement, cet algorithme est défini par :

$$\begin{cases} \dot{\omega} = -k_1 |S|^\rho \text{sign}(S) + v \\ \dot{v} = -\frac{k_2}{2} \text{sign}(S) \end{cases} \quad (\text{A-1.1})$$

On considère le système (A – 1.2) de degré relatif égal à 1.

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x, t) + g(x, t)u \\ S = S(x, t) \end{cases} \quad (\text{A-1.2})$$

La dynamique de la variable de sortie S se définit par :

$$\dot{S} = \underbrace{\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial S}{\partial x} f(x)}_{a(x, t)} + \underbrace{\frac{\partial S}{\partial x} g(x)}_{b(x, t)} u = a(x, t) + b(x, t)u \quad (\text{A-1.3})$$

Les suppositions suivantes sont à considérer :

A₁. La fonction $b(x, t)$ se compose d'une expression nominale positive $b_0(x, t)$ et d'un terme de perturbation borné $\Delta b(x, t)$:

$$b(x, t) = b_0(x, t) + \Delta b(x, t) \quad (\text{A-1.4})$$

Tel que :

$$\frac{|\Delta b(x, t)|}{b_0(x, t)} = \gamma(x, t) \leq \gamma_1 < 1 \quad (\text{A-1.5})$$

Où γ_1 représente une borne inconnue.

A₂. La fonction $a(x, t)$ est composée de deux composantes bornées :

$$a(x, t) = a_1(x, t) + a_2(x, t) \quad (\text{A-1.6})$$

Avec:

$$|a_1(x, t)| \leq \delta_1 |S|^{1/2} ; \quad |\dot{a}_2(x, t)| \leq \delta_2 \quad (\text{A-1.7})$$

Où δ_1 ; δ_2 sont des constantes positives.

Si on multiplie et on divise l'équation (A – 1.3) par le même terme $b_0(x, t)$, on obtient :

$$\dot{S} = a(x, t) + \frac{b(x, t)}{b_0(x, t)} b_0(x, t) u \quad (\text{A} - 1.8)$$

On pose:

$$\omega = b_0(x, t) u \quad (\text{A} - 1.9)$$

L'expression (A – 1.8) devient :

$$\dot{S} = a(x, t) + \frac{b_0(x, t) + \Delta b(x, t)}{b_0(x, t)} \omega \quad (\text{A} - 1.10)$$

$$\dot{S} = a(x, t) + \underbrace{\left(1 + \frac{\Delta b(x, t)}{b_0(x, t)}\right)}_{b_1(x, t)} \omega = a(x, t) + b_1(x, t) \omega \quad (\text{A} - 1.11)$$

A₃. La fonction b_1 est bornée par :

$$1 - \gamma_1 \leq b_1(x, t) \leq 1 + \gamma_1 \quad (\text{A} - 1.12)$$

En remplaçant (A – 1.1) et (A – 1.6) dans (A – 1.11), on obtient :

$$\dot{S} = a_1(x, t) + a_2(x, t) + b_1(x, t) (-k_1 |S|^{1/2} \text{sign}(S) + v) \quad (\text{A} - 1.13)$$

On pose : $\omega_* = a_2(x, t) + b_1(x, t) v$ avec $\omega_*(0) = 0$

Il en sort:

$$\dot{\omega}_* = \underbrace{\dot{a}_2(x, t) + \dot{b}_1(x, t) v}_{\dot{X}(x, t)} - b_1(x, t) \frac{k_2}{2} \text{sign}(S) \quad (\text{A} - 1.14)$$

A₄. Le terme $\dot{b}_1(x, t) v$ est borné par une constante inconnue $\delta_3 > 0$:

$$\left| \dot{b}_1(x, t) v \right| \leq \left| \dot{b}_1(x, t) \right| \int_0^t \frac{k_2}{2} d\tau \leq \delta_3 \quad (\text{A} - 1.15)$$

De (A – 1.7) et (A – 1.15), on déduit que la borne de la fonction $\dot{X}(x, t)$ existe mais elle est inconnue :

$$\dot{X}(x, t) \leq \delta_2 + \delta_3 = \delta_4 \quad (\text{A-1.16})$$

Les équations (A-1.13) et (A-1.14) forment les nouvelles équations du contrôleur :

$$\begin{cases} \dot{S} = -k_1 b_1(x, t) |S|^{1/2} \text{sign}(S) + \omega_* + a_1(x, t) \\ \dot{\omega}_* = -b_1(x, t) \frac{k_2}{2} \text{sign}(S) + \dot{X}(x, t) \end{cases} \quad (\text{A-1.17})$$

L'équation (A-1.17) représente une autre formulation de l'équation (A-1.1) avec $\omega_*(0) = 0$.

Les termes $a_1(x, t)$ et $\dot{X}(x, t)$ représentent les perturbations, on les remplace par ρ_1 et ρ_2 ($\rho_1; \rho_2 \geq 0$), tel que: $\rho_1 \leq \delta_1 |S|^{1/2}$; $\rho_2 \leq \delta_4$.

La formule (A-1.17) est utilisée dans la démonstration des théorèmes [62] et [75].

2. Analyse de stabilité du contrôleur super twisting

Nous commençons par le cas où les gains sont fixes (théorème [62]).

a. Super twisting à gains fixes

Nous utilisons la formule (A-1.17) pour définir le contrôleur super twisting. D'après le théorème [62], l'origine du système ($x=0$) est un point d'équilibre globalement asymptotiquement stable si les gains vérifient :

$$\begin{cases} k_1 > 2\delta_1 \\ k_2 > k_1 \frac{5\delta_1 k_1 + 6\delta_4 + 4\left(\delta_1 + \frac{\delta_4}{k_1}\right)^2}{2(k_1 - 2\delta_1)} \end{cases} \quad (\text{A-2.1})$$

On propose la fonction candidate de Lyapunov :

$$V = 2k_2 |S| + \frac{1}{2} v^2 + \frac{1}{2} \left(k_1 |S|^{1/2} \text{sign}(S) - v \right)^2 \quad (\text{A-2.2})$$

Sa forme quadratique :

$$V(x) = \zeta^T P \zeta \quad (\text{A-2.3})$$

$$\text{Où : } \zeta^T = \left[|S|^{1/2} \text{sign}(S) \quad v \right] \text{ et } P = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 4k_2 + k_1^2 & -k_1 \\ -k_1 & 2 \end{bmatrix}$$

$V(x)$ est définie positive et radialement non bornée si $k_2 > 0$.

Annexe chapitre 3

Ceci signifie que :

$$\lambda_{\min} \{P\} \|\zeta\|_2^2 \leq V(x) \leq \lambda_{\max} \{P\} \|\zeta\|_2^2 \quad (\text{A-2.4})$$

Où $\|\zeta\|_2^2 = |x_1| + x_2^2$ est la norme Euclidienne de ζ et λ_{\min} ; λ_{\max} sont les valeurs propres min et max de la matrice P .

La dérivée temporelle de la fonction de Lyapunov est donnée par :

$$\dot{V} = -\frac{1}{|S|^{1/2}} \zeta^T Q \zeta + \frac{\rho_1}{|S|^{1/2}} q_1^T \zeta + \frac{\rho_2 q_2^T \zeta}{2} \quad (\text{A-2.5})$$

Avec :

$$Q = \frac{k_1}{2} \begin{bmatrix} 2k_2 + k_1^2 & -k_1 \\ -k_1 & 2 \end{bmatrix}; q_1^T = \begin{bmatrix} 2k_2 + \frac{k_1^2}{2} & -\frac{k_1}{2} \end{bmatrix} \text{ et } q_2^T = [-k_1 \quad 2]$$

En tenant compte de $\rho_1 \leq \delta_1 |S|^{1/2}$ et $\rho_2 \leq \delta_4$, \dot{V} peut être bornée par :

$$\dot{V} \leq -\frac{1}{|S|^{1/2}} \zeta^T \tilde{Q} \zeta \quad (\text{A-2.6})$$

Avec:

$$\tilde{Q} = \frac{k_1}{2} \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} \\ Q_{21} & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A-2.7})$$

$$Q_{11} = \frac{k_1}{2} \left(2k_2 + k_1^2 - \left(\frac{4k_2}{k_1} + k_1 \right) \delta_1 - 2\delta_4 \right) \quad (\text{A-2.8})$$

$$Q_{12} = Q_{21} = - \left(k_1 + 2\delta_1 + \frac{2\delta_4}{k_1} \right) \quad (\text{A-2.9})$$

\dot{V} est définie négative si $\tilde{Q} > 0$. Pour cela, les gains k_1 et k_2 doivent vérifier la condition

$$(4-3.32).$$

De plus, les états convergent vers l'origine $x=0$ en un temps $t(x_0)$ inférieur à $t_f = 2V^{1/2}(x_0) / \gamma$.

Où x_0 est l'état initial et γ une constante dépendant des gains k_1, k_2 et des coefficients de perturbation δ_1, δ_4 .

Pour déterminer γ nous utilisons les expressions (A-2.4) et (A-2.6).

$$\text{Avec } |S|^{1/2} \leq \|\zeta\|_2 \leq \frac{V^{1/2}(x)}{\lambda_{\min}^{1/2}\{P\}}$$

Il en résulte:

$$\dot{V} \leq -\gamma V^{1/2}(x) \quad (\text{A-2.10})$$

D'où:

$$\gamma = \frac{\lambda_{\min}^{1/2}\{P\} \lambda_{\min}\{\tilde{Q}\}}{\lambda_{\max}\{P\}} \quad (\text{A-2.11})$$

b. Super twisting à gains adaptatifs

Dans ce cas, les gains qui assurent la stabilité du système (A-1.17) doivent vérifier la condition suivante (théorème [75]) :

$$\begin{cases} \dot{k}_1 = \begin{cases} \omega_1 \sqrt{\frac{\gamma}{2}} \operatorname{sign}(|S| - \mu) & \text{si } k_1 > k_{1m} \\ \eta & \text{si } k_1 \leq k_{1m} \end{cases} \\ k_2 = 2\epsilon k_1 \end{cases} \quad (\text{A-2.12})$$

Pour le démontrer, nous commençons par présenter le système (4-1.17) sous une forme pratique pour l'analyse de Lyapunov. Ensuite, la fonction candidate de Lyapunov sera introduite.

Soit z_1 et z_2 deux nouveaux états $z = [z_1 \ z_2]^T$ tels que :

$$\begin{cases} z_1 = |S|^{1/2} \operatorname{sign}(S) \\ z_2 = \omega_* \end{cases} \quad (\text{A-2.13})$$

Le système (4-1.17) peut être réécrit comme suit :

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = \frac{1}{2|z_1|} (-k_1 b_1(x,t) z_1 + z_2 + a_1(x,t)) \\ \dot{z}_2 = -\frac{b_1(x,t) k_2}{2|z_1|} z_1 + \dot{X}(x,t) \end{cases} \quad (\text{A-2.14})$$

Ce qui équivaut à:

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{2|z_1|} \begin{bmatrix} -k_1 b_1 & 1 \\ -k_2 b_1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} + \frac{1}{2|z_1|} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2|z_1| \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1(x,t) \\ \dot{X}(x,t) \end{bmatrix} \quad (\text{A-2.15})$$

Annexe chapitre 3

En définissant $\rho_3(x, t)$ et $\rho_4(x, t)$ comme des fonctions bornées, telles que:

$$0 < \rho_3(x, t) \leq \delta_1 ; 0 < \rho_4(x, t) \leq 2\delta_4 \quad (\text{A} - 2.16)$$

Et sachant que $|a_1(x, t)| \leq \delta_1 |S|^{1/2}$; $|\dot{a}_2(x, t)| \leq \delta_2$ et $\dot{X}(x, t) \leq \delta_4$ (suppositions **A₂** et **A₄** présentées dans l'annexe chapitre 3), on obtient :

$$\begin{cases} a_1(x, t) = \rho_3(x, t) |S|^{1/2} \text{sign}(S) = \rho_3(x, t) z_1 \\ \dot{X}(x, t) = \frac{\rho_4(x, t)}{2} \text{sign}(S) = \frac{\rho_4(x, t)}{2} \frac{z_1}{|z_1|} \end{cases} \quad (\text{A} - 2.17)$$

Ceci conduit à:

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{2|z_1|} \begin{bmatrix} -k_1 b_1(x, t) + \rho_3(x, t) & 1 \\ -k_2 b_1(x, t) + \rho_4(x, t) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} = \tilde{A}(z_1) \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} \quad (\text{A} - 2.18)$$

Remarques:

- Lorsque $z_1, z_2 \rightarrow 0$ en temps fini, alors $S, \dot{S} \rightarrow 0$ en temps fini.
- $|z_1| = |S|^{1/2}$ et $\text{sign}(z_1) = \text{sign}(S)$.

L'équation (A - 2.18) représente le système (A - 1.17) sous une forme pratique pour l'analyse de Lyapunov. L'étape suivante consiste à prouver cette stabilité.

Pour cela, on définit la fonction candidate de Lyapunov:

$$V = V_0 + \frac{1}{2\gamma_1} (k_1 - k_1^*)^2 + \frac{1}{2\gamma_2} (k_2 - k_2^*)^2 \quad (\text{A} - 2.19)$$

Avec :

$$V_0(z) = (\lambda_p + 4\varepsilon^2) z_1^2 + z_2^2 - 4\varepsilon z_1 z_2 = z^T P z \quad (\text{A} - 2.20)$$

On suppose que les gains adaptatifs sont bornés par les constantes positives k_1^* et k_2^* , et P

une matrice constante positive telle que: $P = \begin{bmatrix} \lambda_p + 4\varepsilon^2 & -2\varepsilon \\ -2\varepsilon & 1 \end{bmatrix}$ avec $\lambda_p > 0$ et ε des réels.

La dérivée temporelle de la fonction de Lyapunov est:

$$\dot{V} = \dot{V}_0 + \frac{1}{\gamma_1} (k_1 - k_1^*) \dot{k}_1 + \frac{1}{\gamma_2} (k_2 - k_2^*) \dot{k}_2 \quad (\text{A} - 2.21)$$

Annexe chapitre 3

Avec :

$$\dot{V}_0 = z^T \left[\tilde{A}(z_1)P + P\tilde{A}(z_1) \right] z \leq -\frac{1}{2|z_1|} z^T \bar{Q} z \quad (\text{A-2.22})$$

$$\text{Et: } \bar{Q} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} \\ \bar{Q}_{21} & 4\varepsilon \end{bmatrix}$$

$$\bar{Q}_{11} = 2\lambda_p k_1 b_1(x,t) + 4\varepsilon b_1(x,t)(2\varepsilon k_1 - k_2) - 2(\lambda_p + 4\varepsilon^2)\rho_3(x,t) + 4\varepsilon\rho_4(x,t) \quad (\text{A-2.23})$$

$$\bar{Q}_{12} = \bar{Q}_{21} = (k_2 b_1(x,t) - 2\varepsilon k_1 b_1(x,t) - \lambda_p + 4\varepsilon^2) + 2\varepsilon\rho_3(x,t) - \rho_4(x,t) \quad (\text{A-2.24})$$

\dot{V}_0 est définie négative si \bar{Q} est définie positive avec une valeur propre minimale $\lambda_{p\min} \{\bar{Q}\} \geq 2\varepsilon$.

Ceci est vrai si les gains k_1 et k_2 vérifient la condition:

$$\begin{cases} k_1 > \frac{\delta_1(\lambda_p + 4\varepsilon^2) - \varepsilon(4\delta_4 + 1)}{\lambda_p(1 - \gamma_1)} + \frac{(2\varepsilon\delta_1 - 2\delta_4 - \lambda_p - 4\varepsilon^2)^2}{12\varepsilon\lambda_p(1 - \gamma_1)} \\ k_2 = 2\varepsilon k_1 \end{cases} \quad (\text{A-2.25})$$

À partir de (A-2.22) nous déduisons que :

$$\dot{V}_0 \leq -\frac{1}{2|z_1|} z^T \bar{Q} z \leq -\frac{2\varepsilon}{2|z_1|} z^T z = -\frac{\varepsilon}{|z_1|} \|z\|^2 \quad (\text{A-2.26})$$

$$\text{Sachant que } \lambda_{p\min} \{P\} \|z\|^2 \leq V_0(z) \leq \lambda_{p\max} \{P\} \|z\|^2 \quad (\text{A-2.27})$$

Où $\lambda_{p\min}$ et $\lambda_{p\max}$ représentent les valeurs propres min et max de P .

$$\text{Et } \|z\|^2 = z_1^2 + z_2^2 = |S| + z_2^2 \text{ et } |z_1| = |S|^{1/2} \leq \|z\| \leq \frac{V_0^{1/2}(z)}{\lambda_{\min}^{1/2} \{P\}}$$

Alors:

$$\dot{V}_0 \leq -\frac{\varepsilon}{\frac{V_0^{1/2}(z)}{\lambda_{\min}^{1/2} \{P\}} \lambda_{p\max} \{P\}} V_0(z) \quad (\text{A-2.28})$$

$$\dot{V}_0(z) \leq -r V_0^{1/2} \quad (\text{A-2.29})$$

$$\text{Avec : } r = \frac{\varepsilon \lambda_{p\min}^{1/2} \{P\}}{\lambda_{p\max} \{P\}}$$

Annexe chapitre 3

Maintenant, définissons les écarts entre les gains et leurs bornes:

$$\varepsilon_{k_1} = k_1 - k_1^* \quad \text{et} \quad \varepsilon_{k_2} = k_2 - k_2^*.$$

L'équation (4-3.51) devient :

$$\dot{V} \leq -rV_0^{1/2} + \frac{1}{\gamma_1} \varepsilon_{k_1} \dot{k}_1 + \frac{1}{\gamma_2} \varepsilon_{k_2} \dot{k}_2 \quad (\text{A-2.30})$$

En ajoutant et soustrayant les mêmes termes, nous obtenons:

$$\dot{V} \leq -rV_0^{1/2} - \frac{\omega_1}{\sqrt{2\gamma_1}} |\varepsilon_{k_1}| - \frac{\omega_2}{\sqrt{2\gamma_2}} |\varepsilon_{k_2}| + \frac{1}{\gamma_1} \varepsilon_{k_1} \dot{k}_1 + \frac{1}{\gamma_2} \varepsilon_{k_2} \dot{k}_2 + \frac{\omega_1}{\sqrt{2\gamma_1}} |\varepsilon_{k_1}| + \frac{\omega_2}{\sqrt{2\gamma_2}} |\varepsilon_{k_2}| \quad (\text{A-2.31})$$

Sachant que $\sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \leq |x| + |y| + |z|$

$$\text{Et } V = V_0 + \frac{1}{2\gamma_1} \varepsilon_{k_1}^2 + \frac{1}{2\gamma_2} \varepsilon_{k_2}^2$$

$$\text{On en déduit } \sqrt{V} \leq V_0^{1/2} + \frac{1}{\sqrt{2\gamma_1}} |\varepsilon_{k_1}| + \frac{1}{\sqrt{2\gamma_2}} |\varepsilon_{k_2}| \Rightarrow -\sqrt{V} \geq -V_0^{1/2} - \frac{1}{\sqrt{2\gamma_1}} |\varepsilon_{k_1}| - \frac{1}{\sqrt{2\gamma_2}} |\varepsilon_{k_2}|$$

On pose $\eta_0 = \min(r, \omega_1, \omega_2)$, il en résulte :

$$-rV_0^{1/2} - \frac{\omega_1}{\sqrt{2\gamma_1}} |\varepsilon_{k_1}| - \frac{\omega_2}{\sqrt{2\gamma_2}} |\varepsilon_{k_2}| \leq -\eta_0 \sqrt{V} \quad (\text{A-2.32})$$

L'inégalité (4-3.61) devient :

$$\dot{V} \leq -\eta_0 \sqrt{V} + \frac{1}{\gamma_1} \varepsilon_{k_1} \dot{k}_1 + \frac{1}{\gamma_2} \varepsilon_{k_2} \dot{k}_2 + \frac{\omega_1}{\sqrt{2\gamma_1}} |\varepsilon_{k_1}| + \frac{\omega_2}{\sqrt{2\gamma_2}} |\varepsilon_{k_2}| \quad (\text{A-2.33})$$

Les gains adaptatifs sont bornés par les constantes positives k_1^* et k_2^* ; autrement dit $\varepsilon_{k_1} < 0$ et $\varepsilon_{k_2} < 0$.

Donc :

$$\dot{V} \leq -\eta_0 \sqrt{V} - |\varepsilon_{k_1}| \left(\frac{1}{\gamma_1} \dot{k}_1 - \frac{\omega_1}{\sqrt{2\gamma_1}} \right) - |\varepsilon_{k_2}| \left(\frac{1}{\gamma_2} \dot{k}_2 - \frac{\omega_2}{\sqrt{2\gamma_2}} \right) \quad (\text{A-2.34})$$

$$\text{On pose } \xi = -|\varepsilon_{k_1}| \left(\frac{1}{\gamma_1} \dot{k}_1 - \frac{\omega_1}{\sqrt{2\gamma_1}} \right) - |\varepsilon_{k_2}| \left(\frac{1}{\gamma_2} \dot{k}_2 - \frac{\omega_2}{\sqrt{2\gamma_2}} \right)$$

L'inégalité (4-3.64) devient :

$$\dot{V} \leq -\eta_0 \sqrt{V} + \xi \quad (\text{A-2.35})$$

Annexe chapitre 3

- **Cas 1 :** On suppose que $|S| > \mu$ et $k(t) > k_m$ pour tout $t \geq 0$. Compte tenu de (A-2.13) :

$$\dot{k}_1 = \omega_1 \sqrt{\frac{\gamma_1}{2}} \quad (\text{A-2.36})$$

$$\xi = |\varepsilon_{k_2}| \left(\frac{1}{\gamma_2} \dot{k}_2 - \frac{\omega_2}{\sqrt{2\gamma_2}} \right) \quad (\text{A-2.37})$$

Sachant que $k_2 = 2\varepsilon k_1$, et en choisissant $\varepsilon = \frac{\omega_2}{2\omega_1} \sqrt{\frac{\gamma_2}{\gamma_1}}$, on obtient:

$$\dot{k}_2 = 2\varepsilon \dot{k}_1 = \omega_2 \sqrt{\frac{\gamma_2}{2}} \quad (\text{A-2.38})$$

En remplaçant (A-2.38) dans (A-2.37), on aura : $\xi = 0$.

Par conséquent:

$$\dot{V} \leq -\eta_0 \sqrt{V} \quad (\text{A-2.39})$$

Pour assurer la convergence du système en temps fini, $k_1(t)$ doit croître suivant (A-2.36) jusqu'à ce que l'expression (A-2.25) soit vérifiée pour que la matrice \bar{Q} soit définie positive et (A-2.39) soit valide.

- **Cas 2 :** On suppose que $|S| < \mu$ et $k(t)$ décroît conformément à (A-2.12), \dot{k}_1 devient:

$$\dot{k}_1 = \begin{cases} -\omega_1 \sqrt{\frac{\gamma_1}{2}}, & \text{si } k_1 > k_{1m} \\ \eta, & \text{si } k_1 \leq k_{1m} \end{cases} \quad (\text{A-2.40})$$

Et

$$\xi = \begin{cases} 2|k_1 - k_1^*| \frac{\omega_1}{\sqrt{2\gamma_1}}, & \text{si } k_1 > k_{1m} \\ -|k_m + \eta t - k_1^*| \left(\frac{\eta_0}{\gamma_1} - \frac{\omega_1}{\sqrt{2\gamma_1}} \right) & \text{si } k_1 \leq k_{1m} \end{cases} \quad (\text{A-2.41})$$

Le premier terme de ξ est positif, tandis que le second n'est valide que pour un temps fini puisque dès que $k_1 \leq k_{1m}$, sa valeur commence immédiatement à augmenter de sorte que $k_1 = k_{1m} + \eta t$. Ensuite, la première équation de (A-2.41) devient valide.

Compte tenu de (A-2.41), le signe de \dot{V} définie par (A-2.35) devient indéfini et $|S|$ peut devenir plus grande que μ du fait que les gains $k_1(t)$ et $k_2(t)$ décroissent. À ce moment, la

Annexe chapitre 3

condition définie dans le cas 1 est vérifiée et $|S|$ atteint à nouveau le domaine $|S| \leq \mu$ en temps fini, et ainsi de suite.

Ainsi, $|S|$ atteint le domaine $|S| \leq \mu$ en temps fini pendant le processus d'adaptation, puis il peut le quitter pour un temps fini, et il est garanti qu'il reste toujours dans un domaine plus grand $|S| \leq \eta_1$; $\eta_1 \succ \mu$ en mode glissant réel.

À l'intérieur du domaine $|S| \leq \mu$, la valeur de $|\dot{S}|$ peut être estimée conformément aux équations (A-1.17) et (A-2.12) :

$$|\dot{S}| \leq ((1-\gamma_1)k_1(t_1) + \delta_1)\mu^{1/2} + [\varepsilon(1-\gamma_1)k_1(t_1) + \delta_4](t_2 - t_1) = \bar{\eta}_2 \quad (\text{A-2.42})$$

Où t_1 est l'instant où la variable de glissement S entre dans le domaine $|S| \leq \mu$ et t_2 l'instant où elle quitte ce domaine.

Lorsque $\mu \prec |S| \leq \eta_1$:

$$|\dot{S}| \leq (1+\gamma_1)(\eta_1^{1/2} + \varepsilon) \left(k_1(t_2) + \omega_1 \sqrt{\frac{\eta_1 \gamma_1}{2}} (t_3 - t_2) \right) + \delta_1 \eta_1^{1/2} + \delta_4 (t_3 - t_2) = \tilde{\eta}_2 \quad (\text{A-2.43})$$

Où t_2 est l'instant où la variable de glissement quitte le domaine $|S| \leq \mu$ et t_3 l'instant où elle rentre dans ce domaine ($t_2 \prec t_3$).

À partir de (A-2.42) et (A-2.43) nous pouvons déduire que :

$$|\dot{S}| \leq \max(\bar{\eta}_2, \tilde{\eta}_2) = \eta_2 \quad (\text{A-2.44})$$

Ces équations prouvent l'existence du domaine de glissement réel :

$$D = \{S, \dot{S} : |S| \leq \eta_1, |\dot{S}| \leq \eta_2, \eta_1 \succ \mu\} \quad (\text{A-2.45})$$

Bibliographie

- [1] Zak Sarris, “Survey of UAV Applications in Civil Markets”, Technical University of Crete, 2001.
- [2] Koldaev A., Sokut S., “Russia: Military Conservatism in Relation to Industry UAV Initiatives”, UAV Systems, The Global Perspectives 2006/2007, p100– 104
- [3] Roskam, Jan, “Airplane Design”, Roskam Aviation and Engineering Corp., 1985.
- [4] Oner, K.; E. Cetinsoy, E.; Sirimoglu, E.: Mathematical modeling and vertical flight control of a tilt-wing UAV. Turk J Elec Eng & Comp Sci 20(1),149-157(2012).
- [5] L. Melkou & M. Hamerlain, “Classical Sliding and Generalized Variable Structure Controls for a Manipulator Robot Arm with Pneumatic Artificial Muscles”. International Journal of System Dynamics Applications. Vol 3. pp. 47-70 (2014).
- [6] Ziyang Zhen, Daobo Wang, and Qi Kang, Member, IEEE. “UAV Flight Trajectory Control Based on Information Fusion Control Method”. 2010 IEEE.
- [7] Waseem Aslam Butt, Lin Yan, Amezquita S., Kendrick. “Adaptive Dynamic Surface Control of a Hypersonic Flight Vehicle with Magnitude, Rate and Bandwidth Constraints”. Preprints of the 18th IFAC World Congress. Milano (Italy) August 28 - September 2, 2011.
- [8] Henrique C. Ferreira, Roberto S. Baptista, Jo˜ao Y. Ishihara, and Geovany A. Borges. “Disturbance Rejection in a Fixed Wing UAV Using Nonlinear H_{∞} State Feedback”. 9th IEEE International Conference on Control and Automation (ICCA) Santiago, Chile, 2011.
- [9] A. Ataei, Q. Wang. “Non-linear control of an uncertain hypersonic aircraft model using robust sum-of-squares method”. IET Control Theory Appl, Vol. 6, Iss. 2, pp. 203–215, 2012.
- [10] Hu Zhubing, Mo bo,Zhou Dezhi,Han Wenlong. “Robust Nonlinear Control of a Hypersonic Aircraft Based on Sliding Mode Control”. 2012 International Workshop on Information and Electronics Engineering (IWIEE). Procedia Engineering 29 (2012) 837 – 842.
- [11] W. Yang, M. N. Hammoudi, G. Herrmann, M. Lowenberg, X. Chen. “Two-state dynamic gain scheduling control applied to an F16 aircraft model”. International Journal of Non-Linear Mechanics 47(2012)1116–1123.
- [12] Tadeo Espinoza, Alejandro Dzul and Miguel Llama. “Linear and Nonlinear Controllers Applied to Fixed-Wing UAV”. International Journal of Advanced Robotic Systems, Vol. 10, 2013.
- [13] Bin Xu, Danwei Wang, Fuchun Sun, Zhongke Shi. “Direct neural control of hypersonic flight vehicles with prediction model in discrete time”. Neurocomputing 115(2013)39– 48.

- [14] Chen, M., Zhou, Y., & Guo, W. W. (2014). Robust tracking control for uncertain MIMO nonlinear systems with input saturation using RWNDO. *Neurocomputing*, 144, 436-447.
- [15] Liu Xiaofeng, Shi Jing, Qi Yiwen and Yuan Ye. "Design for aircraft engine multi-objective controllers with switching characteristics". *Chinese Journal of Aeronautics*. 27(5): 1097–1110, 2014.
- [16] Geng Jie, Sheng Yongzhi, Liu Xiangdong. "Finite-time sliding mode attitude control for a reentry vehicle with blended aerodynamic surfaces and a reaction control system". *Chinese Journal of Aeronautics*, (2014),27(4): 964–976.
- [17] Xianlei Cheng, Peng Wang, Luhua Liu, Guojian Tang. "Predictive Sliding Mode Control using Feedback Linearization for Hypersonic Vehicle". APISAT2014", 2014 Asia-Pacific International Symposium on Aerospace Technology, APISAT2014. *Procedia Engineering* 99 (2015) 1076 – 1081.
- [18] Xiangwei Bu, Xiaoyan Wu, Zhen Ma, Rui Zhang. "Nonsingular direct neural control of air-breathing hypersonic vehicle via back-stepping ". *Neurocomputing*153(2015)164–173.
- [19] Luhua Liu, Jianwen Zhu, Guojian Tang, Weimin Bao. "Diving guidance via feedback linearization and sliding mode control". *Aerospace Science and Technology* -41(2015)16–23.
- [20] P. R. Ambati, R. Padhi, "Robust auto-landing of fixed-wing UAVs using neuro-adaptive design". *Control Engineering Practice*, vol 60, pp. 218-232, 2017.
- [21] P. Poksawat , L. Wang and A. Mohamed "Gain Scheduled Attitude Control of Fixed-Wing UAV With Automatic Controller Tuning". *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, pp.1-12, 2017.
- [22] J. R. Hervas, M. Reyhanoglu, H. Tang and E. Kayacan. "Nonlinear control of fixed-wing UAVs in presence of stochastic winds". *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*. Vol. 33, (2016), pp 57-69.
- [23] Akbari, A., & Amini, S. "Attitude Control of Unmanned Aerial Vehicle Based on Sliding Mode Technique with Parameter Estimation". (2017). *Attitude Control of Unmanned Aerial Vehicle Based on Sliding Mode Technique with Parameter Estimation*. *International Journal of Advanced Design and Manufacturing Technology*, 10(2), 2017.
- [24] J.Wang and Z.Sun. "6-DOF robust adaptive terminal sliding mode control for space craft formation flying". *Acta Astronautica* 73, 2012, pp.76–87.
- [25] Orra, J.; Shtessel, Y.: Lunar space craft powered descent control using higher-order sliding mode techniques. *Journal of the Franklin Institute* 349(2), 476-492 (2012).

- [26] Jie Wang, QunZong, RuiSu, BailingTian. “Continuous high order sliding mode controller design for a flexible air-breathing hypersonic vehicle”. ISA Transactions 53(2014)690–698.
- [27] Yamasaki, T.; Balakrishnan S.N.; Takano, H.:Integrated guidance and autopilot design for a chasing UAV via high order sliding modes. Journal of the Franklin Institute 349(2), 531-558 (2012).
- [28] Zong, Q.; Wang, J.; Tian, B.; Tao, Y.: Quasi-Continuous High-Order Sliding Mode Controller and Observer Design for flexible hypersonic vehicle. Aerospace Science and Technology 27(1), 127-137. (2013).
- [29] Levant A.; Pridor, A.: Aircraft Pitch Control via Second-Order Sliding Technique. Journal of guidance, control, and dynamics 23(4), 586-594 (2000).
- [30] Ali, S.U.; Samar, R.. ; Shah, M.Z.; Bhatti, A.I.; Munawar, K.; Al-Sggaf, U. M.: Lateral guidance and control of UAVs using second-order sliding modes. Aerospace Science and Technology 49, 88-100 (2016).
- [31] N.P.I. Aneke, D.A. Lizárraga & H. Nijmeijer, “Homogeneous stabilization of the extended Chained form system”. 15th Triennial World Congress, Barcelona, Spain1, 2002
- [32] H. Du & S. Li, Finite-Time Attitude Stabilization for a Spacecraft Using Homogeneous Method, JOURNAL OF GUIDANCE, CONTROL, AND DYNAMICS. Vol. 35, No. 3, May–June 2012
- [33] L. Yuan, C. Li, B. Jiang & G. Ma, “Fixed-Time Spacecraft Attitude Stabilization using Homogeneous Method”, UKACC 11th International Conference on Control (CONTROL)Belfast, UK, 31st August - 2nd September, 2016.
- [34] <https://www.avjobs.com/history/how-aircraft-fly.asp>
- [35] W. L. Brogan, Modern Control Theory, Third Edition ed.: Prentice Hall, 1991.
- [36] Etkin, B., and Reid, L. D., *Dynamics of Flight: Stability and Control*, 3rd ed., John Wiley & Sons, Inc., New York, 1996.
- [37] Klein, V. and Morelli, E., *Aircraft System Identification: Theory and Practice*, AIAA, 2006.
- [38] Brian L. Stevens, Frank L. Lewis. *Aircraft control and simulation*, Wiley, 1992.
- [39] Paw, Y. C.; Balas, G. J.: Development and application of an integrated framework for small UAV flight control development. Mechatronics, 21(5), 789-802 (2011).
- [40] D. McLean. *Automatic Flight Control Systems* book

- [41] Jean Luc Boiffier, The dynamics of flight, Wiley, 1998.
- [42] F. Veysset. Modélisation et identification de comportements de l'avion en vol turbulent par modèles à retards. Thèse, École Centrale de Lille, 2006.
- [43] Alliche, D. (2003). Commande par placement de structure propre appliquée à la dynamique latérale de l'avion (Doctoral dissertation, École de technologie supérieure).
- [44] Loïc Lavigne. Outils d'analyse et de synthèse des lois de commande robuste des systèmes dynamiques plats.. Automatique / Robotique. Université Sciences et Technologies - BordeauxI, 2003. Français.
- [45] Sartori D. (2014). Design, Implementation and Testing of Advanced Control Laws for Fixed-wing UAVs. PhD thesis.
- [46] R. C. Nelson, Flight Stability and Automatic Control, McGraw-Hill, 3rd edition, Boston, MA, USA, 1998.
- [47] Clément Legros. Étude de la stabilité d'un avion bwb (blended wing body) de 200 passagers. Université de montréal. 2015
- [48] Cook, Michael V. Flight dynamics principles: a linear systems approach to aircraft stability and control. Butterworth-Heinemann, 2012.
- [49] A. F.Fillipov. Differential equations with discontinuous right-hand side. Amer.Math. Soc.Trans. 62. p:199-231, 1960.
- [50] S.V. Emelyanov. Variable structure control systems. Moscow Nauka, 1967.
- [51] U. Itkis. Control systems of variable structure. J. Wiley: New York, 1976
- [52] V. I. Utkin. Sliding mode and their application in variable structure systems Mir, Moscou, 1978.
- [53] M. Hamerlain. "Commande hiérarchisée à modèle de référence et à structure variable d'un robot manipulateur à muscles artificiels". Thèse de doctorat. INSA, 1993.
- [54] J. J. Slotine and L. Weiping. "Applied Nonlinear Control". Prentice Hall, 1991.
- [55] E. Moulay. Stabilité des équations différentielles ordinaires. Cours de Master. Inria, 1997. Disponible sur : <http://hal.inria.fr/docs/00/13/64/97/PDF/CoursLyapunov.pdf>.
- [56] F. Harashima, H. Hashimoto & K. Maruyama, "Practical robust control of robot arm using variable structure system", Robotics and Automation. IEEE International Conference on.. p. 532-539, 1986.
- [57] M.Chettouh. "Commande d'un Robot à Muscles Artificiels par les régimes glissants et réduction du broutement". Thèse de doctorat, USTHB, Algérie, 2008.

- [58] J.J. Slotine and S.S. Sastry. "Tracking control of nonlinear system using sliding surface, with application to robotic manipulators". *Int. Jour. of Cont.*, 38:465-492, 1983.
- [59] J.J.E. Slotine. Sliding controller design for nonlinear systems. *Int. Jour. of Cont.*, 40(2) : 421-434, 1984.
- [60] P.Lopez, & A.Nouri. "Théorie Elémentaire et Pratique de la commande par les Régimes Glissants". Livre Springer-Verlag, 2006.
- [61] M. Djemai, J.P. Barbot, and T. Boukhobza. "Some comments on higher order sliding modes". *Proc. of the Euro. Cont. Conf. Karlsruhe, Germany*, 1999.
- [62] L. Fridman and A. Levant. Higher order sliding modes. *Sliding mode control in engineering*, 11 :53–102, 2002.
- [63] H. Bühler, "Réglage par mode de glissement", traité d'électricité, 1ère édition, presses, 1991.
- [64] A. Levant, "sliding order and sliding accuracy in sliding mode control", *Int. journal of control*, vol.58, n°6, pp.1247-1263, 1993.
- [65] G. Bartolini, A. Pisano, E. Punta, & E. Usai. A survey of applications of second-order sliding mode control to mechanical systems. *International Journal of control*, 76(9-10), 875-892, 2003.
- [66] A. Levant, "Gain-scheduled high-order MIMO sliding mode control", 49th IEEE Conference on Decision and Control, Atlanta, GA, USA, 2010.
- [67] S. T. Venkataraman & S. GULATI. Terminal slider control of robot systems. *Journal of Intelligent and Robotic systems*, vol. 7, no 1, pp. 31-55, 1993.
- [68] TAO, Chin-Wang, TAUR, Jin-Shiuh, et CHAN, Mei-Lang. Adaptive fuzzy terminal sliding mode controller for linear systems with mismatched time-varying uncertainties. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B (Cybernetics)*, vol. 34, no 1, p. 255-26, 2004.
- [69] CHIU, Chian-Song, OUYANG, Ya-Lun, et KU, Chan-Yu. Terminal sliding mode control for maximum power point tracking of photovoltaic power generation systems. *Solar Energy*, vol. 86, no 10, p. 2986-2995, 2012.
- [70] Wang, Yaoyao, GU, Linyi, GAO, Ming, et al. Multivariable output feedback adaptive terminal sliding mode control for underwater vehicles. *Asian Journal of Control*, vol. 18, no 1, p. 247-265, 2016.
- [71] Feng, Yong, YU, Xinghuo, et HAN, Fengling. On nonsingular terminal sliding-mode control of nonlinear systems. *Automatica*, vol. 49, no 6, p. 1715-1722, 2013.
- [72] Y.Feng, X. Yu & Z. Man, "Non-singular terminal sliding mode control of rigid manipulators". *Automatica*, vol. 38, pp. 2159 – 2167, 2002.

- [73] Yuri B. Shtessel, Jaime A. Moreno, Franck Plestan, Leonid M. Fridman, Alexander S. Poznyak, "Super-twisting Adaptive Sliding Mode Control: a Lyapunov Design", 49th IEEE Conference on Decision and Control, Atlanta, USA, 2010.
- [74] Shtessel, Y.; Taleb, M.; Plestan, F.: A novel adaptive-gain supertwisting sliding mode controller: Methodology and application. *Automatica* 48(5), 759-769, 2012.
- [75] Moreno J.; Osorio, M.: A Lyapunov approach to second-order sliding mode controllers and observers. 47th IEEE Conference on Decision and Control, 2856 – 286, Mexico, 2008.
- [76] T. Salgado-jimenez & B. Jouvencel. Using a high order sliding modes for diving control a torpedo autonomous underwater vehicle. In : OCEANS. Proceedings. IEEE, 2003. p. 934-939, 2003.
- [77] M. Taleb, A. Levant & F. PLESTAN. Twisting algorithm adaptation for control of electropneumatic actuators. In : Variable Structure Systems (VSS), 2012 12th International Workshop on. IEEE. p. 178-183, 2012.
- [78] S.P. Bhat, & D.S. Bernstein. Geometric homogeneity with applications to finite-time stability. *Mathematics of Control, Signals and Systems*, vol. 17, no 2, p. 101-127, 2005.
- [79] A. Levant. Homogeneity approach to high-order sliding mode design. *Automatica*, vol. 41, no 5, p. 823-830, 2005.
- [80] M. Harmouche, S. LAGHROUCHE, & M. EL BAGDOURI. Robust homogeneous higher order sliding mode control. In : Decision and Control and European Control Conference (CDC-ECC) 50th IEEE Conference on. IEEE, 2011. p. 5665-5670, 2011.
- [81] E. Bernuau, D. Efimov, W. Perruquetti & al. On homogeneity and its application in sliding mode control. *Journal of the Franklin Institute*, vol. 351, no 4, p. 1866-1901, 2014.
- [82] E. Cruz-Zavala & J. Moreno. Homogeneous high order sliding mode design: a Lyapunov approach. *Automatica*, vol. 80, p. 232-238, 2017.
- [83] A. Levant, & M. Livne, Weighted homogeneity and robustness of sliding mode control. *Automatica*, vol. 72, p. 186-193, 2016.
- [84] S. Ding, A. Levant & S. LI, Simple homogeneous sliding-mode controller. *Automatica*, vol. 67, p. 22-32, 2016.
- [85] L. PENG, M. JIANJUN, G. LINA & al. Adaptive non-homogeneous higher order sliding mode control without switching gain overestimation. In : Control Applications (CCA), IEEE Conference on. p. 251-256, 2015.
- [86] M. V. Basin and P. Rodriguez-Ramirez, "A Supertwisting Algorithm for Systems of Dimension More Than One". *IEEE Transactions on industrial electronics*, vol. 61, NO. 11, NOVEMBER, 2014.

- [87] S. Ronaldo, C.Lúcio, S.Nascimento, A. Bittar and N.M.Franco. "Experimental Framework for Evaluation of Guidance and Control Algorithms for UAVs", 21st Brazilian Congress of Mechanical Engineering, Brazil, 2011.
- [88] Yu, X., & Kaynak, O. (2009). Sliding-mode control with soft computing: A survey. *IEEE transactions on industrial electronics*, 56(9), 3275-3285.
- [89] A. Bilal & F. Kendoul. "Flight control of a small helicopter in unknown wind conditions." *Decision and Control (CDC), 2010 49th IEEE Conference on*. IEEE, 2010.
- [90] R. Santiesteban, L.Fridman & J.A. Moreno, " Finite time convergence analysis for Twisting controller via strict Lyapunov function", 11th International Workshop on Variable Structure Systems, Mexico, 2010.